



Casa abierta al tiempo

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA**

**Deformación y Formación de Protuberancias de una  
Partícula Elástica en la Interfase de un Frente Móvil**

**Tesis que presenta el**

**M. en C. Raúl Montiel Campos**

**Para la Obtención del Grado de Doctor**

**Asesor de Tesis : Dr. Roberto Alexander-Katz Kauffmann**

**Diciembre de 2004**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA-IZTAPALAPA**

**DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA**

**UNIDAD IZTAPALAPA**

**DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA**

**AV. Michoacán y La Purísima, Col. Vicentina, 09340 México, D.F., C.P. 09340**

## **AGRADECIMIENTOS**

Quiero expresar mi más profundo agradecimiento al Dr. Roberto Alexander-Katz Kauffmann, por su valiosa ayuda y comentarios sobre el contenido teórico y experimental de este trabajo, por medio de los cuales pude adquirir un mayor conocimiento básico de la teoría, la realización y diseño del experimento.

Al Dr. Octavio Manero Brito por sus comentarios en los temas de reología de esta tesis.

Al Doctor Roberto Olayo González, por las sugerencias en el trabajo experimental.

Al Dr. Roberto Zinit Camacho por sus útiles comentarios sobre los resultados del trabajo.

Al Dr. Ángel Enrique Chávez Castellanos, por sus comentarios sobre conceptos de reología y la redacción de la tesis.

Al Dr. Alberto Soria López por su asesoría en los conceptos de mecánica de fluidos y por su presteza en la revisión de la tesis.

A la Sra. Elena López Brendrell por su ayuda en la transcripción de la tesis.

## RESUMEN

Se estudia, desde el punto de vista teórico y experimental, la respuesta de una partícula elástica en la vecindad de una interfase líquido-gas dentro de un capilar cilíndrico. Se obtiene evidencia experimental de la altura de la protuberancia y de la deformación de la partícula en la interfase móvil. Para interpretar los resultados se extiende la teoría de Hoffman al caso de partículas deformables. Se sigue un enfoque híbrido en donde, por un lado, se calcula teóricamente la altura de la protuberancia como consecuencia del equilibrio entre las fuerza capilar y la de arrastre, y por otro lado, la deformación se mide experimentalmente. Para las partículas deformables la altura de la protuberancia alcanza un máximo y después decae casi linealmente conforme crece el parámetro adimensional introducido por Hoffman. Se discuten las discrepancias entre las predicciones teóricas y los datos experimentales, en relación a las a) asimetrías de los perfiles de las protuberancias, b) la extensión de la parte convexa sobre las mismas y c) las fuerzas del flujo sobre el menisco no consideradas en la extensión de la teoría de Hoffman, de las cuales se considera, que, pueden ser la causa de una subestimación de las fuerzas capilares.

## **ABSTRACT**

The response of an elastic particle to an extensional field close to an advancing liquid-gas interface in a capillary has been studied both from an experimental and theoretical viewpoint. Experimental evidence is given on both the protrusion and deformation of an elastic particle at an advancing front interface. To interpret our experimental results we followed and extended Hoffman approach to the case of deformable particles and wetting effects. We showed that a different wetting law than the one used by Hoffman gave a better fit of the experimental data for rigid spheres. For an elastic particle, the height of the bump goes through a maximum and further on decay almost linearly when plotted against the dimensionless parameter introduced by Hoffman. A hybrid approach was followed, where the height of the bump was calculated theoretically as an equilibrium between capillary and drag forces for a given deformation of the particle, while the latter was supplied by an independent experimental measurement. Experimental evidence shows that the convex zone of the bump becomes larger as the particle deforms. We propose a phenomenological wetting law supported by this evidence that explains the origin of the decaying slope of the experimental data.

# CONTENIDO

	Página
<b>INTRODUCCIÓN</b> -----	<b>1</b>
<b>C APÍTULO I</b> -----	<b>5</b>
<b>TEORÍA GENERAL</b> <b>Fundamentos de la Teoría de Hoffman</b>	
<b>C APÍTULO II</b> -----	<b>33</b>
<b>DESARROLLO TEÓRICO</b> <b>Extensión de la Teoría de Hoffman a Partículas Deformables</b>	
<b>C APÍTULO III</b> -----	<b>45</b>
<b>EXPERIMENTAL</b> <b>Materiales y Equipo</b>	
<b>C APÍTULO IV</b> -----	<b>69</b>
<b>RESULTADOS Y DISCUSIÓN</b>	
<b>CONCLUSIONES</b> -----	<b>82</b>
<b>Y TRABAJO FUTURO</b>	
<b>BIBLIOGRAFIA</b> -----	<b>84</b>

## INTRODUCCION

En la producción de diversos artículos de plástico tales como aparatos electrodomésticos, electrónicos, materiales decorativos y partes automotrices, la apariencia y la textura superficial son características que afectan enormemente la comercialización de estos productos. Los plásticos de Ingeniería usados en la manufactura de los mismos, son frecuentemente mezclados con partículas microscópicas que actúan como pigmentos, aditivos o reforzadores. Los materiales empleados en la fabricación, son básicamente polímeros comerciales tales como: Polietileno, Poliestireno, Cloruro de Polivinilo, Nylon, etc. Algunos de estos polímeros requieren ser adicionados con pequeñas partículas que pueden ser rígidas o flexibles, para mejorar las propiedades mecánicas de los materiales con que se fabrican dichos artículos. En los procesos de manufactura de productos plásticos como el moldeo por Inyección, Soplado, Extrusión, etc., se inducen grandes flujos extensionales los cuales producen la migración de las partículas adicionadas hacia las superficies de acabado, afectando en esta forma propiedades de las mismas tales como brillo, textura, fricción y abrasión. No obstante la importancia de estas propiedades el tema no ha recibido la atención debida en la literatura científica. En este sentido podemos mencionar el trabajo de Khan et al. [1] en el que recientemente ha revisado diferentes mecanismos que intervienen en la fraccionación de fases inducida por flujo en sistemas poliméricos multifásicos.

En particular, en el contexto de buscar un método para eliminar la adherencia del poliuretano en moldes los autores discuten el caso de migración de partículas sólidas dentro de un flujo tipo Couette, donde el poliuretano (PU) se inyecta radialmente. Los autores afirman en este caso, que la migración de partículas resulta del arrastre viscoso ocasionado por el gradiente de presión en la partícula producto de la inhomogeneidad del flujo. Khan y Keener [2] estudiaron el comportamiento óptico de películas estiradas biaxialmente, de polietileno tereftalato (PET) con cargas de partículas minerales. Las películas se adicionan con partículas minerales para evitar que se peguen al enrollarlas. Estos investigadores, concluyen que el mecanismo que produce la rugosidad superficial ocasionada por las partículas, se debe principalmente a la deformación producida en la película. En lo que se refiere al brillo en las superficies, Fritch [3] sugiere que el estiramiento extensional de una dispersión de partículas en el seno de un fluido puede generar una superficie rugosa en el frente de avance que forma el polímero moviéndose dentro del molde y el gas que es desplazado. Los estudios descritos corresponden a enfoques semi-cuantitativos o de carácter esquemático, y no de teorías confrontadas con experimentos diseñados ad hoc. Hoffman fue el primero que realizó en 1985 un estudio teórico experimental sobre la migración de partículas rígidas hacia la interfase móvil entre un líquido y un gas contenidos en un capilar cilíndrico. En estos trabajos Hoffman [4, 5] propone un modelo analítico para la migración de esferas rígidas a una interfase móvil y lo compara con el experimento

correspondiente. Los dos casos analizados por Hoffman fueron la migración de partículas a un frente que avanza en un capilar y una frontera libre a la salida de un capilar. Ambos casos van encaminados a responder algunos aspectos sobre la relación entre propiedades superficiales (brillo, fricción, etc.), y las condiciones de procesado tanto en operaciones de inyección como de extrusión. El problema de migración de partículas fue abordado en forma numérica posteriormente por Stoos y Leal en 1989 [6]. Estos autores, hacen notar que a pesar de que las ecuaciones que gobiernan el flujo son lineales, el problema no lo es por las condiciones a la frontera, debido a que se desconoce la forma de la interfase y su efecto en el flujo. Sin embargo, comentan al igual que Hoffman, que cuando la partícula es pequeña en comparación con el radio de la interfase el flujo básico que impulsa a las partículas puede considerarse en primera aproximación como un flujo lineal tensional con simetría axial. Sus resultados numéricos fueron comparados con las correspondientes formas de las protuberancias obtenidas en los experimentos de Hoffman.

El propósito del presente trabajo es el de extender el estudio realizado por Hoffman al caso en donde las partículas son deformables. En el primer capítulo se hace una revisión de la teoría de Hoffman para partículas rígidas y las modificaciones para el caso de partículas deformables. En el segundo capítulo se describen los aspectos experimentales y finalmente en el tercer capítulo se presentan los resultados de este trabajo.



## CAPITULO I

### I.1 TEORIA GENERAL

#### I.1.1 Fundamentos de la Teoría de Hoffman.

Todo estudio sobre la migración de partículas a una interfase móvil requiere un análisis de la cinemática del fluido sin perturbar en la vecindad del frente móvil. En el caso tratado por Hoffman de un frente que avanza en un capilar cilíndrico la cinemática de dicho flujo ha sido estudiada por diversos autores.

El flujo inmediato anterior al frente móvil es conocido comúnmente como flujo fuente ( Rose 1961 [7] ). En un sistema de referencia que viaja a la velocidad promedio un elemento de fluido, al entrar en la vecindad del frente, se desacelera en la dirección del flujo y adquiere una velocidad transversal vertiéndose hacia las paredes como se representa esquemáticamente en la siguiente Figura I.1.1.1.

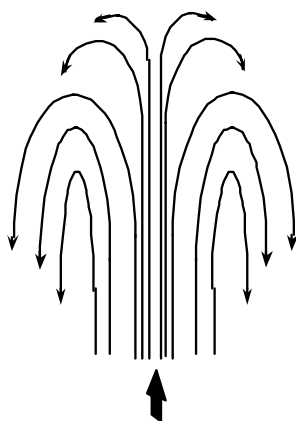


Figura I.1.1.1. Flujo Fuente

En los años setentas y ochentas aparecieron un buen número de trabajos sobre la cinemática del flujo fuente en el contexto del moldeo por inyección en diversas geometrías, canales rectangulares capilares etc. Tadmor (1974) [8] introdujo simplificaciones importantes a la descripción del flujo fuente en la vecindad del frente que avanza. Este autor supuso que en la vecindad de la interfase móvil, el flujo se representa por un flujo potencial de estancamiento, igual al flujo elongacional estacionario con el cual podía explicar en parte el origen de la deformación de los plásticos moldeados en la vecindad de su superficie, como se ilustra en la Figura I.1.1.2.

#### Figura I.1.1.2

Z. Tadmor, *J. Appl. Polym. Sci.*, 18, pp. 1753– 1772 (1974).

Un estudio numérico detallado de la deformación de un elemento del material a lo largo del flujo lo encontramos tanto en los trabajos de Coyle et al. [9], Marvides et al. (1986a, 1986b) y Behrens et al.

Hoffman [10,11], por su parte introdujo simplificaciones importantes a la descripción del flujo fuente en el contexto de su estudio de migración de esferas rígidas. Primeramente observó que dado que los ángulos de contacto entre el fluido y la interfase  $\theta_M$  para el conjunto de los experimentos que el realizó era grande, entre  $150^\circ$  y  $180^\circ$ , supuso que para ese intervalo de ángulos de contacto los patrones de flujo no van a variar significativamente, en cuyo caso considera que  $\theta_M = 180^\circ$  y por lo tanto concluye que la forma del frente móvil es de forma esférica Figura I.1.1.3.

### Figura I.1.1.3

$\theta_M$  se establece relativo a la pared del tubo en el lado del líquido en la interfase que avanza.  $R_C$  es el radio de curvatura de la interfase y  $a$  es el radio del tubo. R. L. Hoffman, *J. Rheol.*, **29**(5), 579-604 (1985).

Por otro lado Hoffman argumenta que el patrón de flujo en un capilar en la zona del hemisferio de la interfase no debe ser diferente a un flujo con una forma de

cápsula larga que se mueve al interior de un tubo (Figura I.1.1.4), siempre y cuando en el centro de la cápsula el perfil de velocidades sea estacionario.

Figura I.1.1.4  
Flujo tipo cápsula en un tubo, Hoffman [11]

La pregunta importante es que tan larga debe ser la cápsula para que el flujo sea estacionario en el centro, esto es, para que su perfil de velocidades sea parabólico. Si comparamos este flujo con el de una esfera líquida que viaja en otro fluido Figura I.1.1.5, el patrón de flujo está dado por la solución de Hadamard y Rybsinski [12,13].

Figura I.1.1.5  
Localización de una esfera rígida con radio  $R_s$  en una esfera líquida con radio  $a$ . Hoffman [11].

En la Figura I.1.1.5,  $a$  es el radio de la esfera,  $r$  es la distancia al centro de la esfera y  $\theta$  es el ángulo del radio vector  $\mathbf{r}$  con la dirección del flujo. Las componentes de la dirección  $r$  y  $\theta$  de la solución de Hadamard y Rybsinski esta dadas por

$$v_r = V_1 \left[ 1 - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right] \cos \theta_1 \quad \text{I.1.1.1}$$

$$v_\theta = V_1 \left[ 2 \left( \frac{r}{a} \right)^2 - 1 \right] \sin \theta_1 \quad \text{I.1.1.2}$$

donde  $V_1 = \left( \frac{V}{2} \right) \left[ 1 + \left( \frac{\eta_i}{\eta_e} \right) \right]^{-1}$ ,  $V$  representa la velocidad de flujo libre, en la

fase externa del modelo de gota líquida,  $\eta_i$  y  $\eta_e$  son la viscosidad en la esfera líquida y en medio que la rodea respectivamente Figura I.1.1.5.

Vemos que si  $\theta = \pi / 2$ , la componente  $v_\theta$  tiene un perfil parabólico y por lo tanto el flujo en forma de cápsula podría ser casi esférica y se cumpliría en parte la condición de flujo estacionario. Sin embargo en el caso de la gota líquida inmersa en otro fluido, el 69% del arrastre que mantiene el flujo en el interior de la gota, proviene del área subtendida por:  $\pi / 3 \leq \theta \leq 2\pi / 3$  Figura I.1.1.6 (sección entre A A'), mientras que el 100% del arrastre en el caso de la cápsula se transmite en

el área de contacto de la pared del tubo formado por el fluido exterior, misma figura (sección entre B B').

#### Figura I.1.1.6

Comparación del flujo en forma de cápsula (no muy larga) y en forma de esfera Hoffman [11].

La diferencia entre estos efectos de arrastre no es muy grande y por lo mismo Hoffman adopta la solución de Hadamard y Rybsinski en la vecindad del frente móvil como una buena primera aproximación a la cinemática del flujo fuente. Al perturbar el flujo por la presencia de una partícula en la vecindad de la interfase, se hace patente una falta de simetría del flujo normal a la superficie Figura I.1.1.7.

#### Figura I.1.1.7

Interacción de una partícula con el flujo extensional en el frente móvil. Hoffam [11]

Hoffman pretende en su trabajo de 1985 imitar en lo esencial el proceso de inyección en la operación de moldeo, demuestra en este caso que la generación de protuberancias por esferas rígidas queda regulado por la competencia entre la fuerza de arrastre viscosa (inducida por el flujo elongacional), responsable de la migración de las partículas hacia el frente móvil, y las fuerza capilar producida por la curvatura de las protuberancias.

La máxima altura de la protuberancia ocurre cuando las dos fuerzas se encuentran en equilibrio. La teoría de Hoffman es analítica y supone que el flujo fuente en la proximidad del frente móvil, puede aproximarse por la solución de Hadamar y Rybsinnski para el flujo en una gota esférica que se mueve a velocidad constante en otro fluido inmiscible. Los primeros estudios sobre el frente móvil de este autor, se enfocaron hacia el estudio del campo de flujo y presión en una región cercana a la interfase. Hoffman usa el hecho de que existe un flujo elongacional en la región del frente móvil, localizado en la inmediata vecindad de la interfase líquido-gas.

Si se representa en forma esquemática el flujo dentro de un capilar en una zona cercana al frente móvil, se puede observar (para un observador que viaja con el frente móvil) que existe un punto de estancamiento (stagnation point) representado por el punto P en la Fig Figura I.1.1.7. El trabajo de Hofman proporciona evidencia experimental que demuestra que partículas rígidas inmersas en flujo de un fluido viscoso confinado en un capilar, son arrastradas hacia la interfase. Hoffman también desarrolla una relación analítica que explica estos resultados.

Para el estudio de los efectos de un flujo extensional sobre partículas que se encuentran cerca de una interfase, Hoffman utiliza el frente móvil que se genera cuando un líquido se mueve dentro de un tubo desplazando un gas. Los primeros estudios sobre el frente móvil de este autor, se enfocaron hacia el estudio del campo de flujo y presión en una región cercana a la interfase. El punto P se ubica precisamente en la interfase y representa un punto donde las moléculas del líquido no se mueven, en cualquier otro punto existe un movimiento neto a lo largo de la interfase que se incrementa desde cero en P hasta un máximo en M y M'. La Figura I.1.1.8, nos da una idea de cómo se desplaza el líquido en el frente móvil.

Figura I.1.1.8



Para analizar la fuerza resultante de la interacción de este campo de líneas de flujo sobre una partícula, Hoffman se puede considerar considera una amplificación de la región del punto P representado en la en la Figura I.1.1.7, en la cual (A) representa el campo de líneas de flujo sin la presencia de la partícula, (B) cuando la partícula entra el esta región modificando el campo, (C) y cuando se forma la protuberancia.

Esta última representación gráfica manifiesta el aspecto más importante del análisis, ya que la falta de simetría de las líneas de flujo alrededor de la partícula en la dirección normal a la interfase, causada esta por la falta de fluido para alimentar el flujo extensional paralelo a la interfase móvil, origina que el campo del flujo normal a la interfase y las fuerzas de arrastre sobre la partícula, se hallen en desequilibrio ocasionando que la partícula cada vez más penetre hacia la internase, desarrollando finalmente una protuberancia cubierta con una delgada capa de líquido, en la superficie de la interfase ver Figura I.1.1.7 C. A medida que el proceso de penetración progresa, la curvatura de la protuberancia se hace más pronunciada, originando una fuerza capilar que se opone a la de arrastre hasta alcanzar finalmente una posición de equilibrio y una altura máxima de la protuberancia. Esta descripción sobre el punto P puede pasar en cualquier punto sobre la interfase, ya que desde un punto de observación fijo en cualquier elemento del fluido muy cercano a la interfase, el flujo alrededor de ese elemento tiene la misma forma que la Figura I.1.1.7 C.

El siguiente paso en el trabajo de Hoffman es la cuantificación del proceso de generación de protuberancias. Para esto, es necesario establecer la forma del frente móvil para definir el campo de líneas flujo que generan la fuerza de arrastre sobre la partícula. Ya se ha dicho que el frente móvil se inclina hacia la fase gaseosa, y que el ángulo de contacto se considera como  $\theta_M = 180^\circ$ , y que para describir el campo de líneas de flujo, Hoffman a usa la solución encontrada por Hadamard y Rybczynski para una esfera líquida que se traslada dentro de otro líquido inmisible. La ventaja que señala Hoffman en el empleo de esta solución se basa en que el flujo de un frente móvil dentro de un capilar, se puede modelar por el flujo de una gota alargada (forma de boliche recto con extremos redondeados) como se ilustra en las Figuras I.1.1.4 y I.1.1.6. Esto quiere decir que las geometrías de los campos de flujo de una gota **no muy alargada** y una **gota esférica** son muy parecidas, por lo que el campo de flujo en los extremos de la gota alargada se pueden representar con bastante buena aproximación, por el campo de flujo en los correspondientes hemisferios de la esfera líquida. Hoffman utiliza este enfoque para calcular la fuerza de arrastre que actúa sobre la esfera rígida haciéndola migrar hacia la interfase para formar una protuberancia. En el punto de máxima altura, iguala esta fuerza de arrastre con la fuerza capilar causada por la curvatura de la protuberancia en la interfase. En este estado de equilibrio, del balance entre las fuerzas involucradas, Hoffman deriva una relación analítica para determinar la altura máxima de la protuberancia formada. En el trabajo de Hoffman, las fuerzas

inerciales y de gravedad son consideradas despreciables, por lo que el balance de fuerzas involucradas resulta:

$$\mathbf{F}_{\text{Capilar}} = \mathbf{F}_{\text{Arrastre}}$$

De acuerdo a la ecuación de Laplace, la diferencia de presión en la superficie origina una fuerza capilar en un punto dada por a la expresión:

$$\Delta P(\sigma) = \frac{\Delta F_c(\sigma)}{\Delta A(\sigma)} = \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right] \sigma$$

por lo que de acuerdo a las dimensiones del modelo usado por Hoffman mostradas en la Figura I.1.1.9.

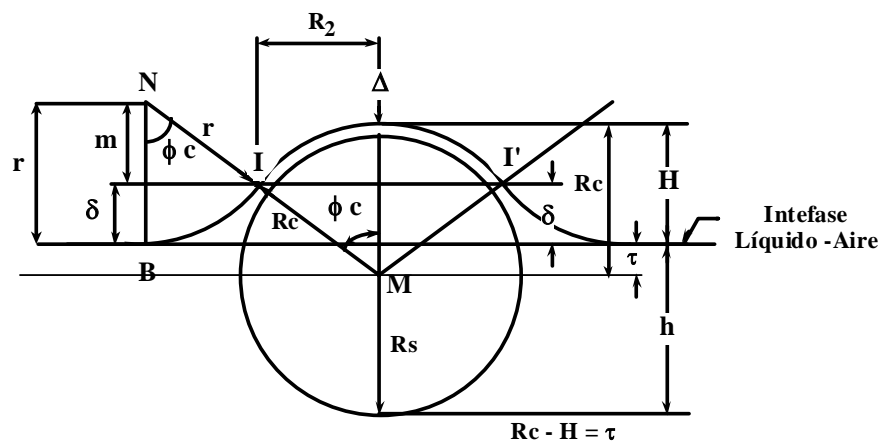


Figura I.1.1.9

Modelo y dimensiones usadas para caracterizar la protuberancia generada por una esfera la cual es proyectada hacia la interfase líquido-aire. Hoffman [11].

La relación de Laplace queda como:

$$\Delta F_c = \Delta A \sigma \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right], \quad \text{en una esfera } R_1 = R_2 = R_c$$

$$\Delta F_c = \pi \sigma R_c^2 \left[ \frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_c} \right] = 2 \pi \sigma R_c^2 \left[ \frac{1}{R_c} \right], \text{ es decir } F_{\text{Capilar}} = 2\pi\sigma R_c^2 / R_c$$

en donde  $\sigma$  es la tensión superficial del líquido de arrastre,  $R_2$  y  $R_c$  se definen en la misma Figura I.1.1.9.

Para completar la ecuación de equilibrio entre las fuerzas, Hoffman supone válida la ley de Faxen (descrita en el artículo de Hoffman de 1985), para el movimiento de una esfera inmersa en un fluido en movimiento (no acotado: fronteras lejanas), aun en zonas muy cercanas a la interfase. Esto implica que la velocidad en la inmediata vecindad de la interfase se puede considerar muy parecida a la de un campo de flujo abierto. Dicho de otra manera, esta ley establece que, una esfera inmersa en un fluido en movimiento al infinito con velocidad  $v_\infty$ , y con el centro de la esfera trasladándose con una velocidad  $U$ , experimenta una fuerza de arrastre dada por

$$\mathbf{F} = 6 \pi \eta R_s ([v_\infty]_o - U) + \pi \eta R_s^3 (\nabla^2 v_\infty)_o \quad \text{I.1.1.3}$$

en donde  $\eta$  es la viscosidad de fluido y  $R_s$  el radio de la esfera, el subíndice “o” implica una evaluación en el centro de la esfera y la marca de letra en negrita significa vector.

