

**Caracterización e implementación  
de un sensor por impedancia eléctrica  
para la medición de la fracción volumen  
en una columna de burbujeo.**

**T E S I S**

que para obtener el grado de  
**DOCTOR EN CIENCIAS**  
**(INGENIERÍA QUÍMICA)**

presenta el

M. en C. Juan Carlos Rodríguez Sierra

Asesor: Dr. Alberto Soria López.

Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa  
Depto. de Ingeniería de Procesos e Hidráulica  
División de Ciencias Básicas e Ingeniería

Ciudad de México, 14 de Julio del 2016

© Juan Carlos Rodríguez Sierra

**Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa**

Depto. de Ingeniería de Procesos e Hidráulica

División de Ciencias Básicas e Ingeniería

**Caracterización e implementación  
de un sensor por impedancia eléctrica  
para la medición de la fracción volumen  
en una columna de burbujeo.**

**T E S I S**

que para obtener el grado de  
**DOCTOR EN CIENCIAS  
(INGENIERÍA QUÍMICA)**

presenta el

M. en C. Juan Carlos Rodríguez Sierra

**SINODALES**

PRESIDENTE: Dr. Gustavo Ariel Fuentes Zurita.

SECRETARIO: Dr. Alberto Soria López.

VOCAL: Dr. José Roberto Zenit Camacho.

VOCAL: Dra. Mercedes Jatziri Gaitán González.

VOCAL: Dr. Juan Carlos Martínez Espinoza.

**ASESOR**

Dr. Alberto Soria López.

Ciudad de México, 14 de Julio del 2016.



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

# ACTA DE DISERTACIÓN PÚBLICA

No. 00060

Matrícula: 203381449

CARACTERIZACIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE UN SENSOR POR IMPEDANCIA ELÉCTRICA PARA LA MEDICIÓN DE LA FRACCIÓN VOLUMEN EN UNA COLUMNA DE BURBUJEO

En la Ciudad de México, se presentaron a las 12:00 horas del día 14 del mes de julio del año 2016 en la Unidad Iztapalapa de la Universidad Autónoma Metropolitana, los suscritos miembros del jurado:

- DR. GUSTAVO ARIEL FUENTES ZURITA
- DRA. MERCEDES JATZIRI GAITAN GONZALEZ
- DR. JOSE ROBERTO ZENIT CAMACHO
- DR. JUAN CARLOS MARTINEZ ESPINOZA
- DR. ALBERTO SORIA LOPEZ

Bajo la Presidencia del primero y con carácter de Secretario el último, se reunieron a la presentación de la Disertación Pública cuya denominación aparece al margen, para la obtención del grado de:

DOCTOR EN CIENCIAS (INGENIERIA QUIMICA)

DE: JUAN CARLOS RODRIGUEZ SIERRA

y de acuerdo con el artículo 78 fracción IV del Reglamento de Estudios Superiores de la Universidad Autónoma Metropolitana, los miembros del jurado resolvieron:

*aprobar*

Acto continuo, el presidente del jurado comunicó al interesado el resultado de la evaluación y, en caso aprobatorio, le fue tomada la protesta.



JUAN CARLOS RODRIGUEZ SIERRA  
ALUMNO

REVISÓ

LIC. JULIO CESAR DE LARA ISASSI  
DIRECTOR DE SISTEMAS ESCOLARES

DIRECTOR DE LA DIVISIÓN DE CBI

DR. JOSE GILBERTO CORDOBA HERRERA

PRESIDENTE

DR. GUSTAVO ARIEL FUENTES ZURITA

VOCAL

DRA. MERCEDES JATZIRI GAITAN GONZALEZ

VOCAL

DR. JOSE ROBERTO ZENIT CAMACHO

VOCAL

DR. JUAN CARLOS MARTINEZ ESPINOZA

SECRETARIO

DR. ALBERTO SORIA LOPEZ



*A Maya, Ian y Fabiola.*

*A la Abuela Carmen, que cuida a todos sus  
nietos y bisnietos desde el cielo...*



## Agradecimientos

Primero doy gracias a Dios por permitirme la vida y guiarme en este mundo. En segundo, doy gracias a mis padres y familiares los cuales me han dado la oportunidad de tener los estudios que me han conducido hasta aquí. En particular, quiero agradecer a mi esposa Fabiola López y a mis hijos: Ian y Maya, por su gran comprensión, compañerismo y apoyo en todo momento.

Especiales agradecimientos a mis profesores, que fueron fundamentales en este proyecto: mi asesor y amigo el Dr. Alberto Soria López, por el apoyo brindado en esos momentos difíciles. A los miembros del jurado: Dr. Gustavo A. Fuentes Zurita, Dr. Alberto Soria López, Dr. Roberto Zenit Camacho, Dra. Mercedes Jatziri Gaitán González y al Dr. Juan Carlos Martínez Espinoza, por el tiempo brindado y la comprensión brindada en este proyecto. Agradezco a todas las personas que participaron de manera directa e indirecta en este proyecto: profesores, compañeros y trabajadores de esta casa de estudios.

Este estudio fue apoyado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) y por la Universidad Autónoma Metropolitana unidad Iztapalapa. Agradeciendo la confianza depositada para la realización de este proyecto.



# Índice general

Dedicatoria	III
Agradecimientos	v
Índice general	VII
Índice de figuras	XI
Índice de tablas	XV
Notación	XVIII
Resumen	XXII
Introducción	XXV
<b>I Marco Teórico</b>	<b>1</b>
<b>1. Estado del arte</b>	<b>2</b>
1.1. Flujo en dos fases . . . . .	2
1.1.1. Aplicaciones . . . . .	2
1.1.2. Naturaleza física del flujo en dos fases . . . . .	3
1.1.3. Patrones de flujo . . . . .	4
1.1.4. Mapas de patrones de flujo . . . . .	6
1.2. Hidrodinámica de columnas de burbujeo . . . . .	7
1.2.1. Dinámica de burbujas . . . . .	7
1.2.2. Fracción volumen de gas . . . . .	8
1.2.3. Patrones de flujo en columnas de burbujeo . . . . .	9

1.2.4.	Mapa de patrones de flujo en columnas de burbujas . . .	10
1.3.	Hidrodinámica en tuberías gas-líquido . . . . .	11
1.3.1.	Patrones de flujo en tuberías verticales . . . . .	12
1.3.2.	Mapa de patrones de flujo en tuberías verticales . . . .	13
1.3.3.	Mecanismos de transición . . . . .	13
1.3.4.	Patrones de flujo en tuberías horizontales . . . . .	14
1.3.5.	Mapa de patrones de flujo en tuberías horizontales . . .	16
<b>2.</b>	<b>Ondas en sistemas multifásicos</b>	<b>17</b>
2.1.	Propagación de ondas en columnas de burbujeo . . . . .	19
2.1.1.	Ondas de fracción vacío . . . . .	19
2.1.2.	Ondas de presión . . . . .	21
<b>3.</b>	<b>Sensores e Impedancia eléctrica</b>	<b>25</b>
3.1.	Conceptos generales . . . . .	25
3.1.1.	Sistemas de medición . . . . .	25
3.1.2.	Transductores, sensores y acondicionadores . . . . .	26
3.2.	Tipos de sensores . . . . .	27
3.2.1.	Sensores resistivos . . . . .	29
3.3.	Acondicionadores de señal para sensores resistivos . . . . .	31
3.3.1.	Medida de resistencia . . . . .	31
3.3.2.	Divisor de tensión . . . . .	32
3.3.3.	Amplificadores operacionales . . . . .	32
3.4.	Impedancia eléctrica . . . . .	33
3.4.1.	Representación gráfica de la impedancia . . . . .	35
3.5.	Antecedentes . . . . .	43
3.5.1.	Impedancia eléctrica: técnica de medición en sistemas multifásicos . . . . .	43
3.5.2.	Configuración de electrodos . . . . .	45
3.5.3.	Características eléctricas del sistema bifásico gas-líquido . . . . .	46
3.5.4.	Principio de medición en sistemas gas-líquido por impedancia eléctrica . . . . .	47
3.5.5.	Frecuencia de excitación . . . . .	49
<b>II</b>	<b>Técnica Experimental</b>	<b>51</b>
<b>4.</b>	<b>Configuración Experimental</b>	<b>52</b>

4.1.	Instalación experimental . . . . .	52
4.2.	Unidad de medición . . . . .	54
4.3.	Procesamiento analógico . . . . .	55
4.3.1.	Acondicionamiento Primario . . . . .	56
4.3.2.	Acondicionamiento Secundario . . . . .	56
4.4.	Adquisición de datos . . . . .	57
4.4.1.	Tarjeta de adquisición de datos . . . . .	57
4.4.2.	Sistema de Video . . . . .	58
<b>5.</b>	<b>Tratamiento estadístico de series de tiempo</b>	<b>59</b>
5.1.	Descripción de ondas por series de tiempo . . . . .	59
5.2.	Procesamiento estadístico de señales . . . . .	64
5.3.	Aproximación no-paramétrica . . . . .	64
5.3.1.	Series de tiempo de la fracción volumen . . . . .	65
5.3.2.	Análisis en el dominio del tiempo . . . . .	66
5.3.3.	Dominio de la frecuencia . . . . .	67
5.4.	Sistemas en tiempo discreto . . . . .	70
<b>III</b>	<b>Resultados</b>	<b>75</b>
<b>6.</b>	<b>Caracterización y Diseño del TIE para Columnas de Burbujeo</b>	<b>76</b>
6.1.	Caracterización Experimental del SIE . . . . .	77
6.1.1.	Acondicionador Primario de Señal . . . . .	77
6.1.2.	Frecuencia de excitación en la columna con agua . . . . .	78
6.1.3.	Paso de un objeto cilíndrico no conductor . . . . .	83
6.1.4.	Análisis en el dominio de la frecuencia . . . . .	88
6.1.5.	Elección preliminar del acondicionador primario . . . . .	90
6.2.	Caracterización Teórica del TIE . . . . .	90
6.2.1.	Funciones de transferencia del sistema bifásico . . . . .	90
6.2.2.	Comparación de los modelos con el TDV . . . . .	92
6.2.3.	Efectos de tamaño del electrodo con el TDV . . . . .	95
6.2.4.	Efecto del acondicionador primario . . . . .	99
6.2.5.	Elección del acondicionador primario . . . . .	104
6.3.	Diseño del TIE . . . . .	107
6.3.1.	Acondicionador Secundario de Señal . . . . .	107
6.3.2.	Pruebas al Acondicionador Secundario y al TIE . . . . .	107

6.3.3. Prueba de Estacionariedad y Tiempo de muestreo para señales del TIE . . . . .	110
6.4. Tratamiento de señales obtenidas por el TIE . . . . .	114
<b>7. Estudios sobre el tamaño de electrodo</b>	<b>117</b>
7.1. Experimentos con enjambres de burbujas . . . . .	118
7.1.1. Caso 1: Electrodo de 50 láminas . . . . .	118
7.1.2. Caso 2: Electrodo de 25 láminas . . . . .	120
7.1.3. Caso 3: Electrodo de 12 láminas . . . . .	125
7.1.4. Caso 4: Electrodo de 12 láminas con regiones de guarda	128
7.2. Linealidad de los espectros e identificación de frecuencias principales . . . . .	130
7.3. Sensibilidad del espectro con respecto al tamaño de electrodo .	136
<b>8. Conclusiones y sugerencias</b>	<b>145</b>
8.1. Conclusiones Generales . . . . .	145
8.2. Conclusiones Particulares . . . . .	146
8.3. Sugerencias para futuros estudios . . . . .	150
<b>Apéndice</b>	<b>152</b>
<b>A. Funciones de transferencia de modelos de flujo bifásico</b>	<b>152</b>
A.1. Modelado de un arreglo en serie . . . . .	155
A.2. Modelado de un arreglo en paralelo . . . . .	157
<b>B. Procedimientos en MATLAB</b>	<b>159</b>
B.1. Estimadores . . . . .	159
B.1.1. Velocidad de Propagación . . . . .	161
B.2. Filtro digital . . . . .	161
B.3. Equivalencias de las variables originales con las usadas en MATLAB . . . . .	162
<b>C. Rutinas en MATLAB</b>	<b>163</b>
C.1. Rutina para el tratamiento de señales de los casos de estudio .	163
C.2. Rutina para el tratamiento de señales de altas frecuencias . . .	175
<b>D. Calibración del SIE</b>	<b>177</b>
<b>Glosario de términos</b>	<b>182</b>

*Índice general*

XI

**Bibliografía**

**183**

# Índice de figuras

1.1. Patrones de flujo a) Tubería horizontal b) Tubería vertical c) Columna de burbujeo (Drahoš & Čermák, 1989). . . . .	5
1.2. Patrones de flujo en columnas de burbujeo (Shah et al., 1982). . . . .	10
1.3. Dependencia aproximada del régimen de flujo en columnas de burbujas con la velocidad del gas $U_G$ y el diámetro de la columna $D_C$ (Shah et al., 1982). . . . .	11
1.4. Patrones de flujo para tuberías verticales de 5 cm de diámetro (Taitel et al., 1980). . . . .	13
1.5. Mapa de patrones de flujo para tuberías de 5 cm de diámetro, aire-agua a $25^\circ C$ , 101.325 kPa (Taitel et al., 1980) . . . . .	14
1.6. Mapa de patrones de flujo para tubería horizontal 5 cm de diámetro, aire-agua a $25^\circ C$ , 101.325 kPa (Rohuani & Shoal, 1983) . . . . .	16
3.1. Representación gráfica de un sistema de medición . . . . .	26
3.2. Divisor de tensión o voltaje. . . . .	32
3.3. Amplificador operacional no inversor. . . . .	34
3.4. Representación vectorial de la impedancia. . . . .	36
3.5. Diagrama de Nyquist para un resistor ideal. . . . .	37
3.6. Diagrama de Nyquist para un capacitor ideal . . . . .	37
3.7. Diagramas de Bode para un resistor ideal. a) Módulo, b) Fase. . . . .	39
3.8. Diagramas de Bode para un capacitor ideal. a) Módulo, b) Fase. . . . .	40
3.9. Diagrama de Nyquist correspondiente al circuito $RC$ en serie. . . . .	40
3.10. Diagrama de Bode correspondiente al circuito $RC$ en serie . . . . .	41
3.11. Diagrama de Nyquist para dos circuitos $RC$ en paralelo, con diferente valor de $C$ . . . . .	42
3.12. Diagrama de Bode para dos circuitos $RC$ en paralelo, con diferente valor de $C$ . . . . .	43

3.13. Diagrama de Bode para el ángulo de fase de dos circuitos $RC$ en paralelo, las líneas a trazos indican la frecuencia relacionada con la constante de tiempo. . . . .	44
3.14. Configuración de electrodos exteriores: (a) placas paralelas, (b) placas cóncavas, (c) anillo doble, (d) unidireccional, (e) doble hélice o helicoidal. (dos Reis & da Silva Cunha, 2014) . . .	45
3.15. Circuito equivalente del sistema aire-agua en un sensor capacitivo con electrodos cóncavos externos (dos Reis & da Silva Cunha, 2014). . . . .	47
4.1. Instalación experimental. . . . .	53
4.2. Unidad de medición o Sensor de impedancia eléctrica (SIE) . .	54
5.1. Representación de un proceso aleatorio. . . . .	60
5.2. Sección de columna entre dos niveles de medición . . . . .	65
5.3. Representación de un sistema en tiempo discreto, de una transformación que convierte una serie de tiempo de entrada $z[n]$ en una única serie de salida $m[n]$ . . . . .	71
6.1. Transductores de impedancia eléctrica para determinar la fracción vacío en una columna de burbujeo. I) Elemento de excitación, II) Sensor de impedancia eléctrica (SIE), III) Acondicionador primario. . . . .	78
6.2. Diagrama de Bode para la caracterización el transductor con divisor de voltaje (TDV). . . . .	80
6.3. Diagrama de $f_E$ vs $Z^{-1}$ para el TDV. . . . .	81
6.4. Barrido en frecuencia para el transductor con el TAO. . . . .	81
6.5. Barrido en frecuencia para el TAO en presencia del objeto. . .	83
6.6. Modulación en amplitud con el TDV: un electrodo configurado por 50 láminas. . . . .	85
6.7. Modulación en amplitud con el TDV: dos electrodos formados de 25 láminas cada uno. . . . .	85
6.8. Modulación en amplitud con el TAO: dos electrodos formados por 25 láminas cada uno. . . . .	87
6.9. Modulación en amplitud con el TAO: cuatro electrodos, dos formados por 12 láminas y dos por 13. . . . .	88
6.10. Espectro de frecuencia para un electrodo de 50 láminas y dos electrodos de 25 láminas. Resolución: 0.2 Hz. . . . .	89

6.11. Instalación experimental para determinar la función de transferencia del TDV. . . . .	93
6.12. Diagrama de Bode medido en $R$ para el TDV. . . . .	93
6.13. Diagrama de Bode medido en $Z$ para el TDV. . . . .	94
6.14. Tamaño de electrodos en el SIE. . . . .	97
6.15. Diagrama de Bode medido en $R$ : Impedancia con conexión en serie. . . . .	98
6.16. Diagrama de Bode medido en $Z$ : Impedancia con conexión en serie. . . . .	98
6.17. Esquema del circuito para la simulación del TDV y del TAO. . . . .	101
6.18. Comparación del efecto del tamaño de electrodo entre la simulación y la función de transferencia para el TDV. . . . .	102
6.19. Simulación del TAO con efectos del tamaño de electrodo. . . . .	103
6.20. Diagrama del TIE con el acondicionador secundario para la obtención de fracción volumen. . . . .	108
6.21. Configuración en el TAO para prueba del acondicionador secundario . . . . .	108
6.22. Prueba de acondicionador secundario y TIE. . . . .	111
6.23. Prueba de estacionariedad. . . . .	113
6.24. Espectro de potencia de las fluctuaciones de la fracción volumen. . . . .	114
6.25. Análisis de señales en el dominio del tiempo y la frecuencia. . . . .	115
7.1. Caso 1: Dos electrodos formados por 50 láminas, cada uno. . . . .	118
7.2. Caso 1: Tratamiento de señales, dos electrodos de 50 láminas. . . . .	119
7.3. Caso 1: Densidad espectral cruzado (Normalizado) y coherencia. . . . .	121
7.4. Caso 2: Dos electrodos formados por 25 láminas, cada uno. . . . .	122
7.5. Caso 2: Tratamiento de señales. . . . .	123
7.6. Caso 2: Densidad espectral cruzado (Normalizado) y coherencia. . . . .	124
7.7. Caso 3: Cuatro electrodos adyacentes, dos de 13 láminas y dos de 12 láminas. . . . .	125
7.8. Caso 3: Tratamiento de señales (media y fluctuaciones). . . . .	126
7.9. Caso 3: Tratamiento de señales (Autocorrelación y DPE). . . . .	127
7.10. Caso de estudio 4: Dos electrodos de 12 láminas con regiones de guarda. . . . .	128
7.11. Caso 4: Tratamiento de señales con guardas. . . . .	129

7.12. Comparación de las DPEs: Caso 3, electrodos 1 y 2 sin guardas y Caso 4, dos electrodos con guardas. . . . .	131
7.13. Comparación de la DPE para el Caso 1: señal de un electrodo de 50 láminas y Caso 2: señales de dos electrodos adyacentes de 25 láminas, sumadas cubriendo la misma región del Caso 1, con las mismas condiciones de flujo. . . . .	132
7.14. Interpretación de la DPE para altas frecuencias. . . . .	134
7.15. Suma de electrodos Caso 4. . . . .	135
7.16. Identificación de periodos y fenómenos en un segmento de señal de 10 segundos. . . . .	137
7.17. Identificación de los tiempos para cada fenómeno. . . . .	138
7.18. Estimación de la función de densidad de potencia espectral (DPE). . . . .	140
7.19. Densidad de potencia espectral (DPE) en escala log-log. . . . .	141
7.20. Comportamiento de la DPE como función del tamaño de electrodo. . . . .	143
7.21. Frecuencias observables en función del tamaño de electrodo. . . . .	144
A.1. Arreglo en serie de dos impedancias . . . . .	153
A.2. Arreglo en serie: Resistencia/impedancia. . . . .	155
A.3. Configuración de conexión para $Z$ : Impedancia en serie e impedancia en paralelo. . . . .	156
D.1. Calibración del Sensor de impedancia eléctrica (SIE) . . . . .	177

# Índice de tablas

1.1. Mapas de patrones de flujo para flujo en dos fases gas-líquido en tuberías verticales (Dziubinski et al., 2004). . . . .	15
2.1. Características del estudio experimental de ondas de fracción vacío . . . . .	20
2.2. Estudios experimentales en identificación estadística de patrones de flujo en columnas de burbujeo . . . . .	24
3.1. Clasificación de los sensores de acuerdo a Areny (2007) . . . . .	29
3.2. Clasificación de sensores por parámetro variable y método de detención. . . . .	30
3.3. Permitividad relativa y conductividad eléctrica del aire y agua a 20°C. . . . .	48
6.1. Criterios de selección del Acondicionador Primario . . . . .	105
7.1. Condiciones de adquisición . . . . .	137
7.2. Tiempos característicos medidos a través de la señal. . . . .	138
7.3. Tiempos característicos medidos a través del video. . . . .	139



# Notación

- $A =$  Área ( $m^2$ )  
 $a_1, a_2, b =$  Distancias relativas al nivel( $m$ )  
 $B =$  Susceptancia  
 $C =$  Capacitancia (faradios)  
 $c =$  Velocidad del sonido ( $\frac{m}{s}$ )  
 $D =$  Diámetro de la tubería (m)  
 $d =$  Diámetro de burbuja o gota (m)  
 $g =$  Aceleración de la gravedad ( $\frac{m}{s^2}$ )  
 $G =$  Transformada de Fourier o Ganancia de tensión, Conductancia  
 $f_m, f_M =$  Frecuencia de muestreo (Hz)  
 $f_E =$  Frecuencia de excitación(Hz)  
 $f_B =$  Frecuencia de burbujeo (Hz)  
 $f =$  Frecuencia (Hz)  
 $H(s) =$  Función de transferencia  
 $H_R^s(s) =$  Función de transferencia medido en R, conexión serie  
 $H_R^p(s) =$  Función de transferencia medido en R, conexión paralelo  
 $H_Z^s(s) =$  Función de transferencia medido en Z, conexión serie  
 $H_Z^p(s) =$  Función de transferencia medido en Z, conexión paralelo  
 $J =$  Tamaño de ventana  
 $k =$  Número de experimentos  
 $K_1 =$  Tamaño del modulo de líquido  
 $L, l =$  Longitud o retraso o inductancia

$L()$  = Transformada de Laplace

$i$  = Número imaginario

$N$  = Número de datos

$p$  = Presión mecánica absoluta

$\hat{P}_x$  = Estimación por periodograma de la densidad espectral

$\hat{P}_{xy}$  = Estimación por periodograma cruzado de la densidad espectral

$R, R_0, R1, R2$  = Resistencias (Ohms)

$R_m$  = Resistencias de medición (Ohms)

$R_{xx}(\tau)$  = Función de autocorrelación

$\hat{R}_x[\tau]$ , = Estimación de autocorrelación

$\hat{R}_{xy}[\tau]$ , = Estimación de correlación cruzada

$S$  = Distancia relativa al SIE (m), Entropía

$S(f)$  = Densidad de potencia espectral

$\hat{S}_x$  = Estimación de la densidad de potencia espectral

$\hat{S}_{xW}$  = Estimación por el método de Welch de la densidad de potencia espectral

$S_{xy}(f)$  = Densidad de potencia espectral cruzada

$\hat{S}_{xyW}$  = Estimación por el método de Welch de la densidad de potencia espectral cruzada

$t_n$  = Instantes de muestreo

$T_s$  = periodo de muestreo

$T\{\cdot\}$  = periodo de muestreo

$U$  = Velocidad (m/s)

$u$  = Voltaje (Volts)

$V$  = Voltaje (Volts)

$V_m$  = Voltaje de medición (Volts)

$v[n]$  = Ventana normalizada

$V_p, V_f, V_{in}$  = Voltaje de fuente

$\overline{V}_p$  = Velocidad de propagación promedio

$X_C$  = Reactancia capacitiva

$X_L$	=	Reactancia inductiva
$x(s)$	=	Variable aleatoria
$x_j(t)$	=	Función muestra
$x_{av}$	=	Estimación de la media
$\{x(t)\}$	=	Proceso aleatorio
$\{x(t_n)\}$	=	Proceso aleatorio en tiempo discreto
$w[n], x[n], y[n]$	=	serie de tiempo discreto
$X(s)$	=	Transformada de Lapalce
$X[n], Y[n]$	=	Fluctuación de una variable aleatoria
$Y$	=	Admitancia (Siemen)
$Z$	=	Impedancia (Ohms)
$Z'$	=	Componente real de la Impedancia
$Z''$	=	Componente imaginario de la Impedancia

## Griegas

$\varepsilon_G$	=	Fracción vacío
$\varepsilon_L$	=	Fracción de líquido
$\rho$	=	Densidad
$\sigma$	=	Tensión superficial
$\mu$	=	Viscosidad
$\mu_x(t)$	=	Media
$\tau$	=	retardo o tiempo de tránsito
$\hat{\Gamma}_{xy}$	=	Estimación empírica de coherencia
$\hat{\phi}$	=	Estimación empírica de la fase
$\rho_{xy}$	=	Coefficiente de correlación cruzada
$\omega$	=	Frecuencia angular.
$\theta$	=	Ángulo de fase.
$\gamma$	=	conductividad eléctrica.

$\epsilon$  = constante dieléctrica.

## Subíndices

$GS$  = Flujo superficial de gas sólo en tuberías

$LS$  = Flujo superficial de líquido sólo en tuberías

$G$  = Gas o Gas en burbuja de Taylor

$L$  = Líquido

$M$  = Mezcla de líquido y gas

$C$  = Columna

$s$  = Tapón o bala

$j$  = Entrada

$o$  = Salida

$df$  = sistema bifásico

$w$  = agua

$av$  = Promedio

## Símbolos Matemáticos

$\Delta t$  = Retardo

## Números Adimensionales

$$Fr = \frac{U_M}{\sqrt{gD}}$$

# Resumen

Los sistemas multifásicos tienen un rol muy importante en la industria, estos sistemas tienen entre dos y tres fases presentes. Las columnas de burbujas son equipos en los cuales se ponen en contacto dos fases, por ejemplo: gas-sólido, líquido-líquido, sólido-líquido y gas-líquido, y en algunos casos gas-líquido-sólido. El sistema que tiene más aplicaciones en la industria es el sistema bifásico gas-líquido, la aplicación de este sistema en particular está relacionado al transporte de estas dos fases, la cantidad de variantes en la configuración del sistema depende de la longitud, diámetro, velocidades de flujo, ángulo de inclinación y dirección de flujo. En general, la complejidad de este flujo es tan grande que los métodos de diseño dependen en gran medida de un análisis del comportamiento de estos flujos en la práctica, y hasta cierto punto el sistema bifásico está limitado por las predicciones teóricas. Los fenómenos que acontecen son variados, uno de los más importantes es el comportamiento ondulatorio, en esta rama se estudian las ondas de fracción volumen y las ondas de presión.

En este estudio se diseña, se caracteriza, se adecúa y se prueba un sistema de sensores de impedancia eléctrica (SIE) de tamaño variable, con el objetivo de obtener información experimental de la estructura ondulatoria de las señales generadas por el flujo ascendente en dos fases: burbujas de aire en agua. La experimentación se llevó a cabo en una columna vertical transparente de 5 cm de diámetro y de 50 cm de longitud. El sensor está hecho en un tramo de columna donde se ha colocado en la pared el conjun-

to de láminas sin alterar la geometría interna. El sensor tiene dos secciones con 50 láminas de acero inoxidable y su superficie se expone al flujo de la mezcla bifásica. Cada lámina tiene 1 mm longitud axial y está separada por un aislante, ambos hacen un pequeño arco con el diámetro de la columna el cual cubre un ángulo de  $\frac{\pi}{4}$  radianes. Ambas secciones poseen una lámina opuesta, esta tiene una longitud tal que se extiende axialmente para cubrir con el conjunto completo de las laminillas, estas también abarcan un ángulo de  $\frac{\pi}{4}$  radianes con el mismo diámetro de la columna.

Se propusieron dos circuitos como acondicionadores primarios de señal para la medición de la fracción volumen de gas: un transductor con divisor de voltaje (TDV) y un transductor con un amplificador operacional no-inversor (TAO). Se realizó un barrido en frecuencia para caracterizar al SIE, esta mostró dos intervalos de comportamiento: uno resistivo y uno capacitivo. Se realizaron pruebas con agua y un objeto sólido que simuló la fase gas a través del sensor con 50, 24 y 12 láminas, los resultados mostraron la ventaja al utilizar el TAO, sin embargo ambos circuitos concuerdan en los resultados del análisis estadístico de la frecuencia para el paso del objeto a través del sensor. Con el TDV se desarrollaron dos modelos en la impedancia, y con base en los datos experimentales se encontró que la impedancia del sistema multifásico tiene una conexión en serie de sus dos componentes equivalentes a una resistencia y a un capacitor. Se estudió el efecto del tamaño del sensor, los resultados muestran que el sistema tiende a aumentar el valor de su resistencia y que el valor de la capacitancia disminuye cuando el tamaño de sensor disminuye. Se desarrolló el acondicionamiento secundario para la obtención de las fluctuaciones de la fracción volumen de gas.

A través de un análisis de estacionariedad en las señales obtenidas, se determinó el número mínimo de datos para poder analizar las características ondulatorias del sistema multifásico de estudio en el dominio de la frecuencia. Las señales de ondas de fracción volumen se analizaron por casos, se demostró que la suma de dos señales contiguas con dos electrodos de la mitad de

tamaño (25 láminas), es equivalente a una señal proveniente de un electrodo de tamaño entero (50 láminas). Por otro lado, se realizó simultáneamente el análisis ondulatorio de señales y de video para componentes de frecuencia; los resultados mostraron la asociación de los picos obtenidos en la densidad de potencia espectral con el patrón de flujo observado.

# Introducción

El objetivo de esta sección es proporcionar las bases de estudio presentando algunos de los temas más importantes, señalar las relaciones que hay con otros trabajos, identificar la terminología que se usará, así como los alcances de la tesis. La sección inicia con la descripción básica de los flujos multifásicos, continua después con la descripción del sistema multifásico gas-líquido, aquí se abordará brevemente los estudios pertinentes realizados en este sistema. Después, se mencionan las técnicas de medición para los flujos multifásicos y luego se menciona sobre la experimentación en columnas de burbujeo. Se definen algunos términos relacionados a la impedancia eléctrica y los sensores. También se discute como los modelos matemáticos deben de estar asociados a la información experimental. Finalmente, el planteamiento del problema, los objetivos y la estructura de la tesis.

## Sistemas multifásicos

Tanto la industria petrolera como la química afrontan diferentes problemáticas relacionadas al flujo de fluidos en sistemas de tuberías, en particular el flujo de fluidos con diferentes fases. Los reactores utilizados en la industria química y en la industria biotecnológica involucran la interacción de fluidos complejos, con dos y hasta tres fases. La aplicación de los fenómenos del flujo multifásico se encuentran en (Ishii & Hibiki (2006)): sistemas de potencia, sistemas de transporte, sistemas que involucran la transferencia de

calor, sistemas que involucran la transferencia de masa, algunas operaciones unitarias en los procesos, etc.

La investigación de los flujos multifásicos se lleva a cabo en todo el mundo por una gran diversidad de científicos con diversos orígenes, así como también de ingenieros en sus diversas ramas: la mecánica, la nuclear, la química, la civil, la petrolera y las disciplinas ambientales, entre otras.

Se puede definir en general al flujo multifásico como el paso simultáneo de una corriente compuesta por dos o más fases en un sistema, por ejemplo en un conducto, así como también en un medio poroso. Estos flujos dependen en gran medida de la naturaleza de los constituyentes y de su distribución relativa.

Las fases presentes en un flujo multifásico se componen de sólidos, líquidos y gases. La fase sólida normalmente se encuentra en forma de partículas relativamente pequeñas, esta fase no es compresible y su interfaz no se deforma con los fluidos circundantes. La fase líquida es muy poco compresible, pero su interfaz es deformable con las otras fases. La fase gas es compresible y deformable. Los flujos bifásicos son la clase más común de flujos multifásicos, estos comprenden de las fases: gas-sólido, líquido-líquido, sólido-líquido y gas-líquido.

