

o



**UNIVERSIDAD
AUTÓNOMA
METROPOLITANA**
Unidad Iztapalapa



Posgrado en Ciencias y Tecnologías de la Información

Emergencia de propiedades de las redes complejas, inducida por reglas locales de recableado

Tesis que presenta:

M. en C. Magali Alexander López Chavira

Para obtener el grado de:

DOCTORA EN CIENCIAS Y TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACION'

Asesor:

Dr. Ricardo Marcelín Jiménez

Jurado:

Presidente: Dr. José Luis Marzo Lázaro

Secretario: M. en IB. Oscar Yáñez Suárez

Vocal: Dr. Carlos Gershenson García

Vocal: Dra. Daniela Aguirre Guerrero

Vocal: Dr. Ricardo Marcelín Jiménez

Ciudad de México, a 29 de Julio de 2022

Posgrado en Ciencias y Tecnologías de la Información

**Emergencia de propiedades de las redes complejas,
inducida por reglas locales de recableado**

Tesis que presenta:

M. en C. Magali Alexander López Chavira

Para obtener el grado de:

DOCTORA EN CIENCIAS Y TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

Asesor:

Dr. Ricardo Marcelín Jiménez

Jurado:

Presidente: Dr. José Luis Marzo Lázaro

Secretario: M. en IB. Oscar Yáñez Suárez

Vocal: Dr. Carlos Gershenson García

Vocal: Dra. Daniela Aguirre Guerrero

Vocal: Dr. Ricardo Marcelín Jiménez

Ciudad de México, a 29 de Julio de 2022

A Ofelia

*Este viaje comenzó el día que partiste, aún así me acompañaste en cada paso,
espero que te sientas orgullosa de ver hasta donde he podido llegar.*

Resumen

Un sistema complejo se puede entender como un conjunto de elementos individuales que pueden interactuar entre sí siguiendo reglas locales de comportamiento. El análisis de redes complejas surge como el estudio de los distintos tipos de estructuras que emergen en dichos sistemas, representándolas como grafos. De este modo los vértices de la red estudiada serán los elementos, individuos o agentes del sistema complejo y las aristas representarán a la interacción de interés. Existen algunos experimentos que proponen modelar la creación de una red compleja como un proceso dinámico que parte de un grafo inicial al que se asocia con un conjunto de reglas de agregación o crecimiento sencillas que permiten llevar al grafo hasta un punto en que su estructura soporta eficientemente una serie de funciones.

En este trabajo se analiza la formación de redes complejas mediante la propuesta de un modelo de reconexión en el que la red cambia de acuerdo con los procesos de intercambio de información que ocurren sobre ella. Se identifican dos tipos principales de reglas de recableado en el modelo propuesto que permiten obtener grafos de los que emergen propiedades estructurales observadas en redes complejas. Finalmente, además de observar las propiedades de la red durante su formación, se estudia la tolerancia ante fallos y robustez ante ataques mientras son sometidas a una serie de procesos de degradación. La metodología de este trabajo contempla el uso de una herramienta para la simulación de eventos discretos, pensada para estudiar algoritmos distribuidos.

De manera general se observa que las dos reglas de recableado usadas en el modelo propuesto generan dos conjuntos diferentes de grafos. Por un lado, un conjunto de grafos en el que los nodos se conectan con más frecuencia a nodos alejados a ellos, lo que permite la formación de concentradores en el centro del grafo y estructuras definidas cercanas a formar una estrella. Y por otro lado, un conjunto de grafos en el que los nodos se conectan solo a aquellos de su vecindario inmediato formando así estructuras más difusas con concentradores más dispersos en el centro y de menor coeficiente de agrupamiento que el primer conjunto. Finalmente, con los experimentos de degradación se encontró que el segundo conjunto tiene una mejor tolerancia ante

fallos y robustez ante ataques.

Abstract

A complex system can be understood as a set of elements that interact with each other following a set of simple rules. In this kind of system the interactions are very important, which make it difficult to separate the study of the elements from the behaviors caused by the interactions among them. Network science emerges as a powerful perspective of analysis, representing the elements and interactions of the system in a graph called complex network. There are some experiments that propose to model the creation of a complex network as a dynamic process that starts from an initial graph which is associated to a set of simple aggregation or (re)wiring rules that allow shaping the graph to a point where its structure efficiently supports a series of functions.

The present work proposes a set of rewiring rules which are carried out by the individual elements of the system, based on their local perspective and the information they exchange over time. For this purpose, a wiring model is presented, in which the graph structure changes according to the information exchange that occur on top of the very structure. Two main types of rewiring rules are identified in the proposed model that allow obtaining graphs from which the structural properties observed in complex networks emerge. Finally, in addition to observing the change in the properties of the network throughout the process, tolerance against failures and robustness against attacks are studied while they are subjected to a series of degradation processes. The methodology of this process is based on a discrete event simulation tool, designed to study distributed algorithms.

In general, it is observed that the two rewiring rules used in the proposed model generate two different sets of graphs. On the one hand, a set of graphs in which nodes are more frequently connected to nodes far away from them, which allows the arising of concentrators at the center of the graph and more defined structures close to forming a star. And on the other hand, a set of graphs in which the nodes are connected only to those in their immediate neighborhood, thus forming more diffuse structures with more dispersed hubs in the center and with a lower clustering coefficient than the first set. With the degradation experiments, it was found that

the second set has better fault tolerance and robustness against attacks.

Agradecimientos

A mi asesor de tesis, el Dr. Ricardo Marcelín Jiménez por animarme a enfrentar retos gracias a los cuales crecí como investigadora y como persona, también porque no perdió nunca la esperanza de que llegaría a la meta. Gracias por su visión sobre este trabajo y enseñarme a verlo desde distintas perspectivas. Agradezco que en cada reunión se abrieran nuevas y emocionantes posibilidades para este trabajo lo que ayudó a incrementar mi curiosidad científica, me llevo muy valiosas lecciones.

A mi esposo Salvador, por acompañarme en este camino y en la vida, gracias por recordarme en todo momento que no perdiera de vista mi objetivo y darme ánimos en cada etapa de este proyecto.

A mi familia, mis hermanas(Fabiola, Abigail y Karen) mi mamá Alejandra y mi abuelita Ofelia Q.E.P.D. que siempre me dieron su cariño apoyo y comprensión. A mis amigos por estar a mi lado en este camino, por las largas charlas y consejos.

A profesores del Posgrado en Ciencias y Tecnologías de la Información por su orientación y valiosas enseñanzas durante los cursos y seminarios de investigación.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo que hizo posible este trabajo de investigación. A la Universidad Autónoma Metropolitana y al Posgrado en Ciencias y Tecnologías de la Información que cimbraron los cimientos de lo que soy ahora profesionalmente me dieron las herramientas necesarias para seguir creciendo.

Índice general

Resumen	VI
Agradecimientos	VII
Índice general	IX
Índice de figuras	XI
Índice de tablas	XV
1. Introducción	1
1.1. Delimitación del problema y pregunta de investigación	2
1.2. Objetivos	3
1.2.1. Objetivo general	3
1.2.2. Objetivos específicos	3
1.3. Metodología	4
1.4. Contribuciones del proyecto	5
1.5. Estructura de la tesis	5
2. Antecedentes	7
2.1. Experimento de Milgram	7
2.2. Redes aleatorias	9
2.3. Modelos de generación de redes complejas	9
2.3.1. Redes de mundos pequeños	10
2.3.2. Redes libres de escala	10
2.4. Propiedades estudiadas	12
2.4.1. Navegabilidad	12
2.4.2. Tolerancia ante fallos y robustez ante ataques	13
2.5. Trabajo relacionado	14

3. Formación de estructuras complejas	19
3.1. Modelo propuesto y supuestos de trabajo	19
3.1.1. Herramientas y construcción de la simulación	27
3.1.2. Experimentos	28
3.1.2.1. Validación y verificación de la simulación	30
3.1.3. Resultados	32
3.2. Simulación del modelo sobre una red par a par	44
3.2.1. Descripción del experimento	47
3.2.2. Resultados	49
3.3. Discusión	52
4. Degradación: Tolerancia ante fallos y ataques	57
4.1. Delimitación del experimento de degradación	57
4.2. Degradación por fallos	59
4.2.1. Experimentos	59
4.2.2. Resultados	67
4.2.2.1. Fallos sobre la regla R1	67
4.2.2.2. Fallos sobre la regla R2	69
4.3. Degradación por ataques	70
4.3.1. Experimentos	72
4.3.2. Resultados	77
4.3.2.1. Ataques sobre la regla R1	77
4.3.2.2. Ataques sobre la regla R2	79
4.4. Conclusiones	80
5. Conclusiones y perspectivas	83
Apéndice	85
A. Teoría de grafos: Definiciones	85
B. Figuras complementarias: Degradación	87
Referencias	91

Índice de figuras

2.1.	Grafos WS con 20 vértices, $k=6$ y distintas probabilidades de reconexión.	11
3.1.	Diagrama de flujo de la interacción entre las fases del modelo propuesto.	21
3.2.	Idea principal de recableado. (a) Red inicial con enlaces fijos, los enlaces dinámicos aún no se establecen. Los enlaces sombreados señalan las rutas seguidas por paquetes de datos enviados desde el nodo 17 hacia los nodos 3, 8, 10, 23 y 25; las líneas más oscuras marcan las rutas más usadas. (b) Red después de conectar los enlaces dinámicos del nodo 17 hacia los nodos 8 y 23, lo cuales permiten acortar las rutas de los paquetes enviados previamente.	22
3.3.	Ejemplo de la ejecución de 3 ciclos de simulación del modelo propuesto.	23
3.4.	Algoritmo de encaminamiento compass-routing para elegir el siguiente paso de un paquete enviado desde el nodo a hacia el nodo f .	24
3.5.	Rutas seguidas por los paquetes enviados desde los nodos 1, 52 y 68 hacia los nodos 48, 34 y 5.	30
3.6.	Comparación entre las propiedades obtenidas con la regla R1 y la regla R2. (a) Coeficiente de agrupamiento promedio, (b) Diámetro y (c) Longitud de trayectoria promedio.	35
3.7.	Características las redes obtenidas con la regla R1 por cada longitud de enlace en cada ciclo de simulación. (a) Coeficiente de agrupamiento promedio, (b) Diámetro y (c) Longitud de trayectoria promedio.	37
3.8.	Características las redes obtenidas con la regla R2 por cada longitud de enlace en cada ciclo de simulación (a) Coeficiente de agrupamiento promedio, (b) Diámetro y (c) Longitud de trayectoria promedio.	38
3.9.	Distribución de grados de los grafos creados con la regla R1 con diferentes longitudes de enlace dinámico. En cada serie de datos se señala el grado máximo alcanzado y la longitud de enlace dinámico en el que se obtuvo.	39
3.10.	Ejemplos de grafos obtenidos con la regla R1.	40

3.11. Distribución de grados de los grafos creados con la regla R2 con diferentes longitudes de enlace dinámico. En cada serie de datos se señala el grado máximo alcanzado y la longitud de enlace dinámico en el que se obtuvo.	41
3.12. Ejemplos de grafos obtenidos con la regla R2	42
3.13. Comparación de la distribución de grados entre R1 y R2.	43
3.14. Comparación de la distribución de grados entre R1 en el ciclo 30 y R1 en el ciclo 50	44
3.15. Grafos de la misma simulación en el ciclo 30 y en el ciclo 50	45
3.16. Diámetros para grafos de diferente orden con la regla R1	46
3.17. Diámetros para grafos de diferente orden con la regla R2	47
3.18. Ejemplo del anillo inicial para los experimentos con el modelo propuesto.	48
3.19. Grafos con 100 nodos creados en PlanetSim, los nodos de color más intenso son los de mayor grado. (a) Grafo creado con el protocolo Symphony. (b) Grafo creado con el modelo propuesto.	49
3.20. Diámetro de la red creada con el modelo propuesto en cada ciclo de simulación.	50
3.21. Diámetro promedio de la red vs número de nodos del modelo de recableado y Symphony.	51
3.22. Cambio en el coeficiente de agrupamiento promedio de la red con el modelo de recableado durante la simulación.	52
3.23. Coeficiente de agrupamiento promedio de redes de distinto orden creadas con el modelo de recableado propuesto y con Symphony.	53
3.24. Cambio en la longitud de trayectoria promedio de la red con el modelo de recableado durante la simulación.	54
3.25. Longitud de trayectoria promedio de redes de distinto orden creadas con el modelo de recableado propuesto y con Symphony.	55
4.1. Grafos generados con el modelo propuesto con las distintas reglas de recableado, cada nodo tiene dos enlaces dinámicos y longitud de enlace máxima igual a D.	60
4.2. Propiedades del Grafo R1 - D de la Figura 4.1a durante el proceso de degradación por fallas aleatorias.	61
4.3. Grafo R1 - D de la Figura 4.1a en distintos puntos de la degradación por fallos.	63
4.4. Cambio en las propiedades del Grafo R1-D de la Figura 4.1a durante el proceso de degradación en 10 secuencias de fallo distintas.	64
4.5. Propiedades del Grafo R2 - D de la Figura 4.1b durante el proceso de degradación por fallos.	65

4.6. Grafo R2 - D de la Figura 4.1b en distintos puntos de la degradación por fallos.	66
4.7. Fallos sobre los grafos R1. Comparación entre los puntos críticos de la regla R1 por longitud de enlace dinámico.	69
4.8. Fallos sobre los grafos R2. Comparación entre los puntos críticos de la regla R2 por longitud de enlace dinámico.	71
4.9. Propiedades del Grafo R1-D de la Figura 4.1a durante el proceso de degradación por ataques.	73
4.10. Grafo R1 - D de la Figura 4.1a en distintos puntos de la degradación por ataques.	74
4.11. Propiedades del Grafo R2-D de la Figura 4.1b durante el proceso de degradación por ataques.	75
4.12. Grafo R2 - D de la Figura 4.1b en distintos puntos de la degradación por ataques.	76
4.13. Ataques sobre los grafos R1. Comparación entre los puntos críticos de la regla R1 por longitud de enlace dinámico.	78
4.14. Ataques sobre los grafos R2. Comparación entre los puntos críticos de la regla R1 por longitud de enlace dinámico.	80
B.1. Propiedades del Grafo R1 - D de la Figura 4.1a durante el proceso de degradación por fallas aleatorias secuencia 6.	88
B.2. Grafo R1 - D de la Figura 4.1a en distintos puntos de la degradación en la secuencia 6 de fallo.	89

Índice de tablas

2.1. Trabajos relacionados.	18
3.1. Datos obtenidos con la regla R1. Valores del coeficiente de agrupamiento promedio, diámetro y longitud de trayectoria promedio del grafo inicial y grafos finales con diferentes longitudes de enlace dinámico.	33
3.2. Datos obtenidos con la regla R2. Valores del coeficiente de agrupamiento promedio, diámetro y longitud de trayectoria promedio del grafo inicial y grafos finales con diferentes longitudes de enlace dinámico.	34
4.1. Fallos sobre los grafos R1. Puntos críticos promedio pc_i , pc_m y pc_f durante la fase de transición.	68
4.2. Fallos sobre los grafos R2. Puntos críticos promedio pc_i , pc_m y pc_f durante la fase de transición.	70
4.3. Ataques sobre los grafos R1. Fracción crítica de nodos removidos promedio hasta el punto en el que comienza la ruptura del componente gigante.	77
4.4. Ataques sobre los grafos R2. Fracción crítica de nodos removidos promedio hasta el punto en el que comienza la ruptura del componente gigante.	79

Introducción

Durante el último par de décadas se ha observado la consolidación de un nuevo enfoque en el análisis de sistemas, un enfoque que intenta estudiar al sistema como un todo y no únicamente a las partes que lo conforman. La *Ciencia de redes* surge como un conjunto de modelos matemáticos, herramientas de análisis y en general una nueva perspectiva de estudio, sustentada por la teoría de grafos, mecánica estadística y el enfoque de sistemas complejos, que permite obtener una comprensión más profunda de los fenómenos que se estudian bajo esta perspectiva [1].

Aun cuando no existe una definición exacta podemos decir a grandes rasgos que, un *sistema complejo* está formado por un conjunto de elementos individuales, o agentes, que actúan bajo un conjunto de reglas locales sencillas. Como resultado de la interacción entre estos agentes, surgen diversas propiedades, o comportamientos más elaborados en el sistema, denominados *emergentes*. Estas propiedades emergentes, aunque son consecuencia de la interacción entre los individuos, no son una función lineal de las reglas locales del sistema. Es por esto que, para analizar un sistema complejo, no podemos estudiar únicamente a los agentes como entidades aisladas, sino que se debe tomar en cuenta que las interacciones que surjan entre ellos a nivel local tendrán un papel importante en la dinámica global.

Una de las propiedades emergentes más importantes es la formación de una estructura subyacente que une a los elementos del sistema, esta estructura se denomina *red compleja* cuyas propiedades estructurales son el soporte de los procesos que ocurren sobre el sistema.

El estudio de las redes complejas específicamente, y en general la ciencia de redes, se ha incrementado en las últimas décadas, gracias a que se ha podido identificar la emergencia de redes complejas en diversos sistemas dentro de áreas de conocimiento como la física, biología y ciencias sociales, entre otras [2]. En el área de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC) se han utilizado para describir la

estructura de la Internet [3], una red de computadoras interconectadas y de la propia WWW (del inglés World Wide Web) [4], una red de ligas web, por mencionar algunas aplicaciones.

Una *red*, es un conjunto de elementos, también llamados *nodos* o *vértices*, que se conectan entre sí a través de *enlaces*, también llamados *aristas*. Matemáticamente una red se describe como un grafo $G = (V, E)$ en donde V es un conjunto de vértices y E un conjunto de aristas que conectan parejas de vértices. Los nodos en una red compleja pueden representar personas, neuronas, artículos de investigación o computadoras, por mencionar algunos [2]. Cada red compleja presenta características topológicas específicas, las cuales caracterizan su conectividad e influyen altamente en la dinámica de los procesos ejecutados sobre la misma [5]. Dentro del área de TIC, se puede observar cómo influye la estructura en los sistemas P2P de compartición de contenidos [6] o en los sistemas de redes inalámbricas de sensores [7], por mencionar algunos ejemplos.

Existen algunos experimentos que proponen modelar la creación de una red compleja como un proceso dinámico que parte de un grafo inicial al que se asocia con un conjunto de reglas sencillas de agregación o crecimiento que permiten llevar al grafo hasta un punto en que su estructura soporta eficientemente una serie de funciones. La idea principal de este trabajo es estudiar las propiedades estructurales de las redes complejas, mientras se construyen de manera dinámica, para luego analizar de manera general cómo la integración de estas estructuras puede ayudar en la construcción de distintos tipos de sistemas de TIC, intentando encontrar estructuras que los doten de propiedades como la tolerancia a fallos, robustez ante ataques, reducción en los tiempos de búsqueda o propagación de información, además de cumplir con los requerimientos propios del sistema.

1.1 Delimitación del problema y pregunta de investigación

Este trabajo se centra en los modelos de creación de redes complejas de manera dinámica y distribuida. El principal propósito es encontrar aquellas reglas locales que puedan hacer emerger grafos con características de redes complejas que puedan tener un impacto en sistemas de TIC.

La pregunta de investigación, vinculada con la hipótesis de trabajo, considera que las decisiones locales de (re)conexión, en las que interviene la información de que dispo-

ne un nodo, pueden dar lugar a estructuras o grafos emergentes con propiedades de las redes complejas, aun si partimos de un grafo que no exhibe estas características. Puesto de otra forma, nos preguntamos: ¿cómo impactan las reglas locales de reconexión (recableado) en la emergencia de ciertas propiedades estructurales y funcionales observadas en redes complejas?

1.2 Objetivos

La idea principal de este trabajo es estudiar las propiedades estructurales de redes complejas, y cómo estas pueden impactar en la construcción de distintos tipos de sistemas de TIC, analizando el impacto de dichas estructuras en propiedades como la tolerancia ante fallos, robustez ante ataques, reducción en los tiempos de búsqueda o propagación de información, además de cumplir con los requerimientos propios del sistema. Para lograr este fin definimos los siguientes objetivos.

1.2.1. Objetivo general

Estudiar las propiedades estructurales de las redes complejas, buscando aquellos mecanismos locales de conexión y reconexión que permitan la creación de redes con características que impacten en las funciones de un sistema.

1.2.2. Objetivos específicos

- Proponer un mecanismo de recableado que permita la emergencia de grafos con propiedades observadas en redes complejas.
- Analizar las propiedades de los grafos creados con el mecanismo propuesto.
- Analizar el impacto de procesos de degradación en los grafos construidos.

1.3 Metodología

Observamos que existe una oportunidad de investigación relacionada con el uso de herramientas de simulación para el estudio de redes de escala masiva. Tenemos la experiencia para abordar el problema usando modelos basados en agentes, que pueden validarse usando técnicas de simulación de eventos discretos. Bajo este enfoque los nodos son vistos como agentes y el sistema del cual forman parte es una red en la que los nodos se comunican entre sí intercambiando información a través de sus vecinos de manera distribuida. En un trabajo previo [8], utilizamos herramientas para la creación de redes con el enfoque de recableado de enlaces. La idea principal consiste en que cada agente del sistema toma en cuenta la utilidad que le pueden aportar otros agentes, para reconectar sus enlaces en beneficio propio. En este trabajo observamos la importancia de los comportamientos locales como el sustento en el que se puede construir la auto-organización.

Creemos que el enfoque de recableado es muy útil para aprovechar los recursos existentes en el sistema. Consideramos que nuestro trabajo puede aplicarse en sistemas de TIC que implementen procesos de encaminamiento basados en saltos entre nodos, por ejemplo, redes par a par (P2P o peer-to-peer, por sus siglas en inglés), o redes de sensores.

La metodología propuesta para cumplir los objetivos consiste en los siguientes puntos:

- Proponer un mecanismo de creación de redes con sencillas reglas de recableado con las que cada nodo tome decisiones de manera distribuida.
- Generar grafos con el modelo propuesto bajo diferentes parámetros experimentales.
- Caracterización de los grafos obtenidos tomando en cuenta la distribución de grados, coeficiente de agrupamiento, diámetro y longitud de trayectoria promedio.
- Analizar la degradación de los grafos creados mientras son sometidos a procesos de fallos aleatorios y ataques dirigidos.
- Caracterización de los grafos obtenidos de acuerdo con su comportamiento ante los procesos de degradación.

1.4 Contribuciones del proyecto

Del presente proyecto se produjo el siguiente artículo de investigación:

- *“Distributed rewiring model for complex networking: The effect of local rewiring rules on final structural properties”* [9]. En este trabajo se describe el modelo de construcción por recableado de manera distribuida propuesto en el Capítulo 3, así como las propiedades observadas en los grafos construidos con el mismo.

1.5 Estructura de la tesis

El resto de esta tesis contiene los siguientes capítulos: En el Capítulo 2, se revisan los primeros modelos descritos para la construcción de redes complejas, la descripción de algunas propiedades funcionales que son de importancia para los sistemas de TIC y los trabajos relacionados con este proyecto. En el Capítulo 3, se describe el modelo propuesto para la creación de grafos y el análisis de las estructuras obtenidas con esta propuesta. En el capítulo 4, se analiza el comportamiento de los grafos antes mencionados ante procesos de degradación por fallos y por ataques. Finalmente, en el capítulo 5, se presentan las conclusiones y perspectivas a futuro del trabajo presentado.

Antecedentes

Las redes complejas pueden contener miles o millones de nodos, por ejemplo, la red que modela a la sociedad global, en donde las personas son vistas como nodos y donde, una pareja de nodos comparte una arista si las personas que representan se conocen directamente. Decimos que dos nodos o vértices están a una distancia 1, si tienen una arista que los conecta directamente. Decimos que están a una distancia 2, si el camino más corto que los une tiene dos aristas. Podemos generalizar esta medida y decir que están a una distancia d , si el camino más corto que los une tiene d aristas [10].

En este capítulo se presentan los fundamentos de los modelos de creación de redes complejas, se describen algunas propiedades funcionales que son de importancia para los sistemas de TIC y los trabajos relacionados con este proyecto.

2.1 Experimento de Milgram

En 1967 Stanley Milgram, psicólogo estadounidense, condujo un experimento que generaría un mayor interés en el estudio de las redes complejas [11]. El experimento consistió en enviar cartas desde Omaha, Nebraska, hasta una persona en Boston, Massachusetts cuyos datos básicos se encontraban en el mensaje. La carta debía enviarse únicamente entre contactos directos, es decir, cada persona en posesión de la carta sólo podía usar sus vínculos con conocidos y amistades para acercarla a su destino final. Sólo si éste era su conocido podía entregarla directamente. Por ejemplo, si una persona tenía a un familiar viviendo en Massachusetts y el mismo representaba su mejor opción para acercar la carta a su destino, podía enviarla a él a través del servicio postal para continuar con el experimento. Las interrogantes eran

¿podría la carta llegar a la persona indicada en el mensaje? y si fuera así, ¿cuántas personas se necesitarían para dirigir la carta hacia su objetivo? El resultado fue sorprendente ya que, a pesar que no todas las cartas pudieron llegar al destino final, las que lo lograron lo hicieron en un número de intercambios o saltos muy pequeño. En promedio se necesitaron 5.5 saltos para entregar la carta. La propiedad de tener estas distancias en redes complejas es llamada fenómeno de los mundos pequeños, debido a que la distancia encontrada es muy pequeña en comparación con el *orden*¹ de la red.

El experimento de Milgram permitió conocer la longitud de las cadenas de conocidos, o distancias entre personas, dentro de los Estados Unidos utilizando el servicio postal de esa época. Décadas más tarde Dodds, Muhamad y Watts realizaron un experimento similar que persiguió el mismo objetivo, encontrar la longitud de las cadenas de conocidos, esta vez utilizando el servicio de correo electrónico a escala global [12]. El experimento tuvo una mayor cantidad y diversidad de participantes, estos debían enviar sus correos electrónicos hacia sus conocidos en un intento de hacer llegar el mensaje hacia 18 personas objetivo distribuidas entre 13 países. En este caso se tuvo un menor porcentaje de mensajes exitosos del total de mensajes que iniciaron el experimento (1.5%), es decir que completaron su ruta hacia el destino, comparado con el porcentaje de paquetes exitosos del experimento de Milgram (19%). Resultado relacionado con la falta de interés de algunos participantes por reenviar los mensajes y a que algunos mensajes eran considerados como *spam* en las bandejas de correo. A pesar de esto, considerando tanto las cadenas exitosas como las incompletas, lograron estimar que la longitud promedio de las cadenas de conocidos estaba entre 5 y 7 saltos, encontrando resultados similares a los obtenidos por Milgram. Además observaron de su experimento que, la estructura de una red obtenida empíricamente sólo puede ser completamente entendida a la luz de las acciones, estrategias y percepciones de los individuos que la forman.

En este trabajo estudiamos las propiedades estructurales de las redes complejas, tomando en cuenta para su formación, las acciones o decisiones tomadas localmente por los individuos del sistema. Dentro del estudio de redes complejas, se han analizado las estructuras que se obtienen de sistemas existentes y su influencia en la dinámica de los procesos que ocurren en ellos, por ejemplo la red conformada por las neuronas del cerebro y las conexiones entre ellas [13]. Por otro lado, se han propuesto diversos modelos para la creación de redes con características específicas, como las distancias cortas entre nodos descritas en los experimentos previamente mencionados, estos modelos intentan describir cómo es la formación de vínculos en redes reales. Uno de los primeros modelos es el de formación de redes aleatorias, el cual ha servido incluso

¹La definición de *orden*, así como todas las definiciones sobre teoría de grafos mencionadas en este trabajo, se encuentran en el Apéndice A.

como base para la construcción de otros modelos.

2.2 Redes aleatorias

En 1959, los matemáticos Paul Erdős y Alfréd Rényi introdujeron uno de los primeros modelos para generación de redes aleatorias, consideraron que la estructura que subyace en las redes de la vida real se forma de manera aleatoria, es decir que en un ambiente en el que ningún individuo se conoce; las relaciones se forman a partir de elecciones aleatorias [14]. Este modelo de grafos es llamado *Modelo Erdős-Rényi*. Al conjunto de redes aleatorias comúnmente se les conoce como *Grafos aleatorios Erdős-Rényi* o *Redes Erdős-Rényi* y se identifican como $ER(n, p)$, expresión que describe al conjunto de grafos de n vértices en los que cada posible pareja de vértices está conectada con una probabilidad de conexión p . Los grados de los vértices de una red aleatoria siguen una distribución Binomial que para valores muy grandes de n tiende a convertirse en una distribución de Poisson, la longitud promedio de trayectoria es $\frac{\log(n)}{\log(np)}$ y se tiene un coeficiente de agrupamiento definido por la probabilidad de conexión p [15].

El trabajo de Milgram y el conjunto de grafos $ER(n, p)$ son precursores de algunos modelos de redes complejas (por ejemplo, Redes libres de escala [16]) y de algunos de los experimentos más significativos dentro de esta área, como el trabajo de Kleinberg [17] que se menciona más adelante.

2.3 Modelos de generación de redes complejas

Las conexiones entre personas no siempre son resultado de acciones aleatorias como en el *modelo Erdős-Rényi*, sino que surgen de decisiones individuales que pueden tomarse a través de un proceso dinámico que, con el tiempo, genera estructuras funcionales para la sociedad de la que forman parte. El estudio de estas decisiones da lugar a nuevos modelos de redes en los que, además de movimientos aleatorios, se toman en cuenta diferentes estrategias de construcción que dan lugar a propiedades como la de mundos pequeños, que se explica más adelante. Los modelos de generación de redes complejas más estudiados en la literatura son: el modelo de mundos pequeños y el modelo de redes libres de escala.

2.3.1. Redes de mundos pequeños

En 1998, Duncan J. Watts y Steven H. Strogatz [18] desarrollaron un modelo para la creación de redes cuyas características principales son: i) exhibir el fenómeno de mundos pequeños, es decir que la distancia promedio que separa a cualquier par de nodos es muy pequeña, ii) que el coeficiente de agrupamiento sea alto y iii) una distribución de grados que obedece a una función exponencial. Los grafos creados con este modelo son llamados *Grafos de mundos pequeños Watts-Strogatz (WS)*.

Para formar un grafo de mundos pequeños WS se consideran n vértices y un número par k de aristas, donde $n \gg k \gg \ln(n) \gg 1$. Los vértices se ordenan en una lista circular que se puede ver como un anillo y se establecen por cada vértice, $k/2$ conexiones a la izquierda y $k/2$ conexiones a la derecha. Después, para cada vértice, tomamos cada una de sus aristas y con una probabilidad p de reconexión, desconectamos cada una de sus aristas y las conectamos hacia otro nodo elegido con una distribución uniforme. En la Figura 2.1 se muestra una red de mundos pequeños con distintas probabilidades de reconexión. En la Figura 2.1a se muestra el grafo con probabilidad de reconexión $p = 0$, se observan los k vértices conectados como se establece al inicio, el grafo resultante es también llamado *grafo regular*. En la Figura 2.1b se observa que se reconectaron algunas aristas, dando lugar a un grafo con la propiedad de mundos pequeños. Lo que es importante destacar es que si establecemos la probabilidad $p = 1$ como se muestra en la Figura 2.1c, el grafo resultante es de hecho un grafo aleatorio de tipo $ER(n, p)$, donde n es el número de nodos y p es la probabilidad de reconexión mencionada antes.

El modelo Watts-Strogatz parte de un grafo regular y, a medida que avanza en la reconexión de vértices, la longitud promedio de la trayectoria disminuye y el coeficiente de agrupamiento aumenta. El fenómeno de mundos pequeños emerge en un intervalo en que p asume valores tales que $0.001 < p < 0.1$. El grado promedio de un grafo G con estructura de mundos pequeños está dado por $p(n - 1)$. La principal característica de este tipo de redes es que tienen una longitud de trayectoria promedio de orden $O(\log n)$, donde n es el número de nodos en la red y un coeficiente de agrupamiento igual a $\frac{3(k - 2)}{4(k - 1)}$ [15].

2.3.2. Redes libres de escala

Existen redes en el mundo real que tienen características que no pueden ser totalmente representadas por las redes de mundos pequeños. En 1999 Albert-László Barabási y su estudiante Réka Albert [16] realizaron un estudio en el que se observó que la

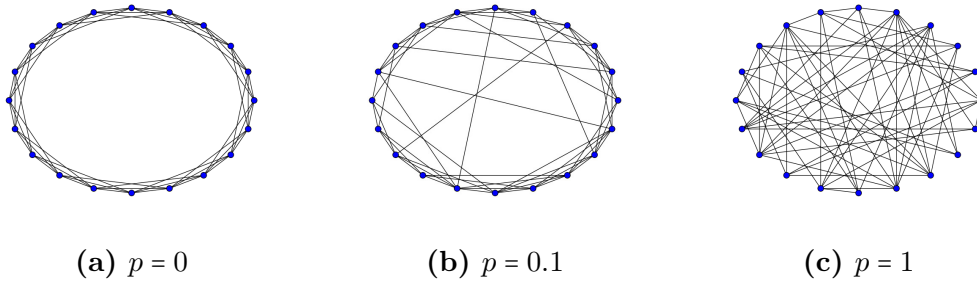


Figura 2.1: Grafos WS con 20 vértices, $k=6$ y distintas probabilidades de reconexión.

distribución de grados de muchas redes sigue una distribución de ley de potencias. Las redes que tienen este tipo de distribución son llamadas *Redes libres de escala*. Este nombre se debe a que la ley de potencias tiene la característica de ser libre de escala, lo que significa que observaremos el mismo comportamiento de la función en distintas escalas.

El *modelo Barabási-Albert (BA)* refleja una característica importante que es la formación de un subconjunto muy pequeño de nodos con un grado muy alto, a los que se denomina *nodos concentradores* o *hubs*. En una red como Internet, por ejemplo, los concentradores más grandes e importantes son los nodos que permiten la conexión entre los continentes y constituyen el llamado *backbone* o dorsal de Internet. Barabási y Albert nos proporcionan un modelo con *preferencias de conexión*.

El procedimiento para crear un grafo del modelo BA, también llamados *Grafos BA*, comienza con una red de tipo Erdős-Renyi de m_0 nodos, en la que se agregan K vértices. En cada iteración insertaremos un vértice v a la red hasta completar K iteraciones. Cada vértice tiene m aristas ($m \leq m_0$) conectadas a él que posteriormente se conectan a los vértices que ya pertenecen a la red, esta conexión se da de acuerdo con una probabilidad proporcional al grado del vértice elegido. Al finalizar el proceso se tendrá una red con n nodos donde n es igual a $m_0 + K$.