Usando un origen de coordenadas situado en el centro del modelo de la esfera líquida para la determinación de la fuerza de arrastre sobre una partícula rígida, dada por la ecuación I.1.1.3, y con las dimensiones geométricas mostradas en la Figura I.1.1.9, Hoffman encuentra que para un instante en el cual por efecto de una fuerza externa  $r_1$  y  $\theta_1$  permanecen constantes, las componentes radial y angular de la velocidad para  $U = 0$  están dadas por

$$v_r = V_1 \left[ 1 - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right] \cos \theta_1 \quad \text{I.1.1.4}$$

$$v_\theta = V_1 \left[ 2 \left( \frac{r}{a} \right)^2 - 1 \right] \text{sen } \theta_1 \quad \text{I.1.1.5}$$

donde  $V_1 = \left( \frac{V}{2} \right) \left[ 1 + \left( \frac{\eta_i}{\eta_e} \right) \right]^{-1}$ ,  $V$  representa la velocidad de flujo libre, en la

fase externa del modelo de gota líquida,  $\eta_i$  y  $\eta_e$  son la viscosidad en la esfera líquida y en medio que la rodea respectivamente. Con estas ecuaciones, Hoffman evalúa las componentes radiales de  $[v_\infty]_0$  y  $[\nabla^2 v_\infty]_0$  en la relación I.1.1.3, y usando como velocidad del flujo a la “ $v$ ” del campo de Hadamard y Rybsinski en la ley de Faxen, encuentra para la componente radial de la fuerza de arrastre sobre la esfera rígida una expresión dada por:

$$F_r = 6 \pi \eta_i R_s V_1 \cos \theta_1 [1 - (r_1 / a)^2 - (5/3)(R_s / a)^2] \quad \text{I.1.1.6}$$

La fuerza de arrastre cerca de la interfase depende de las condiciones a la frontera que esta misma impone, es por eso que las condiciones a la frontera en la vecindad de la superficie que forma la interfase, son diferentes de las que existen en un capilar con flujo libre (“free stream”). Sin embargo, Hoffman asegura que estas condiciones causan cambios muy débiles, por lo que la ecuación I.1.1.6 para una partícula en un flujo libre, puede ser usada como una “razonable estimación” de las fuerzas involucradas cuando la partícula esta cerca de la interfase. Para el modelo de la gota líquida (fase  $\eta_i$  = la viscosidad del fluido) con la esfera rígida en una alguna posición  $r_1 = a - \varepsilon$ , donde  $a$  es el radio de la gota líquida y  $\varepsilon$  es del orden de magnitud del diámetro de la partícula rígida ( $R_s$ ), la ecuación I.1.1.6 queda como

$$F_r = 6 \pi \eta_i R_s V_1 \cos \theta_1 [2(\varepsilon/a) - (\varepsilon/a)^2 - (5/3)(R_s / a)^2] \quad \text{I.1.1.7}$$

Cuando  $R_s \ll a$  la ecuación anterior se reduce a:

$$F_r = 6 \pi \eta_i R_s \{2 V_1 (\varepsilon/a) \cos \theta_1 \} \quad \text{I.1.1.8}$$

El factor entre corchetes representa el valor de la componente radial de la velocidad en flujo libre para cuando  $r = r_1 = a - \varepsilon \rightarrow [v_{r, \infty}]_0 \cong 2 V_1 (\varepsilon/a) \cos \theta_1$

En este caso  $a$  coincide con radio del tubo y  $V_1$  se considera como la velocidad media del fluido.  $R_s$  es el radio de la partícula. Un aspecto importante del enfoque de Hoffman, es el hecho de que  $V_1$  dada por:  $V_1 = V / 2 [1 + (\eta_i / \eta_e)]^{-1}$  es impulsada por el flujo en la fase exterior con todo y el modelo de esfera líquida, es decir,  $V_1$  es la velocidad radial para  $r = 0$ ,  $\theta = 0$ , o sea

$$v_r = V_1 \left[ 1 - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right] \cos \theta_1 = V_1 \left[ 1 - \left( \frac{0}{a} \right)^2 \right] \cos (0) = V_1$$

de tal manera que lo que hace Hoffman es sustituir  $V_1$  en la ecuación I.1.1.8 con el valor correspondiente para  $r = 0$ ,  $\theta = 0$ , Figura I.1.1.10. Este valor de la velocidad radial en el frente móvil es muy cercano a la velocidad axial del flujo en un capilar circular ( $V_1 = \bar{V}$ ).

Figura I.1.1.10.  
Hoffman [11]

Hoffman supuso que la parte de la partícula que no penetra en la interfase es la que contribuye a la fuerza de arrastre. Con esta última corrección  $F_{\text{Arrastre}}$  resulta:

$$F_{\text{Arrastre}} = f 6 \pi \eta_1 R_s \{ 2 V_1 (f R_s / a) \cos \theta_1 \} \quad \text{I.1.1.9}$$

donde  $f$  es la fracción del área sumergida de la partícula dada por

$$f = \frac{h}{D_p}, \quad \text{con} \quad D_p = 2 R_s \quad \text{I.1.1.10}$$

En la ecuación I.1.1.8 Hoffman substituyó el valor  $\varepsilon$  por  $f R_s$ , sin embargo

$f R_s = \frac{h}{2}$ , esto es toma como punto de referencia para calcular la fuerza de arrastre

a un punto a la mitad de la parte sumergida de la partícula y no al centro de masa correspondiente como se ilustra en la Figura I.1.1.11.

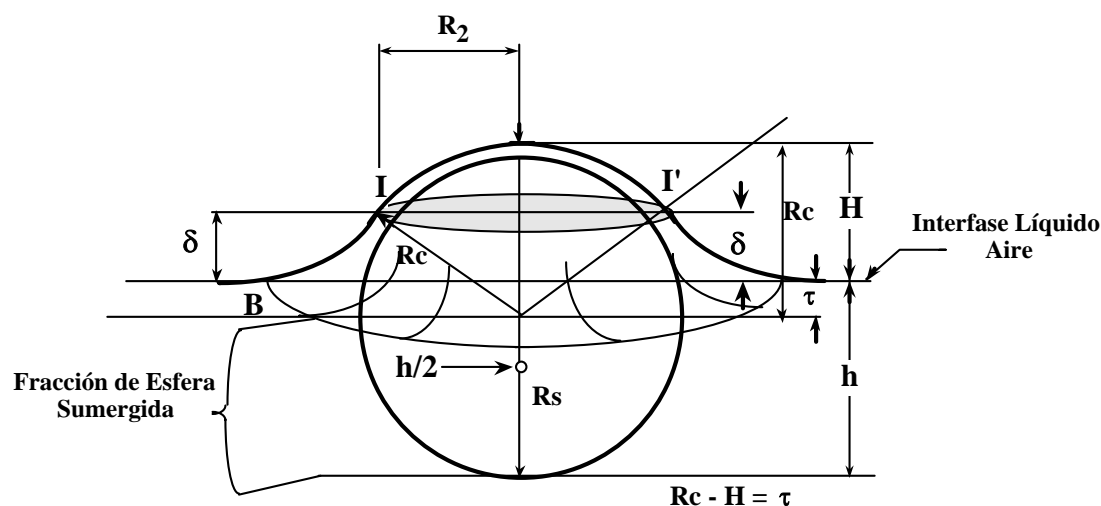


Figura I.1.1.11



Ya que la fuerza capilar de acuerdo a la ecuación de Laplace esta dada por:

$$F_{\text{Capilar}} = 2\pi\sigma R_2^2 / R_c \quad \text{I.1.1.11}$$

donde  $R_c$  es el radio de curvatura de la superficie,  $\sigma$  es la tensión superficial y  $2R_2$  es la distancia donde la superficie es convexa como se muestra en las Figuras I.1.1.9 y I.1.1.11. Por lo tanto la máxima altura de la protuberancia se obtiene cuando

$$2\pi\sigma \frac{R_2^2}{R_c} = f 6 \pi \eta R_s \left[ 2 V_1 \left( \frac{R_s}{a} \right) \cos \theta_1 \right] \quad \text{I.1.1.12}$$

Para determinar completamente la ecuación de equilibrio Hoffman recurre a las siguientes suposiciones y relaciones geométricas definidas en la Figura I.1.1.9.

I.- El campo de velocidades definido por Hadamard y Rybczynski se considera en buena aproximación como el campo de velocidades de la parte central del frente de móvil.

II.- La capa de fluido que cubre la partícula en la parte convexa de la curvatura de la protuberancia, tiene un espesor constante  $\Delta$  desde I a I', según se puede apreciar en la Figura I.1.1.9. Existe simetría esférica alrededor de un eje que pasa

por el centro de la partícula. La sección de la interfase desde I a B se puede aproximar por un arco circular con centro en N y radio r, por lo que el radio de curvatura en la zona cóncava de I a B es constante. Después de B se considera plana.

III.- El efecto la Gravedad y del Flujo en el menisco al rededor de la partícula, es despreciable en comparación con las fuerzas de tensión superficial.

IV.- Para calcular la fuerza de arrastre, Hoffman solo considera la fracción de partícula que se halla sumergida en el fluido, considerando un punto a la mitad de esta fracción como punto de referencia, donde se ejerce la fuerza de arrastre, es decir, si la altura de la parte sumergida es h, el punto de referencia esta a una distancia h/2 desde la superficie del frente móvil, según se puede observar en la Figura I.1.1.9. De esta figura, Hoffmans deduce las siguientes relaciones:

$$R_2^2 = R_c^2 - (R_c - H + \delta)^2$$

$$\cos \phi_c = 1 - (\delta/r) = 1 - \{(H - \delta) / R_c\}$$

La segunda y tercera aproximación (II, III) hacen referencia al hecho de que las fuerzas de tensión superficial en el punto I deberán ser igual a cero, es decir, la diferencia de presión ocasionada por las discontinuidades en los flujos cortantes, producen un arrastre que tienden a desestabilizar la forma original de la gota a

través de  $\Delta P$  ( $\dot{\gamma}$ ). El balance de fuerzas en el punto I, debe incluir tanto la fuerza de gravedad como el efecto del flujo en el menisco alrededor de la partícula. Es decir, en general el equilibrio de fuerzas en el punto I debe ser:

$$P = \sigma \left\{ \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{R_c} \right) \right\} \quad \text{I.1.1.13}$$

Sin embargo, si  $r$  y  $R_c$  son muy pequeñas, las fuerzas que dominan son las superficiales (fuerzas capilares), por lo que en equilibrio  $P = 0$ , se tiene que

$$P = \sigma \left\{ \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_c} \right) \right\} = 0, \quad \frac{1}{r} = \frac{1}{R_c}, \quad \text{y} \quad r = R_c$$

Si se desprecia los efectos gravitacionales, el equilibrio de fuerzas en el punto de inflexión I conduce a que  $\delta = H/2$  y por lo tanto

$$R_2^2 = H R_c - \frac{H^2}{4} \quad \text{I.1.1.14}$$

Substituyendo la ecuación I.1.1.14 en I.1.1.13 y resolviendo para  $H/D_p$  tenemos que

$$\frac{H}{D_p} = \frac{\left[ 3 DG + 3 DG \beta^{-1} + 1 \right] - \sqrt{DG \left( 3 + \frac{9}{2} \beta^{-1} - \frac{3}{2} \beta \right) + 1}}{6DG + \beta} \quad \text{I.1.1.15}$$

en donde  $DG$  y  $\beta$  se definen como:

$$DG = \frac{\eta \bar{V} D_p}{\sigma D_T} \cos \theta, \quad \beta = \frac{D_p}{2 R_c}, \quad D_T = 2a$$

$\eta$  es la viscosidad de fluido que rodea a la partícula,  $\bar{V}$  es la velocidad promedio del fluido,  $\sigma$  es la tensión superficial en la interfase polímero-aire,  $D_T$  es el diámetro del tubo capilar y  $\theta$  es el ángulo para el cual la protuberancia alcanza la máxima altura como se muestra esquemáticamente en la Figura I.1.1.12

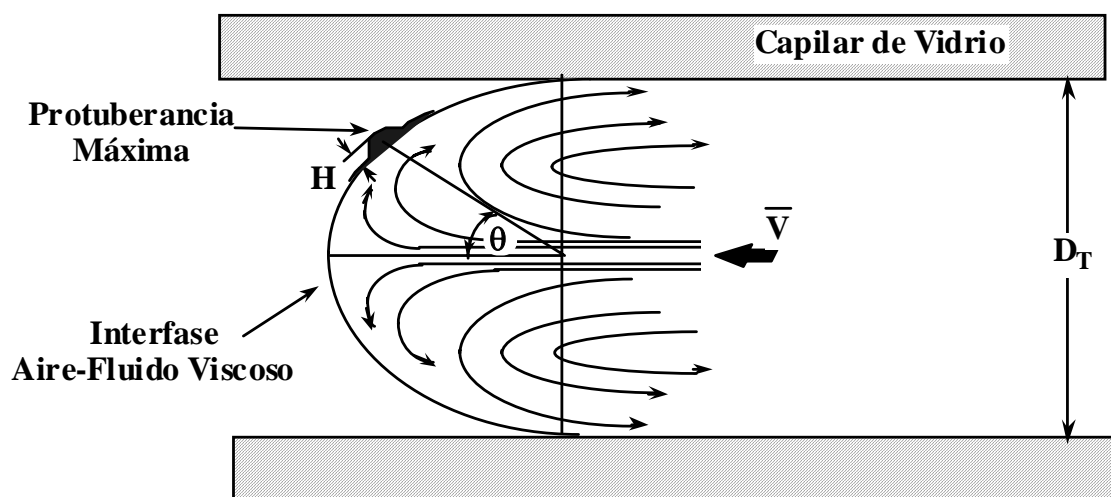


Figura I.1.1.12

El efecto que tiene la capa de polímero que rodea a la partícula, es el de incrementar la altura de la protuberancia al alcanzar su máximo, como se puede apreciar en la gráfica de la Figura I.1.1.13.

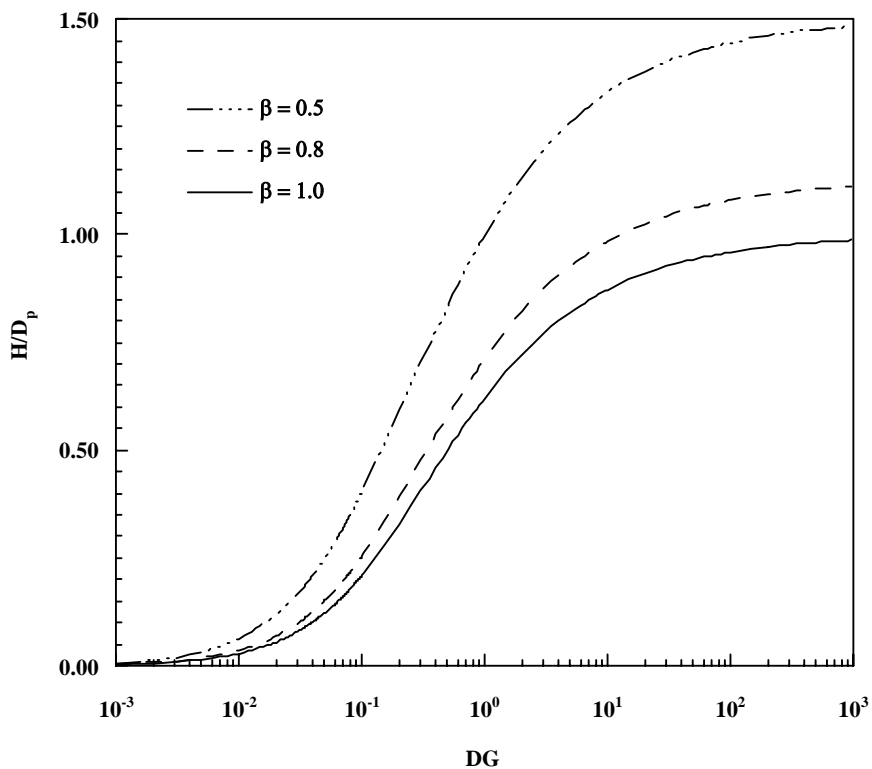


Figura I.1.1.13

Para probar que el campo de esfuerzos cortantes alrededor de las partículas producido por su aparato, son los suficientemente bajos para considerar el comportamiento de los fluidos como Fluidos Newtonianos, Hoffman afirma que la distribución de esfuerzos alrededor de una partícula inmersa en un campo de flujo uniforme, se puede aproximar por la expresión I.1.1.8, esto es

$$F_r = 6 \pi \eta_i R_s \{ 2 V_1 (\varepsilon/a) \cos \theta_1 \}$$

la cual es una forma de la ley de Stokes, en donde la velocidad que se considera es la componente radial de la velocidad que debería existir en el centro de la esfera rígida, si esta no estuviera ahí. Con esta aproximación, Hoffman encuentra que el esfuerzo es máximo en la superficie de la esfera y que la ecuación para esta distribución de esfuerzos esta dada por:

$$\tau_{r\theta} = (3 \eta v_\infty / R_s) \sin \theta \quad \text{I.1.1.16}$$

Para un sistema de coordenadas esféricas con el origen en el centro de la esfera,  $\tau_{r\theta}$  es la componente  $r\theta$  del esfuerzo cortante sobre la superficie de esta. El ángulo  $\theta$  se mide respecto al eje  $z$  el cual es paralelo a la dirección del flujo uniforme. El esfuerzo cortante  $\dot{\gamma}$  es máximo para  $\theta = 90^\circ$  con lo que la expresión I.1.1.16 se reduce a

$$\dot{\gamma}_{\text{máx}} = 3 v_\infty / 2 R_s \quad \text{I.1.1.17}$$

En la relación de equilibrio el término  $\{ 2 V_1 (f R_s / a) \cos \theta_1 \}$ , representa el valor de  $v_\infty$ , para  $f = 1$  (partícula totalmente sumergida),  $2a = D_T$ ,  $\theta = 0$ , y  $V_1 = \bar{V}$ , por lo que  $v_\infty = 4 R_s \bar{V} / D_T$ , y el máximo esfuerzo cortante queda finalmente

$$\text{como } \dot{\gamma}_{\text{máx}} = 3(4 R_s \bar{V} / D_T) / 2 R_s = 6 \left( \frac{R_s \bar{V}}{R_s D_T} \right)$$

o sea:

$$\dot{\gamma}_{\text{máx}} = 6 \frac{\bar{V}}{D_T} \quad \text{I.1.1.18}$$

Esta relación proporciona el máximo esfuerzo cortante en el ecuador de la partícula en función de parámetros conocidos, permitiendo a Hoffman determinar el esfuerzo cortante a partir del cual la viscosidad se desvía del comportamiento Newtoniano. En la Figura I.1.1.14, se reproduce los resultados experimentales del trabajo de Hoffman para  $H / D_p$  como función del parámetro DG.

Figura I.1.1.14  
Hoffman [11]

La expresión I.1.1.15 difiere de la Hoffman, debido a un error algebraico de este autor. Sin embargo para  $\beta = 1$ , ambas expresiones coinciden siendo igual a

$$\frac{H}{D_p} = 1 - (6DG + 1)^{-1/2} \quad \text{I.1.1.16}$$

La Figura I.1.1.15, ilustra a la ecuación I.1.1.15 para varios valores de  $\beta$  comparados con los valores experimentales.

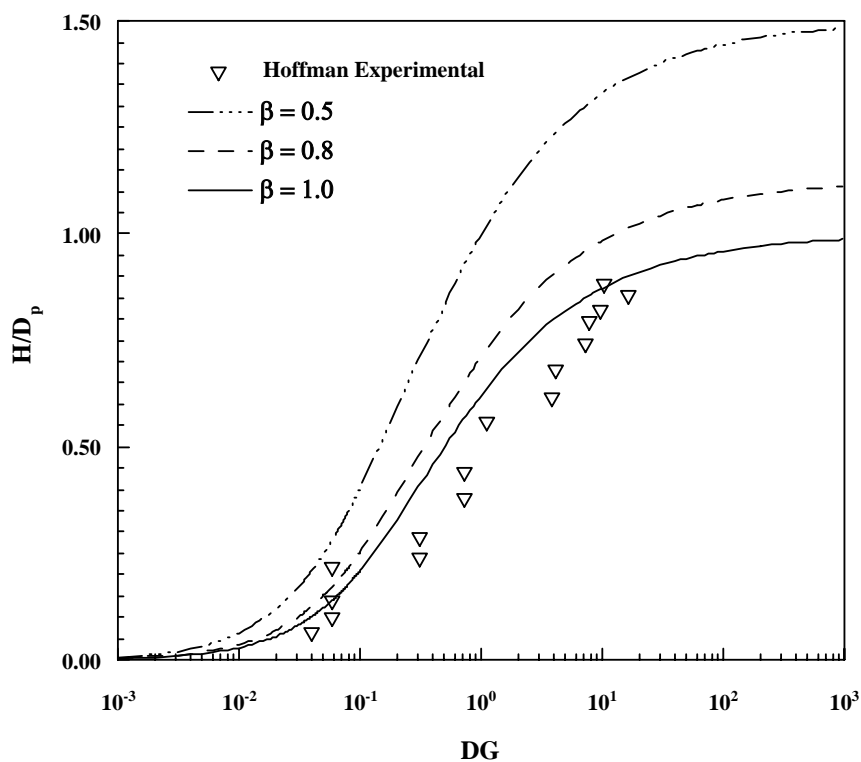


Figura I.1.1.15



Como puede verse en la Figura I.1.1.15 los resultados experimentales para el silicón usado por Hoffman, caen por debajo de la curva correspondiente a  $\beta = 1$  lo cual es inconsistente ya que  $R_c \geq R_s$  y  $\beta = \frac{R_s}{R_c}$ .

A pesar de esto, el modelo describe adecuadamente las tendencias fundamentales con solo dos parámetros adimensionales  $DG$  y  $\beta$ .

Como veremos en el Capítulo II la reproducción que se hizo del experimento de Hoffman para esferas duras, dio como resultados datos por encima de la curva para  $\beta = 1$  como era de esperarse.

Si bien la teoría de Hoffman solo representa una primera aproximación al problema, predice las tendencias básicas del experimento y tiene los ingredientes fundamentales del mismo. Por esta razón en este trabajo se adopta este marco teórico para analizar la extensión de estos experimentos al caso de partículas deformables.

### **I.1.2. Deformación de Partículas**

Por otro lado, en 1969 Cox [14] extendió la teoría de Taylor [15] considerando una gota de fluido Newtoniano suspendida en otro fluido también Newtoniano sujeto a un flujo lineal arbitrario. Su teoría obtiene la deformación de la gota a primer orden como función del tensor de esfuerzos y del tiempo a pequeñas deformaciones. Cox demostró que después de un suficientemente largo la forma de la gota esta dada por

$$D = \frac{5(19p+16)}{4(p+1)\sqrt{(20/Ca)^2 + (19p)^2}} \quad \text{I.1.2.1}$$

con  $\phi = \pi/4 + 1/2 \tan^{-1}(19p \text{ Ca}/20)$ .

Para valores de  $Ca \ll 1$ ,  $p = o(1)$  y  $p \gg 1$ ,  $Ca = o(1)$ , la teoría de Cox es coherente con la de Taylor. Van Der Reijden-Stolk y Sara [16], realizaron en 1986 una serie de experimentos en los que con fluidos Newtonianos y un cilindro con terminación cónica generaron un flujo elongacional variable. El trabajo de estos autores está dirigido a la descripción de las deformaciones de gotas de baja densidad comparadas con la de la matriz, incluidas en el flujo no estacionario. En la Figura I.1.2.1, se muestra el dispositivo experimental usado por Van Der Reijden-Stolk et al.

Figura I.1.2.1

En este sistema, los autores encontraron que la deformación no es constante ya que aumenta a medida de que la gota se acerca al cono. Determinando la variación de la

deformación en función de una coordenada en dirección del eje del cono, y empleando la solución de Cox para flujo no estacionario, obtuvieron un buen ajuste (en la zona de bajas deformaciones), entre los valores calculados y los medidos.

Van Der Reijden-Stolk et al., establecen que su teoría para la determinación del parámetro de deformación definido por  $D = (L - B) / (L + B)$ , como función del número de Weber ( $We = \eta_c R_D \dot{\gamma}_e / \sigma$ ), solo es válida para deformaciones, pequeñas es decir, para valores de D menores a 0.25.