## Sistema multifásico gas-líquido

El sistema bifásico gas-líquido es el de mayor importancia industrial con una amplia aplicación. El transporte de estas fases a través de conductos fue estudiada por Wallis (1969); Galaup (1976); Taitel et al. (1980); Shah et al. (1982); Bernier (1982); Delhaye (1983); Wang et al. (1988, 1991); y otros, donde el régimen o patrón de flujo fue uno de los principales objetivos de estudio. El término *patrón de flujo* o *régimen de flujo* es referido a la interacción, el comportamiento y la forma que tienen las distintas interfaces de la mezcla multifásica.

Los conductos de transporte pueden ser tuberías con características específicas: orientación (horizontal, vertical o ángulo de inclinación), diámetro, material y dirección del flujo bifásico (ascendente o descendente). La columna de burbujeo se utiliza para el estudio de los patrones de flujo y de los fenómenos que ocurren por el transporte de las dos fases, por ejemplo: ondas de fracción volumen (Micaelli, 1982; Pauchon & Banerjee, 1986; Tournaire, 1987; Wang et al., 1988; Jabardo & Bouré, 1989; Ma et al., 1991; Costigan & Whalley, 1997b), ondas de sonido (Nguyen et al., 1981; Jones et al., 1986; Costigan & Whalley, 1997a), ondas de presión (Letzel et al., 1997; Lee et al., 1998; Wang et al., 2000; Rodríguez, 2006), estabilidad de los patrones (Bernier, 1982), entre otros. Dentro de las columnas de burbujas están consideradas las tuberías verticales con flujo ascendente en dos fases, la diferencia entre las columnas y las tuberías son los tipos de patrones de flujo que pueden acontecer, esto es debido a la interacción de las fases con la pared. Básicamente se aceptan cuatro patrones en las tuberías verticales con flujo gas-líquido ascendente: el flujo burbuja, el flujo intermitente, el batido y el anular.

En el flujo simultáneo de gas y líquido, la principal complicación es la existencia de la interfase deformable, cuya forma y distribución son de importancia crítica en la determinación de las características del flujo. Por otro lado, los efectos de tensión superficial son la causa de una tendencia hacia la formación de interfases curvas que, para pequeñas burbujas, conducen a formas aproximadamente esféricas en la fase discontinua. El problema existente en los procesos de la industria está situada en el transporte fluidos con varias fases a través de tuberías, también está en el diseño de equipo tal como: columnas de burbujeo, reactores Airlift, boilers, condensadores, torres de destilación, torres de absorción, entre otros. Hay otras complicaciones considerables en describir y cuantificar la naturaleza del flujo con la presencia de estas dos fases, en comparación con las de una sola fase. Por ejemplo, la falta de conocimiento de las velocidades puntuales en las fases individuales hace

que sea imposible dar una imagen real de la distribución de la velocidad.

Cuando la mezcla gas-líquido fluye a altas velocidades surgen graves problemas, por ejemplo la erosión. Por lo tanto, es necesario tomar en cuenta los problemas que se podrán presentar al momento de diseñar un equipo y así evitar daños. Los mapas de patrones de flujo ayudan a comprender el comportamiento del flujo multifásico, estos mapas son generados a partir de datos experimentales (Rohuani & Shoal, 1983) y también de algunos modelos matemáticos (Taitel et al., 1980).

Los patrones de flujo son importantes por sí mismos, algunos de estos tienen un comportamiento con grandes fluctuaciones de presión que pueden ocasionar daños importantes al equipo, además son importantes porque intervienen en los fenómenos de transferencia de calor y masa. Así, el primer paso en el estudio del flujo en dos fases usualmente es determinar el dominio del patrón de flujo. Esto requiere de comprender los mecanismos que influyen en la transición entre patrones. Los mecanismos de transición entre patrones de flujo dependen de algunos parámetros como: propiedades físicas de los fluidos, diámetro y longitud de la tubería y de las tasas de flujo. Por ejemplo, la transición entre el patrón de flujo burbuja y el patrón de flujo intermitente está dado por una perturbación en la velocidad superficial de gas, esto es; el aumento considerable en la velocidad de la fase gas provoca un aumento en la densidad (número de las burbujas) y se alcanza un punto en el cual las burbujas dispersas llegan a estar más próximas, lo cual resulta en muchas colisiones aumentando grandemente la aglomeración y coalescencia de burbujas, dando paso a las burbujas de Taylor y al cambio de patrón de flujo. Las ondas son las perturbaciones físicas del sistema y estas tienden a propagar cambios continuos en algunas de las variables a través del medio, teniendo entonces influencia en las transiciones de flujo. El estudio teórico de estas ondas se da a través del análisis de estabilidad lineal (Lahey, 1991; León-Becerril & Liné, 2001); donde la predicción en la velocidad de propagación de la onda y las condiciones de estabilidad, son algunos de los resultados

arrojados por este análisis.

## Medición y experimentación en los sistemas multifásicos

El trabajo de la instrumentación se puede mirar de dos maneras (Boyes, 2010): por *técnicas* o por *aplicaciones*. Cuando se considera a la instrumentación como técnica, se estudia un campo científico, como la radiactividad o la conductancia, y entonces se buscan todas las formas en las cuales estas mediciones puedan ser útiles. Cuando se considera a la instrumentación como aplicación, se cubren diversas técnicas para medir una cantidad en particular. Falcone et al. (2009) han clasificado en cinco las técnicas de medición en sistemas de flujo multifásico: medición de densidad, medición de velocidad, medición del flux de momento, medición del flux de masa y análisis elemental. Estas técnicas fueron utilizadas para medir la densidad y velocidad de la mezcla, la fracción volumen, el flujo másico y volumétrico de la mezcla, la concentración, la distribución y el área promedio de las fases. Los sensores de los instrumentos utilizados aquí, se valen de las características físicas, químicas y/o eléctricas de las fases para obtener estas medidas. Por otro lado, las técnicas de medición pueden ser invasivas o no-invasivas, se prefiere las no-invasivas ya que los sensores no alteran el sistema de flujo multifásico, Wang et al. (1988) divide los métodos de medición en dos tipos: **Observación Directa** y **Observación Indirecta**, las mediciones de observación indirecta requieren de tratamiento estadístico para obtener información específica del fenómeno a estudiar.

La experimentación en columnas de burbujas se basa en la medición de variables como: tasas de flujo, presión, temperatura y las fracciones volumen. Los dispositivos experimentales para la medición de ondas, tales como: los sensores de impedancia eléctrica, los sensores de presión, los de rayos gamma, los de rayos X, entre otros, son usados para medir algún parámetro estructural

o energético relacionado estrechamente con la distribución de la fase o la estructura del flujo, las señales capturadas por estos dispositivos se tratan estadísticamente para obtener la información de las ondas en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia, por ejemplo se utiliza: la autocorrelación, la correlación cruzada, la densidad auto-espectral y la densidad espectral cruzada.

La *presión* y la *fracción volumen de gas* son dos de las principales variables que se estudian en columnas de burbujas, porque estas variables son utilizadas para corroborar modelos dinámicos. Cada investigador obtiene estas variables a través de instrumentos con características particulares. Por ejemplo, la fracción volumen se obtiene por observación indirecta a través de la impedancia eléctrica de la mezcla bifásica, donde cada investigador desarrolla su propio instrumento de forma distinta, por que los sensores de los instrumentos tienen características distintas, como: la geométrica (forma y tamaño), la cantidad de electrodos, el modo de medición (conductivo y/o capacitivo) y las condiciones de operación (frecuencia de excitación) (Wu et al., 2015; Ceccio & George, 1996).

Olsen (1967) realizó un estudio sobre el método de impedancia y el diseño de electrodos en su sensor. Sus electrodos fueron invasivos y concluyó que el mejor tipo de electrodo deberá ser un anillo concéntrico para la aplicación de un campo fijo. Actualmente los electrodos son montados sobre las paredes de los conductos, estos se pueden clasificar en dos tipos de electrodos: electrodos tipo anillo y electrodos tipo tira-rectangular. Bernier (1982) y Micaelli (1982) diseñaron un sistema de medición por impedancia eléctrica, donde los electrodos de geometría cuadrada fueron montados sobre la pared del conducto con el objetivo de medir la propagación de ondas de fracción volumen, tanto naturales como inducidas.

## Impedancia eléctrica, sensores y acondicionamiento de señal

La impedancia es una propiedad que se utiliza para caracterizar circuitos, componentes y materiales utilizados para fabricar componentes electrónicos. También se utiliza como parámetro para representar conexiones entre la conductancia y la reactancia (la reactancia puede tomar dos formas: la inductiva y la capacitiva). Para dispositivos o circuitos eléctricos, la impedancia se define como la oposición total al flujo de una corriente alterna a una frecuencia de excitación dada, Ceccio & George (1996) menciona que el intervalo de la frecuencia de operación para la impedancia eléctrica en un sistema aire-agua es de 5 kHz a 5MHz.

Un sensor es el elemento primario que está en contacto con la variable de interés que se desea medir, el sensor es el encargado de convertir el parámetro físico o químico en un fenómeno eléctrico. Por otro lado, el transductor modifica la señal del sensor para transformarla en una cantidad medible. El sensor y el transductor forman parte de un instrumento de medición, ambos son elementos que acondicionan la señal de la variable de física o química para que pueda ser medible.

Se entiende por acondicionador de señal a las operaciones que electrónicamente hay que realizar sobre una señal para adecuarla a los niveles de voltaje que acepta la tarjeta de adquisición de datos. Su función es adaptar la señal que recibe del sensor, amplificándola, linealizándola, filtrándola, etc. Los acondicionadores de señal hacen uso de capacitancias, inductancias y resistencias para que lleven a cabo su propósito. Es frecuente encontrar elementos pasivos colocados entre el sensor y la entrada de una tarjeta de adquisición de datos para producir un cierto tipo de acondicionamiento de la señal.

Los resistores son utilizados para limitar corrientes, reducir voltajes y también como divisores de voltaje. Este último se utiliza para pasar de un determinado valor de voltaje a otro menor. Por otro lado, un capacitor es

un componente que cuando se le aplica una diferencia de potencial este se cargará eléctricamente, si el condensador se conecta a una fuente de corriente continua el capacitor se cargará completamente y dejará circular corriente, si el condensador se conecta a una fuente de corriente alterna, este se cargará y descargará de acuerdo al semiciclo de voltaje alterno. Los capacitores presentan una reactancia capacitiva con la corriente alterna, la cual se puede interpretar como una resistencia óhmica al paso de dicha corriente alterna. Esta reactancia capacitiva es función inversa de la frecuencia y de la capacidad del capacitor, es decir, si la frecuencia es muy elevada la reactancia capacitiva o la resistencia tiende a cero, igualmente sucede si se incrementa el valor de la capacitancia.

Otro tipo de acondicionamiento es el proporcionado por un amplificador operacional, este puede modificar el tipo de señal de respuesta por medio de la realimentación. Por ejemplo, si un sensor tiene una salida en milivolts y cuya salida de impedancia de salida es muy alta, es necesario conectar a un amplificador operacional para dar ganancia a la señal y llevar a un nivel de voltaje adecuado para su adquisición.

## **Modelos matemáticos asociados a los sistemas multifásicos**

Los modelos dinámicos que se han propuesto parten de las ecuaciones locales instantáneas y de algún método de promediado (por ejemplo: promedio por una función-peso (Anderson & Jackson, 1967; Sirignano, 2005), promedio espacial (Whitaker, 1999), promedio temporal (Valencia, 2001), promedio espacio-temporal (Sánchez, 2003)), al desarrollar el método de promedio las ecuaciones se restringen a ciertas escalas de acuerdo al volumen de promedio propuesto, los límites del modelo generalmente no son dichas por el autor y frecuentemente son aplicadas a sistemas que no cumplen con estas restricciones. Cada promedio tiene sus ventajas y desventajas, pero en el caso

donde el promediar conduzca a resultados sin sentido físico es probablemente una indicación de que el promediado no lleve a una adecuada descripción del comportamiento físico del sistema y consecuentemente las cerraduras en términos de las variables promediadas no sean las adecuadas. Claramente se desea comparar la teoría y los hechos experimentales para probar que la teoría funciona, entonces uno necesita que las variables teóricas dependientes sean idénticas a las cantidades medidas en el laboratorio. Baveye & Sposito (1984) consideraron este problema, en su publicación tratan primero con el proceso de flujo en dos fases en un medio poroso, Baveye y Sposito notaron que la solución es muy simple, sólo se necesita elegir la función peso que coincida o se asemeje a las características de la medición de experimental con el fin de obtener dos cosas: primero, una correspondencia entre la variable dependiente y la correspondiente cantidad medida en el laboratorio y segundo, una precisa definición de la zona de influencia correspondiente al volumen promediante. Maneval et al. (1990) por medio del método propuesto por Baveye & Sposito (1984) incorporó detalles de las mediciones experimentales de un sistema de tres fases dentro su análisis teórico, esto pudo obtener al determinar experimentalmente la función peso de su sistema de medición, así las variables promediadas tienen la correspondencia a las cantidades que efectivamente son medidas con los aparatos de laboratorio.

## Planteamiento del problema

La presencia de múltiples fases en diversas áreas de la industria da paso a numerosos problemas teóricos y experimentales. Las ondas generadas en el sistema gas-líquido son motivo de estudio para varios investigadores, pues las ondas juegan un papel importante en el comportamiento de cada patrón de flujo en las columnas de burbujas, por lo tanto, estas ondas determinan relaciones importantes entre el diseño, el modelado y su corroboración experimental.

En las últimas tres décadas se han desarrollado modelos matemáticos y dispositivos de medición para el estudio de ondas de presión y ondas de fracción vacío (Ishii, 1975; Pauchon & Banerjee, 1986; Lahey, 1991; Ma et al., 1991; Soria, 1991; Drahoš et al., 1991; Paredes, 1998; Sánchez, 2003; Rodríguez, 2006). Desde el punto de vista teórico, el problema se encuentra en la derivación y verificación del conjunto de ecuaciones gobernantes de conservación de masa, momentum y energía. Estas ecuaciones o modelos matemáticos se desarrollan utilizando métodos de promedio con distintos operadores promedio (funciones peso, espaciales, temporales y/o espacio-temporales). Todos estos métodos de promedios son rigurosamente o no aplicados para obtener la forma final de las ecuaciones generales de transporte. Las restricciones (que involucran tiempo, longitudes de escala o ambas del proceso en estudio) dan paso a la generación de términos adicionales difíciles de resolver, y a veces las conclusiones obtenidas no son del todo satisfactorias a causa de estas restricciones y propiamente del método aplicado. Por otro lado, estos modelos no abordan el problema de la correspondencia entre las variables medidas experimentalmente y las variables utilizadas en los modelos, esto da plena justificación a desarrollar un modelo promediado con este propósito.

Desde el punto de vista experimental, el problema se encuentra en la dificultad de hacer y de interpretar las mediciones en el sistema multifásico de estudio. El grado de sutileza presente en el análisis teórico del sistema multifásico no está disponible en el análisis experimental, así hay dificultad de proporcionar una prueba fiable de la predicción teórica. Los métodos experimentales que alteran o que eliminan muestras de la medición, tienen como consecuencia una limitada conclusión. A causa de esto hay una necesidad general de mejorar la técnica e interpretación de las mediciones en los sistemas multifásicos. Los dispositivos de medición tienen diferentes arreglos geométricos, sensibilidades y tiempos de respuesta, estos parámetros dan lugar a una determinada región de influencia. Particularmente, la determinación experimental para encontrar la región de influencia requiere de resolver problemas

asociados con: la sensibilidad y el acondicionamiento de la señal; el tiempo de respuesta, el tamaño y disposición geométrica de los sensores; parámetros de operación tales como la frecuencia de excitación y la frecuencia de muestreo. Esto ocurre en la determinación de señales de presión con transductores piezoeléctricos (Rodríguez, 2006; Drahoš & Čermák, 1989; Letzel et al., 1997) y con las señales de fracción volumen con sensores de impedancia eléctrica (Olsen, 1967; Bernier, 1982; Micaelli, 1982). Sin embargo, las señales de presión y las de fracción volumen son la información original con la cual se deben contrastar los modelos dinámicos de las columnas de burbujeo. Dichos modelos, por lo tanto, deben ser elaborados de manera que las variables dependientes (presión y fracción volumen) correspondan a las mediciones, es decir, que las definiciones de las variables promediadas correspondan a las cantidades que efectivamente son medidas con los aparatos de laboratorio.

## Objetivo general de la tesis

Generar criterios para diseñar y caracterizar sensores de impedancia eléctrica, para obtener información ondulatoria de la fracción volumen de gas en columnas de burbujeo.

## Objetivos particulares

1. Diseñar, construir y probar opciones, elegir y caracterizar un sistema electrónico para medir la fracción volumen de gas a través de una región de diversos tamaños en una columna de burbujeo por un sensor de impedancia eléctrica.
2. Determinar las regiones de influencia en las mediciones de la fracción volumen de gas con sensores de impedancia eléctrica con electrodos de varios tamaños en una columna de burbujas.

3. Establecer relaciones entre el tamaño del electrodo del sensor de impedancia eléctrica, las características de las series de tiempo y las componentes ondulatorias que resultan del tratamiento de los datos experimentales del sistema bifásico aire-agua.

## Estructura de la tesis

Este documento está dividido en tres partes: Marco Teórico, Técnica Experimental y Resultados. El siguiente listado ofrece una breve descripción de cada capítulo de esta tesis:

### Parte I Marco Teórico.

**Capítulo 1** muestra una revisión general sobre tuberías verticales, horizontales y columnas de burbujeo con flujo en dos fases.

**Capítulo 2** da una breve revisión sobre ondas en sistemas multifásicos.

**Capítulo 3** da una revisión sobre sensores: definiciones, tipos, acondicionamiento y los antecedentes relacionados a la medición de la fracción volumen de gas en el sistema multifásico.

### Parte II Técnica Experimental.

**Capítulo 4** describe el sistema experimental y proporciona una descripción detallada sobre el sistema medición, el procesamiento analógico y la adquisición de datos.

**Capítulo 5** describe los métodos estadísticos de estimación para las observaciones indirectas de fracción volumen de gas. Además, aporta las bases para el análisis en el dominio del tiempo y el análisis en el dominio de la frecuencia.

### Parte III Resultados.

**Capítulo 6** expone los resultados de la caracterización y el diseño del sistema electrónico de medición de las señales de impedancia eléctrica de la fracción volumen de gas en el sistema bifásico aire-agua.

**Capítulo 7** expone los resultados de la implementación del sensor de impedancia, describe los estudios sobre el tamaño del electrodo y su zona de influencia, así como también proporciona información experimental del comportamiento ondulatorio de la fracción volumen para establecer la relación entre el tamaño de electrodo y las componentes ondulatorias de la fracción volumen.

**Capítulo 8** se dan las conclusiones y las sugerencias para trabajos futuros.

#### **Apéndices.**

**Apéndice A** describe los modelos de flujo bifásico con funciones de transferencia.

**Apéndice B** describe todos los comandos usados en el software de MatLab.

**Apéndice C** describe las rutinas usadas en el software de MatLab.



# Parte I

## Marco Teórico

# Capítulo 1

## Estado del arte

Es muy importante conocer a fondo el sistema que se está estudiando. En este capítulo trata la descripción cualitativa de las columnas de burbujeo, así como también de tuberías con flujo en dos fases. Se pone énfasis en las subsecuentes secciones para la comprensión del sistema en estudio.

### 1.1. Flujo en dos fases

Una *fase* es simplemente un estado de la materia, esta puede ser gas, líquido o sólido. El flujo en dos fases es simplemente el flujo simultáneo de las dos fases. El flujo en dos fases está presente en un amplio rango de aplicaciones industriales; por ejemplo, la mayoría de los intercambiadores de calor industriales involucran el flujo en dos fases.

#### 1.1.1. Aplicaciones

Es beneficioso mencionar aquí algunas aplicaciones de las diferentes formas en las que se presenta el flujo en dos fases:

**Sistema gas-líquido** Este sistema involucra flujo simultáneo de gas y líquido; se encuentra en una amplia variedad de procesos tales como el

químico, petrolero y otros relacionados con la industria. Aquí, el problema existente está sobre el transporte de la mezcla gas-líquido en tuberías y también está en el diseño de equipo tal como boilers, condensadores, torres de destilación y torres de absorción.

**Sistema gas-sólido** El flujo de sólidos suspendidos en tuberías es importante en sistemas de combustión y transporte neumático. Los lechos fluidizados son unos de los más importantes, particularmente para la combustión de sólidos combustibles.

**Sistema líquido-líquido** Este sistema encuentra aplicación en la preparación y flujo de emulsiones y en la transferencia de masa por extracción líquido-líquido.

**Flujo líquido-sólido** Este tipo de flujo es encontrado en el transporte hidráulico de materiales sólidos y en sistemas líquido-sólido que son de gran importancia en una amplia variedad de procesos de extracción metalúrgica.

Podemos observar en este breve listado, el flujo en dos fases no es estrictamente restringido a sistemas en un sólo conducto de flujo, pero también se incluye una amplia variedad de alternativas geométricas tales como tanques agitados, la coraza de los intercambiadores de calor, lechos empacados, etc.

### 1.1.2. Naturaleza física del flujo en dos fases

Para los flujos gas-líquido y líquido-líquido, la principal complicación característica es la existencia de la interfase deformable, cuya forma y distribución son de importancia crítica en la determinación de las características del flujo. En el caso de los sistemas líquido-sólido y gas-sólido, las interfases no son deformables, pero sus flujos son complejos, mientras que la distribución de la fase sólida dentro de una fase continua es generalmente desconocida así como también los detalles de las interacciones locales en las fases.

En los conductos de flujo, las interacciones específicas de las respectivas fases en las paredes de estos conductos, son de considerable importancia en el patrón de flujo gobernante y la distribución de la fase. En los flujos gas-líquido y líquido-líquido, la presencia de agentes superficiales (por ejemplo la rugosidad en la tubería) frecuentemente puede afectar de manera crítica el comportamiento del flujo.

Afortunadamente, para flujos con interfase deformable, los efectos de tensión superficial son la causa de una tendencia hacia la formación de interfases curvas que, para pequeñas burbujas y gotas, conducen a formas elementales en la fase discontinua, siendo aproximadamente esféricas. Esto, combinado con otros factores, conduce a la posibilidad de una categorización del flujo natural de ambas fases que son comúnmente llamados “patrones de flujo” o “régimen de flujo” (Hewitt, 1978).

### **1.1.3. Patrones de flujo**

En la sección anterior se describe cómo se forman los patrones de flujo. El papel que juega un patrón de flujo es el describir el arreglo morfológico <sup>1</sup> del flujo de las fases.

El patrón de flujo es frecuentemente observado de manera visual o fotográfica pero, no es adecuado para definir completamente un régimen por los criterios de distinción, tal como la diferencia entre flujo laminar y flujo turbulento o la importancia relativa de varias fuerzas. Para mantener una terminología manejable, se restringe de manera simple la clasificación de los patrones de flujo (por ejemplo burbuja, intermitente, anular). Los patrones híbridos usualmente representan una región de transición de un patrón a otro, son denotados por la unión de un guión (por ejemplo intermitente–anular y anular-neblina). Algunos sinónimos (por ejemplo “goteo” o “llovizna” en lugar de neblina) pueden ser usados cuando hay repetición de una simple palabra y ésta llega a ser monótona.

---

<sup>1</sup>La morfología es el estudio de las formas.

Un ejemplo de la complejidad del flujo en dos fases lo podemos ver en la Figura 1.1, la cual muestra los diferentes patrones de flujo en tuberías.

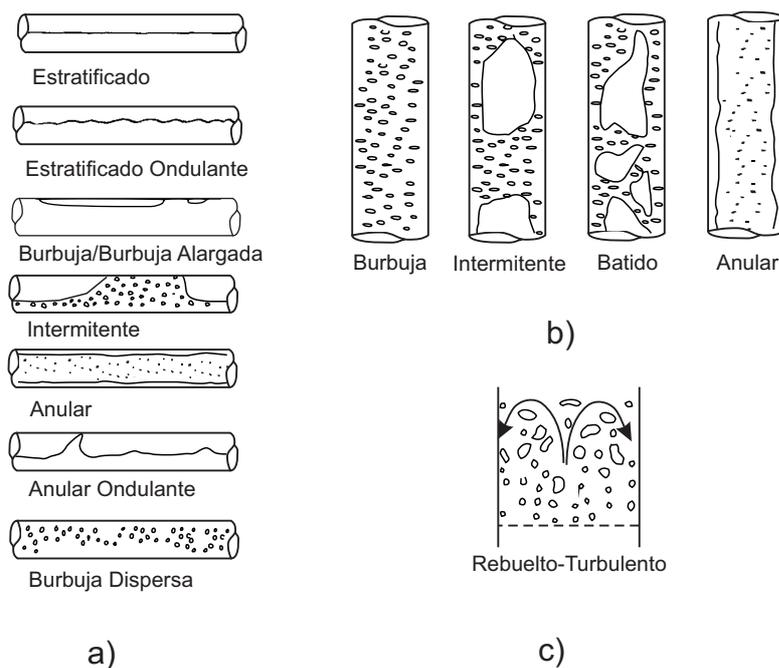


Figura 1.1: Patrones de flujo a) Tubería horizontal b) Tubería vertical c) Columna de burbujeo (Drahoš & Čermák, 1989).

Convencionalmente, los patrones de flujo se han identificado a partir de observaciones visuales o fotográficas, estos métodos no mostraron aceptación para definir al patrón de flujo objetivamente, debido a la complicada naturaleza de sus interfaces. Se han propuesto otros métodos en el intento de clasificar a los patrones de flujo de una manera más objetiva, actualmente se usan señales de variables características obtenidas de dispositivos inmersos en el flujo de dos fases, señales como las fluctuaciones de la fracción volumen de gas (Song et al., 1995) o las fluctuaciones de presión (Rodríguez, 2006), porque estas reflejan la configuración de flujo. Se han realizado el análisis de las fluctuaciones mediante el uso de métodos estadísticos como la trans-

formada rápida de Fourier con la intención de correlacionar la señal con los fenómenos observados en el flujo multifásico. Los picos característicos obtenidos de la serie de tiempo y la forma de la función de la densidad de potencia de espectral (DPE) se han utilizado previamente para identificar el patrón de flujo (Nguyen et al., 2010; Rodríguez, 2006; Costigan & Whalley, 1997b; Ma et al., 1991; Wang et al., 1991, 1988).

#### **1.1.4. Mapas de patrones de flujo**

Numerosos autores han presentado mapas de patrones de flujo; estos mapas muestran las diferentes áreas o regiones en las cuales se desarrolla un patrón de flujo. Es importante saber que estos mapas son elaborados de forma experimental. Estos gráficos están representados con dos coordenadas independientes. Una amplia variedad de sistemas coordenados se han usado para este mapeo, se incluyen grupos de números adimensionales y dimensionales, donde el investigador selecciona el par números a estudiar.

Se han sugerido mapas basados en coordenadas adimensionales, con la idea que cuando estos sean trazados, el experimento pueda ser válido en otras condiciones, tales como el tamaño de tubería y las propiedades de los fluidos (Spedding & Nguyen, 1980).

El problema central sobre el uso de coordenadas adimensionales es la adecuada selección de los grupos disponibles. Una manera de obtener estos grupos es a través de un análisis dimensional, aunque este método se basa en suponer las dimensiones más importantes, la influencia de alguna que no se considere puede proporcionar información incompleta. Por lo tanto, no hay certeza de que algún conjunto de dos números caracterizarán todos los patrones y sus transiciones (Rohuani & Shoal, 1983).

Por otro lado, los mapas trazados con coordenadas dimensionales (velocidades superficiales de ambas fases, flux de momento superficial, etc.) tienen el inconveniente de depender de las propiedades físicas de los fluidos y del tamaño de la tubería, por lo cual, no hay razón para esperar que la localización

de algún patrón, dentro del mapa, se mantenga igual al cambiar las variables con las cuales se han trazado, por ejemplo temperatura (Shah et al., 1982).

## 1.2. Hidrodinámica de columnas de burbujeo

Muchos dispositivos de contacto gas-líquido son ampliamente usados en la industria química: reactores levantados por aire (airlift), columnas de burbujeo, tuberías de flujo, etc. Una de las geometrías preferidas y más usada en la industria es la cilíndrica, tal como la columna vertical. El reactor de columna de burbujas de gas-líquido, así como gas-líquido-sólido, son utilizadas extensamente. Este reactor se prefiere por tener varias ventajas con respecto a otros: es simple de operar, bajo costo de operación y facilidad con que el tiempo de residencia del líquido puede ser variado (Shah et al., 1982).

### 1.2.1. Dinámica de burbujas

El tamaño, la distribución de tamaño, la velocidad de ascenso y los perfiles de velocidad de las burbujas tienen un soporte directo en el funcionamiento eficaz de la columna de burbujas (Shah et al., 1982).

Son muchos los métodos disponibles para determinar el tamaño de burbuja, tanto experimentales como teóricos (Vazquez et al., 2005; Shah et al., 1982). Las técnicas fotográficas son ampliamente usadas por su simplicidad. Otros métodos ópticos involucran dispersión, refracción y depolarización de luz. En las pasadas décadas, varias pruebas tales como la óptica, la acústica y la eléctrica han sido desarrolladas para determinar el tamaño de la burbuja (Shah et al., 1982; Vazquez et al., 2005).

La coalescencia es un fenómeno muy complejo. La coalescencia entre burbujas puede durar más que cierto tiempo crítico necesario para drenar la película de líquido que separa las burbujas. La coalescencia y la ruptura son procesos competitivos dado que modifican la distribución del tamaño de burbuja. Una dinámica de equilibrio en ambos procesos es algunas veces pro-

puesto como la causa final, equilibrio o máxima estabilidad del tamaño de burbuja (Soria, 1991).

La coalescencia es significativamente influenciada por las propiedades físicas del líquido. El rompimiento de burbujas es debido a disturbios en la interfase causadas por factores externos, principalmente las fuerzas turbulentas en el líquido. En sistemas con baja viscosidad de líquido es observado rompimiento de burbujas (Shah et al., 1982).

### 1.2.2. Fracción volumen de gas

La “Fracción volumen” es uno de los parámetros más importantes y característicos de la hidrodinámica de columnas de burbujas. La “Fracción volumen de gas”<sup>2</sup> se define como porción de gas en una unidad de mezcla multifásica, en otras palabras, la fracción volumen de gas es la relación entre el volumen de gas y el volumen total de la mezcla.

La fracción volumen de gas tiene varias aplicaciones prácticas, por ejemplo, la identificación del patrón de flujo predominante en un sistema de dos fases, la determinación del área interfacial si se conoce el diámetro de burbuja. También permite predecir las transiciones de los diferentes patrones de flujo así como la cantidad exacta de gas necesaria para algún proceso determinado, entre otras. La fracción volumen de gas depende principalmente de la velocidad superficial de gas y a menudo es muy sensible en las propiedades físicas del líquido (Shah et al., 1982).

Existen varios métodos para medir la fracción volumen en tuberías. Estos métodos se dividen en dos tipos (Wang et al., 1988):

1. **Observación Directa:** Los métodos de observación directa son todos aquellos en los cuales estamos observando de una manera directa el parámetro o variable que se desea medir, estos a su vez se dividen en dos: medición local y medición global.

---

<sup>2</sup>También llamada como *gas holdup* o *void fraction*.

- Local: Sonda de impedancia eléctrica, Electroresistividad (Galaup, 1976) y Fibra óptica (Galaup, 1976).
- Global: Visualización, Fotografía de alta velocidad, Cierre rápido de válvulas (Ma et al., 1991).

2. **Observación Indirecta:** Este método se basa usualmente en un análisis estadístico de las fluctuaciones características de los patrones en los sistemas de dos fases (Drahoš & Čermák, 1989).<sup>3</sup> Tomografía de impedancia eléctrica (George et al., 2000, 2001), Tomografía de densitometría por rayos gama ( $\gamma$ ) (George et al., 2000, 2001), Impedancia eléctrica (Watson & Hewitt, 1999; Wang et al., 1988, 1991) (Soria, 1991; Costigan & Whalley, 1997b; Cheng et al., 2002), Rayos-X, Ultrasonido, Presión diferencial (Ma et al., 1991), Señales de presión (Letzel et al., 1997; Drahoš & Čermák, 1989).

de esta clasificación generalmente se prefiere la observación directa.