La distribución de grados de este tipo de redes, que describe cual es la probabilidad de que un nodo elegido al azar tenga un grado k , está dada por $P[k] \propto k^{-\alpha}$, $\alpha > 1$, donde α es un exponente de escala y k puede ser un número entre 0 y K . Esta distribución indica que existen pocos vértices que tienen un grado muy alto y muchos vértices con un grado bajo. La longitud promedio de trayectoria es $\frac{\log(n)}{\log(\log(n))}$ [15]. El coeficiente de agrupamiento es $\frac{(\log(n))^2}{n}$.

2.4 Propiedades estudiadas

En TIC se encuentran sistemas en los que la presencia de grafos se reconoce inmediatamente, por ejemplo: la topología de conexiones en una red de telecomunicaciones o la topología de interacciones entre los procesos de un sistema paralelo. Las redes complejas se han convertido en una herramienta importante para el estudio y mejora de los sistemas mencionados, permitiendo la creación de una estructura base que permita maximizar las capacidades de cada componente individual.

Cada red compleja presenta características topológicas específicas, las cuales caracterizan su conectividad e influyen altamente en la dinámica de los procesos ejecutados sobre la misma [5]. Dentro del área de TIC, se puede observar cómo influye la estructura en los sistemas P2P de compartición de contenidos [6] o en los sistemas de redes inalámbricas de sensores [7], por mencionar algunos ejemplos.

Podemos reconocer propiedades importantes por su impacto directo en las funciones de un sistema de TIC, los cuales se ven afectados por la estructura subyacente de una red compleja dada: la navegabilidad de la red, o su robustez ante procesos de degradación son sólo dos ejemplos importantes.

2.4.1. Navegabilidad

Dentro de las distintas características de las redes complejas encontramos una que llama nuestra atención por los beneficios que implica en TIC. En el 2000, Jon M. Kleinberg describió la navegabilidad de una red [17] la cual se refiere a tener tiempos de búsqueda muy acotados en la red, del orden de $O(\log(n))^2$. Inspirado por el experimento de Milgram y por el modelo de redes de mundos pequeños propone un nuevo conjunto de redes a las que llama *redes navegables*.

Kleinberg observó en el experimento de Milgram que, además de que la red tiene distancias en saltos muy cortas entre nodos distantes geográficamente, los individuos eran capaces de encontrar estos caminos cortos entre nodos, a partir de información local sin tener un conocimiento de la estructura global que los conectaba entre sí. De los experimentos realizados por Kleinberg se sabe que la estructura de la red ayuda a que se encuentren los caminos cortos (lo que la hace navegable) y encontró que, no todo el conjunto de redes de mundos pequeños cuenta con esta propiedad. Sabiendo esto, propone un modelo para construir directamente redes que cuenten con la característica de ser navegables.

El trabajo de Kleinberg muestra cómo los procedimientos de encaminamiento de información se pueden ver beneficiados por la estructura que subyace en el sistema. Recientemente se han hecho esfuerzos por mejorar el modelo de Kleinberg para obtener estructuras que agilicen la búsqueda descentralizada en la red [6, 19]. Esta característica resulta de gran importancia en aplicaciones de tecnologías de la información. Si lo que queremos es agilizar, por ejemplo, la búsqueda en un sistema en el que se comparten contenidos como lo es un sistema P2P.

2.4.2. Tolerancia ante fallos y robustez ante ataques

Una propiedad importante para los sistemas de TIC es la capacidad de mantener la conectividad de la red de comunicaciones mientras es sometida a procesos de degradación como son: ataques dirigidos o fallos aleatorios en sus nodos. Un *fallo* sucede cuando un elemento aleatorio en la red detiene su funcionamiento, o es eliminado de la red. Un *ataque* sucede cuando el nodo que falla es elegido previamente con conocimiento de sus características para tratar de causar el mayor daño posible sobre la red.

Albert, Jeong y Barabási, estudiaron el comportamiento de redes complejas ante procesos de degradación [20]. Utilizando la teoría de la percolación, encontraron el porcentaje de vértices que pueden fallar antes de que la red se divida o desconecte en diversos componentes pequeños. Encontraron que las redes libres de escala tienen la propiedad de tener una alta tolerancia ante fallos, esto se debe a que es más probable que fallen nodos con menor grado lo que permite que se forme un componente gigante, es decir un subgrafo cuyo número de nodos es proporcional al orden total de la red por lo que una gran cantidad de elementos aún se mantienen conectados. El componente gigante va disminuyendo lentamente su tamaño conforme fallan los nodos. Las redes libres de escala también son muy vulnerables ante ataques ya que al seleccionar a los nodos con mayor grado se logran destruir aquellos nodos (o puentes) más importantes en la red lo que ocasiona la formación de diversos componentes de menor orden.

En el mismo estudio se encontró que las redes que tienen una distribución de grados exponencial son más robustas ante ataques que las redes libres de escala, sin embargo su tolerancia ante fallos no es tan buena. En este tipo de redes no se encuentra la formación de un componente gigante durante el proceso de degradación.

En el trabajo de Reuven Cohen *et al.* [21] se estudia un caso específico para confirmar los resultados encontrados por Albert *et al.*, ellos analizaron cómo actúa una red ante constantes fallos. Específicamente estudiaron la estructura de Internet que sigue una

distribución de ley de potencias². Mostraron analítica y numéricamente que, para redes con distribución de ley de potencias y $\alpha \leq 3$, la desconexión de vértices sucede cuando el número de vértices en fallo es muy alto, confirmando los resultados descritos por Albert, Jeong y Barabási. Internet tiene una distribución de grados con $\alpha \approx 2.5$. Mostraron que Internet es altamente resistente a fallos, el resultado de Reuven Cohen *et al.* nos dice que teniendo menos del 99% de nodos con fallos, la red aún permanece en funcionamiento ya que los nodos más importantes en la red siguen en contacto, si el porcentaje de nodos en fallo excede el 99%, la red se desintegra en pequeños grafos desconectados.

En 2001 Reuven Cohen *et al.* [22] realizaron un análisis sobre la destrucción de Internet a través de ataques intencionados, el resultado fue sorprendente pues, a pesar de que estas redes tienen un $\alpha \leq 3$ y por lo tanto son muy resistentes a fallos, son muy sensibles a ataques intencionales. Basta con atacar un número muy pequeño de concentradores para que la red se divida en componentes aislados. Al tener una red libre de escala de este tipo se tienen muy pocos concentradores lo cuales al ser removidos hacen que la red se desintegre debido a que estos concentradores pueden entenderse como *puentes* entre una gran cantidad de subgrafos en la red.

2.5 Trabajo relacionado

Las propiedades estructurales de un grafo pueden traducirse en diversos comportamientos dependiendo del sistema que los utiliza. En las últimas décadas se ha intensificado el estudio de estos grafos en sistemas biológicos, físicos y sociales, de modo que se han descubierto sistemas en los que estructuras cercanas a redes complejas surgen de manera natural y se han simulado escenarios que incluyen estas estructuras para conocer sus ventajas y desventajas [2].

La formación de una red compleja puede ser resultado de un proceso en el que cada elemento de la red toma decisiones locales para generar un cambio en la estructura global. Se puede observar que una gran cantidad de redes de la vida real se forman a través de este proceso. En el trabajo de Eugene Ch'ng [23], por ejemplo, se puede observar cómo una interacción entre los individuos de redes reales puede generar estructuras interesantes. Ch'ng mostró que los eventos en Twitter, ya sea un tema en especial o una noticia reciente, junto con la actividad de los comentarios hechos por la comunidad acerca de la noticia, forman una red de mundos pequeños. Para formar la red, Ch'ng se enfocó en seguir un tema en particular, el atentado sucedido

² $P[k] \propto k^{-\alpha}, \alpha > 1$, α es el exponente de escala

durante el maratón de Boston en abril del 2013, observando la actividad de los comentarios en twitter sobre este tema y en específico de la liberación del principal sospechoso notando que existían personas a favor y en contra. Los nodos de la red eran las etiquetas y comentarios relacionados con esta discusión y las noticias sobre el estado de la situación del sospechoso. Analizando esta estructura encontró que la constante argumentación entre los usuarios acerca del tema no sólo daba forma a la red de mundos pequeños sino que la fortalecía a través del tiempo. Se encontró que las cuentas de los canales de noticias se encontraban entre los nodos de mayor centralidad de grado mientras que los nodos más importantes, al ser los principales puentes de comunicación en la red, eran las etiquetas que generaban más discusión entre los usuarios. Entender el fenómeno de mundos pequeños en relación con los movimientos sociales o cívicos en línea es importante, debido a que el soporte o eliminación de los nodos con alta centralidad tiene ramificaciones importantes en la manera en que se conducirá y expresará el movimiento social [23].

Tomando en cuenta el trabajo de Ch'ng observamos la importancia de las interacciones locales entre los nodos de una red para darle forma a esta, generando estructuras con propiedades interesantes que pueden ser traducidas en distintas ventajas o desventajas para el sistema que pueda contenerlas. Dentro de los trabajos que estudian modelos de creación de manera distribuida podemos encontrar, por un lado nuevas propuestas enfocadas a mejorar alguna característica de un sistema específico, por el otro lado modelos que intentan introducir estructuras ya conocidas (p.e., red libre de escala) para aprovechar sus propiedades.

Existen diversos esfuerzos para introducir estructuras de red compleja en sistemas de TIC, por ejemplo, en redes P2P como lo mencionamos anteriormente [24, 25]. En todos los casos, la estructura subyacente debe adaptarse al propósito del sistema. En Marza *et al.*, por ejemplo, los autores proponen un sistema de streaming de video, soportado por una estructura híbrida que combina características de redes de mundos pequeños y libres de escala. Además proponen un modelo de agregación de nodos en el que cada par toma en cuenta su posición geográfica [26]. El modelo que proponen genera una estructura más robusta y tolerante a fallas. Los autores compararon su solución con estructuras de mundos pequeños, redes libres de escala y redes estructuradas, mostrando que su modelo tiene longitudes de trayectoria promedio menores y coeficiente de agrupamiento más alto que los demás modelos.

También es importante mencionar el trabajo de Manku *et al.*, en el que los autores proponen el protocolo Symphony, el cual construye una topología de Watts-Strogatz. Symphony fue desarrollada para mejorar escalabilidad y la complejidad de búsqueda en la red resultante [6]. Una red P2P dinámica se administra utilizando Tablas Hash Distribuidas (o DHT por sus siglas en inglés), las cuales contienen información de

estados actualizada. Cuando ocurre un cambio en la estructura de la red, ya sea por la adición o eliminación de un equipo u objeto, se deben actualizar las tablas hash que contienen los índices de los datos almacenados. Dichas actualizaciones generan costos grandes que pueden llegar a limitar la escalabilidad en la red. El objetivo de Symphony es agilizar la actualización de tablas hash distribuidas inspirado en las ideas de Kleinberg. La red resultante cumple los criterios de escalabilidad, estabilidad, desempeño, flexibilidad y simplicidad. Los autores mostraron usando simulaciones que, con un número constante de enlaces de largo alcance igual a $k = O(1)$, es posible redireccionar búsquedas hash con una latencia promedio de $O(1/k \log^2 n)$ saltos. Como resultado obtuvieron una red en la que cada nodo requiere pocos enlaces hacia otros nodos de la red.

Matei Ripeanu *et al.*, exploraron la red Gnutella [27] usando un *rastreador*, y encontraron que su estructura es cercana al modelo libre de escala, el cual tiene un impacto en su rendimiento y confiabilidad. Por el contrario, encontraron que el tráfico generado limita la escalabilidad debido a la existencia de nodos concentradores que tienen una carga de tráfico muy alta. Además, las redes libres de escala han sido propuestas como soporte de videojuegos multijugador en línea (*MMOG*, del inglés *Massive Multiplayer Online Game*) sobre redes P2P. Actualmente estos juegos se ejecutan sobre sistemas centralizados. El uso de redes P2P podría mejorar este servicio y verse reflejado en el costo del juego para el usuario final. En el trabajo de Ferretti y D'Angelo, por ejemplo, podemos ver que el diámetro de la red libre de escala permite que las actualizaciones y eventos del juego lleguen a todos los jugadores en pocos saltos [28]. Además la topología se vuelve altamente tolerante a fallos, pero muy vulnerable ante ataques intencionales que pueden ser peligrosos para el mantenimiento del servicio.

El trabajo de Wei Qi *et al.* presenta un punto de vista diferente de los estudios previamente mencionados [29]. En este caso, se construye dinámicamente una red libre de escala, usando un modelo Barabási-Albert modificado. En el nuevo enfoque, además de agregar nuevos nodos, se crean enlaces entre los nodos previamente desplegados. Ambos modelos, Barabási-Albert normal y Barabási-Albert modificado, fueron contrastados con una red de comercio electrónico real en la que se observa cómo los clientes que se suscriben en ella forman enlaces con otros clientes del portal. El resultado de este experimento muestra que en la medida en que se incrementa la escala de la red, el número de vértices de alto grado se mantiene sin cambios, mientras que el coeficiente de agrupamiento y la longitud de trayectoria promedio disminuyen hasta volverse estables. Además observaron que el modelo propuesto es más parecido a las redes del mundo real. El análisis realizado en [29] nos proveyó de una gran cantidad de ideas que se integraron en la herramienta de simulación con la que trabajamos.

En el trabajo de Guclu y Yuksel [30] vemos un ejemplo de cómo establecer reglas

locales para introducir una estructura de red libre de escala de manera distribuida en un sistema P2P. Los autores introdujeron *puntos de corte* en el grado de cada par, es decir, limitando el número máximo de enlaces que un nodo puede aceptar. Estos puntos de corte evitan la formación de nodos concentradores lo que provee escalabilidad a la red P2P. También, proponen dos mecanismos para la construcción de redes libres de escala que utilizan sólo información parcial de la topología de la red: HAPA (*Hop-and-Attempt Preferential Attachment*) y DAPA (*Discover-and-Attempt Preferential Attachment*). A través de simulaciones estudiaron la eficiencia de distintos algoritmos de búsqueda de información. Entre sus principales aportaciones, encontraron que el exponente de distribución de grado, α , se reduce a medida que el punto de corte usado en los nodos se vuelve más pequeño. Además mostraron que las topologías producidas por los mecanismos propuestos permiten una mayor eficiencia en los algoritmos de búsqueda que utilizaron.

En el caso de Colman y Rodgers [31], vemos una propuesta distinta en la que se proponen modelos basados en reglas de recableado, en este trabajo se tienen redes dirigidas en las que el recableado puede ser local o global dependiendo de cómo se selecciona al nuevo nodo en la fase de recableado. La probabilidad de cada nodo de ser elegido cambia conforme se itera en el proceso de recableado, y la conectividad de cada nodo en la red es modificada. Su principal aporte es proponer un modelo que genera redes con una distribución de grados exponencial con solo un número pequeño de concentradores; las reglas de recableado evitan la formación de una distribución de ley de potencias. Además en este trabajo, los autores estudian la conectividad de la red con diferentes reglas de recableado locales.

Por otro lado, es importante analizar la tolerancia ante fallos o ataques como una propiedad emergente de estos modelos. En el trabajo de Iyer *et al.* [32] se extienden los trabajos de Barabási [20] y Cohen [22], investigando el efecto en la estructura de la red mientras es sometida ante diferentes procesos de degradación, tomando en cuenta el grado y la centralidad, entre otras características. Muestran un estudio del impacto de los diferentes métodos de ataque en una gran variedad de redes con distintas distribuciones de grados, coeficientes de agrupamiento y algunas redes reales ya descritas en la literatura. Realizando experimentos con ataques simultáneos encontraron que, para la mayoría de los modelos, los vértices más vulnerables son aquellos con el grado más alto. En contraste, bajo ataques secuenciales sobre algunos de los modelos, remover los vértices en orden inverso con respecto al grado de intermediación (*betweenness*)³ del nodo, es el método más eficiente para degradar la estructura.

En la Tabla 2.1 se muestra un resumen de los trabajos más cercanos a lo que propone-

³Definición en el Apéndice A

Trabajo	Conectividad	Asortatividad	Navegabilidad	Tolerancia ante fallos	Tolerancia ante ataques	Usado en TIC
Manku <i>et al.</i> [6]	Si	–	–	Si	–	Si
Wei Qi <i>et al.</i> [29]	Si	–	–	–	–	Si
Guclu y Yuk-sel [30]	–	–	Si	–	–	Si
Iyer <i>et al.</i> [32]	Si	Si	–	–	Si	–
Colman y Rogers [31]	Si	–	–	–	–	–
Ferretti [33]	Si	–	Si	Si	–	Si

Tabla 2.1: Trabajos relacionados.

mos en nuestro proyecto, en estos trabajos se estudian modelos de creación de redes de manera distribuida tomando en cuenta decisiones locales, en cada uno de ellos se intenta mejorar alguna característica, en la tabla podemos observar qué características fueron las que analizaron en los grafos que se estudiaron. Podemos separar nuestra tabla en 3 diferentes tipos de modelos: a) modelos basados en redes de mundos pequeños [6], b) modelos basados en redes libres de escala [29] y [30], y c) modelos o redes complejas que no toman como base a los modelos anteriores [31], [33] y [32], sino que utilizan grafos recuperados de situaciones reales, en las que se estudia la robustez de una red. Si bien se han adaptado algunos modelos existentes a sistemas de TIC para mejorarlos y en otros casos se han creado nuevos modelos específicos para cada sistema, observamos que al enfocarse en alguna característica específica pueden dejarse del lado algunas otras que son importantes debido a que pueden enriquecer aún más el sistema para el que fueron diseñados o que a su vez podrían dejarlo vulnerable. Es interesante averiguar si puede existir un equilibrio entre algunas características importantes como los son: tiempos de búsqueda en la red, tolerancia ante fallos y ataques. Además es importante analizar el impacto de distintas reglas locales en la creación de distintas clases de redes complejas y cómo estas reglas locales se ven reflejadas a su vez en los requerimientos del sistema TIC que incluya estas estructuras.

Formación de estructuras complejas

La formación de una red compleja puede ser resultado de un proceso que da forma a la topología a través del tiempo. Diversos experimentos proponen modelar este proceso como un grafo en el que cada nodo sigue un conjunto de reglas locales de recableado. Como se mencionó previamente, se pueden observar dos grandes tipos de modelos de creación de redes complejas: los modelos de creación de nuevos enlaces y los modelos de reconexión. En este trabajo se propone un modelo en el cual, además de crear nuevos enlaces en el grafo, se recablea la estructura permitiendo que la red cambie moviendo sus enlaces tomando en cuenta la interacción entre los nodos del sistema según el modelo descrito a continuación. En el resto del capítulo se presentan el modelo principal propuesto y una variante del mismo así como los experimentos asociados con ellos. El capítulo finaliza con el análisis y discusión de las propiedades de los grafos obtenidos.

3.1 Modelo propuesto y supuestos de trabajo

En este trabajo se propone un modelo de creación de redes inspirado en la formación de vínculos entre personas. Inicialmente una persona está ligada a su comunidad inmediata: familiares, vecinos o compañeros de trabajo. Sin embargo, con el paso del tiempo puede utilizar sus enlaces iniciales para conocer a otros más allá de su entorno inmediato y crear conexiones hacia entornos más alejados. El modelo considera el proceso de envío y recepción de paquetes de información como ocurre en una red de telecomunicaciones por conmutación de paquetes, de modo que este proceso de intercambio permita a cada nodo adquirir información parcial acerca de la estructura

subyacente. Cada nodo usa a sus vecinos, que forman parte de su comunidad inicial, para encontrar aquellos nodos en la red que son potencialmente útiles para establecer enlaces de largo alcance o atajos.

La simulación del modelo se diseñó considerando un sistema distribuido en el cual cada nodo sólo conoce sus condiciones locales y puede comunicarse con los demás nodos en la red por medio de sus enlaces directos. El primer reto a resolver fue el de mantener una red en la que el cambio constante de la estructura no obstaculizara el intercambio de información. Para hacer frente a este reto se propuso organizar el proceso de construcción y los cambios que ocurren en la red *ciclos* o rondas. Los ciclos son requeridos para establecer cierta forma de sincronización. A su vez, la sincronización es requerida para mantener actualizada la información del grafo subyacente, es decir para que cada nodo tenga en todo momento información válida de la red. Cada ciclo se divide en cuatro fases principales: i) fase de intercambio de paquetes o exploración, ii) fase de sincronización, iii) fase de recableado de enlaces y iv) fase de sincronización. De este modo en la primera mitad de un ciclo los nodos se encargan de obtener información de la red en la que “viven” y, en la segunda mitad, los nodos utilizan los datos obtenidos para decidir hacia donde reconectar sus enlaces. Existen trabajos que proponen que algunos mecanismos de toma de decisiones entre las células de nuestro cerebro constan también de una dinámica en dos fases, por ejemplo el trabajo de Daniels, Flack y Krakauer [34] en el que proponen que algunos procesos para la toma de decisiones entre las neuronas se llevan a cabo con una fase de acumulación de información y otra de propagación de información.

Para poder construir el trabajo sincronizado, en el modelo se propone designar a un nodo aleatorio como *coordinador*, el cual determine y comunique la terminación y comienzo de las distintas fases dentro de cada ciclo. En el diseño del modelo propuesto se asigna directamente el identificador del coordinador a todo el sistema, sin embargo al trabajar desde el enfoque de sistemas distribuidos, la elección del coordinador puede realizarse utilizando algún mecanismo que permita el acuerdo entre los participantes de la red. Para los fines que se buscan estudiar en este trabajo se decidió omitir estos mecanismos. Los ciclos se repiten tantas veces como sea necesario hasta alcanzar un criterio de convergencia, el cual puede basarse en el beneficio diferencial, o mejora sobre la característica de nuestro interés, entre dos ciclos consecutivos. También es posible establecer un número fijo de ciclos de simulación. La Figura 3.1 presenta el diagrama de flujo de la interacción entre las fases que componen cada ciclo de simulación, las fases de sincronización marcan el inicio de la fase de recableado y el inicio de un nuevo ciclo.

Cada nodo tiene un conjunto inicial de enlaces que comparte con sus correspondientes vecinos, de acuerdo con el grafo inicial. Los enlaces pueden ser clasificados en

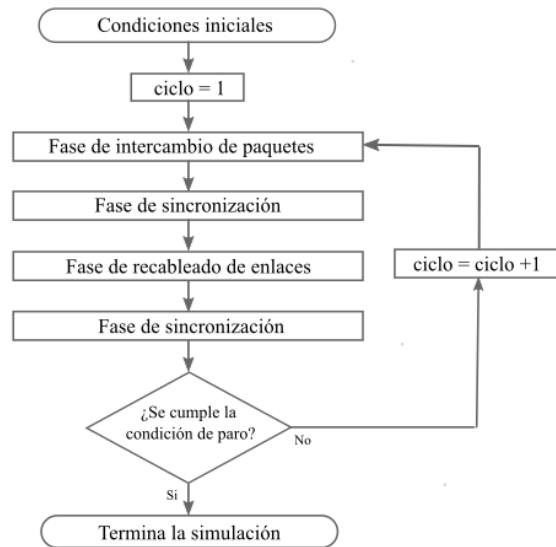


Figura 3.1: Diagrama de flujo de la interacción entre las fases del modelo propuesto.

dos subconjuntos: *fijos* y *dinámicos*. En la Figura 3.2a podemos observar esta idea en una rejilla de dos dimensiones, los enlaces que están conectados desde un inicio de acuerdo con la red inicial son los enlaces fijos y los enlaces que están en líneas punteadas son enlaces dinámicos que al inicio de la simulación no están unidos a otro nodo. Durante la fase de intercambio de paquetes (o fase de exploración), cada nodo utiliza sus enlaces incidentes para descubrir a un nodo distante que ofrezca un potencial beneficio (en este caso un beneficio para un nodo es conectarse a algún nodo en la red que le permita disminuir la distancia hacia alguna región del grafo) Figura 3.2a. Durante la fase de recableado, cada nodo reconecta su enlace dinámico menos útil hacia el nodo distante que ofrece las mejores oportunidades Figura 3.2b. Más adelante se explica con mayor detalle el funcionamiento de cada una de las fases que constituyen el modelo propuesto, así como las herramientas utilizadas en la construcción del simulador y los experimentos que se presentan en este trabajo.

La Figura 3.3 muestra un ejemplo general de la transformación de la red a través de 3 ciclos de simulación en los que se realiza el procedimiento descrito, el grafo inicial es una rejilla de dos dimensiones con 100 nodos. En el primer grafo, que indica el inicio de la simulación, todos los enlaces que se observan son fijos. En los grafos siguientes se observa que la cantidad de enlaces aumenta, esto se debe a que a partir del ciclo 1 los enlaces dinámicos se agregan al grafo y a partir de este ciclo se reconectan.

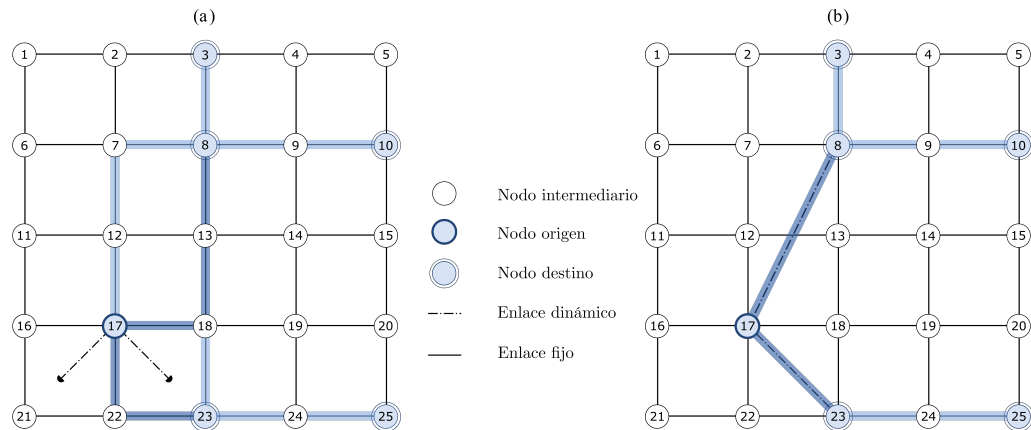


Figura 3.2: Idea principal de recableado. (a) Red inicial con enlaces fijos, los enlaces dinámicos aún no se establecen. Los enlaces sombreados señalan las rutas seguidas por paquetes de datos enviados desde el nodo 17 hacia los nodos 3, 8, 10, 23 y 25; las líneas más oscuras marcan las rutas más usadas. (b) Red después de conectar los enlaces dinámicos del nodo 17 hacia los nodos 8 y 23, lo cuales permiten acortar las rutas de los paquetes enviados previamente.

Fase de intercambio de paquetes

En el despliegue inicial, el conjunto entero de nodos es parte de una rejilla cuadrada de dos dimensiones (2D). Cada nodo 4 vecinos correspondientes a un vecindario de Von Neuman, exceptuando a los nodos que se encuentran en los bordes y esquinas de la rejilla, los cuales tienen 3 o 2 vecinos, respectivamente. Esta estructura inicial sólo está ligada por sus enlaces fijos. Mientras tanto, como ya se dijo, los enlaces dinámicos se encuentran desconectados. Se propuso una rejilla de dos dimensiones como grafo inicial para experimentar debido a que en esta estructura se puede tener un sentido de posición para cada nodo. Sin embargo, es importante notar que se puede usar el modelo de recableado en cualquier grafo inicial, sin embargo se debe tener un mecanismo de encaminamiento adecuado que garantice la entrega de cada paquete emitido. Dentro del simulador, es posible modificar tanto el algoritmo de encaminamiento como el grafo inicial fácilmente.

Cada nodo toma decisiones basadas en el conocimiento disponible que tiene sobre sus condiciones locales. Este conocimiento se construye de tres formas diferentes: i) El nodo sabe con quién se encuentra conectado de acuerdo con sus enlaces actuales, ii) conoce desde el principio su posición permanente dentro de un conjunto de coordenadas globales, iii) también mantiene un registro actualizado de las rutas que siguieron sus paquetes emitidos. Es importante mencionar que un nodo puede tener tres roles

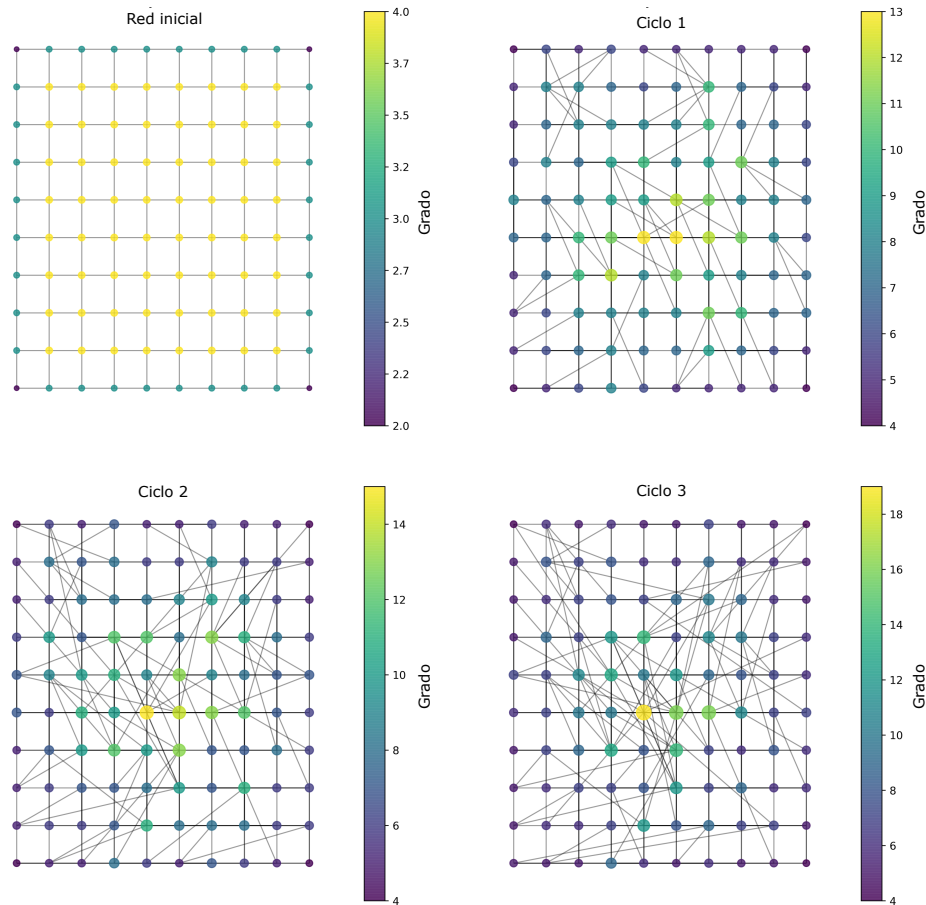


Figura 3.3: Ejemplo de la ejecución de 3 ciclos de simulación del modelo propuesto.

diferentes en la simulación: como origen, como intermediario en la reexpedición de paquetes y como destino.

Durante la primera fase de un ciclo, cada nodo genera un conjunto de paquetes, llamados *trazadores*, que serán enviados a destinos aleatorios. Basados en su información local, el nodo a cargo (ya sea origen o intermediario) reexpide el paquete trazador al siguiente paso en la ruta hasta su destino final. En la implementación desarrollada en este trabajo, los paquetes se envían hasta que se completa la ruta del último paquete, es decir el nodo envía un paquete nuevo sólo cuando recibe el acuse de recibo con la información recolectada del paquete anterior. Cabe mencionar que, los paquetes podrían enviarse simultáneamente, sin impactar en los resultados.

Tomando en cuenta los supuestos iniciales antes mencionados se puede decir que cada nodo es *consciente* de que es parte de un espacio métrico. De esta manera, el encaminamiento puede aprovechar esta propiedad. Cada nodo reenvía un paquete trazador

basado en su implementación local del algoritmo de encaminamiento conocido como compass-routing [35]. Para elegir el siguiente paso de un paquete, el encaminamiento se realiza de la siguiente manera: el algoritmo dibuja una línea imaginaria entre el origen (o nodo intermediario que tiene el paquete) y el destino. También dibuja líneas imaginarias hacia cada uno de sus vecinos. En la Figura 3.4 se observa el ejemplo de un paquete que será enviado desde el nodo a hacia el nodo f , en este caso se marcan en negro las líneas que unen al origen con sus vecinos y con el destino: \overline{af} , \overline{ab} , \overline{ac} , \overline{ad} y \overline{ae} . En su forma más simple, la cual fue implementada, el algoritmo analiza el ángulo formado entre las líneas que unen al origen con cada uno de los vecinos y la línea principal hacia destino. En el ejemplo se tienen los ángulos: $\angle caf$, $\angle fab$, $\angle fae$ y $\angle dae$. Al comparar cada ángulo formado, se elegirá al nodo vecino con el que se forma el menor ángulo con la línea del nodo destino para ser el siguiente nodo en la ruta del paquete. En el caso de la Figura 3.4 el ángulo formado con el nodo c , $\angle fac$ es el menor, por lo tanto el paquete es enviado a ese nodo. El id del nodo que envía el paquete (como intermediario) se registra en el paquete en una lista de nodos visitados, posteriormente el paquete se envía al vecino elegido por el algoritmo compass-routing el cual repetirá el comportamiento que aquí se ha descrito.

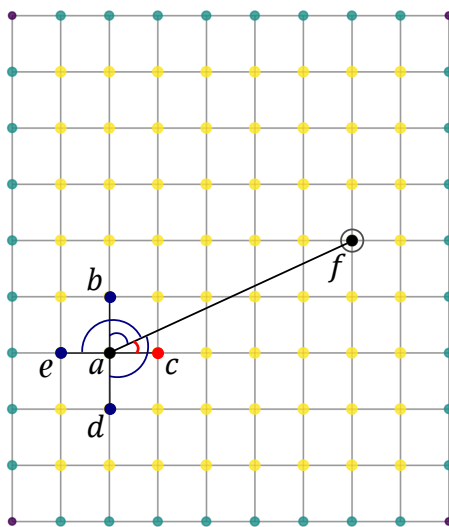


Figura 3.4: Algoritmo de encaminamiento compass-routing para elegir el siguiente paso de un paquete enviado desde el nodo a hacia el nodo f .