Posteriormente en 1989 Van Der Reijden-Stolk, A.S. Van Heel, A. Sara, y J.Schut [17], estudiaron la deformación de gotas Newtonianas en flujo cortante y flujo elongacional. Este trabajo se realizó en flujo estacionario en un sistema de cuatro rodillos, y en flujo no estacionario en un canal cilíndrico con extremo cónico. El sistema de cuatro rodillos usado por estos autores es similar al empleado por Bentley y Leal, en el cual se puede generar un flujo elongacional con una razón de corte controlada. La deformación de la partícula solo puede ser medida en una situación de flujo elongacional, si la partícula se coloca exactamente en el punto de estancamiento (stagnation point), lo cual es posible por el diseño del aparato de cuatro rodillos, Figura I.1.2.2.

### Figura I.1.2.2

Van Der Reijden-Stolk, A.S. Van Heel, A. Sara, y J.Schut [17]

Estos autores, en analogía con el número de Weber, definen el número de Weber Elástico, como:  $We_E = \eta_c R_D \dot{\gamma}_e / E$  donde E es el modulo elástico, la deformación se expresa como:  $\lambda = (L / 2R) - 1$ . En el sistema de cuatro rodillos la deformación

está dada por:  $\lambda = \frac{15}{2} We_E$ .

El Modulo de las partículas elásticas se determina por medio del método descrito en la teoría de Timoshenko y Goodier [18].

En este último trabajo de Van Der Reijden-Stolk et al., los resultados de las mediciones de la deformación  $\lambda$  en función del número elástico de Weber, para flujo estacionario y no-estacionario se muestran en la Figura I.1.2.3.

Figura I.1.2.3  
Van Der Reijden-Stolk, A.S. Van Heel, A. Sara, y J.Schut [17]

De la observación de estas figuras, se puede concluir que para deformación en flujo estacionario (máxima  $\dot{\gamma}_e \approx 1.5 \text{ s}^{-1}$ ), la teoría se cumple para deformaciones pequeñas con valores de  $We_E \leq 0.05$ , mientras que para el caso de las deformaciones en flujo no-estacionario los resultados experimentales siguen a la teoría solo hasta valores de  $We_E < 0.03$ .

### **I.1.3. Migración de Partículas**

En varias operaciones del procesamiento de polímeros, resulta de gran interés práctico el estudio de pequeñas partículas en un fluido cerca de una interfase deformable. Sin embargo como lo apunta Hoffman (1985) [11], al igual que Stoos y Leal (1989) [6], el problema no ha sido aún investigado ampliamente en función de la importancia del mismo. Estos últimos autores señalan que, posiblemente la falta de atención por parte de los investigadores se deba a que es un problema no lineal y por lo tanto muy difícil de solucionar analíticamente. Sin embargo, estos autores hacen notar que cuando la partícula es pequeña en comparación con el radio de curvatura de la interfase, el flujo básico que impulsa las partículas hacia la interfase se puede considerar como flujo tensional lineal y axialmente simétrico, tanto en operaciones de llenado de moldes como sistemas de flotación. Stoos et al., estudian la interacción entre una partícula esférica, el campo del flujo y una interfase deformable. Estos autores, comentan el trabajo de Hoffman (1985) advirtiéndolo que debido a que la teoría de Hoffman se basa en una serie de suposiciones “ad hoc, no objetivas, por lo que el problema de la forma de la interfase y de la posición de la esfera no ha sido completamente resuelto. El planteamiento del problema del trabajo de Stoos y Leal, consiste en una partícula que se aproxima a una interfase deformable definida por dos fluidos de viscosidad y densidad diferente, el acercamiento de la partícula se efectúa a lo largo del eje de simetría de un flujo extensional (biaxial), partiendo de una posición inicial alejada

de la interfase en la cual la partícula no está deformada. La configuración de este trabajo se muestra en la Figura I.1.3.1.

#### Figura I.1.3.1

J.A.Stoos and L.G. Leal, *AICHE J.*, **35**, No 2, 196 (1989).

La baja velocidad de las burbujas causada por su pequeño tamaño en el caso de flotación y la alta velocidad en el procesamiento de polímeros permite despreciar la inercia del fluido y de las partículas. Stoos y Leal hacen notar que a pesar de que las ecuaciones que gobiernan el flujo son lineales, el problema no lo es, en lo que se refiere a las condiciones de la frontera, ya que se desconoce la forma de la interfase y esta afecta al flujo. Sin embargo, ellos emplean el método de integración de frontera libre usado por Youngren y Acrivos (1975, 1976), Sëller et al. (1986), Lee y Leal (1982), y Chi y Leal (1988), referencias reportadas en el trabajo de Stoos y Leal. En la Figura I.1.3.2, se reproduce esquemáticamente los resultados encontrados para la deformación de la interfase, para el caso de grandes

deformaciones, tomando en cuenta la tensión superficial y la gravedad. En la figura se representan resultados para valores  $\lambda$ ,  $Ca$ ,  $Cg$ , que se definen como:

$\lambda = \mu_1 / \mu_2$  Razón de viscosidades del fluido 1 y 2.

$Ca =$  Número Capilar = Fuerzas viscosas/ fuerzas interfaciales.

$Cg =$  Fuerzas viscosas/ Fuerzas debidas a la diferencia de las densidades.

Figura I.1.3.2  
J.A.Stoos and L.G. Leal, [6]

En la Figura I.1.3.3, se reproduce también la comparación que hace Stoos y Leal de sus resultados con los obtenidos por Hoffman en 1985, para el caso cuando uno de los fluidos es aire,  $\lambda = 0$ ;  $Ca = 44$ ;  $Cg = 49$ .



Figura I.1.3.3  
J.A.Stoos and L.G. Leal, [6]

### **I.1.5 Extensión de la Teoría de Hoffman para Partículas Deformables**

La reología del estudio de las partículas rígidas solo depende de la velocidad y de parámetros inherentes al fluido viscoso que se mueve, dentro del cual se hallan inmersas dichas partículas. Estos parámetros como se mencionó anteriormente, son la viscosidad, elasticidad, la tensión superficial en la interfase, difusión etc. Cuando el fluido viscoso se mueve dentro del capilar, la interfase polímero-aire o frente-móvil, se desplaza con una velocidad promedio, sin embargo, el campo de velocidades en el centro del capilar es más grande que la velocidad promedio, lo que ocasiona que las líneas de flujo cercanas a la línea central, se desvíen hacia la pared del capilar a medida que se acercan al frente móvil, dando lugar al campo de flujo conocido como Flujo Fuente, Figura I.1.5.1.

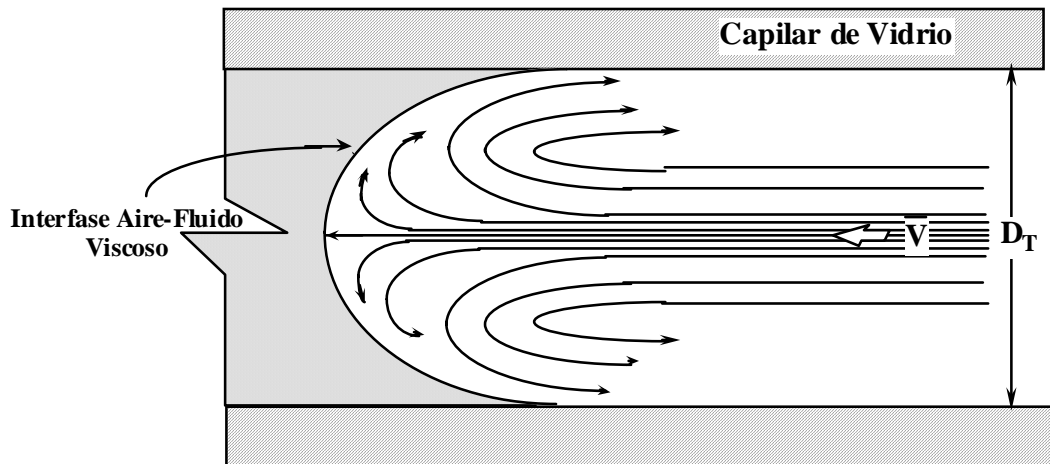


Figura I.1.5.1

En el caso de partículas deformables, se presentan varias particularidades relacionadas a la forma que adquieren dichas partículas bajo la acción de las fuerzas presentes, por esta razón, se hace necesaria una discusión al respecto, tomando como base la teoría de Hoffman.

Al igual que las partículas rígidas, es de esperarse que la máxima altura en la protuberancia se alcance cuando todas las fuerzas que actúan sobre la partícula se hallan en equilibrio. Siguiendo el mismo razonamiento usado por Hoffman, para determinar la altura de la protuberancia en la cual la concavidad del perfil de la interfase cambia de signo; en este estudio consideraremos como válidas las siguientes suposiciones.

- i.- El espesor de la película de fluido que cubre a la partícula es constante en la zona convexa.
- ii.- Se considera que la partícula deformada tiene una forma de esferoide “oblato”, es decir, es un poco achatado en los extremos de su semi-eje menor.
- iii.- Existe simetría circular al rededor del semi-eje menor, por lo que se supone que el perfil de la zona cóncava puede ser aproximado por el de una esfera de radio  $r$ .
- iv.- Se desprecia el efecto de la gravedad y de flujo sobre el menisco alrededor de la partícula.

Como en el caso de las partículas rígidas, la segunda y tercera aproximación, implican que en el punto  $I$  donde cambia el sentido de la concavidad, las fuerzas de tensión superficial deberán ser igual a cero.

Para el caso de partículas deformables, el balance de fuerzas en un punto  $I$  donde cambia el sentido de la curvatura en la interfase (Figura I.1.5.2), el equivalente de la expresión I.1.4.12 será:

$$\Delta P(\sigma) = \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right] \sigma \quad \text{I.1.5.1}$$

donde  $R_1$  y  $R_2$  son los radios de curvatura principales en el punto  $I$ , y  $\sigma$  es la tensión superficial en la interfase.

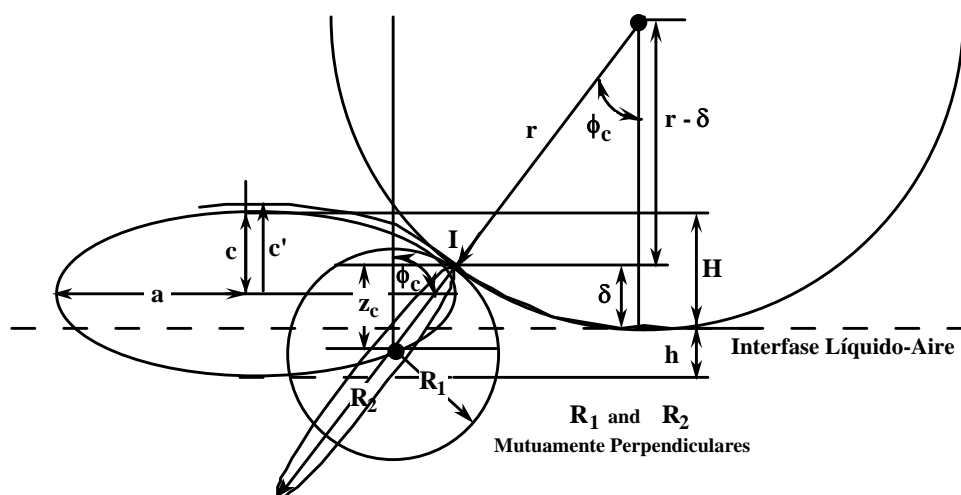


Figura I.1.5.2

En este caso de partículas deformables, todas las fuerzas involucradas, están acopladas, es decir, la deformación de la partícula afecta tanto al coeficiente de arrastre como a la fuerza capilar puesto que los radios de curvatura de la partícula se han modificado, afectando por lo tanto el equilibrio entre estas dos fuerzas de una forma diferente al del caso de partículas rígidas esférica. Desde este punto de vista, deberá extenderse el tratamiento teórico para considerar una ecuación extra que describa el estado de deformación inducido por el flujo elongacional, acoplándose a la relación de equilibrio entre la Fuerza Capilar y la de Arrastre. Dicha ecuación, no solo dependerá del campo de fuerzas aplicado, sino también de las propiedades elásticas de la partícula.

Es importante hacer notar, que cuando el tiempo de recuperación de la forma original de la partícula (no necesariamente esférica), es pequeño en comparación con el proceso de formación de las protuberancias, el problema se reduce al caso de Hoffman con una partícula de forma diferente, puesto que dicha deformación no alcanza a afectar en forma importante a los radios de curvatura y a los coeficientes de arrastre durante el proceso de formación de la protuberancia.

En el caso especial del estudio de partículas deformables que nos ocupa, el estado final de deformación de las mismas será también será una función de la fracción de área sumergida sujeta al arrastre del flujo elongacional, y además dependerá del llamado Número Elástico de Weber [20], definido por

$$W_{eE} = \eta \dot{\gamma}_e / E \quad \text{I.1.5.2}$$

donde  $\dot{\gamma}_e$  es la rapidez elongacional de los esfuerzos cortantes y  $E$  es el Modulo de Young del material que forma la partícula. Se supone que la forma de la partícula originalmente esférica al ser elongada, puede ser aproximada por un elipsoide de revolución (oblato) con su semi-eje mayor  $a$  y su semieje menor  $c$ .

En este estudio de partícula deformada, la capa de polímero constituida por el fluido de arrastre que rodea a la protuberancia estará definido por:  $\beta = c / c'$  (parámetro  $\beta = D_p / 2 R_c$ ) en donde  $c'$  es la distancia desde el centro del esferoide a la superficie del fluido Figura I.1.5.3.

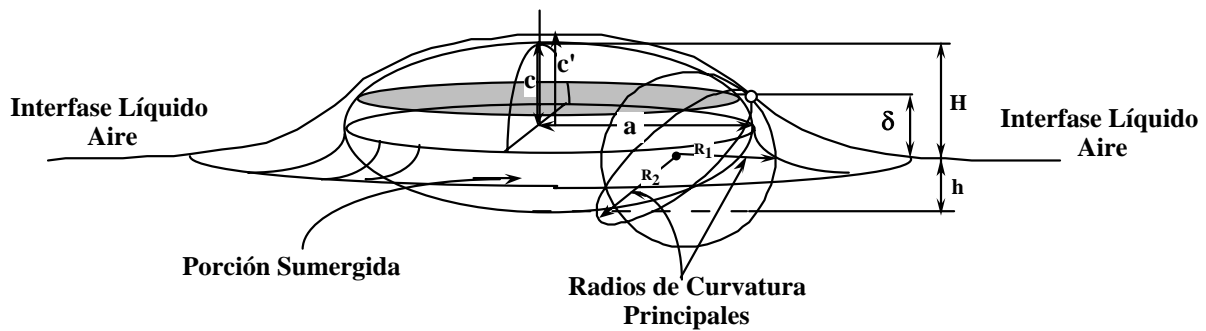


Figura I.1.5.3

La relación entre la deformación de la partícula  $\lambda = (2a - D_p) / D_p$  y el número elástico de Weber ( $W_{eE}$ ) en la zona del frente de móvil, se puede obtener teóricamente o experimental. En la revisión de la literatura al respecto, no se pudo encontrar hasta el momento, un trabajo teórico que sirviera para relacionar la deformación con el número elástico de Weber, y que representara los resultados experimentales obtenidos, por lo que dada la complejidad química de la partícula y la del cálculo matemático; en este estudio, la deformación de la partícula  $\lambda$  se determinó experimentalmente, midiéndola directamente en el momento en que la protuberancia alcanza el punto de máxima altura  $H$  en la interfase polímero-aire.

La medición de la deformación se realizó usando una técnica de micro-grabación digital que se describirá más adelante en la parte experimental.

En el caso de partículas deformables, se usó el mismo procedimiento usado por Hoffman, es decir, se utilizó el parámetro  $DG$  para tener un seguimiento del comportamiento de la altura de la protuberancia  $H$ . En este sentido, se usó una

relación de la deformación  $\lambda$  obtenida experimentalmente, para cada valor de la velocidad axial  $\bar{V}$  del flujo en el capilar. Recordando que el parámetro DG es proporcional a  $\bar{V}$  y esta definido por:

$$DG = \eta \bar{V} D_p / \sigma D_T \cos \theta \quad \text{I.1.5.3}$$

La extensión de la teoría de Hoffman, considera que: a) La partícula deformada tiene la forma de un esferoide oblato, b) La fuerza capilar se debe calcular en función del cambio de los radios de curvatura, puesto que estos varían de punto a punto durante la deformación, c) El calculo de la fuerza de arrastre debe tomar en cuenta el cambio de la superficie derivado de la variación en los semiejes de la partícula esferoidal ( $a, c$ ). Lo anterior quiere decir que, a diferencia del problema de partículas rígidas, la extensión de la teoría de Hoffman para partículas deformables, implica que en el proceso de formación de la protuberancia, se debe considerar la componente de deformación que cada elemento de superficie contribuye para integrar esta fuerza total sobre ella.

Desde punto de vista, podemos resumir que, en la extensión de la teoría de Hoffman, las partículas, inmersas en un fluido viscoso sujeto a un campo extensional en una zona cercana a la interfase líquido-gas, deben experimentar un arrastre que la impulsa hacia la superficie de la interfase formando una

protuberancia, cuyos radios de curvatura cambian la forma de la superficie en la interfase, la cual debe ser balanceada por una fuerza capilar, hasta alcanzar un estado de equilibrio en una altura máxima de la protuberancia.

De acuerdo a la ecuación de la Place, la fuerza capilar en un punto se expresa como:

$$\Delta P(\sigma) = \frac{\Delta F_c(\sigma)}{\Delta A(\sigma)} = \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right] \sigma \quad \text{I.1.5.4}$$

La expresión para integrar la fuerza capilar sobre toda la superficie será de la forma:

$$F_c = \sigma \iint \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right] \mathbf{n} \cdot d\mathbf{S} \quad \text{I.1.5.5}$$

donde  $\mathbf{n}$  representa un vector unitario en la dirección  $z$  y  $d\mathbf{S}$  el elemento de superficie. La integración sobre una superficie de un esferoide (oblato), y la expresión de los radios de curvatura deben estar en función de la variable  $z$  o  $H$ , debido a esto, la derivación matemática de la forma analítica de la expresión I.1.5.5, no resulta trivial, por lo que se hizo necesario el uso del Programa Mathematica para expresar en términos de  $z$  o  $H$ , tanto la fuerza capilar como la fuerza de arrastre, para así, estar en posibilidad de determinar el valor de  $z$  o  $H$  con los que la fuerza capilar se equilibra con la de arrastre, para un valor dado de  $DG$ . En el anexo A, se describen las expresiones de los radios de curvatura y el del área



sumergida de los esferoides usadas en el cálculo de la fuerza capilar y en la de arrastre para los sólidos de revolución Oblato y Prolato.

De las consideraciones geométricas indicadas en la Figura I.1.5.2, se puede establecer la siguiente relación:

$$\cos \phi_c = \left( \frac{z}{R_1} \right) = \left( \frac{r - \delta}{r} \right) = \left( 1 - \frac{\delta}{r} \right) \quad \text{I.1.5.6}$$

$$\left. \frac{z}{R_1} \right|_I = 1 - \frac{\delta}{r} \quad \text{I.1.5.7}$$

donde  $\left|_I \right.$  implica que  $\frac{z}{R_1}$  se calcula en el punto I.

En una situación de equilibrio, y suponiendo válida la aproximación iv, es decir, si se desprecia el efecto de la gravedad y de flujo en el menisco, se puede demostrar que en la suma de las fuerzas superficiales en el punto I, la fuerza capilar resulta dominante, por lo que ante un balance de fuerzas superficiales en este punto I, se tiene lo siguiente:

$$\text{Fuerza capilar en la superficie del lado de la fase gaseosa} \quad F_{\text{gas}} = -\sigma \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{r} \right)$$

$$\text{Fuerza capilar en la superficie del lado de la fase líquida} \quad F_{\text{liq}} = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

En el equilibrio en el punto I,  $F_{\text{gas}} + F_{\text{liq}} = 0$ , o sea que

$$\sigma \left\{ \frac{2}{r} - \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right\} \Big|_{\mathbf{I}} = 0 \quad \text{I.1.5.8}$$

simplificando se reduce a:

$$\frac{1}{R_1} \Big|_{\mathbf{I}} + \frac{1}{R_2} \Big|_{\mathbf{I}} = \frac{2}{r} \quad \text{I.1.5.9}$$

esta expresión representa la condición geométrica de equilibrio para la fuerza capilar.

Ya que  $\delta = H / 2$ , y puesto que tanto  $z$  como  $R_1$  y  $R_2$  ( calculados en I ) se pueden expresar en términos de  $\delta$ , de  $H$  de la excentricidad del esferoide “ e ” y de la relación que define el espesor de la capa de polímero que cubre la protuberancia, es decir, de  $c' = \beta^{-1}c$ ; con la relación I.1.5.9 se puede obtener una expresión para la condición geométrica de equilibrio en términos de  $\delta$  y  $H$ .

Para el análisis de los resultados, es importante hacer notar, la dependencia entre  $\beta\delta/c$  y  $\beta H/c$  para diferentes excentricidades (deformaciones) y para  $H$  menores o iguales a  $\beta^{-1}c$ , en el intervalo experimental de las deformaciones de este estudio, según se muestra en la Figura I.1.5.4.

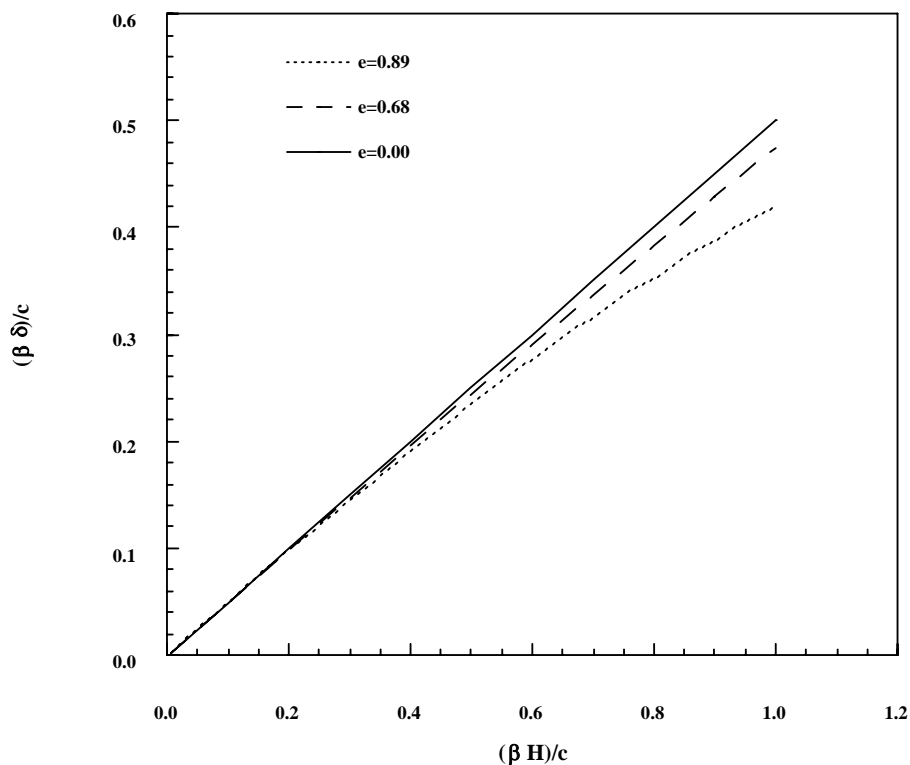


Figura I.1.5.4

Se observa en la Figura I.1.5.4, que para el caso esférico, es decir, para  $e = 0.0$  la desviación no es muy importante, excepto para excentricidades mayores, sin embargo, como se verá más tarde en los datos experimentales, en el intervalo de la excentricidad  $e$ , el máximo valor no excede a  $e = 0.66$ , de todas maneras, los cálculos consideran una corrección al respecto.

Es importante hacer notar, que el caso que nos ocupa es un estudio de recuperación elástica lenta, es decir, el tiempo de recuperación de la partícula ( $t_R$ )

a su forma original es de consideración ( $1 \text{ min.} > t_R > 3 \text{ min.}$ ). De hecho, el curso de formación de protuberancias es un proceso dinámico, en el cual, la altura de la protuberancia  $H$  solo esta determinada por la condición de equilibrio entre la fuerza capilar y la fuerza de arrastre.

$$\mathbf{F}_{\text{Capilar}} = \mathbf{F}_{\text{Arrastre}}$$

En el calculo de la fuerza de arrastre ( $F_{\text{Arrastre}}$ ), esto es, la fuerza de fricción producida por el flujo radial del fluido sobre la partícula en la interfase, solo contribuye la porción sumergida del esferoide oblato, por lo que de igual manera que en el caso de esferas rígidas en el trabajo de Hoffman, se supone que el punto de referencia donde la fuerza se aplica esta a la mitad de la parte sumergida ( $h/2$ ), como se muestra en la Figura I.1.5.3.