### 1.2.3. Patrones de flujo en columnas de burbujeo

La hidrodinámica en las columnas de burbujeo depende en gran manera del patrón de flujo predominante, así como también algunas propiedades características como: la caída de presión, la fracción volumen de las distintas fases, las áreas interfaciales y los coeficientes de transferencia de calor y masa. Estos patrones de flujo ocurren en orden creciente de la velocidad de flujo de gas y del diámetro de columna (Ver Figura 1.2) (Deckwer & Schumpe, 1993):

1. Flujo Burbuja: Este régimen es característico por tener uniformidad en el tamaño de burbuja con igual distribución radial.
2. Revuelto-Turbulento o Régimen Heterogéneo: A altas velocidades de gas la dispersión homogénea no puede ser mantenida y un flujo inestable

---

<sup>3</sup>Las herramientas analíticas incluyen la autocorrelación, la densidad de potencia espectral (DPE), la correlación cruzada, etc.

ocurre. Este patrón de flujo es característico por su heterogeneidad en la cual se encuentran burbujas grandes moviéndose con alta velocidad en presencia de burbujas pequeñas. Estas burbujas toman la forma de un casquete esférico muy móvil y una interfase flexible.

3. Flujo Intermitente<sup>4</sup>: A diámetros pequeños de columna y altos flujos de gas, las burbujas grandes pueden ser estabilizadas por efecto de la pared y formar burbujas pistón. Estas burbujas pueden ser observadas en columnas con un diámetro menor a 0.15 m.

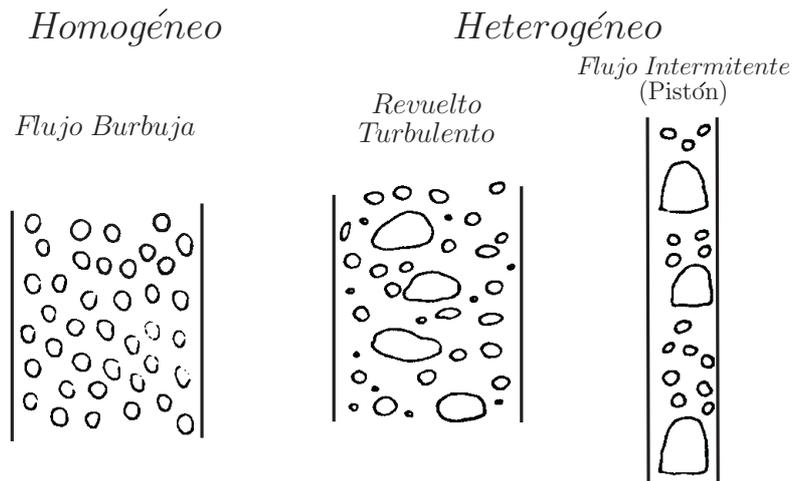


Figura 1.2: Patrones de flujo en columnas de burbujeo (Shah et al., 1982).

#### 1.2.4. Mapa de patrones de flujo en columnas de burbujas

La dependencia de los regímenes de flujo con el diámetro de columna y la velocidad de gas puede ser estimada aproximadamente por la Figura 1.3.

<sup>4</sup>También referido como pistón o tapón.

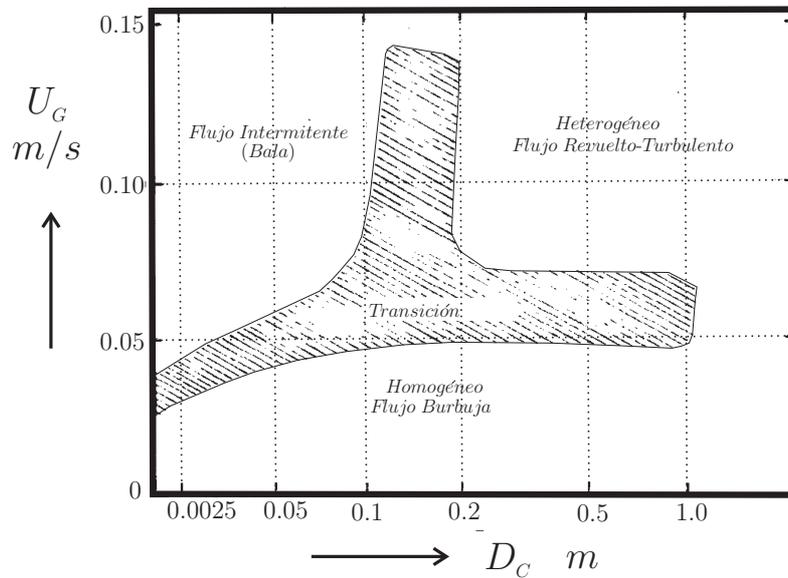


Figura 1.3: Dependencia aproximada del el régimen de flujo en columnas de burbujas con la velocidad del gas  $U_G$  y el diámetro de la columna  $D_C$  (Shah et al., 1982).

### 1.3. Hidrodinámica en tuberías gas-líquido

Cuando se mezclan flujos de gas y líquido en un conducto, las dos fases pueden distribuirse en una variedad de patrones (Taitel et al., 1980), donde la fase continua es el líquido y el gas es la fase discontinua. Los diferentes patrones de flujo son observados dependiendo de las tasas de flujo, si son a contracorriente o concurrente, por las propiedades de la tubería (por ejemplo posición de ángulo y tamaño) y por las propiedades físicas de los fluidos (viscosidad, densidad, tensión superficial, etc.) (Shah et al., 1982; Hewitt, 1978; Hewitt et al., 1986).

### 1.3.1. Patrones de flujo en tuberías verticales

Básicamente, se aceptan cuatro tipos de patrones de flujo para sistemas multifásicos gas-líquido en tuberías verticales (ver Figura 1.4): flujo burbuja, flujo intermitente, flujo batido y flujo anular (Taitel et al., 1980; Delhay, 1983; Hewitt, 1978; Hewitt et al., 1986):

**Flujo Burbuja** En el flujo burbuja la fase gas es más o menos uniforme en forma de burbujas discretas en la fase continua líquida.

**Flujo Intermitente** En el patrón de flujo intermitente, los dos fluidos se redistribuyen axialmente de manera que, en cualquier sección transversal, las tasas de flujo varían con el tiempo. El flujo de gas se convierte en “Burbujas de Taylor” estas burbujas son largas con la forma de bala con un diámetro casi igual al diámetro de la tubería. Estas ascienden uniformemente y son separadas por tapones de líquido conteniendo pequeñas burbujas. Entre la burbuja de Taylor y la pared de la tubería, el líquido desciende en forma de una película delgada.

**Flujo Batido** El flujo batido es algo similar al flujo intermitente, siendo mucho más caótico, espumoso y desordenado. La burbuja de Taylor se comienza a reducir y su forma es destruida. El tapón de líquido que separa a las burbujas de Taylor es repetidamente deformado por una alta concentración de gas, reduciendo la separación. Este líquido se acumula formando un puente y además es elevado por el gas. La característica del flujo batido es que el líquido es oscilatorio o la dirección de su movimiento es alternativo, es decir, ascendente y descendente.

**Flujo Anular** Se caracteriza por la continuidad en la dirección axial de la fase gas a lo largo del centro de la tubería. La fase líquida asciende en parte como película ondulada y parcialmente ingresa por el centro en forma de gotas.

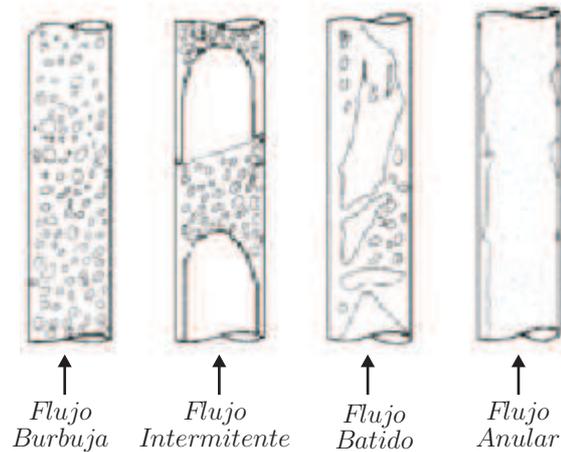


Figura 1.4: Patrones de flujo para tuberías verticales de 5 cm de diámetro (Taitel et al., 1980).

### 1.3.2. Mapa de patrones de flujo en tuberías verticales

En la sección 1.1.4 se mencionó la importancia de los mapas de flujo. Existe una amplia variedad de mapas de patrones de flujo para tuberías verticales y horizontales en la literatura (Hewitt, 1978; Hewitt et al., 1986). Es importante comprender que estos mapas proponen los límites de transición en un sistema de dos coordenadas dimensionales o adimensionales y son determinados de forma experimental (Taitel et al., 1980). La Figura 1.5 está referida a tuberías verticales a condiciones de  $25^{\circ}\text{C}$  y 101.325 kPa.

### 1.3.3. Mecanismos de transición

Los cuatro patrones de flujo que pueden observarse en tuberías verticales se han discutido e ilustrado en la sección 1.3.1 mencionando algunos de los mapas para predecir estas transiciones, los cuales son basados en la experimentación; algunos de estos mapas involucran algunas ideas basadas en la geometría del sistema. Para predecir las condiciones bajo las cuales la transición de flujo toma lugar, es necesario entender los mecanismos físicos

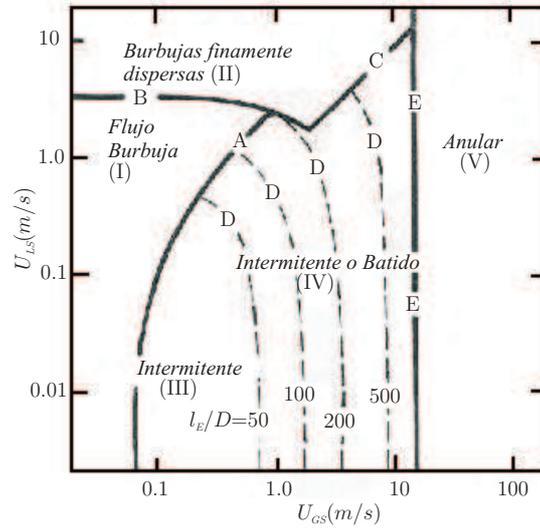


Figura 1.5: Mapa de patrones de flujo para tuberías de 5 cm de diámetro, aire-agua a  $25^{\circ}\text{C}$ , 101.325 kPa (Taitel et al., 1980)

sobre los cuales ocurre la transición. De esta manera la influencia de las propiedades del fluido y tamaño de la tubería (así como las velocidades de flujo) pueden ser consideradas en las ecuaciones resultantes. En la Tabla 1.1 se muestran algunos de los autores que han trabajado sobre mapas de patrones de flujo en tuberías verticales y las diferentes coordenadas que han utilizado.

#### 1.3.4. Patrones de flujo en tuberías horizontales

La mayoría de los patrones de flujo en tuberías horizontales e inclinadas presentan asimetría, esto debido al efecto de la gravedad en la fase con mayor densidad. La tendencia resultante de la estratificación hace que el líquido ocupe la parte inferior del tubo (fase pesada) y el gas parte superior (fase ligera). Los patrones de flujo en tuberías horizontales se describen en el siguiente listado de acuerdo a Rohuani & Shoal (1983):

Tabla 1.1: Mapas de patrones de flujo para flujo en dos fases gas-líquido en tuberías verticales (Dziubinski et al., 2004).

Autor	Año	Coordenadas	
		x	y
Govier et al.	1957	$\frac{U_{GS}}{U_{LS}}$	$U_L$
Griffith and Wallis	1961	$U_M$	$\varepsilon_L$
Hewill and Roberts	1969	$\rho_L U_{LS}^2$	$\rho_G U_{GS}^2$
Golan and Stenning	1969–1970	$U_{GS}$	$U_{LS}$
Oshinowo and Charles	1974	$\frac{Fr}{\left(\frac{\mu_L/\mu_{H_2O}}{\sqrt{\rho_L/\rho_{H_2O} \cdot (\sigma_L/\sigma_{H_2O})^3}}\right)}$	$\sqrt{\frac{U_{GS}}{U_{LS}}}$
Taitel et al.	1980	$U_{GS}$	$U_{LS}$
Speeding and Ngyuen	1980	$\frac{U_{LS}}{U_{GS}}$	$\frac{U_L^2}{g \cdot d}$
Barnea et al.	1982	$U_{GS}$	$U_{LS}$
Spisak	1986	$\frac{U_{GS}}{U_{LS}} \cdot \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_{air}} \cdot \frac{\rho_{H_2O}}{\rho_L}}$	$U_{LS} \cdot \sqrt{\frac{\rho_L}{\rho_{H_2O}}}$
Ulbrich	1989	$\frac{U_{GS}}{U_{LS}} \cdot \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_{air}} \cdot \frac{\rho_{H_2O}}{\rho_L}}$	$U_{LS} \cdot \sqrt{\frac{\rho_L}{\rho_{H_2O}}}$

**Flujo Estratificado** se define como un patrón donde el líquido fluye a lo largo de la parte inferior de la tubería y gas por la parte superior. Dos sub-patrones se pueden observar: ondulado suave y estratificada ondulatorio.

**Flujo Intermitente** el rasgo característico de éste flujo es la distribución axial no uniforme de la fase líquida en la tubería. Grandes paquetes de líquido son separados de la parte superior de la tubería por regiones de gas. Este patrón de flujo suele dividirse en dos sub-patrones: burbuja/burbuja alargada y tapón. El primero se caracteriza por una fase líquida homogénea y por una interfaz suave de gas-líquido; la estructura del flujo es irregular, burbujas tanto pequeñas como alargadas fluyen a lo largo de la parte superior de la tubería. El último sub-patrón es completamente aireado y la interfaz gas-líquido tiene una estructura turbulenta.

**Flujo Anular** el líquido forma un anillo que rodea al gas a alta velocidad y por lo general arrastra pequeñas gotas de líquido. En la interfaz gas-líquido existe una estructura de onda, donde la capa de líquido es más gruesa. Grandes olas parecen que bloquean el tubo momentáneamente. Este régimen se suele llamar el patrón de flujo anular ondulado.

**Flujo de burbuja dispersa** la fase líquida es continua axialmente y la fase gaseosa se distribuye en la parte superior de la tubería en pequeñas burbujas predominantemente.

### 1.3.5. Mapa de patrones de flujo en tuberías horizontales

La Figura 1.6 está referida a una tubería horizontal para el sistema aire-agua a condiciones de  $25^{\circ}\text{C}$  y  $101.325\text{ kPa}$ , donde las variables de construcción son las velocidades superficiales del líquido y del gas.

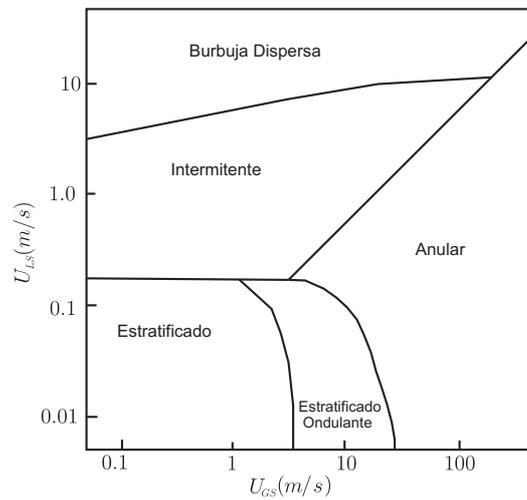


Figura 1.6: Mapa de patrones de flujo para tubería horizontal 5 cm de diámetro, aire-agua a  $25^{\circ}\text{C}$ ,  $101.325\text{ kPa}$  (Rohuani & Shoal, 1983)

## Capítulo 2

# Ondas en sistemas multifásicos

Las ondas se originan cuando cierta parte del medio se desplaza de su posición de equilibrio. Debido a las propiedades elásticas del medio, la perturbación se propaga a través de éste; en otras palabras, una onda es una perturbación física que se propaga en un medio elástico.

Las ondas constituyen la respuesta de un sistema físico, el cual puede ser representado por un modelo matemático. Wallis (1969) menciona dos clases de ondas: las ondas continuas y las ondas dinámicas. Bernier (1982) explica que las ondas cinemáticas son llamadas en algunas ocasiones ondas de continuidad. Las dos clases de onda están acopladas, las inestabilidades de alta frecuencia generalmente están asociadas con las ondas dinámicas, mientras que las ondas cinemáticas se caracterizan por su baja frecuencia en el espectro. Las ondas se pueden clasificar en diversas formas para sistemas multifásicos, algunas son las siguientes:

**Ondas cinemáticas** Llamadas también ondas de continuidad por que su velocidad es cercana a la velocidad convectiva de los fluidos y se caracterizan por tener un espectro de baja frecuencia 0-20 Hz. Es el fenómeno ondulatorio más importante en la inestabilidad del flujo de dos fases, porque estas ondas se consideran parte del mecanismo de activación que conduce al cambio del patrón de flujo. Estas ondas han sido estudia-

das por Bernier (1982); Jabardo & Bouré (1989); Kytomaa & Brennen (1991).

**Ondas dinámicas** Dependen de fuerzas que aceleran el material, como resultado de un gradiente de concentración y su origen matemáticamente se asocia con el balance de cantidad de movimiento (Wallis, 1969, Capítulo 6). Se caracterizan por tener un espectro de alta frecuencia de acuerdo a Bernier (1982) en un sistema bifásico.

**Ondas de fracción vacío** Acontece en el sistema multifásico gas-líquido debido a la relación entre la velocidad de flujo y la concentración de la fase dispersa, de tal modo, que esa diferencia de concentración se propaga en el medio material del sistema en consideración; su aparición está relacionada matemáticamente a la ecuación de conservación de la masa (Wallis, 1969, Capítulo 6).

**Ondas de presión** Están esencialmente vinculadas con la compresibilidad de la mezcla de las dos fases (Micaelli, 1982), también se le vincula con las ondas de sonido. Su velocidad de propagación esta acotada por la velocidad del sonido en cada fases (Rodríguez, 2006).

**Ondas de choque** En términos de la física, estas se ocasionan cuando un cuerpo se desplaza en un fluido a una velocidad mayor a la del sonido en el medio, es decir en un flujo supersónico ( $Ma > 1$ )<sup>1</sup>. Una onda de choque es considerada como una onda de presión abrupta generada por la velocidad de este cuerpo. En su estudio, resultan de importancia fundamental los efectos de compresibilidad del fluido. Las ondas tienden a propagar continuamente perturbaciones de energía y momento a través del medio; si el cambio no se propaga continuamente, estas ondas se denominan ondas de choque (Sánchez, 2003). Wallis (1969, Capítulo 6) define a una onda de choque cuando hay una aglomeración de ondas

---

<sup>1</sup>El número Mach relaciona la velocidad de propagación con la velocidad del sonido.

de continuidad rápidas que sobrepasan una onda de continuidad más lenta, en otras palabras, si una onda cinemática de presión se mueve más rápido que la velocidad del sonido en el fluido, estas ondas rápidas se acumulan y generan una onda de choque.

Las dos primeras definiciones de ondas pueden coexistir en un mismo medio, teniéndose una jerarquía de ondas; cuando ondas de diferentes órdenes aparecen en un mismo problema. Estas ondas interactúan en el material, logrando amplificarse o extinguirse, ya que las ondas son el resultado de una perturbación, que viaja en el sistema con ciertas velocidades de propagación. La interacción entre las diversas ondas determina cuál domina el movimiento y por lo tanto, gobierna la estabilidad del flujo. La teoría ondulatoria es una técnica utilizada para analizar flujos no estacionarios y respuestas transitorias. En algunos casos los cambios en el régimen de flujo pueden ser atribuidos a inestabilidades que resultan de la amplificación de ondas (Wallis, 1969, Capítulo 6).

## 2.1. Propagación de ondas en columnas de burbujeo

### 2.1.1. Ondas de fracción vacío

El fenómeno de propagación juega un papel importante en el comportamiento del flujo en dos fases. El concepto de ondas cinemáticas en relación con modelado matemático fue aplicado por Wallis (1969, Capítulo 6). Varios autores han trabajado en la propagación de ondas de fracción vacío. Micaelli (1982) realizó experimentos en una columna vertical de sección transversal cuadrada, tratando ondas de presión y ondas de fracción vacío. Bernier (1982) trabajó en una tubería de sección transversal circular, observando la propagación natural de las ondas de fracción vacío, del mismo

modo Jabardo & Bouré (1989) trabajaron con una tubería de sección transversal circular combinando video de alta velocidad. Soria (1991) trabajó en columnas de burbujeo y lechos fluidizados de tres-fases. Estos autores fueron capaces de investigar la transición entre los regímenes de flujo burbuja y flujo intermitente y su relación con las ondas de fracción vacío por medio de impedancia eléctrica. Algunos trabajos experimentales relacionados a la transición entre patrones de flujo y velocidades de propagación de ondas de fracción volumen se muestran en la Tabla (2.1), la mayoría usó impedancia eléctrica.

Tabla 2.1: Características del estudio experimental de ondas de fracción vacío

Autor (Año)	Régimen de flujo	Área de sección transversal ( $cm^2$ )	Perturbación de Onda	Frecuencia de onda (Hz)	Velocidad superficial de líquido ( $m/s$ )
Bernier (1982)	Burbuja	Circular 81.1	Natural	<10	0 a 0.32
Mercadier (1981)	Burbuja	Anular 30	Natural Inducida	Típica 3-4 < 7	$\leq 1.4$
Micaelli (1982)	Burbuja	Cuadrada 4	Inducida	3 a 30	1 a 8
Matuzkiewicz (1984)	Burbuja Intermitente	Cuadrada 4	Natural	$\leq 3$	0.2
Pauchon (1985)	Burbuja	Circular 11.35	Natural	<10	0.088 a 0.765
Tournaire (1987)	Burbuja Intermitente	Circular 4.9	Inducida	<5	0.1
Saiz-Javardo y Boure (1989)	Burbuja Intermitente	Circular 4.9	Natural Inducida	<5	0.18 a 0.35
Soria (1991)	B. homogénea B.Turbulenta	Circular 314.16	Natural	<10	0.004 a 0.06

### 2.1.2. Ondas de presión

La presión es una variable energética de medición característica para el flujo en dos fases, a diferencia de la fracción volumen que es un variable estructural de medición relacionada a la distribución del flujo bifásico (Drahoš & Čermák, 1989). La principal ventaja de medir presión con sensores piezo-eléctricos, es la relativa simpleza de operación y tiene una aplicación directa de monitoreo en la industria.

Se sabe que la presencia en pequeñas cantidades de gas en un líquido reduce significativamente la velocidad del sonido en la mezcla (Costigan & Whalley, 1997a; Wallis, 1969, Capítulo 9).

El cuadrado de la velocidad del sonido en un medio isoentrópico está dado por:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S = c^2 \quad (2.1.1)$$

En el aire, esta velocidad es aproximadamente 340 m/s y en agua pura 1400 m/s. Varios modelos han sido propuestos para representar esta relación para flujo en dos fases, por ejemplo Nguyen et al. (1981) proporciona la siguiente relación:

$$c = \frac{1}{(1 - \varepsilon_G) \sqrt{\frac{1 - \varepsilon_G}{c_L^2} + \frac{\varepsilon_G \rho_L}{\rho_G c_G^2}} + \varepsilon_G \sqrt{\frac{\varepsilon_G}{c_G^2} + \frac{(1 - \varepsilon_G) \rho_G}{\rho_L c_L^2}}} \quad (2.1.2)$$

donde  $c$  es la velocidad del sonido para el flujo en dos fases,  $c_L$  es la velocidad del sonido en el agua y  $c_G$  es la velocidad del sonido en el gas, respectivamente.

Wallis (1969, Capítulo 6) desarrolla un modelo similar al de Nguyen et al. (1981) el cual tiene la siguiente forma:

$$c = \frac{1}{\sqrt{(\varepsilon_G \rho_G + (1 - \varepsilon_G) \rho_L) \left( \frac{\varepsilon_G}{\rho_G c_G^2} + \frac{(1 - \varepsilon_G)}{\rho_L c_L^2} \right)}} \quad (2.1.3)$$

esta relación también ajusta en los casos limite, cuando  $\varepsilon_G = 0$  y  $\varepsilon_G = 1$  se obtienen las velocidades del sonido en los dos medios puros respectivamente.

Para la velocidad del sonido en el flujo intermitente Korolev (1989) ha derivado el siguiente modelo, el cual asume el acoplamiento entre el puente de líquido y una burbuja de Taylor:

$$c = \sqrt{\frac{p}{\varepsilon_G(1 - \varepsilon_G)\rho}} \frac{L}{L + l_G + l_s} = \sqrt{\frac{p}{\varepsilon_G(1 - \varepsilon_G)\rho}} \frac{1}{1 + \frac{1}{N}} \quad (2.1.4)$$

en donde  $c$  es la velocidad del sonido en el flujo intermitente,  $l_s$  es la longitud del puente de líquido,  $l_G$  es la longitud de la burbuja de Taylor,  $L$  es la longitud de la tubería,  $N$  es el número de tapones en la tubería.

Henry (1969) propone que la velocidad del sonido en el flujo intermitente está dado por :

$$c = \sqrt{\frac{p}{\varepsilon_G(1 - \varepsilon_G)\rho}} \quad (2.1.5)$$

Claramente esta expresión no es capaz de describir los casos límite de la velocidad del sonido cuando la fracción vacío sea cero o uno. Esta misma ecuación es propuesta por Biesheuvel & van Winjgaarden L. (1984), pero con un ligero cambio en la densidad:

$$c^2 = \frac{p}{\varepsilon_G(1 - \varepsilon_G)\rho_L} \quad (2.1.6)$$

Estos autores sugieren que la velocidad del sonido para una mezcla inmóvil, está dada por:

$$c^2 = \frac{p}{\rho_L \varepsilon_G (1 - 3\varepsilon_G)} \quad (2.1.7)$$

A partir de las ecuaciones (2.1.2) y (2.1.4), Legius et al. (1997) sugieren una nueva expresión para la velocidad del sonido en el flujo intermitente:

$$c = \frac{1}{(1 - \varepsilon_G) \sqrt{\frac{1 - \varepsilon_G}{c_L^2} + \frac{\varepsilon_G \rho_L}{\rho_G c_G^2}} + \varepsilon_G \sqrt{\frac{\varepsilon_G}{c_G^2} + \frac{(1 - \varepsilon_G) \rho_G}{\rho_L c_L^2}}} \left( \frac{1}{1 + \frac{1}{N}} \right) \quad (2.1.8)$$

donde solamente sustituyen la ecuación (2.1.2) en la ecuación (2.1.5) para

la ecuación de Korolev, tratando de que en los casos límite de  $\varepsilon_G$  satisfaga la velocidad para una simple fase, y además aporte la contribución de los tapones de líquido y las burbujas de Taylor.

Costigan & Whalley (1997a) hacen uso de la siguiente ecuación para determinar la velocidad del sonido :

$$c = \left\{ [\rho_L(1 - \varepsilon_G) + \rho_G\varepsilon_G] \left[ \frac{\varepsilon_G}{1.4p} + \frac{(1 - \varepsilon_G)}{K_1} \right] \right\}^{-0.5} \quad (2.1.9)$$

donde  $p$  es la presión absoluta y  $K_1$  es el tamaño del modulo de liquidó.

Algunos investigadores como Drahoš & Čermák (1989), Drahoš et al. (1991), Letzel et al. (1997), Legius et al. (1997), Soria (1991), Bernier (1982) y Rodríguez (2006) han encontrado una descripción satisfactoria de las fluctuaciones de presión por medio del análisis estocástico.

Drahoš & Čermák (1989) mencionan que el análisis estocástico aplicado a fluctuaciones de algunas variables estructurales (fracción vacío) o energéticos (presión) reflejan el carácter del fenómeno del cual son tomados. El análisis estadístico de las fluctuaciones son utilizadas para caracterizar patrones de flujo. En la siguiente Tabla (2.2) se muestran algunos trabajos realizados.

Tabla 2.2: Estudios experimentales en identificación estadística de patrones de flujo en columnas de burbujeo

Autor (Año)	Posición de columna	Diámetro (cm)	Sistema	Técnica de medición	Características estadísticas
Micaelli (1982)	Vertical (Cuadrada)	2	Aire-agua	Impedancia Fluctuaciones de presión	CCF, PSDF
Pauchon (1986)	Vertical	3.8	Aire-agua	Rayos- $\gamma$	CF, PA
Tournaire (1987)	Vertical	2.5	Aire-agua	Impedancia	ACF, CCF, PSDF
Drahos (1989)	Vertical Horizontal	5	Aire-agua	Fluctuaciones de presión	ACF, CCF, PSDF
Saiz-Javardo y Boure (1989)	Vertical	2.5	N <sub>2</sub> -agua	Impedancia	PSDF, CCF
Drahos (1991)	Vertical	29.2	Aire-agua	Fluctuaciones de presión	CCF, PSDF, CPSDF
Soria (1991)	Vertical	20	Aire-agua	Impedancia	PDF, ACF,CCF, PSDF,CPSDF, CF, PA
Van den Akker <i>y col.</i> (1995)	Vertical	8 y 5	Aire-agua	Fluctuaciones de presión	ACF y CCF
Costigan y Whalley (1997)	Vertical	3.2	Aire-agua	Impedancia Fluctuaciones de presión	PSDF PSDF
Letze <i>y col.</i> (1997)	Vertical	19	Aire-agua	Fluctuaciones de presión	PSDF, CPSDF CF, PA.
Vial <i>y col.</i> (2000)	Vertical	10	Aire-agua	Fluctuaciones de presión	Momentos, PSDF, ACF, CCF, CF
Lin <i>y col.</i> (2001)	Vertical	5 y 17	N <sub>2</sub> -agua Aire-agua	Fluctuaciones de presión	Momentos
Park <i>y col.</i> (2001)	Vertical	5.8	Aire-agua	Fluctuaciones de presión	PSDF, Amplitud
Rodríguez (2006)	Vertical	5	Aire-agua	Fluctuaciones de presión	ACF, CCF, PSDF, CPSDF, CF, PA
Al-Masry <i>y col.</i> (2007)	Vertical	15	Aire-agua	F. Acusticas F. presión	PSDF, Momentos, ACF

# Capítulo 3

## Sensores e Impedancia eléctrica

### 3.1. Conceptos generales

#### 3.1.1. Sistemas de medición

De acuerdo con Areny (2007) se denomina *sistema* a la combinación de dos o más elementos, subconjuntos y partes necesarias para realizar una o varias funciones. La *medición* o *medida* establece la relación entre un fenómeno y un grupo de símbolos, usualmente números, para crear una representación lo más real posible de acuerdo a una escala de magnitud. Las características de la medición deben ser: objetivas (independientes del observador), empíricas (basadas en la experimentación) y debe existir correspondencia entre las relaciones numéricas y las relaciones físicas entre las propiedades descritas. Entonces, los **sistemas de medición** son combinaciones de elementos que permiten establecer las relaciones entre fenómenos y sus representaciones numéricas. Por lo tanto, la función del sistema de medición es asignar objetiva y empíricamente un número a la magnitud de una propiedad o cualidad de un objeto o evento.

De manera general, la realización de una medida implica, además de la adquisición de la información realizada por un elemento sensor o transductor,

el procesamiento de dicha información y la presentación de los resultados (Ver Figura 3.1).

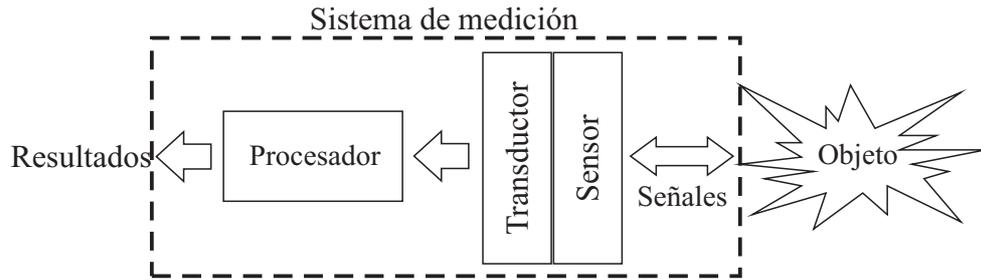


Figura 3.1: Representación gráfica de un sistema de medición

### 3.1.2. Transductores, sensores y acondicionadores

Existen seis tipos de señales, estas son: mecánicas, térmicas, magnéticas, eléctricas, ópticas y químicas; el dispositivo que convierta una señal de un tipo en una señal de otro tipo deberá considerarse como un transductor, la señal de salida obtenida del transductor debe ser una forma física útil, por ejemplo aquellos que ofrecen una señal de salida eléctrica.