Fase de recableado

Cuando un trazador llega a su destino final, el receptor emite un acuse de recibo. Este nuevo paquete viaja de regreso hacia el origen por la ruta que el trazador registró

en su lista de nodos visitados. Esta información también viaja con el nuevo paquete. Es importante notar que, con la información obtenida de los acuses de recibo, un nodo origen es capaz de clasificar a los nodos recorridos por sus paquetes desde los más visitados a los menos visitados. De igual forma, el nodo clasifica a sus enlaces dinámicos de acuerdo con su utilidad en ese ciclo. La utilidad se define a partir de la cantidad de paquetes trazadores que se intercambiaron por cada uno de los enlaces dinámicos. Es importante mencionar que, para el caso particular del escenario propuesto, gracias a los enlaces fijos siempre existe una estructura que conecta a todos los nodos en la red, por lo tanto todos los paquetes tienen la posibilidad de llegar a su destino. En experimentos preliminares a este trabajo [8] se encontró que el permitir que todos los enlaces fueran reconectados podía dejar a secciones del grafo o nodos permanentemente desconectados durante la reconfiguración de la red, por lo que en el escenario aquí presentado se decidió establecer el grafo inicial como una estructura base cuyos enlaces fijos nunca cambian.

Durante la fase de recableado, cada nodo realiza una clasificación, tanto de sus enlaces dinámicos como del conjunto de nodos que descubrió en la exploración, en dos vectores llamados f_e y f_n , respectivamente. En cada caso asigna un valor de utilidad el cual es equivalente al número de veces que aparece un nodo en las rutas de los trazadores. De este modo el vector f_e lleva el registro de las veces que se utilizaron los vecinos del nodo que están conectados mediante un enlace dinámico. En tanto, f_n lleva el registro de los nodos visitados que son los posibles candidatos para convertirse en sus vecinos, así como las veces que se utilizaron para reexpedir paquetes.

Es importante mencionar que los nodos más visitados en la red no son necesariamente los que fueron objetivos finales de los paquetes trazadores, sino posibles atajos para alcanzar regiones distantes. Por lo tanto, basándose en la información recolectada y guardada en el vector f_n y así mismo considerando una regla de selección que se detallará más adelante (Ver R1 y R2), el nodo envía un mensaje de petición de conexión al candidato seleccionado para ser su nuevo vecino. Con ello le pregunta si acepta su enlace. Por su parte, el candidato responderá si acepta o no la conexión. En caso afirmativo, cada nodo agrega al otro a su respectiva lista de vecinos. Previamente, el nodo que realiza el recableado, envía una petición de desconexión sobre su enlace clasificado como menos utilizado, es decir el que menor utilidad tiene en el vector f_e , los nodos en los extremos de dicho enlace se eliminan de sus respectivas listas de vecinos actualizando así su información local. Al final de la fase, se mide el beneficio obtenido con este nuevo arreglo en términos del número de enlaces recableados en total en la red comparado con ciclos previos, la reducción esperada de la longitud de trayectoria promedio, la mejora esperada en la utilización de los enlaces temporales o cualquier medida que refleje un cambio en el conocimiento local.

Fase de sincronización

Cada nodo en la red tiene información local actualizada, pero no siempre tendrá información válida (reciente) del sistema completo, en estas circunstancias, podría ocurrir la superposición entre la fase de intercambio de paquetes y la fase de recableado, impidiendo la finalización satisfactoria de cada fase e, incluso, induciendo errores. Para evitar estos casos es necesario el uso de un nodo *coordinador*, este nodo se requiere para inducir la sincronización que evitará cualquier caso de inconsistencia de información en la red y cualquier traslapamiento de fases.

Existen dos puntos clave de la simulación que describen el fin de cada fase para un nodo: 1) cuando el nodo recibe todos los acuses de recibo de sus paquetes dando por concluida su fase de intercambio de paquetes, y 2) cuando el nodo termina de mover el enlace dinámico que ha elegido en ese ciclo de simulación, dando por concluida su fase de recableado. Cuando un nodo llega a alguno de estos puntos sabe que ha concluido la fase correspondiente pero le es imposible saber si todos los nodos en la red también la han concluido. En este caso, cuando el nodo coordinador llega a uno de estos puntos de finalización comienza con la fase de sincronización. Esta fase consiste en la implementación de los algoritmos de propagación de información (PI) y propagación de información con retroalimentación (PIF) propuestos por A. Segall [36]. El primer paso es la propagación de información con retroalimentación, cuando el coordinador termina una de las fases, propaga un mensaje hacia sus vecinos avisando que ha completado su fase. El mensaje se propagará en toda la red y regresará únicamente cuando cada nodo y sus vecinos hayan terminado la fase en la que se encuentran. Cuando el mensaje de regreso (retropropagación) llegue al coordinador éste se encargará de dar comienzo a la siguiente fase enviando un mensaje a toda la red indicando a los nodos que pueden iniciar. Después de recibir este mensaje, por parte del coordinador, cada nodo comienza con las actividades asociadas con la fase que ha sido anunciada.

Cuando la fase que termina es la de recableado, los nodos incluirán en el mensaje de retropropagación el número de enlaces que pudieron mover exitosamente. De este modo el coordinador podrá evaluar si después de la sincronización se inicia un nuevo ciclo. De ser así dará comienzo a una nueva fase de intercambio de paquetes. Si, por otra parte, el criterio de paro se determina utilizando otra medida, entonces sería ésta la que debería enviarse en el mensaje que viaja hacia el coordinador.

3.1.1. Herramientas y construcción de la simulación

El uso de simulaciones es un poderoso instrumento científico para la investigación [37]. Desde este punto de vista, la simulación puede considerarse como una herramienta valiosa en experimentos en los que no es posible una intervención en el sistema real. Como menciona Robert Axelrod en su trabajo “The complexity of cooperation” [38], específicamente el modelado y simulación basada en agentes es la tercer vía para hacer ciencia y una de las más utilizadas en las ciencias de la complejidad junto con la inducción, en el sentido de reconocer patrones de datos empíricos y la deducción, en el sentido de postular y demostrar diversos axiomas y sus consecuencias en el problema de interés. En este trabajo se decidió utilizar la simulación y modelar la idea propuesta como un sistema en el que cada nodo es un agente que tiene como información local su identificador, una lista de los vecinos con los que comparte enlaces y la información que registran de los mensajes que reciben, la comunicación y decisiones que tome cada nodo dependen de su interacción con estos vecinos a través del intercambio de mensajes o paquetes de información que llevarán un registro de las rutas seguidas.

Existe una gran variedad de simuladores que trabajan desde el enfoque basado en agentes. Se pueden encontrar simuladores de propósito general y aquellos de propósitos específicos, como un ejemplo de propósito general encontramos a Netlogo o SugarScape. Entre los de propósito específico existen aquellos para el análisis de redes sociales, para el estudio de información geográfica y para realizar estudios económicos o de movilidad [39].

Uno de los simuladores más utilizados en la modelación de sistemas complejos es NetLogo [40], el cual permite programar modelos basados en agentes definiendo entidades y las reglas que seguirán para interactuar entre ellas, cuenta con un entorno simple que permite visualizar el sistema entero permitiendo monitorizar las interacciones entre agentes. Aunque es una herramienta muy útil, se descartó su uso porque cada elemento en el sistema es programado como un agente incluyendo los enlaces y paquetes. Teniendo en cuenta el gran número de vértices a simular y particularmente el número de paquetes intercambiados, los primeros experimentos en esta herramienta tomaron mucho tiempo y por eso se buscó una alternativa.

Entre otros simuladores podemos mencionar a GNS [41], Pajek [42] y Mason [43]. Todos ellos soportan el paradigma multi-agente soportados por la simulación de eventos discretos. Además logran separar la simulación del sistema de la visualización de los eventos que ocurren, por lo que son una mejor opción para codificar el modelo propuesto y para manipular una gran cantidad de vértices, sin embargo estas herramientas nos permiten únicamente trabajar con la estructura y la dinámica que

siguen los nodos. Para nuestros experimentos necesitamos además tener la posibilidad de modelar procesos que se ejecuten sobre la red y provean a los nodos de cierto sentido de conciencia (awareness) sobre la información que puedan obtener de dichos procesos para poder tomar ventaja de la estructura global, es decir, un nodo debe poder reaccionar de acuerdo con las dinámicas que ocurren sobre la red. Recordemos que en el presente trabajo la estructura emergente se genera de manera similar a las redes del mundo real, es decir, su creación es una consecuencia de las decisiones de los agentes independientes.

Para construir los experimentos previstos, nos dimos cuenta de la necesidad de una herramienta a la medida, que ofreciera dos características principales: i) la posibilidad de codificar y desplegar algoritmos distribuidos en diferentes grafos subyacentes, ii) la posibilidad de recuperar información estructural después de que una fase de recableado ha terminado. Por lo tanto construimos nuestra propia herramienta basada en un simulador de eventos discretos desarrollado previamente en nuestro equipo por Marcelín-Jiménez [44], el cual soporta estos requerimientos iniciales. La herramienta está codificada en Python, lenguaje en el cual contamos con diversas bibliotecas útiles para el análisis usado en teoría de grafos y de redes complejas. Entre las bibliotecas más destacadas se encuentra NetworkX, que proporciona funciones para medir la distribución de grados, el coeficiente de agrupamiento, el diámetro, la longitud promedio de la trayectoria y la conectividad de un grafo, entre otras medidas.

3.1.2. Experimentos

A continuación se describe el escenario de simulación propuesto. Como ya se mencionó, el conjunto inicial de nodos define un vecindario de Von Neumann, unido por enlaces fijos, en el que cada nodo puede agregar al grafo un conjunto de enlaces dinámicos. Cada uno de los enlaces dinámicos tiene una medida específica de alcance por lo que un nodo sólo podrá conectarse a los nodos dentro del radio de alcance establecido. En algunos experimentos es posible definir esta longitud como ilimitada de modo tal que es posible alcanzar a cualquier otro nodo en la red.

Los enlaces del grafo inicial siempre son considerados como enlaces fijos, de este modo la estructura base definida por esos enlaces permanece sin cambio a través de la simulación. Por otro lado, cada nodo cuenta con un conjunto de enlaces dinámicos que en un inicio sólo están conectados a su “dueño” por lo que pueden verse como enlaces o “cabos” sueltos.

Durante la segunda fase de los primeros ciclos, si un nodo tiene enlaces sueltos, no atenderá a la estadística de sus enlaces menos utilizados y simplemente conectará sus enlaces sueltos a los nodos que haya elegido del vector f_n . En los siguientes ciclos,

cuando todos sus enlaces dinámicos se encuentren conectados, el nodo seguirá el procedimiento normal de recableado de enlaces, moviendo sólo los enlaces dinámicos hacia los candidatos más prometedores.

Para el análisis del modelo se establecieron dos familias de experimentos que difieren en la manera en la que se decide a qué nodo del vector f_n se moverá un enlace dinámico, para esto se definen dos distintas reglas de recableado, a continuación se describen las diferencias entre cada una de ellas:

1. **Regla R1:** Un nodo realiza una acción de recableado al desconectarse de su vecino menos utilizado, definido entre los componentes del vector f_e y busca conectarse con el nodo con mayor frecuencia de uso, que aparece entre los componentes del vector f_n .
2. **Regla R2:** Un nodo realiza una acción de recableado al desconectarse de su vecino menos utilizado, definido entre los componentes del vector f_e y busca conectarse con el primer nodo a distancia 2, registrado en las rutas de los trazadores, es decir el primer nodo que aparece en el vector f_n .

La reconexión con la regla R1 se hace de acuerdo con el modelo descrito previamente. En el caso de la regla R2 se propuso una regla que toma en cuenta solo el primer paso en la exploración que se hace de las zonas alejadas de su vecindario inicial ya que, en este caso, el nodo avanza solo extendiendo su vecindario inmediato. La razón para analizar estas dos condiciones es observar el impacto de esta ligera restricción en las estructuras finales. Medir estas dos condiciones nos permitirá observar la importancia de la información contenida en las rutas seguidas por los trazadores.

Por cada una de las reglas descritas, se consideró un parámetro complementario que define a cada uno de los experimentos de estudio: la longitud máxima de un enlace dinámico, que puede interpretarse como el alcance de un nodo para establecer un nuevo enlace. Sea D también llamada *diagonal*, la distancia euclidiana entre los nodos más alejados en la rejilla, se establecen las siguientes longitudes de enlace dinámico para los experimentos: D , $D/2$, $D/4$, $D/8$, $D/16$ y $D/32$. Los experimentos se realizaron a partir de una rejilla de 2500 nodos. Cada nodo envía 20 paquetes trazadores por cada ciclo y tiene 2 enlaces dinámicos. Se realizó un conjunto de experimentos previos durante, la fase de construcción y verificación de la implementación, por cada una de las reglas propuestas se encontró que un número mayor de paquetes intercambiados en cada ciclo aumentaba de manera considerable el tiempo de simulación y se obtenían resultados similares a los obtenidos con solo 20 paquetes. Sin embargo, las propiedades del grafo final se siguen comportando de manera similar. Por lo que se concluyó que la regla de recableado es la “fuerza” que influye más en la transformación del grafo. Estos resultados ofrecen la posibilidad de elegir el

número de paquetes intercambiados en cada ciclo como un posible compromiso entre la velocidad del recableado y la eventual congestión de la red. Al final de cada ciclo, se mide el coeficiente de agrupamiento promedio, diámetro, longitud de trayectoria promedio y el número de enlaces que se movieron, además, se almacena la distribución de grados del grafo obtenido. Como se mencionó previamente, estas medidas se obtuvieron usando NetworkX. Con respecto a la condición de paro, definida por el número de enlaces recableados en cada ciclo, tomando los experimentos preliminares, se fijó el número de ciclos de todos los experimentos a 30 ciclos de simulación, ya que el criterio de paro se satisface antes de los 30 ciclos en todos los casos, además de esta manera podemos analizar los experimentos bajo las mismas condiciones.

3.1.2.1. Validación y verificación de la simulación

Validar un modelo es comparar los resultados que se obtienen a partir de éste con las mediciones obtenidas del sistema que se modela [45]. La intención de este ejercicio es establecer el carácter predictivo del modelo. En el caso que se estudia en este trabajo, no se tiene un sistema real de referencia con el cual establecer una comparación, por lo que se omite este paso. Por otro lado, la verificación se refiere a comprobar que la

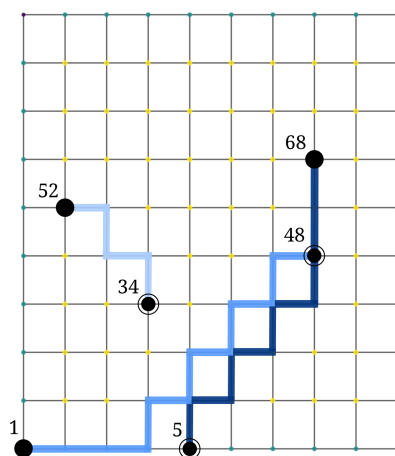


Figura 3.5: Rutas seguidas por los paquetes enviados desde los nodos 1, 52 y 68 hacia los nodos 48, 34 y 5.

simulación construida se comporte de acuerdo con el modelo descrito. En este sentido se observaron tres aspectos importantes al crear una simulación: 1) el encaminamiento correcto de los trazadores, 2) la correcta formación de los vectores f_n y f_e para elegir qué enlaces se moverán y 3) la correcta conexión y desconexión de enlaces.

En el primer aspecto es importante verificar que todos los paquetes lleguen a su destino. Debido a que la descripción del escenario inicial cuenta con enlaces fijos siempre existe un camino que une a dos nodos. Además es importante revisar que el encaminamiento se cumple siguiendo el algoritmo compass-routing, si bien en futuros experimentos el algoritmo de encaminamiento puede ser distinto, el algoritmo en sí puede verse como un parámetro más de los experimentos aquí presentados.

A continuación se muestran datos obtenidos de la implementación del modelo. Estos datos se obtuvieron simulando una red de 100 nodos en la que cada uno de ellos envía 4 paquetes, los nodos se recablaron con la regla R1 al finalizar el ciclo 1 y las rutas corresponden al último paquete enviado por los nodos 1, 52 y 68. Las siguientes son las rutas seguidas para enviar un paquete desde 1 hasta 48, de 52 a 34 y de 68 a 5.

```

1
2 nodo 1 / destino 48 : ruta = [2, 3, 4, 14, 15, 25, 26, 36, 37, 47, 48]
3 nodo 52 / destino 34 : ruta = [53, 43, 44, 34]
4 nodo 68 / destino 5 : ruta = [58, 48, 38, 37, 27, 26, 16, 15, 5]

```

En la Figura 3.5 se dibujan las rutas sobre una rejilla de 10×10 en donde es posible revisar, avanzando paso a paso desde el nodo origen al destino, que el paquete avanza de acuerdo con el algoritmo compass-routing anteriormente descrito. Para poder verificarlo basta con situarnos en un nodo y trazar una línea imaginaria hacia el destino final y posteriormente elegir el nodo con el que se tenga un menor ángulo.

En el segundo aspecto es importante verificar que f_n y f_e contengan información correcta, es decir que las frecuencias de uso de cada nodo correspondan con la cantidad de paquetes que fueron expedidos por el nodo fuente. En este caso tomaremos los vectores obtenidos al final de la misma simulación, observando los datos de los nodos 1, 52 y 68.

```

1  Nodo 1 : neighbors = [2, 11]
2          f_e = [3, 1]
3          f_n = [[3, 3], [13, 1], [14, 3], [24, 1], [25, 3], [21, 1], [31, 1], [41,
4                    1], [51, 1], [61, 1], [71, 1], [81, 1], [82, 1], [92, 1], [93, 1], [4,
5                    2], [15, 2], [26, 2], [36, 1], [37, 1], [47, 1], [48, 1]]
6
7  Nodo 52 : neighbors = [42, 51, 53, 62]
8          f_e = [1, 0, 3, 0]
9          f_n = [[43, 2], [33, 1], [34, 2], [24, 1], [25, 1], [15, 1], [16, 1], [6,
10                 1], [54, 2], [55, 2], [56, 2], [46, 1], [47, 1], [37, 1], [38, 1],
11                 [28, 1], [29, 1], [19, 1], [57, 1], [58, 1], [59, 1], [60, 1], [44,
12                 1]]
13
14  Nodo 68 : neighbors = [58, 67, 69, 78]
15          f_e = [3, 1, 0, 0]
16          f_n = [[57, 1], [56, 1], [46, 1], [48, 2], [38, 2], [28, 1], [18, 1], [8,
17                 1], [59, 1], [49, 1], [50, 1], [40, 1], [37, 1], [27, 1], [26, 1],

```

```
[16, 1], [15, 1], [5, 1]]
```

Es importante recordar que el f_e contiene información de los nodos que son vecinos del nodo y que en el ciclo 1 contiene información de la estructura descrita por la rejilla. De este modo podemos decir que el nodo 1 distribuyó 3 paquetes por el enlace que lo conecta a 2 y un paquete por el enlace que lo conecta a 11. En el caso de esta implementación los vectores f_n se formaron por el envío de 4 paquetes, a continuación se describen las rutas de los paquetes enviados por 1:

```
1 1 / 1 : ruta = [2, 3, 13, 14, 24, 25]
2 1 / 2 : ruta = [11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 82, 92, 93]
3 1 / 3 : ruta = [2, 3, 4, 14, 15, 25, 26]
4 1 / 4 : ruta = [2, 3, 4, 14, 15, 25, 26, 36, 37, 47, 48]
```

El tercer aspecto a verificar es la correcta conexión y desconexión de los enlaces dinámicos de acuerdo al modelo propuesto. Es decir, observar que un enlace dinámico se conecte a alguno de los nodos más visitados en f_n , en el caso del primer nodo no existe el recableado, solo la conexión de los enlaces dinámicos.

Al finalizar el ciclo 1 se pueden observar los siguientes movimientos:

```
1 c 1 -1 3 1
2 c 1 -1 14 1
3 c 52 -1 43 1
4 c 52 -1 34 1
5 c 68 -1 48 1
```

La primera línea indica que el nodo 1 conecta uno de sus enlaces dinámicos (el cual no estaba conectado previamente) hacia el nodo 3 en el ciclo 1 y la segunda línea nos indica que su otro enlace dinámico se conectó hacia 14. Del mismo modo podemos ver que el nodo 52 se conectó con 43 y 32 y el nodo 60 se conectó hacia el nodo 48, los cuales se agregan respectivamente a sus listas de vecinos y por lo tanto a partir del siguiente ciclo se podrán utilizar estos nuevos enlaces para enviar trazadores.

3.1.3. Resultados

Los experimentos se dividen en dos conjuntos principales, aquellos realizados con la regla R1 y aquellos realizados con la regla R2. De igual manera, los experimentos de cada conjunto se separan de acuerdo con la longitud de enlace dinámico, tomando en cuenta las longitudes antes mencionadas. De este modo se puede observar el efecto de esta restricción local en las características del grafo final. Reconocemos algunas observaciones generales de los modelos de simulación propuestos. Durante el proceso

de recableado, observamos en todos los experimentos un aumento en el coeficiente de agrupamiento y un decremento en el diámetro y la longitud de trayectoria promedio con respecto al grafo inicial. Además, observamos que estas características emergentes cambian conforme disminuye la longitud del enlace dinámico, es decir, el que puede reconectarse. Tomando en cuenta que la elección aleatoria de los destinos de cada paquete en la fase de exploración sabemos que en cada simulación hecha bajo las mismas condiciones se pueden obtener distintos resultados por lo que es importante señalar que cada dato mostrado en las Tablas 3.1 y 3.2 es el promedio de 10 distintas simulaciones, cada dato promedio tiene un intervalo de confianza del 95 %.

La Tabla 3.1 presenta los datos obtenidos en el primer conjunto de experimentos, generados con la regla R1 del modelo propuesto. Esta tabla muestra el coeficiente de agrupamiento promedio, diámetro y la longitud de trayectoria promedio del grafo final. Los datos de la primera fila corresponden con las características del grafo inicial y los datos de filas siguientes a los valores promedio de los grafos obtenidos con las distintas longitudes de enlace dinámico. Como ya se mencionó previamente, en general se obtuvieron coeficientes de agrupamiento promedio más altos que el grafo inicial, las longitudes de trayectoria promedio disminuyen significativamente y, en consecuencia, el diámetro del grafo. Además se observa que al limitar la longitud de enlace dinámico hacia los valores más acotados, el coeficiente de agrupamiento aumenta. Por otra parte, en este escenario con longitudes de enlaces limitadas el diámetro y longitud de trayectoria promedio tienen un aumento significativo con respecto a los demás casos.

Regla R1			
Longitud de enlace dinámico	Coefficiente de agrupamiento promedio	de Diámetro	Longitud de trayectoria promedio
<i>Rejilla 2D</i>	0	98	33.3333
<i>D</i>	0.15375 ± 0.00141	9	4.81830 ± 0.02560
<i>D/2</i>	0.15396 ± 0.00183	9.1 ± 0.2	4.78133 ± 0.02449
<i>D/4</i>	0.13661 ± 0.00187	10 ± 0.3	5.21709 ± 0.02798
<i>D/8</i>	0.14750 ± 0.00121	16.1 ± 0.23	7.21193 ± 0.02234
<i>D/16</i>	0.20872 ± 0.00118	27	10.81711 ± 0.04264
<i>D/32</i>	0.21991 ± 0.00027	50	17.49538 ± 0.01569

Tabla 3.1: Datos obtenidos con la regla R1. Valores del coeficiente de agrupamiento promedio, diámetro y longitud de trayectoria promedio del grafo inicial y grafos finales con diferentes longitudes de enlace dinámico.

La Tabla 3.2 presenta los datos obtenidos en el segundo conjunto de experimentos, utilizando la regla R2. De la misma manera que en los experimentos anteriores el recableado siguiendo esta regla permite que el coeficiente de agrupamiento promedio aumente y que el diámetro y longitud de trayectoria promedio disminuyan. Al igual que en el caso anterior, se observa que conforme se decrementa la longitud de enlace dinámico, el valor final del coeficiente de agrupamiento promedio incrementa. Y, aun cuando el diámetro y la longitud de trayectoria se reducen con respecto a la medida original, no se alcanzan los mismos valores del caso en que la longitud del enlace es máxima. También se observa que los grafos obtenidos con la regla R2 tienen un menor coeficiente de agrupamiento promedio que los obtenidos con la regla R1 excepto para los experimentos de longitud de enlace más acotada igual a $D/32$, en este caso se tiene un mayor coeficiente con la regla R2. En el caso del diámetro y longitud de trayectoria promedio los grafos R2 tienen medidas ligeramente menores en los casos que les corresponden con la regla R1, aunque muy cercanos. En la Figura 3.6 se pueden observar los valores promedio de las Tablas 3.1 y 3.2 de manera gráfica.

Regla R2			
Longitud de enlace dinámico	Coficiente de agrupamiento promedio	de Diámetro	Longitud de trayectoria promedio
<i>Rejilla 2D</i>	0	98	33.3333
D	0.10049 ± 0.00077	7	4.44877 ± 0.00471
$D/2$	0.10091 ± 0.00094	7	4.42263 ± 0.02549
$D/4$	0.11108 ± 0.00168	8.2 ± 0.3	4.57448 ± 0.00942
$D/8$	0.11871 ± 0.00142	13.1 ± 0.23	5.92306 ± 0.01952
$D/16$	0.13390 ± 0.00099	23.8 ± 0.3	9.22729 ± 0.01385
$D/32$	0.23298 ± 0.00052	49	17.40888 ± 0.01249

Tabla 3.2: Datos obtenidos con la regla R2. Valores del coeficiente de agrupamiento promedio, diámetro y longitud de trayectoria promedio del grafo inicial y grafos finales con diferentes longitudes de enlace dinámico.

Como se mencionó en la sección anterior, las simulaciones avanzan a través de intervalos de tiempo llamados ciclos en los que cada nodo recablea algunos de sus enlaces, por lo que las características de la red cambian constantemente desde el punto de partida hasta su estado final. En este sentido la Figura 3.7 permite observar el cambio de las características del grafo indicando su valor en cada ciclo para los experimentos correspondientes a la regla R1, los datos se dividen de acuerdo con la longitud de enlace dinámico usada en la simulación. La Figura 3.7a muestra el

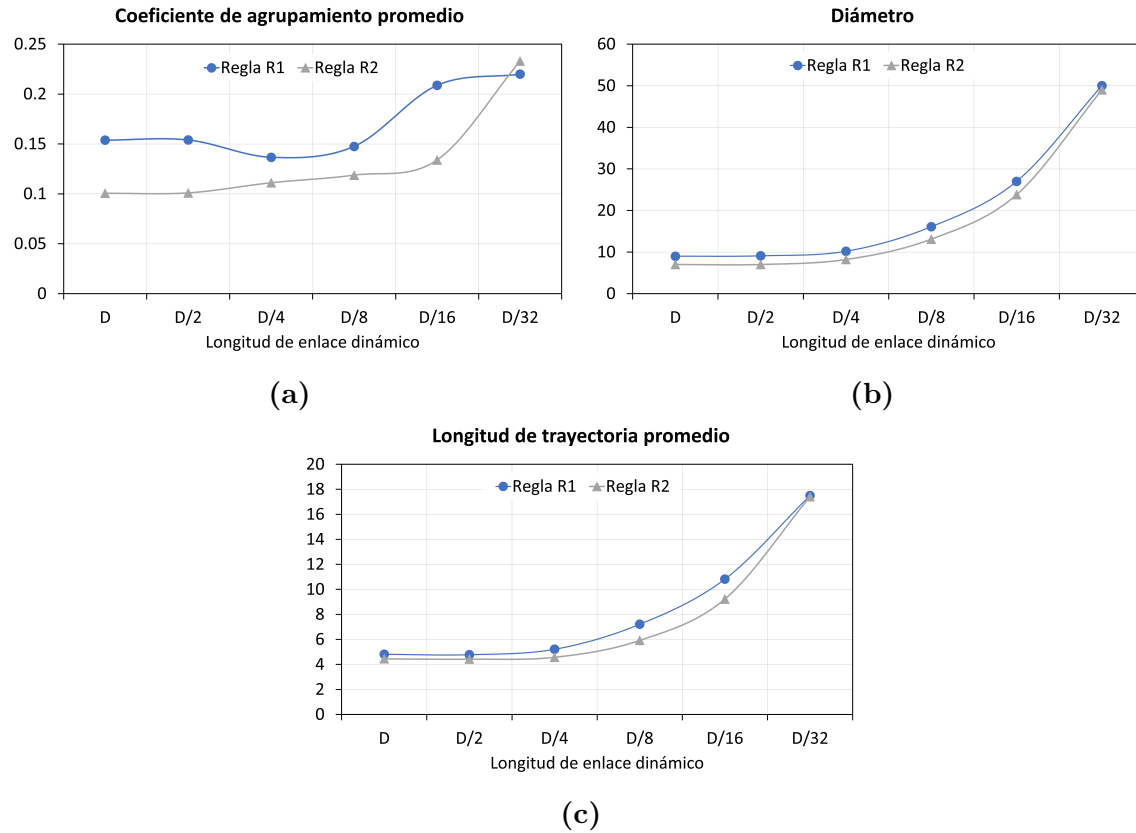


Figura 3.6: Comparación entre las propiedades obtenidas con la regla R1 y la regla R2. (a) Coeficiente de agrupamiento promedio, (b) Diámetro y (c) Longitud de trayectoria promedio.

cambio en el coeficiente de agrupamiento promedio, el rango de este valor es $[0, 1]$, con un valor inicial igual a 0 correspondiente a la rejilla de dos dimensiones. En el primer ciclo de simulación el coeficiente de agrupamiento promedio aumenta en todos los experimentos debido a que en este ciclo cada nodo conecta sus enlaces dinámicos al grafo por lo que aumenta el número de enlaces en la red, los experimentos D , $D/2$, $D/4$, $D/8$ y $D/16$ alcanzan su mayor valor en este primer ciclo. Por otro lado, en los experimentos de longitud más acotada $D/32$ se tiene el valor más bajo del coeficiente de agrupamiento promedio en este ciclo. El comportamiento del primer ciclo ocurre principalmente debido a que en el primer salto de $D/32$ cada nodo expande su alcance al vecindario inmediato, mientras que en los demás casos cada nodo puede conectar sus enlaces dinámicos a los nodos alejados que son mejores atajos y probablemente estos nodos recibirán más peticiones de conexión incrementando así la fracción de posibles interconexiones entre los vecinos de esos nodos. Al finalizar la

simulación, en el ciclo 30, los grafos obtenidos con una longitud de enlace dinámico más grande (D , $D/2$, $D/4$ y $D/8$) tienen un coeficiente de agrupamiento promedio más bajo que los grafos obtenidos con una longitud de enlace más acotada ($D/16$ y $D/32$), el coeficiente de agrupamiento promedio más alto se obtiene con un alcance de $D/32$.

En las Figuras 3.7b y y 3.7c se muestra el cambio en el diámetro y la longitud de trayectoria promedio, respectivamente, estas medidas se comportan de manera similar, en ambos casos. Al comienzo de la simulación se tienen los valores más altos el primero de ellos, el del ciclo 0 corresponde a los datos de la estructura base. Posteriormente, estas medidas disminuyen drásticamente desde el primer ciclo de simulación. Al finalizar, los grafos generados con un enlace dinámico más acotado son los que tienen los valores más altos en ambas gráficas mientras que los grafos con valores más bajos se obtienen en los experimentos en los que la longitud de enlace dinámico es más grande, es decir, D , $D/2$ y $D/4$.

Del mismo modo, la Figura 3.8 muestra cómo cambian las características del grafo en cada ciclo, para los experimentos correspondientes a la regla R2, con diferentes longitudes de enlace dinámico. En la Figura 3.8a se observa que los grafos finales tienen un menor coeficiente de agrupamiento que los de la regla R1, los grafos que se acercan más en cuanto a esta medida son los generados con la longitud de enlace dinámico $D/32$, quienes son a su vez los que tienen un mayor coeficiente de agrupamiento del conjunto de grafos R2. A diferencia de los experimentos R1, en este caso los grafos $D/16$ se acercan más a los resultados obtenidos con longitudes más grandes, a pesar de estar alejado de ellos en los primeros 15 ciclos, se observa que este caso particular toma más ciclos para estabilizar sus valores hasta lograr cerrar la brecha con los experimentos de alcance más grande en el ciclo 30.

En la Figura 3.8b y Figura 3.8c se observa el diámetro y la longitud de trayectoria promedio respectivamente. De manera general se observa que se tienen valores similares a los obtenidos en R1, sin embargo en la mayoría de los casos estos valores son menores por muy poco. Del mismo modo que en los experimentos R1 tanto el diámetro, como la longitud de trayectoria promedio aumentan conforme se limita el alcance del nodo. En ambas medidas es posible observar su estabilización a partir de los 10 ciclos de simulación. Es interesante ver que, para ambas reglas de recableado, los resultados correspondientes a $D/32$ son los que generan grafos con propiedades más apartadas de los generados con otras longitudes de enlace dinámico y además los resultados de ambas reglas para este caso son casi idénticos. Consideramos que en un escenario en el que los enlaces dinámicos están fuertemente restringidos, un nodo elige de un conjunto muy pequeño de opciones al siguiente candidato para recablear uno de sus enlaces, por lo que solo podrá fortalecer a su vecindario inmediato para

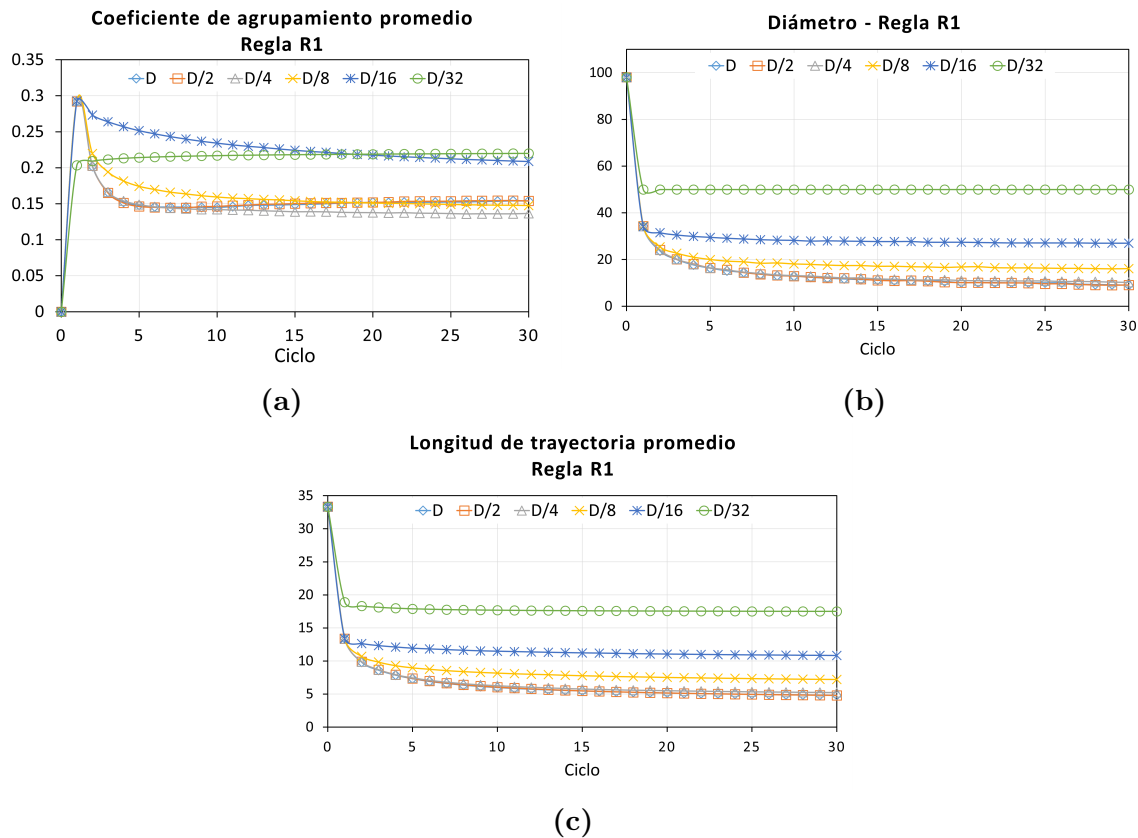


Figura 3.7: Características las redes obtenidas con la regla R1 por cada longitud de enlace en cada ciclo de simulación. (a) Coeficiente de agrupamiento promedio, (b) Diámetro y (c) Longitud de trayectoria promedio.

cualquiera de las dos condiciones. Otra observación que aplica para las dos reglas de recableado es que las propiedades de los grafos observados aparecen de manera súbita en pocos ciclos de simulación y después de este punto las condiciones en el grafo se estabilizan.