Si se considera que el espesor de la capa de polímero que cubre la protuberancia es tan delgado que se puede considerar nulo, es decir, para  $\beta = 1$ , la generalización de la fuerza de arrastre sobre el esferoide oblato resulta ser:

$$F_{\text{Arrastre}} = 6\pi\eta f K \left( 2\bar{V} \frac{h}{D_T} \cos \theta \right) \quad \text{I.1.5.10}$$

donde  $D_T$ ,  $\eta$ ,  $\theta$  y  $\bar{V}$  ya han sido definidos previamente y  $h$  representa la altura de la parte sumergida medida desde el nivel de la interfase, mostrada también en la Figura I.1.5.3,  $f$  es la fracción de la superficie sumergida y  $K$  es una corrección el factor de fricción para una partícula con forma de esferoide oblato.

La condición de equilibrio establecida por Hoffman, plantea la necesidad de igualar la fuerza de tensión superficial, con la de arrastre que son en realidad fuerzas de fricción que se ejercen sobre la partícula por efecto del movimiento de un fluido viscoso dentro del cual se encuentra inmersa dicha partícula. La expresión analítica que define la magnitud de la fuerza de arrastre, se deriva de la Mecánica de Fluidos la cual considera a los fluidos como conjuntos de moléculas gobernados por las leyes de la Dinámica Clásica y la Teoría de la Probabilidad. Para la determinación del factor de corrección  $K$ , existe en la literatura varios trabajos en los que se puede encontrar expresiones para el calculo de los coeficientes de fricción sobre cuerpos inmersos en fluidos viscosos, Brenner (1965) [19]. Así, se puede expresar que el arrastre sobre una esfera de radio  $a$  que se mueve estacionariamente con una velocidad  $\mathbf{U}$  a través de un fluido no limitado, esta dado por la Ley de Stokes que se escribe como:

$$F = 6 \pi \sigma a \mathbf{U} \quad \text{I.1.5.11}$$

Para una esfera Oseen deriva una solución para un flujo que pasa por una esfera obteniendo:

$$F = 6 \pi \sigma a \mathbf{U} \left[ 1 + \frac{3}{8} N_{Re} + O(N_{Re}^2) \right] \dots\dots\dots \text{Oseen}$$

Con la ecuación de Ossen se han obtenido la fuerza de arrastre para diferentes cuerpos tales como elipsoides de revolución. Proudman y Pearson [20] obtienen una expresión que solo difiere un 2% del predicho por Stokes:

$$F = 6 \pi \sigma a U \left[ 1 + \frac{3}{8} N_{Re} + \frac{9}{40} N_{Re}^2 \ln N_{Re} + O(N_{Re}^2) \right] \dots \dots \dots \text{Proudman-Pearson.}$$

Un problema que se encuentra en las aplicaciones prácticas de los anteriores resultados teóricos, es que las partículas que se encuentran en la industria y en la naturaleza son irregulares, por lo que no tienen una forma manejable con algún sistema de coordenadas simple. Brenner [21] desarrolló un método basado en una esfera ligeramente deformada. En este método se supone que la superficie de la esfera se describe por una ecuación de la forma:

$r = a [ 1 + \varepsilon f(\theta, \phi) ]$  en la cual  $(r, \theta, \phi)$  son coordenadas esféricas teniendo su origen en el centro de la esfera sin deformar de radio  $r = a$ ;  $|\varepsilon| \ll 1$  es un parámetro adimensional pequeño que se introduce para definir el orden de aproximación,  $f(\theta, \phi)$  es una función arbitraria de la posición angular.

La fuerza de arrastre que ejerce un fluido cuando pasa sobre un esferoide con una velocidad  $U$  esta dado por

$$F = 6 \pi \sigma a U \left[ \mathbf{U} \left( 1 - \frac{2}{5} \varepsilon \right) + \frac{1}{5} \varepsilon (\mathbf{U} \cdot \mathbf{k}) \mathbf{k} \right] + O(\varepsilon^2) \tag{I.1.5.12}$$

en donde  $\mathbf{k}$  es un vector unitario en la dirección  $z$ .

Para un fluido con la corriente de flujo paralelo al eje mayor del esferoide se tiene que:  $\mathbf{U} = \mathbf{k}U$  y  $(\mathbf{U} \cdot \mathbf{k}) \mathbf{k} = U \mathbf{k} = U$  por lo que:

$$F = 6 \pi \sigma a \left[ 1 - \frac{1}{5} \varepsilon + O(\varepsilon^2) \right] \mathbf{U}, \quad \text{I.1.5.13}$$

en donde el término  $\left[ 1 - \frac{1}{5} \varepsilon + O(\varepsilon^2) \right]$  se puede identificar como el factor de corrección  $K$ .

Para un fluido con la corriente de flujo perpendicular al eje mayor del esferoide se tiene que  $(\mathbf{U} \cdot \mathbf{k} = 0)$

$$F = 6 \pi \sigma a \left[ 1 - \frac{2}{5} \varepsilon + O(\varepsilon^2) \right] \mathbf{U} \quad \text{I.1.5.14}$$

Se supone que las ecuaciones I.1.5.13 y I.1.5.14 son válidas solo para valores pequeños de  $\varepsilon$ , sin embargo, según  $\varepsilon$ , Paine y Pell [22], resultan bastante exactas aún para valores mayores de  $\varepsilon$ . Por ejemplo, para el esferoide cuya ecuación en coordenadas esféricas esta dada por:

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{a^2(1 - \varepsilon)^2} = 1$$

I.1.5.15

en esta expresión, para  $\varepsilon > 0$  el esferoide es **Oblato**, y para  $\varepsilon < 0$  resulta un esferoide **Prolato**.

La excentricidad para un esferoide Oblato esta dada por

$$e = [1 - (c/a)^2]^{1/2} \quad \text{I.1.5.16}$$

en donde  $c$  y  $a$  son en esta definición, el eje menor (polar) y el eje mayor (ecuatorial) respectivamente. Por comparación con la ecuación I.1.5.16 se tiene que:

$$\varepsilon = 1 - (1 - e^2)^{1/2} \quad \text{I.1.5.17}$$

de tal manera que se puede demostrar que el máximo error cometido en la expresión I.1.5.14 para cualquier esferoide Oblato es menor que el 6 %. Dicho error decrece rápidamente a medida que disminuye la excentricidad. Para  $e = 0.8$ , es decir, para una razón de  $c/a = 0.6$  (máxima deformación usada en este trabajo) la desviación en las ecuaciones I.1.5.13 y I.1.5.14 es menor que 0.5 %.



## **CAPÍTULO II**

### **EXPERIMENTAL**

#### **II.1. Materiales y Equipo**

Para asegurar una buena aproximación al régimen estacionario, aún en el intervalo de las deformaciones pequeñas (bajo Número de Reynolds), se rediseño la versión del aparato usado en el trabajo de Hoffman (1985), mejorando los dispositivos de control de la velocidad de flujo, en la zona de observación (régimen estacionario), del registro video-digital de las alturas de las protuberancias, se acopló un baño térmico para tener un mejor control de temperatura, y para disminuir al mínimo la distorsión óptica originada por las paredes cilíndricas del capilar y las diferencias en índices de refracción de los materiales (vidrio, aire, solventes, etc.), a través de los cuales se hizo el registro de las dimensiones y deformaciones de las partículas estudiadas (duras y flexibles), Se revisaron y aplicaron las correspondientes correcciones, necesarias para disminuir las distorsiones ópticas.

#### **II.2. Características de las Partículas Rígidas**

Las partículas rígidas fueron esferas de vidrio adquiridas de Potter Industries Inc. Por medio de un microscopio, se seleccionaron un lote de (50) partículas con la mejor esfericidad y con un diámetro dentro del intervalo de 100 a 125  $\mu\text{m}$ .

Debido a que en este experimento se requiere de una sola partícula, y a que el silicón usado como fluido de arrastre y el vidrio son igual de transparentes, se eligió una en partícula marcada con una pequeña burbuja de aire encapsulada en su interior, para poder localizarla. El diámetro de la partícula de vidrio seleccionada fue de  $120 \pm 1.6 \mu\text{m}$ , esta partícula, se uso en todos los experimentos con partículas duras, ver fotografía de la Figura II.2.1.

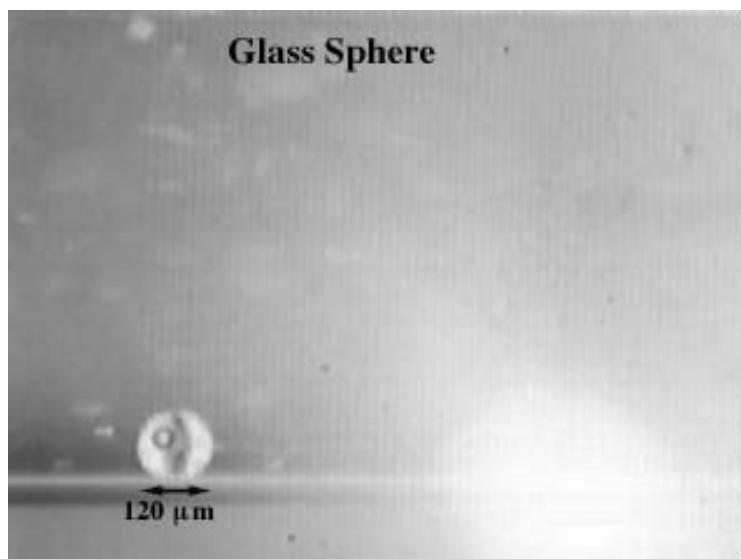


Figura II.2.1

### II.3. Características de las Partículas Deformables.

Para efectos de comparación en la interpretación teórica de los resultados experimentales, es necesario disponer de partículas elásticas con diámetros semejantes al de las partículas rígidas. En el mismo sentido, es importante también que dichas partículas flexibles, tengan propiedades elásticas las cuales admitan deformaciones sin ruptura en el intervalo de las que se pueden generar por las velocidades de flujo  $\bar{V}$  ( DG's, o  $\dot{\gamma}$  ), del aparato construido para este propósito. Es decir, es necesario lograr partículas flexibles que se deformen apreciablemente sin destruirse con las fuerzas elongacionales inducidas por en el aparato.

Tomando en cuenta lo anterior, las partículas flexibles fueron hechas de una mezcla 50/50 de hule (Polibutadieno Anionico) proporcionado por Industrias Negromex y un hule líquido producido por Ricon (131), con un peso molecular de  $M_w = 5500$  y una composición de 16 -20% vinil, 44% trans 1-4 y 36% cis 1-4. La viscosidad de este hule líquido fue de 35 poises a 35 ° C.

Después de varios ensayos, se logro finalmente obtener partículas elásticas de una esfericidad casi perfecta. El procedimiento fue el siguiente:

A partir de una mezcla de hules (50 / 50, Negromex/ Ricon), se hizo una solución de 10% en peso de esta mezcla de hules, en tolueno. A continuación, dentro de una caja de Petry se preparo en una superficie plana con el mismo material viscoso (silicón) usado como medio de arrastre. Con un filamento muy delgado de Nylon y usando la solución a manera de tinta para dibujo, se trazaron líneas muy finas sobre la superficie previamente preparada, Figura II.3.1 (A). Dejando esta preparación al aire, se dejo evaporar el solvente a temperatura ambiente por espacio de 8 días. A medida que el tolueno se evapora, las líneas dibujadas se hacen discontinuas, separándose dentro de pequeños corpúsculos los cuales poco a poco adoptaban la forma de una esfera (B). Al progresar la evaporación, y por el efecto de la perdida de solvente, la densidad de las partículas ya casi esféricas, se incrementa hundiéndose estas cada vez más, hasta quedar totalmente inmersas en el silicón. Las partículas ya sin solvente, se separaron del silicón y se midieron con un microscopio observándose que la mayoría de las mismas, terminaron con un tamaño “adecuado”, y por efecto de la tensión superficial con una forma totalmente esférica (C).

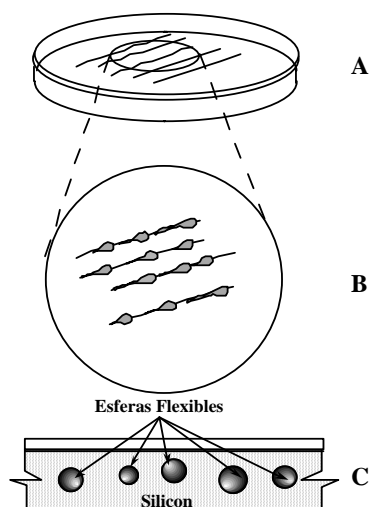


Figura II.3.1

Para obtener partículas que estuvieran dentro del rango de deformación, y con una flexibilidad “adecuada”, se calentaron a 100 °C en un horno al vacío, algunas de las esferas embebidas en el mismo silicón, para producirles un entrecruzamiento (cross-link) y de esta manera obtener la flexibilidad adecuada. El criterio usado para obtener un módulo elástico de las esferas “adecuado”, se traduce en que ante una deformación “moderada” de la partícula ( $< 25\%$ ), esta recobre su tamaño y forma original en un tiempo no mayor de 3 minutos, con este criterio, se asegura que el fenómeno de relajamiento no afecta las mediciones de deformación lateral, especialmente en las deformaciones a altas velocidades del fluido de arrastre, donde el tiempo total de registro de la altura de la protuberancia (H máxima) y el de la deformación de la partícula, es bastante rápido, tardando solo unos cuantos segundos. De esta manera, tampoco se afectan las mediciones de la partícula a muy bajas velocidades del fluido de arrastre, en donde el proceso total efectivamente

puede tardar más de 3 minutos, pero resulta que en este intervalo de velocidades, la deformaciones de la partícula todavía no ocurren ya que el proceso tiene un umbral de deformación.

La medición del módulo fue monitoreado con un aparato especialmente diseñado y construido para este fin, el cual se describirá posteriormente. La metodología usada en el experimento, requiere del seguimiento de una sola partícula para las diferentes velocidades (DGs) del fluido de arrastre. Esto se hace para que en todos los experimentos se refleje el correspondiente estado de deformación, para las mismas propiedades elásticas de una partícula, y para las mismas condiciones del sistema (temperatura, DG, etc.). Siguiendo este razonamiento, y puesto que el tolueno no es solvente del silicón, se pudieron extraer las pequeñas esferas embebidas en el silicón seleccionando algunas que reportaron un modulo E con la flexibilidad adecuada y con diámetros entre 100 y 130  $\mu\text{m}$ .

Los experimentos para todas las DGs se realizaron con una sola partícula con un diámetro de  $113.8 \pm 1.6 \mu\text{m}$  según se muestra en la fotografía de la Figura II.3.2

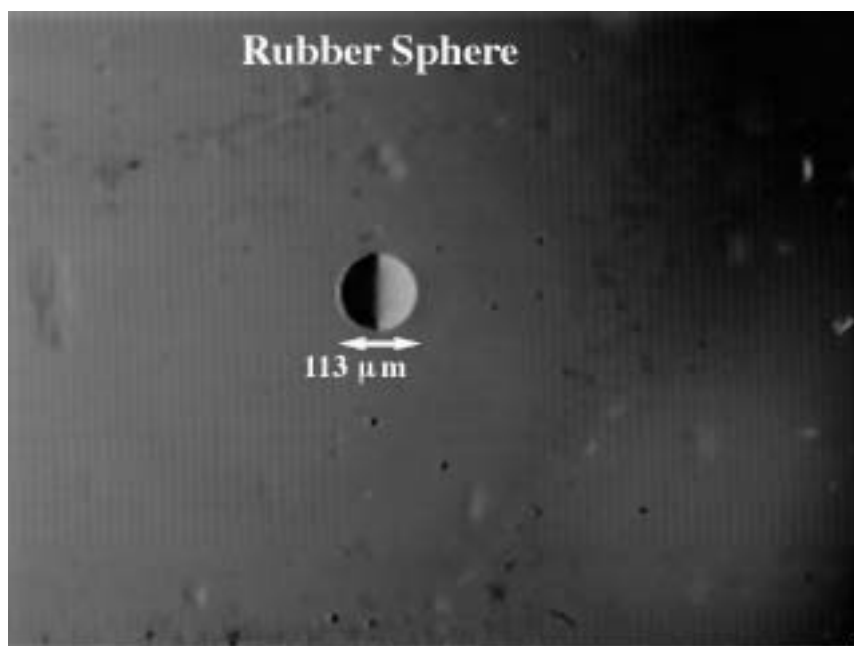


Figura II.3.2

#### **II.4. Características del Fluido de Arrastre.**

El material usado como fluido de arrastre para el experimento con esferas de vidrio fue un silicón (Poli-Dimetil Xilosano, PDMS), con un peso molecular promedio de  $M_w = 20,400$  y una polidispersidad de 1.2 el cual denotaremos en lo sucesivo como PDMS-SP, también se uso como fluido de arrastre un silicón más viscoso con peso molecular  $M_w = 277,000$  con polidispersidad de 1.6 denotado como PDMS-SC.

Para obtener los pesos Moleculares, se uso la técnica de GPC (Cromatografía de Permeación en Gel). Dicha técnica proporciona una buena separación de las moléculas en función de su radio hidrodinámico, sin embargo para determinar el peso molecular de una muestra desconocida, este método requiere de la calibración de las columnas de separación con muestras estándar de pesos moleculares conocidos. Desafortunadamente, no siempre es posible disponer de muestras estándar con la composición y conformación análogas a las de las muestras desconocidas. A pesar de lo anterior, si se conoce el cambio del índice de refracción diferencial respecto de la concentración ( $dn/dc$ ), es posible que con mediciones de la dispersión de luz pueda proporcionar un valor absoluto del peso molecular, cuando las mediciones de dispersión de luz se hacen acoplado en la misma línea en serie, un detector del índice de refracción sensible a los cambios en concentración.

En esencia, las mediciones de dispersión de luz proporcionan automáticamente una curva de calibración para cada muestra.

La dependencia angular de la dispersión de luz se conoce como la razón de Rayleigh.  $R_{\theta} = I_{\theta} r^2 / (I_0 V)$ , donde  $I_{\theta}$  es la intensidad dispersada,  $I_0$  la intensidad del haz incidente,  $V$  el volumen del medio dispersor y “  $r$  “ la distancia entre el volumen dispersor y el detector. El instrumento que se usa cuenta con fuentes de



luz verticalmente polarizada. Normalmente se usa la razón de Rayleigh como la diferencia entre la luz dispersada por la solución y por el solvente, esto es:

$R_{\theta} = (I_{\theta} - I_{\theta \text{ solvente}}) r^2 / (I_0 V)$ , donde  $I_{\theta \text{ solvente}}$  es la intensidad dispersada por el solvente.

Para la determinación del peso molecular usando las columnas GPC en línea con el dispersor de luz y un detector de índice de refracción (sensible a la concentración), es necesario la medición de ciertas constantes del instrumento para su calibración interna y parámetros inherentes de la muestra. Las constantes de calibración del aparato son la dispersión a  $90^{\circ}$ , la intensidad del haz incidente, el fondo negro (laser dark), etc. Todas estas constantes y parámetros conforman la Constante de Calibración Específica (en Inglés,  $A_{\text{csc}}$ ). La medición de los pesos moleculares se realiza a través de la expresión derivada por Zim [*J. Chem. Phys.* **16**, 1093–1099 (1948)], definida como:

$$\frac{R_{\theta}}{K * c} = M P(\theta) - 2A_2 c M^2 P^2(\theta), \text{ en donde}$$

$c$  = Concentración de la moléculas de soluto en el solvente.

$M$  = Peso molecular promedio.

$A_2$  = Segundo coeficiente de virial.

$K^*$  = Constante óptica =  $4 \pi^2 n_0^2 (dn/dc)^2 \lambda_0^{-4} N_A^{-4}$

En esta última expresión,  $n_0$  es el índice de refracción del solvente,  $\lambda_0$  la longitud de onda de la radiación incidente en nanómetros,  $N_A$  el número de Avogrado, y

( $dn/dc$ ) el incremento diferencial del índice de refracción de la solución con respecto a la concentración del soluto.

El proceso de medición del peso molecular lo realiza automáticamente el aparato a través del la Aplicación del Programa (Software) “ASTRA”, al que hay que proporcionarle el valor de ( $dn /dc$ ) de la solución, y para el solvente usado. Dichos valores ( $dn /dc$ ) se puede encontrar en la literatura, o medir en un refractómetro diferencial a diferentes concentraciones.

Los valores de ( $dn /dc$ ) hallados en la literatura, para el fluido de arrastre:

(Poli-Dimetil Xilosano, PDMS), fueron:

( $dn/dc$ ) = – 0.0913 (ml/mg),  $M_w$  = 19,000

( $dn/dc$ ) = – 0.0948 (ml/mg),  $M_w$  = 571,000

Los dos fluidos de arrastre usados en este trabajo, tienen pesos moleculares dentro de este intervalo. PDMS-SP,  $M_w$  = 20,400 y PDMS-SC,  $M_w$  =277,000.

Se muestra a continuación, un ejemplo del reporte de análisis que proporciona el dispersor de luz de 16 canales detectores de ángulo fijo, DAWN, Modelo F, de la Wyatt Technology Corporation, acoplado a las columnas de GPC (Styragel-Tolueno) y al Refractómetro Diferencial, Modelo, R-400 de la Waters Associates Instruments.

\_\_\_\_\_ | ASTRA 2.0 GPC SUMMARY REPORT | \_\_\_\_\_  
 C:\WTC\ASTRA\SIL-270K.DAT | Silicon.Mw.270K | Raul Montiel  
 \_\_\_\_\_

COLLECTION TIME 14-Jul-1999, 1:27 pm  
 PROCESSING TIME 14-Jul-1999, 5:06 pm

.(C8207,0,NL) INSTRUMENT PARAMETERS  
 .(C8207,0,0)  
 FLOW RATE (ml/min) 1.000 CALCULATION METHOD dn/dc  
 DAWN/RI DELAY (ml) 1.319 DAWN SET INDEX 0  
 SOLVENT REFRACTIVE INDEX 1.492  
 CELL REFRACTIVE INDEX 1.617 ITERATIVE FIT No  
 LASER: CALIBRATION CONSTANTS:  
 wavelength (nm) 632.8 DAWN 1.9631e-05  
 offset (V) 8.138e-05 RI 3.3872e-04  
 RI AMPLIFIER GAIN 1

DETECTORS SELECTED BY USER: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

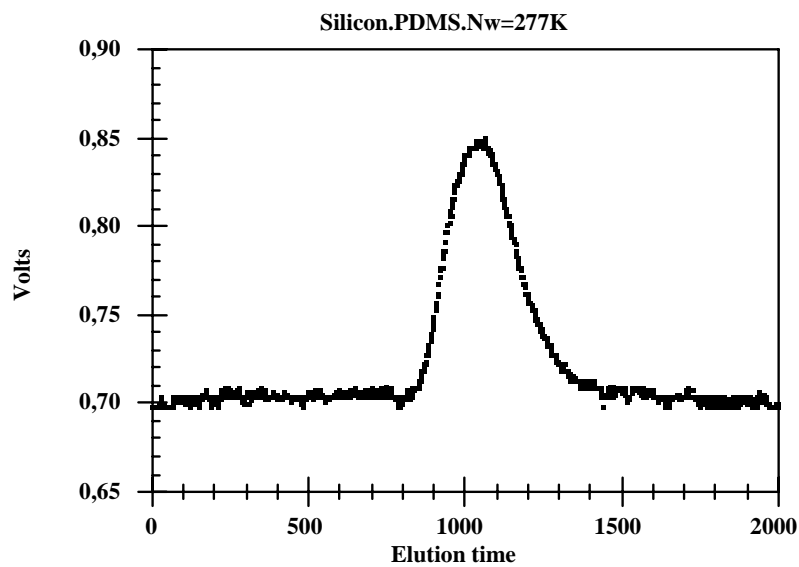
.(C8207,0,0)detector #	scattering angle	normalization
1	14.31	77.591
2	18.72	1.338
3	23.27	1.405
4	28.17	1.677
5	33.67	1.991
6	40.00	0.726
7	47.41	0.942
8	56.13	0.827
9	66.28	0.994
10	77.73	0.838
11	90.00	1.000
12	102.27	0.860
13	113.72	0.825
14	123.87	0.652
15	132.59	0.887

----- PEAK DATA -----

.(C8207,0,NL)Peak # 1 |  
 .(C8207,0,1)\_\_\_\_\_

MASS (injected) 1.0000e-03 grams  
 MASS (calculated) 1.0921e-03 grams  
 DN/DC 0.091 cm\*\*3/g  
 SECOND VIRIAL COEFFICIENT 0.0000e+00 ml\*mol/g\*\*2  
 SLICES IN PEAK 526  
 LEAST SQUARES FIT DEGREE 1  
 POLYDISPERSITY (Mw/Mn) 1.6127  
 (Mz/Mn) 1.7711

.(C8207,0,NL)MOLECULAR WEIGHT MOMENTS (g/mol) R.M.S. RADIUS MOMENTS (nm)  
 .(C8207,0,1)\_\_\_\_\_  
 Number average 1.71939e+05  
 Weight average 2.77294e+05  
 Z average 3.04522e+05



El fluido de arrastre para los experimentos con esferas flexibles fue PDMS-SC. La viscosidad  $\eta$  como función de la razón de corte ( $\dot{\gamma}$ ) fue medida con un Reómetro Bohling VOR.