Un sensor es aquel dispositivo capaz de convertir un parámetro físico (calor, luz, sonido, presión, movimiento, etc.) o químico (pH, oxígeno,  $CO_2$ , etc.) en su correspondiente parámetro eléctrico de salida. Es decir, los sensores captan la variable de un proceso y la envían a una señal de salida predeterminada. El sensor puede formar parte de un dispositivo más complejo.

Sensor y transductor se emplea a veces como sinónimos, pero sensor sugiere un significado más extenso: *la aplicación de los sentidos para adquirir un conocimiento de cantidades físicas que, por su naturaleza o tamaño, no pueden ser percibidas directamente por los sentidos*. Transductor, en cambio, sugiere que *la señal de entrada y la de salida no deben ser homogéneas*.

Emplearemos el término *sensor* para designar al elemento primario o detector y el término *transductor* como el elemento que convierte la señal

adquirida por el sensor en una señal de salida eléctrica con características particulares.

En un sentido amplio los acondicionadores de señal, forman parte de los elementos del sistema de medición. Este elemento ofrece, a partir de la señal de salida de un sensor o transductor, una señal apta para ser presentada o registrada o simplemente permite un procesamiento posterior con un equipo o un instrumento estándar. Los acondicionadores son circuitos que ofrecen, entre otras funciones las siguientes: adaptación de impedancias, modulación o demodulación, amplificación y filtrado.

Cuando se requiere del tratamiento digital de una señal y la salida del sensor/transductor o acondicionador es analógica (que es lo más frecuente), se necesitará de un convertidor A/D. El convertidor A/D tiene una impedancia de entrada limitada, exige que la señal aplicada sea continua y que su amplitud esté entre límites determinados (generalmente 10 V). Estas exigencias obligan a interponer un acondicionador de señal entre el sensor o transductor y el convertidor A/D.

En los sistemas de medición, las funciones de transducción, acondicionamiento, procesamiento y presentación, no siempre se pueden asociar a elementos físicos distintos. Además, la separación entre el acondicionamiento y el procesamiento puede ser a veces difícil de definir.

## 3.2. Tipos de sensores

Para estudiar a los sensores, primero se requiere de algún criterio de clasificación, porque la cantidad de sensores disponibles para las distintas magnitudes físicas y químicas es muy grande. Expondremos algunos criterios de interés para este estudio de acuerdo con Areny (2007).

*Según el aporte de energía*, los sensores se pueden dividir en moduladores y generadores. En los sensores moduladores, la energía de la señal de salida procede, en su mayor parte, de una fuente de energía auxiliar. La entrada

sólo controla la salida. En los sensores generadores, en cambio, la energía de salida es suministrada por la entrada.

Los sensores moduladores requieren en general más hilos que en los generadores, ya que la energía de alimentación suele suministrarse mediante hilos distintos a los empleados para la señal. La sensibilidad de los moduladores se puede modificar a través de la señal de alimentación, lo que no permiten los sensores generadores.

*Según la señal de salida*, los sensores se clasifican en analógicos o digitales. En los analógicos la salida varía, a nivel macroscópico, de forma continua. La información está en la amplitud, se suelen incluir en este grupo los sensores con salida en el dominio temporal. Si es en forma de frecuencia, se denominan a veces como "casi-digitales" por la facilidad con que se puede convertir en una salida digital.

En los sensores digitales, la salida varía en forma de saltos o pasos discretos. No requiere de conversión A/D y la transmisión de su salida es más fácil. Tienen mayor fidelidad y mayor fiabilidad y muchas veces mayor exactitud.

Atendiendo al modo de funcionamiento, los sensores pueden ser de *deflexión* o de *comparación*. En los sensores que funcionan por deflexión, la magnitud medida produce algún efecto físico en alguna parte del instrumento y está relacionado con alguna variable útil. En los sensores que funcionan por comparación, se intenta mantener nula la deflexión mediante la aplicación de un efecto compensatorio bien conocido, opuesto al generado por la magnitud a medir.

Las medidas por comparación suelen ser más exactas porque el efecto conocido opuesto se puede calibrar con un patrón o magnitud de referencia de calidad. En la tabla 3.1 se resume esta clasificación y se dan ejemplos de cada clase.

Otra clasificación de los sensores puede ser de acuerdo con el parámetro variable: resistencia, capacitancia, inductancia; añadiendo luego los sensores generadores de tensión, carga o corriente y otros tipos no incluidos. En la

Tabla 3.1: Clasificación de los sensores de acuerdo a Areny (2007)

Criterio	Clases	Ejemplos
Aporte de energía	Moduladores Generadores	Termistor Termopar
Señal de salida	Analógicos Digitales	Potenciómetro Codificador de posición
Modo de operación	De deflexión De comparación	Acelerómetro de deflexión Servoacelerómetro

Tabla 3.2 se muestra la clasificación.

### 3.2.1. Sensores resistivos

El grupo de los sensores resistivos es el más numeroso. Su principio se basa en la variación de la resistencia eléctrica de un material, esto se debe a que muchas magnitudes físicas se ven afectadas en este valor. Esta variación ofrece una ventaja de medición, por ejemplo en sistemas: mecánicos, térmicos, magnéticos, ópticos y químicos. Algunos de estos sensores son los potenciómetros, las galas extensiométricas o termistores. El potenciómetro es un resistor de contacto móvil deslizable. Las galas extensiométricas, se basan en la variación de una resistencia de un conductor (o semiconductor) cuando se somete a un esfuerzo mecánico. El termistor se basa en la variación de la resistencia de un semiconductor con la temperatura.

El comportamiento general de un sensor basado en una variación de resistencia  $x$  en respuesta a una variable a medir, se puede expresar como,  $R = R_0 f(x)$  con  $f(0) = 1$ . Para el caso en que la relación sea lineal se tiene

$$R = R_0(1 + x) \quad (3.2.1)$$

El margen de variación de  $x$  cambia mucho según el tipo de sensor y, por supuesto, según el margen de variación de la magnitud a medir.

Se consideran dos aspectos importantes para todos los sensores resistivos,

Tabla 3.2: Clasificación de sensores por parámetro variable y método de detención.

Sensores	Magnitudes				
	Temperatura	Presión	Caudal	Nivel	Fuerza
Resistivos	Termistores	Potenciómetros	Anemómetros de hilo caliente	Potenciometro +flotador	Galgas
Capacitivos			Condensador variable+diafragma		Galgas Capacitivas
Inductivos		Reluctancia variable+diafragma	LVDT +rotámetro	LVDT +flotador	LVDT
Generadores	Termopares Pizoeléctricos	Pizoeléctricos			Pizoeléctricos
Digitales	oscilador de cuarzo	codificador +tubo Bourdon	Vórtices		

independientemente del circuito de medición. En primer lugar, la variación de resistencia en sí no genera señal alguna haciendo necesario una alimentación eléctrica para poder obtener una señal de salida. En segundo lugar, la magnitud de esta alimentación, que influye directamente en la señal de salida, está limitada por el posible autocalentamiento del sensor, ya que una variación de su temperatura afecta también a su resistencia.

### **3.3. Acondicionadores de señal para sensores resistivos**

#### **3.3.1. Medida de resistencia**

Para la medida de resistencias se dispone del método de deflexión y del método de comparación. El primero mide la caída de tensión en bordes de la resistencia a medir o la corriente que atraviesa, o ambas cosas a la vez. El segundo se basa en los puentes de medida, el método intenta mantener nula la deflexión mediante una resistencia de calibración.

El método de deflexión más simple consiste en alimentar al resistor con una fuente de tensión constante, y medir la corriente a través del circuito o la caída de tensión en el resistor. La aplicación de esta técnica a los sensores resistivos está limitada por el hecho de que el valor máximo de cambio a medir puede ser incluso de sólo el 1 %, y ello supone tener que medir cambios de corriente o tensión muy pequeños, superpuestos a valores estacionarios muy altos (correspondientes a  $x = 0$ ).

Otro método de deflexión es la doble lectura. Consiste en disponer, en serie con el resistor desconocido, uno de valor conocido y estable, y medir sucesivamente la caída de tensión en este resistor y en el desconocido, haciendo luego el cociente de ambas lecturas. La necesidad de hacer dos lecturas hace que este método sea inapropiado por el inconveniente de la conmutación cuando la medida deba ser rápida o deba obtenerse una señal eléctrica a la

salida, ya que entonces no es posible el cálculo manual.

### 3.3.2. Divisor de tensión

Un divisor de tensión o voltaje (DV) es una técnica empleada para medir resistores de valor elevado, impedancias (ver Fig. 3.2) o combinaciones de éstas. La aplicación de esta técnica a sensores de resistencia variable es muy frecuente, pero no precisamente porque se trate de resistencias de valor elevado, sino porque al ser no lineal la relación entre la resistencia desconocida y su voltaje puede aplicarse a la linealización de termistores (resistencias que varían por la temperatura) y, además, prescindiendo de la resistencia patrón, sirve también para los potenciómetros.

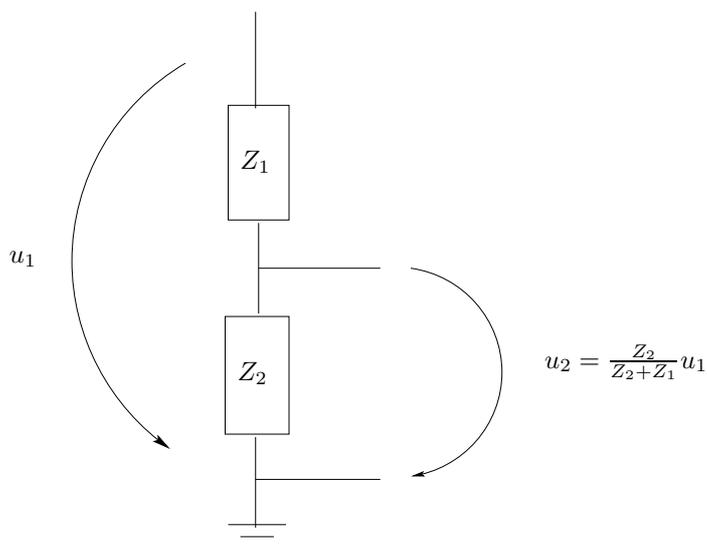


Figura 3.2: Divisor de tensión o voltaje.

### 3.3.3. Amplificadores operacionales

Uno de los dispositivos electrónicos de mayor uso y versatilidad en aplicaciones lineales es el *amplificador operacional* amplificador operacional, que

tiene gran popularidad por su bajo costo y su sencillez de uso. El amplificador operacional permite construir circuitos útiles sin necesidad de conocer la complejidad de su electrónica interior. Tanto la corriente continua como la corriente alterna puede ser aplicada a los amplificadores operacionales, sin embargo la operación está limitada a un intervalo de frecuencia.

El amplificador operacional tiene varias configuraciones: comparador, seguidor, no inversor, sumador inversor, restador inversor, integrador, etc. En la configuración del amplificador operacional no inversor (AO) mostrado en la Figura (3.3) la señal a amplificar se aplica al pin no inversor (+) del amplificador operacional. Como el nombre lo indica, la señal de salida no está invertida respecto a la entrada.

Acorde a la Figura (3.3) la tensión en  $R1$  es igual a  $V_{R1} = [R1/(R1 + R2)] \cdot V_o$  (por división de tensión), en operación normal la tensión entre las entradas es prácticamente cero, lo que significa que la entrada  $V_i$  es igual a  $V_{R1}$ . Entonces con  $V_i = V_{R1}$  y despejando la relación que representa la ganancia de tensión  $V_o/V_i$ :

$$G = \frac{V_o}{V_i} = \frac{(R1 + R2)}{R1} = 1 + \frac{R2}{R1} \quad (3.3.1)$$

De la Ec. (3.3.1) se deduce que la ganancia de tensión en este tipo de amplificador será de 1 o mayor <sup>1</sup>.

### 3.4. Impedancia eléctrica

La impedancia eléctrica es un parámetro importante para caracterizar circuitos, componentes y materiales que serán usados como componentes electrónicos. La impedancia ( $Z$ ) es generalmente definida como la oposición a la corriente alterna en un dispositivo o circuito a una frecuencia dada. Esta cantidad se expresa como un número complejo, cuya parte real representa la resistencia y la parte imaginaria representa la reactancia. En algunos casos,

---

<sup>1</sup>Para información a detalle se puede consultar a Coughlin et al. (1999).

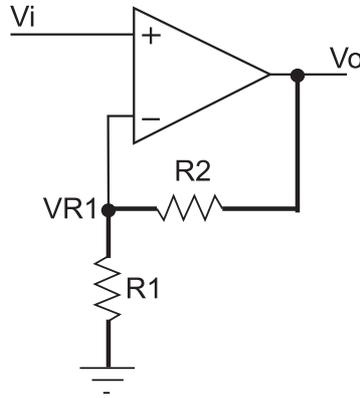


Figura 3.3: Amplificador operacional no inversor.

utilizar el recíproco de la impedancia es matemáticamente conveniente. En cuyo caso

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{(Z' + jZ'')} = Y = G + jB \quad (3.4.1)$$

donde  $Y$  representa admitancia,  $G$  conductancia y  $B$  susceptancia. La unidad de impedancia es el ohm ( $\Omega$ ), y la unidad de la admitancia es el Siemens ( $S$ ). La impedancia es un parámetro comúnmente utilizado y es especialmente útil para la representación de una conexión en serie de la resistencia y la reactancia, ya que puede ser expresado como una simple suma de  $Z'$  y  $Z''$ . Para una conexión en paralelo, es mejor utilizar admitancia.

Conexión en serie:

$$Z = Z' + jZ'' \quad (3.4.2)$$

Conexión en paralelo:

$$Z = \frac{jZ'Z''}{(Z' + jZ'')} = \frac{1}{Y} = \frac{1}{G + jB} \quad (3.4.3)$$

La reactancia toma dos formas: la inductiva (representada por una bobina) ( $X_L$ ) y la capacitiva (representada por un condensador) ( $X_C$ ). Por definición,  $X_L = 2\pi fL$  y  $X_C = 1/(2\pi fC)$ , donde  $f$  es la frecuencia de interés,

$L$  es la inductancia y  $C$  es la capacitancia.

### 3.4.1. Representación gráfica de la impedancia

Una vez mencionados los componentes que conforman la impedancia eléctrica del sistema bifásico, es necesario determinar la configuración de los componentes y sus valores. Una forma de obtener esta información, así como representar el dominio de los componentes del sistema de impedancia eléctrica, es a través de representaciones gráficas, es decir, por espectros de impedancia.

Existen varias representaciones de las cantidades relacionadas con la impedancia eléctrica en un intervalo de frecuencia, y su uso se determina de acuerdo a la información que se necesita obtener del espectro y el campo de aplicación en que se utilice. Para los sistemas multifásicos se pueden emplear dos de estas representaciones: el diagrama de Nyquist y el diagrama de Bode<sup>2</sup>.

Los diagramas mencionados aprovechan la característica de considerar a la impedancia como un vector, por lo que puede manejarse como un número complejo (3.4.4) con componente real e imaginario, o ser descrito con un módulo y un ángulo de fase.

$$Z = Z' + jZ'' = |Z|(\cos \theta + i \sin \theta) \quad (3.4.4)$$

#### Diagrama de Nyquist

Este diagrama presenta los datos de la impedancia en un plano complejo, su componente real ( $Z'$ ) a lo largo del eje  $x$  y su componente imaginaria ( $Z''$ ) sobre el eje  $y$ .

La utilidad de este diagrama es que presenta un panorama global del

---

<sup>2</sup>Estos diagramas se usan en la electroquímica para caracterizar soluciones

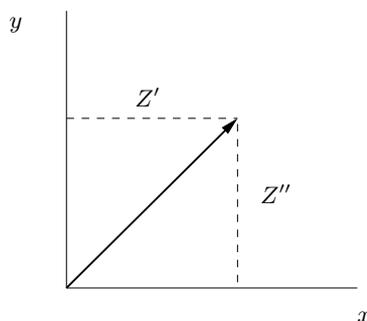


Figura 3.4: Representación vectorial de la impedancia.

comportamiento del sistema, con lo que podemos visualizar rápidamente la configuración de los componentes eléctricos y cuáles de estos elementos predominan en una región dada del espectro. También se puede estimar de manera aproximada, la magnitud de los componentes resistivos.

A continuación se muestran los diagramas de Nyquist característicos de los componentes del sistema bifásico junto con la expresión de impedancia correspondiente:

**Resistor.**- En el caso de un resistor, la expresión de impedancia no depende de la frecuencia, por lo que sólo se observa un punto en el diagrama de Nyquist, con su componente real igual al valor del resistor y su componente imaginaria igual a cero, ver Figura 3.5.

Cabe resaltar de la Figura 3.5 que  $Z''$  tiende a  $-\infty$  cuando la frecuencia ( $f$ ) tiende a cero y que  $Z''$  tiende a cero cuando  $f$  tiende a infinito.

**Capacitor.**- Para un capacitor, el diagrama de Nyquist muestra una recta paralela al eje de la componente imaginaria ( $Z''$ ) y su componente real ( $Z'$ ) igual a cero, ver Figura 3.6. Las  $Z''$  para un capacitor son valores negativos. Sin embargo, debido a que en electroquímica gran parte de los sistemas presentan comportamientos capacitivos, es de uso común tomar dichos valores

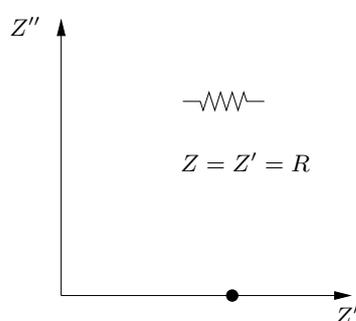


Figura 3.5: Diagrama de Nyquist para un resistor ideal.

sobre el sentido positivo del eje imaginario, a efecto de obtener la representación en el primer cuadrante del plano cartesiano.

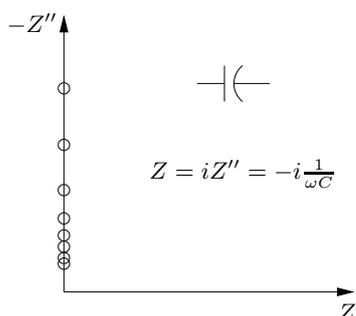


Figura 3.6: Diagrama de Nyquist para un capacitor ideal

Una de las desventajas que presenta el diagrama de Nyquist consiste en que la frecuencia no se muestra de manera explícita, en ocasiones es difícil reconocer las variaciones del dominio del componente capacitivo. Por otra parte, debido a que los intervalos de los valores de impedancia en el espectro son frecuentemente de varios órdenes de magnitud y las escalas de los ejes son lineales, es muy fácil que los fenómenos que predominan en intervalos con valores de pequeña magnitud, se encuentren parcial o completamente opacados por aquellos fenómenos que producen impedancias grandes.

## Diagrama de Bode

Tratar a la impedancia como un vector permite que ésta pueda ser manipulada tanto en coordenadas cartesianas como en coordenadas polares. En coordenadas cartesianas el vector tiene una componente real ( $Z'$ ) y una imaginaria ( $Z''$ ). En coordenadas polares, un módulo ( $|Z|$ ) y un ángulo de fase ( $\theta$ ). Los diagramas de Bode hacen uso de estas últimas para representar los datos de impedancia en función de la frecuencia.

Existen dos tipos de gráficos a los que se les conoce como diagramas de Bode, aquéllos en que se representa  $\log |Z|$  vs.  $\log f$ , y aquéllos en los que se gráfica el ángulo de fase ( $\theta$ ) vs.  $\log f$ . Una de las principales ventajas que ofrecen es la presencia explícita de la frecuencia como la variable independiente. Además, siendo su escala logarítmica, y como el intervalo de frecuencias de estudio generalmente es grande, es posible apreciar los fenómenos a bajas frecuencias, los que de otra manera estarían ocultos por las altas frecuencias.

La interpretación de los diagramas de Bode se basa en las tendencias características que producen cada uno de los componentes eléctricos básicos, en este caso: un resistor y un capacitor. A continuación se comenta cada una de estas tendencias.

### **Resistor:**

$\log |Z|$  vs.  $\log f$ .- Se presenta como una línea recta paralela al eje de frecuencias y su intersección con el eje del módulo corresponde al valor del resistor (Fig. 3.7 a).

$\theta$  vs.  $\log f$ .- Es una línea recta paralela al eje de frecuencias que muestra un valor constante de  $0^\circ$  en el eje del ángulo de fase (Fig. 3.7 b). Es decir, la señal de excitación y la de respuesta están en fase.

Una resistencia en un circuito equivalente es asociada físicamente, a procesos de conducción en el sistema que no conllevan de forma inherente una acumulación de energía en campos eléctricos o magnéticos. Procesos de este tipo son la conductividad en un electrólito o una transferencia de electrones

a través de una interfaz metal-electrolito (reacción electroquímica).

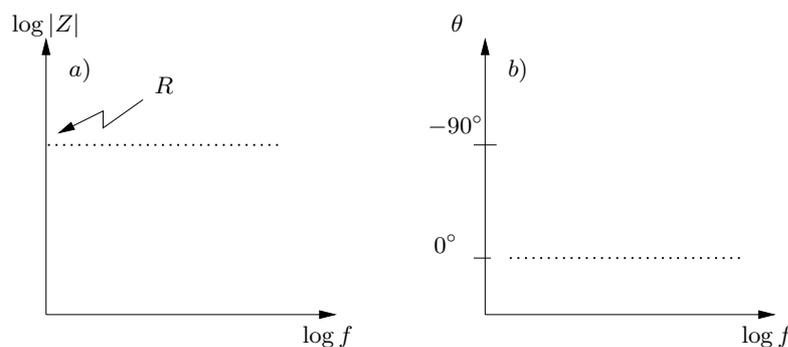


Figura 3.7: Diagramas de Bode para un resistor ideal. a) Módulo, b) Fase.

### Capacitor:

$\log |Z|$  vs.  $\log f$ .- Se presenta como una línea recta con pendiente = -1 (Fig. 3.8 a).

$\theta$  vs.  $\log f$ .- Es una línea recta paralela al eje de frecuencias y muestra un valor constante de  $-90^\circ$  en el eje del ángulo de fase (Fig. 3.8 b). En este caso la señal de excitación y la respuesta están fuera de fase en un cuarto de ciclo, relacionado con un fenómeno de generación de un campo eléctrico, que es el fenómeno que subyace en el funcionamiento de un capacitor. Físicamente esto se puede asociar a procesos electroquímicos que produzcan polarización o separación de carga en alguna región del sistema.

La caracterización de estos componentes es vista de manera separada. Son dos las configuraciones que pueden formar: circuito  $RC$  en serie y circuito  $RC$  en paralelo.

### Circuito $RC$ en serie

Una resistencia en serie con un capacitor, tiene como parte real de la impedancia al valor de la resistencia en todo el intervalo de frecuencias, y como parte imaginaria a la impedancia de un capacitor:

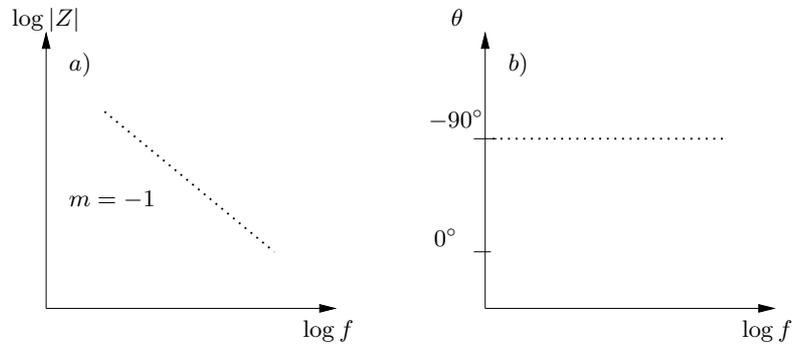


Figura 3.8: Diagramas de Bode para un capacitor ideal. a) Módulo, b) Fase.

$$Z = R - i \frac{1}{\omega C} \quad (3.4.5)$$

En el Diagrama de Nyquist, un arreglo de este tipo (simbolizado como  $RC$ ) produce una recta paralela al eje imaginario y que interseca al eje real en el valor de  $R$ , Figura 3.9.

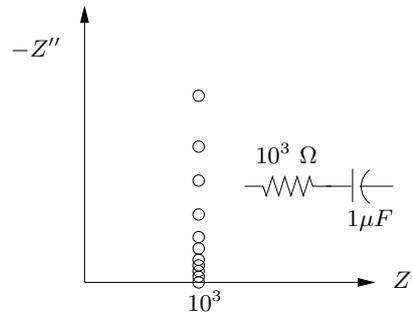


Figura 3.9: Diagrama de Nyquist correspondiente al circuito  $RC$  en serie.

En el Diagrama de Bode (Figura 3.10) se obtiene para el módulo una recta de pendiente  $m = -1$  a frecuencias bajas, pero conforme aumenta la frecuencia, la pendiente se modifica y tiende a cero. También, el valor del  $\log |Z|$  tiende a  $\log R$ .

La intersección de las líneas punteadas de la Figura 3.10, trazadas so-

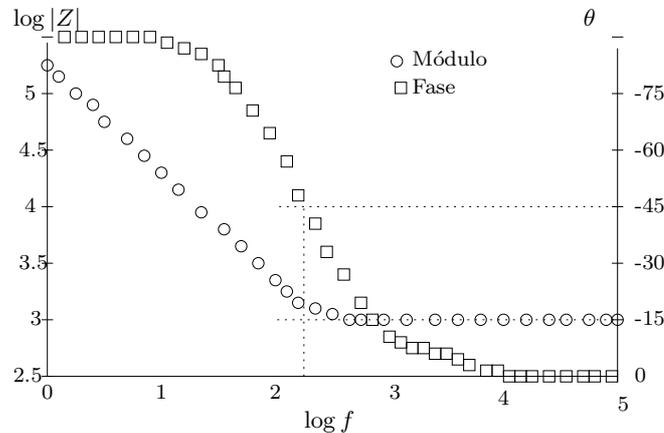


Figura 3.10: Diagrama de Bode correspondiente al circuito  $RC$  en serie

bre las tendencias rectas del módulo, corresponde a la frecuencia de lo que se conoce como “constante de tiempo” ( $\tau$ ), una constante característica del arreglo específico, y que se puede interpretar como la frecuencia que delimita la región de predominio de un elemento sobre otro en el espectro. El valor de esta constante es igual al producto  $RC$  en unidades de tiempo, por lo que tenemos el valor de la resistencia, podemos calcular el valor del capacitor, a través de la relación:

$$RC = \tau = \frac{1}{\omega} = \frac{1}{2\pi f} \quad (3.4.6)$$

En concordancia, en el ángulo de fase se observa el predominio del componente capacitivo a bajas frecuencias (ángulo cercano a  $90^\circ$ ), y el resistivo a altas frecuencias (ángulo de  $0^\circ$ ). La frecuencia correspondiente a la constante de tiempo es aquella en la que  $\theta$  tiene un valor de  $45^\circ$ , como la muestra la línea punteada. Cabe resaltar que en el diagrama de Nyquist para este arreglo no es posible obtener de manera gráfica la constante de tiempo.

#### Circuito $RC$ en paralelo

Este arreglo, produce típicamente un semicírculo en el diagrama de Nyquist, con uno de sus extremos tendiendo hacia el valor de cero sobre el eje

real, y con su otro extremo tendiendo hacia el valor de la resistencia sobre ese mismo eje. Las frecuencias menores siempre corresponden a los valores más altos de la componente real, mientras que las frecuencias más altas del diagrama corresponden a los valores más pequeños de esta componente. La constante de tiempo se relaciona en este caso con la frecuencia del máximo del semicírculo.

En la Fig. 3.11 se presentan los datos de dos circuitos ( $RC$ ) con diferente valor de capacitancia, no siendo posible distinguir aquí esta particularidad, pues los diagramas se superponen completamente. En realidad, los puntos difieren en su valor de frecuencia, la cual no está presente explícitamente, por lo que la diferencia no es evidente. Una medida que se ha propuesto para superar esta desventaja es marcar algunos de los puntos en el diagrama con su valor de frecuencia.

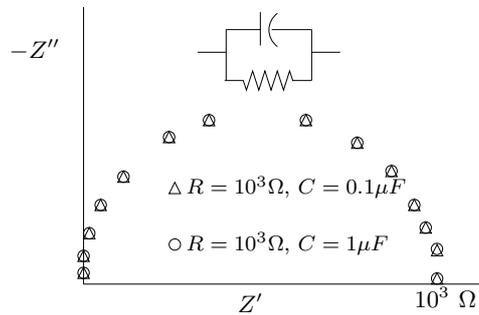


Figura 3.11: Diagrama de Nyquist para dos circuitos  $RC$  en paralelo, con diferente valor de  $C$ .

El diagrama de Bode del módulo para estos dos mismos circuitos se presenta en la Fig. 3.12. En éste se puede observar más fácil la diferencia de capacitancia de los dos circuitos y por ende el cambio en la constante de tiempo. El valor del resistor se puede obtener inmediatamente con el valor del módulo a bajas frecuencias. La contribución capacitiva a la impedancia se puede deducir al extrapolar la recta con pendiente  $m = -1$  encontrando el valor de la intersección de la recta con el eje  $y$ .

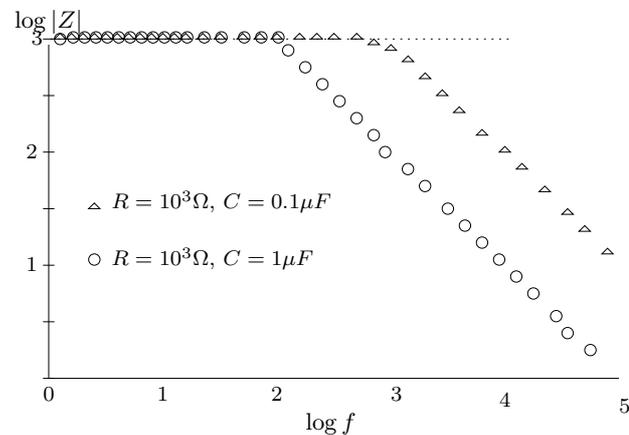


Figura 3.12: Diagrama de Bode para dos circuitos  $RC$  en paralelo, con diferente valor de  $C$ .

En el diagrama del ángulo de fase (Fig. 3.13) es muy notorio el desplazamiento de las curvas de los dos circuitos  $RC$ . Se aprecia además que la constante de tiempo, definida de la misma forma que para el circuito  $RC$  en serie, se desplaza hacia las bajas frecuencias al aumentar la capacitancia. Es importante recalcar que los cambios en las tendencias de los datos son más visibles en este gráfico que en el del módulo.

## 3.5. Antecedentes

### 3.5.1. Impedancia eléctrica: técnica de medición en sistemas multifásicos

El método eléctrico es ampliamente utilizado en la medición de parámetros de flujo debido a su simple estructura y rápida respuesta. Wu et al. (2015) ha dividido el método eléctrico en cuatro técnicas de medición: conductancia, capacitancia, impedancia y electromagnético. Cada técnica tiene su principio de detección con base en las propiedades eléctricas de cada fase.

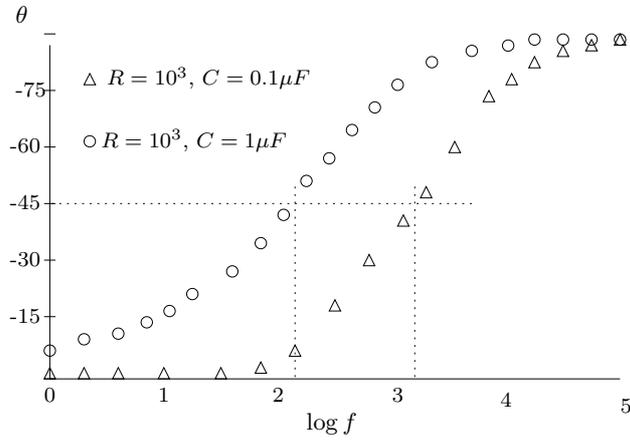


Figura 3.13: Diagrama de Bode para el ángulo de fase de dos circuitos  $RC$  en paralelo, las líneas a trazos indican la frecuencia relacionada con la constante de tiempo.

La técnica de la conductancia y la de capacitancia comúnmente se utilizan en la medición del flujo de dos fases, aunque la técnica de impedancia puede abarcar a estas dos dependiendo de la frecuencia de la corriente alterna.