Una característica que provee mayor información es la distribución de grados del grafo obtenido al final de la simulación. La Figura 3.9 muestra la distribución de grados promedio de los grafos finales de la regla R1, por cada longitud de enlace probada. Es importante mencionar que no existen nodos con menos de 4 enlaces porque cada nodo tiene 2 enlaces dinámicos y al menos 2 enlaces fijos. Se observa que, cuando la longitud de enlace es más grande tenemos nodos con un grado más alto, esto es debido a que los nodos concentradores en la red pueden ser alcanzados por casi cualquier nodo, por lo tanto existen mayores probabilidades de que más nodos logren encontrar a estos concentradores y decidan que son buenos atajos. Los

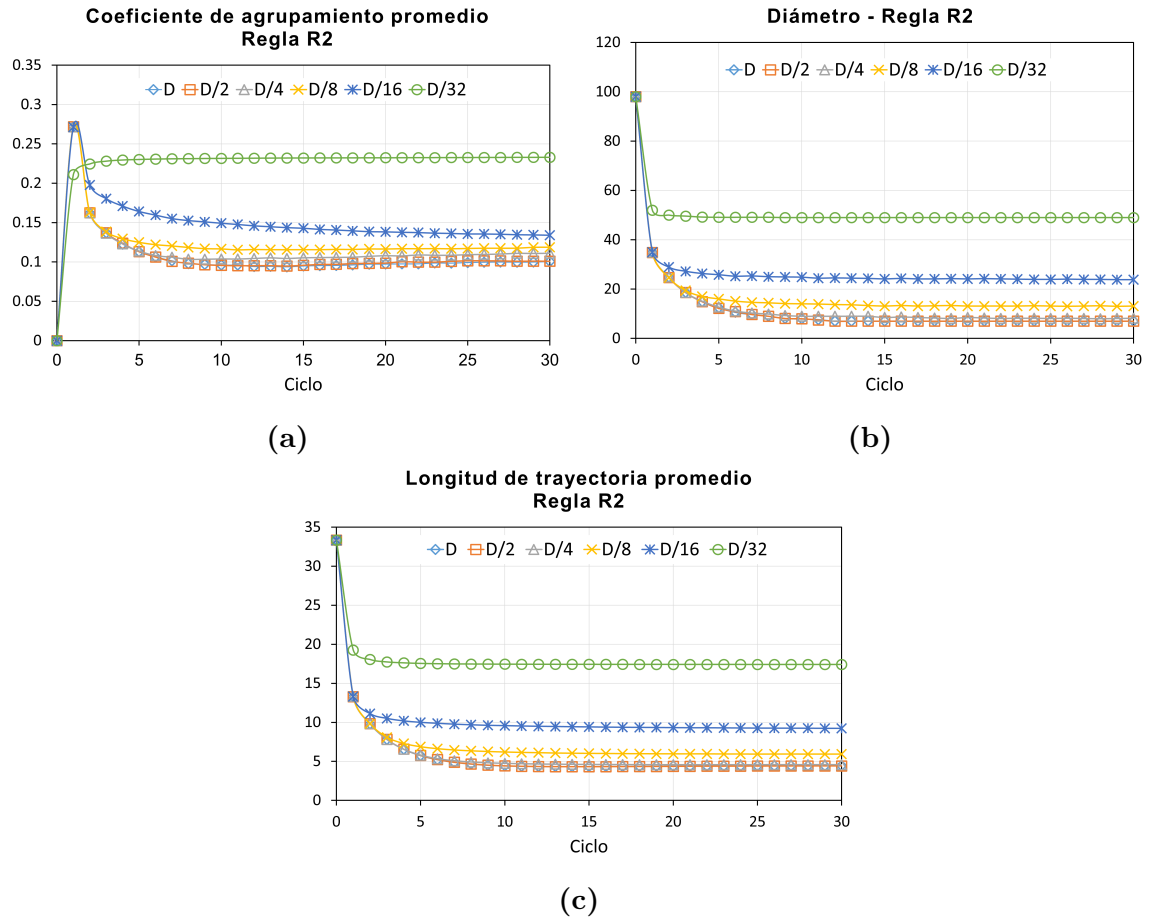


Figura 3.8: Características las redes obtenidas con la regla R2 por cada longitud de enlace en cada ciclo de simulación (a) Coeficiente de agrupamiento promedio, (b) Diámetro y (c) Longitud de trayectoria promedio.

grafos con concentradores más grandes se obtienen con los experimentos D y $D/2$ con nodos que tienen en promedio 79 y 96 vecinos respectivamente. Se observa que los nodos concentradores disminuyen su grado conforme se limita el alcance de los nodos.

En la Figura 3.10 se muestran algunos de los grafos obtenidos con la regla R1, cada uno de ellos se obtuvo con una longitud de enlace dinámico distinta. Los nodos de color más cercano al rojo son aquellos que tienen un mayor grado, lo que permite reconocer a los nodos concentradores. Del mismo modo el tamaño del nodo también crece proporcionalmente de acuerdo a su grado, esto permite identificar a aquellos nodos de menor grado que son importantes en la red. De manera general en estos

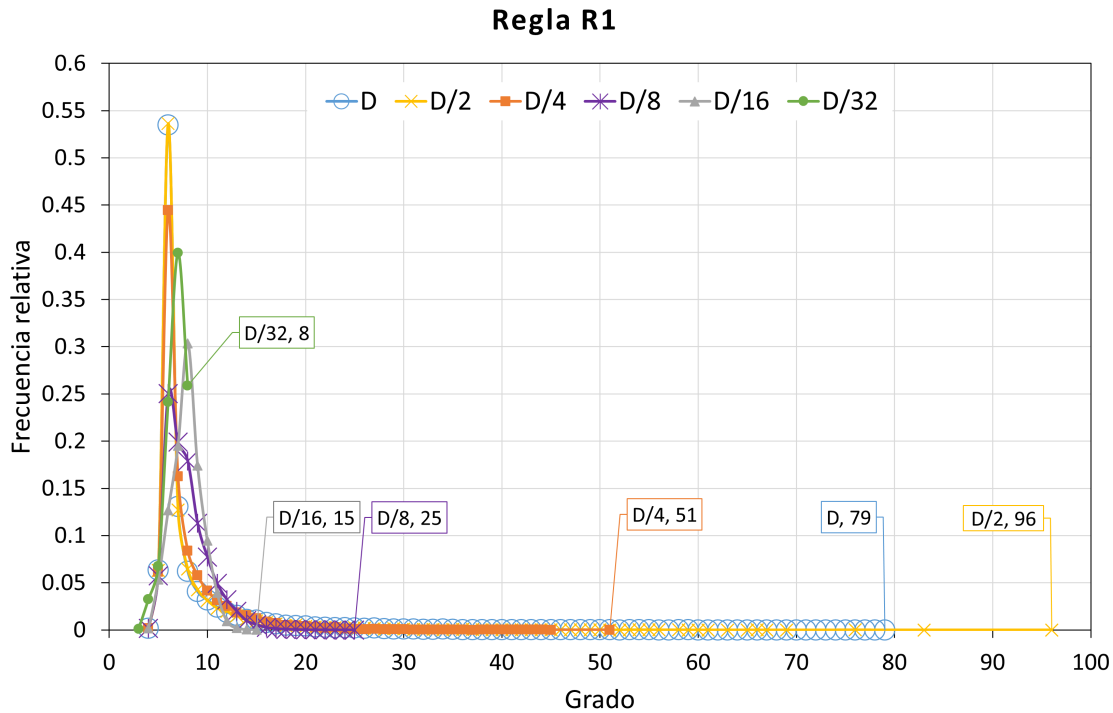


Figura 3.9: Distribución de grados de los grafos creados con la regla R1 con diferentes longitudes de enlace dinámico. En cada serie de datos se señala el grado máximo alcanzado y la longitud de enlace dinámico en el que se obtuvo.

experimentos se observa que los nodos con mayor grado se encuentran cerca del centro de la rejilla, y en la periferia de su área se encuentran concentradores de menor grado que son puntos importantes para alcanzar regiones más aisladas que se encuentran en la periferia de la rejilla. Por otro lado, cuando no tenemos a un nodo concentrador muy rico, tenemos un grafo en el que todos los concentradores pequeños se sitúan al centro y se conectan entre ellos como se observa en el Grafo R1-D/8 y el Grafo R1-D/16. Es posible observar que esos concentradores de menor grado empiezan a formar un patrón parecido a una estrella, este patrón se ve más definido en los primeros tres grafos. En los casos de los grafos obtenidos con D , donde todos los nodos son capaces de alcanzar a cualquier nodo, y $D/2$ se observan a los concentradores más grandes de todas las simulaciones al centro de esta estructura.

En la Figura 3.11 se muestra la distribución de grados promedio de los grafos obtenidos con la regla R2, por cada longitud de enlace probada. En este conjunto de experimentos, los nodos de grado más alto están más limitados, teniendo para nuestros experimentos, a lo más 44 vecinos, un número muy pequeño considerando el

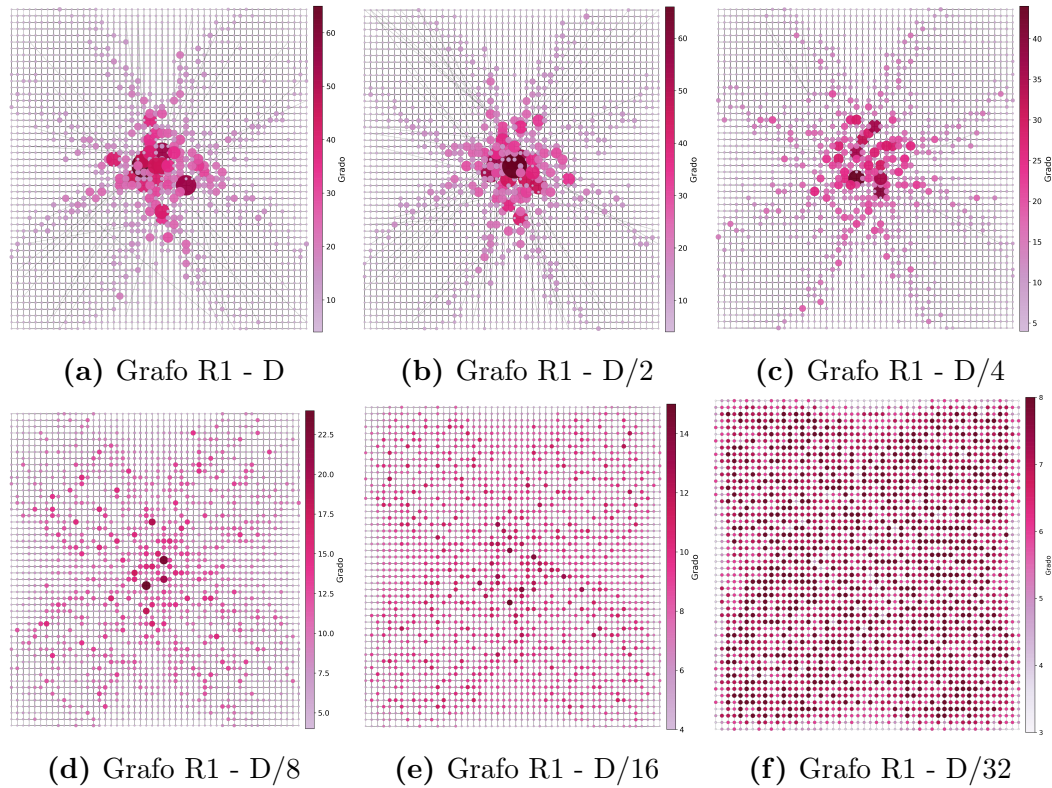


Figura 3.10: Ejemplos de grafos obtenidos con la regla R1.

orden del grafo. Observamos casi la misma distribución de grados para los experimentos con longitud de enlace D , $D/2$, $D/4$, $D/8$ y $D/16$. La diferencia más notable es que, al igual que la regla R1, el concentrador promedio más grande tiene un menor grado en la medida en la que se acota el alcance con el que se construye el grafo. Para el caso del enlace más limitado existen nodos concentradores más pequeños que en cualquiera de los otros casos, la mayoría de los nodos tienen entre 4 y 10 vecinos.

En la Figura 3.12 se muestran algunos de los grafos obtenidos con la regla R2, cada uno de ellos se obtuvo con una longitud de enlace dinámica distinta. A diferencia de los Grafos R1 no se observa una estructura definida a simple vista. Aun cuando los nodos de mayor grado se encuentran en el área central del grafo, no se sitúan exactamente al centro del mismo excepto para el Grafo R1-D/4. Otra diferencia importante a notar es que existen más nodos que se conectan directamente al centro, lo cual se puede ver por la mayor cantidad de enlaces de largo alcance que se observan como líneas diagonales en color gris en el grafo. En los Grafos R1 para alcanzar a los concentradores del centro en el grafo se forman concentradores de menor orden en las diagonales principales que se conectan al centro.

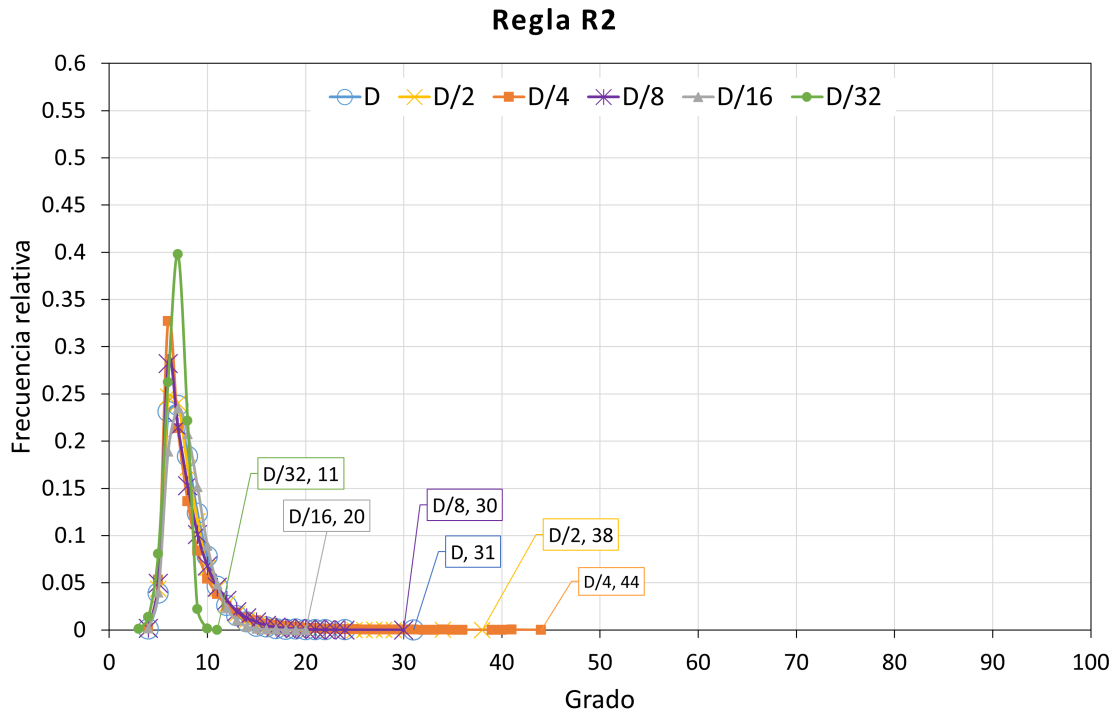


Figura 3.11: Distribución de grados de los grafos creados con la regla R2 con diferentes longitudes de enlace dinámico. En cada serie de datos se señala el grado máximo alcanzado y la longitud de enlace dinámico en el que se obtuvo.

En la Figura 3.13 se compara el efecto de la condición de recableado en la distribución de grados, por cada longitud de enlace dinámico. Es claro que el enfoque de la regla R1 fomenta el surgimiento de concentradores de alto grado, también llamados concentradores ricos, siempre que la longitud de enlace permita la construcción de enlaces de larga distancia. De otra manera, es decir, cuando la longitud de enlace es muy corta, ambas estrategias se convierten en una sola a pesar de que se organicen de manera distinta en los grafos. En esta figura es posible notar que los grafos obtenidos con la regla R1 se acercan a las distribuciones observadas en la literatura en las redes libres de escala y que al limitar el alcance de recableado disminuye el grado de los concentradores. La Figura 3.13f muestra de manera más clara la similitud antes mencionada entre las dos condiciones de recableado con una longitud de enlace dinámico más acotada, esto sucede porque cuando el alcance del nodo es así de limitado, en ambos casos se está eligiendo a un nuevo vecino del vecindario inmediato.

Los resultados de R1 sugieren que las propiedades de la red emergente tienen 2 tasas de cambio, una que rápida (al inicio del experimento), y otra que es lenta. Con

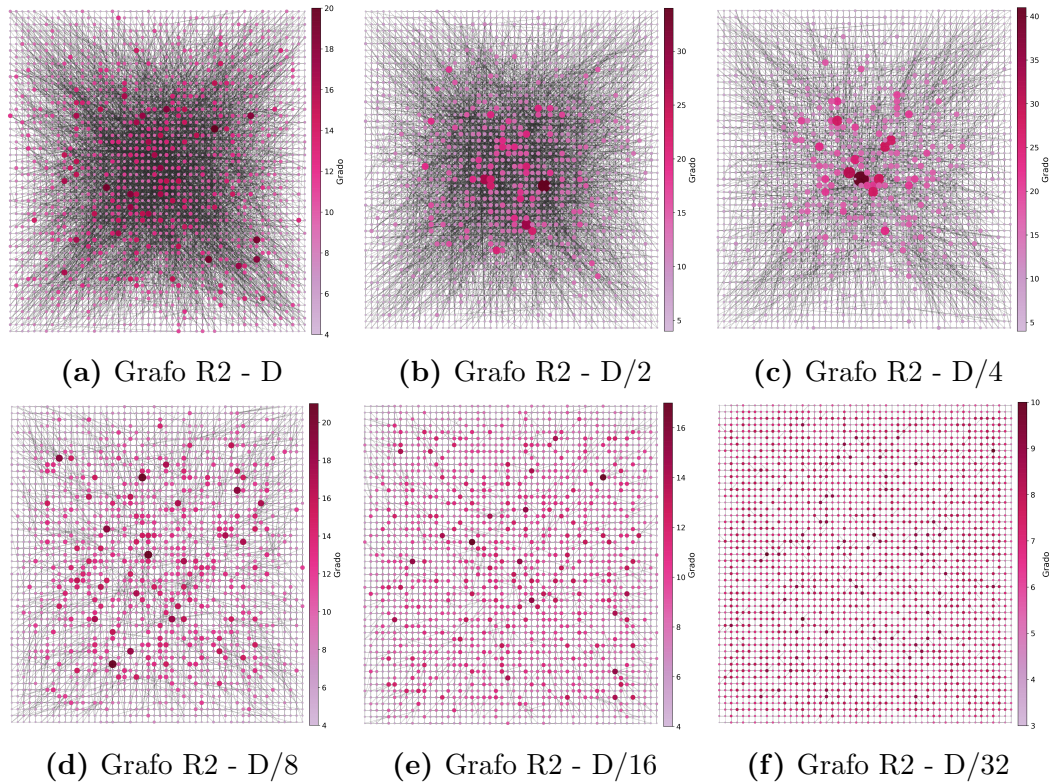


Figura 3.12: Ejemplos de grafos obtenidos con la regla R2

el fin de revisar esta última tendencia, realizamos algunos experimentos en los que extendimos las operaciones hasta llegar a 50 ciclos. En la Figura 3.14 se observan las distribuciones de grados en el ciclo 30 contra las distribuciones de grados en el ciclo 50. En los casos de mayor alcance al continuar la simulación aumenta el grado del concentrador más grande. Por otro lado podemos observar que al limitar en ella longitud de enlace dinámico permite que la red se estabilice y que a pesar de continuar el recableado por más ciclos el grafo no cambia significativamente su distribución de grados. En la Figura 3.15 se pueden observar dos grafos de la misma simulación, el primero corresponde al ciclo 30 y el segundo al ciclo 50. En este segundo caso los nodos del centro han aumentado su grado y los nodos concentradores de menor orden en la periferia han disminuido su grado.

Finalmente, para observar el comportamiento del diámetro en los grafos construidos se realizó un conjunto de experimentos adicional con redes iniciales de diferente orden, usando rejillas de orden 100, 400, 900 y 1600 que se unen a los diámetros obtenidos con la rejilla de 2500 nodos usada en los demás experimentos. Se realizaron experimentos solamente para longitudes de enlace dinámico iguales a D , $D/2$ y $D/4$

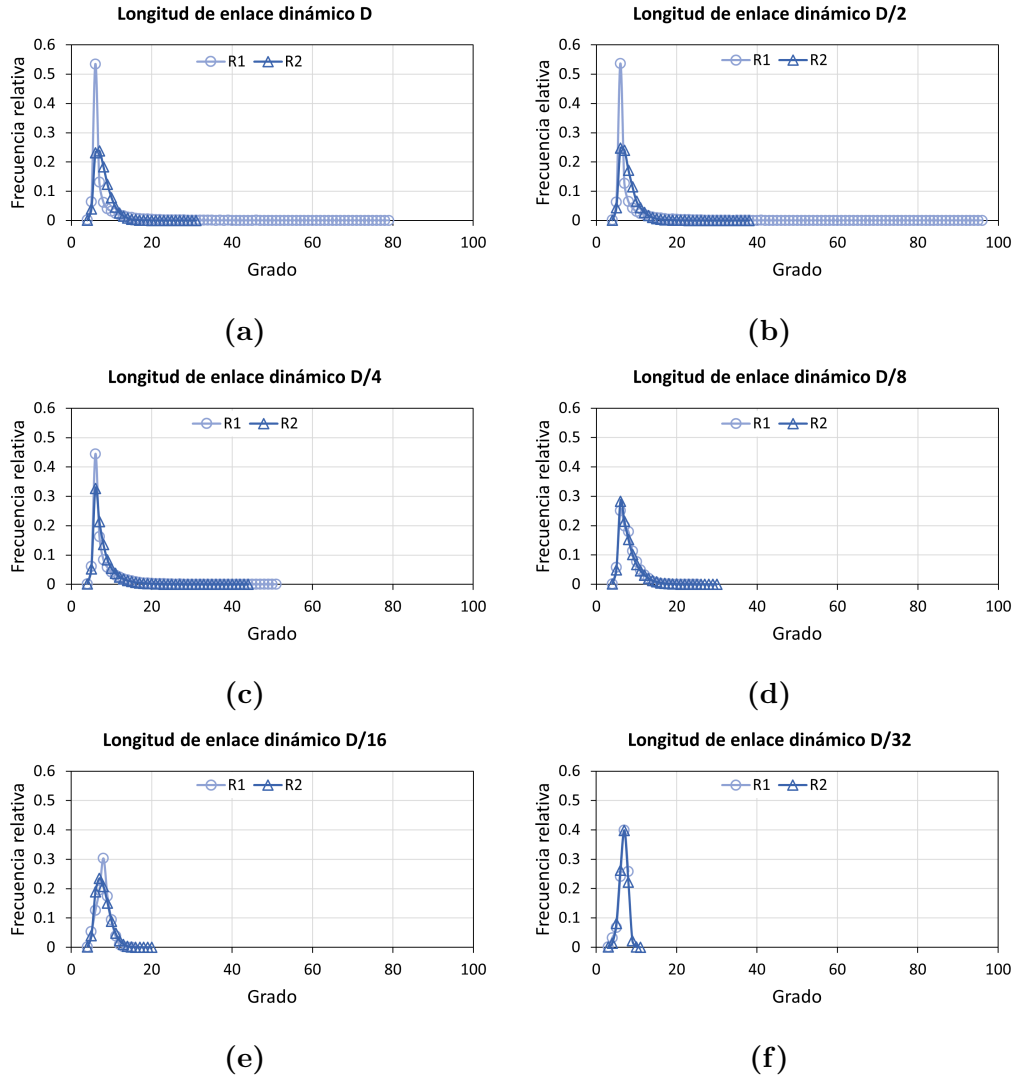


Figura 3.13: Comparación de la distribución de grados entre R1 y R2.

debido a que para grafos con un enlace dinámico más restringido no se obtenían datos suficientes para los grafos de menor orden. La Figura 3.16 muestra los diámetros promedio de los grafos obtenidos con la regla R1, al ajustar el eje que representa el orden del grafo al logaritmo natural de n se puede observar que los datos se ajustan de manera lineal, es decir el diámetro para estos experimentos es $O(\ln(n))$, donde n es el orden del grafo. La Figura 3.17 muestra los diámetros de la regla R2, en este caso se observa la misma tendencia, sin embargo los diámetros en todos los casos son menores a los obtenidos con la regla R1.

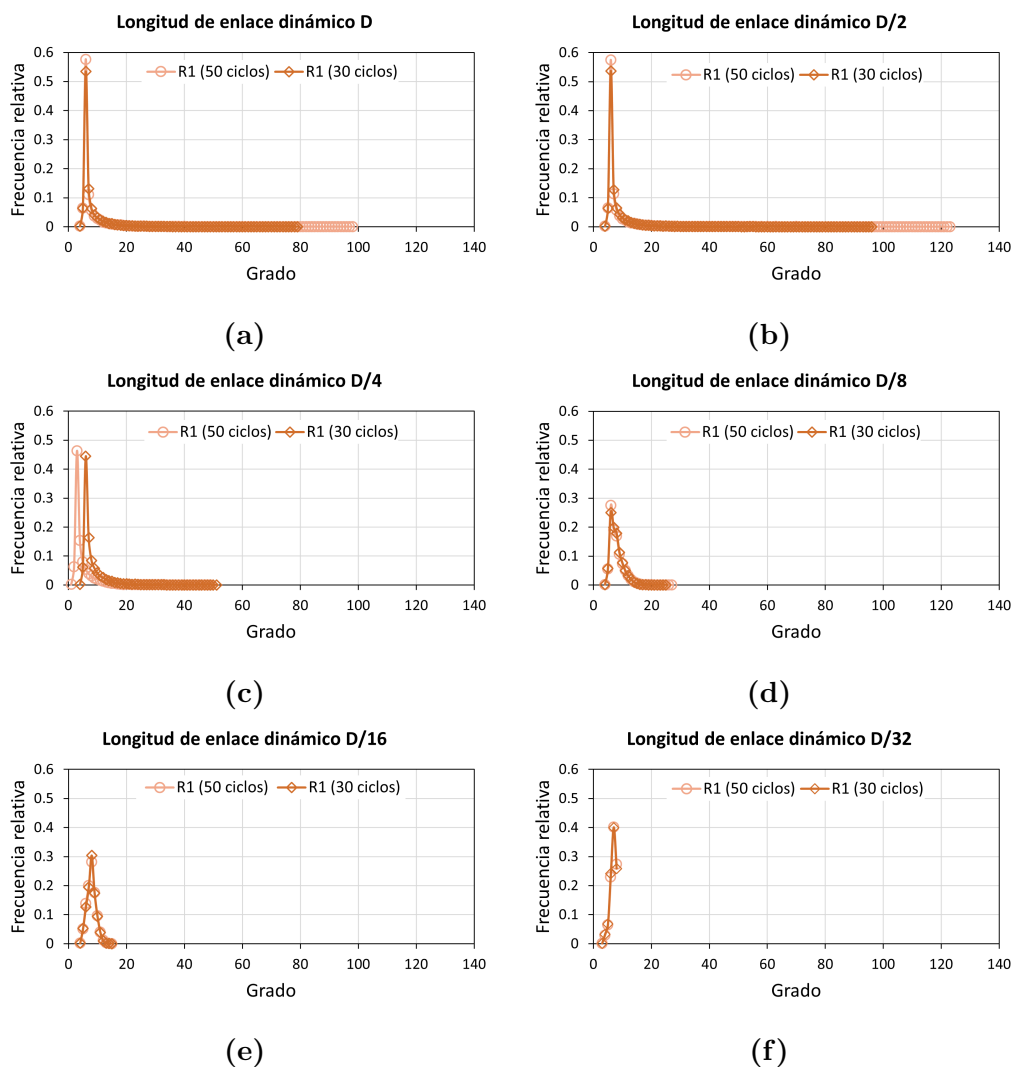
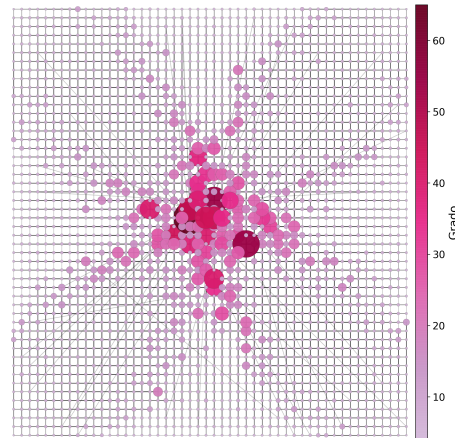


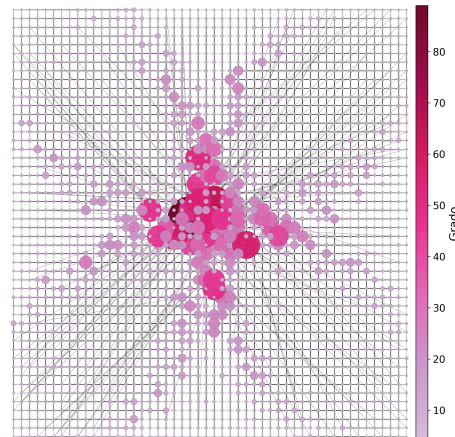
Figura 3.14: Comparación de la distribución de grados entre R1 en el ciclo 30 y R1 en el ciclo 50

3.2 Simulación del modelo sobre una red par a par

Como se menciona previamente en la sección de antecedentes, dentro del área de tecnologías de la información y las comunicaciones existen sistemas en los cuales pueden reconocerse grafos de manera inmediata, por ejemplo, a partir de la topología de una red de telecomunicaciones, en la que cada dispositivo, computadora, teléfono



(a) Grafo R1 - D (30 ciclos)



(b) Grafo R1 - D (50 ciclos)

Figura 3.15: Grafos de la misma simulación en el ciclo 30 y en el ciclo 50

inalámbrico o router, dentro de la red puede verse como un vértice y la comunicación directa entre estos dispositivos, sea cableada o inalámbrica, puede representar una arista. Cada modelo de red compleja presenta rasgos topológicos específicos, los cuales caracterizan su conectividad e influyen en la dinámica de los procesos ejecutados en la red [46]. Dentro del área de TIC, se puede observar cómo influye la estructura, por ejemplo, en los sistemas par a par.

Una red par a par es una arquitectura de red basada en operaciones de un sistema de cómputo distribuido, su característica principal es la de compartir directamente información entre pares de computadoras, de modo que cada par (nodo o computadora) almacena información que podrá compartir con otros, de manera que puede

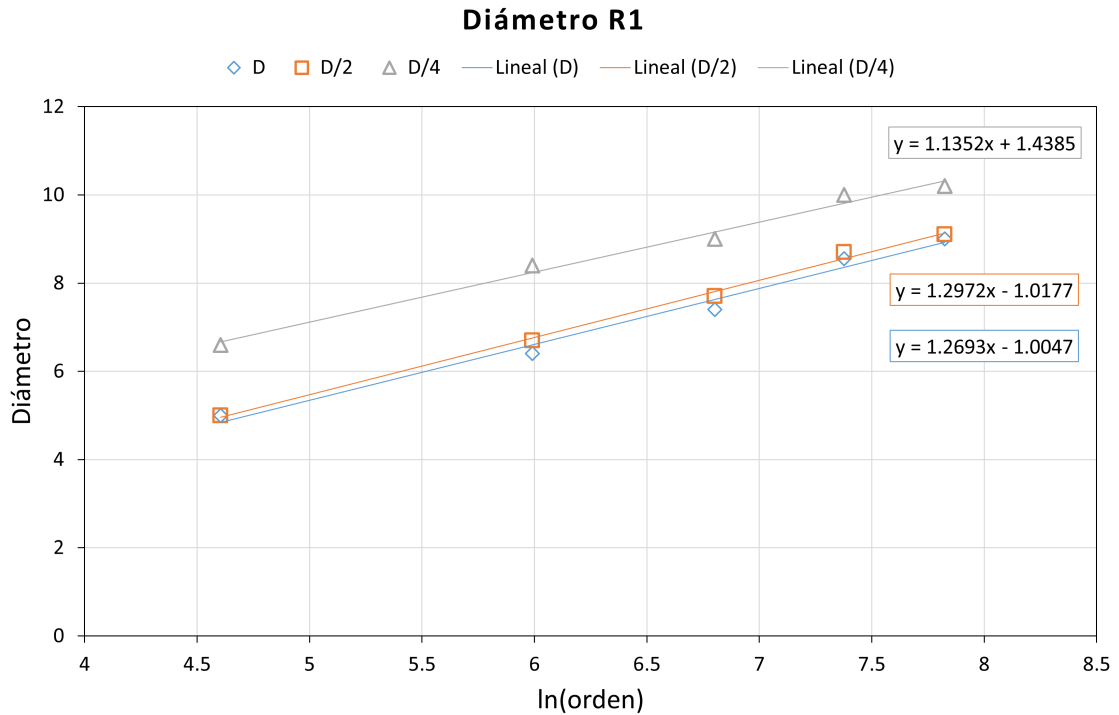


Figura 3.16: Diámetros para grafos de diferente orden con la regla R1

actuar como cliente y servidor dando lugar a pares simétricos. En una red par a par se tiene una organización entre los participantes (pares), a nivel de aplicación lo que permite crear *enlaces* de comunicación entre dos pares cualesquiera. El mecanismo central, y problema fundamental a resolver de las redes P2P es la búsqueda de datos en la red. Este mecanismo se ve fuertemente afectado por la organización de los datos y la topología de la red [47].