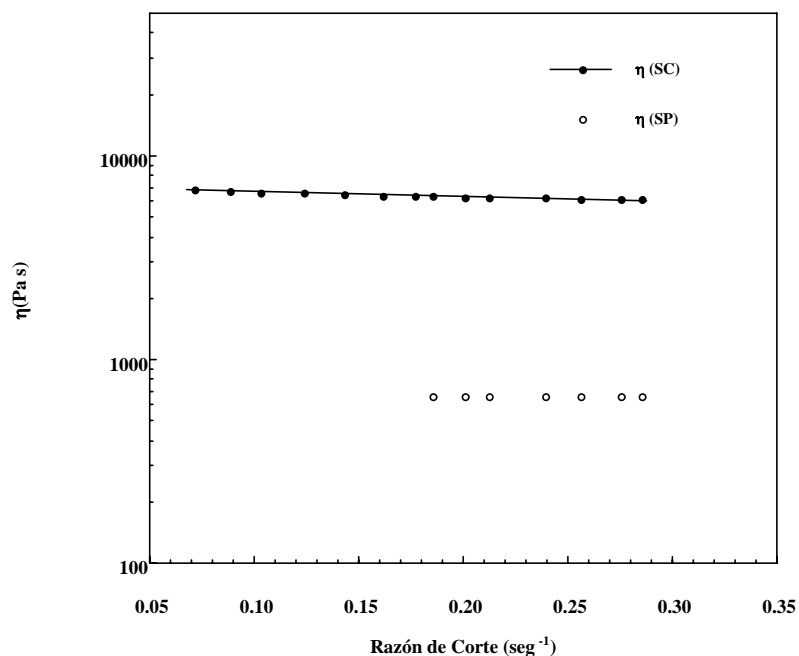


Figura II.4.1

La Figura II.4.1, muestra la gráfica de  $\eta$  como función de  $\dot{\gamma}$  para los silicones empleados. La tensión superficial ( $\sigma$ ) para ambos silicones se consideró como  $\sigma = 0.021 \text{ N m}$  [11]. Aprovechando que la decalina tiene un índice de refracción muy cercano al del vidrio, se usó esta como baño térmico. El baño de decalina sirve a su vez como empate del índice de refracción entre el silicón-vidrio y el aire, para eliminar los efectos ópticos producidos por la pared exterior cilíndrica del capilar, ver fotografía de la Figura II.4.2, y Figura II.4.3.

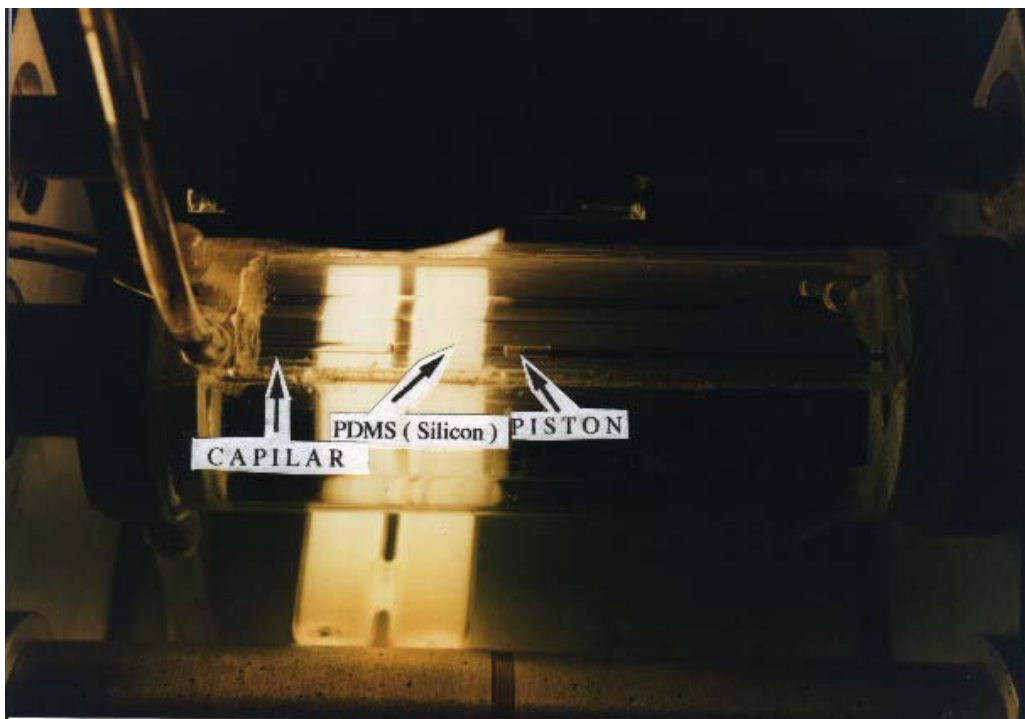


Figura II.4.2

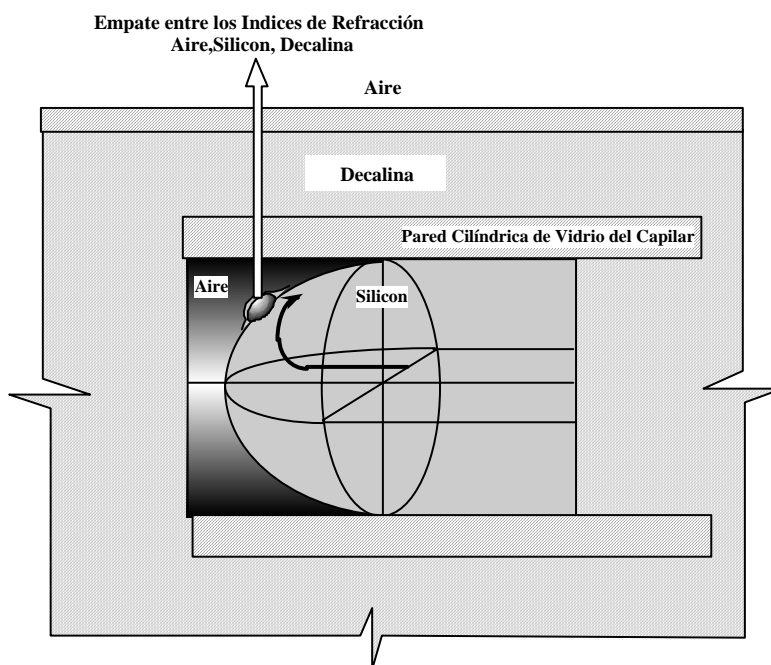


Figura II.4.3

## II.5. Aparato 1: Para el Registro de las Protuberancias y la Deformación.

Para realizar las mediciones de las alturas de las protuberancias y las deformaciones laterales de las partículas en la interfase Aire-Fluido (Frente de Avance), se hizo necesario el diseño y construcción de una nueva versión del aparato usado originalmente por Hoffman. Una representación esquemática del aparato diseñado y construido para tal efecto, se muestra en la Figura II.5.1.

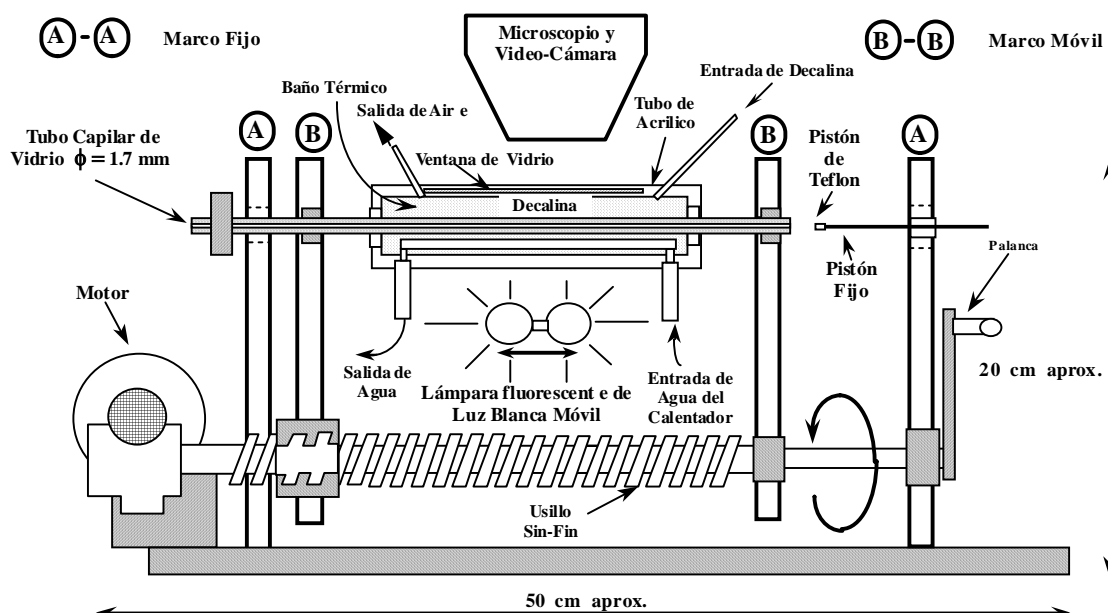


Figura II.5.1

La ventaja principal de esta nueva versión sobre el aparato original de Hoffman es en básicamente el control de la temperatura y el sistema registro.

A continuación, se hace una breve descripción del aparato y de los accesorios de registro.

El aparato consiste de un capilar de vidrio (diámetro  $D = 1.71 \text{ mm}$ ) montado sobre un marco móvil el cual accionado por un sistema de engranes y un servo-motor, según se ve en la Fotografía de la Figura II.5.2.

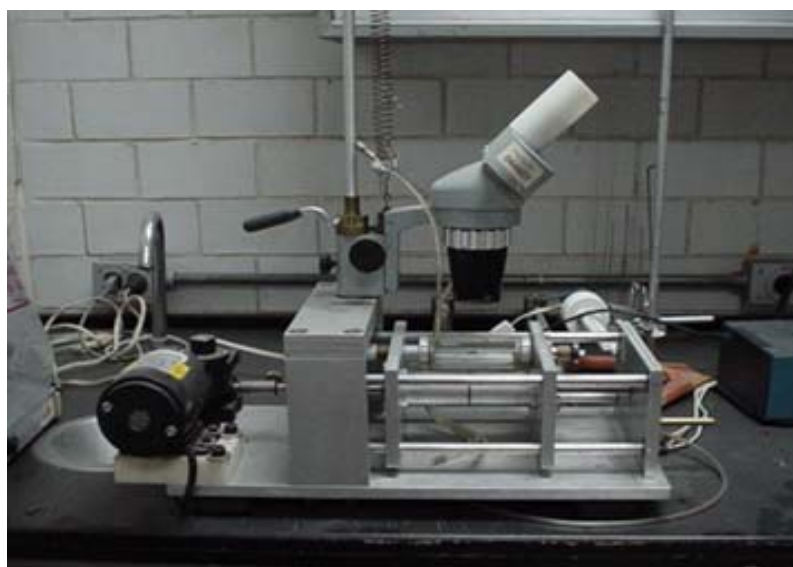


Figura II.5.2

La temperatura dentro del capilar se mantiene a  $20 \pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$  por medio de la decalina que rodea al capilar, la cual a su vez, se controla usando un baño térmico de circulación de agua. La temperatura se monitorea y registra por medio de un termopar muy fino que se introduce por el extremo libre del capilar, colocando la punta de detección (unión del bimetálico) muy cercana a la zona de la interfase.



El baño tiene una ventana plana de vidrio a través de la cual un objetivo de microscopio con amplificación 4X registra el experimento por medio de un sistema de video-grabadora y un Monitor de TV. Las imágenes en los experimentos fueron video-grabados y se procesaron con un programa de digitalización de imagen denominado, (NIH Image 1.61).

Dadas las dimensiones de las partículas (100 y 130  $\mu\text{m}$ ), de sus deformaciones y de las protuberancias (décimas de micra), las mediciones se realizaron a través de la calibración previa de rejillas usadas en microscopía electrónica de dimensiones conocidas (45 $\mu\text{m}$ ). La calibración, se realizó por medio de la digitalización de imágenes de las rejillas comerciales (Veco Grids), video-grabadas en las mismas condiciones ópticas y de amplificación de las partículas.

Por medio de la comparación entre las imágenes (digitalizadas) de las dimensiones de las rejillas y las de las partículas se pudo determinar las dimensiones de estas últimas. Es decir, por medio de un conteo de "Píxeles" tanto de las imágenes digitalizadas del experimento como de las rejillas, se encontró una escala de equivalencia y calibración a través de la aplicación del software del programa NIH Image, para medir las protuberancias y sus correspondientes deformaciones laterales, con una resolución de 1.6  $\mu\text{m}$ ., Figura II.5.3.

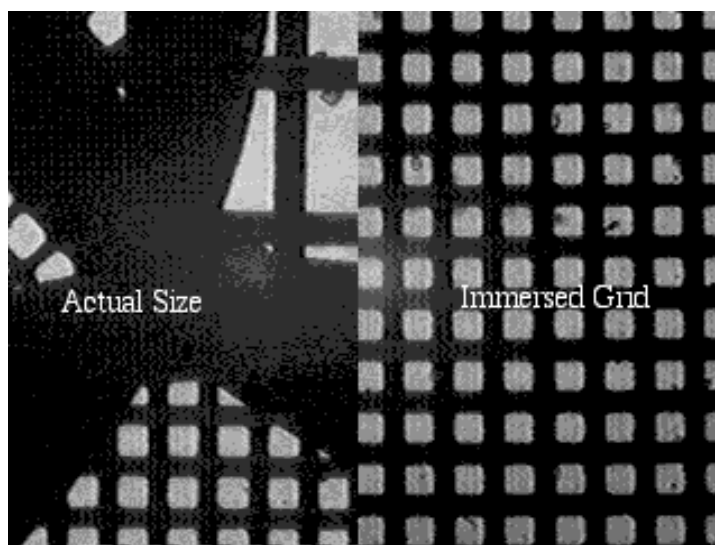


Figura II.5.3

La video-grabación continua del experimento en tiempo real, se logra haciendo que el capilar parcialmente lleno con el fluido de arrastre, se dirija con una velocidad constante hacia un embolo con cabeza de Teflón, el cual se mantiene en una posición fija, el embolo o pistón finalmente termina por presionar al fluido de arrastre imprimiéndole una velocidad relativa respecto del capilar.

El diseño del aparato, mantiene fija en el espacio la zona de la interfase ( Frente Móvil ), lográndose con esto una imagen fija y estable, con un buen enfoque óptico y por lo tanto un registro continuo (video-grabación) del curso del experimento. El capilar resulta ser en este caso, el elemento móvil Figura II.5.4.

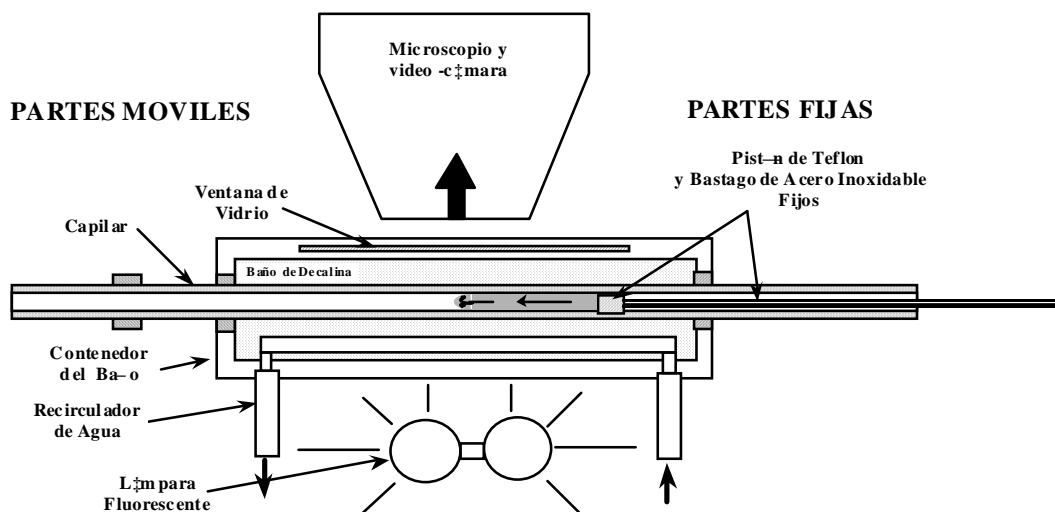


Figura II.5.4

El intervalo de velocidades del fluido de arrastre en todos los experimentos de esferas duras y flexibles fue de:

$$\bar{V} = V_{\text{Promedio}} = 4.90 \times 10^{-6} \text{ a } 8.14 \times 10^{-5} \text{ m / seg.}$$

Al colocar la partícula en el interior del capilar, se encontró un problema, ya que al cargar la partícula en el centro del capilar, el pistón plano de teflón usado (inicialmente) para producir el movimiento del fluido, induce una deriva en el trayecto de la partícula, es decir, se producen líneas de flujo que conducen la partícula desde la parte central hacia las paredes del capilar. Lo anterior fue una dificultad seria ya que si la partícula se coloca en una posición fuera del centro del capilar en una distancia de más de dos veces su diámetro, el curso de la partícula se desvía hacia las paredes del capilar y nunca alcanza la zona central de la interfase

Figura II.5.5.

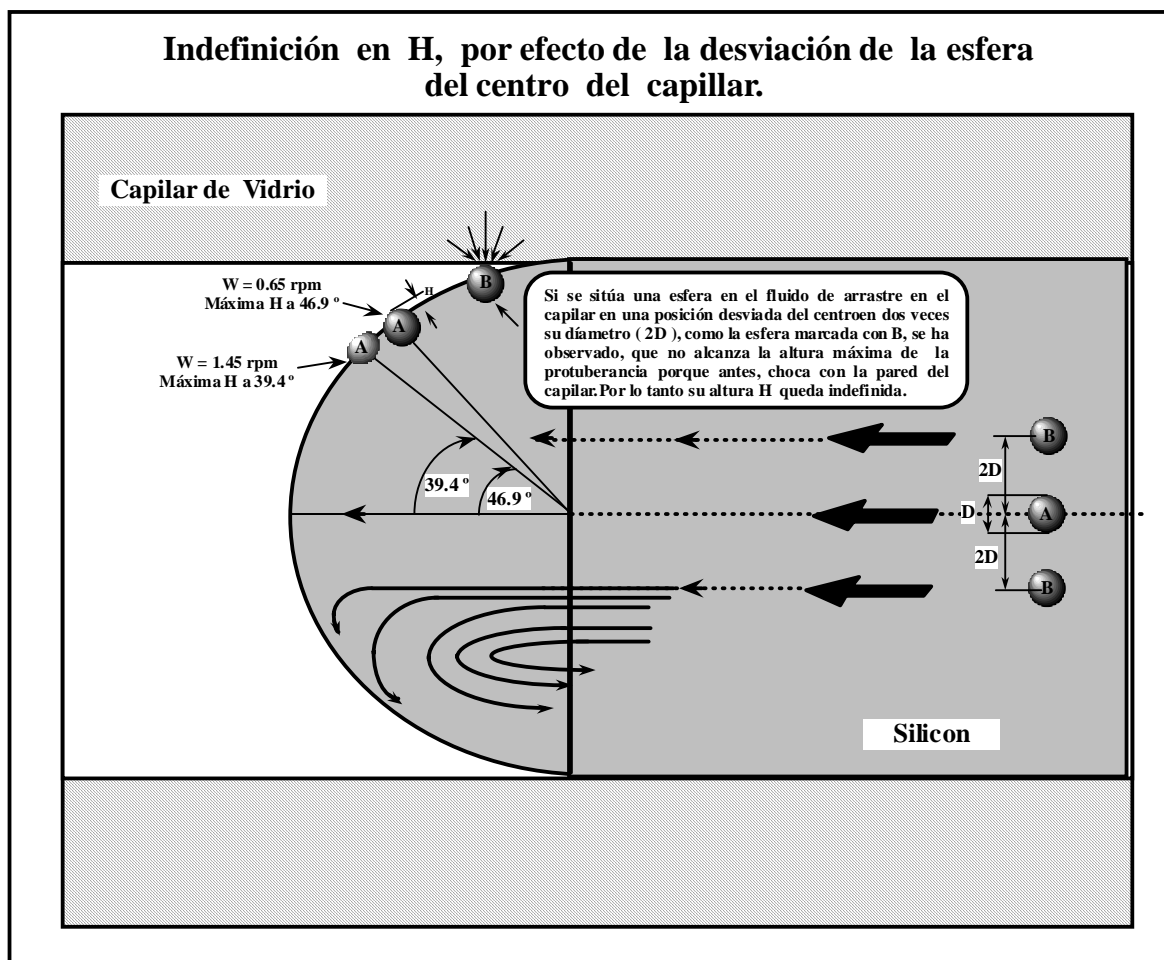


Figura II.5.5.

Para evitar el problema anterior, se diseñó un pistón o embolo especial que permite con precisión centrar la partícula dentro del capilar (embolo con punta ahuecada), situándola en una posición centrada en donde a pesar de las pequeñas desviaciones de las líneas de flujo, se logra que durante el recorrido de la partícula esta permanezca dentro de la zona central del capilar, permitiéndole que aún, a una distancia lejana de la interfase (comparada con su tamaño), pero necesaria para

garantizar el régimen de flujo permanente o estacionario, la partícula pueda alcanzar la parte central de la interfase, ver Figura II.5.6 (A, B).