En el estudio de los flujos multifásicos se han desarrollado varios sensores de impedancia eléctrica. En muchos sistemas multifásicos, las fases tienen impedancias significativamente diferentes, la medición de estas cantidades (locales o promedio) puede revelar información de la distribución espacial y/o temporal de las fases dentro del flujo. La resistencia, la capacitancia, la inductancia o la combinación de éstas, se pueden medir con sensores de algún diseño específico. La escala en la que se adquiere la información puede variar, la impedancia se puede medir en una pequeña región con un sensor local o en un gran volumen con un sensor que pueda promediar. Se ha utilizado una gran diversidad geométrica de electrodos, cuyo fin es medir algún parámetro de interés en el flujo multifásico, por ejemplo la fracción volumen de gas; tanto su valor medio como sus fluctuaciones, la dinámica de los flujos intermitentes, el espesor de la película en los flujos anulares, el tamaño de la burbuja y la

distribución de velocidad en los lechos fluidizados (Ceccio & George, 1996).

La técnica de medición por impedancia tiene una variedad de ventajas, tales como: facilidad de aplicación, no intrusiva, ningún tipo de radiación y movilidad a lo largo de la tubería. Debido a estas ventajas, la técnica de impedancia eléctrica ha recibido mucha atención y se han propuesto varios diseños de sensores (Ko et al., 2015).

### 3.5.2. Configuración de electrodos

Diferentes configuraciones de electrodos se han propuesto, cada uno con sus propias características de detección. Sin embargo la disposición puede estar en las paredes interiores o exteriores de la tubería (ver Figura 3.14).

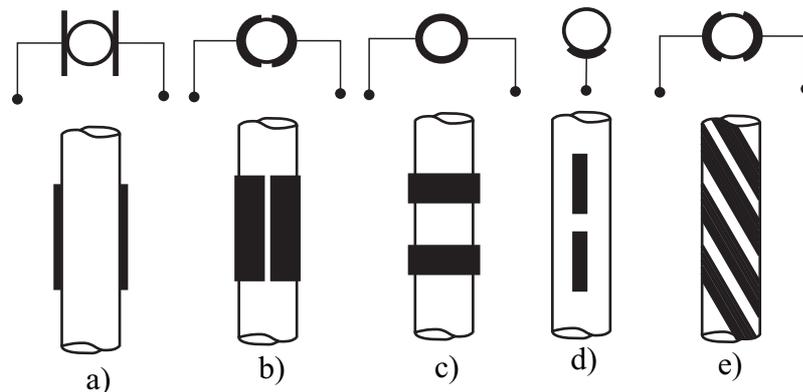


Figura 3.14: Configuración de electrodos exteriores: (a) placas paralelas, (b) placas cóncavas, (c) anillo doble, (d) unidireccional, (e) doble hélice o helicoidal. (dos Reis & da Silva Cunha, 2014)

Ko et al. (2015) y dos Reis & da Silva Cunha (2014) reportan que las configuraciones b), c) y e) son las más utilizadas para medir la fracción volumétrica. dos Reis & da Silva Cunha (2014) menciona de manera general, que los sensores con electrodos cóncavos son más sensibles y muestran una respuesta lineal, pero esta configuración depende fuertemente de la distribución espacial de las fases al interior del sensor. Por otro lado, se menciona

que el sensor con doble anillo tiene una mayor inmunidad a la distribución de las fases, tiene baja sensibilidad y baja respuesta lineal, mientras que el helicoidal tiene características intermedias. También comentan que la configuración geométrica de los electrodos determina el rendimiento de todo el sistema de medición y, en consecuencia, es la clave para el uso de esta técnica en flujos multifásicos.

El diseño del sensor con base en sus electrodos debe centrarse en los patrones de flujo a ser monitoreados y en el parámetro de interés a medir, por ejemplo la fracción volumen de gas.

### **3.5.3. Características eléctricas del sistema bifásico gas-líquido**

La medición de la impedancia en un sistema bifásico aire-agua se puede llevar a cabo en un volumen definido. Idealmente el volumen se puede definir con el tamaño, la geometría y la separación de los electrodos. Sin embargo, las líneas del campo eléctrico que atraviesan la sección transversal de electrodo a electrodo definen el volumen final, este hecho desvía el volumen idealizado a partir del espacio geométrico definido por la disposición de los electrodos.

Bernier (1982) a través de su investigación, menciona que la impedancia del sistema aire-agua consiste de un componente capacitivo y un componente resistivo, los cuales se distribuyen en el volumen. Estos componentes se pueden representar a través de un modelo empírico de conexión en paralelo, este modelo empírico se ha citado a lo largo del tiempo como lo demuestran en sus investigaciones Wu et al. (2015), dos Reis & da Silva Cunha (2014), Jaworek et al. (2004), Tournaire (1987), Micaelli (1982), Mercadier (1981), Olsen (1967), entre otros. La Figura 3.15 muestra el modelo empírico del sistema aire-agua en un sensor capacitivo con electrodos exteriores para medir fracción volumen de gas,  $C_w$  es la capacitancia entre el electrodo, la pared interna del tubo y la interfaz del fluido; esto se produce en ambos lados de la tubería.  $C_s$  es la capacitancia entre la superficie externa del electrodo y el

campo electromagnético formado por la conexión de cables.  $C_e$  es la capacitancia por la presencia de los fluidos en la región de los electrodos y  $R_e$  es su resistencia eléctrica (o inversa de la conductancia) en paralelo con  $C_e$ .

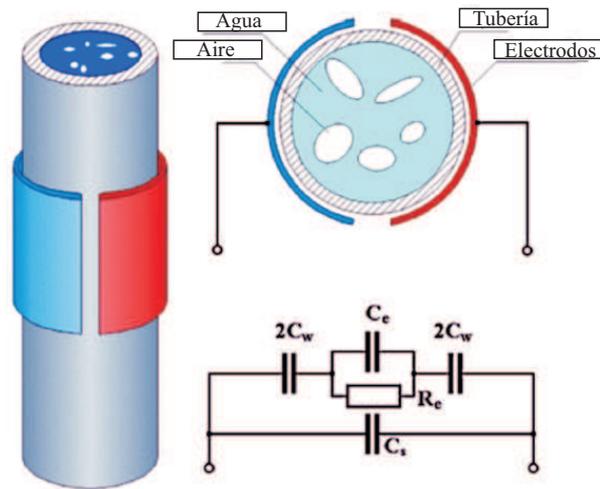


Figura 3.15: Circuito equivalente del sistema aire-agua en un sensor capacitivo con electrodos cóncavos externos (dos Reis & da Silva Cunha, 2014).

Sin embargo, Tri (2005) propone que su sistema de electrodos se comporta como un transductor capacitivo, donde la impedancia tiene una conexión de componentes en serie, esto difiere del modelo empírico ya reportado del sistema aire-agua. La conclusión que podemos observar con respecto a la impedancia, es que el término de la reactancia toma una forma capacitiva:  $X_C = 1/(2\pi fC)$ , donde  $f$  es la frecuencia del voltage alterno y  $C$  es la capacitancia del líquido.

### 3.5.4. Principio de medición en sistemas gas-líquido por impedancia eléctrica

El principio de la medición de impedancia en el sistema bifásico gas-líquido es función de dos cosas: la diferencia de conductividad eléctrica entre la

fase gas y la fase líquida, y de la fracción volumen de gas. En el sistema aire-agua, el aire tiene una conductividad pobre debido a la baja permitividad relativa, mientras el agua potable, de la llave, tiene un valor alto de permitividad relativa debido a la gran concentración de iones (ver Tabla 3.3). La correlación entre la fracción volumen del sistema bifásico y la impedancia de la mezcla es posible, cuando la fase dispersa y el líquido mantienen amplias diferencias en sus propiedades eléctricas (Bernier, 1982).

Tabla 3.3: Permitividad relativa y conductividad eléctrica del aire y agua a  $20^{\circ}C$ .

Fluido	Permitividad relativa	Conductividad eléctrica ( $\frac{\mu S}{cm}$ )
Aire	1.0005	$3 * 10^{-11} - 8 * 10^{-11}$
Agua	80.5	0.5-15

Para el caso de burbujas esféricas de aire en el agua, la conductividad  $\gamma_w$  y la constante dieléctrica  $\epsilon_w$  del agua son mucho mayores a las del aire. Bernier (1982) define la constante dieléctrica efectiva para el sistema bifásico aire-agua  $\epsilon_{bf}$ , como:

$$\frac{\epsilon_{bf}}{\epsilon_w} = \frac{\gamma_{bf}}{\gamma_w} = 1 - \frac{3\epsilon_G}{2 + \epsilon_G} \quad (3.5.1)$$

La correlación de la impedancia del sistema aire-agua y sus propiedades eléctricas se obtiene a través del modelo empírico de la conexión de sus componentes eléctricos y de la ecuación (3.5.1), obteniendo:

$$Z = \frac{R_e [1 - \frac{3\epsilon_G}{2 + \epsilon_G}]^{-1}}{1 + i(2\pi f)R_e C_e} \quad (3.5.2)$$

donde  $R_e$  y  $C_e$  son la resistencia y la capacitancia de la fase líquida,  $\epsilon_G$  es la fracción volumen de gas. El principio de medición que adopta la impedancia es la diferencia de las conductividades eléctricas, la fracción volumen de gas y la frecuencia de excitación. La elección de la frecuencia  $f$  y el valor de la constante de tiempo  $R_e C_e$  determinará el dominio de la parte resistiva o

capacitiva de la impedancia. En cualquier caso de dominio la impedancia del sistema aumenta con la fracción volumen de gas.

### 3.5.5. Frecuencia de excitación

La elección de frecuencia de la corriente alterna determinará qué componente de la impedancia dominará la medición. Ceccio & George (1996) indican que para el sistema bifásico aire-agua la frecuencia de operación reportada en la literatura se encuentra entre 5 kHz y 5 MHz. Por otro lado, Fossa (1998), Devia & Fossa (2003) y Karapantsios & Papara (2008) reportan que la impedancia a través de un par de electrodos sumergidos en un líquido conductor, es esencialmente resistivo cuando la frecuencia de excitación de la corriente alterna es suficientemente alta, para agua del grifo: 10 a 100 kHz. Para frecuencias más altas por encima de los megahertz el comportamiento se convierte esencialmente en capacitivo (80 MHz: Jaworek et al. (2004)); por esta razón la técnica de impedancia se clasifica como resistivo o capacitivo.

Andreussi et al. (1988) desarrolló un sistema a través electrodos tipo anillo para la detección de la velocidad de grandes burbujas en un flujo intermitente, la elección para excitar su sensor fue de 100 kHz, esta elección fue para evitar efectos de doble capa, al igual que Mi (1998); Mi et al. (2001); Cheng et al. (1998, 2002); Goda et al. (2003); Yang et al. (2003).

Bernier (1982) y Cho et al. (2005) en su trabajo definen una frecuencia de operación de 50 kHz, la finalidad es eliminar el efecto capacitivo de la fase líquida, Bernier (1982) adicionalmente reporta que a esta frecuencia las capacitancias parásitas debidas a las conexiones alámbricas también se eliminan. George et al. (2000, 2001) consideraron el comportamiento resistivo de sus sistema al satisfacer el siguiente criterio:

$$\gamma_w \gg 2\pi f \epsilon_w \epsilon_0 \quad (3.5.3)$$

la frecuencia que satisface este criterio es de 50 kHz con las propiedades del agua de grifo ( $\epsilon_w = 80.5$ ,  $\gamma_w = 2 \frac{\mu S}{cm}$ ) y la permitividad del vacío  $\epsilon_0 = 8.85 * 10^{-14} \frac{\mu S \cdot s}{cm}$ .

Jabardo & Bouré (1989), Fossa (1998), Selegim & Hervieu (1998), Nguyen et al. (2010) y Paranjape et al. (2012) reportan la aplicación de una frecuencia de 20 kHz para una mezcla aire-agua. Fossa (1998) y Selegim & Hervieu (1998) utilizan electrodos del tipo anillo, Jabardo & Bouré (1989) y Nguyen et al. (2010) utilizan electrodos de placas cóncavas con guardas en las paredes internas de la tubería, mientras que Paranjape et al. (2012) utiliza microelectrodos. Fossa (1998) comprobó el comportamiento resistivo midiendo la amplitud y el desplazamiento de la fase de la señal de excitación aplicada, mientras que Selegim & Hervieu (1998) realizó un perfil de varios patrones de flujo: estratificado, transición intermitente-anular y intermitente-burbuja, a través de una reconstrucción de varias señales de impedancia obtenidas del diseño modular de uno de los anillos del sensor.

Los autores citados eliminaron alguna de las partes de la impedancia del fluido al elegir una frecuencia de excitación, ya sea el comportamiento capacitivo o el resistivo con la intención de definir el régimen de operación del sensor. Se observaron cuatro frecuencias típicas en el régimen resistivo 20, 50 y 100 kHz como lo reportan Fossa (1998), Devia & Fossa (2003) y Karapantsios & Papara (2008), mientras que Jaworek et al. (2004) reportan un régimen capacitivo a frecuencias de 80 MHz.

Parte II

Técnica Experimental

# Capítulo 4

## Configuración Experimental

Este capítulo está dirigido a describir la disposición de las partes del sistema experimental. De manera general, el capítulo se enfoca a cuatro partes del sistema experimental: la instalación, la unidad de medición, el procesamiento analógico y la adquisición de datos.

### 4.1. Instalación experimental

En la Figura 4.1 se esquematiza la instalación experimental. Esta consiste de una sección de prueba, un sistema de provisión de aire, un sistema de provisión de agua, un sistema de procesamiento analógico, un sistema de adquisición de datos y una cámara de video. Se propuso esta configuración para obtener un grado de control sobre las variables a estudiar en el experimento y mantener las condiciones deseadas.

La sección de prueba consiste de dos tuberías transparentes de 50 milímetros de diámetro interno con una altura de 1 metro aproximadamente. La tubería inferior se utiliza como base de la sección de prueba y la tubería superior es la unidad de medición. La tubería base contiene un capilar en su parte central y tiene el propósito de controlar externamente los objetos que se desplazan en el medio, forzándolos a subir o bajar. En este caso son:

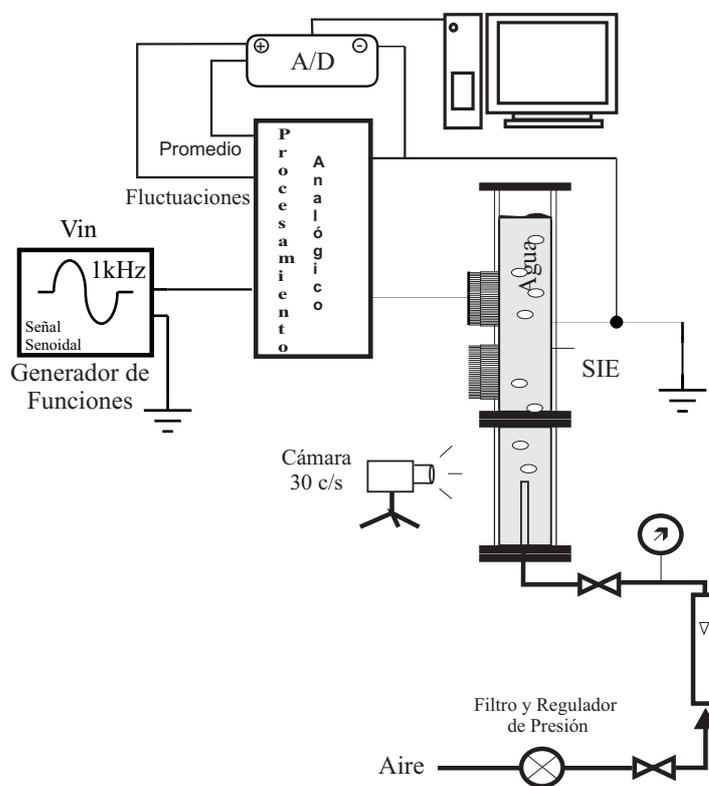


Figura 4.1: Instalación experimental.

cuerpos rígidos con forma específica o aire en forma de burbujas. El objeto utilizado fue un cilindro de unícel con diámetro menor al de la tubería. Éste fue manipulado en su pasaje a través del tubo por una guía hacia el interior de la sección de prueba. El cilindro de unícel cuenta con las siguientes características: densidad menor a la del agua para que la fuerza de flotación fuera mayor a la fuerza gravitacional, impermeable e indeformable al agua y aislante eléctrico. Por otro lado, las burbujas fueron generadas por la inyección de aire a través del capilar a un flujo muy pequeño, el cual fue controlado por una válvula de precisión. La sección de prueba fue provista de agua y aire de servicio a temperatura y presión ambiente.

## 4.2. Unidad de medición

La unidad de medición tienen una longitud de 0.5 metros y cuenta con bridas en los extremos, como se observa en la Figura 4.2. Esta unidad se puede colocar a cualquier altura de una columna de burbujeo para el estudio de las diferentes zonas de flujo.

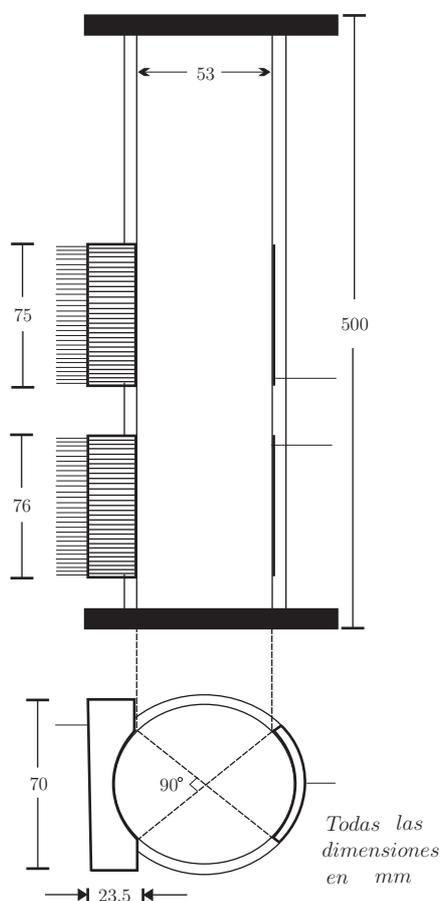


Figura 4.2: Unidad de medición o Sensor de impedancia eléctrica (SIE)

La unidad de medición tiene dos módulos con láminas metálicas. Las láminas están montadas al nivel de la superficie interna de la tubería y colocadas a modo para formar parte de un segmento del diámetro interno con

un ángulo de 90 grados (ver Figura 4.2). Cada módulo consiste de dos polos encontrados, un polo formado de 50 láminas horizontales y separadas entre si por láminas de material aislante, el polo opuesto es una sola lámina en posición vertical, común a todas las láminas horizontales. Todas las láminas son de acero inoxidable calibre 20, y tienen un ancho de 1 milímetro de longitud axial. Cada lámina tiene un husillo externo para conectar la lámina a la toma-corriente.

El polo laminado puede ser configurado a un tamaño determinado, que va desde el tamaño de una lámina hasta 50 láminas. El tamaño se obtiene conectando el número de láminas deseadas, este procedimiento proporciona un electrodo de medición. Por facilidad llamaremos sensor de impedancia eléctrica (SIE) a esta unidad de medición. Electricamente los polos pueden ser utilizados como terminales de polaridad positiva o negativa.

### **4.3. Procesamiento analógico**

El procesamiento analógico es la etapa donde se adecúa una señal eléctrica de entrada para obtener una o varias señales de salida con características específicas, que posteriormente serán capturadas para su procesamiento digital. El sistema experimental de la Figura 4.1 muestra dos elementos importantes para el procesamiento: el generador de funciones (elemento de excitación) y el SIE. El generador de funciones proporciona una señal de excitación con características específicas en amplitud, forma y de frecuencia. El generador utilizado fue un equipo Insteck (GFG-3015) el cual proporcionó una señal de corriente alterna y forma senoidal. El SIE fue configurado con diferentes tamaños de electrodo; con 50, 25, y 12 láminas.

El diseño del procesamiento analógico fue función de la señal proporcionada por el elemento de excitación y de la respuesta obtenida a esta señal por el SIE. En este estudio se desarrollaron dos acondicionamientos para el diseño del procesamiento analógico: un acondicionador primario y uno secundario.

En el primer acondicionador se discriminaron las características de la señal de impedancia por el paso de la mezcla bifásica. El segundo acondicionador fue diseñado para obtener dos señales de la fracción volumen de gas; una señal relacionada al valor medio de la fracción volumen de gas de la mezcla bifásica y otra relacionada a sus fluctuaciones.

#### 4.3.1. Acondicionamiento Primario

Algunos autores como Bernier (1982), Micaelli (1982) y Tournaire (1987) afirman que la impedancia del sistema aire-agua genera simultáneamente dos tipos de comportamiento eléctrico: el capacitivo ( $C$ ) y el resistivo ( $R$ ). La correlación entre la fracción volumen de gas del flujo multifásico y la impedancia de la mezcla es posible, mientras la fase dispersa y la fase de líquido tengan diferencias en sus propiedades eléctricas. El principio de medición del SIE está básicamente basado en las propiedades de resistencia y capacitancia, siendo que el aire tiene una conductividad pobre debido a la baja permitividad relativa, mientras el agua de la red de agua potable tiene un valor alto de permitividad relativa debido a la gran concentración de iones.

Se utilizó un método por deflexión para medir y caracterizar la impedancia de la mezcla bifásica a través del SIE, los circuitos propuestos para formar los transductores de impedancia fueron dos: un divisor de voltaje y un circuito amplificador no-inversor. El SIE sustituyó a una de las resistencias que forman parte de la configuración de los circuitos propuestos. La caracterización depende de la elección de la frecuencia de excitación y de la estimación de los valores de los componentes eléctricos que conforman la mezcla bifásica del SIE.

#### 4.3.2. Acondicionamiento Secundario

El acondicionador secundario permite obtener la media y las fluctuaciones de la fracción volumen, esta señal proviene de la salida del acondicionamien-

to primario. La media se relaciona con la cantidad promedio de gas en el medio líquido y las fluctuaciones son las fluctuaciones alrededor de la media, y representan el comportamiento de la fase gas, en forma de burbujas, en la fase líquida. Ambas señales se obtuvieron por modulación al excitar con una señal de características conocidas en amplitud y frecuencia (acondicionamiento primario). El acondicionamiento secundario consiste principalmente de la demodulación y la adecuación de la serie de tiempo. La demodulación es la detección de la envolvente de la onda senoidal modulada, la demodulación consta de una rectificación de onda completa para convertir la entrada de corriente alterna en corriente continua, después se usa un filtro para eliminar ruidos de alta frecuencia, como la frecuencia de 60 Hz. La adecuación puede ser por un cambio de escala, es decir dar ganancia al voltaje que se obtiene de la salida del filtro.

## 4.4. Adquisición de datos

La adquisición de la información se realizó mediante dos vías: la primera a través de una tarjeta de adquisición de datos y la segunda con una cámara de video.

### 4.4.1. Tarjeta de adquisición de datos

Las señales de voltaje de salida del procesamiento analógico fueron muestreadas con una tarjeta de adquisición Iotech Daq/3000\*Series, posteriormente las señales adquiridas fueron procesadas en MATLAB a través del tratamiento estadístico que será descrito en el Capítulo 5. Se realizó el análisis correspondiente en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia. Estas estimaciones tienen que ser aplicadas a señales estacionarias, de lo contrario la repetibilidad de resultados puede verse afectada. Para evitar ruido de la señal de excitación y su demodulación, las señales experimentales se

muestrearon con una frecuencia más grande que la del doble de la frecuencia de excitación para evitar cualquier tipo de aliasing a frecuencias bajas.

### Resolución, Rango y Ganancia

La resolución está referida al número de bits que utiliza el convertidor analógico digital para representar una señal analógica. El rango se refiere a los niveles de voltaje máximo y mínimo que el convertidor es capaz de digitalizar. La ganancia del convertidor está vinculada a toda amplificación o atenuación que se le efectúa a la señal que se adquiere y que ocurre antes de que la señal sea digitalizada. Estos parámetros determinan el mínimo cambio detectable del voltaje que se medirá. La tarjeta de adquisición Iotech Daq/3000\*Series tiene una resolución de 16 bits, el cambio mínimo detectable o ancho de código, para un rango de 0 a 10V, y una ganancia de 1 fue de  $\frac{10V}{1*2^{16}} = 0.000152V = 0.152mV$ .

#### 4.4.2. Sistema de Video

Se utilizó una cámara de video SAMSUNG-S630 de 6 Megapíxeles de resolución de imagen, la cual tiene una tasa de 30 cuadros por segundo. La cámara fue colocada en la parte inferior de la sección de prueba con enfoque al capilar, como se observa en la Figura 4.1. La toma del video se llevó a cabo por un tiempo de 10 segundos. El video y la adquisición de datos se realizó simultáneamente, la activación de los dispositivos fue manual. La intención de sincronizar los dos dispositivos es para relacionar los fenómenos observados en la sección de prueba con las series de tiempo en un intervalo de tiempo. Se propuso el inicio de cada corrida como el disparo de adquisición, esto con la finalidad de comparar las características de la serie de tiempo con los eventos observados en el video.

# Capítulo 5

## Tratamiento estadístico de series de tiempo

Este capítulo está dirigido a la descripción de los tratamientos digitales que se aplicarán a las señales obtenidas por el instrumento de medición. Las señales procesadas permitirán obtener parámetros del sistema bifásico de estudio, por ejemplo: la fracción volumen de gas, la rapidez de propagación de las ondas de fracción volumen, el espectro de potencia del régimen de flujo y las componentes ondulatorias que acontecen en una columna de burbujeo con relación al tamaño de electrodo en el instrumento de medición.

### 5.1. Series de tiempo

#### Conceptos Básicos

Un fenómeno físico aleatorio no puede ser descrito por una relación matemática explícita, porque cada fenómeno tiene observaciones que son únicas. En otras palabras, obtenida alguna observación, únicamente una de todas las posibles respuestas representará esta observación (Bendat & Piersol, 1986, Capítulo 1). Un proceso aleatorio a veces es llamado como serie de tiem-

po o proceso estocástico. La definición de proceso aleatorio se basa en la ampliación de la definición de variable aleatoria para incluir el tiempo.

Si consideremos un espacio muestral de puntos, los cuales están representando las posibles respuestas particulares de un fenómeno físico aleatorio o medición,  $x(s)$  es la variable aleatoria de este experimento, ahora si asignamos a cada resultado  $s$  una función de tiempo, entonces  $x(s, t)$  o en su notación abreviada  $x(t)$ . Si ahora tenemos una familia de funciones temporales, cada miembro de esta familia puede ser identificado por un subíndice  $j$ , es decir  $x_j(t)$ , el cual es llamado *función muestra* o en ocasiones denominado también como *realización* (o *registro muestra* cuando se observó un intervalo de tiempo finito). La colección de todas las posibles funciones muestra que un fenómeno físico aleatorio pudiera producir es llamado *proceso aleatorio* o *proceso estocástico* y es denotado por  $\{x(t)\}$  (Ver Figura 5.1).

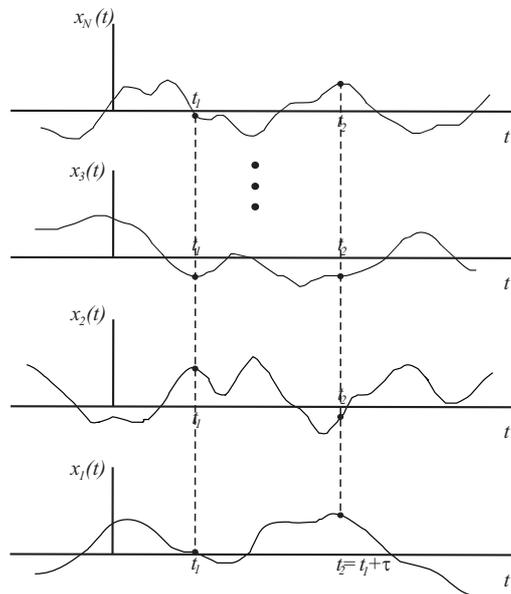


Figura 5.1: Representación de un proceso aleatorio.

Los procesos aleatorios se pueden clasificar según las características de  $t$  y de la variable aleatoria  $x(t)$  en el instante  $t$ . Consideremos los intervalos

$-\infty < t < \infty$  y  $-\infty < s < \infty$ <sup>1</sup>. Si  $x(t)$  es continuo y  $t$  toma un valor del conjunto de valores continuos, entonces se considera a  $x(t)$  como un *proceso aleatorio continuo*. En un *proceso aleatorio discreto* la variable aleatoria  $x(t)$  toma valores discretos mientras  $t$  es continuo.

Se denomina como una *serie aleatoria continua* a un proceso aleatorio para el que  $x(t)$  es continua pero el tiempo sólo toma valores discretos. Dado que una serie aleatoria continua sólo está definida en instantes discretos (muestras), es frecuente denominarla como *proceso aleatorio discreto en el tiempo*; a menudo sus funciones muestra se llaman *señales aleatorias en tiempo discreto*. Técnicamente, un proceso aleatorio en tiempo discreto es un conjunto de variables aleatorias denotado por  $\{x(t_n)\}$  para los instantes de muestreo  $t_n = nT_s, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , donde  $T_s$  es el periodo de muestreo. La *frecuencia de muestreo* es  $1/T_s$  muestras por segundo, en la mayor parte de los casos prácticos basta con referirse a un proceso aleatorio en tiempo discreto como  $x(nT_s)$ . Se hace referencia al proceso como una *serie de tiempo discreto*, y se usa la notación  $x[n]$ .

Un proceso aleatorio es estacionario o no estacionario, y un proceso aleatorio estacionario puede ser ergódico o no ergódico.

Cuando un fenómeno físico es considerado como un proceso aleatorio, las propiedades del fenómeno pueden ser hipotéticamente descritas en algún instante de tiempo por el cálculo de valores promedio sobre una familia de funciones muestra que describe el proceso aleatorio. Por ejemplo, consideramos una familia de funciones muestra que forma el proceso aleatorio ilustrado en la Figura 5.1. La *media* (primer momento) del proceso aleatorio a un tiempo  $t_1$  puede ser calculada al sumar los valores instantáneos de cada función muestra en el tiempo  $t_1$  y dividir por el número de funciones muestra. De manera similar, la *correlación* (momento conjunto) entre los valores del proceso aleatorio a dos tiempos diferentes (llamada la función de autocorrelación) puede ser calculada al tomar el producto promedio de la familia de los valo-

---

<sup>1</sup>en otros casos se pueden definir un intervalo de tiempo finito

res instantáneos a dos tiempos,  $t_1$  y  $t_1 + \tau$ . Esto es, para el proceso aleatorio  $\{x(t)\}$ , la media  $\mu_x(t_1)$  y la función de autocorrelación  $R_{xx}(t_1, t_1 + \tau)$  son dadas por:

$$\mu_x(t_1) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j(t_1) \quad (5.1.1)$$

$$R_{xx}(t_1, t_1 + \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j(t_1)x_j(t_1 + \tau) \quad (5.1.2)$$

donde la suma final para cada función muestra se acepta igualmente probable.

Para el caso general donde  $\mu_x(t_1)$  y  $R_{xx}(t_1, t_1 + \tau)$  varíen en función del tiempo  $t_1$ , se dice que el proceso aleatorio  $\{x(t)\}$  es *no estacionario*. Para el caso especial donde  $\mu_x(t_1)$  y  $R_{xx}(t_1, t_1 + \tau)$  no varíen en función del tiempo  $t_1$ , se dice que el proceso aleatorio  $\{x(t)\}$  es *débilmente estacionario* o estacionario en el sentido amplio. Para un proceso aleatorio débilmente estacionario, la media es constante y la función de autocorrelación depende únicamente del tiempo de retardo  $\tau$ . Esto es,  $\mu_x(t_1) = \mu_x$  y  $R_{xx}(t_1, t_1 + \tau) = R_{xx}(\tau)$ .

Se puede calcular una colección de momentos de orden superior y momentos conjuntos de un proceso aleatorio  $\{x(t)\}$  al establecer una familia completa de funciones de distribución que describa el proceso. El caso especial donde todos los momentos posibles y momentos conjuntos sean invariantes en el tiempo, se dice que el proceso aleatorio  $\{x(t)\}$  es *fuertemente estacionario* o estacionario en el sentido estricto.