Algunas redes par a par pueden organizarse mediante el uso de Tablas Hash Distribuidas (DHT por las siglas en inglés de Distributed Hash Tables) que contienen información actualizada del estado de la red. Cada vez que ocurre un cambio en la estructura de la red, ya sea por la adición o eliminación de un equipo, se deben actualizar las tablas, dichas actualizaciones generan costos grandes y limitan la escalabilidad en la red. En [6], se presenta una red par a par dinámica en la que se conecta los equipos de la red para que formen una estructura de red de mundos pequeños. Como resultado se obtiene una red que necesitaba pocos enlaces hacia otros nodos de la red, y un costo bajo en la actualización de las tablas ya que se aprovecha la propiedad de la red de tener distancias muy cortas entre cada nodo. En conclusión se logra que una red de este tipo presente un mayor grado de escalabilidad.

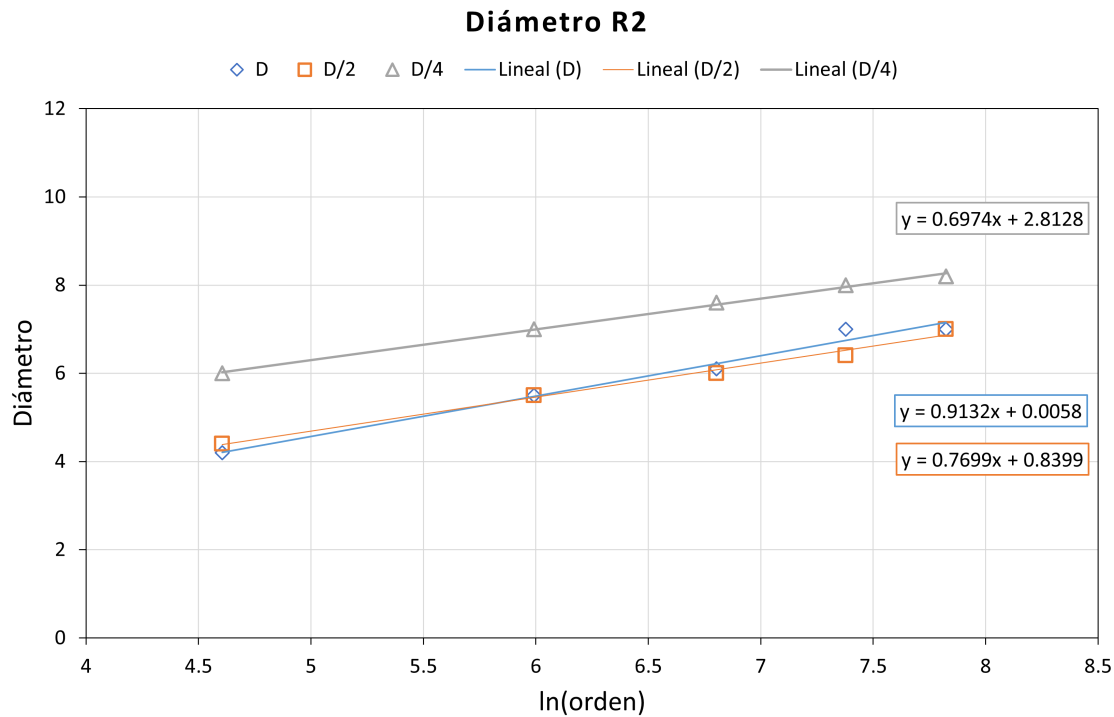


Figura 3.17: Diámetros para grafos de diferente orden con la regla R2

En esta sección se describe el uso del modelo propuesto para la creación de una red par a par, en este experimento se analiza el comportamiento del modelo de recableado usando la regla R1 y se compara con el mecanismo de formación descrito en el trabajo de Manku et al. para la construcción de la red Symphony [6].

3.2.1. Descripción del experimento

El experimento se realizó en el simulador de redes par a par PlanetSim [48, 49] el cual contiene una implementación del protocolo Symphony del trabajo de Manku et al. [6] para la construcción de la red superpuesta. El protocolo Symphony comienza estableciendo un espacio de direcciones de los reales contenidos en el intervalo $I = [0, 1)$ que pueden imaginarse en un anillo de perímetro 1, cada vez que se agrega un nodo a la red escoge como su *id* un real elegido de manera uniformemente aleatoria del intervalo I . El nuevo nodo establece enlaces de corto alcance hacia los nodos cercanos a su *id* en el anillo y se encarga de administrar el espacio de direcciones entre él y su vecino predecesor. Mientras se agrega el total de nodos en la red cada nodo cuenta con k enlaces de larga distancia, $k \geq 1$. Por cada enlace se calcula de

manera aleatoria un número $x \in I$ con una distribución de probabilidad de tipo armónica p_n donde n es el número de nodos actuales en la red. La función toma los valores $p_n(x) = \frac{1}{x \ln(n)}$ cuando x se encuentra en el rango $[1/n, 1]$, y 0 en otro caso.

Debido a que Symphony construye un anillo bidireccional, en este experimento se adaptó el modelo de recableado propuesto. La simulación del modelo propuesto en este caso comienza con un anillo bidireccional en el que cada nodo se conecta a sus dos vecinos derechos y a sus dos vecinos izquierdos, es decir a diferencia de los experimentos de la Sección 3.1 en este experimento la simulación inicia con un grafo regular como base en el que todos los nodos tienen grado 4. Además cada nodo tiene la capacidad de generar dos enlaces dinámicos y recablearlos en cada ciclo de simulación a cualquier nodo en la red elegido mediante la regla R1 como se muestra en la Figura 3.18. A diferencia de la implementación de Symphony en este experimento la red inicia con el total de nodos que tendrá la red.

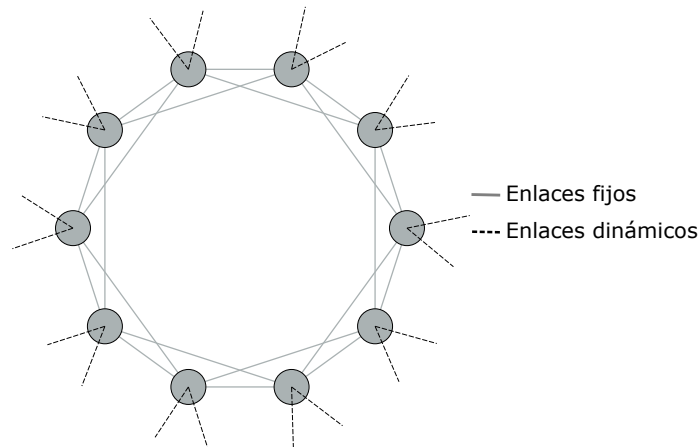


Figura 3.18: Ejemplo del anillo inicial para los experimentos con el modelo propuesto.

Se realizaron 2 experimentos, el primero construyendo redes con el protocolo Symphony, en este caso cada nodo tiene 4 enlaces de corto alcance que se conectarán a sus vecinos inmediatos, similar a la estructura base de enlaces fijos de la Figura 3.18, cada nodo tiene la capacidad de establecer $k = 2$ enlaces de largo alcance. El segundo experimento construye redes con el modelo de recableado propuesto sobre la base de la Figura 3.18. En este experimento únicamente se utilizó la regla R1 con enlaces dinámicos que son capaces de alcanzar a cualquier nodo en la red, lo que equivale a los experimentos con longitud de enlace igual a D . En cada ciclo de simulación se envían 10 paquetes a destinos aleatorios. La simulación se realiza con 10 ciclos de intercambio de paquetes y recableado de enlaces.

En ambos casos se realizaron experimentos para tamaños de red de 100, 200, 300, 400, 500, 1000, 1500 y 2000 nodos. Se hicieron 5 experimentos para cada tamaño de red. Tanto en la simulación de Symphony como en la simulación del modelo propuesto se limita el grado máximo que puede tener un nodo a 20 enlaces entrantes. En la Figura 3.19 se muestran dos ejemplos de grafos creados con los experimentos propuestos, los nodos de color más intenso son los de mayor grado en la red, el grafo de la Figura 3.19a fue creado con el protocolo Symphony y el grafo de la Figura 3.19b fue creado con el modelo propuesto. En la siguiente subsección se explicarán en detalle las propiedades medidas en los experimentos.

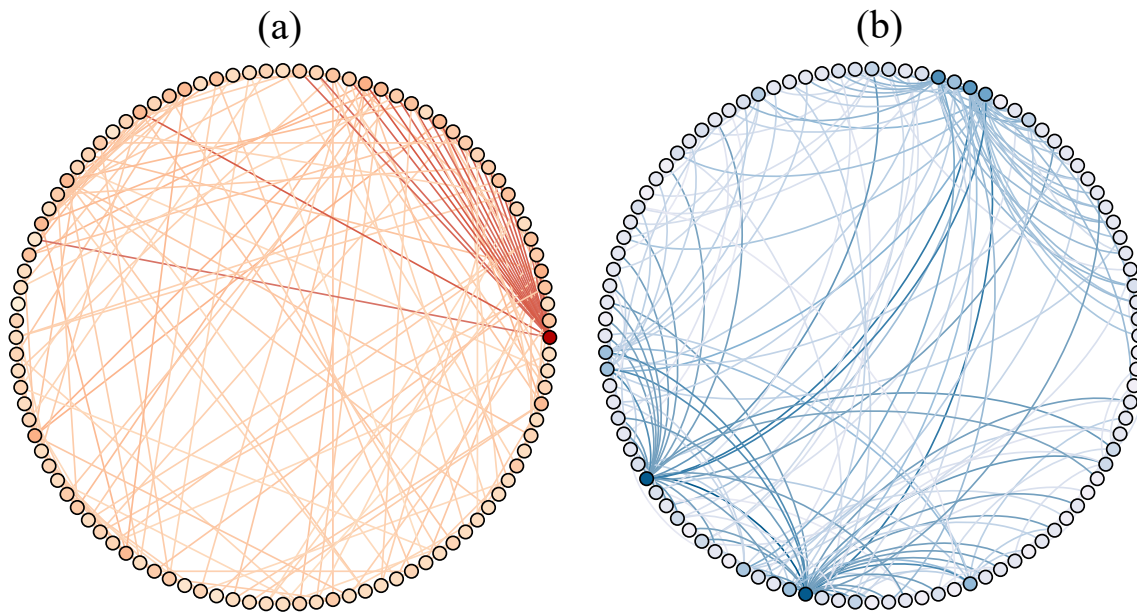


Figura 3.19: Grafos con 100 nodos creados en PlanetSim, los nodos de color más intenso son los de mayor grado. (a) Grafo creado con el protocolo Symphony. (b) Grafo creado con el modelo propuesto.

3.2.2. Resultados

Se midieron tres propiedades en las redes creadas en cada ciclo: diámetro, coeficiente de agrupamiento promedio y longitud de trayectoria promedio. En la Figura 3.20 se muestra el cambio en el diámetro de las redes simuladas con el modelo propuesto en cada ciclo de simulación, se puede observar que sin importar la cantidad de nodos en la red original (orden del grafo), el diámetro se estabiliza en dos ciclos de recableado.

En la Figura 3.21 se muestra el diámetro final de la red (en el eje vertical) contra el

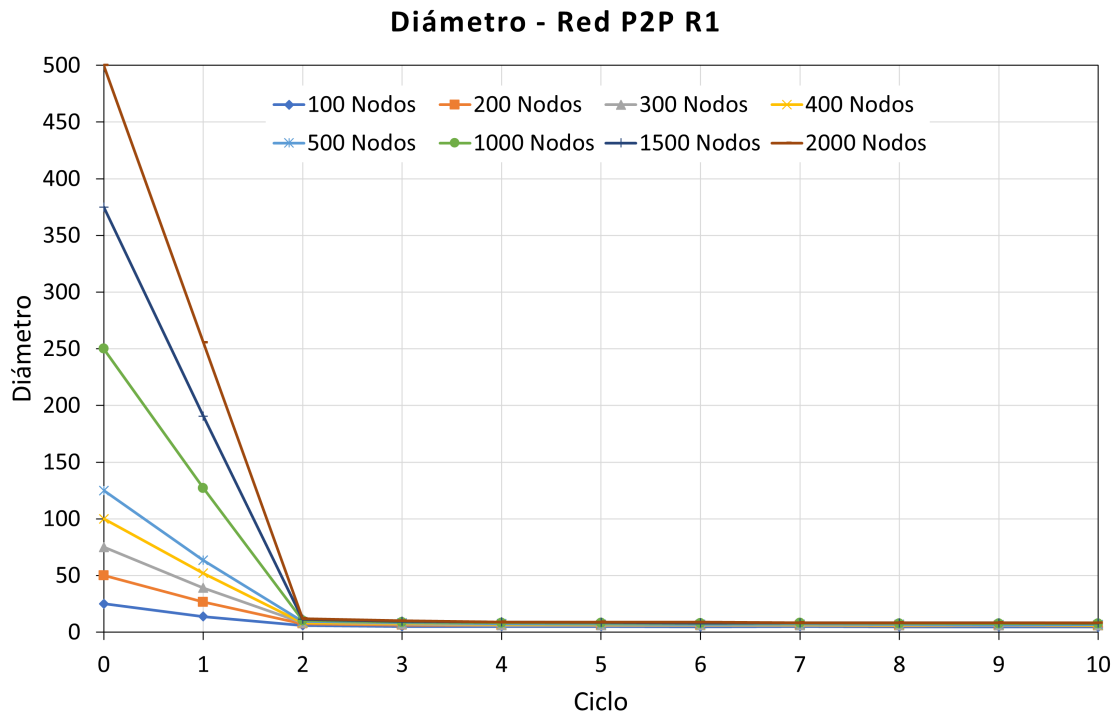


Figura 3.20: Diámetro de la red creada con el modelo propuesto en cada ciclo de simulación.

orden del grafo subyacente (en el eje horizontal). En este caso además de mostrar el diámetro final del modelo de recableado propuesto se muestra el diámetro final de las redes creadas con el protocolo Symphony. Se observa que el modelo de recableado propuesto tiene un crecimiento logarítmico en el diámetro, como función del total de nodos que componen el grafo. Se observa una tendencia similar entre Symphony y el modelo propuesto con la regla de recableado R1, aunque Symphony presenta diámetros ligeramente menores.

En la Figura 3.22 se muestra el coeficiente de agrupamiento promedio en cada uno de los ciclos de recableado en el modelo propuesto. Al comenzar el experimento todos los grafos comienzan con un coeficiente de agrupamiento de 0.5. Conforme se comienzan a agregar y recablear enlaces dinámicos, el coeficiente de agrupamiento disminuye. Sin embargo, a partir del ciclo 3 nuevamente comienza a crecer lentamente.

En la Figura 3.23 también se presenta una comparación del coeficiente de agrupamiento entre el modelo de recableado R1 y Symphony. Se observa cómo el coeficiente de agrupamiento disminuye en la medida que incrementa el orden de la red. En la comparación se puede observar que los grafos generados con el modelo de recablea-

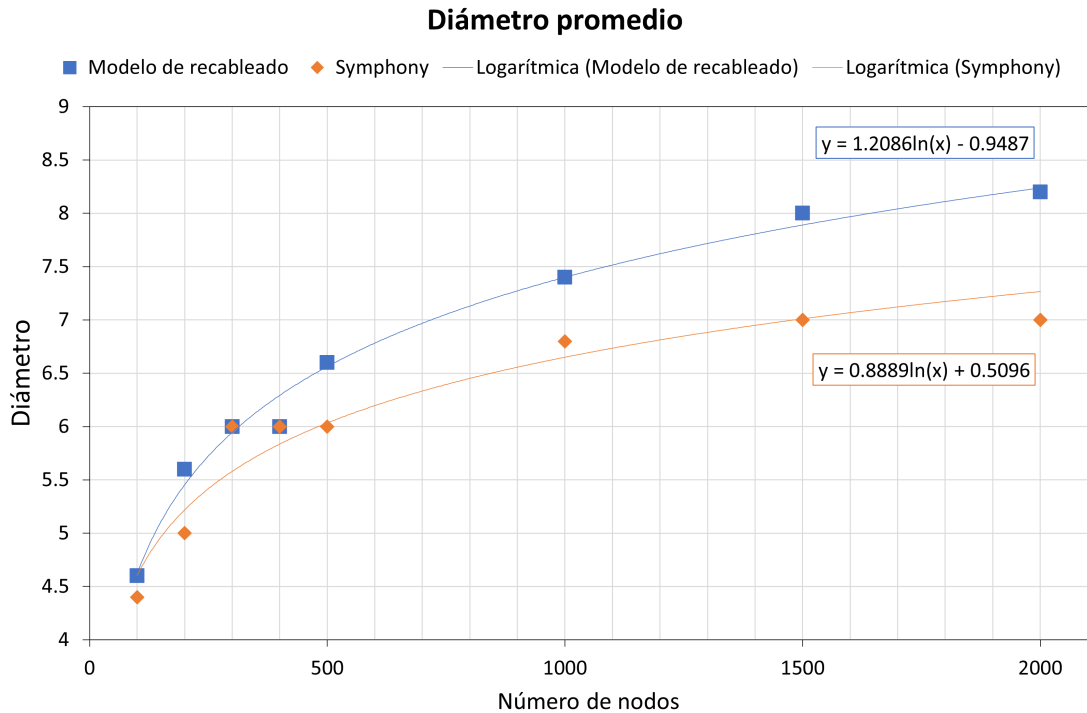


Figura 3.21: Diámetro promedio de la red vs número de nodos del modelo de recableado y Symphony.

do R1 tienen un mayor coeficiente de agrupamiento y que los grafos generados con Symphony presentan un decremento más acelerado del coeficiente de agrupamiento conforme el número de nodos que tiene la red final se incrementa.

El siguiente parámetro de interés es la longitud de trayectoria promedio, en la Figura 3.24, se observa el comportamiento de esta medida durante la simulación, del mismo modo que el diámetro se observa que se estabiliza rápidamente. En la Figura 3.25 se observa que la longitud de trayectoria promedio también exhibe un comportamiento logarítmico. Al incrementar la cantidad de nodos en la red, la longitud de trayectoria crece, sin embargo no es un crecimiento tan grande. Es notable que cuando se tienen 100 nodos en la red, en promedio se necesitan 2.5 saltos para llegar a otro nodo. Con 2000 nodos en la red, se necesita en promedio 4.7 saltos para llegar a otro nodo. Se puede concluir que con redes muy grandes, se pueden esperar longitudes de trayectorias pequeñas.

De igual manera, en la Figura 3.25 se presenta una comparación de la longitud de trayectoria promedio entre el modelo con la regla R1 y Symphony. De manera similar al diámetro de la red, se estabiliza la longitud de trayectoria a partir del ciclo 2. Se

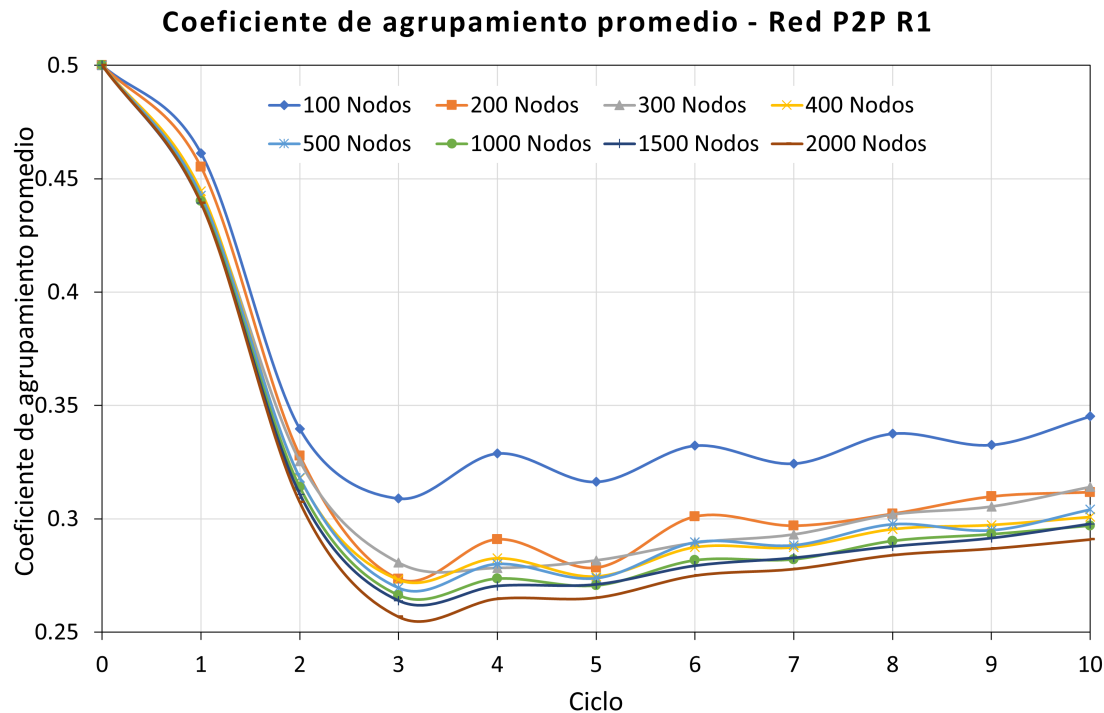


Figura 3.22: Cambio en el coeficiente de agrupamiento promedio de la red con el modelo de recableado durante la simulación.

observa una tendencia similar, aunque Symphony presenta longitudes de trayectoria ligeramente menores.

3.3 Discusión

Se propuso un modelo conformado de dos principales fases, la fase inicial de recolección parcial de información y la segunda fase de toma de decisiones. Este comportamiento no es extraño para los sistemas que existen en la naturaleza, por ejemplo el trabajo de Daniels *et al.* [50] explica que cierto comportamiento neuronal consiste en dos fases similares a las propuestas. La primera fase es de recolección de información de las células y la segunda fase es en la que se toman decisiones.

Los resultados de este trabajo permiten proponer un modelo de recableado distribuido que crea redes con características similares a aquellas encontradas en las redes

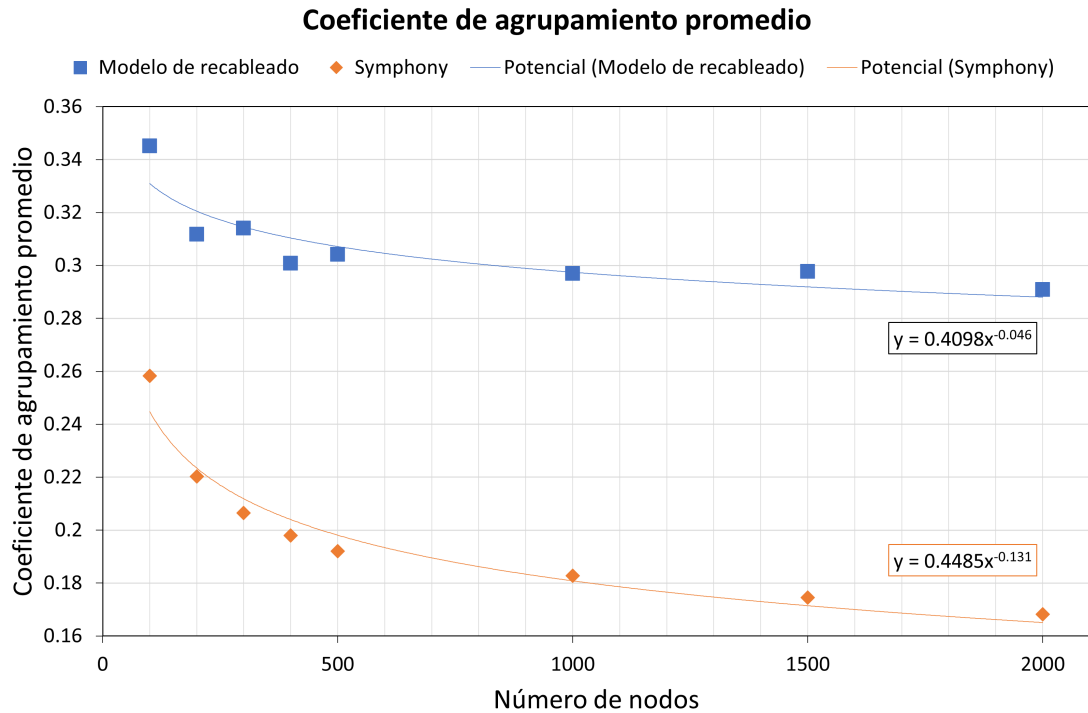


Figura 3.23: Coeficiente de agrupamiento promedio de redes de distinto orden creadas con el modelo de recableado propuesto y con Symphony.

complejas y que pueden ser introducidas en sistemas de tecnologías de la información y las comunicaciones tales como los sistemas P2P. En general, los grafos resultantes tienen un coeficiente de agrupamiento promedio más alto, también se redujo el diámetro y la longitud de trayectoria promedio baja en comparación con las características del grafo inicial. En esta primer parte del trabajo, se estudia el impacto de dos escenarios experimentales: 1) las reglas de recableado que cada nodo sigue y 2) el alcance de un nodo para recablear sus enlaces.

Con respecto a los resultados de la condición de recableado, se observó que el enfoque de la regla R1 fomenta la creación de estructuras más definidas, es decir con una formación de concentradores de grado muy alto al centro y concentradores de menor orden en las diagonales principales que de manera general asemejan la formación de una estrella, en este grafo existe una mayor cantidad de enlaces conectados en horizontal y vertical hacia los picos de la estrella. En cuanto a R2 se observa que esta estructura es totalmente difusa, en estos experimentos aunque existen concentradores en el centro son de menor grado y existe una mayor cantidad de enlaces conectados en diagonal directamente hacia el centro. A pesar de la existencia de concentradores

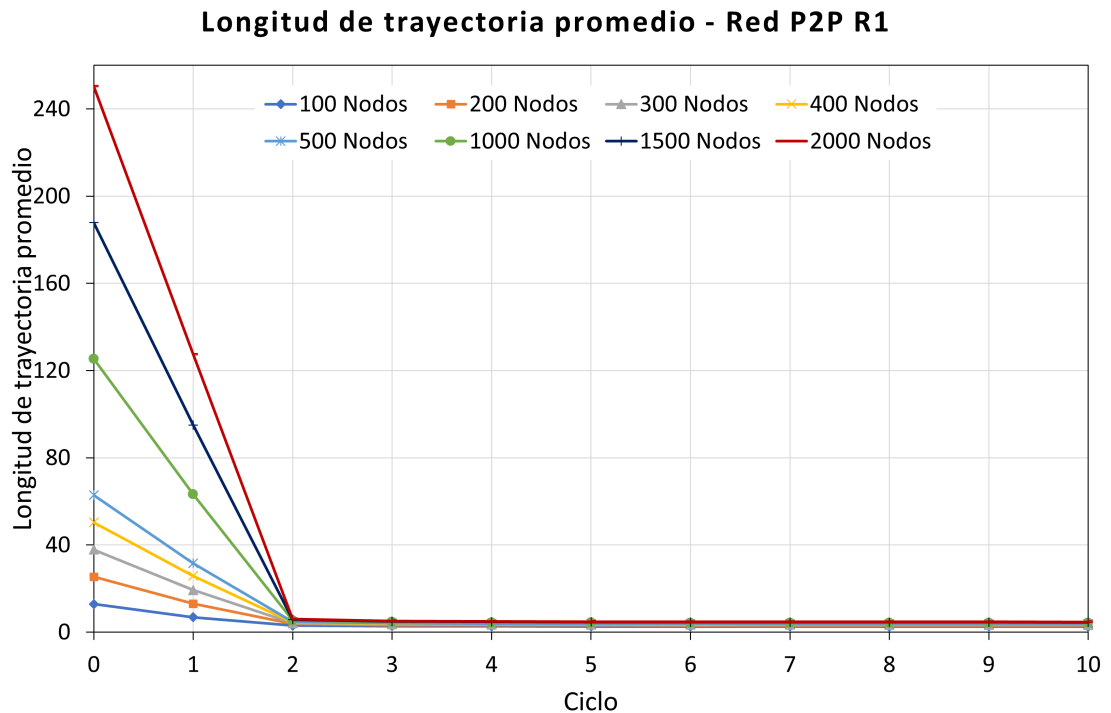


Figura 3.24: Cambio en la longitud de trayectoria promedio de la red con el modelo de recableado durante la simulación.

de alto grado en R1 la segunda regla consigue tener diámetros ligeramente más bajos. La distribuciones de grados muestra que la primer regla nos lleva a la formación de concentradores más grandes que los de la regla R2 lo que es interesante ya que a pesar de tener concentradores tan grandes no siempre otorga un menor diámetro al grafo. La posición de los concentradores se ve fuertemente afectada por el grafo inicial ya que no todos los nodos tienen las mismas condiciones al comenzar, por lo que el segundo experimento nos permite observar un avance más libre en el que los nodos no se conectan estrictamente a los nodos que ofrecen un mejor atajo solamente se conectan a nodos cercanos al área en la que se encuentran.

Para observar el uso del modelo en un escenario en el que todos los nodos tienen las mismas condiciones iniciales, se realizó un experimento más cercano a una de las posibles aplicaciones del modelo, la simulación sobre una red P2P. En este caso se utilizó la regla R1 con un alcance que permitía a los nodos conectarse a cualquier nodo en la red. Del mismo modo que el modelo propuesto existen dos fases principales, la primera de exploración y recolección de información y la segunda de análisis y toma de decisiones. En este caso la estructura base es un anillo bidireccional para poder

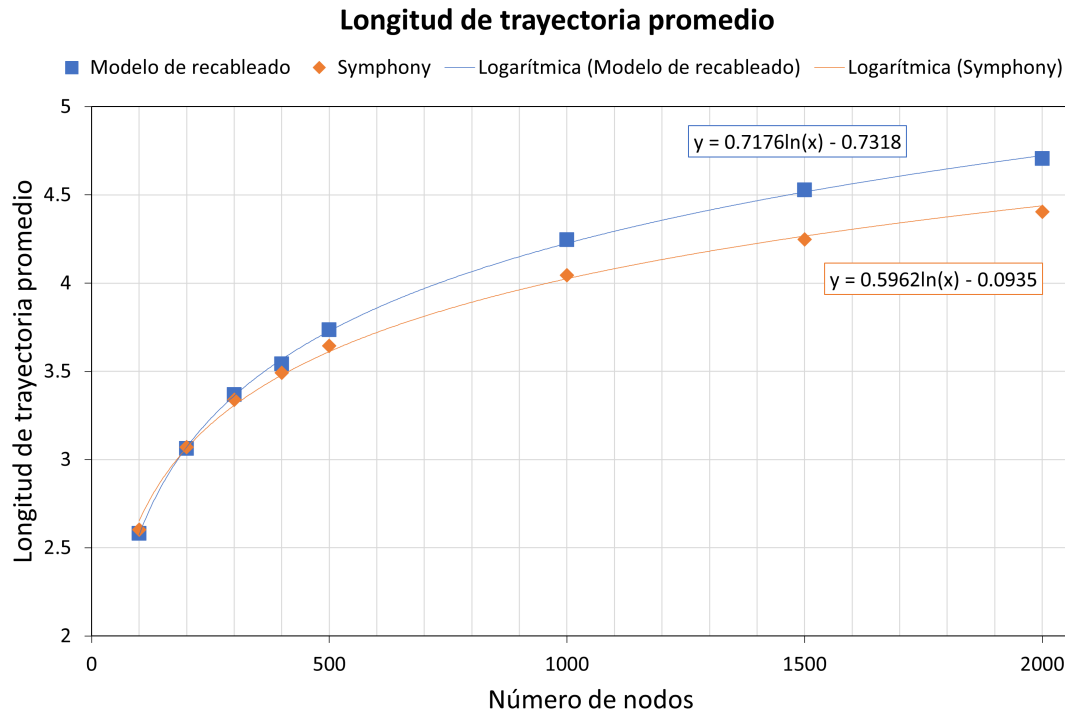


Figura 3.25: Longitud de trayectoria promedio de redes de distinto orden creadas con el modelo de recableado propuesto y con Symphony.

comparar los resultados con una red Symphony.

Es importante observar que el comportamiento del diámetro mostrado en la Figura 3.21 es similar al observado en los experimentos de la regla R1 realizados en la sección previa mostrados en la Figura 3.16. En general es posible observar que con el modelo propuesto con la regla R1 se obtienen resultados cercanos a los obtenidos con Symphony con un mecanismo de recableado más sencillo y que además, se puede utilizar en cualquier momento para reconfigurar su estructura, mientras que Symphony se reestructura cuando se eliminan o agregan nodos además, el mecanismo de Symphony solo trabaja sobre un anillo y el modelo propuesto puede funcionar sobre un grafo arbitrario. Como trabajo futuro resta comparar otras variaciones del modelo propuesto contra Symphony y otros protocolos de formación de redes par a par.

Este proyecto comenzó buscando nuevas técnicas y maneras de estudiar redes de TIC. Con el estudio del modelo propuesto se puede comenzar no sólo a comprender la estructura de las redes de telecomunicaciones, sino que también se puede aplicar para desarrollar nuevas estrategias de recableado, como las que se requieren en los

sistemas P2P, por ejemplo. Para futuros trabajos, se considera la posibilidad de investigar reglas de recableado diferentes o complementarias. Por ejemplo, en un sistema de telecomunicaciones, si un nodo se convierte en un concentrador como los obtenidos con nuestro modelo, el precio podría ser muy alto, ya que podría aumentar su intensidad de tráfico, lo que lo convierte en un posible cuello de botella. ¿Cuál sería la estructura emergente si un nodo limita el número de conexiones que pueden admitir? ¿Existe una regla de recableado que puede convertir una red arbitraria en una estructura navegable?