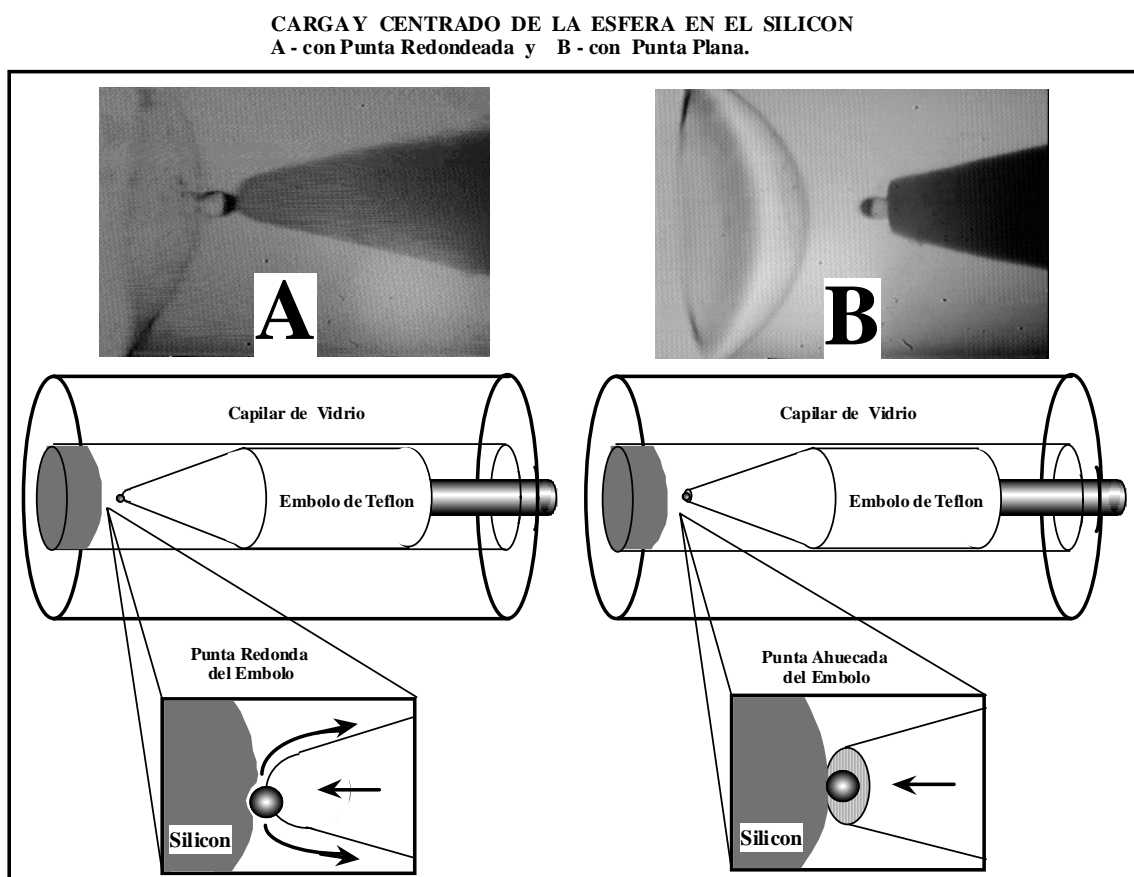


Figura II.5.6

Una vez colocada la partícula en el centro, se introduce el embolo plano con un exceso de silicón para evitar la formación de burbujas de aire dentro del capilar, rodeando a la partícula e impulsándola hacia la interfase.

Para sistematizar la video-grabación en cada uno de los experimentos, se realizó el siguiente procedimiento: Ya que el campo de enfoque del dispositivo abarca una zona lo suficientemente grande en relación al diámetro del capilar (Amplificación 2X y 4X), se puede registrar muy claramente el momento en que la partícula alcanza la interfase, de tal forma que se puede distinguir hacia que zona de la pared del capilar se dirige la partícula, permitiendo con esto, rotar el capilar a una posición en donde se pueda observar la imagen de perfil de la generación de la protuberancia Figura II.5.7.

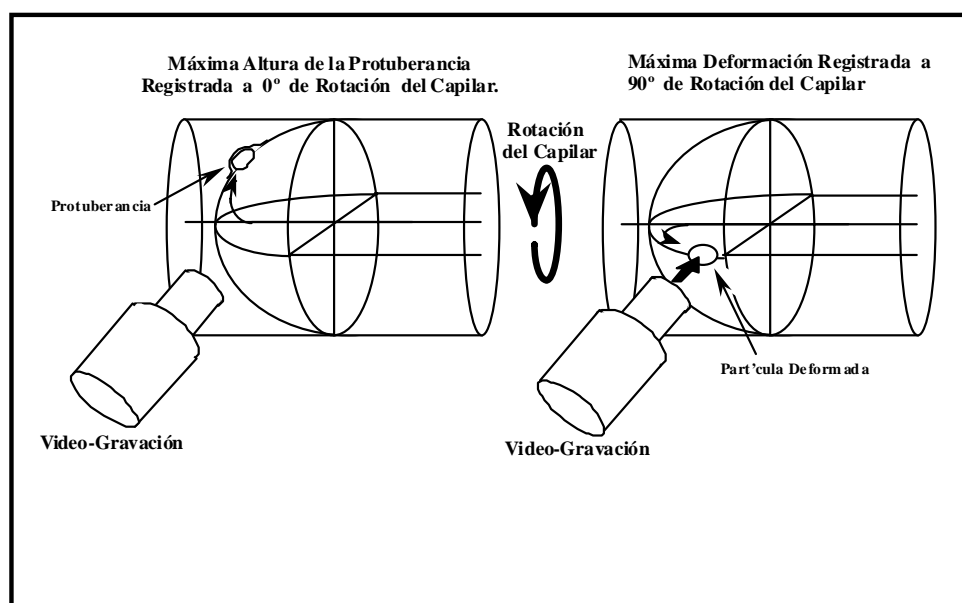


Figura II.5.7

Inmediatamente después se vuelve a girar 90° en uno u otro sentido de la posición de perfil, para observar la deformación lateral de dicha protuberancia. Este procedimiento, se realiza intermitentemente consiguiendo con esto, el registro

continuo de la altura de la protuberancia y la deformación extensional de la partícula. La frecuencia de los giros se incrementa a medida que aumenta la altura de la protuberancia, para registrar el momento exacto en que se llega al máximo. Posteriormente, con el análisis digital se define con precisión la altura máxima y el ángulo en el cual esta se alcanza. Figura II.5.8.

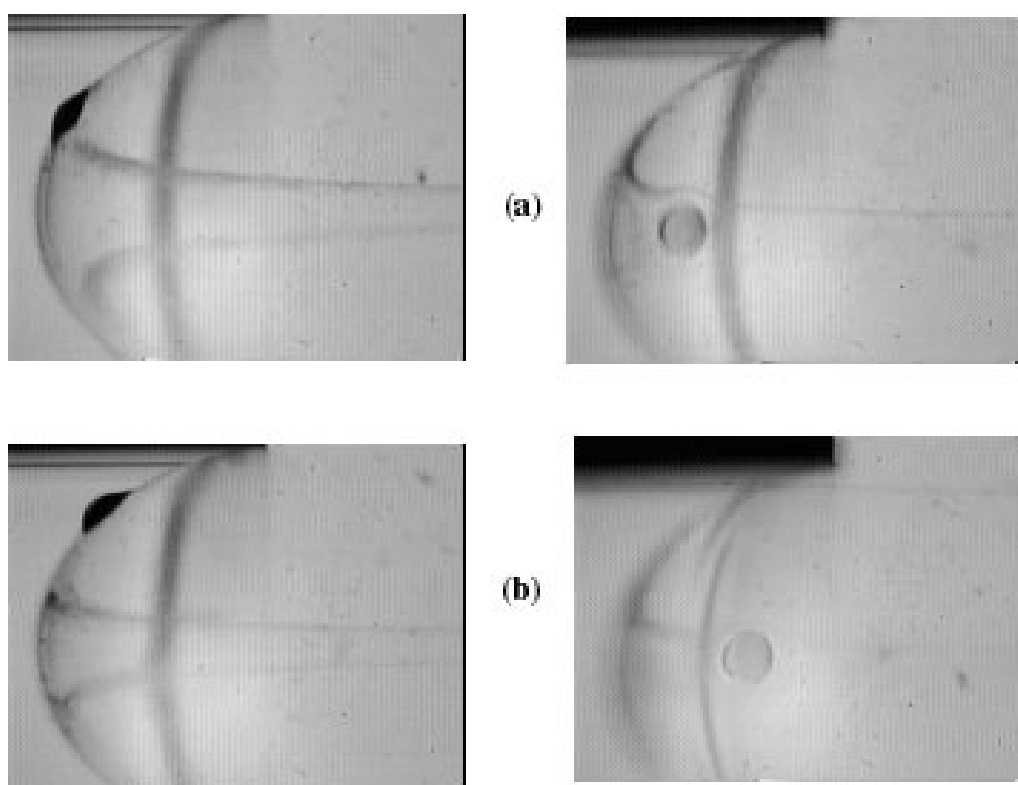


Figura II.5.8

Es interesante hacer notar que en la imagen de perfil se nota como si la silueta del polímero que funge como fluido de arrastre y la de la partícula fueran diferentes,

sin embargo, en la imagen rotada 90° no se observa así, es decir, la imagen corresponde realmente a la extensión de la partícula Figura II.5.9.

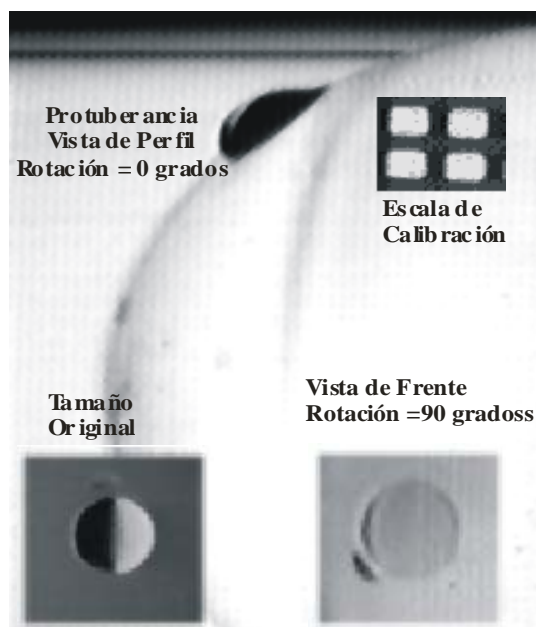


Figura II.5.9

Para verificar que lo anterior no es un efecto de la iluminación, es decir, para cerciorarse que los efectos de difracción no afectan las mediciones, se comparo el tamaño real de la rejilla de microscopia electrónica, con el tamaño de su la imagen dentro del fluido de arrastre, usando la calibración interna por píxeles del software del programa NIH Image.

Se realizó un procedimiento análogo para la medida de las alturas de las protuberancias, con lo que se pudo verificar que los efectos ópticos producidos por



el de cambio en la dirección de iluminación y los efectos de difracción, son despreciables ( $< 1\mu\text{m}$ ).

Los efectos de distorsión óptica no son despreciables, por lo que para la medición del ángulo ( $\theta$ ) donde la protuberancia alcanza su máxima altura, se hizo una corrección, en la misma forma que lo hace Hoffman.

## **II.6. Aparato 2: Para la Medición del Modulo de las Partículas**

Para medir el modulo de las partículas se diseñó y construyó, un aparato para este fin específico. Para verificar que la fatiga no alterara las propiedades elásticas del material de la esfera en cuestión, el modulo de la partícula deformable se monitoreo cada dos experimentos con diferentes velocidades del fluido de arrastre (DGs).

En la Figura II.6.1 se muestra en forma esquemática las partes del aparato, las cuales consisten en: un tornillo micrométrico con un fleje elástico (constante elástica pequeña) el cual tiene fijo en uno de sus extremos una pequeña semiesfera metálica ligeramente aplanada en el punto de contacto.

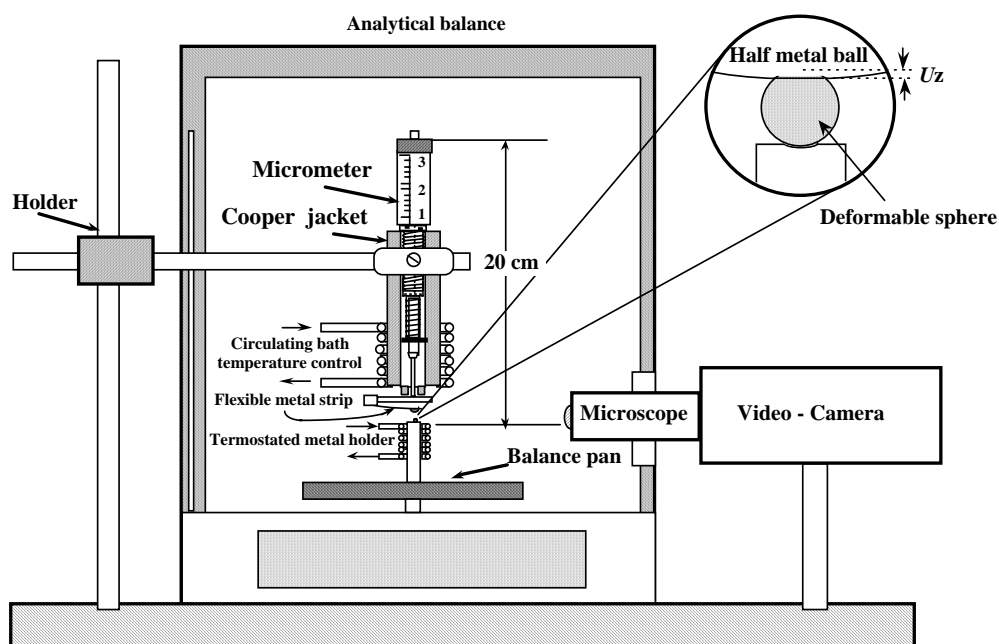


Figura II.6.1

Toda esta sección se mantiene fija por medio de un soporte independiente. La partícula se coloca sobre una base que descansa sobre una balanza analítica. Cuando se gira el tornillo micrométrico, se establece el contacto entre la semiesfera metálica y la partícula registrándose la fuerza  $F$  en la balanza por medio de un microscopio acoplado a la videograbadora, se mide la pequeña deformación producida en el sentido vertical  $U_z$ .

De acuerdo a la teoría de Timoshenko y Goodier [18], para pequeñas deformaciones, el modulo de un sólido esférico se puede determinar en función del desplazamiento  $U_z$  y de la fuerza  $F$  ejercida por dos superficies planas sobre el ecuador de este sólido, la expresión del modulo esta dada por:

$$E = \left( \frac{9}{16} \right) \left( \frac{F}{\left( R_p U_z^3 \right)^{1/2}} \right) \quad \text{II.6.1}$$

en donde  $E$  es el modulo del material de la esfera y  $R_p$  es el radio de la misma ver fotografia de la Figura II.6.2, y Figura II.6.3

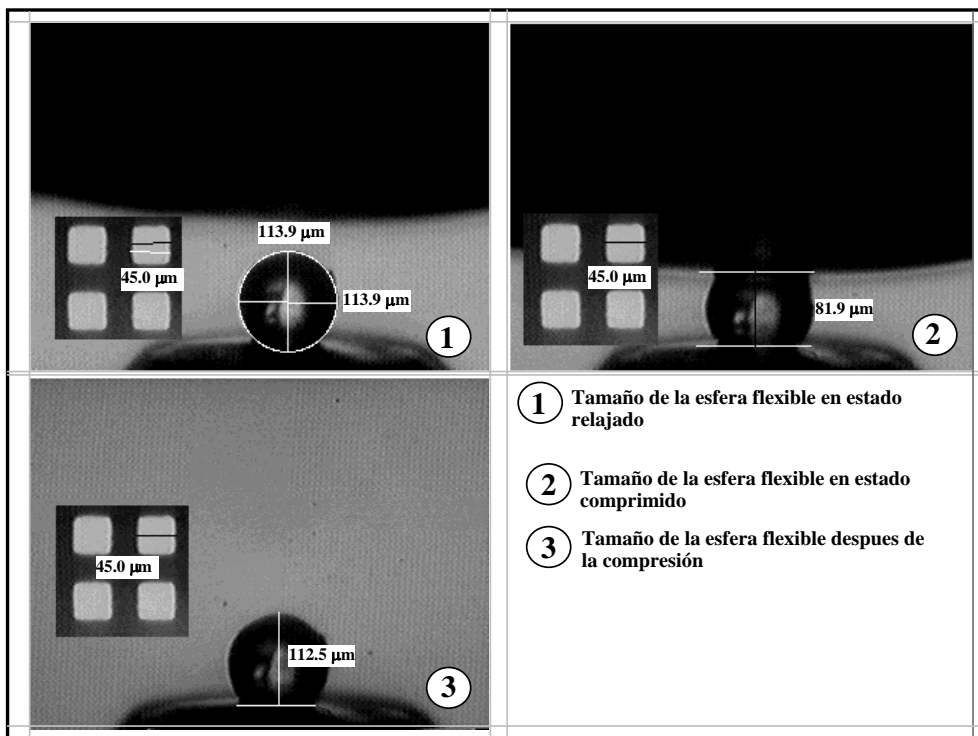


Figura II.6.2

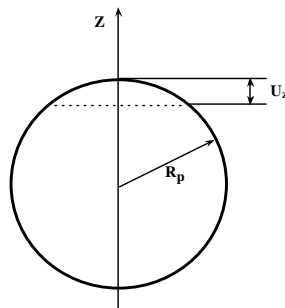


Figura II.6.3

El ligero aplanamiento de la pequeña semiesfera metálica en el punto de contacto se hace para satisfacer la condición de la ecuación II.6.1. En la Figura II.6.4, se muestra la evolución del modulo de la partícula a lo largo de los experimentos.

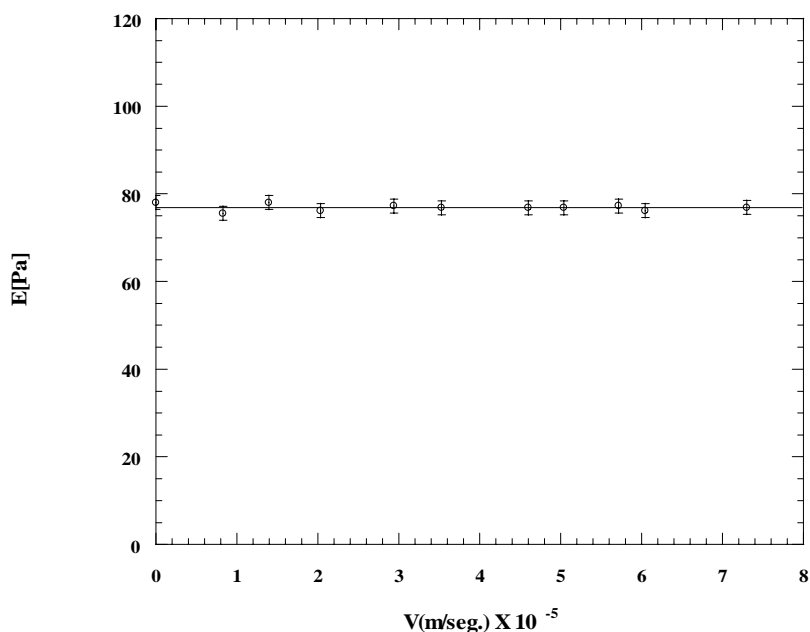


Figura II.6.4

Las imágenes de la medición del modulo, fueron digitalizadas como se hizo anteriormente, usando un sistema de registro de microscopio, video-grabadora y calibración similar al usado en la deformación. En la medición del modulo de las partículas, se tubo especial cuidado de no hacer contacto con la balanza para no interferir con las medidas de la fuerza. Se uso un sistema de recirculación (serpentín de agua) para calentar por radiación a  $(20 \pm 0.1 \text{ } ^\circ\text{C})$ , el soporte el de la partícula, el tornillo micrométrico y el fleje flexible.

## CAPITULO III

### DISCUSION DE LOS RESULTADOS

#### III.1 Consideraciones de la Deformación de las Partículas Flexibles.

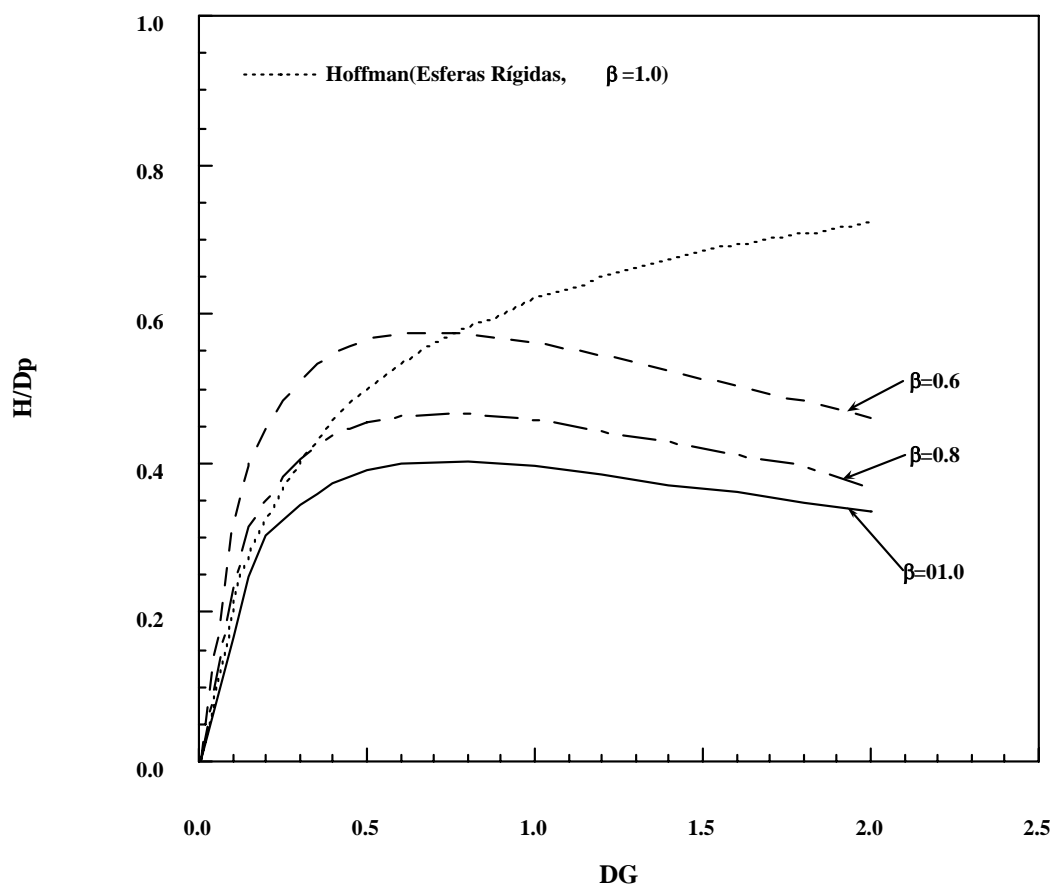
Un resultado experimental importante, es el hecho que la deformación de las partículas tiene un comportamiento especial, por esta razón es necesario hacer un planteamiento que permita una mayor claridad en la explicación de los resultados en el caso de las partículas deformables. Como ilustración considérese dos tipos de partícula que se deforman de acuerdo a dos modelos de deformación dados por las siguientes leyes:

$$I) \quad \lambda = \frac{2a - D_p}{D_p} = 0.2DG \quad \text{III.1.1}$$

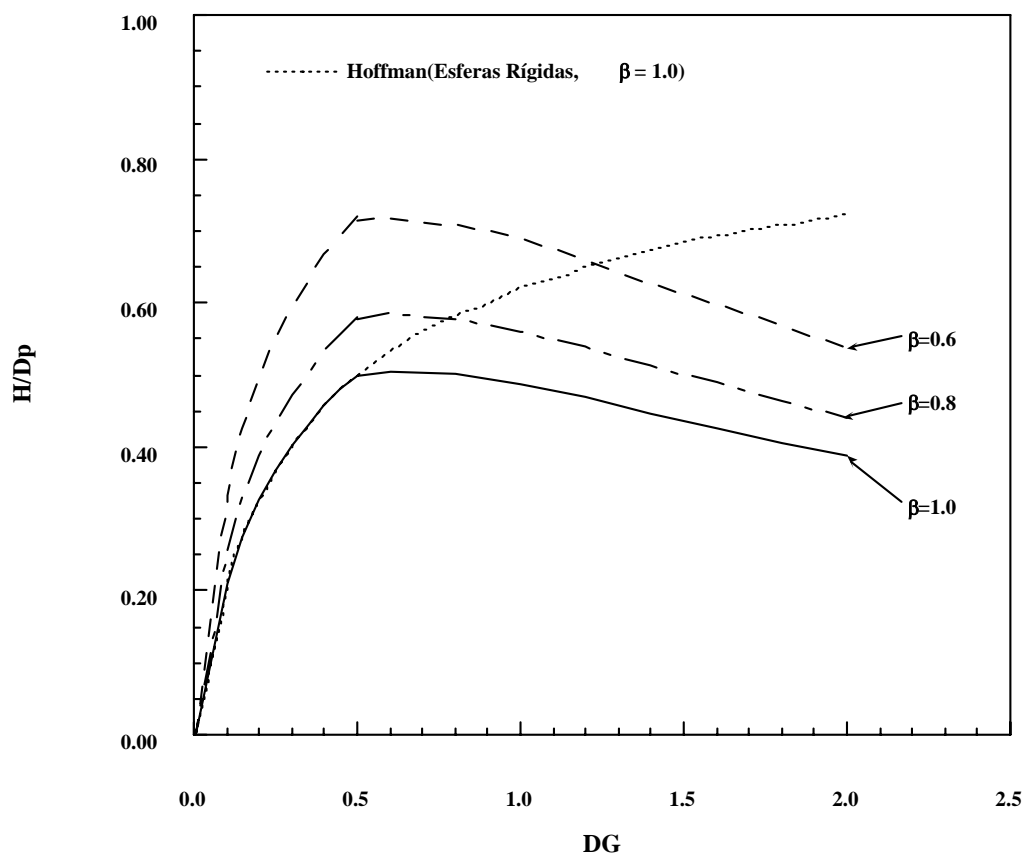
$$II) \quad \lambda = \begin{cases} 0 & DG \leq 0.5 \\ 0.2(DG - 0.5) & DG > 0.5 \end{cases} \quad \text{III.1.2}$$

El primer modelo ( I ) corresponde a un partícula que se deforma en el instante en que el campo elongacional es aplicado. El segundo ( II ) corresponde a una partícula que se deforma después de que el campo elongacional ha alcanzado un cierto umbral. Los resultados experimentales muestran que las partículas usadas en este experimento, tienen un comportamiento, igual al que se describe en el

segundo modelo ( II ). En las Figuras III.1.1 y III.1.2, para efecto de ilustración, se grafica  $H/D_p$  en función de  $DG$  para el modelo I y II respectivamente, con diferentes de valores de  $\beta$ . El comportamiento de estas curvas se comparan con los resultados obtenidos por Hoffman en el estudio con esferas rígidas con  $\beta = 1$ .