Las propiedades de un *proceso aleatorio estacionario* se pueden describir por el cálculo del promedio temporal sobre una función muestra específica de la familia. Por ejemplo, consideremos la  $j$ -ésima función muestra de un proceso aleatorio ilustrado en la Figura 5.1. La media  $\mu_x(j)$  y la función de auto correlación  $R_{xx}(\tau, j)$  de la  $j$ -ésima función muestra están dadas por:

$$\mu_x(j) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_j(t) dt \quad (5.1.3)$$

$$R_{xx}(\tau, j) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_j(t)x_j(t + \tau) dt \quad (5.1.4)$$

Si el proceso aleatorio  $\{x(t)\}$  es estacionario donde  $\mu_x(j)$  y  $R_{xx}(\tau, j)$  no difieren cuando son calculados sobre diferentes funciones muestra ( $j = 1, 2, \dots$ ), el proceso aleatorio es *ergódico*. En un proceso aleatorio ergódico el promedio temporal y la función de autocorrelación (así como otros promedios temporales) son iguales a los correspondientes valores promedio de la familia. Esto es,  $\mu_x(j) = \mu_x$  y  $R_{xx}(\tau, j) = R_{xx}(\tau)$ .

Los procesos aleatorios ergódicos son claramente una clase importante de procesos aleatorios ya que todas las propiedades del proceso aleatorio ergódico pueden determinarse a partir de una simple función muestra. Afortunadamente en la práctica, los datos aleatorios estacionarios representativos de un fenómeno físico son fácilmente ergódicos. Por esta razón las propiedades de fenómenos aleatorios estacionarios son medidos propiamente, en la mayoría de los casos, de un simple suceso registrado.

De lo dicho anteriormente concluimos que dos conceptos son de importancia en el tratamiento con procesos aleatorios, estos son: estacionaridad y ergodicidad. El suceso de *estacionaridad* significa que la serie de tiempo ha alcanzado algún estado estacionario en el sentido de que las propiedades estadísticas de la serie sean independientes del tiempo<sup>2</sup>, en otras palabras, se dice que un proceso aleatorio es estacionario(en sentido estricto) si su descripción estadística no es función del tiempo. La *ergodicidad* es una propiedad mas compleja; requiere de exploración de la dualidad que existe entre la teoría determinista de procesos aleatorios, basada en tiempos promedio y la teoría probabilística de procesos aleatorios, la propiedad de igualdad entre

---

<sup>2</sup>Momentos no cambien, la función de densidad no dependen del tiempo.

un conjunto promedio infinito y un tiempo promedio infinito es referido como una propiedad ergódica, en otras palabras, se dice que un proceso aleatorio es ergódico si, tales momentos estimados como señales promedio son iguales con probabilidad 1 para el correspondiente conjunto promediado. Así, la estacionaridad es una condición propiamente necesaria para ser cumplida por cada proceso ergódico.

## 5.2. Procesamiento estadístico de señales

El procesamiento de señales puede llevarse a cabo de dos maneras (Drahoš & Čermák, 1989):

1. Se desarrolla una *aproximación no-paramétrica* en el análisis estadístico en la amplitud, en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia para obtener la distribución característica y las funciones de correlación. La información contenida en estas funciones puede ser cuantificada por las medias de varios discriminantes estocásticos (la media, la función de autocorrelación, etc.).
2. Una *aproximación paramétrica* la cual es basada en el modelado estocástico del dominio-tiempo de las series de tiempo usando modelos lineales estacionarios.

En este estudio haremos uso del análisis no-paramétrico.

## 5.3. Aproximación no-paramétrica

Tomando como punto de partida la sección anterior 5.2, describiremos las partes correspondientes a la aproximación no-paramétrica.

### 5.3.1. Series de tiempo de la fracción volumen

Consideremos dos niveles de medición adyacentes en la columna, estos tienen tiempos de registro  $\varepsilon_G(z_1, t)$  y  $\varepsilon_G(z_2, t)$ , donde  $\varepsilon_G$  es la fracción vacía. La sección de la columna entre el nivel abajo (nivel 1) y el nivel de arriba (nivel 2) pueden ser considerados como una caja negra con una sola entrada y una sola salida:

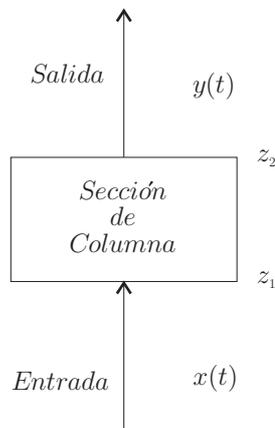


Figura 5.2: Sección de columna entre dos niveles de medición

donde las variables de la Figura 5.2 son:

$$x(t) = \varepsilon_G(z_1, t) \quad (5.3.1)$$

$$y(t) = \varepsilon_G(z_2, t) \quad (5.3.2)$$

considerando las series en tiempo discreto  $x[n]$  y  $y[n]$ , donde  $n$  representa el tiempo, para  $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ . Las series discretas son obtenidas de las señales continuas  $x(t)$  y  $y(t)$  por muestreo con la frecuencia  $f_M$ , donde  $f_M = \frac{N}{T_s}$ ,  $T_s$  es el periodo de muestreo en segundos y  $N$  son las muestras del proceso aleatorio estacionario y ergódico. Denotamos estas muestras por  $x[0], x[1], \dots, x[N-1]$  donde  $x[0]$  representa a la variable aleatoria al tiempo  $t_0$ . La estimación usual

de la media de  $x_{av}$  está dada por:

$$x_{av} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x[n] \quad (5.3.3)$$

Entonces las fluctuaciones están dadas por:

$$X[n] = x[n] - x_{av} \quad (5.3.4)$$

### 5.3.2. Análisis en el dominio del tiempo

El análisis en el dominio en el tiempo involucra la estimación de las funciones de *autocorrelación* y *correlación cruzada*.

La función de correlación cruzada puede ser usada para describir el espacio-tiempo característico del flujo, por ejemplo pensemos en dos sensores de burbujas separados por una distancia de dos diámetros de columna, cuando una burbuja es detectada en cierta posición de la columna por el primer sensor pasa un instante de tiempo para que el segundo sensor la detecte, entonces la correlación cruzada nos dice que tiempo tardó la burbuja en pasar de un sensor a otro. La forma normalizada de la correlación cruzada es llamada coeficiente de correlación cruzada  $\rho_{xy}$ . Esta cantidad ha sido normalizada y satisface la condición  $-1 \leq \rho_{xy}(\Delta t) \leq 1$  donde  $\Delta t = \tau$  es el tiempo de retardo<sup>3</sup>.

#### Autocorrelación

La manera de estimar la función de autocorrelación es:

$$\begin{aligned} \hat{R}_x[\tau] &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1-\tau} X[n+\tau]X^*[n]; & 0 \leq \tau < N \\ \hat{R}_x[\tau] &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1-|\tau|} X[n]X^*[n+|\tau|]; & -N < \tau < 0 \end{aligned} \quad (5.3.5)$$

---

<sup>3</sup>Ver apéndice B.1

donde  $\tau$  es el retardo, la notación con \* representa, en general, al complejo conjugado.

### Correlación cruzada

La estimación de la correlación cruzada puede ser definida de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\hat{R}_{xy}[\tau] &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1-\tau} X[n+\tau]Y^*[n]; & 0 \leq \tau < N \\ \hat{R}_{xy}[\tau] &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1-|\tau|} X[n]Y^*[n+|\tau|]; & -N < \tau < 0\end{aligned}\tag{5.3.6}$$

La correlación cruzada es una función de  $\tau$ . Su valor máximo ocurre para un valor específico de  $\tau$ , digamos  $\tau_m$ , que puede llamarse el retardo. Este valor representa, de manera global, el retardo entre  $x[n]$  y  $y[n]$ .

### 5.3.3. Dominio de la frecuencia

La representación de las señales o series de tiempo en el dominio de la frecuencia puede ser descrita por la función de *densidad de potencia espectral* (DPE). Esta puede ser estimada de la transformada de Fourier de la auto-correlación o directamente usando la magnitud cuadrada de la transformada de Fourier de los datos originales.

#### Densidad de potencia espectral

Puesto que hay métodos simples para estimar la función de correlación, parece un procedimiento razonable el estimar la densidad de potencia espectral como la transformada de Fourier de correlación o correlograma. En su versión discreta tenemos entonces:

$$\hat{S}_x(e^{j\omega}) = \sum_{\tau=-L}^L \hat{R}_x[\tau]e^{-j\omega\tau}; \quad L < N\tag{5.3.7}$$

donde la ecuación 5.3.7 es conocida como el *correlograma*. Típicamente se usa con valores de  $N$  grandes y valores relativamente pequeños de  $L$  ( $L \leq 10\%N$ ).

Ahora suponemos que el máximo retraso  $L$  es igual a  $N - 1$ . Entonces se puede mostrar que el espectro estimado tiene la forma

$$\hat{S}_x(e^{jw}) = \sum_{\tau=-N+1}^{N-1} \hat{R}_x[\tau] e^{-jw\tau} = \frac{1}{N} |G(e^{jw})|^2 \quad (5.3.8)$$

donde

$$G(e^{jw}) = \sum_{n=0}^{N-1} X[n] e^{jwn} \quad (5.3.9)$$

es la transformada de Fourier de la secuencia de datos. Esta estimación es llamada *periodograma*, denotado por

$$\hat{P}_x(e^{jw}) = \frac{1}{N} |G(e^{jw})|^2 \quad (5.3.10)$$

El principal problema de estos estimadores es que no su desviación estándar es muy grande. Existen muchos métodos para mejorar el análisis no-paramétrico en frecuencia, por ejemplo, el procedimiento de Blackman-Tukey, el procedimiento de Bartlett o el procedimiento de Welch, basado en el uso de funciones filtro, o ventanas, que se aplican en procedimientos conocidos como “ventaneo”.

El procedimiento de Welch ha sido adoptado para el presente estudio, porque matlab usa este método de estimación. El procedimiento de Welch usa una estrategia de combinación entre un ventaneado y un promediado. El procedimiento de Welch divide los datos originales en  $K$  segmentos con la posibilidad de traslaparse; cada uno de estos segmentos tiene una longitud  $J$ . Una ventana es aplicada a estos segmentos y los resultados de los periodogramas modificados son promediados. Si  $X^{(k)}[n]$  representa el  $k$ -ésimo segmento

de datos y un filtro o una ventana normalizada  $v[n]$  es aplicada a estos datos, entonces el periodograma modificado está definido por:

$$\hat{P}'_x(e^{jw}) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} v[n] X^{(k)}[n] e^{-jwn} \right|^2 \quad (5.3.11)$$

donde  $v$  tiene la propiedad

$$\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v^2[n] = 1 \quad (5.3.12)$$

El espectro estimado es entonces tomado como:

$$\hat{S}_{xW}(e^{jw}) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{P}'_x(e^{jw}) \quad (5.3.13)$$

### Densidad de potencia espectral cruzada

Como se ha mencionado, puesto que hay métodos simples para estimar la función de correlación cruzada, también es razonable estimar la densidad de potencia espectral cruzada de la transformada de Fourier de la estimación de la función correlación cruzada. Asimismo el periodograma cruzado es:

$$\hat{P}_{xy}(e^{jw}) = \frac{1}{N} G(e^{jw}) Y^*(e^{jw}) \quad (5.3.14)$$

Entonces siguiendo el mismo razonamiento para encontrar la estimación de la densidad espectral por Welch tenemos que:

$$\hat{S}_{xyW}(e^{jw}) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{P}'_{xy}(e^{jw}) \quad (5.3.15)$$

donde

$$\hat{P}'_{xy}(e^{jw}) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} v[n] X^k[n](e^{jw}) Y^k[n](e^{jw}) \right|^2 \quad (5.3.16)$$

$\hat{S}_{xyW}(e^{jw})$  tiene una parte real y una parte imaginaria.

### Ángulo de fase y coherencia

La estimación de coherencia esta dada por:

$$\hat{\Gamma}_{xy}^2 = \frac{|\hat{S}_{xyW}|^2}{\hat{S}_{xW}\hat{S}_{yW}} \quad (5.3.17)$$

donde la magnitud cuadrática de la coherencia satisface la propiedad

$$0 \leq |\hat{\Gamma}_{xy}|^2 \leq 1 \quad (5.3.18)$$

si  $\hat{\Gamma}_{xy}(f) = 0$  a una frecuencia particular, ambas señales están no-correlacionadas a la frecuencia dada. Viceversa, un alto grado de correlación entre las señales a una frecuencia  $f$  es indicado por el valor  $\hat{\Gamma}_{xy}(f)$  cercano a la unidad. La coherencia es herramienta útil, porque permite tener un criterio para aceptar o discriminar frecuencias. En este trabajo tomamos como criterio aceptable el rango de  $0.7 \leq |\hat{\Gamma}_{xy}|^2 \leq 1$ .

El ángulo de fase está dado por:

$$\hat{\phi}_{xy} = \arctan \left( -\frac{Im(\hat{S}_{xyW})}{Re(\hat{S}_{xyW})} \right) \quad (5.3.19)$$

donde  $\hat{\phi}_{xy}$  determina en ángulo de fase entre las dos señales a una determinada frecuencia. En el Apéndice B.1 se dan los comandos para de todas estas funciones que son usados en Matlab.

## 5.4. Sistemas en tiempo discreto

Un sistema en tiempo discreto se define como una transformación matemática u operador que transforma una serie de tiempo de entrada con

valores  $z[n]$  en una serie de salida con valores  $m[n]$  y puede ser expresada de la siguiente manera:

$$m[n] = T\{z[n]\} \quad (5.4.1)$$

y se muestra en la Figura 5.3. La ecuación 5.4.1 representa una regla para

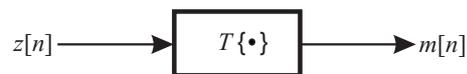


Figura 5.3: Representación de un sistema en tiempo discreto, de una transformación que convierte una serie de tiempo de entrada  $z[n]$  en una única serie de salida  $m[n]$

calcular los valores de la serie de tiempo de salida a partir de los valores de la serie de entrada. Se debe tener en cuenta que el valor de la serie de tiempo de salida para cada valor del índice  $n$  puede depender de  $z[n]$  para todos los valores de  $n$ . Si se establecen restricciones a la transformación de estas pueden surgir diversas clases de sistemas.

### Sistemas sin memoria

Se dice que un sistema es *sin memoria* si la salida para cualquier valor de  $n$  depende sólo de la entrada en el mismo valor de  $n$ .

### Sistemas lineales

Los *sistemas lineales* están definidos por el principio de superposición. Si  $m_1[n]$  y  $m_2[n]$  son las respuestas de un sistema cuando  $z_1[n]$  y  $z_2[n]$  son las respectivas entradas, el sistema es lineal si y sólo si

$$T\{z_1[n] + z_2[n]\} = T\{z_1[n]\} + T\{z_2[n]\} = m_1[n] + m_2[n] \quad (5.4.2)$$

y

$$T\{az[n]\} = aT\{z[n]\} = am[n] \quad (5.4.3)$$

siendo  $a$  una constante arbitraria. La primera propiedad se denomina *propiedad de aditividad* y la segunda se denomina *propiedad de homogeneidad*. Estas propiedades se pueden combinar. El principio de superposición se puede generalizar para muchas entradas, en concreto si:

$$z[n] = \sum_j a_j z_j[n], \quad (5.4.4)$$

entonces la salida será

$$m[n] = \sum_j a_j m_j[n], \quad (5.4.5)$$

siendo  $m_j[n]$  la respuesta del sistema a la entrada  $z_j[n]$ .

### Sistemas invariantes con el tiempo

Un sistema invariante con el tiempo es un sistema para el que un desplazamiento temporal o retardo de la secuencia de entrada provoca el mismo desplazamiento o retardo en la serie de salida. Supongamos que un sistema transforma una secuencia de entrada con valores  $z[n]$  en una secuencia de salida con valores  $m[n]$ . Diremos que este sistema es invariante con el tiempo, si para todo  $n_0$ , la serie de entrada de valores  $z_1[n] = z[n - n_0]$  produce una serie de salida de valores  $m_1[n] = m[n - n_0]$ .

### Causalidad

Se dice que un sistema es causal si para cualquier valor de  $n_0$ , el valor de la serie de salida en el índice  $n = n_0$  depende sólo de los valores de la serie de entrada  $n \leq n_0$ . Aquí implica que si  $z_1[n] = z_2[n]$  para  $n \leq n_0$ , entonces  $m_1[n] = m_2[n]$  para  $n \leq n_0$ . Es decir, el sistema es *no anticipativo*.

**Estabilidad**

Un sistema es estable en el sentido de entrada acotada, salida acotada, si y sólo si cualquier secuencia acotada a su entrada produce una serie de salida acotada. Se dice que la entrada  $z[n]$  está acotada si existe un valor finito positivo fijo,  $B_z$ , tal que

$$|z[n]| \leq B_x \leq \infty, \text{ para todo } n \quad (5.4.6)$$

La estabilidad requiere que, para cualquier entrada acotada, exista un valor finito positivo fijo,  $B_m$ , tal que

$$|m[n]| \leq B_m \leq \infty, \text{ para todo } n \quad (5.4.7)$$

Las propiedades que se han ya definido son propiedades de los *sistemas*, y no de las entradas a dichos sistemas. Los sistemas lineales e invariantes en el tiempo son una clase de sistema que tiene importantes aplicaciones en el tratamiento de las señales del SIE.



**Parte III**

**Resultados**

## Capítulo 6

# Caracterización y Diseño del TIE para Columnas de Burbujeo

Aquí se reporta el procedimiento seguido para el diseño electrónico, la construcción y la caracterización de un instrumento para medir el volumen de gas en condiciones dinámicas por medio de un transductor de impedancia eléctrica (TIE) en columnas de burbujeo. El diseño específico de este sistema permite estudiar la relación entre el tamaño del electrodo y la respuesta del instrumento. Para este propósito es importante analizar los efectos de cada uno de los principales factores que determinan el diseño de manera ordenada, para hacer comprensible la metodología seguida.

La determinación de la fracción volumen de gas  $\varepsilon_g$  en un sistema bifásico aire/agua, así como entre dos fases donde una de ellas es continua y la otra se encuentra en diversos estados de agregación inmersa en la primera, desde el estado de una fase dispersa hasta el de una fase segregada, puede realizarse a partir de la proporcionalidad de su impedancia eléctrica  $Z(f_E)$  con la cantidad relativa de cada fase.

En particular, se usa la corriente alterna (CA) porque la magnitud y dirección de la corriente alterna varía cíclicamente. No es adecuado usar la corriente directa (CD) debido a que provoca la polarización del agua y la reacción de oxidación en los electrodos.

El TIE está formado por cuatro elementos principales: 1) Un elemento de excitación que aplica una CA a una frecuencia de excitación  $f_E$  al flujo bifásico, 2) El sensor formado principalmente por un conjunto de electrodos metálicos montados al ras de la superficie del tubo que conduce la mezcla bifásica, 3) Un acondicionador primario de la señal eléctrica, que determina la señal del sensor al paso de la mezcla bifásica y 4) Un acondicionador secundario que entrega una señal adecuada para ser capturada y almacenada por un sistema de adquisición de datos. El conjunto de estos cuatro elementos constituye el transductor de impedancia eléctrica (TIE).

## 6.1. Caracterización Experimental del SIE

### 6.1.1. Acondicionador Primario de Señal

¿Qué circuitos eléctricos son apropiados para determinar la impedancia de la mezcla bifásica circulando por la columna de burbujeo?

En la Figura 6.1 se representan las tres partes fundamentales de dos TIE propuestos. La primera corresponde al elemento de excitación, en este caso a un generador de funciones. La segunda componente es el sensor de impedancia (SIE), el cual está formado por un conjunto de electrodos, cada uno de los cuales a su vez, consiste de un polo compuesto por un conjunto de láminas metálicas separadas entre si por láminas de un material aislante y de un polo metálico común a todos los electrodos. El polo laminado tiene un tamaño que puede ser cambiado a voluntad, variando el número de lámi-

nas conectadas para generar una sola señal. Tanto el generador de funciones como el SIE son dos componentes del transductor que permanecen sin cambio en ambos transductores. Estos se distinguen por su tercera componente que es el acondicionador primario. Dos acondicionadores primarios de señal fueron propuestos como alternativas para el transductor. El primero es un divisor de voltaje (DV), Figura 6.1a. El segundo es un circuito amplificador operacional no-inversor (AO), Figura 6.1b. La cuarta componente del TIE es el acondicionador secundario, cuyo diseño se abordará más adelante en este capítulo.

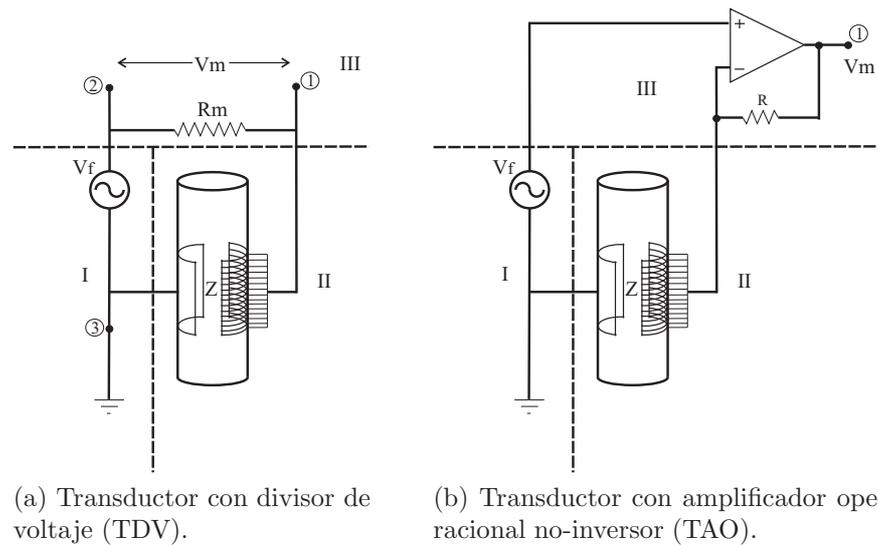


Figura 6.1: Transductores de impedancia eléctrica para determinar la fracción vacío en una columna de burbujeo. I) Elemento de excitación, II) Sensor de impedancia eléctrica (SIE), III) Acondicionador primario.

### 6.1.2. Frecuencia de excitación en la columna con agua

¿Cuál es el intervalo de frecuencias de excitación ( $f_E$ ) en el rango del dominio del componente resistivo para ambos acondicionadores?

Es importante conocer el intervalo de frecuencia para el cual el sistema se comporta como una resistencia, porque el transductor puede operar en principio en el modo capacitivo o modo resistivo, pero el sensor resistivo no depende de la frecuencia de excitación y resulta más sencillo de manipular. Por lo anterior se diseñó una prueba para determinar el intervalo de frecuencia del dominio del componente resistivo. Para esta prueba el SIE se cargó únicamente con agua. Los transductores fueron alimentados con una señal de excitación de corriente alterna y de onda senoidal; el divisor fue alimentado con una tensión de 10 Volts pico-pico (Vpp) y el amplificador con 1 Vpp. En ambos transductores se realizó un barrido en frecuencia de cuatro puntos por década, los puntos del barrido fueron espaciados linealmente en un intervalo de 1 Hz a 1 MHz (esto es: 1, 2.5, 5, 7.5, 10, 25, 50, 75, 100,..., 1 MHz). La magnitud de la respuesta se obtuvo al medir el voltaje de entrada ( $V_f$ ) y el voltaje de salida ( $V_m$ ) a cada punto del barrido.

### Transductor con Divisor de Voltaje (TDV)

La impedancia se estimó con la definición propuesta por Micaelli (1982):  $|Z| = R_m \frac{V_f}{V_m}$ . La Figura 6.2 muestra la caracterización del transductor con el divisor de voltaje (TDV), el sensor de impedancia fue formado por la conexión de 50 láminas en un sólo electrodo. La figura muestra que la impedancia de este transductor tiene un dominio del componente capacitivo a bajas frecuencias y un dominio del componente resistivo a altas frecuencias (ver Sección (3.4.1)). El capacitor domina sobre la resistencia en frecuencias mayores a 1 Hz y hasta 1000 Hz. Pero en frecuencias mayores a 1000 Hz, la resistencia muestra dominio sobre el capacitor.

La Figura 6.3 muestra el comportamiento del inverso de la impedancia en función de la frecuencia de excitación. Podemos observar el dominio de los componentes ya mencionados, el dominio resistivo a frecuencias mayores

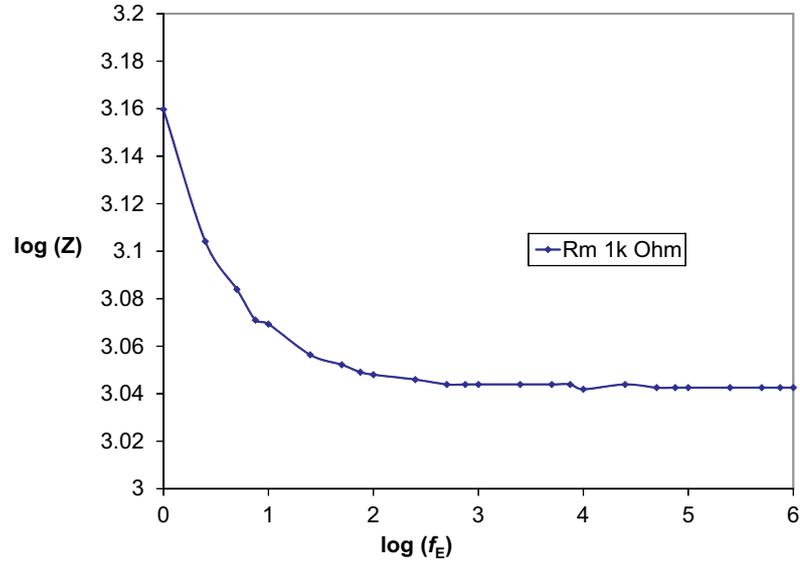


Figura 6.2: Diagrama de Bode para la caracterización el transductor con divisor de voltaje (TDV).

a  $10^3$  Hz y tiende a comportarse como una resistencia de la magnitud  $R_m$ .

### Transductor con Amplificador Operacional (TAO)

La impedancia se estimó con la siguiente definición:  $|Z|^{-1} = \frac{1}{R}[\frac{V_m}{V_f} - 1]$ . La Figura 6.4 muestra la caracterización del transductor con el AO. En este caso, como en el expuesto anteriormente, se configura un sólo electrodo con la unión de 50 láminas. Esta figura muestra gráficos de Delta Vs.  $\log(f_E)$ , donde Delta es una razón de incrementos sensibles a cambios de tendencia. Delta se define como:  $\Delta \log |Z| / \Delta \log f_E$ , donde  $\Delta$  es la diferencia de los valores a mayor frecuencia menos los de menor frecuencia.

En la Figura 6.4 la línea amarilla muestra cambios de tendencia debidos a la adición de agua con cierta proporción de sales iónicas, este cambio se observa en el intervalo resistivo de 100 a 1000 Hz. Las líneas restantes mues-

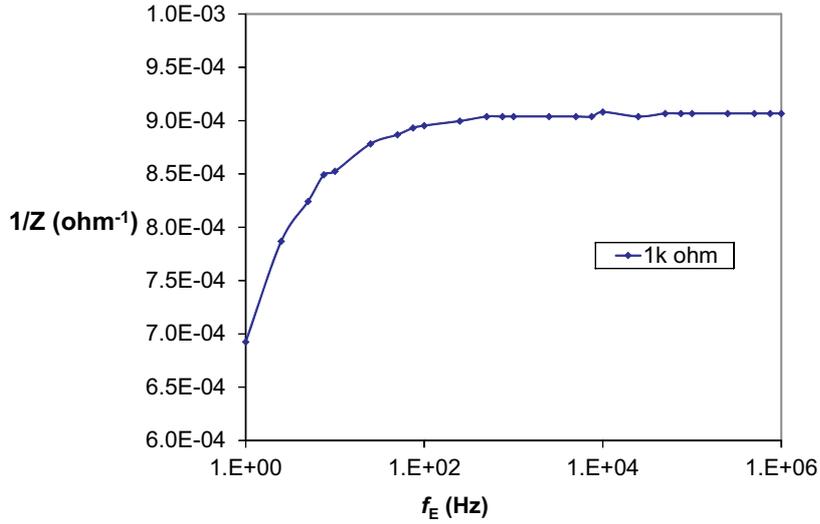


Figura 6.3: Diagrama de  $f_E$  vs  $Z^{-1}$  para el TDV.

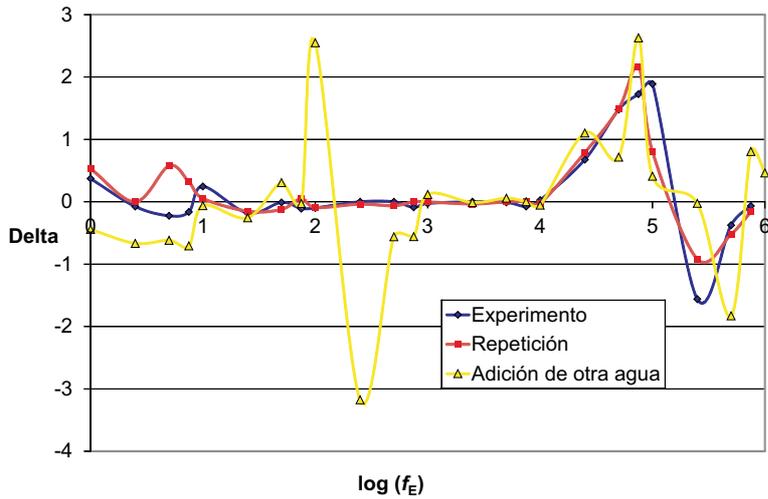


Figura 6.4: Barrido en frecuencia para el transductor con el TAO.

tran dos zonas de cambio en el dominio de los componentes del TAO. La primera, a frecuencias menores de 100 Hz y la segunda, a frecuencias mayores a 10,000 Hz. Estos cambios podrían ser pensados como equivalentes a circuitos electrónicos complejos, con arreglos de resistencias, condensadores, etc. Fuera de esas regiones el dominio de los componentes de la impedancia no es función de la frecuencia de excitación. Nótese que destaca el dominio del componente resistivo del sistema, en un intervalo de frecuencias entre 100 y 10,000 Hz.

La caracterización experimental en el dominio de la frecuencia mostró que existe un dominio del componente resistivo en ambos transductores. Mientras el divisor de voltaje mostró un dominio del componente resistivo para frecuencias mayores a 1000 Hz, el amplificador operacional no-inversor mostró dicho dominio resistivo en un intervalo de frecuencias de 100 a 10,000 Hz. Sin embargo, surgió una duda sobre el intervalo de dominio resistivo, que pudiera verse afectado por la presencia de la fase dispersa (gas), es decir, que el dominio cambiara de componente resistivo a un capacitivo en presencia de burbujas. Para responder a esta duda se colocó un objeto cilíndrico en el interior de la columna a la altura del electrodo. El cilindro es un unicel de 5 cm de diámetro y 11.5 cm de longitud, el cual cubrió en su totalidad la longitud correspondiente al electrodo de 50 láminas. Después se repitió el barrido de frecuencias para el transductor con el AO, la Figura 6.5 muestra el resultado.

Al comparar la Figura 6.5 con la Figura 6.4 se confirma un dominio del componente resistivo análogo, indicado por la línea horizontal que cubre el intervalo de frecuencias de 100 a 10,000 Hz. Esto muestra que el TAO no se ve afectado por la presencia del objeto. Sin embargo, el dominio capacitivo tiene un incremento de la razón *Delta* debido a un cambio significativo de la constante dieléctrica del sistema, correspondiente a la presencia del cuerpo

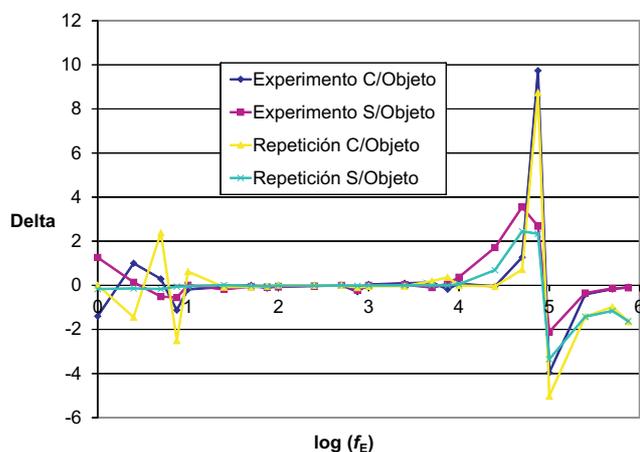


Figura 6.5: Barrido en frecuencia para el TAO en presencia del objeto.

aislante. Este efecto se observa a frecuencias mayores de 10,000 Hz.