Degradación: Tolerancia ante fallos y ataques

Como se menciona en la Subsección 2.4.2, la red que subyace en el sistema complejo influye directamente en la dinámica de los procesos que ocurren en el mismo. Se sabe que las estructuras con las propiedades observadas en redes complejas, como las construidas bajo el modelo que hemos propuesto, influyen en las distintas funciones u operaciones que tienen lugar en el sistema. Por ejemplo, en un proceso de difusión de información desde un nodo aleatorio hacia el resto de la red, se podrá abarcar la extensión total de la misma en pocos saltos, cuyo número está acotado por el diámetro de la red. Entonces, la rapidez con la que se propaga la información dependerá de la estructura de la red sobre la que ocurre el proceso de difusión. Por otra parte, es importante observar que en un sistema real existe la posibilidad de que sus nodos detengan su funcionamiento o abandonen la red sin previo aviso, impidiendo así el aprovechamiento de las capacidades de la misma. En este capítulo se busca reconocer otras propiedades de las estructuras emergentes, relacionadas con la manera en que estas se comportan ante procesos de degradación.

4.1 Delimitación del experimento de degradación

Algunas de las propiedades emergentes que pueden estudiarse mediante el análisis de la degradación de la red son por ejemplo: su robustez, fragilidad y su antifragilidad. La primera se refiere a la capacidad de la red de mantener sus propiedades estructurales generales cuando se enfrenta a fallos o ataques en su estructura [51]. El sustento matemático para el análisis de robustez es la teoría de percolación, la cual estudia el comportamiento de una red mientras se le agregan nodos o eliminan

nodos. Si la red pierde fácilmente su funcionalidad ante procesos de degradación se dice que es frágil. Por su parte, la robustez y la fragilidad están relacionadas. En tanto, la antifragilidad estudia cómo los sistemas mejoran o se fortalecen ante procesos “desfavorables” como pueden ser procesos de degradación [52]. En este tipo de redes los mecanismos de adaptación o recuperación de la red permiten que esta se restablezca de la degradación e incluso mejore sus propiedades funcionales, viéndolo desde la perspectiva de redes complejas. Un ejemplo de un sistema antifrágil es el cuerpo humano, que después de pasar por ciertas enfermedades se fortalece y en algunos casos se hace inmune a algunas de ellas. Este capítulo se enfoca en estudiar qué tan robustos son los grafos generados con los modelos propuestos, dejando como un tema abierto o futuro el análisis de la antifragilidad para un sistema en el que se agreguen procesos de recuperación.

El problema se aborda mediante la simulación de fallos y ataques sin recuperación sobre los grafos generados con las reglas de recableado consideradas previamente. En ambos procesos de degradación, se miden las siguientes características sobre el grafo resultante: el grado promedio, el número de componentes conexos, diámetro, la longitud de trayectoria promedio, el coeficiente de agrupamiento y el orden del subgrafo o componente conexo más grande, también llamado *componente gigante*. Estas medidas se efectúan sobre el grafo G hasta el punto de su ruptura, es decir, a partir de que el número de componentes conexos sea mayor a 1 las propiedades estudiadas se miden sobre el componente gigante.

Para los fines de este estudio, una falla es una contingencia aleatoria que saca de operación a un nodo arbitrario. Mientras que un ataque es una situación provocada en la que se elige a un nodo, con la intención de provocar el mayor deterioro en las propiedades del sistema al que va dirigido. En una red pueden detener su funcionamiento tanto los nodos como los enlaces. En los siguientes experimentos se considera sólo la degradación por nodo, entendiendo que al eliminar a un nodo se eliminan también sus enlaces incidentes.

Un problema que se presentó en el desarrollo de los experimentos que aquí se describen surgió por la enorme cantidad de resultados que se generaron, lo que en principio complicó su análisis. De este modo, además de analizar las características estructurales que ya se han presentado en el capítulo anterior, se tomó en cuenta otra medida para poder analizar la degradación. Para esto es importante considerar que la simulación o los procesos de degradación que aquí se estudian se pueden describir como un proceso de percolación inversa, de este modo se midió también la *Fracción de nodos en el componente gigante* [?, 51, 53, 54], que mide qué fracción de los nodos que aun viven en el grafo están conectados al subgrafo conexo de mayor tamaño en G y se mide de la siguiente manera:

$$\frac{O(CG)_f}{O(G)_f} \in [0, 1] \quad (4.1)$$

En donde $O(CG)_f$ indica el número de nodos que contiene el componente gigante CG del grafo G , después de haber removido una fracción f de nodos. En tanto, $O(G)_f$ indica el número de nodos que existen en el grafo G después de remover esa fracción de nodos. En adelante, nos referiremos a esta medida como *orden relativo* del componente gigante. De este modo se analiza la degradación observando la cantidad de nodos removidos que ocasionan un cambio abrupto en el orden relativo del componente gigante.

4.2 Degradación por fallos

La simulación del proceso de degradación por fallos consiste en seleccionar de manera aleatoria un nodo v en el grafo G . Posteriormente se detiene su funcionamiento eliminando v del grafo de forma permanente (fallo sin recuperación), de igual forma se elimina cada arista incidente en v , sea dinámica o fija. El proceso se realiza de manera secuencial, de esta forma es posible analizar el cambio en la estructura y propiedades del grafo después de cada fallo o conjunto de fallos.

Como consecuencia del proceso de eliminación de nodos y enlaces existe un punto en el proceso en el que el grafo se separa en diversos componentes o subgrafos aislados. Como ya se dijo previamente, a partir de este punto el análisis se centra en la estructura y propiedades del subgrafo o componente conexo de G de mayor orden, también llamado componente gigante.

4.2.1. Experimentos

Los grafos generados con el modelo propuesto se dividen en dos conjuntos principales: los grafos generados utilizando la regla R1 y los generados con la regla R2. Cada conjunto se divide a su vez, de acuerdo con la longitud máxima de los enlaces dinámicos que posee cada nodo, esta medida determina el alcance máximo dentro del cual cada nodo podrá establecer sus enlaces dinámicos. Como se mencionó en el capítulo anterior, la longitud máxima de enlace dinámico se mide con respecto a D , también llamada *diagonal*, que describe la distancia euclidiana entre los nodos más alejados de las esquinas de la malla original. De este modo cada conjunto principal

de grafos se divide por la longitud de enlace máxima: D , $D/2$, $D/4$, $D/8$, $D/16$ y $D/32$. En la Figura 4.1 se muestran dos ejemplos de grafos generados en el capítulo anterior con el modelo propuesto, uno con la regla R1 y otro con la regla R2, en ambos casos cada nodo puede extender sus enlaces dinámicos hasta una longitud de enlace igual a D , es decir cada nodo alcanza a cualquier otro en el grafo. En adelante nos referiremos a los grafos generados con estas características como *Grafo R1 - D* y *Grafo R2 - D*, respectivamente. La intensidad de color de cada nodo en la figura corresponde al número de vecinos o grado de cada uno de ellos.

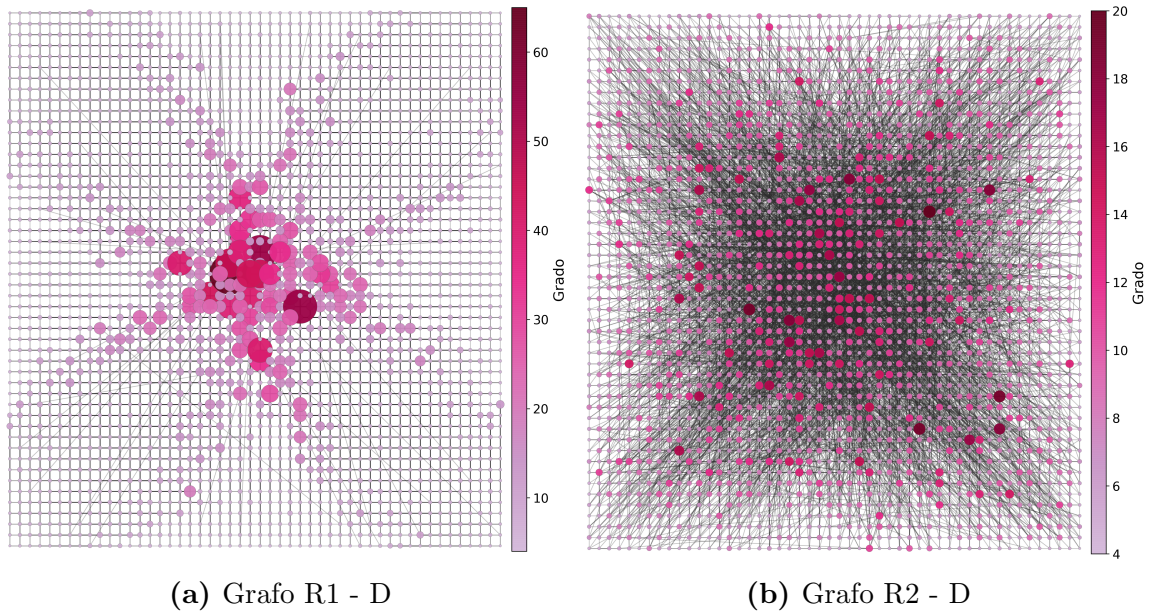


Figura 4.1: Grafos generados con el modelo propuesto con las distintas reglas de recableado, cada nodo tiene dos enlaces dinámicos y longitud de enlace máxima igual a D .

En los experimentos realizados se registra el estado del grafo, midiendo las propiedades mencionadas al principio de este capítulo, cada vez que se han eliminado 25 nodos seleccionados aleatoriamente de manera uniforme, lo que representa el 1% de los nodos iniciales. De esta manera se observa el cambio durante todo el proceso de degradación, observando el punto o porcentaje de nodos en fallo con el que la red comienza a perder sus funcionalidades. Este porcentaje también es llamado *fracción crítica* o *punto crítico* de acuerdo con la teoría de la percolación [51]. Específicamente el fenómeno observado en este experimento es llamado percolación inversa. Antes de este punto se puede decir que la red aún mantiene las propiedades que la caracterizan, después de este punto pueden cambiar rápidamente dando lugar a una red que pierde las principales funcionalidades que otorga al sistema.

Degradación por fallos del Grafo R1-D

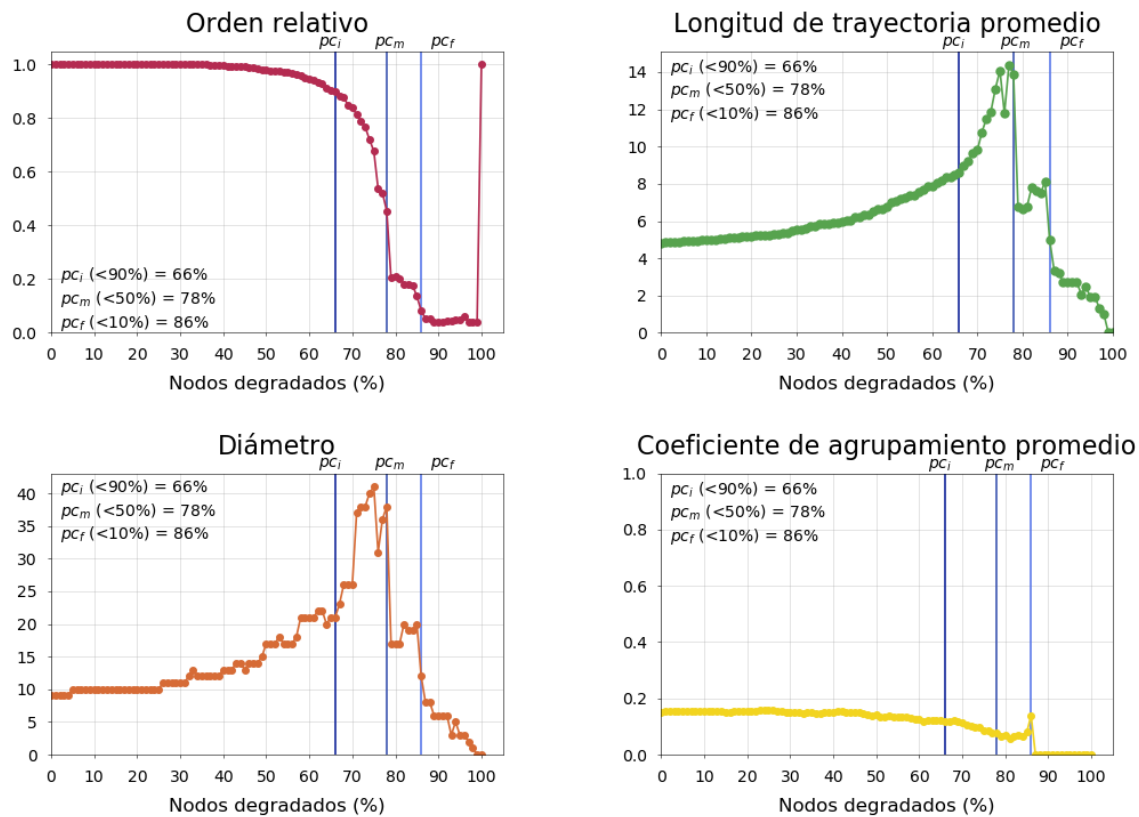


Figura 4.2: Propiedades del Grafo R1 - D de la Figura 4.1a durante el proceso de degradación por fallas aleatorias.

En adelante, se utilizan gráficas como las mostradas en la Figura 4.2 para describir el comportamiento de los grafos estudiados ante el proceso de degradación. La gráfica de cada propiedad (orden relativo, LTP, diámetro o CAP del componente gigante) puede entenderse como una caracterización del proceso completo. Cada punto es el valor de una característica después de haber removido x porcentaje de nodos de la red. En cada gráfica se señalan con líneas verticales tres momentos diferentes del proceso que describen una *fase de transición*. La primera línea de izquierda a derecha marca el punto llamado pc_i el cual indica el momento en el que el componente gigante contiene por primera vez a menos del 90% de los nodos activos. En adelante nos referiremos también a este punto como el inicio de la fase de transición y se marcará en todas las gráficas cuando el orden relativo sea menor que 0.9 por primera vez. La segunda línea corresponde al punto llamado pc_m o punto medio y se marca

cuando el orden relativo es menor que 0.5 por primera vez. Por último, la tercer línea se refiere al punto llamado pc_f y marca el final de la transición lo que ocurre cuando el orden relativo es menor que 0.1 por primera vez. El punto pc_f es el punto más cercano al punto crítico que reportan algunos trabajos de investigación y para la mayor parte de redes se toma cuando el componente gigante llega a contener al 1 % de nodos en la red [51]. En los experimentos realizados en el punto marcado con el 10 % ya se observa la ruptura y pérdida por completo de las propiedades adquiridas en la formación de la red.

La Figura 4.3 muestra el Grafo R1-D en los puntos antes mencionados. El primer grafo (Figura B.2a) corresponde al estado inicial del proceso de degradación, antes de que falle algún nodo, los enlaces en color azul unen al componente gigante que en este caso abarca a todo G. El segundo grafo (Figura 4.3b) corresponde al inicio de la fase de transición pc_i , en este punto se ha eliminado el 66 % de los 2500 nodos iniciales y el componente gigante une a 763 nodos de los 850 que “sobreviven”. Ahora es posible observar algunos enlaces de color gris más tenues, estos nodos unen a los nodos que no están conectados al componente gigante. El tercer grafo (Figura 4.3c) muestra el punto medio de la transición pc_m el componente gigante contiene solo a 250 nodos de los 550 totales pero es importante notar que abarca una gran área del grafo permitiendo la comunicación entre nodos ubicados en los extremos del grafo. Finalmente, el cuarto grafo (Figura 4.3d) muestra la estructura al final de la fase de transición, en el punto pc_f , en este punto el componente gigante une solamente a 29 nodos de los 350 restantes en G.

Es importante considerar que la degradación implica una dinámica a la que se somete al grafo. Cuando el porcentaje de nodos en fallo es menor al 66 %, se observa un cambio gradual en las propiedades mostradas en la Figura 4.2. Sin embargo, cuando el porcentaje asciende al 78 %, y hasta llegar al 86 %, se observa un cambio importante, una fase de transición durante la cual se aceleran los cambios en estas medidas. Al finalizar la fase de transición, la longitud de trayectoria promedio y el diámetro son menores que las observadas al inicio de la degradación, esto sucede porque el componente gigante, el cual se observa en la Figura 4.3d unido por enlaces azules, reúne solamente a 29 nodos de los 350 vivos hasta este momento. Después de que se ha removido el 86 % de nodos originales, se observa una gran cantidad de componentes de orden muy bajo, compuestos con a lo más 10 % de los nodos totales.

Teniendo en cuenta la aleatoriedad al seleccionar a los nodos en la dinámica de degradación, en la Figura 4.4 se muestran los resultados de 10 diferentes experimentos de fallo sobre el grafo R1-D de la Figura 4.1a. Se puede observar que, independientemente del orden en el que fallan los nodos, existen las 3 etapas antes mencionadas: la primera, de un cambio gradual en las diferentes propiedades; la segunda, una fase

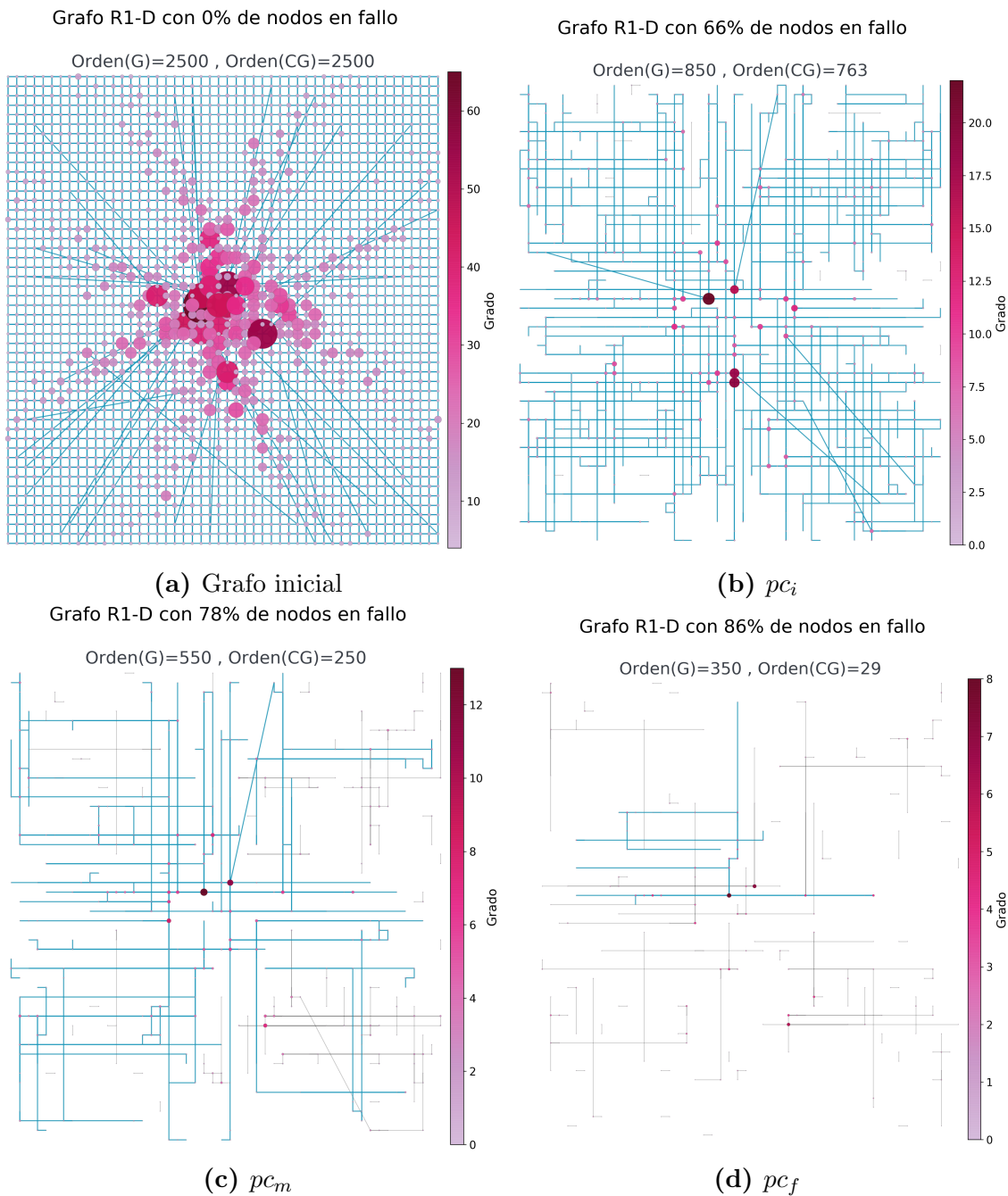


Figura 4.3: Grafo R1 - D de la Figura 4.1a en distintos puntos de la degradación por fallos.

de transición en la que estas medidas aceleran su cambio; y la tercera, una etapa en

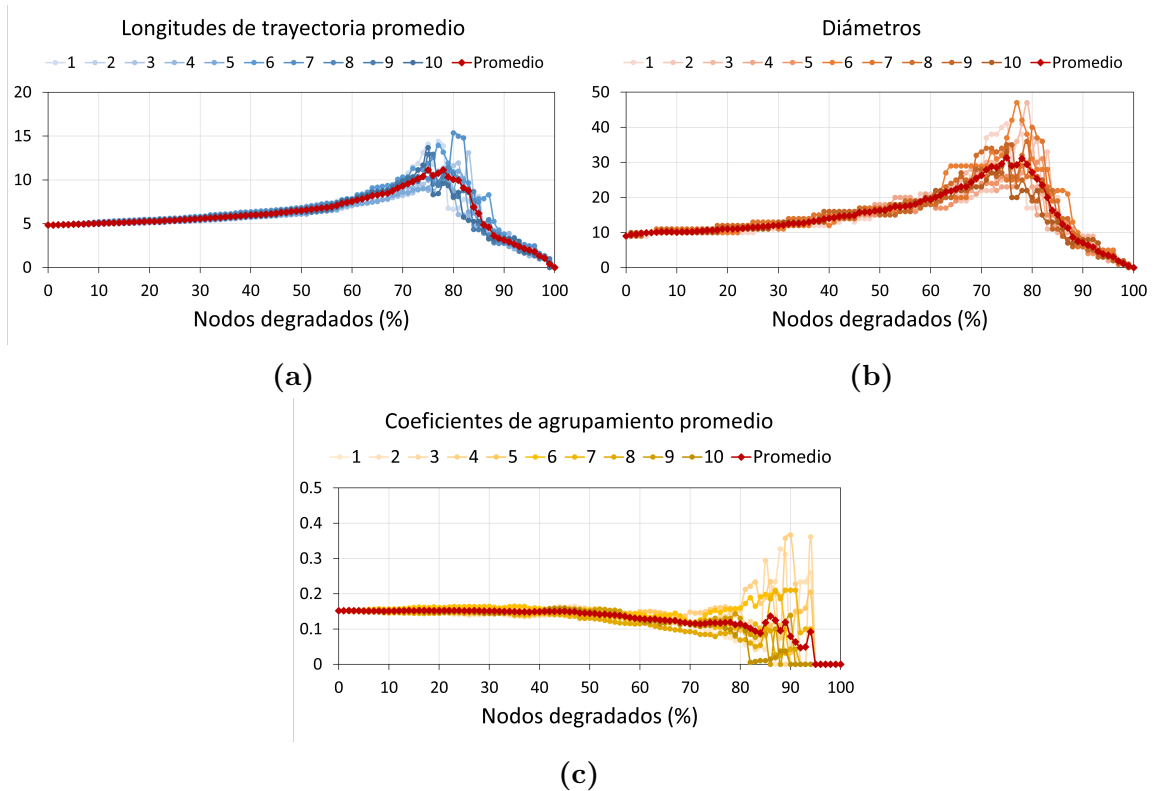


Figura 4.4: Cambio en las propiedades del Grafo R1-D de la Figura 4.1a durante el proceso de degradación en 10 secuencias de fallo distintas.

la que el componente gigante se desintegra en una gran cantidad de componentes de orden menor. El Apéndice B contiene las figuras de las propiedades y los grafos correspondientes de una secuencia de fallo distinta sobre el Grafo R1-D.

La Figura 4.5 muestra el cambio en las propiedades del Grafo R2 - D de la Figura 4.1b mientras es sometido a la misma dinámica de degradación. Se puede observar que el punto inicial de la fase de transición ocurre con el 69% de nodos en fallo, el punto medio ocurre con 82% de nodos en fallo y la fase de transición termina cuando se han eliminado el 85% de los nodos. En este caso, con el 81% de los nodos de G en fallo, aún existe un subgrafo CG que conecta nodos lejanos en la periferia del grafo. Es importante destacar que este componente gigante se está distribuyendo mejor en el área de la rejilla a pesar de solo contar con el 53.1% de los nodos totales que aún siguen en funcionamiento. El inicio de la fase de transición ocurre con el 69% de nodos en fallo, en este punto comienza un aumento acelerado de la longitud promedio de las trayectorias y el diámetro del grafo, con el 82% de nodos en fallo menos del 50% de nodos siguen conectados y para este punto ya ha comenzado el declive en

Degradación por fallos del Grafo R2-D

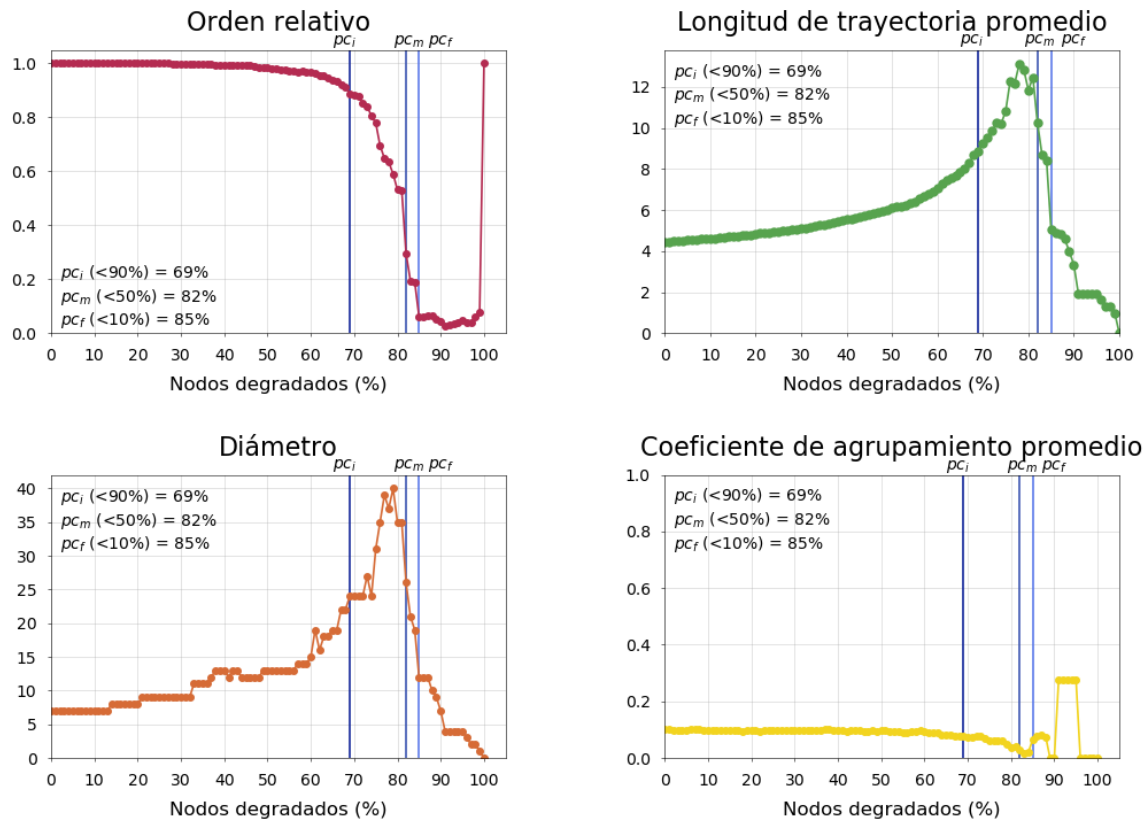


Figura 4.5: Propiedades del Grafo R2 - D de la Figura 4.1b durante el proceso de degradación por fallos.

las dos propiedades antes mencionadas.

La Figura 4.6 muestra al grafo en los puntos importantes durante la degradación, en el punto inicial de la degradación se observa un grafo que abarca toda el área de la rejilla, en este caso a diferencia de la regla R1 no se observa una estructura definida y es posible observar una mayor cantidad de nodos conectados en diagonales. En el punto medio solo sobreviven 450 de los nodos iniciales y el componente gigante solo contiene a 133 de ellos, esta estructura contiene a menos de la mitad de los nodos que sobreviven pero aún logra conectar a nodos dispersos en toda el área de la rejilla inicial. Para el final de la transición el componente más grande conecta solo a 23 nodos. Vale la pena notar que los nodos del centro mantienen a sus enlaces. En este tipo de grafo los nodos del centro son los de mayor grado y conforme avanza el proceso de degradación son los que se mantienen vivos con más enlaces hasta el

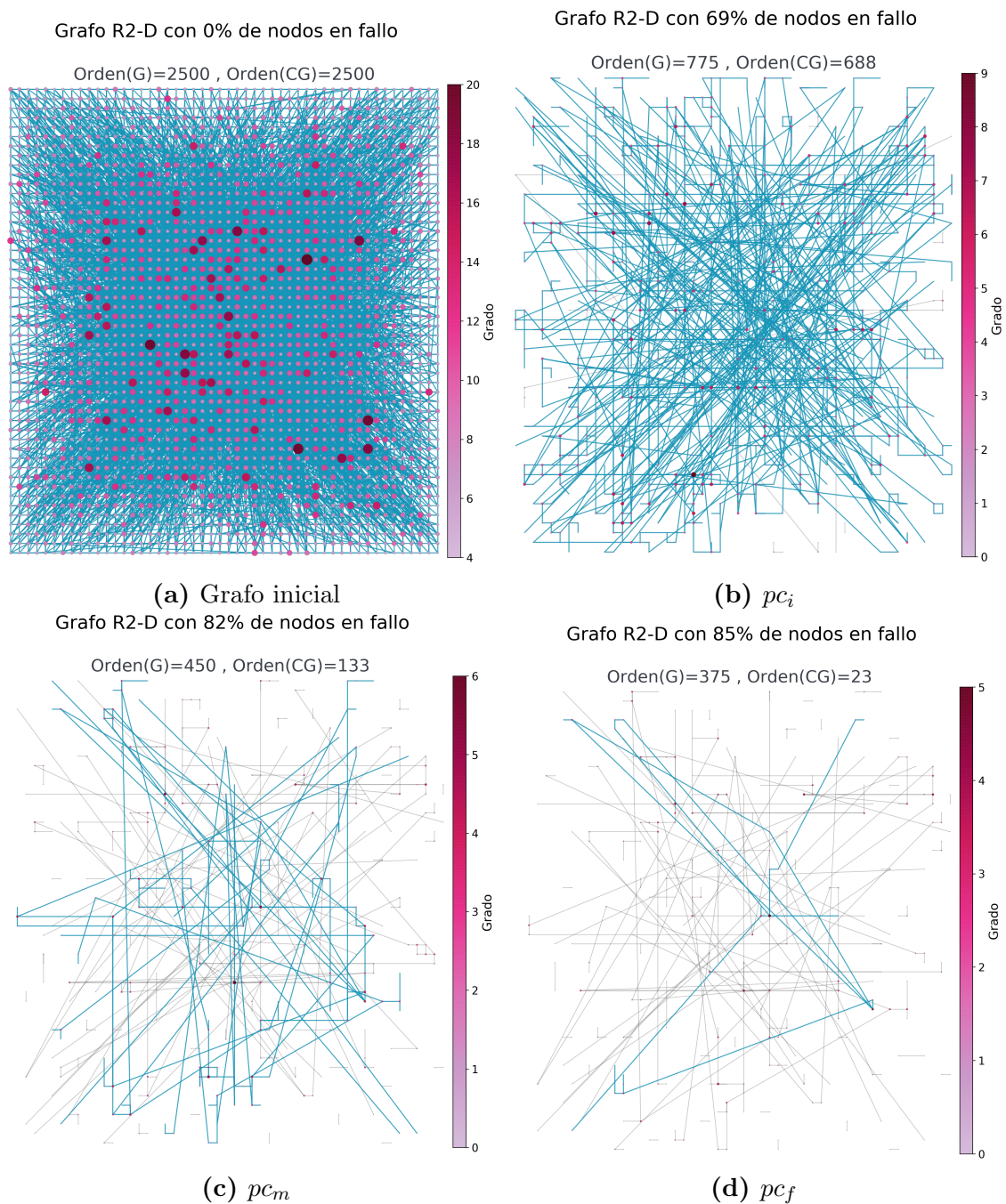


Figura 4.6: Grafo R2 - D de la Figura 4.1b en distintos puntos de la degradación por fallos.

final.

En el caso de los grafos presentados, se observa que el componente gigante comienza su división más importante cerca del punto pc_m y que para el punto pc_f ya se observa la división en una gran cantidad de componentes de menor orden y de nodos aislados. Para la degradación por fallos, en esta sección, se sometieron a la dinámica de degradación presentada a todos los grafos descritos en el capítulo anterior, obteniendo para cada uno de ellos los puntos pc_i , pc_m y pc_f .

4.2.2. Resultados

A continuación se presenta el resumen de puntos críticos obtenidos para todos los grafos creados con el modelo propuesto, separados por la regla de recableado utilizada para su creación. Posteriormente cada conjunto de grafos se separa por la longitud máxima de enlace dinámico. Al finalizar la sección se analizan las principales diferencias entre cada conjunto de grafos.

4.2.2.1. Fallos sobre la regla R1

La principal característica observada en los grafos generados con esta regla o condición de construcción es la formación de estructuras más definidas es decir con concentradores más grandes que los de la regla R2 situados al centro de la rejilla y concentradores de menor orden situados en las diagonales principales, su coeficiente de agrupamiento promedio es más alto que los grafos R2 excepto en el caso de longitud de enlace más acotada. Por otro lado los diámetros promedio de esta regla son mayores a los de la regla R2 incluso para redes con menor cantidad de nodos. El diámetro de este tipo de grafos tiende a ser del orden de logaritmo de n , donde n es el orden del grafo.

En la Tabla 4.1 se observan los porcentajes promedio de nodos removidos al llegar a los tres puntos descritos anteriormente durante la fase de transición. Como se mencionó anteriormente, el punto pc_i representa el inicio de la transición, pc_m el punto medio y pc_f el punto final de la fase de transición observada. En el primer caso, de los grafos con una longitud máxima de enlace dinámico igual a D , se observa que antes de que fallen en promedio el 65.65 % de los nodos en G se tendrá un componente gigante que contendrá al menos al 90 % de los nodos activos en G . A partir de este punto y hasta remover el 79.12 % de nodos se observa que el componente gigante conectará al menos al 50 % de los nodos activos en G . El componente más grande en G tendrá un orden relativo menor al 0.1 a partir del momento en que se elimina en

promedio al 87.07% de nodos en G . Es decir, a partir de este punto no existe ningún subgrafo que conecte a más 10% de los nodos que aún están en funcionamiento en G . En otras palabras, hasta este punto, de los 2500 nodos iniciales en G , en promedio se han eliminado 2176.75 de ellos y de los nodos restantes activos (en promedio 323.25), el subgrafo conectado más grande conecta a menos de 32.32 nodos en promedio.