Figuras III.1.1, Modelo I



Figuras III.1.2, Modelo II

En esta ilustración, el intervalo de valores de  $DG$  y los correspondientes de la rapidez de deformación en función de  $DG$ , fueron seleccionados de acuerdo a los valores usados en nuestro experimento. En el modelo I,  $H/D_p$  alcanza un máximo y después decae casi linealmente para toda  $\beta$ . En el modelo II, el comportamiento es similar excepto que el máximo ocurre a una  $H/D_p$  mayor, ya que hasta el valor de

DG = 0.5 el comportamiento de las partículas resulta ser es igual al de las esferas rígidas

Con el fin de verificar el diseño del dispositivo experimental, primeramente realizó una revisión del experimento efectuado por Hoffman para el caso de las esferas duras. Para este fin, se realizaron una serie de experimentos con esferas rígidas de vidrio, en los cuales se trato de cubrir el intervalo de las velocidades del fluido de arrastre usadas en el trabajo de Hoffman.

Para lograr en este experimento las velocidades correspondientes a los valores DG usados en el experimento de Hoffman, es necesario determinar la viscosidad que siente la partícula para la correspondiente razón de flujo cortante. Como se sabe, los valores DG se relacionan a las velocidades de flujo. Además Hoffman demuestra que la máxima razón de corte, para una esfera inmersa en un fluido Newtoniano con un campo de flujo uniforme, se da en la zona del ecuador de la esfera y puede ser aproximada por:

$$\dot{\gamma}_{\text{máx}} = 6 \frac{\bar{V}}{D_T}$$

No obstante que esta ecuación, sobrestima el valor de  $\dot{\gamma}$ , de acuerdo a Hoffman, se puede demostrar que el error que se comete por sustituir  $\dot{\gamma}$  por  $\dot{\gamma}_{\text{máx}}$  en la determinación de la viscosidad es despreciable, aun en el caso de un esferoide, por lo que se considera válido usar en la determinación de los valores DG, los valores



de la viscosidad del fluido de arrastre calculados a partir del valor de  $\dot{\gamma}_{\max}$ . Los valores de la viscosidad en función de la correspondiente razón de flujo cortante, se muestra en la parte experimental como gráfica en la Figura II.1.3.1, y repetida aquí como Figura III.1.3

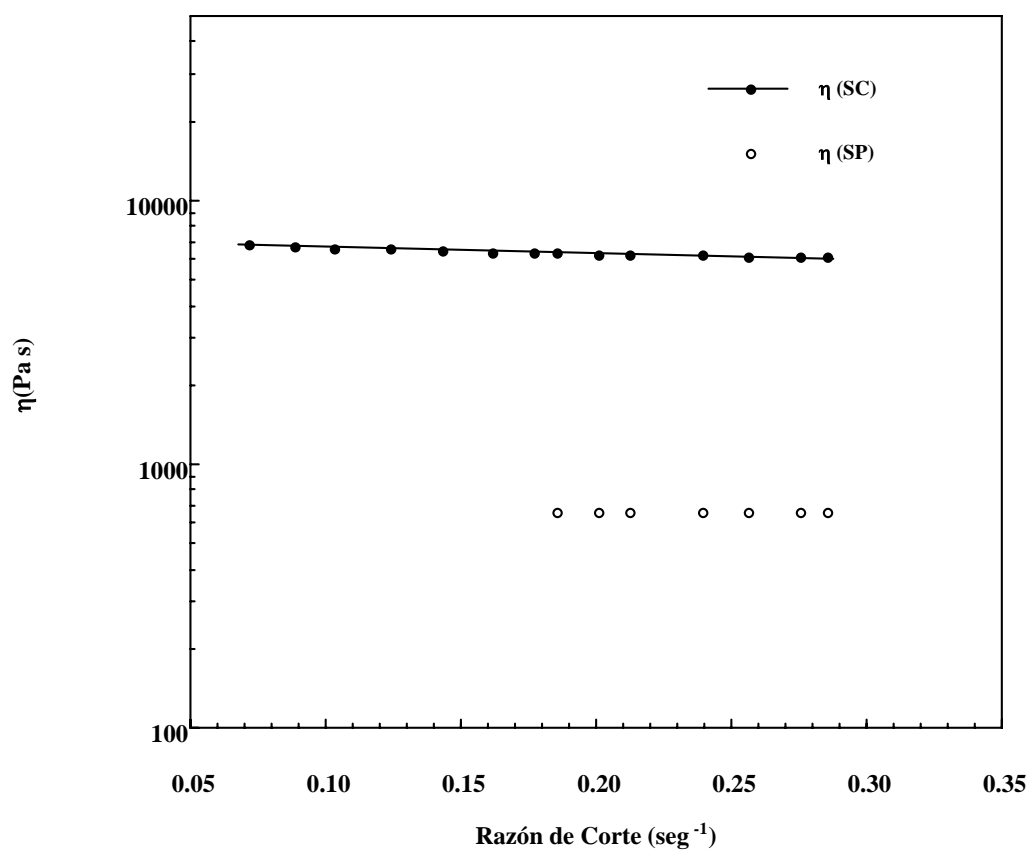


Figura III.1.3

### III.2. Resultados de las Partículas Rígidas.

Para verificar el dispositivo experimental, se realizaron inicialmente una serie de experimentos con esferas rígidas de vidrio tratando de cubrir una parte importante de los valores DG usados por Hoffman, esto permitió comparar sus resultados con los obtenidos en este trabajo para partículas esféricas de vidrio. Estos resultados se muestran en la gráfica de la Figura III.2.1

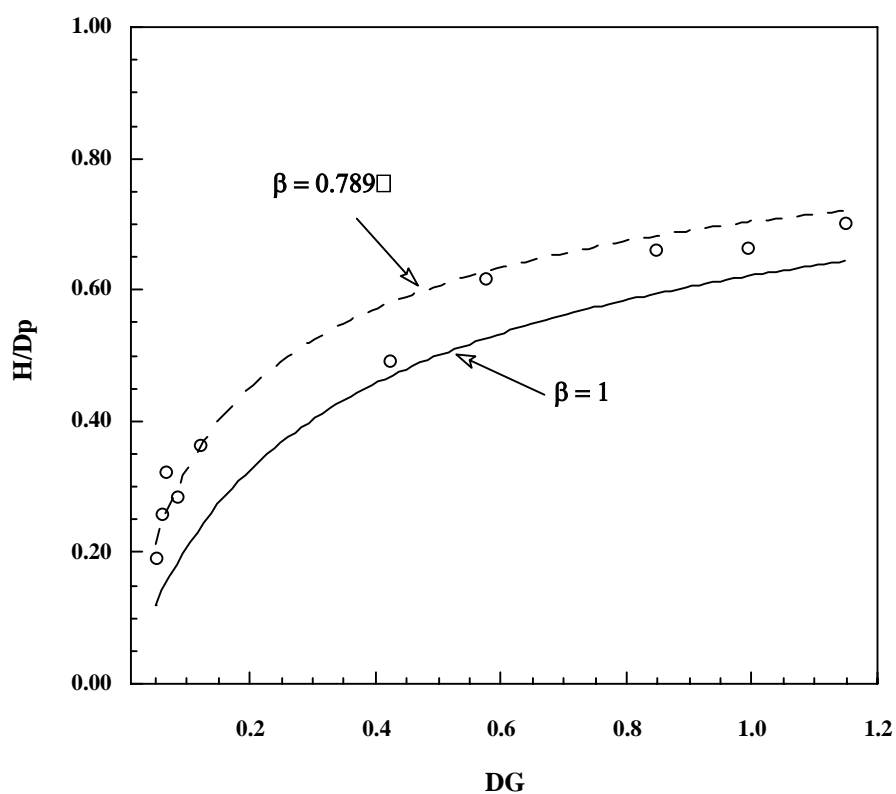


Figura III.2.1

los datos experimentales obtenidos para las esferas rígidas (----) están por arriba de la curva teórica (—) para  $\beta = 1$  y  $\delta = H/2$ , lo cual es correcto. Sin embargo, cuando se ajustan estos datos experimentales con la ecuación I.1.1.15 de la teoría generalizada de Hoffman el mejor ajuste se obtiene para  $\beta = 0.789$  y  $\delta = 0.50 H$ , esto representa el mejor ajuste por mínimos cuadrados con parámetros que tienen un sentido físico significativo.

Los resultados experimentales para partículas rígidas, muestra que la capa de fluido que cubre la protuberancia es bastante gruesa.

Este resultado inesperado, de una gruesa capa de fluido cubriendo la protuberancia, tiene una explicación, si se recuerda que desde el punto de vista de la teoría usada por Hoffman, el tamaño de esta capa depende de la elección del punto de referencia a partir del cual se calcula la fuerza de arrastre.

El punto de referencia usado por Hoffman, es una cantidad  $h/2$  medida desde el nivel del frente de móvil en la interfase, ver Figura I.1.4.6. Si se fijara el punto de referencia en un punto diferente a  $h/2$ , por ejemplo en el centro de masa de la parte sumergida de la partícula, entonces la curva teórica estaría aun más abajo que la obtenida con la teoría de Hoffman, según se puede observar en la Figura III.2.2, para  $\beta = 1$ .

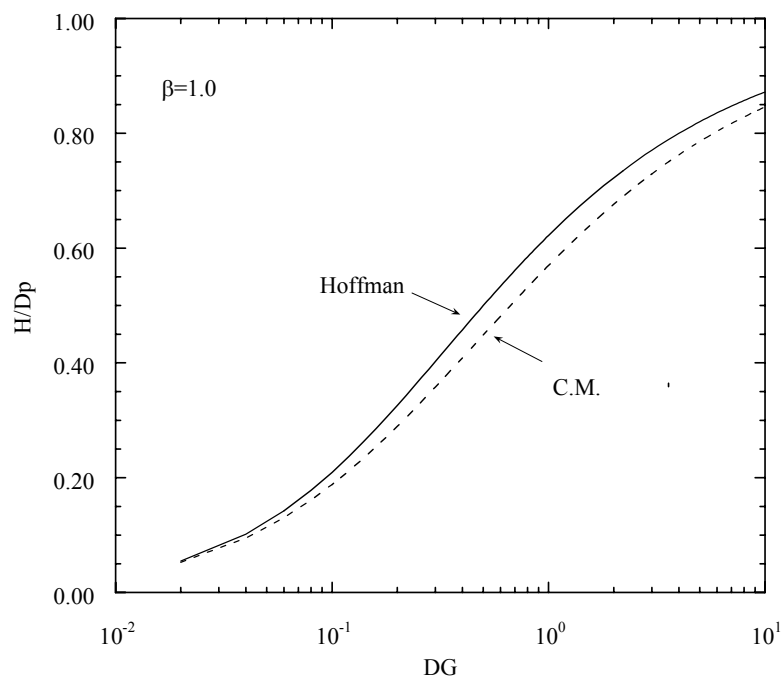


Figura III.2.2

En consecuencia, se puede afirmar que dentro del marco teórico que uso Hoffman, no existe un criterio para elegir el punto de referencia a partir del cual se debe calcular la fuerza de arrastre que actúa sobre la parte sumergida de la partícula, en este sentido resulta que el espesor de la capa de fluido que cubre la protuberancia, queda en cierta forma indefinido, y por lo tanto el valor de  $\beta$  representa un parámetro que indica meramente la existencia de la capa de fluido de un cierto espesor.

### III.3. Resultados de las Partículas Deformables.

En la Figura III.3.1, se grafica la deformación de la partícula denotada por  $\lambda$  medida en el momento en que la altura H de la protuberancia alcanza su máximo, para los valores correspondientes de DG.

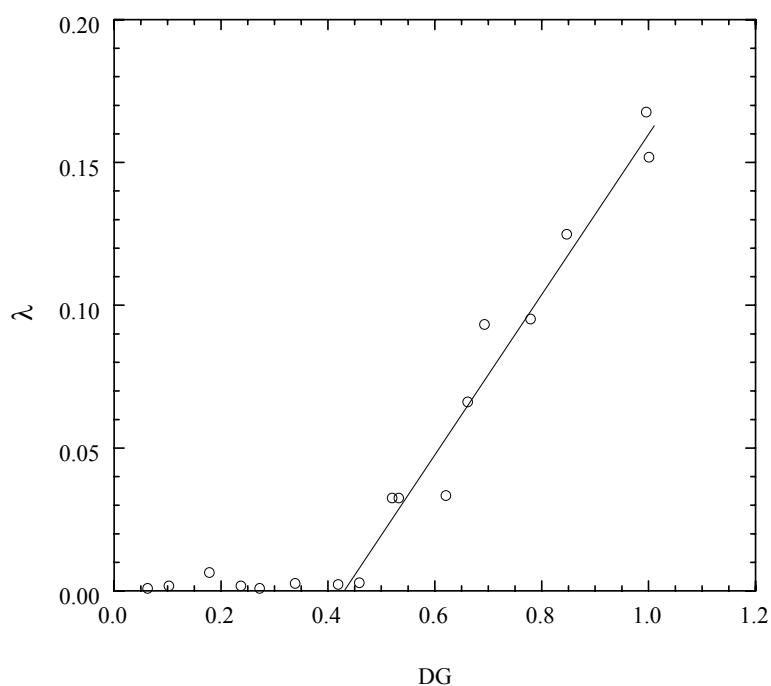


Figura III.3.1

Como se observa en esta figura, no se registra ninguna deformación de la partícula para valores de la velocidad del fluido muy pequeños, es decir, DG pequeños. Esto nos permite confirmar que dentro de la precisión del dispositivo experimental, el

comportamiento elástico de la partícula, corresponde al segundo modelo (II) propuesto en la ilustración, esto es:

$$\lambda = \frac{2a - D_p}{D_p} = \begin{cases} 0 & DG \leq 0.46 \\ 0.133(DG - 0.46) & DG > 0.46 \end{cases}$$

Según se puede observar en la Figura III.3.2, el modelo anterior, supone que la partícula puede ser considerada como rígida para  $DG \leq 0.46$ .

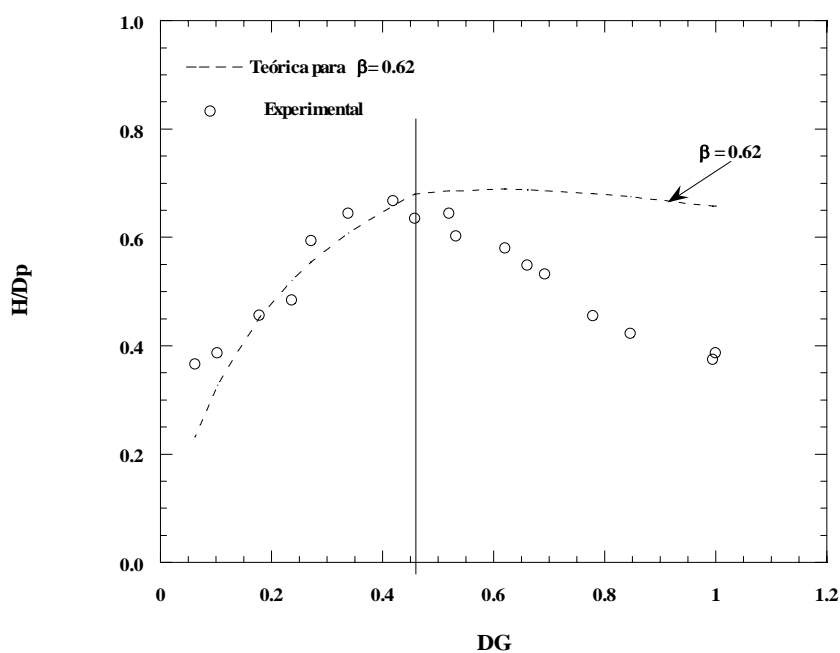


Figura III.3.2

Es interesante hacer notar que en los resultados para las esferas rígidas (de vidrio), en el intervalo con  $DG \leq 0.46$ , el mejor ajuste de la teoría de Hoffman a los datos

experimentales se obtuvo para  $\beta = 0.62$ , este resultado implica que aún para velocidades bajas y medias se produce una capa del fluido de arrastre cubriendo la protuberancia con un espesor bastante grueso. Para velocidades mayores y con el mismo valor de  $\beta = 0.62$  la curva teórica indica que los valores de  $H/D_p$  decae casi linealmente con una pendiente muy pequeña (línea punteada). Por el contrario los datos experimentales exhiben una pendiente negativa muy pronunciada, según se observa en la misma Figura III.3.2.

Es importante mencionar que en la discusión de los resultados para el caso de las partículas deformables, se debe tomar con reserva las afirmaciones que se deriven de los mismos, ya que como se observar en la Figura III.3.2, considerando válidas las aproximaciones antes mencionadas ( i – iv), La extensión de la teoría de Hoffman, para este tipo de partículas, solo puede explicar una tendencia del comportamiento experimental, pero no representa una explicación plausible para el comportamiento de los resultados experimentales de las partículas flexibles. Lo que se quiere decir, es que a este nivel de los experimentos, no se puede dar una relación formal que justifique cuantitativamente estos resultados experimentales. No obstante lo anterior, es posible que un análisis de las discrepancias entre el resultado de la extensión de la teoría de Hoffman para partículas deformables y los resultados experimentales de este trabajo, arroje cierta para explicar el porque de

tales discrepancias. Con esta orientación, se puede argumentar desde el punto de vista cualitativo lo siguiente:

1. La suposición de que la película o capa del fluido de arrastre que cubre la protuberancia se mantiene uniforme a través de toda ella, no se satisface completamente, ya que en el experimento se observó que en la mayor de las veces la capa que cubre la protuberancia mostró un perfil asimétrico, esto representa un espesor no uniforme a lo largo de la deformación de la interfase producida por la protuberancia. Lo anterior se aprecia claramente en los perfiles que forman las protuberancias en la Figura III.3.3 para dos valores de  $DG$ .

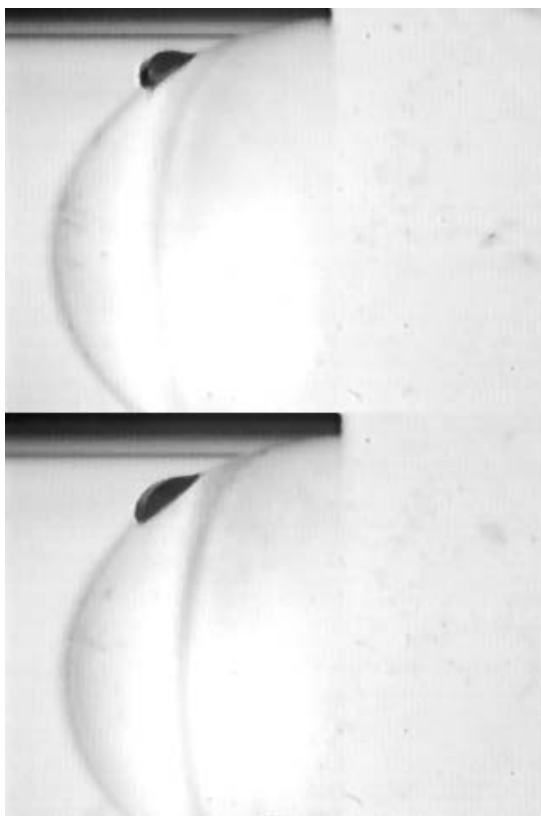


Figura III.3.3.



Además de lo anterior, en la discusión de los resultados experimentales del trabajo de J.A.Stoos y L.G. Leal [6], para en el caso de una partícula que avanza hacia una interfase en un flujo extensional biaxial, los autores comentan que la diferencia entre sus resultados teóricos y los datos experimentales encontrados por Hoffman en 1985, se deben a la curvatura finita producida en el experimento de Hoffman. Además de que argumentan que existe una asimetría del perfil de la curvatura que resulta inherente para partículas que viajan fuera del eje del capilar, ver Figura I.1.3.1. Esta observación, es la razón por lo que se hizo un máximo esfuerzo por inyectar a las partículas en la zona central del capilar.

2. Otro argumento en el análisis de las diferencias, es que como consecuencia de que la curvatura a lo largo de la zona convexa no sigue paralelamente al perfil de un elipsoide de revolución oblato (espesor variable), existen zonas en donde la curvatura en la superficie de la interfase, es más pronunciada lo cual implica un radio de curvatura menor que la del perfil del elipsoide, generando esto último una fuerza capilar mayor a la considerada, ya que esta fuerza es inversamente proporcional al radio de curvatura.

$$( F_{\text{capilar}} \propto 1/R_{\text{curvatura}} )$$

En otras palabras, la asimetría del espesor de la capa induce una fuerza capilar mayor que la calculada con la curvatura (simétrica) del perfil del elipsoide oblato y por lo tanto una altura H de la protuberancia menor que la se predice con la

extensión de la teoría de Hoffman para partículas deformables. **Es decir, se esta omitiendo una tendencia mayor de hundimiento de la partícula en la interfase, por efecto de una porción de la fuerza capilar que no se considera.**

3. Otro aspecto del análisis es el que la extensión de zona convexa en la mayoría de las protuberancias es mayor a las predicen las ecuaciones I.1.5.9 y I.1.5.10, este efecto se manifiesta más claramente en la fotografía de la Figura III.3.5 la cual corresponde a la protuberancia formada en la región de grandes DGs.



Figura III.3.4

En esta fotografía se observa que, la zona convexa del perfil de la interfase se extiende cubriendo toda la protuberancia, es decir no se distingue en toda esta zona un cambio en la curvatura de forma **convexa** a una forma **cóncava**. Este efecto, también se observa en la forma de la interfase obtenida en el calculo de J.A.Stoos y L.G. Leal, para las mismas condiciones experimentales usadas por Hoffman. En la Figura III.3.6 se ilustra esquemáticamente las diferentes formas que debería adoptar la interfase en el cambio de curvatura de convexo a cóncavo, para valores de  $\delta = 0, 1/2$  y  $2/3$ , para partículas esféricas y esferoides.