### 6.1.3. Paso de un objeto cilíndrico no conductor

¿Se mantiene el dominio del componente resistivo en los acondicionadores primarios de señal al paso de un cilindro de unícel por el interior de la columna?

Se utilizó un mecanismo móvil para generar una señal de respuesta del transductor con ambos acondicionadores. Este mecanismo consiste del cilindro de unícel de 5 cm diámetro y 11.5 cm de longitud, el cual se sujetó en la parte inferior de la sección de prueba llena de agua (Ver Figura 4.1). Al accionarlo el unícel emerge, simulando el paso de una enorme burbuja, y de manera sincronizada se accionó el sistema de adquisición de datos.

La señal de respuesta se midió como el voltaje a la salida del transductor. Este procedimiento se aplicó a los dos circuitos acondicionadores con dos

tamaños de electrodos laminados.

## **TDV**

La Figura 6.6 muestra la señal obtenida por el paso del objeto con un sólo electrodo formado por 50 láminas. La señal de excitación (también llamada señal portadora) tiene una frecuencia de excitación  $f_E$  de 1000 Hz y un voltaje de 10 Vpp. La frecuencia de muestreo  $f_M$  fue de 2 kHz. El paso del objeto modificó la amplitud de la señal portadora generando un pulso ligeramente asimétrico, sin embargo la frecuencia no fue modificada. Esto indica que el TDV modula en amplitud mas no en frecuencia. La modulación en amplitud es el cambio del voltaje de la señal portadora debido a la interacción con cualquier agente activo, que en el caso de una columna de burbujeo es la fase dispersa, modelada en nuestro caso por el cilindro de material aislante. De manera semejante, la modulación en frecuencia se refiere a los cambios de frecuencia de la señal portadora debidos a interacciones, que en este caso no se encontraron.

Este resultado sugiere que las ondas de fracción vacío pueden ser estudiadas con el TDV, porque las burbujas que fluyen a través del medio continuo generan ondas de baja frecuencia u ondas moduladoras con frecuencia  $f_B$ , que se propagan a través de la fase continua.

## **Efecto de la disminución del tamaño del electrodo**

La Figura 6.7 muestra las señales de dos electrodos configurados por 25 láminas cada uno. Estas señales fueron obtenidas por el paso del unicelel en el SIE.

Se observa que la frecuencia de excitación permanece constante, como también se apreció en la Figura 6.6. La amplitud se mantiene constante en

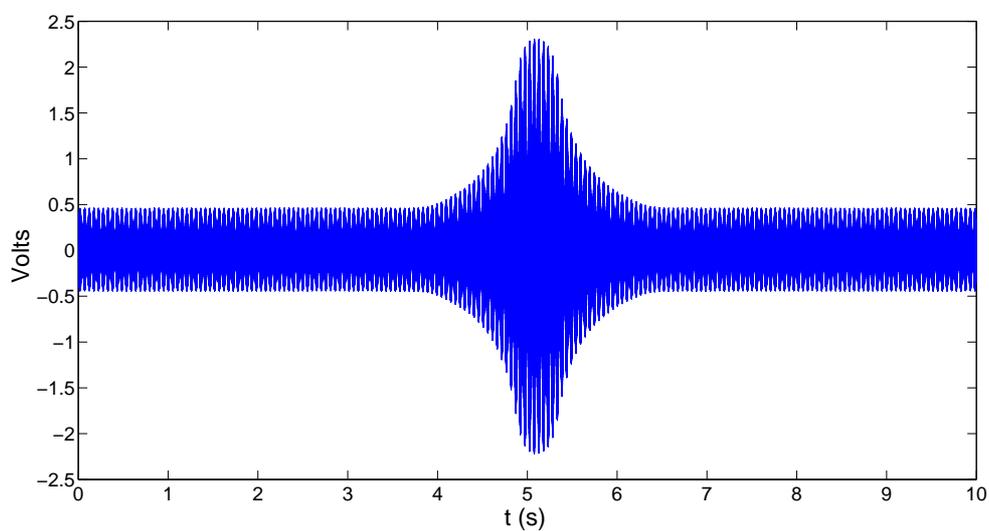


Figura 6.6: Modulación en amplitud con el TDV: un electrodo configurado por 50 láminas.

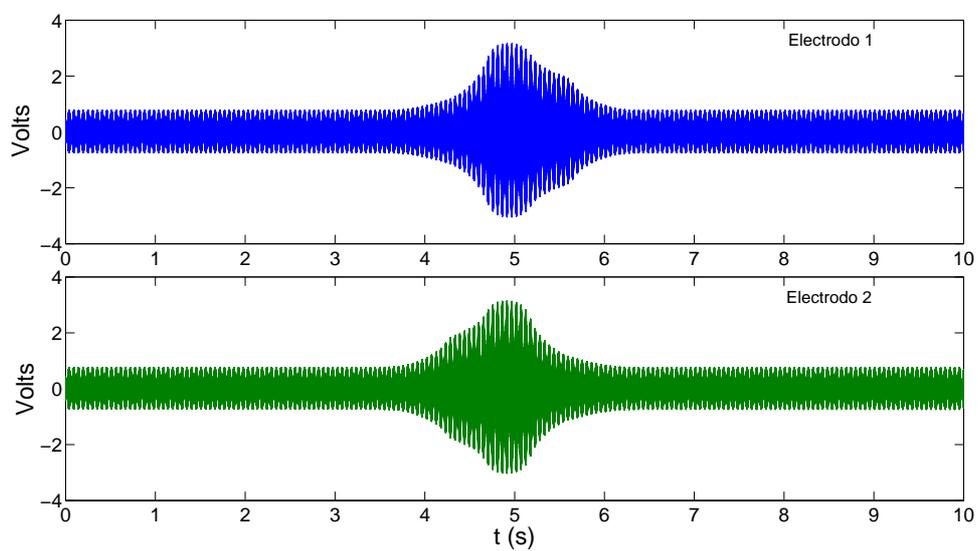


Figura 6.7: Modulación en amplitud con el TDV: dos electodos formados de 25 láminas cada uno.

cada electrodo de distinto tamaño; también se muestra que conforme disminuye el tamaño de electrodo, se va obteniendo ganancia en amplitud.

La Figura 6.6 es de una señal ligeramente asimétrica, que decrece lentamente con respecto a la rapidez de su crecimiento, en tanto que en la Figura 6.7 la asimetría de la señal es mucho más notoria y se resalta un cambio de la misma desde el electrodo de la posición aguas arriba (señal del electrodo inferior) la cual decrece rápidamente con respecto a la rapidez de su crecimiento. La asimetría en el electrodo de la posición aguas abajo (señal del electrodo superior) es opuesta, es decir que la señal decrece lentamente con respecto a la rapidez de su crecimiento. Una siguiente partición a más electrodos evidencia un patrón continuo de cambio de asimetría. La asimetría de estas señales puede deberse a una diversidad de interacciones entre el objeto de prueba y el agua que lo rodea. Estas interacciones alterarían el campo eléctrico registrado por los electrodos. Por ejemplo, el movimiento del agua, la excentricidad del objeto de prueba con respecto al tubo, ruidos eléctricos parásitos y los efectos de borde pueden alterar el campo eléctrico.

## TAO

La señal de excitación tiene la misma frecuencia que al usar el TDV,  $f_E$  de 1000 Hz. Sin embargo, el voltaje fue de 1 Vpp y la frecuencia de muestreo  $f_M$  de 3 kHz. La partición de electrodo se hizo más pequeña para observar el efectos de asimetría, es decir: dos electrodos correspondientes a 25 láminas y cuatro electrodos, dos formados por 12 láminas y dos por 13.

## Efecto de la disminución del tamaño del electrodo

Las Figuras 6.8 y 6.9 muestran las señales obtenidas al utilizar el circuito AO como acondicionador primario de señal, con dos y cuatro electrodos, respectivamente. Las señales fueron generadas por el paso del cilindro de

unicel en la región de prueba del SIE.

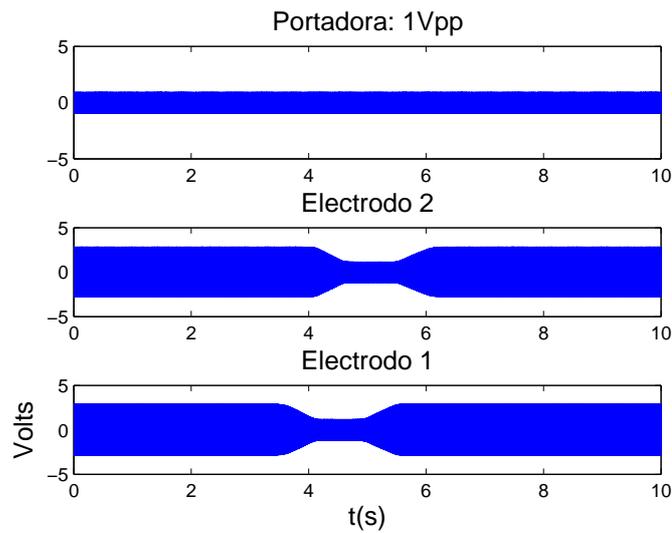


Figura 6.8: Modulación en amplitud con el TAO: dos electrodos formados por 25 láminas cada uno.

Se observa en estas dos figuras una modulación en amplitud, al igual que en el TDV, donde se mantuvo constante la frecuencia de excitación  $f_E$ . Sin embargo, la amplitud de las señales va disminuyendo conforme el tamaño de sensor aumenta. Por otro lado, la asimetría de las señales sigue presentándose, sin embargo no es tan notoria a diferencia de lo que sucede con el TDV. Con estas señales se puede determinar la región de influencia de cada sensor. Una manera de determinar las regiones de influencia es monitoriar simultáneamente la posición del objeto dentro del SIE y la señal del TAO; la posición del objeto y el cambio de amplitud en alguno de los electrodos configurados, indica la influencia que induce el objeto en cada una de las partes donde el o los electrodos detectan el cambio de amplitud.

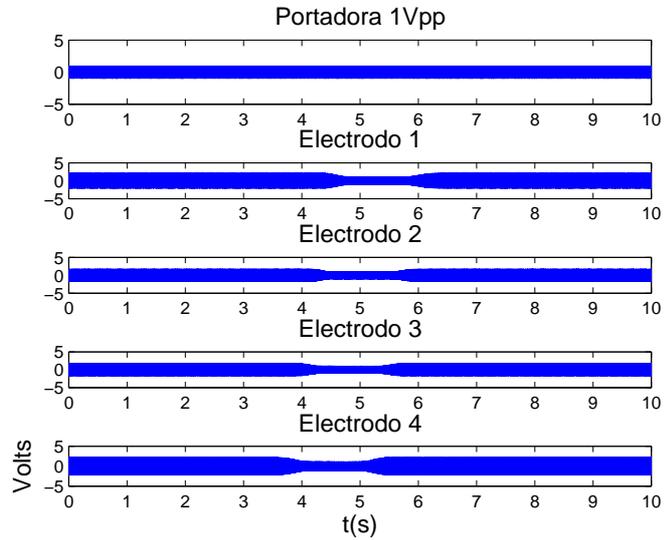


Figura 6.9: Modulación en amplitud con el TAO: cuatro electrodos, dos formados por 12 láminas y dos por 13.

#### 6.1.4. Análisis en el dominio de la frecuencia

¿Cómo se comparan las respuestas en frecuencia por paso del objeto? (esta frecuencia representa la frecuencia de burbujeo  $f_B$ )

Los espectros de frecuencia son la transformaciones de las señales o series de tiempo al dominio de la frecuencia (ver Capítulo 5). En la Figura 6.10 se muestran los espectros de las señales obtenidas por el paso del cilindro de unigel a través del SIE. Las líneas en los extremos son las respuestas de electrodos formados por 50 láminas. La línea superior corresponde a un TDV y la línea inferior corresponde a un TAO. Las líneas discontinuas intermedias corresponden a dos electrodos formados por 25 láminas, las dos más cercanas a la línea superior también corresponden al TDV y las dos más cercanas a la línea inferior corresponden al TAO. La tendencia generada por la partición del electrodo a la mitad de su tamaño indica que mientras el TAO amplifica

las componentes para frecuencias por arriba de la que corresponde a la máxima potencia, el TDV las disminuye. Podemos sugerir que esta tendencia se mantiene para configuraciones con electrodos formados por menos láminas, como un criterio a manejar en el proceso de diseño.

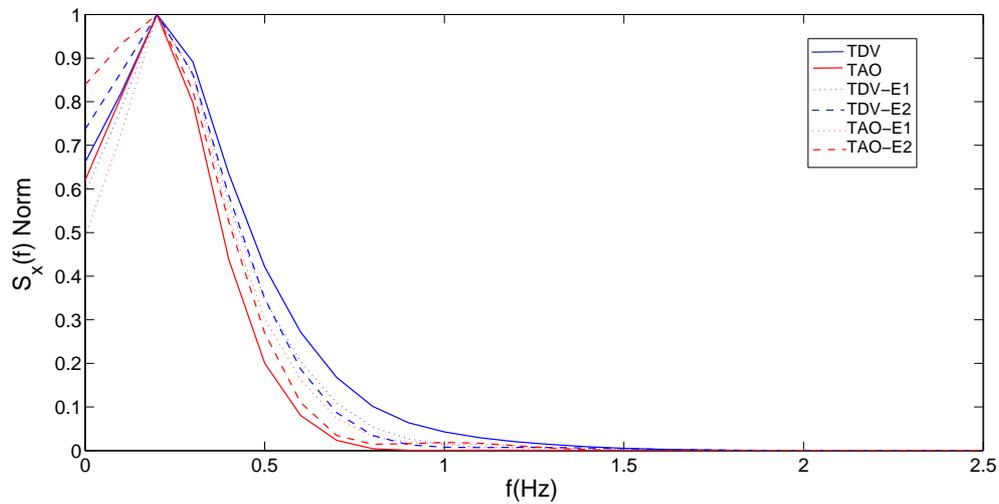


Figura 6.10: Espectro de frecuencia para un electrodo de 50 láminas y dos electrodos de 25 láminas. Resolución: 0.2 Hz.

La frecuencia indicada por el pico en 0.2 Hz es la frecuencia moduladora del paso del cilindro de unícel en el SIE. A pesar de la diferencia en los tamaños de electrodo y de los acondicionadores de señal empleados, la frecuencia moduladora es la misma, es decir, la representación de la frecuencia moduladora  $f_B$  no depende del tamaño del electrodo ni del acondicionador primario de señal, sino solamente de los fenómenos hidrodinámicos en el flujo por el sensor.

El circuito amplificador funcionó como un filtro, con un efecto de atenuación; es por esto que la asimetría de las señales no es tan notoria en este

circuito.

### 6.1.5. Elección preliminar del acondicionador primario

Las evidencias gráficas que muestran el desempeño del TDV y del TAO, permiten observar que ambos transductores comparten un intervalo de dominio resistivo en frecuencias de excitación entre  $10^3$  y  $10^4$  Hz (ver Figura 6.3 y Figura 6.4), sin embargo cada transductor tiene intervalos propios de dominio resistivo en función de las propiedades del líquido que contenga el SIE. Ambos transductores modulan en amplitud y no en frecuencia, esta respuesta se obtiene por agentes de una fase distinta a la del líquido, es decir, las ondas de la fase discreta son capturadas por el SIE y transformadas en una señal eléctrica. Las respuestas observadas con electrodos de menor tamaño, proporcionan un comportamiento de asimetría en la modulación para los dos transductores, en menor proporción para el TAO. Esta diferencia en particular, es tomada como un criterio para el diseño del sistema para la medir la fracción volumen de gas  $\varepsilon_g$  en el sistema bifásico aire/agua.

## 6.2. Caracterización Teórica del TIE

¿Cómo es la función de transferencia  $H(f_E)$  que representa la respuesta del sistema bifásico?

### 6.2.1. Funciones de transferencia del sistema bifásico

En sistemas electrónicos complejos la transformada de Laplace es una herramienta útil, gracias a ella se puede describir el comportamiento lineal de cualquier sistema. La transformada es la siguiente:

$$X(s) = L(x(t)) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt \quad (6.2.1)$$

donde  $X(s)$  es la transformada de  $x(t)$ . Esta función se define para cualquier número complejo,  $s$ . Obsérvese que para el caso particular  $s = j\omega$ , la transformada de Laplace coincide con la transformada de Fourier, y por lo tanto la respuesta en frecuencia de un sistema lineal se obtiene de la transformada de Laplace de su función de transferencia sin más que sustituir  $s$  por  $j\omega$ .

Los principales componentes de los circuitos son resistencias, condensadores, inductores, etc., los cuales pueden incorporarse en arreglos en serie, en paralelo o en configuraciones más complejas. El análisis de estos arreglos muchas veces resultan en modelos que representan a sistemas reales como nuestros flujos bifásicos. En el contexto del desarrollo de las ecuaciones que ayuden a entender y/o predecir los componentes del sistema de estudio se utilizó el TDV. La elección de este transductor para modelar, está en la simplicidad de sus ecuaciones y su fácil manejo algebraico con las definiciones de impedancia eléctrica. En el Apéndice A se desarrollan, de manera ideal, las funciones de transferencia para arreglos en serie y en paralelo, con una resistencia y un condensador.

Las funciones de transferencia de los arreglos estudiados en las Ecs.(A.1.3), (A.2.3), (A.1.4), (A.2.4), que corresponden a las siguientes ecuaciones en la notación seguida en este trabajo:

Para un arreglo en serie, conociendo las resistencias  $R_z$  y  $R$ :

$$|H_R^s(j2\pi f_E)| = \left| \frac{j2\pi f_E R_z C_z}{j2\pi f_E (R + R_z) C_z + 1} \right| = \frac{2\pi f_E R_z C_z}{\sqrt{[2\pi f_E (R + R_z) C_z]^2 + 1}} \quad (6.2.2)$$

de manera similar, para la impedancia en  $Z$ :

$$|H_Z^s(j2\pi f_E)| = \left| \frac{j2\pi f_E R_z C_z + 1}{j2\pi f_E (R + R_z) C_z + 1} \right| = \frac{\sqrt{[2\pi f_E R_z C_z]^2 + 1}}{\sqrt{[2\pi f_E (R + R_z) C_z]^2 + 1}} \quad (6.2.3)$$

Para un arreglo en paralelo, conociendo las resistencias  $R_z$  y  $R$ :

$$|H_R^p(j2\pi f_E)| = \left| \frac{j2\pi f_E R R_z C_z + R}{R + R R_z C_z j2\pi f_E + R_z} \right| = \frac{\sqrt{[2\pi f_E R R_z C_z]^2 + R^2}}{\sqrt{[2\pi f_E R R_z C_z]^2 + [R + R_z]^2}} \quad (6.2.4)$$

de manera similar, para la impedancia en  $Z$ :

$$|H_Z^p(j2\pi f_E)| = \left| \frac{R_z}{R + R R_z C_z j2\pi f_E + R_z} \right| = \frac{R_z}{\sqrt{[2\pi f_E R R_z C_z]^2 + [R + R_z]^2}} \quad (6.2.5)$$

### 6.2.2. Comparación de los modelos con el TDV

¿Cómo se comparan los modelos anteriores del arreglo del TDV?

En la Figura 6.11 se esquematiza la instalación experimental utilizada para determinar cuál es la configuración de conexión de la impedancia del TDV con agua (TDV-agua). El sensor utilizado fue formado por un sólo electrodo de 50 láminas y el acondicionador primario de señal fue alimentado con una señal senoidal de corriente alterna con un voltaje de 10 Vpp.

La función de transferencia experimental fue obtenida de los voltajes de entrada  $V_f$  y el voltaje de salida  $V_m$  variando la frecuencia en un intervalo de 1 Hz a 1 MHz. El voltaje fue medido a través de un osciloscopio Tektronix (TDS 1002). La Figura 6.12 muestra el resultado para los modelos medidos en  $R$ : Ec.(6.2.2), Ec.(6.2.4) y datos experimentales. La Figura 6.13 muestran los resultados para los modelos medidos en  $Z$ : Ec.( 6.2.3), Ec.(6.2.5) y datos experimentales.

Se observa de los datos experimentales y de la función de transferencia del sistema TDV-agua, que hay tendencia a una respuesta similar a una conexión con componentes en serie, con base en los modelos propuestos. Los valores

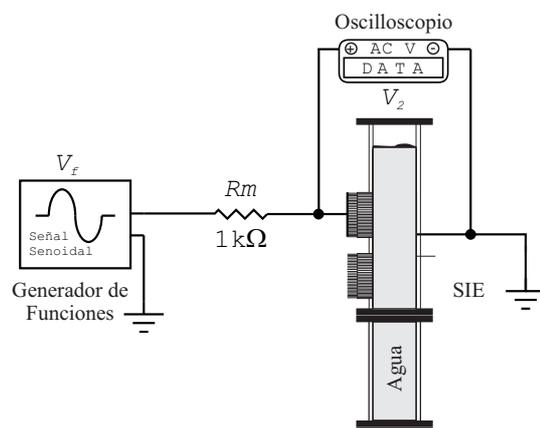


Figura 6.11: Instalación experimental para determinar la función de transferencia del TDV.

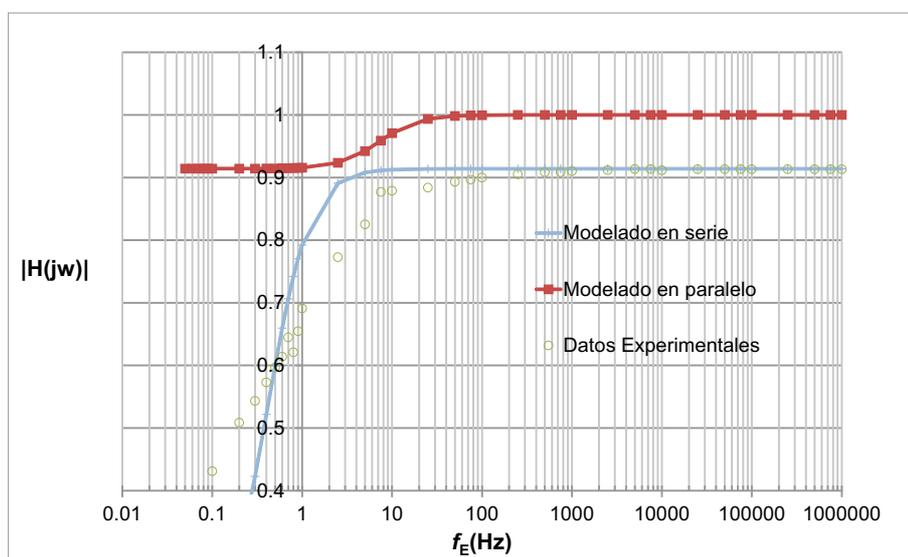


Figura 6.12: Diagrama de Bode medido en  $R$  para el TDV.

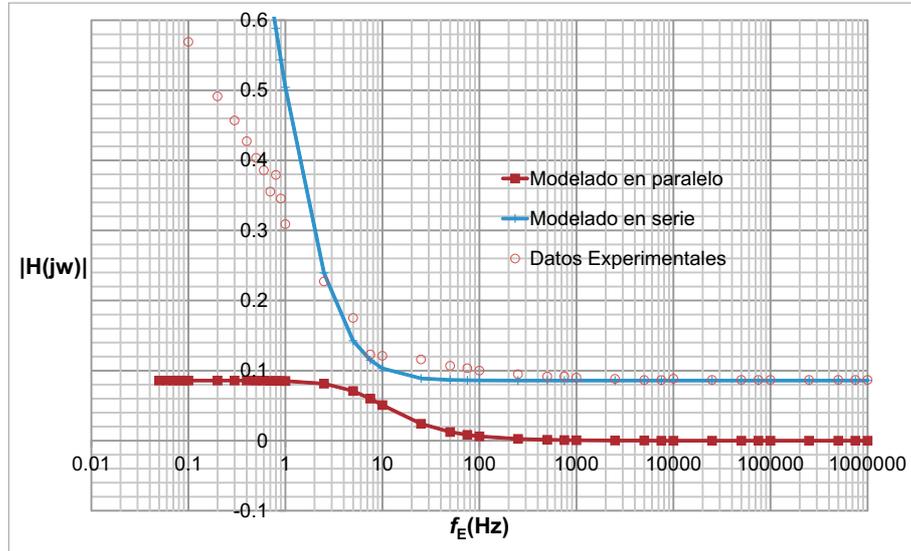


Figura 6.13: Diagrama de Bode medido en  $Z$  para el TDV.

$R_Z = 95 \Omega$  y  $C_Z = 250 \mu F$  se obtuvieron por prueba y error, como una estimación de parámetros que ajusta satisfactoriamente el comportamiento observado experimentalmente (Ver Figuras 6.12 y 6.13). Sin embargo el ajuste de la capacitancia es aproximada, este resultado sugiere la desviación de la idealidad en el sistema SIE-agua.

A través de la caracterización teórica se confirma lo expuesto en la caracterización experimental; la impedancia del sistema SIE-agua se puede interpretar como un modelo de una resistencia y un capacitor en serie. El componente capacitivo domina la región de la impedancia a frecuencias inferiores a 1000 Hz, por otro lado el componente resistivo domina la región de la impedancia a frecuencias superiores a 1000 Hz. Los resultados muestran que el SIE excitado con una señal senoidal a una frecuencia mayor a 1000 Hz domina el componente resistivo de la impedancia, esta condición puede utilizarse para la medición de la fracción volumen de gas en una columna de

burbujeo, esto significa que la cantidad de burbujas en la región de medición del SIE sólo afectará la resistencia del medio líquido y la señal de salida puede ser tratada analógicamente para obtener la fracción volumen de gas y sus fluctuaciones.

Algunos autores hacen referencia a la utilización de señales de alimentación o excitación a alta frecuencia, con el objetivo de asegurar el componente resistivo de su sistema de medición. Las funciones de transferencia (6.2.2), (6.2.3) predicen el componente resistivo a altas frecuencias. Micaelli (1982) y Tournaire (1987) desarrollaron sus investigaciones en torno a modelos teóricos con conexión en paralelo medidos en  $R$ , sus resultados mostraron un dominio resistivo a una frecuencia de excitación de 10 y 20 kHz respectivamente, además mencionaban que a estas frecuencias se evitan los efectos capacitivos. Los resultados mostrados por la caracterización del SIE no contradice lo expuesto por estos autores, sin embargo la caracterización del SIE demuestra, en un contexto más claro y con pruebas fiables, lo que ocurre en este sistema de estudio SIE-agua.

### 6.2.3. Efectos de tamaño del electrodo con el TDV

¿Cómo afecta el cambio en el tamaño del electrodo a la respuesta encontrada para el TDV?

Dada la condición del SIE a cambiar el tamaño de electrodo a voluntad, es necesario hacer una definición al respecto. Esta variable de diseño la llamaremos “tamaño de electrodo” y se define como el número de láminas adyacentes unidas mediante cables conductores, para aplicar al conjunto el mismo potencial eléctrico. Se han elegido tres tamaños de electrodo para las pruebas realizadas: electrodos de 50 láminas, de 25 láminas y de 12 (ó 13) láminas. Para responder a la pregunta ponemos en contexto las definiciones de conductancia y capacitancia en función del sistema de estudio.

La conductancia entre electrodos  $G_Z$  (propiedad inversa de la resistencia eléctrica) es proporcional al área de sección transversal de flujo de corriente e inversamente a la distancia entre electrodos:

$$G_Z = \frac{1}{R_z} = \frac{\gamma}{l}A \quad (6.2.6)$$

donde  $\gamma$  es la conductividad de la fase continua,  $l$  la distancia frontal entre electrodos y  $A$  es la superficie de los electrodos en contacto con el medio bifásico.

De modo similar, la capacitancia es proporcional al área de sección transversal de flujo de corriente e inversamente a la distancia entre electrodos:

$$C_Z = \frac{\epsilon}{l}A \quad (6.2.7)$$

donde  $\epsilon$  es la constante dieléctrica del medio. Estas últimas ecuaciones son función de las propiedades eléctricas del fluido, de la separación de electrodos y del área transversal de flujo de corriente. Si el área del electrodo se modifica la capacitancia y la resistencia también se modifican.

Matemáticamente se puede demostrar la variación de los valores de resistencia y capacitancia de las ecuaciones (A.0.8) y (A.0.9) a través de (6.2.6), con la condicionante de mantener constante la distancia  $l$  entre electrodos y las propiedades eléctricas del líquido. La Figura 6.14 muestra idealmente los tamaños de electrodo. Es decir, si el área es modificada por la mitad, entonces la resistencia aumenta el doble, mientras que la capacitancia disminuye a la mitad, es decir:

- $R_Z, C_Z$  electrodo formado por 50 láminas.
- $2R_Z, \frac{1}{2}C_Z$  electrodos formados por 25 láminas.

- $4R_z, \frac{1}{4}C_z$  electrodos formados por 12 láminas.

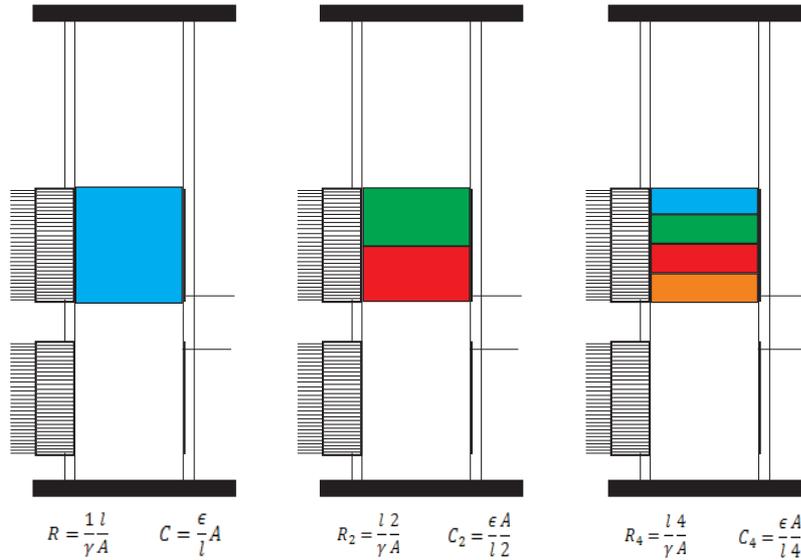


Figura 6.14: Tamaño de electrodos en el SIE.

Las Figuras 6.15 y 6.16 muestran los diagramas de Bode para los diferentes tamaños de electrodo en función de la forma de medición, tomando en cuenta los modelos con conexión en serie y valores de  $R_z$  y  $C_z$  estimados en la subsección anterior.

Se observan los dos tipos de tendencias o regiones de dominio: el dominio del componente capacitivo, el cual se da por un cambio en la pendiente y por otro lado, el dominio por el componente resistivo, el cual se observa por pendiente nula o cero. La Figura 6.15 muestra la respuesta en frecuencia de la función medida en  $R$ , la cual tiene un dominio del componente capacitivo a bajas frecuencias, mientras que por encima de 11 Hz mantienen un dominio del componente resistivo para los diferentes tamaños de electrodo. La Figura 6.16 muestra la respuesta en frecuencia de la función medida en  $Z$ , el cual muestra el dominio de la componente resistiva y el dominio de la

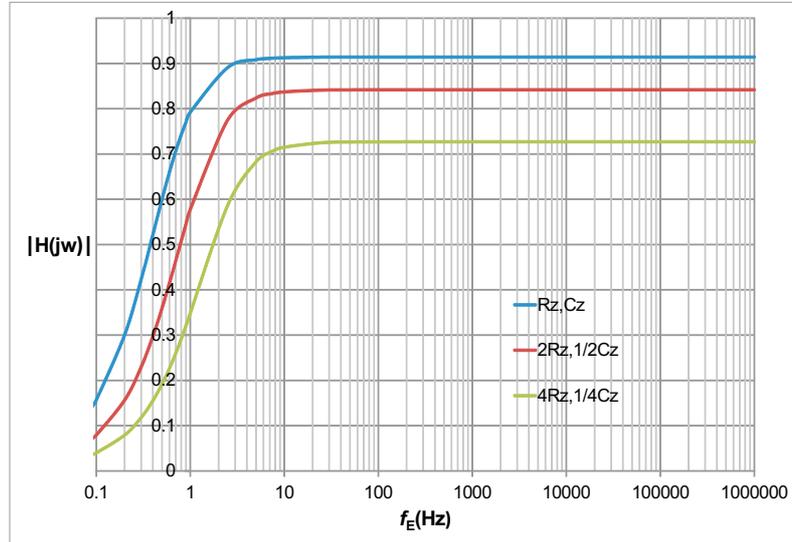


Figura 6.15: Diagrama de Bode medido en  $R$ : Impedancia con conexión en serie.