Regla R1			
Longitud de enlace dinámico	$pc_i(< 0.9)(\%)$	$pc_m(< 0.5)(\%)$	$pc_f(< 0.1)(\%)$
D	65.65	79.12	87.07
$D/2$	65.87	78.73	87.12
$D/4$	66.47	78.71	86.87
$D/8$	66.46	75.11	83.92
$D/16$	64.2	70.64	79.95
$D/32$	56.19	61.99	71.58

Tabla 4.1: Fallos sobre los grafos R1. Puntos críticos promedio pc_i , pc_m y pc_f durante la fase de transición.

La Figura 4.7 muestra de manera más clara los datos obtenidos. Se observa que los grafos D , $D/2$, $D/4$ y $D/8$ comienzan su fase de transición en puntos muy cercanos con pc_i entre 65.65% y 66.47%. Los grafos D , $D/2$ y $D/4$ siguen comportándose de manera muy similar en el punto medio y final de la transición. El caso $D/8$ se separa en estos puntos y también se degrada de manera más rápida, esto quiere decir que su fase de transición abarca una menor cantidad de fallos que los experimentos anteriores, en promedio 16.46% eventos de fallo, es decir 411.5 nodos. La fase de transición en D abarca 21.42% de eventos de fallo equivalente a la eliminación de 535.5 nodos.

Al decrementar la longitud de enlace dinámico se observa que la fase de transición comienza antes en el proceso de degradación que los experimentos con mayor alcance, esto es más notorio en los grafos $D/32$ en los que el punto crítico inicial promedio ocurre con 56.19% de nodos en fallo. Este caso particular también es el que se degrada más rápido entre los experimentos, abarcando en promedio 15.39% de los eventos de fallo, equivalente a la eliminación secuencial promedio de 384.75 nodos.

Con estos experimentos se puede observar que al acotar la longitud de enlace dinámico de los nodos en el grafo se disminuye la tolerancia ante fallos del grafo.

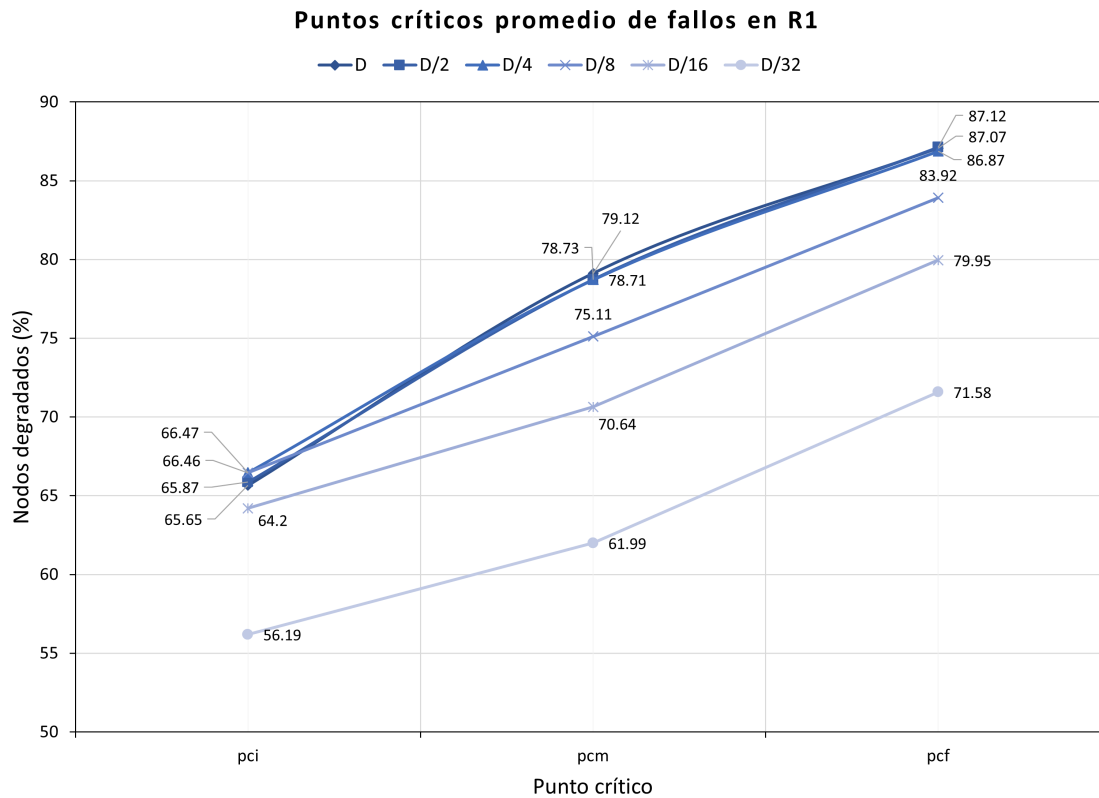


Figura 4.7: Fallos sobre los grafos R1. Comparación entre los puntos críticos de la regla R1 por longitud de enlace dinámico.

4.2.2.2. Fallos sobre la regla R2

Los grafos obtenidos con esta regla se caracterizan por tener estructuras con más aleatoriedad en la distribución de nodos de alto grado en el área de la rejilla, aún así esos concentradores se siguen colocando al centro del grafo. En este caso no se generan concentradores de menor grado justo en las diagonales, en cambio los enlaces dinámicos conectan a nodos lejanos formando más líneas diagonales en la rejilla como se observa en la Figura 4.1b. El coeficiente de agrupamiento es más bajo que los grafos R1 excepto para los grafos $D/32$. Los diámetros tienden a ser $O(\ln(n))$ donde n es el número de nodos en la rejilla, sin embargo en este caso se generan grafos con diámetros más bajos en comparación con R1. La distribución de grados es similar a R1 excepto porque en esta regla los concentradores tienen un orden más bajo.

La Tabla 4.2 muestra los porcentajes promedio de nodos removidos para llegar a los tres puntos críticos descritos anteriormente durante la fase de transición. De manera

Regla R2			
Longitud de enlace dinámico	$pc_i(< 0.9)(\%)$	$pc_m(< 0.5)(\%)$	$pc_f(< 0.1)(\%)$
D	68.83	80.36	85.91
$D/2$	68.67	80.55	85.98
$D/4$	67.59	80.38	87.07
$D/8$	67.52	78.37	85.11
$D/16$	66.79	74	82.1
$D/32$	55.95	61.53	71.9

Tabla 4.2: Fallos sobre los grafos R2. Puntos críticos promedio pc_i , pc_m y pc_f durante la fase de transición.

general se observa que la fase de transición ocurre en un punto más avanzado en el proceso de degradación, es decir soportan más fallos que los grafos R1, excepto para el caso $D/2$.

La Figura 4.8 permite comparar mejor los datos obtenidos. Los grafos D y $D/2$ tienen el mismo comportamiento, con un inicio de transición entre 68.67% y 68.83% y termina entre el 85.91% y 85.98%. Los grafos $D/4$ y $D/8$ comienzan en puntos similares sin embargo $D/8$ se degrada más rápido teniendo una fase de transición más angosta que $D/4$. Al acotar la longitud de enlace dinámico a $D/16$ se observa que todos sus puntos críticos se alejan de los obtenidos en experimentos anteriores. En el caso más acotado, los grafos $D/32$ son los que soportan menos fallos y es importante mencionar que todos los puntos de su fase de transición son muy cercanos a los de la regla R1.

Finalmente, para estos experimentos, los grafos cuya fase de transición decae lentamente, es decir que su fase de transición tiene mayor duración ocurre en los experimentos $D/4$, en este caso abarca un promedio de 19.48% de eventos de fallo equivalente a 487 nodos.

4.3 Degradación por ataques

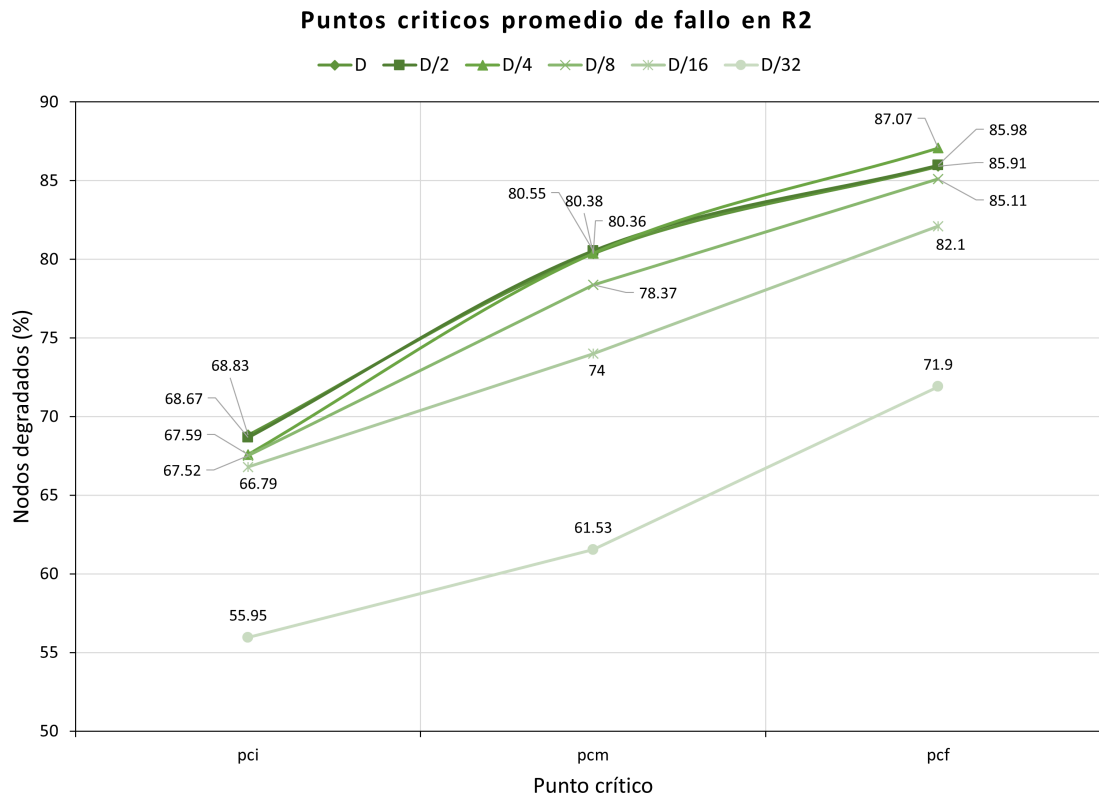


Figura 4.8: Fallos sobre los grafos R2. Comparación entre los puntos críticos de la regla R2 por longitud de enlace dinámico.

Estudiar el proceso de degradación por ataque, ayuda no sólo a entender la resiliencia del sistema completo, sino que también permite reconocer la importancia de ciertos nodos en la red. Un sistema vulnerable a ataques puede tener características tales como la existencia de nodos con una cantidad muy alta de vecinos o un grado de intermediación (*obetweenness*) alto que conecten zonas de gran importancia en la red [32], por mencionar algunas medidas de centralidad y por consiguiente que tienen un impacto muy importante en las dinámicas que ocurren sobre la red. Por ejemplo, en una red de comunicaciones, un nodo con un grado muy alto puede mejorar el proceso de difusión de información pero, al mismo tiempo, se convierte en un punto muy vulnerable ante una sobrecarga por congestión, que puede comprometer la operación de todo el sistema.

Un ataque puede verse como un acto intencional que busca causar la mayor degradación o daño de la red. En el caso de este conjunto de experimentos, los nodos eliminados serán los concentradores de mayor grado, es decir aquellos que tienen una

mayor cantidad de enlaces incidentes. En esta dinámica de degradación los nodos se eliminan de manera secuencial y siempre optando por el nodo activo de mayor grado perteneciente al componente gigante.

4.3.1. Experimentos

Para introducir el análisis de los experimentos de degradación a continuación se describe la dinámica de ataques sobre los grafos de la Figura 4.1. En estos experimentos, de la misma manera que en la degradación por fallos, se registran las propiedades antes mencionadas, cada vez que se elimina a un número de nodos equivalente al 1% del orden original. La degradación comienza ordenando a los nodos por grado, a continuación se selecciona el nodo de mayor grado y se elimina junto con sus aristas incidentes, sin importar si representan un enlace dinámico o fijo.

La Figura 4.9 muestra las propiedades del Grafo R1-D de la Figura 4.1a durante el proceso de degradación como ejemplo de la dinámica de ataque. En este caso la red comienza la fase de transición antes que el caso de fallos, comenzando cuando se han eliminado 36% de los nodos. El punto medio ocurre con 43% de los nodos en fallo y termina cuando se han eliminado 48% de los nodos del grafo. La transición de ataques es más rápida soportando 12% de eventos de ataque, equivalentes a la eliminación de 300 nodos, a diferencia de la fase de transición del mismo grafo para el caso de fallos que tomaba 20% de eventos de fallo, equivalente a la eliminación de 500 nodos. Al observar la longitud de trayectoria promedio se puede ver que desde el inicio de la transición se tienen valores más altos que en el caso de fallos en su punto más alto ya que estamos eliminando atajos importantes en la red, el valor más alto en ambos casos se alcanza cerca del punto pc_m . Lo mismo se observa en la gráfica del diámetro. En el caso del coeficiente de agrupamiento promedio, el decremento es constante a diferencia del caso de fallos aleatorios.

En la Figura 4.10 se puede ver el estado del grafo antes de la transición y en los tres puntos marcados en las gráficas de propiedades. En el grafo del punto pc_i de la degradación se observa que el proceso se ha realizado correctamente y ha desaparecido la estructura de nodos concentradores que se encontraba al centro del grafo. En este punto aún existe un componente gigante que permite la conexión entre la mayor parte de nodos del grafo conectando a 1372(85.75%) de los 1600 que sobreviven y conecta aún áreas alejadas en la rejilla. Los enlaces de largo alcance en diagonal han desaparecido y solo quedan aquellos que se conectan en horizontal y vertical que en la figura se superponen a algunos enlaces fijos. Los concentradores más grandes en el grafo unen a lo más a 4 nodos. El segundo punto en la transición, pc_m , ocurre con 43% de nodos degradados, en este punto ya existe una sección completa de la rejilla

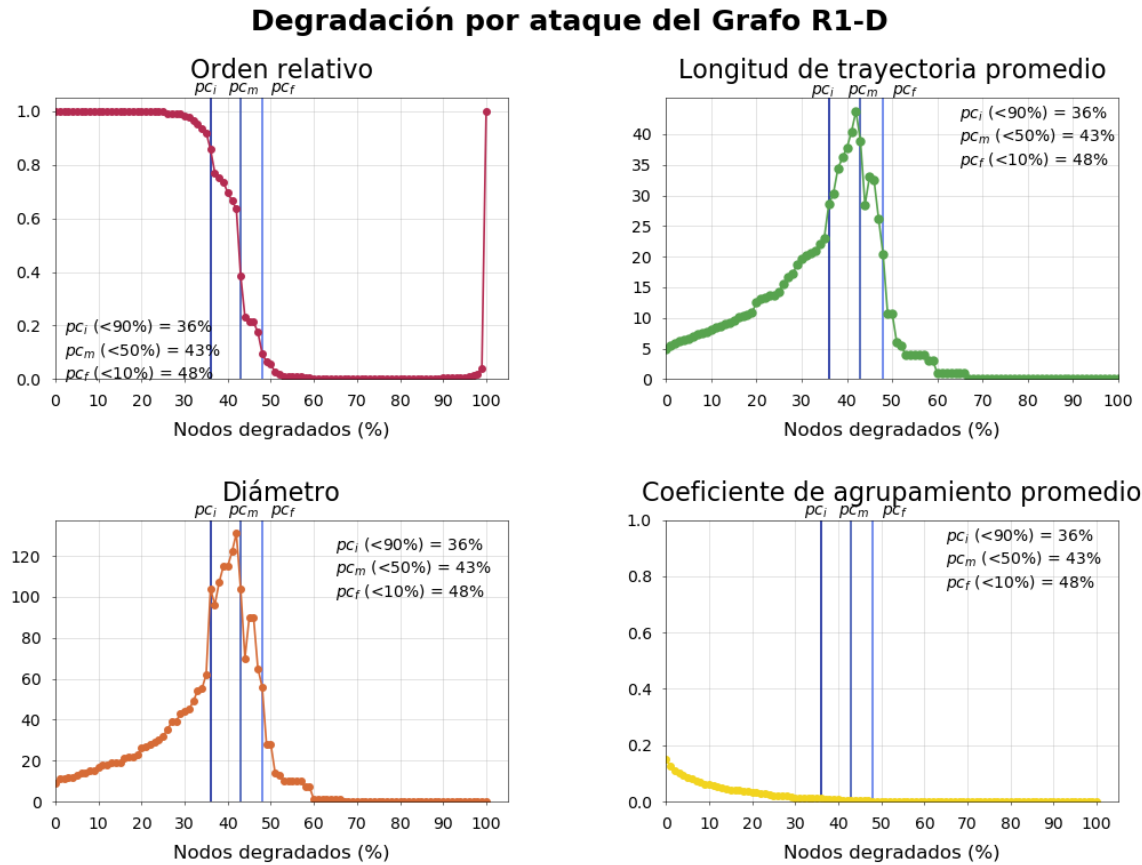


Figura 4.9: Propiedades del Grafo R1-D de la Figura 4.1a durante el proceso de degradación por ataques.

aislada del componente gigante. Este componente conecta a 551 ($\sim 38.66\%$) nodos de los 1425 que sobreviven. En este subgrafo que contiene a menos de la mitad de los nodos del grafo, en este punto también se tienen las longitudes de trayectoria promedio y diámetro más altos en la gráfica de propiedades. Finalmente al terminar la transición se observa un grafo en el cual a pesar de que sobreviven 1300 nodos el componente más grande solo conecta a 126 ($\sim 9.69\%$) de ellos.

A diferencia de los experimentos de fallo, se observa que el grafo se desintegra rápidamente en subgrafos de orden muy bajo, lo que concuerda con una dinámica de degradación dirigida y refleja la importancia de los nodos de mayor grado. También se observa que, al terminar la transición, el coeficiente de agrupamiento cae a 0 después de eliminar el 34.92% de nodos. En este ejemplo específico también se tiene que, después de este punto, aparecen componentes que incluyen, a lo más, 3 nodos.

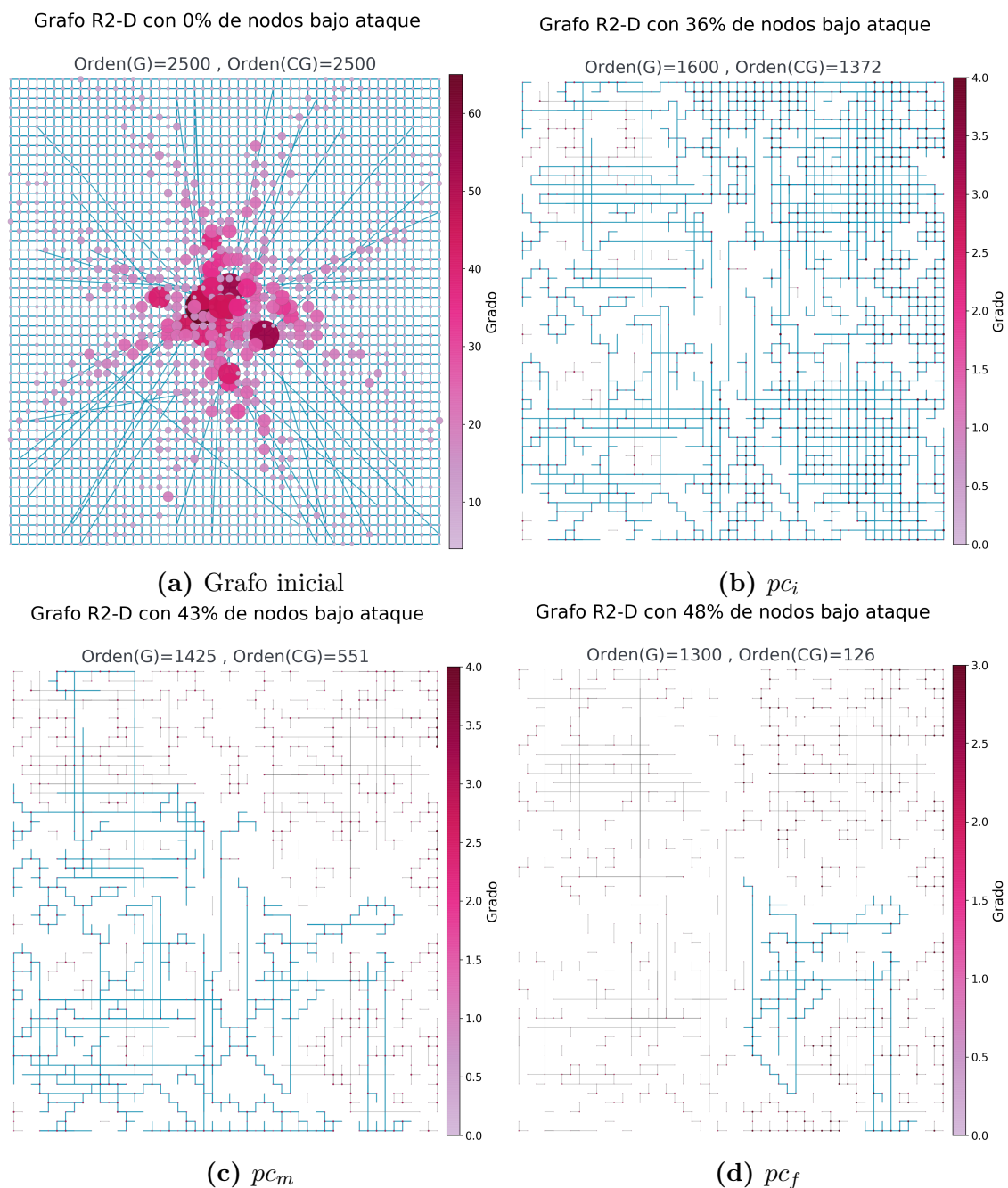


Figura 4.10: Grafo R1 - D de la Figura 4.1a en distintos puntos de la degradación por ataques.

Es decir, para este momento se puede considerar la red totalmente desintegrada ya que a pesar de que existen aproximadamente 52% de los nodos en funcionamiento,

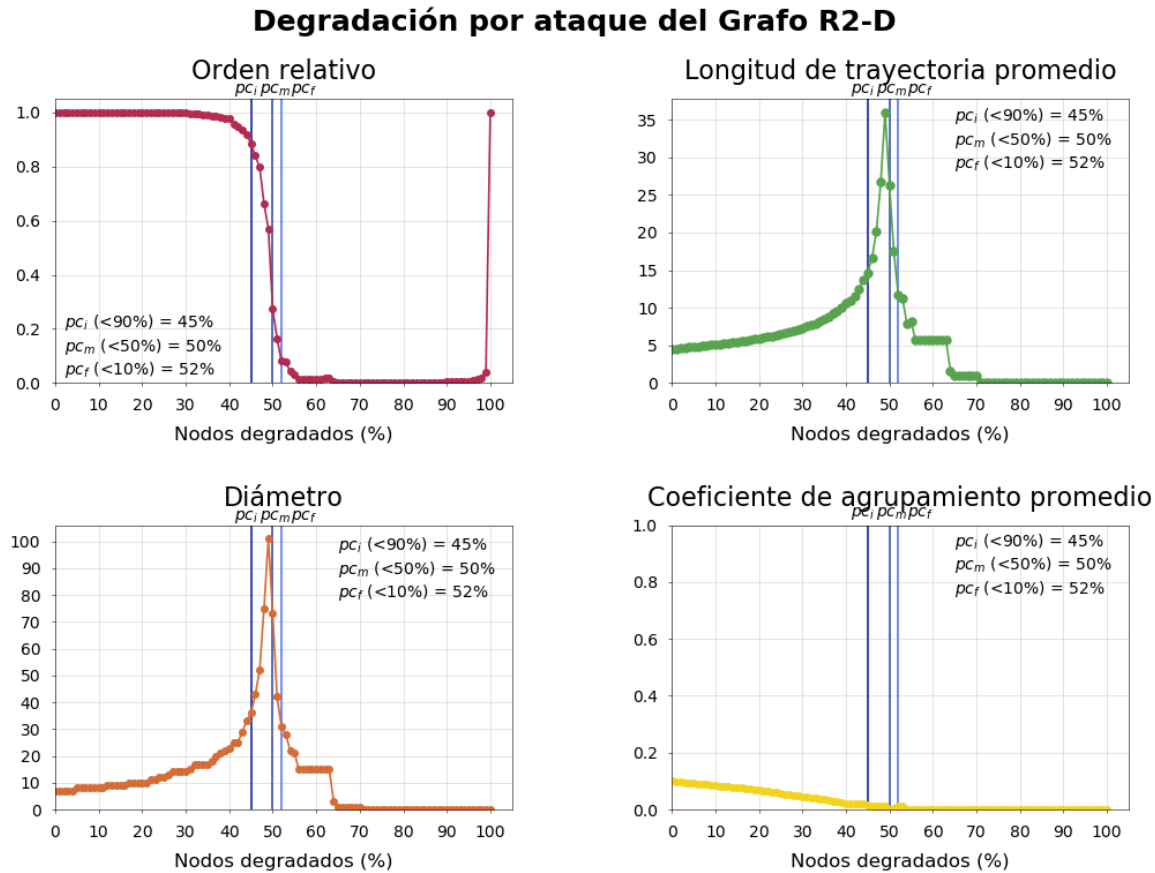


Figura 4.11: Propiedades del Grafo R2-D de la Figura 4.1b durante el proceso de degradación por ataques.

del total inicial, ya no es posible la comunicación entre ellos.

Del mismo modo que con el Grafo R1-D, al someter al Grafo R2-D de la Figura 4.1b al mismo proceso de ataques se obtuvieron las propiedades mostradas en la Figura 4.11 y los grafos observados en la Figura 4.12. En este caso la fase de transición ocurre después que en el caso anterior, es decir que este grafo en particular soporta más ataques que el anterior antes de llegar a los tres puntos medidos. La fase de transición comienza en el 45% de nodos eliminados, en este punto el orden de G es 1375 y el orden del componente gigante es 1215 y abarca todos los extremos de la rejilla original sin mostrar grandes zonas desconectadas. El punto medio de la transición ocurre con el 50% de nodos eliminados y en particular en este caso este punto es muy cercano al punto final de la transición. De manera similar al Grafo R1-D, este punto es en el

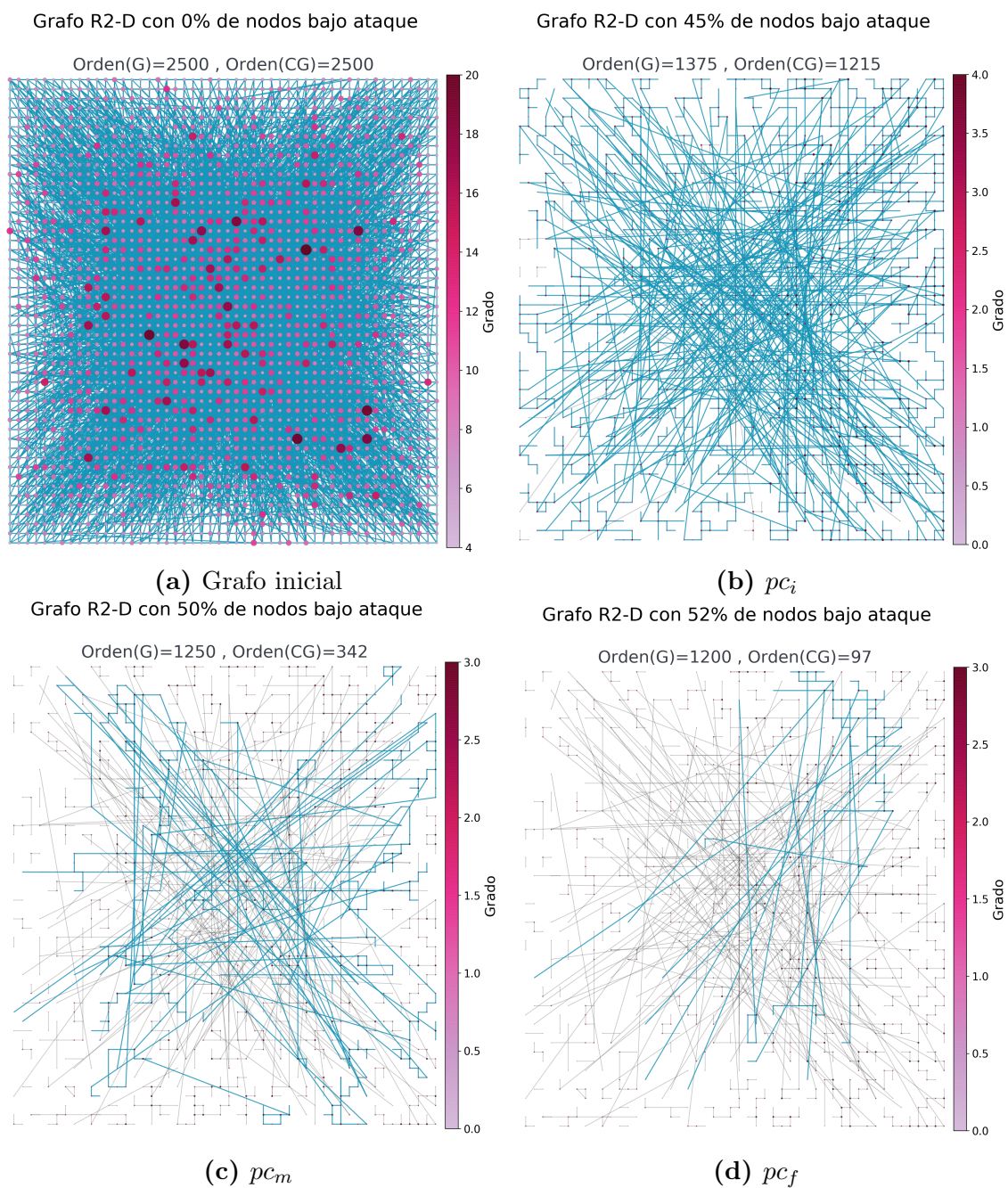


Figura 4.12: Grafo R2 - D de la Figura 4.1b en distintos puntos de la degradación por ataques.

que se tienen los valores más altos de longitud de trayectoria promedio y diámetro. El subgrafo en este punto contiene a 342 nodos. Por último, en la Figura 4.12d se

Regla R1			
Longitud de enlace dinámico	$pc_i(< 0.9)(\%)$	$pc_m(< 0.5)(\%)$	$pc_f(< 0.1)(\%)$
D	35.5	42.5	50.32
$D/2$	34.7	42.1	50.7
$D/4$	38.7	44	51.1
$D/8$	42.5	46.3	54.5
$D/16$	44.7	48.5	54.6
$D/32$	41.4	46.1	54.8

Tabla 4.3: Ataques sobre los grafos R1. Fracción crítica de nodos removidos promedio hasta el punto en el que comienza la ruptura del componente gigante.

muestra el punto final de la transición en donde se observa que con el 52% de nodos degradados a pesar de tener 1200 nodos activos en G , el componente más grande que los une tiene un orden de 97. A diferencia del punto final del caso R1 se observa que aún existen enlaces de largo alcance en diagonal vivos, es decir enlaces que conectan a nodos muy alejados en la red.

4.3.2. Resultados

A continuación se presenta el resumen de puntos críticos obtenidos en la degradación por ataques para todos los grafos estudiados, separados por la condición de recableado utilizada para su creación. A su vez, cada conjunto de grafos se separa por la longitud de enlace dinámico de los nodos.

4.3.2.1. Ataques sobre la regla R1

La Tabla 4.3 contiene el resumen de resultados de los experimentos, se observan los tres puntos que describen la fase de transición y que indican la fracción crítica de nodos removidos hasta que el orden relativo baja de 0.9 (pc_i), 0.5 (pc_m) y 0.1 (pc_f). De manera general, como consecuencia de una degradación dirigida para generar un mayor daño, la fase de transición comienza para todos los casos con una menor cantidad de nodos degradados que los experimentos de fallos. A diferencia de los

resultados de la degradación por fallos, los grafos construidos con una longitud de enlace más acotada ($D/32$), no se alejan de los demás resultados, en este caso su fase de transición comienza después que los demás conjuntos atacados junto con los conjuntos $D/8$ y $D/16$.

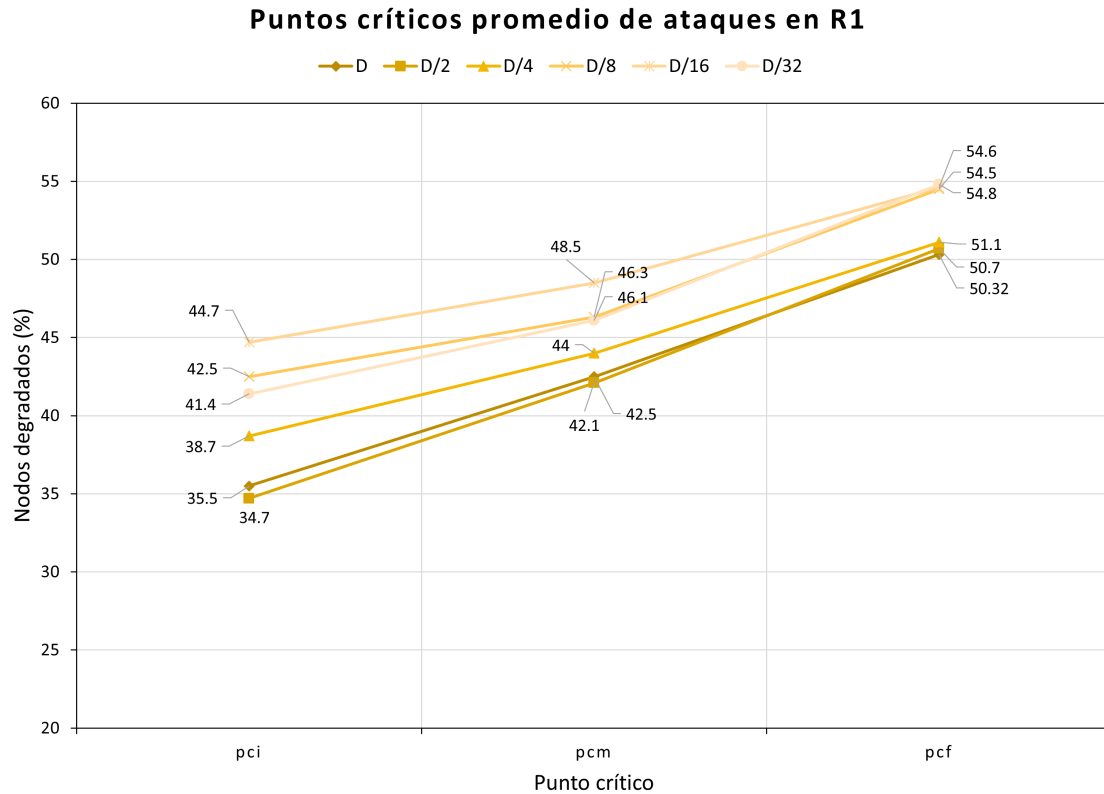


Figura 4.13: Ataques sobre los grafos R1. Comparación entre los puntos críticos de la regla R1 por longitud de enlace dinámico.