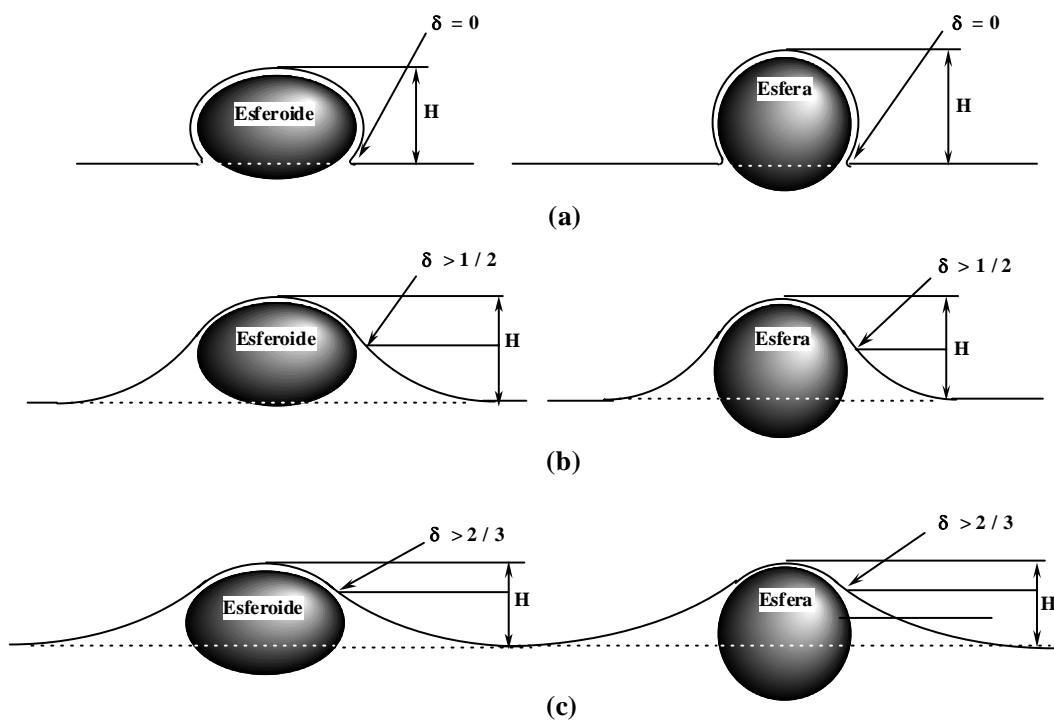


Figura III.3.6

Se debe mencionar que en el calculo de la altura de las protuberancias con las relaciones geométricas de equilibrio de las ecuaciones I.1.5.9 y I.1.5.10, el espesor promedio de la capa (medido a través del valor de  $\beta$ ), solo contribuye modificando el nivel de la altura de la protuberancia pero no la pendiente de la curva  $H/D_p$  vs.  $DG$  en la región de la deformación, es decir, no se observa una tendencia como la que presentan los puntos experimentales en la Figura III.3.7.

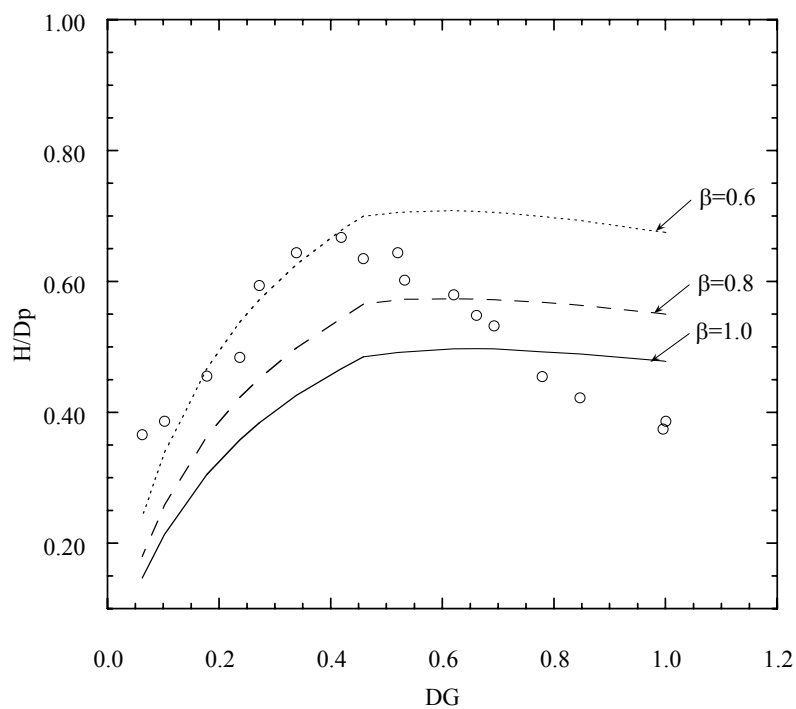


Figura III.3.7

La discusión anterior nos lleva a pensar las fuentes de la discrepancia entre la extensión de la teoría de Hoffman y nuestros resultados experimentales se deben posiblemente a dos factores principales: (a) - la desestimación de la fuerza capilar por causa de la asimetría del perfil y (b) - la consideración de una zona convexa más extensa que las que predicen las ecuaciones I.1.5.9 y I.1.5.10.

En la Figura III.3.8 se aprecia claramente la extensión de la zona convexa, en algunos de los perfiles digitalizados directamente de las imágenes de las protuberancias registradas en el experimento.

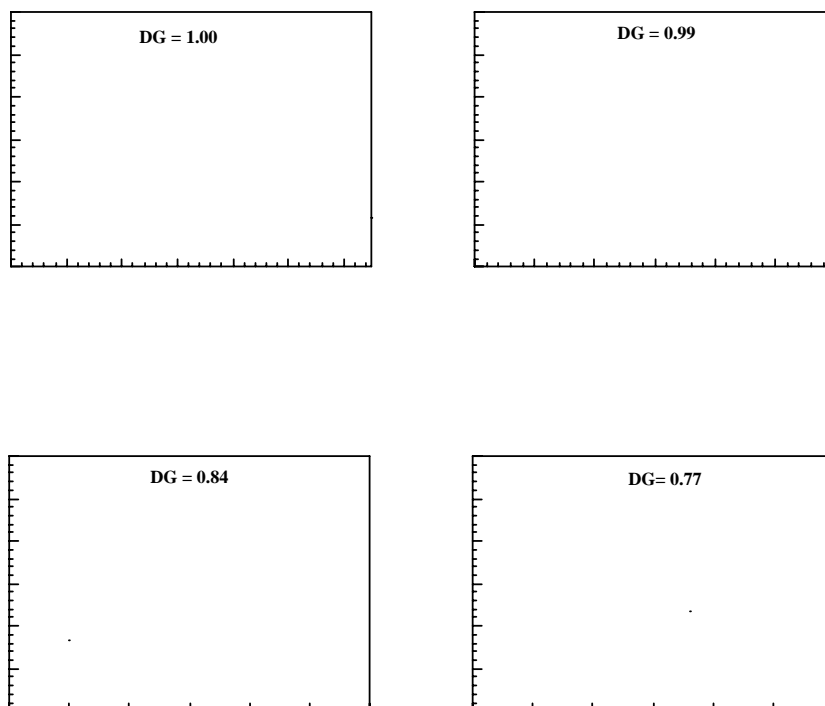


Figura III.3.8

En estos perfiles **no** se distingue un cambio apreciable de la curvatura de **convexo a cóncavo**, a lo largo de toda la protuberancia, aun siendo bastante simétricos los perfiles considerados que corresponden a la región DG grandes.

Este resultado representa una contradicción con respecto a la forma del perfil que se postula en las suposiciones hechas para la derivación de las ecuaciones I.1.5.9 y I.1.5.10.

En los casos mostrados en la Figura III.3.8 la zona convexa corresponde prácticamente a toda la protuberancia, lo cual equivale a un calculo de las alturas de las protuberancias considerando un valor de  $\delta = 0.00$ , según se ilustra en la Figura III.3.9.

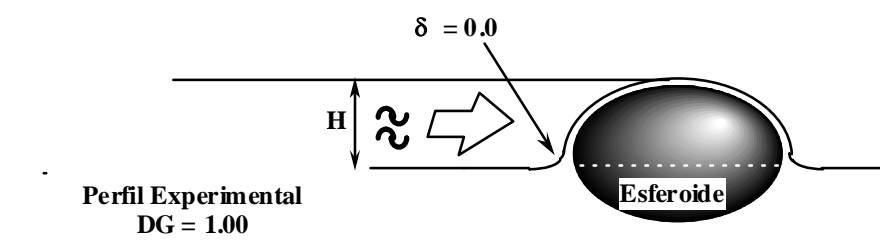


Figura III.3.9

Con base en la argumentación anterior, se pueden justificar los resultados experimentales, si se hace el calculo de las alturas de las protuberancias, considerando que la capa de fluido que cubre a la protuberancia es muy delgada o nula, es decir, si se calcula  $H/D_p$  para  $\beta = 1$  y  $\delta = 0.00$ , los puntos teóricos

calculados (denotados con círculos negros), resultan muy cerca de los correspondientes puntos experimentales, como se muestra en la gráfica de la Figura III.3.10.

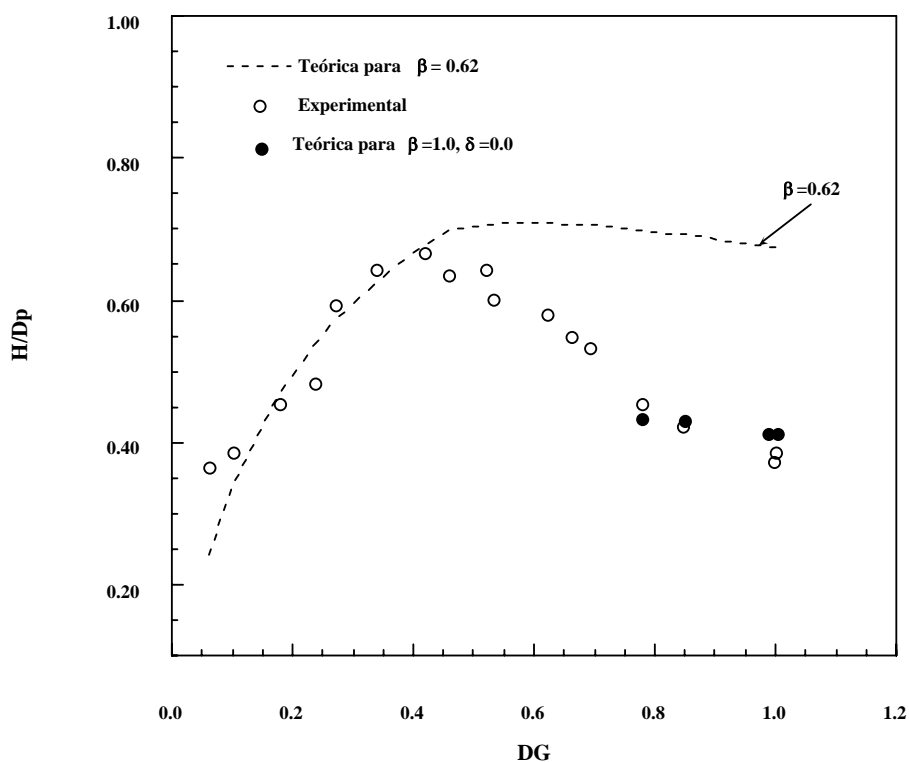


Figura III.3.10

El comentario que hacen J.A.Stoos y L.G. Leal, de una asimetría inherente a las partículas que viajan fuera del eje del capilar se puede asociar precisamente a que la posición excéntrica de la partícula, inmersa en el flujo extensional genera una deformación en la interfase con un flujo inhomogéneo el cual crea una

acumulación lenta del fluido de arrastre en el extremo anterior de la partícula y un rápido deslizamiento del mismo en el extremo de avance, según se ilustra en la Figura III.3.11.

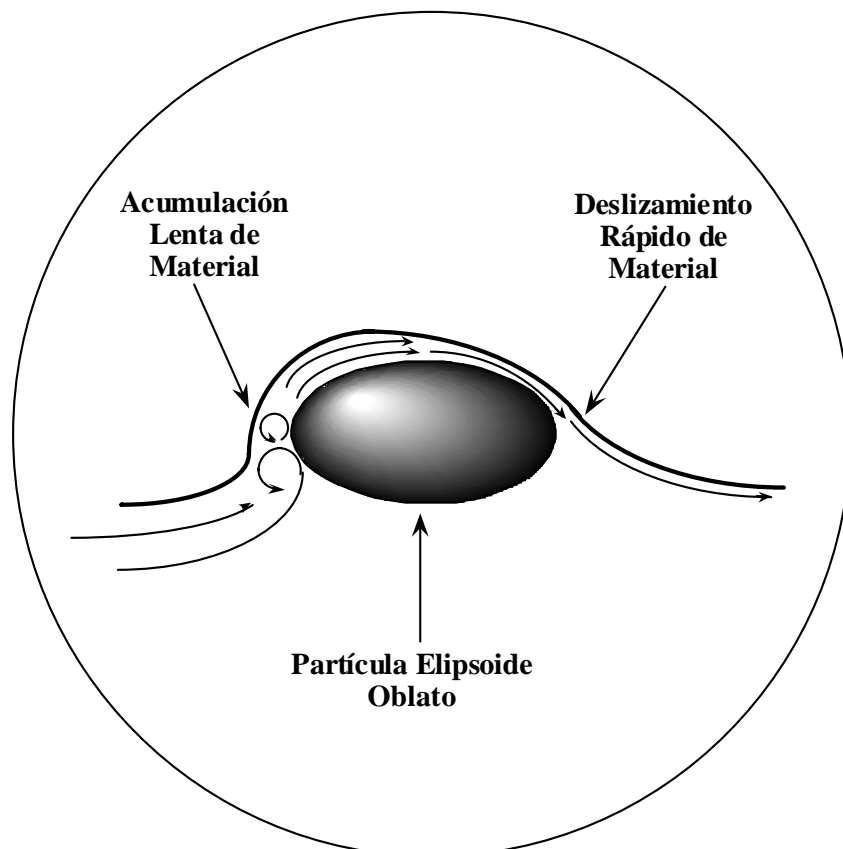


Figura III.3.11

Se puede explicar este efecto, si se piensa que la posición de la partícula fuera del eje de simetría en el capilar, genera una diferencia en el campo de flujo que se



traduce en una inestabilidad en las fuerzas de arrastre al formar la protuberancia en la interfase.

En la fotografía de la Figura III.3.12, se distingue con dificultad, debido a la falta de resolución en el sistema de video-grabación, cierta evidencia de la suposición anterior.

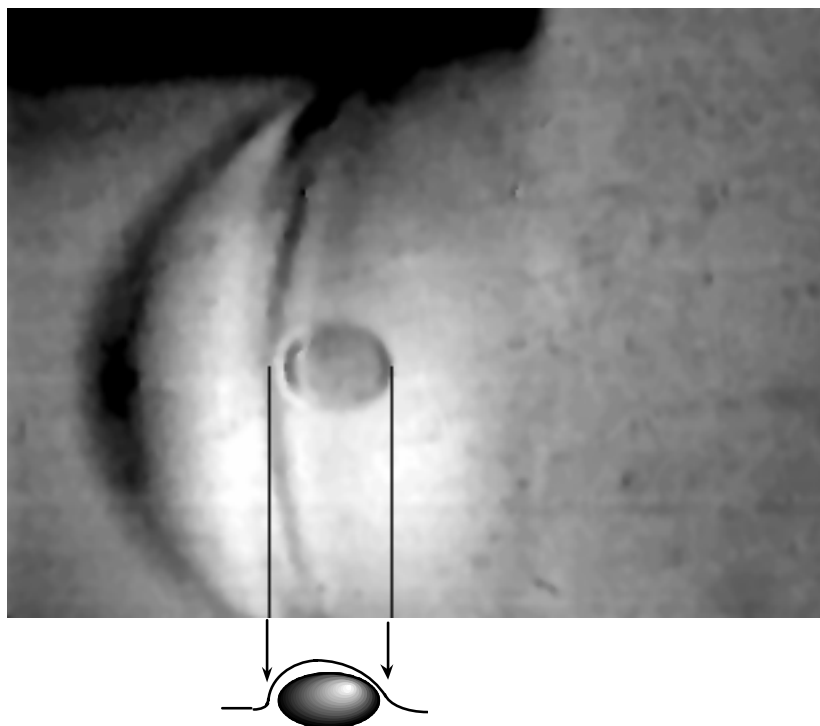


Figura III.3.11

## CAPITULO IV

## CONCLUSIONES

Como conclusión de este trabajo, podemos decir, que la idea principal de Hoffman, la cual establece que la altura de la protuberancia formada por la partícula es gobernada por el equilibrio entre la Fuerza Capilar y la Fuerza Viscosa de Arrastre, en general es correcta; sin embargo, en el caso de las partículas deformables, las suposiciones originales usadas en los cálculos en la zona convexa de la partícula, deberán ser revisados con más cuidado ya que los resultados de la extensión de la Teoría de Hoffman, no corresponden a la evidencia experimental que se encontró en este trabajo.

Se puede argumentar al respecto que la falta de simetría en el perfil de la protuberancia induce una desestimación en los cálculos de la Fuerza Capilar. Es decir, se pierde una contribución extra de esta fuerza, la cual induciría una disminución en las alturas  $H$  de las protuberancias y por lo tanto una mejor correspondencias de la teoría con los resultados experimentales de este trabajo.

Por otro lado, en estudio del caso de partículas deformables se debe considerar que este problema corresponde a un sistema dinámico en el cual una pequeña variación en la posición de la partícula respecto al eje del capilar, afecta el arrastre sobre la misma debido a la variación del campo extensional, generando además de una variación en la extensión de la zona convexa, una asimetría en el perfil de la

curvatura de la protuberancia y un cambio en la porción del área de la partícula sujeta al arrastre, debido esto último, al cambio dinámico de la forma de la partícula a través de todo el proceso de deformación de la partícula y generación de la protuberancia.

Sin embargo, se debe decir estrictamente hablando, que no se conoce en un sentido formal las relaciones que originan la asimetría de los perfiles en la curvatura de la protuberancia, ni las ecuaciones que gobiernan la variación de la forma de la partícula en función del campo extensional en el que se halla inmersa y al cual esta sujeta, por lo que todo esto deberá ser un tema abierto de un estudio posterior, enfocado desde el punto de vista de la Mecánica de Fluidos.

## BIBLIOGRAFIA

1. M.B. Khan, B.J. Briscoe and S.M. Richardson, *Polym. Plast. Technol. Eng.*, **33**, 295-322 (1994).
2. M.B. Khan and C.Keener, *Polym. Eng. Sci.*, **36**, 1290 (1996).
3. L. Fritch, *Plast. Eng* , **35**, (5), 68 (1979).
4. R. L. Hoffman, *J. Colloid Interface Sci.* **50**, 228, (1975).
5. R. L. Hoffman, *J. Colloid Interface Sci.* **94**, 470, (1983).
6. J.A.Stoos and L.G. Leal , *AICHE J.*, **35**, No 2, 196 (1989).
7. W. Rose, *Nature*, **191**, 242 (1961).
8. Z. Tadmor, *J. Appl. Polym. Sci.*, 18, pp. 1753– 1772 (1974).
9. D. J. Coyle, J.W. Blake, C.W. Macosko, *AICHE J.*, **33**, No 7, 1168 (1987).
10. R. L. Hoffman, *Advances in Rheology, 2. Fluids, Proceedings of the IX International Congress on Rheology*, 565-570 (1984).
11. R. L. Hoffman, *J. Rheol.*, **29**(5), 579-604 (1985).
12. J.S. Hadamard, *Comptes Rendus* , **152**, 1735 (1911) and **154**, 109 (1912).
13. W. Rybczynski, *Bull. Intern. Acad. Sci. Cracovie*, **A403**, 40, (1911).
14. R. G. Cox, *J. Fluid Mech.* **37**, 601 (1969).
15. G.I.Taylor, *Proc. Roy.Soc. (London)*, **A138**, p.41, (1932).
16. C. Van der Reijden-Stolk y A.Sára. *Polym. Eng. Sci*, **26**, No 18, 1229-1239 (1986).
17. C. Van der Reijden-Stolk, A.S. Van Heel, A.Sára y J.Schut. *Polym. Eng. Sci*, **29**, No 9, 593-599 (1989).
18. S. Timoshenko and J.N. Goodier, *Theory of Elasticity*, 2<sup>nd</sup> Edition, p. 372, MacGraw Hill (1951).

19. J. Happel, H. Brenner, *Low Reynolds Number Hydrodynamics*; Prentice Hall: Englewood Cliff, NJ, pp 214–215, (1965).
20. I. Proudman, y J. R. A. Pearson, *J. Fluid Mech.* **2**, 237 (1957).
21. H. Brenner, *Chem. Eng. Sci.* **19** , 519, (1964).
22. L.E. Payne, y W.H. Pell, *J. Fluid. Mech.* **7**, 529, (1960).
23. G.I.Taylor, *Proc. Roy.Soc. (London)*, **A146**, p.41, (1934).
24. B.J. Bentley y L.G. Leal, *J. Fluid Mech.* **167**, pp. 219-240 , (1986).

**APENDICE A**  
**APENDICE B**  
**APENDICE C**

**C O N T E N I D O**

**CAPITULO I**

**CAPITULO II**

**CAPITULO III**

**CAPITULO IV**

**CONCLUSIONES**

**APENDICE A**

**APENDICE B**

**APENDICE C**

**BIBLIOGRAFIA**

**INDICE**

pag

**INTRODUCCION**

**1**

**CAPITULO I**



**I.**

**I.1.-**

**I.2.-**

**I.3.-**

**I.4.-**

**CAPITULO II**

**II.**

**II.1.-**

**II.2.-**

**II.3.- CAPITULO III**

**III.**

**III.1.-**

**III.2.-**

**III.3.-**

**III.4.-**

**CAPITULO IV**

**IV.**

**IV.1.-**

**IV.2.-**

**IV.3.-**

## **CAPITULO V**

### **V. - RESULTADOS Y DISCUSION**

**V.1.-**

**V.2.-**

## **CONCLUSIONES**

### **APENDICE A**

### **APENDICE B**

### **APENDICE C**

## **BIBLIOGRAFIA**

**JURADO ASIGNADO**

Dr.

Dr.

Dr.

Dr. Roberto Alexander-Katz Kauffmann.

Dr. (Suplente)

Dr. (Suplente).

Lugar donde se desarrolló el Tema de Investigación:

Area de Polímeros, Departamento de Física.

División de Ciencias Básicas e Ingeniería.

**Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa.**

**SUSTENTANTE**

M.C. Raúl Montiel Campos

**DIRECTOR DE TESIS**

Dr. Roberto Alexander-Katz Fauffman

## **AGRADECIMIENTOS**

Quiero expresar mi más profundo agradecimiento al Dr. Roberto Alexander-Katz Kauffmann, por su valiosa ayuda y comentarios sobre el contenido teórico del trabajo, por medio de los cuales pude adquirir un mayor conocimiento básico de la teoría.

Al Dr. Octavio Manero Brito por sus comentarios en los temas de Reología de esta tesis.

Al Doctor Roberto Olayo González, por sus comentarios y ayuda en la realización del trabajo.

A la Sra. Elena López Brendrell por su ayuda en la transcripción de la tesis.

## **DEDICATORIAS**

A MI ESPOSA ANDROMEDA . Por darme la Luz y la Fé en el Amor y la Vida.

A MIS QUERIDOS HIJOS: LUIS RAUL, DAMARA, JACOBO Y JULIAN.

A MI MADRE.

AL RECUERDO DE MI PADRE.

# **BORRADOR DE TESIS DE DOCTORADO**

**Raúl Montiel Campos**

**Versión: Septiembre de 2004**





# UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

## CONSTANCIA DE PRESENTACION DE EXAMEN DE GRADO

La Universidad Autónoma Metropolitana extiende la presente CONSTANCIA DE PRESENTACION DE EXAMEN DE GRADO de DOCTOR EN CIENCIAS del alumno RAUL MONTIEL CAMPOS, matrícula 93252676, quien cumplió con los 180 créditos correspondientes a las unidades de enseñanza aprendizaje del plan de estudio. Con fecha dieciséis de diciembre del 2004 presentó la DEFENSA de su DISERTACIÓN PÚBLICA cuya denominación es:

DEFORMACION Y FORMACION DE PROTUBERANCIA DE UNA PARTICULA ELASTICA EN UNA INTERFASE DE UN FRENTE MOVIL.

Cabe mencionar que la aprobación de la Disertación Pública tiene un valor de 180 créditos y el programa consta de 360 créditos.

El jurado del examen ha tenido a bien otorgarle la calificación de:

Aprobado

### JURADO

Presidente

Secretario

DR. ROBERTO ALEXANDER KATZ KAUFFMANN

DR. ROBERTO OLAYO GONZALEZ

Vocal

Vocal

DR. ALBERTO SORIA LOPEZ

DR. ROBERTO LENIN CAMACHO

Vocal

DR. ANGEL ENRIQUE CHAVEZ CASTELLANOS

### UNIDAD IZTAPALAPA

Coordinación de Sistemas Escolares

San Rafael Atlixco 186, Col. Vicentina, México, D.F, 09340, Apdo. Postal 555-320-9000

Tels. 5804-4880 y 5804-4883 Fax 5804-4876