En la Figura 4.13 se observa una gráfica de los puntos críticos obtenidos para los grafos R2. De manera general, a diferencia de su comportamiento ante fallos se observa que al limitar el alcance de los nodos, los grafos obtenidos comienzan después la fase de transición en ataques. En ese mismo sentido, se observa que los experimentos con alcances altos D , $D/2$ y $D/4$ terminan en puntos similares de la degradación. Del mismo modo el conjunto más acotado compuesto por los experimentos $D/8$, $D/16$ y $D/32$ termina en puntos similares pero más avanzados en el proceso. En todos los casos la fase de transición es más acotada que en fallos debido a la estrategia de ataque. A lo más se tiene una ventana de 16% de eventos de ataque para $D/2$, equivalente a la eliminación de 400 nodos.

Regla R2			
Longitud de enlace dinámico	$pc_i(< 0.9)(\%)$	$pc_m(< 0.5)(\%)$	$pc_f(< 0.1)(\%)$
D	44.7	50.7	53.7
$D/2$	44	49.8	52.8
$D/4$	41.6	48.8	53.1
$D/8$	41	46.7	54
$D/16$	43	46.8	53.8
$D/32$	41	46.9	54.2

Tabla 4.4: Ataques sobre los grafos R2. Fracción crítica de nodos removidos promedio hasta el punto en el que comienza la ruptura del componente gigante.

4.3.2.2. Ataques sobre la regla R2

La Tabla 4.4 se muestra los tres puntos observados durante la fase de transición que indican la porcentaje de nodos removidos hasta el orden relativo baja de 0.9, 0.5 y 0.1, para el caso de los grafos formados con la regla R2. El conjunto de grafos que más resiste ataques es el creado con una longitud de enlace dinámico igual a D , iniciando la transición cuando se han eliminado 44.7% de los nodos en promedio y terminando cuando se han eliminado en promedio 53.7%, además su fase de transición también está por encima por encima de la obtenida con los grafos D de la regla R1.

La Figura 4.14 muestra los datos obtenidos en una gráfica. A diferencia de los resultados de fallos y ataques R1, en este caso no se observa que el caso acotado $D/32$ se aleje demasiado de los demás conjuntos de grafos. De manera general, se puede ver que aun cuando los datos son muy cercanos a R1. Los grafos R2 resisten más ataques antes del comienzo de la transición comparados con los conjuntos de igual alcance en R1. Al analizar los puntos finales de transición es posible ver que los grafos D y $D/2$ tienen una destrucción más rápida que los grafos $D/32$, siendo este último caso el que termina después de todos la transición. Aún cuando el comportamiento, en general, es distinto con respecto a los experimentos previos, en el caso acotado vemos que tiene un comportamiento similar ante ataques para ambas reglas.

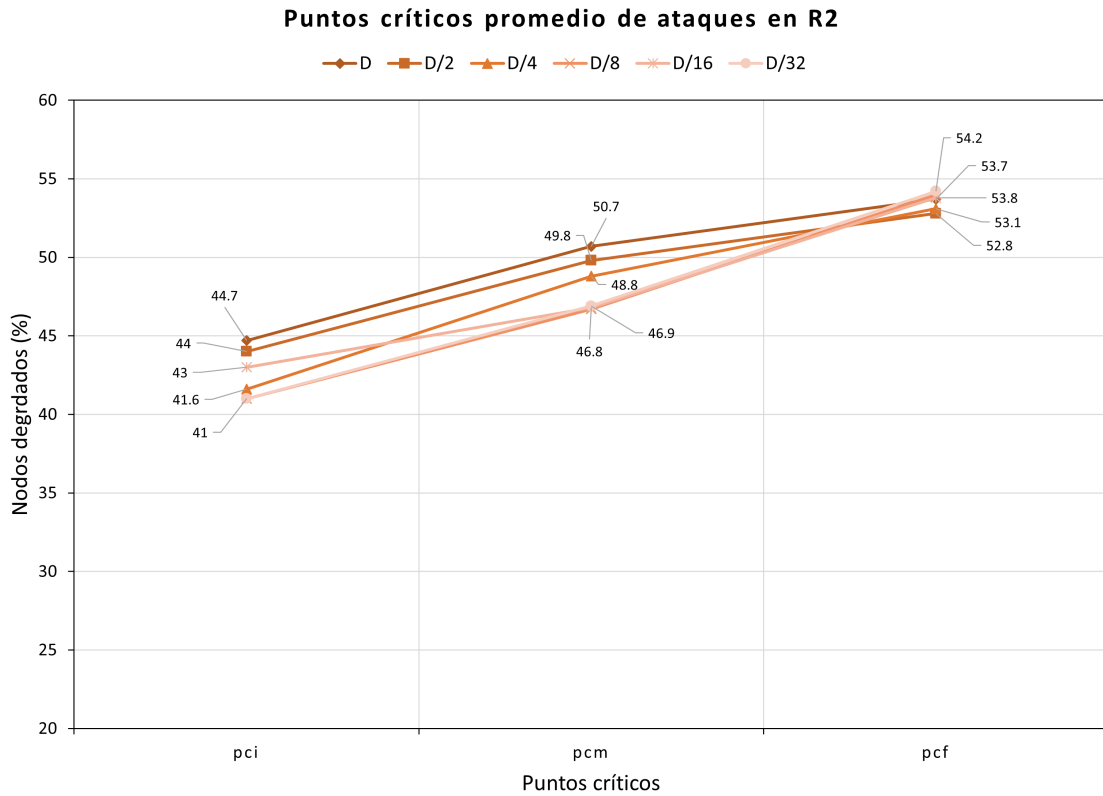


Figura 4.14: Ataques sobre los grafos R2. Comparación entre los puntos críticos de la regla R1 por longitud de enlace dinámico.

4.4 Conclusiones

En este capítulo se analizó el comportamiento del modelo propuesto ante dos dinámicas de degradación: fallos aleatorios y ataques dirigidos a los nodos de mayor grado. Con los experimentos de degradación por fallos se encontró que los grafos R2 son más tolerantes ante fallos que los grafos R1. En ambos conjuntos de experimentos se observa que al disminuir el alcance que tienen los nodos para establecer un enlace dinámico la tolerancia ante fallos disminuye.

Naturalmente, al tener una estrategia más enfocada, en la degradación por ataques se tiene una tolerancia a la degradación más baja. En este caso los grafos R2 toleran un poco más los ataques que R1. Uno de los resultados más notorios observados fue que independientemente de la regla de recableado utilizada, los grafos creados con

una longitud de enlace dinámico acotada tendrán una tolerancia ante fallos y ataques similar.

En cuanto a la estructuras observadas es importante recordar que R1 tiene concentradores de un grado muy alto al centro con concentradores de menor orden en las diagonales principales, en estos experimentos se observó que estas características se mantienen durante la mayor parte del proceso de degradación. Se observa que para el final de la fase de transición quedan grandes áreas de la rejilla original aisladas completamente. En cambio en el caso de R2 en donde no existe esa estructura al centro del grafo se observan nodos que aun son parte del componente gigante más dispersos en toda la rejilla.

Conclusiones y perspectivas

En este trabajo se han presentado un conjunto de reglas de reconexión o recableado que permiten a un sistema, descrito como un grafo, transformarse en otro con nuevas propiedades estructurales, sobre las que es posible soportar de mejor manera algunas operaciones tales como el encaminamiento, la búsqueda de información o la propagación de información, pero que también pueden ser más robustos ante procesos de degradación. Para ello se asume que cada nodo dispone de enlaces estáticos y enlaces dinámicos, estos últimos son los que permiten construir conexiones o atajos hacia otras regiones del sistema. En la medida en que el sistema ejecuta los ciclos de reconexión, se observa la emergencia de la nueva estructura y las propiedades que esto trae consigo. Aún cuando el estudio se realizó sobre un grafo inicial con una topología de rejilla bidimensional, puede concluirse que los mecanismos empleados son de aplicación general y, por tanto, puede usarse sobre un grafo arbitrario. Sin embargo se debe tomar en cuenta que dependiendo de la topología que se desee utilizar serán necesarios otros ajustes ya que principalmente este modelo se ve altamente influenciado por la suposición de poder ajustar el grafo en un espacio geométrico. En trabajos futuros podría ajustarse el modelo para que pueda trabajar en grafos que no tengan esta restricción.

Para el diseño del modelo se propuso un mecanismo de sincronización entre las etapas de exploración y recableado, que descansa sobre un coordinador. En algunos sistemas puede ser muy costoso el procedimiento para designar a este rol, así como el propio trabajo que corre a su cargo, en cuyo caso pueden existir otras alternativas como los diferentes sincronizadores propuestos por Awerbuch [55]. También es importante mencionar que para la fase de exploración usamos un algoritmo de encaminamiento (compass routing) que nos ofrecía ventajas para su implementación, por el hecho de asumir una rejilla incrustada en un espacio de coordenadas. Sin embargo, puede sustituirse por otro mecanismo de encaminamiento o, incluso, puede usarse una caminata aleatoria para la fase de exploración.

Aun cuando consideramos que los mecanismos propuestos pueden aplicarse sobre cualquier grafo inicial que disponga de funciones de exploración y reconexión, también consideramos que la estructura inicial determina la región del grafo donde surgirán los concentradores más ricos, pues conjeturamos que estos poseen mayores medidas de centralidad que los hacen elegibles, desde nuestros criterios de exploración, para convertirse en atajos, tal y como se observa en los casos estudiados.

Por otro lado, el grafo que resulta refleja la información que se reúne en la fase de exploración (dentro del vector f_n), lo que nos lleva a considerar que esta acción podría recuperar un conjunto más amplio de criterios a partir de los cuales conectar a los diferentes brazos de que dispone el nodo, lo que daría lugar a una red mejorada en varias medidas (p.ej. ancho de banda, congestión, distancias, retardos, etc.).

Por cuanto se refiere a los procesos de degradación, podemos observar que a pesar de encontrar coeficientes de agrupamiento más altos en los grafos generados con la regla R1, la regla R2 favorece la formación de redes que toleran mejor las fallas y son más robustas ante ataques (es importante recordar que R1 propicia una decisión muy informada, mientras que R2 propicia una decisión “casi” ciega). También hay que observar que pueden existir situaciones en las que el surgimiento de superhubs o superconcentradores, aun cuando favorece la formación de trayectorias muy cortas, también puede dar lugar a mayor vulnerabilidad y puntos de congestión. Hay que tener en cuenta que en nuestros experimentos, los ciclos de reconstrucción (reshaping) se aplican hasta alcanzar un cierto criterio de terminación, el cual puede conseguirse con mucha rapidez. Sin embargo, también es cierto que la red podría entrar en una fase de mantenimiento, aplicando los mismos mecanismos de reconexión, para recuperarse de los procesos de degradación a los que hiciera frente. Esta acción podría prolongar aún más su vida útil. También es importante considerar que los mecanismos de exploración podrían montarse encima de los procesos de comunicación que son inherentes al propio sistema.

Finalmente, creemos que tanto R1 como R2 pueden evolucionar por ejemplo, i) limitando el conjunto de enlaces que un nodo puede recibir, ii) combinando en el mismo grafo nodos que obedezcan la regla R1, con nodos tipo R2, iii) recolectando más información del estado de los nodos por los que viaja un paquete en la fase de intercambio de paquetes, iv) modificando el algoritmo de encaminamiento que guía la exploración, entre otras posibilidades.

Teoría de grafos: Definiciones

El estudio de este conjunto de redes hace uso de conceptos de la teoría de grafos para poder analizar las distintas características de cada una y así poder determinar las ventajas o desventajas que pueden tener al ser empleadas en sistemas específicos. Representamos una red compleja como un grafo $G = (V, E)$ que está formado por un conjunto V de vértices, también llamados nodos, y un conjunto E de aristas, también llamadas enlaces. Existen distintas características y conceptos fundamentales que permiten analizar una red [15] [56], a continuación listamos algunas de las características y conceptos de teoría de grafos que se utilizan en este trabajo:

- **Orden:** Se refiere al número de vértices que forman parte del grafo.
- **Tamaño:** Se refiere al número de aristas que contiene el grafo.
- **Grado de un vértice:** Dado un grafo $G = (V, E)$, el grado de un vértice $v \in V$ es el número de aristas que inciden en él, esta medida se denota como $d(v)$, $deg(v)$ o k_i que representa el grado del i -ésimo nodo en la red. El grado mínimo de un grafo se denota como $\delta(G)$ y el grado máximo como $\Delta(G)$. Si G es un grafo dirigido, cada nodo tiene un grado de aristas entrantes y un grado de aristas salientes. Los vértices con mayor grado en G usualmente son llamados *hubs* o *concentradores*.
- **Distribución de grados:** Si el grado de un vértice se percibe como una variable aleatoria, entonces puede describirse mediante una función de densidad de probabilidad.
- **Coefficiente de agrupamiento:** Es la medida en que los nodos adyacentes a un vértice v están conectados entre sí, esta medida toma valores entre 0 y 1. Si el coeficiente de agrupamiento de v es igual a 1 podemos decir que todos los vecinos de v se conocen entre sí (están conectados).

- **Camino** ($v_0 - v_k$): Es una secuencia de vértices y aristas de la forma $v_0, e_1, v_1, e_2, \dots, e_k, v_k$ tal que los extremos de la arista e_i son los vértices $\langle v_{i-1}, v_i \rangle$.
- **Camino simple**: Es un camino en el cual todas las aristas son distintas.
- **Trayectoria**: Es un camino simple en el cual todos los vértices son distintos.
- **Distancia**: Sea $G = (V, E)$ con $u, v \in V(G)$. La *distancia* entre u y v , $d(u, v)$, es la longitud de la trayectoria más corta (u, v) .
- **Longitud de trayectoria promedio**: (en inglés, *Average path length*) Es el promedio de todas las distancias posibles en la red.
- **Diámetro de una red**: El diámetro es la mayor distancia posible entre dos vértices de G .
- **Componente**: Un grafo es conectado o *conexo* si para todos los pares de vértices distintos $u, v \in V(G)$ existe un camino que los une. Un subgrafo H de G es llamado *componente* si H es conectado y no está contenido en un subgrafo conectado de G que tenga más vértices y aristas.
- **Conectividad**: (De vértices) La conectividad de un grafo G , $k(G)$ es el mínimo número de vértices cuya eliminación de G produce un grafo desconexo.
- **Grado de intermediación o betweenness**: Es el grado que mide la frecuencia con la que un vértice se encuentra en dentro o actúa como “puente” en de la trayectoria que une a dos vértices. Los vértices con un betweenness alto son aquellos por los que pasan más trayectorias en todo el grafo.

Figuras complementarias: Degradación

A continuación se muestran las figuras correspondientes a una secuencia de degradación de fallos del Grafo R1-D de la Figura 4.1a distinta al ejemplo descrito en el capítulo de degradación por fallos. La Figura B.1 y la Figura B.2 corresponden a la secuencia de fallos 6 de la gráficas mostradas en la Figura 4.4.

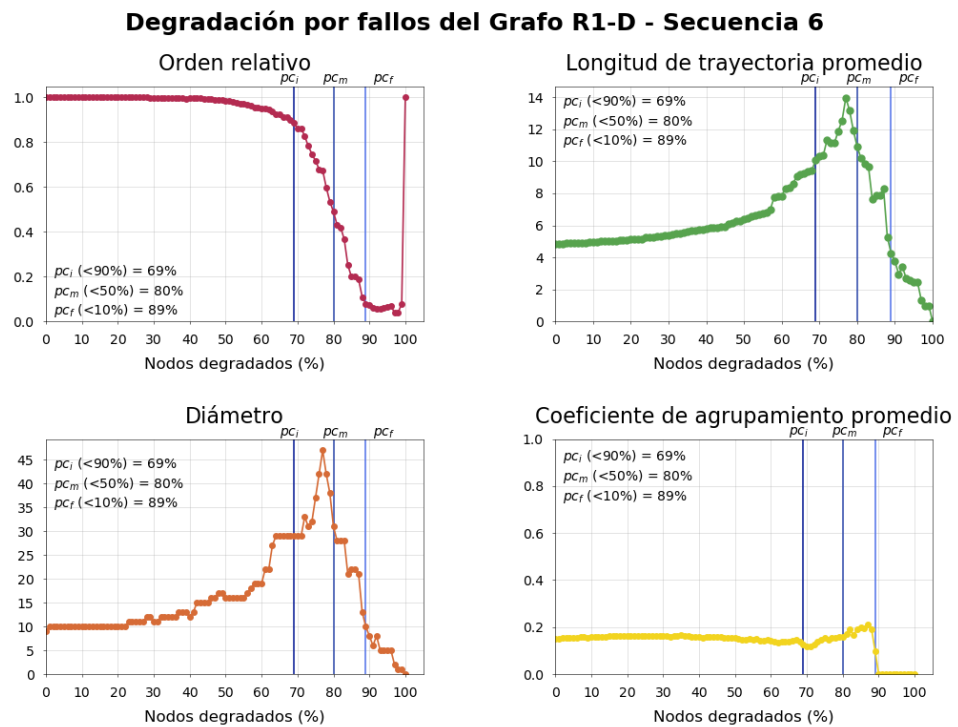


Figura B.1: Propiedades del Grafo R1 - D de la Figura 4.1a durante el proceso de degradación por fallos aleatorios secuencia 6.

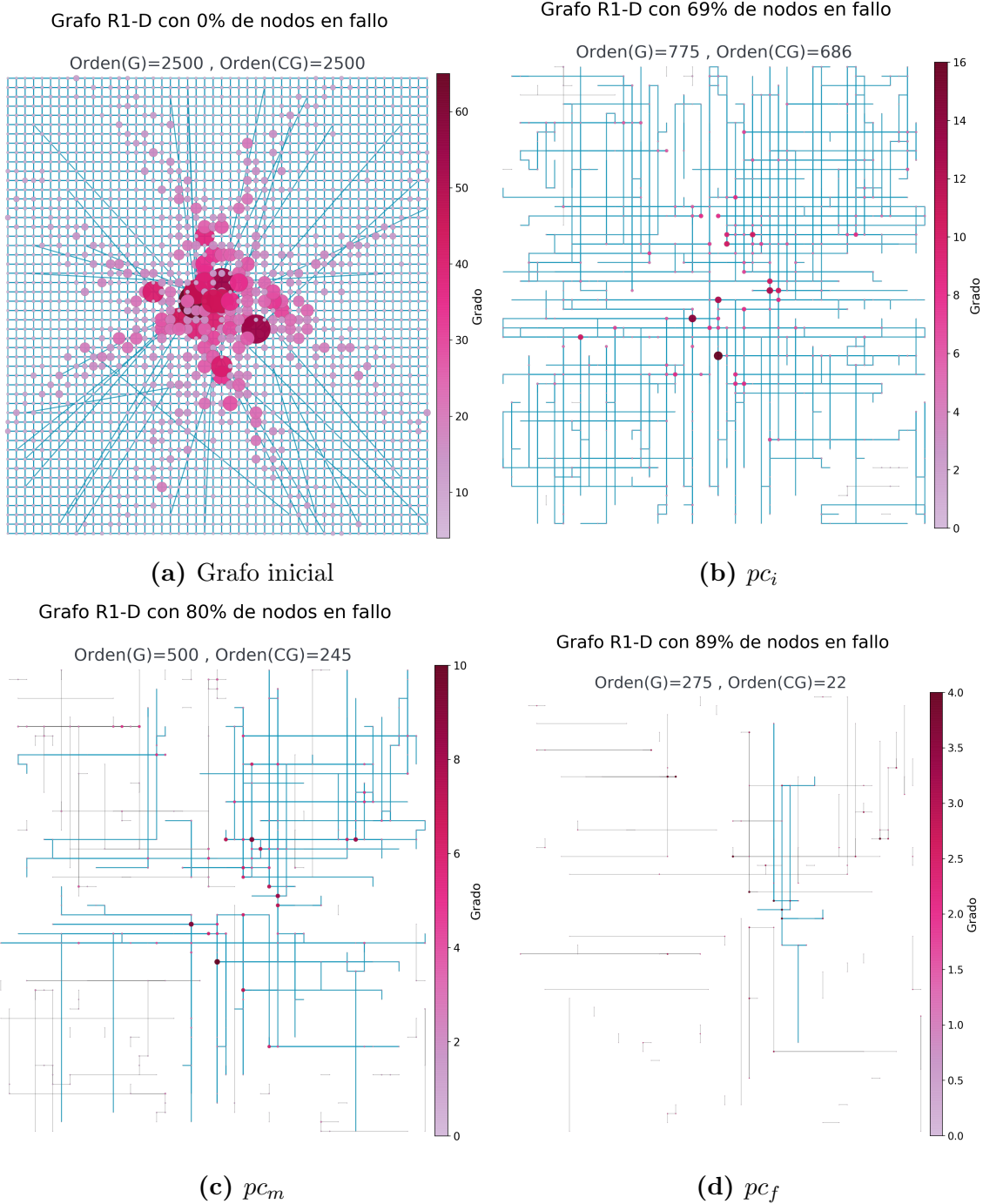


Figura B.2: Grafo R1 - D de la Figura 4.1a en distintos puntos de la degradación en la secuencia 6 de fallo.

Referencias

- [1] A.-L. Barabási, “The network takeover,” Nature Physics, vol. 8, no. 1, pp. 14–16, 2012.
- [2] A.-L. Barabási, Linked: How Everything Is Connected to Everything Else and What It Means for Business, Science, and Everyday Life. Plume, 2004.
- [3] M. Faloutsos, P. Faloutsos, and C. Faloutsos, “On power-law relationships of the internet topology,” SIGCOMM Comput. Commun. Rev., vol. 29, pp. 251–262, aug 1999.
- [4] R. Albert, H. Jeong, and A.-L. Barabási, “Internet: Diameter of the world-wide web,” Nature, vol. 401, no. 6749, pp. 130–131, 1999.
- [5] L. da F. Costa, F. A. Rodrigues, G. Travieso, and P. R. V. Boas, “Characterization of complex networks: A survey of measurements,” Advances in Physics, vol. 56, no. 1, pp. 167–242, 2007.
- [6] G. S. Manku, M. Bawa, P. Raghavan, and V. Inc, “Symphony: Distributed hashing in a small world,” in In Proceedings of the 4th USENIX Symposium on Internet Technologies and Systems, pp. 127–140, 2003.
- [7] Z. Gengzhong and L. Qiumei, “A survey of wireless sensor networks based on small world network model,” in Electrical and Control Engineering (ICECE), 2010 International Conference on, pp. 2647–2650, IEEE, 2010.
- [8] M. A. López Chavira, “Estudio de la dinámica estructural de las redes complejas usando simulación basada en agentes,” Master’s thesis, Universidad Autónoma Metropolitana, Octubre 2014.
- [9] M. A. López Chavira and R. Marcelín-Jiménez, “Distributed rewiring model for complex networking: The effect of local rewiring rules on final structural properties,” PloS one, vol. 12, no. 11, p. e0187538, 2017.

-
- [10] R. Marcelín-Jiménez, “Estrellas de rock de internet,” Revista ¿Cómo ves?, p. 16, Diciembre 2012.
- [11] S. Milgram, “The small world problem,” Psychology Today, vol. 2, pp. 60–67, 1967.
- [12] P. S. Dodds, R. Muhamad, and D. J. Watts, “An experimental study of search in global social networks,” science, vol. 301, no. 5634, pp. 827–829, 2003.
- [13] O. Sporns, “The human connectome: a complex network,” Annals of the New York Academy of Sciences, vol. 1224, no. 1, pp. 109–125, 2011.
- [14] P. Erdős and A. Rényi, “On random graphs,” Publicationes Mathematicae Debrecen, vol. 6, pp. 290–297, 1959.
- [15] M. V. Steen, Graph Theory and Complex Networks. On Demand Publishing, LLC-Create Space, 2010.
- [16] A.-L. Barabási and R. Albert, “Emergence of scaling in random networks,” Science, vol. 286, no. 5439, pp. 509–512, 1999.
- [17] J. M. Kleinberg, “Navigation in a small world,” Nature, vol. 406, no. 6798, pp. 845–845, 2000.
- [18] D. J. Watts and S. H. Strogatz, “Collective dynamics of ‘small-world’ networks,” Nature, vol. 393, pp. 440–442, June 1998.
- [19] M. Melgar Estrada, R. M. Jimenez, et al., “Search in power-law node degree networks,” in Autonomous Decentralized Systems (ISADS), 2013 IEEE Eleventh International Symposium on, pp. 1–4, IEEE, 2013.
- [20] R. Albert, H. Jeong, and A. Barabasi, “Error and attack tolerance of complex networks,” Nature, vol. 406, no. 6794, pp. 378–382, 2000.
- [21] R. Cohen, K. Erez, D. ben Avraham, and S. Havlin, “Resilience of the internet to random breakdowns,” Physical Review letters, vol. 85, pp. 4626–4628, November 2000.
- [22] R. Cohen, K. Erez, D. ben Avraham, and S. Havlin, “Breakdown of the internet under intentional attack,” Physical Review letters, vol. 86, pp. 3682–3685, April 2001.
- [23] E. Ch’ng, “Local interactions and the emergence of a twitter small-world network,” arXiv preprint arXiv:1508.03594, 2015.

-
- [24] V. Carchiolo, M. Malgeri, G. Mangioni, and V. Nicosia, “Emerging structures of p2p networks induced by social relationships,” Computer Communications, vol. 31, no. 3, pp. 620–628, 2008.
- [25] H. Guclu and M. Yuksel, “Scale-free overlay topologies with hard cutoffs for unstructured peer-to-peer networks,” in Distributed Computing Systems, 2007. ICDCS’07. 27th International Conference on, pp. 32–32, IEEE, 2007.
- [26] V. Marza, M. Dehghan, and B. Akbari, “A new peer-to-peer topology for video streaming based on complex network theory,” Journal of Systems Science and Complexity, vol. 28, no. 1, pp. 16–29, 2015.
- [27] M. Ripeanu, “Peer-to-peer architecture case study: Gnutella network,” in Peer-to-Peer Computing, 2001. Proceedings. First International Conference on, pp. 99–100, IEEE, 2001.
- [28] S. Ferretti and G. D’Angelo, “Multiplayer online games over scale-free networks: a viable solution?,” in Proceedings of the 3rd International ICST Conference on Simulation Tools and Techniques, p. 5, ICST (Institute for Computer Sciences, Social-Informatics and Telecommunications Engineering), 2010.
- [29] W. Qi, L. Zhong, and L. Wang, “Dynamic evolution analysis of network structure of transactional community,” in Systems and Informatics (ICSAI), 2012 International Conference on, pp. 2614–2618, IEEE, 2012.
- [30] H. Guclu and M. Yuksel, “Limited scale-free overlay topologies for unstructured peer-to-peer networks,” Parallel and Distributed Systems, IEEE Transactions on, vol. 20, no. 5, pp. 667–679, 2009.
- [31] E. R. Colman and G. J. Rodgers, “Local rewiring rules for evolving complex networks,” Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, vol. 416, pp. 80–89, 2014.
- [32] S. Iyer, T. Killingback, B. Sundaram, and Z. Wang, “Attack robustness and centrality of complex networks,” PloS one, vol. 8, no. 4, p. e59613, 2013.
- [33] S. Ferretti, “Resilience of dynamic overlays through local interactions,” in Proceedings of the 22nd international conference on World Wide Web companion, pp. 813–820, International World Wide Web Conferences Steering Committee, 2013.
- [34] B. C. Daniels, J. C. Flack, and D. C. Krakauer, “Dual coding theory explains biphasic collective computation in neural decision-making,” Frontiers in neuroscience, vol. 11, p. 313, 2017.

-
- [35] E. Kranakis, H. Singh, and J. Urrutia, “Compass routing on geometric networks,” in IN PROC. 11 TH CANADIAN CONFERENCE ON COMPUTATIONAL GEOMETRY, pp. 51–54, 1999.
- [36] A. Segall, “Distributed network protocols,” IEEE Transactions on Information Theory, vol. 29, no. 1, pp. 23–34, 1983.
- [37] J. M. Epstein and R. L. Axtell, Growing artificial societies: social science from the bottom up. A Bradford book, Brookings Institution Press, 1996.
- [38] R. Axelrod, The Complexity of Cooperation: Agent-Based Models of Competition and Collaboration: Agent-Based Models of Competition and Collaboration. Princeton University Press, 1997.
- [39] S. Abar, G. K. Theodoropoulos, P. Lemarinier, and G. M. O’Hare, “Agent based modelling and simulation tools: A review of the state-of-art software,” Computer Science Review, vol. 24, pp. 13–33, 2017.
- [40] S. Tisue and U. Wilensky, “Netlogo: A simple environment for modeling complexity,” in International Conference on Complex Systems, pp. 16–21, 2004.
- [41] J. C. Neumann, The Book of GNS3. San Francisco, CA, USA: No Starch Press, 1st ed., 2014.
- [42] V. Batagelj and A. Mrvar, “Pajek – analysis and visualization of large networks,” in GRAPH DRAWING SOFTWARE, pp. 77–103, Springer, 2003.
- [43] S. Luke, C. Cioffi-Revilla, L. Panait, K. Sullivan, and G. Balan, “Mason: A multiagent simulation environment,” Simulation, vol. 81, pp. 517–527, July 2005.
- [44] R. Marcelín-Jiménez, R. Esquivel-Villafaña, and S. Rajsbaum, “A flexible simulator for distributed algorithms,” in Computer Science, 2003. ENC 2003. Proceedings of the Fourth Mexican International Conference on, pp. 176–181, IEEE, September 2003.
- [45] R. G. Sargent, “An introduction to verification and validation of simulation models,” in 2013 Winter Simulations Conference (WSC), pp. 321–327, IEEE, 2013.
- [46] L. d. F. Costa, F. A. Rodrigues, G. Travieso, and P. R. Villas Boas, “Characterization of complex networks: A survey of measurements,” Advances in Physics, vol. 56, no. 1, pp. 167–242, 2007.
- [47] A. D. Kshemkalyani and M. Singhal, Distributed computing: principles, algorithms, and systems. Cambridge University Press, 2008.

-
- [48] J. Pujol-Ahullo and P. Garcia-Lopez, “Planetsim: An extensible simulation tool for peer-to-peer networks and services,” in 2009 IEEE Ninth International Conference on Peer-to-Peer Computing, pp. 85–86, IEEE, 2009.
- [49] S. Surati, D. C. Jinwala, and S. Garg, “A survey of simulators for p2p overlay networks with a case study of the p2p tree overlay using an event-driven simulator,” Engineering Science and Technology, an International Journal, vol. 20, no. 2, pp. 705 – 720, 2017.
- [50] B. C. Daniels, J. C. Flack, and D. C. Krakauer, “Dual coding theory explains biphasic collective computation in neural decision-making,” Frontiers in Neuroscience, vol. 11, p. 313, 2017.
- [51] A.-L. Barabási et al., Network science. Cambridge university press, 2016.
- [52] N. N. Taleb, Antifragile: Things that gain from disorder, vol. 3. Random House Incorporated, 2012.
- [53] S. Sun, Z. Liu, Z. Chen, and Z. Yuan, “Error and attack tolerance of evolving networks with local preferential attachment,” Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, vol. 373, pp. 851–860, 2007.
- [54] M. Oehlers and B. Fabian, “Graph metrics for network robustness—a survey,” Mathematics, vol. 9, no. 8, p. 895, 2021.
- [55] B. Awerbuch, “Complexity of network synchronization,” J. ACM, vol. 32, p. 804–823, oct 1985.
- [56] M. Newman, Networks: An Introduction. New York, NY, USA: Oxford University Press, Inc., 2010.



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

ACTA DE DISERTACIÓN PÚBLICA

No. 00019

Matrícula: 2152800874

Emergencia de propiedades de las redes complejas, inducida por reglas locales de recableado.

En la Ciudad de México, se presentaron a las 12:00 horas del día 29 del mes de julio del año 2022 en la Unidad Iztapalapa de la Universidad Autónoma Metropolitana, los suscritos miembros del jurado:

DR. JOSE LUIS MARZO LAZARO
DR. CARLOS GERSHENSON GARCIA
DRA. DANIELA AGUIRRE GUERRERO
DR. RICARDO MARCELIN JIMENEZ
M. EN I. OSCAR YAÑEZ SUAREZ

Bajo la Presidencia del primero y con carácter de Secretario el último, se reunieron a la presentación de la Disertación Pública cuya denominación aparece al margen, para la obtención del grado de:

DOCTORA EN CIENCIAS (CIENCIAS Y TECNOLOGIAS DE LA INFORMACION)

DE: MAGALI ALEXANDER LOPEZ CHAVIRA

y de acuerdo con el artículo 78 fracción IV del Reglamento de Estudios Superiores de la Universidad Autónoma Metropolitana, los miembros del jurado resolvieron:

APROBAR

Acto continuo, el presidente del jurado comunicó a la interesada el resultado de la evaluación y, en caso aprobatorio, le fue tomada la protesta.



MAGALI ALEXANDER LOPEZ CHAVIRA
ALUMNA

REVISÓ

MTRA. ROSALIA SERRANO DE LA PAZ
DIRECTORA DE SISTEMAS ESCOLARES

DIRECTOR DE LA DIVISIÓN DE CBI

DR. ROMAN LINARES ROMERO

PRESIDENTE

DR. JOSE LUIS MARZO LAZARO

VOCAL

DR. CARLOS GERSHENSON GARCIA

VOCAL

DRA. DANIELA AGUIRRE GUERRERO

VOCAL

DR. RICARDO MARCELIN JIMENEZ

SECRETARIO

M. EN I. OSCAR YAÑEZ SUAREZ