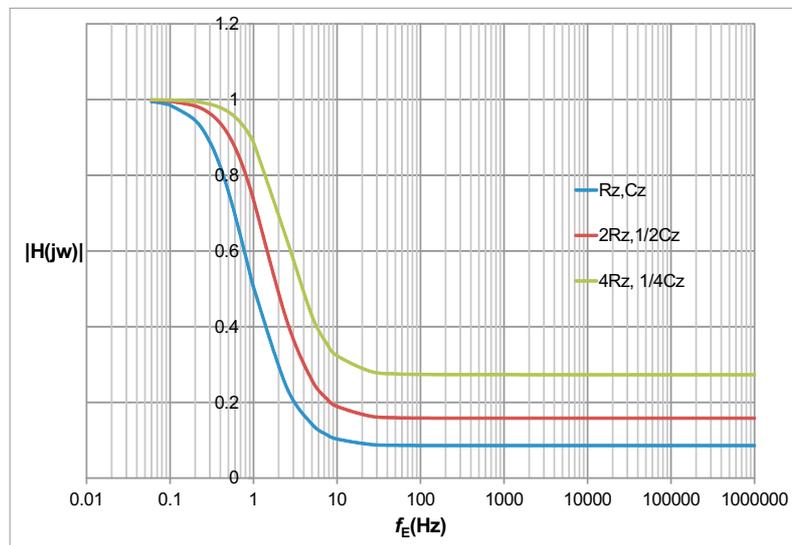


Figura 6.16: Diagrama de Bode medido en  $Z$ : Impedancia con conexión en serie.

componente capacitiva: el primero a muy bajas frecuencias y el segundo a frecuencias mayores a 13 Hz, la parte central tiene un dominio de la componente capacitiva importante en el intervalo de 0.1 a 13 Hz.

Por otro lado, el cambio en el tamaño del electrodo no afecta sustancialmente la respuesta en frecuencia, esto sucede porque la función de transferencia sólo se desplaza en forma vertical, es decir, sólo modifica la magnitud de la función de transferencia. Si la señal es medida en  $R$  la amplitud tiende a disminuir conforme disminuye el tamaño del electrodo. Si la señal es medida en  $Z$  la amplitud tiende a aumentar conforme disminuye el tamaño del electrodo, este comportamiento fue observado experimentalmente para el TDV en la subsección 6.1.3. Estos cambios están relacionados con la amplificación de la señal de salida  $V_m$  y puede ajustarse al cambiar el valor de la resistencia de medición  $R_m$ . Desde el punto de vista de la electrónica, estos comportamientos son similares a los filtros analógicos.

#### 6.2.4. Efecto del acondicionador primario

¿Cómo se afectarán los resultados obtenidos para el TDV si, en su lugar se utilizo el TAO?

La conexión entre la resistencia  $R_z$  y la capacitancia  $C_z$  permanece invariante al cambio del acondicionador si el conjunto SIE-agua no cambia. El efecto relacionado con el tamaño del electrodo sólo afectará en la magnitud de la función. El software CircuitMaker se utilizó para predecir el comportamiento de TAO a partir de los resultados obtenidos para el TDV con el mismo sistema bifásico, considerando los resultados del efecto del tamaño de electrodo. Este software es un potente simulador de circuitos electrónicos y es una herramienta útil de diseño, al cual se tuvo acceso en la etapa de verificación de resultados previos.

Para comprobar las predicciones con el software, se establecieron tres arreglos del TDV donde la impedancia fue configurada en serie y sus componentes con valores de:  $R_z = 95 \text{ Ohm}$ ,  $C_z = 250 \mu\text{F}$  (50 láminas),  $2R_z$ ,  $\frac{1}{2}C_z$  (25 láminas) y  $4R_z$ ,  $\frac{1}{4}C_z$  (12 láminas) como se observa en la Figura 6.18. Cada arreglo fue conectado a una fuente con un voltaje de 5 Vpp de corriente alterna senoidal a una frecuencia de 1kHz. De forma similar se establecieron los arreglos para el TAO como lo muestra la Figura 6.17. Los puntos verdes representan un electrodo formado por 50 láminas, los puntos amarillos representan un electrodo formado por 25 láminas y los puntos azules representan un electrodo formado por 12 láminas.

La Figura 6.18 muestra la comparación entre la simulación y la función de transferencia medida en  $Z$  para el TDV. Se observa el mismo dominio del componente capacitivo y del resistivo, sólo se observa el efecto ante el cambio en el tamaño de electrodo por el cambio en la ganancia. La simulación mostró que la ganancia puede ser ajustada al cambiar  $Rm$ . Esta comparación comprueba que el software puede ser utilizado para predecir la respuesta en frecuencia del TAO y mostrar los efectos del tamaño del electrodo.

La Figura 6.19 muestra la simulación para el TAO. Este circuito muestra el dominio del componente capacitivo y del componente resistivo, el dominio resistivo se observa en el intervalo de 60 Hz hasta 30 kHz, el cual concuerda con lo observado en la caracterización experimental (ver Figura 6.4). Otra denominación de este comportamiento es el filtro pasa bandas, es decir permite el paso de frecuencias de modulación y las amplifica. Por otra parte, se observa que cuando se disminuye el tamaño de electrodo hay una atenuación o pérdida de magnitud, este efecto también fue observado en las Figuras 6.8 y 6.9 donde hay una atenuación por el cambio de tamaño de electrodo. La simulación mostró que la ganancia (aumento de la magnitud) puede cambiar si se aumenta el valor de  $R$ , este valor tiene como límite de ganancia la sa-

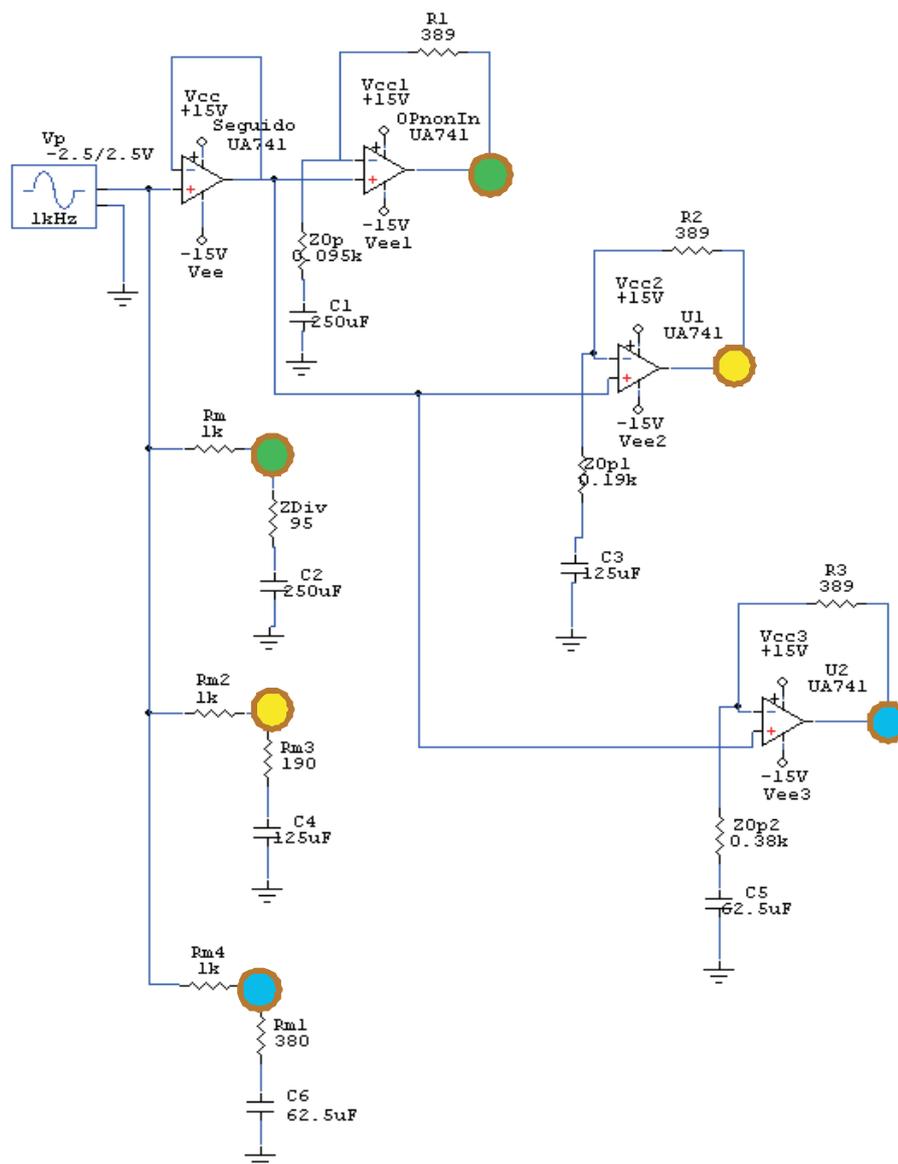
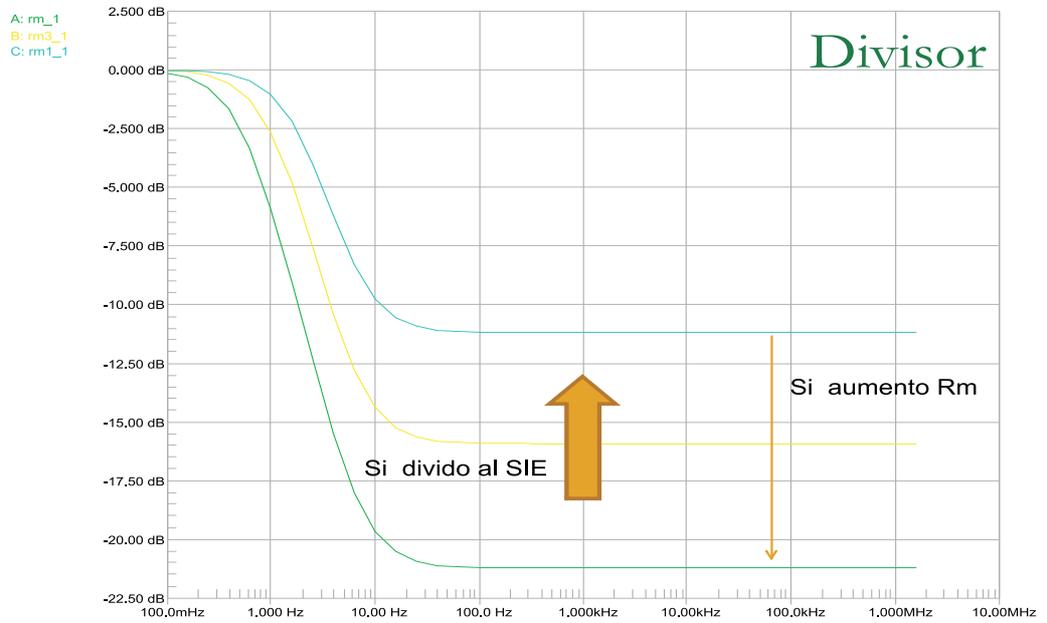


Figura 6.17: Esquema del circuito para la simulación del TDV y del TAO.



(a) Simulación del TDV

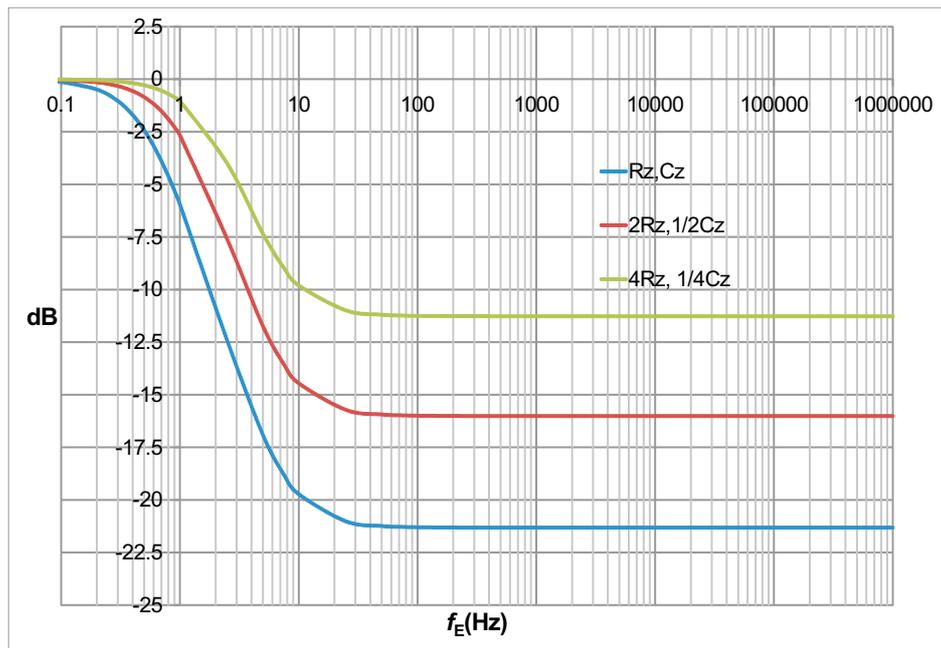
(b) Funcion de transferencia medida en  $Z$  e impedancia con conexión en serie

Figura 6.18: Comparación del efecto del tamaño de electrodo entre la simulación y la función de transferencia para el TDV.

turación del amplificador operacional.

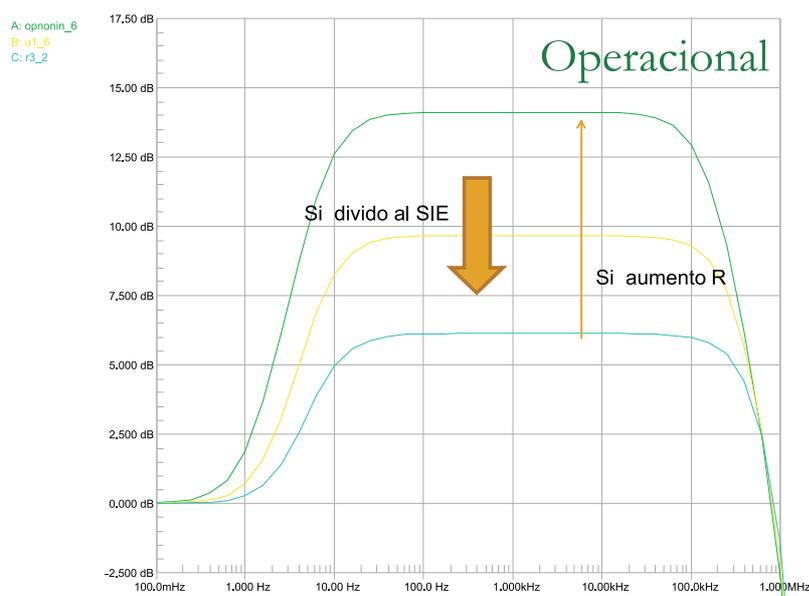


Figura 6.19: Simulación del TAO con efectos del tamaño de electrodo.

Los efectos observados en los acondicionadores primarios TDV y TAO se reflejan en los componentes moduladores que pueden amplificarse o atenuarse, las frecuencias moduladoras del sistema bifásico son características de cada patrón de flujo. Por tanto, la observación de estas frecuencias está fuertemente asociada a los componentes del transductor utilizado. El TDV con medición en  $Z$  tiene la capacidad de atenuar en 21 dB a frecuencias moduladoras de 100 mHz hasta aproximadamente 30 Hz, el efecto asociado al tamaño de electrodo es atenuar menos estas frecuencias. El TAO tiene la capacidad de amplificar frecuencias moduladoras en un intervalo de 100 mHz hasta aproximadamente 40 Hz, a frecuencias mayores de 40 Hz y hasta 60 kHz amplifica constantemente en 14dB y finalmente atenúa frecuencias mayores de 60 kHz hasta 1 MHz. El efecto asociado al tamaño de electrodo es ampli-

ficar poco las frecuencias en el intervalo de 100 mHz a 60 kHz.

### 6.2.5. Elección del acondicionador primario

¿Cuál es el acondicionador más adecuado para el estudio del sistema bifásico agua-aire?

Se han caracterizado dos propuestas para el TIE. De esta caracterización se generó la Tabla 6.1, donde se muestran los elementos de criterio para seleccionar el acondicionador primario.

Para determinar cuál es el acondicionador más adecuado en el estudio de las ondas del sistema multifásico, se sabe que las componentes en frecuencia de las ondas del sistema bifásico aire-agua  $f_B$  están en el intervalo de 0 a 20 Hz. Esta información será el punto de partida, la Tabla 6.1 muestra dos criterios para seleccionar el transductor.

El criterio primario describe, en su conjunto, el dominio del componente en los transductores con base en el diagrama de Bode. Esta descripción tiene diferentes aspectos: funcionalidad del transductor en el diagrama, cuadrante de operación y característica operativa. La funcionalidad del transductor es la respuesta que se observará ante un estímulo en la frecuencia, en el estudio hay tres frecuencias de interés:  $f_B$ ,  $f_E$  y  $f_M$ .  $f_B$  ya fue mencionada al inicio y se refiere a la frecuencia de burbujeo, es decir, la frecuencia de las perturbaciones del flujo.  $f_E$  es la frecuencia de excitación del sistema eléctrico del TIE y  $f_M$  es la frecuencia de muestreo; esta última será abordada en secciones posteriores.  $f_B$  y  $f_E$  se relacionan,  $f_E$  funciona como señal portadora y debe tener la capacidad de ser modulada por  $f_B$ . Ambos transductores tienen dominios resistivos ante el estímulo de  $f_E$  y en ambos se comprobó que hay respuesta ante un estímulo  $f_B$  en esta zona. El cuadrante de operación lo utilizamos para interpretar amplificación (+dB) o atenuación (-dB). El TDV tiene una funcionalidad atenuadora para bajas frecuencias, opera en el cuadrante -dB con

Criterio	Elementos		TDV(Z)			TAO		
1	Diagrama de Bode (diagrama de ganancia)		Pasa bajos			Pasa bandas (pasa altos-pasa bajos)		
	Cuadrante de Operación		-dB (atenuador)			dB (amplificador)		
	Frecuencia de Excitación	Componente Capacitiva	0.1 Hz < 30Hz			0.1 Hz < 10Hz, 100 kHz < 1 MHz		
		Componente Resistiva	> 30 Hz			10 Hz < 100 kHz		
2	Efecto del No. de láminas de un electrodo (Zona resistiva)		menor atenuación			menor amplificación		
			50	25	12	50	25	12
			-21 dB	-16 dB	-11 dB	14 dB	9.5 dB	6 dB
Intervalo de frecuencias moduladoras		< 0.5 Hz	< 0.8 Hz	< 1 Hz	< 100 kHz			

Tabla 6.1: Criterios de selección del Acondicionador Primario

un régimen capacitivo hasta 30 Hz y un régimen resistivo a frecuencias mayores a 30 Hz. El TAO tiene funcionalidad amplificador pasa bandas, opera en el cuadrante +dB con un primer comportamiento capacitivo pasa altas hasta 10 Hz, entre 10 Hz y 100 kHz se comporta resistivamente, finalmente a frecuencias mayores a 100 kHz se comporta capacitivamente como un filtro pasa bajas. Ambos transductores tiene la capacidad de operar como un resistor, se prefiere el TAO por su capacidad amplificador en el intervalo de 0.1 a 10 Hz el cual permitiría el estudio las frecuencias  $f_B$  en el intervalo 0-20 Hz.

El criterio secundario describe la capacidad de ganancia en función del tamaño de electrodo y proporciona el intervalo de frecuencias de modulación que pueden ser detectadas. El TDV tiene la capacidad de atenuar inversamente la magnitud de la frecuencia con un factor de 0.735 por cada partición a la mitad del tamaño del electrodo, en el intervalo de comportamiento resistivo. El TAO tiene la capacidad de amplificar inversamente la magnitud de una frecuencia con un factor de 0.680 por cada partición a la mitad del tamaño del electrodo, en el intervalo de comportamiento resistivo. Parece ocurrir que el TDV es adecuado, sin embargo, es un transductor que siempre atenúa independientemente del tamaño de electrodo por operar en el cuadrante -dB. De manera contraria, el TAO tiene la capacidad de amplificar, es decir, la información que recibe siempre se potencia a pesar de ser inverso con la disminución del tamaño de electrodo. El TDV tiene un intervalo restringido para estudiar a componentes en el intervalos de  $f_B$ , como lo muestra la Tabla. Por esto es preferible utilizar el TAO, en el intervalo tan amplio con el que cuenta, de 0.1 Hz hasta 100 kHz, además se extrapola el intervalo de  $f_B$  que se ha estudiado. Una vez establecido el acondicionador primario para el TIE, se establece  $f_E$  en un régimen resistivo a 1 kHz con una alimentación de 1 Vpp.

## 6.3. Diseño del TIE

### 6.3.1. Acondicionador Secundario de Señal

Con base en los resultados de la sección anterior se propone el acondicionamiento secundario de la señal. El objetivo de esta Sección es mostrar como obtener una señal con características adecuadas para ser captadas y posteriormente ser tratadas digitalmente, con este elemento se completa el TIE. El acondicionador secundario consta de una serie de etapas analógicas para obtener información del sistema bifásico en dos señales: una correspondiente al valor medio de la fracción volumen de gas y otra correspondiente a sus fluctuaciones.

Para obtener estas dos señales, el acondicionador secundario fue compuesto de dos partes. La primera fue formada por un rectificador de onda completa y un tren de filtros (cuarto orden y corte a 100 Hz), con estas etapas se obtuvo la señal de las fluctuaciones de la fracción volumen. La segunda parte del acondicionador fue compuesto de un elemento de calibración, un rectificador de onda completa, un amplificador de instrumentación y un filtro de orden dos con corte a 1 Hz, a través de estas etapas se obtuvo la señal de la fracción volumen promedio. La Figura 6.20 proporciona la descripción del acondicionador secundario.

### 6.3.2. Pruebas al Acondicionador Secundario y al TIE

#### Acondicionador Secundario

Para realizar la prueba del acondicionador secundario, se generan perturbaciones por medio de un interruptor manual (ver Figura 6.21). Una vez colocado el interruptor, la prueba consistió en generar una señal de onda cuadrada con diferentes periodos ( $T=5, 10, 20$  s) y una amplitud constante a

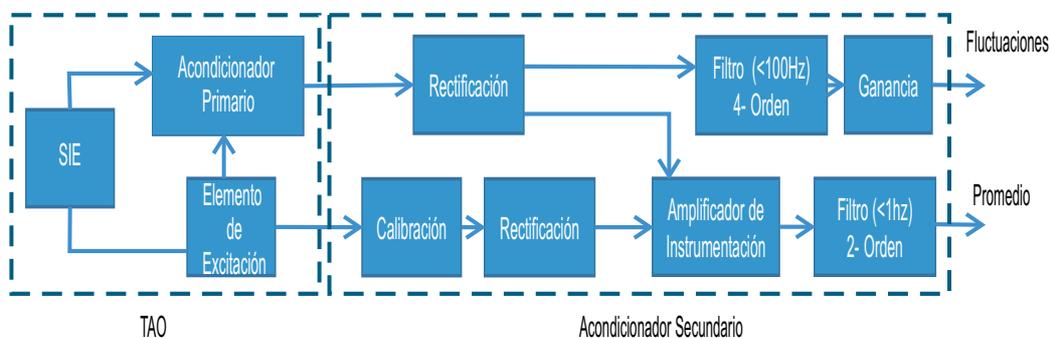


Figura 6.20: Diagrama del TIE con el acondicionador secundario para la obtención de fracción volumen.

la salida del TIE. La señal de salida fue muestreada a 2kHz y se analizó su espectro de frecuencia. La Figura 6.22 muestra las señales obtenidas.

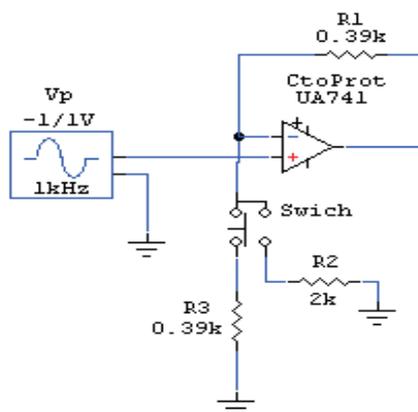


Figura 6.21: Configuración en el TAO para prueba del acondicionador secundario

En las Figuras 6.22a, 6.22b, 6.22c se observa tres mediciones que fueron capturadas en diferentes puntos. El primer punto de medición fue la señal modulada a la salida del TAO (Azul), el segundo punto de medición fue a la

salida de la rectificación (Verde) y el último punto de medición fue la señal a la salida del amplificador (Roja), esta última correspondería a las fluctuaciones de la fracción volumen. El análisis en frecuencia de cada punto de medición muestra correspondencia con el inverso del periodo, probando así que el acondicionador secundario responde correctamente a los estímulos del interruptor.

El elemento de calibración en el acondicionador es un sensor con las mismas características del SIE en el cual sólo se haría fluir agua. Este elemento tendría la función de compensar electricamente los cambios que ocurran en las propiedades del fluido por la temperatura. Desafortunadamente este elemento no pudo ser concretado y fue sustituido por una resistencia variable para ajustar los cambios manualmente. De esta manera se realizó la misma prueba del interruptor a esta segunda parte del acondicionador secundario. Los resultados no fueron los esperados, la señal a la salida del acondicionador no tuvo la forma de una onda cuadrada, este comportamiento fue por el diseño del filtro con un corte a 1 Hz. La señal esperada correspondería al valor medio de la fracción volumen de gas y debía ser directamente proporcional a la magnitud de la modulación, además tenía que responder inmediatamente al estímulo del interruptor, es decir, generar en tiempo y forma una onda cuadrada. Este comportamiento no pudo ser solucionado.

### **TIE**

La prueba del TIE consistió en introducir el cilindro de unisel previamente empleado en la Sección (6.1.3) en el sensor. El SIE fue configurado por un electrodo de 50 láminas y llenado con agua corriente, el unisel se colocó desde la parte superior de la tubería que contiene al SIE y se sumergió hasta el fondo. El cilindro de unisel funciona como interruptor, el cual generó una onda cuadrada con período  $T=10s$ . La señal de respuesta al estímulo de este objeto se midió capturando la señal de voltaje en la línea correspondiente a

las fluctuaciones de la fracción volumen. La Figura 6.22d muestra la señal obtenida.

Se observa en la Figura 6.22d la señal generada por el estímulo del objeto en el TIE. El análisis en frecuencia muestra la correspondencia con el inverso del periodo, así se prueba la fidelidad del TIE con respecto al estímulo generado.

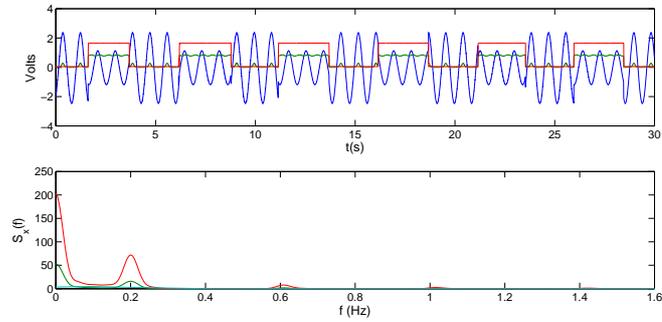
### 6.3.3. Prueba de Estacionariedad y Tiempo de muestreo para señales del TIE

Se realizaron pruebas de estacionariedad a señales capturadas correspondientes a las fluctuaciones de la fracción volumen obtenida a través TIE. Las señales capturadas fueron generadas por un patrón de flujo burbuja, el patrón fue producido al inyectar aire en el fondo de una columna de agua que contenía el SIE. Las pruebas tienen por objetivo encontrar el *tiempo de muestreo* y el número de datos mínimo donde la señal es estacionaria.

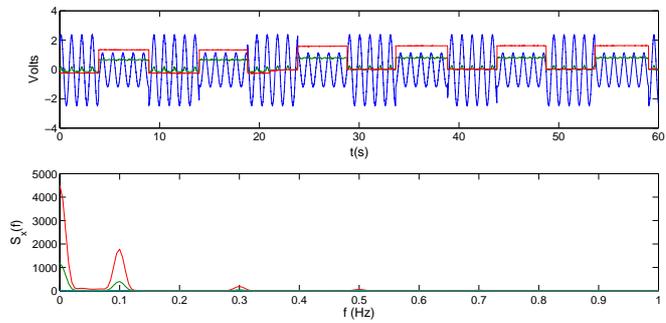
#### Prueba de estacionariedad

La estacionariedad de las señales aleatorias se examinaron por los argumentos que aporta Bendat & Piersol (1986), estos son:

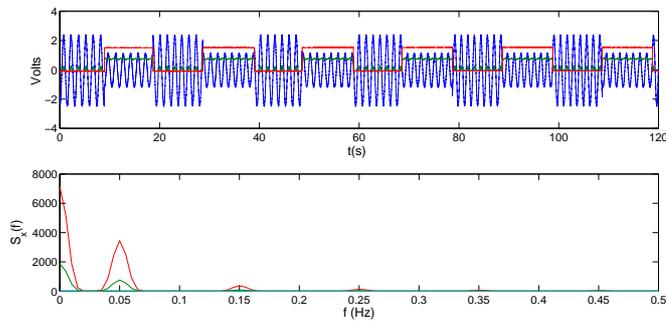
1. Dividir los datos en N intervalos iguales, donde los datos dentro de cada intervalo se consideren independientes.
2. Calcular el valor medio para cada intervalo y alinear estos valores en secuencia.
3. Probar la secuencia de los valores medios por la presencia de tendencias u otras variaciones debidas a variaciones esperadas a través de la Prueba de Inversión de Arreglos.



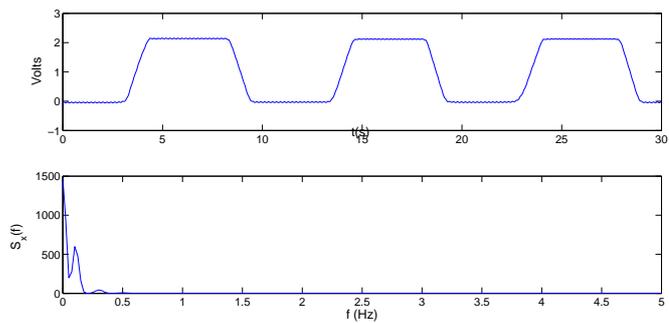
(a) Pulso a:  $T=5$  seg,  $w=0.2$  Hz



(b) Pulso a:  $T=10$  seg,  $w=0.1$  Hz



(c) Pulso a:  $T=20$  seg,  $w=0.05$  Hz



(d) Pulso por objeto:  $T=10$  seg,  $w=0.1$  Hz.

Figura 6.22: Prueba de acondicionador secundario y TIE.

4. Si hay presencia de alguna tendencia en la señal aleatoria, la señal no es estacionaria, de lo contrario la señal sí lo es.

#### Prueba de Inversión de Arreglos

Consideremos la secuencia de  $N$  observaciones de la variable aleatoria  $x$ , donde las observaciones se denotan  $x_i, i = 1, 2, 3, \dots, N$ . Ahora se cuenta el número de veces que  $x_i > x_j$ , para  $i < j$ . El total de veces que se cumplen estas condicionantes es denotado por  $A$ . Es decir:

$$A = \sum_{i=1}^{N-1} A_i$$

donde

$$A_i = \sum_{j=i+1}^N h_{ij}$$

y

$$h_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si; } x_i > x_j \\ 0, & \text{otro.} \end{cases}$$

Para aceptar la hipótesis de estacionariedad con un nivel de significancia de (5 %)  $\alpha = 0.05$ ,  $A$  debe quedar dentro de este intervalo:

$$A_{N;1-\frac{\alpha}{2}} < A < A_{N;\frac{\alpha}{2}}$$

$A$  tiene una distribución establecida en Bendat & Piersol (1986). Con este algoritmo se puede determinar la estacionariedad de una señal aleatoria cualquiera, también se obtiene el número de datos mínimo dado un caso de estudio. En este caso es importante mencionar que el espectro de frecuencia para el patrón de flujo tiene un ancho de banda menor a 100 Hz, por lo tanto el muestreo se hace a  $f_M = 200Hz$ .

La Figura 6.23 muestra el resultado obtenido, la prueba indica el número mínimo de datos (o muestras) que deben ser capturadas a 200 Hz para que la

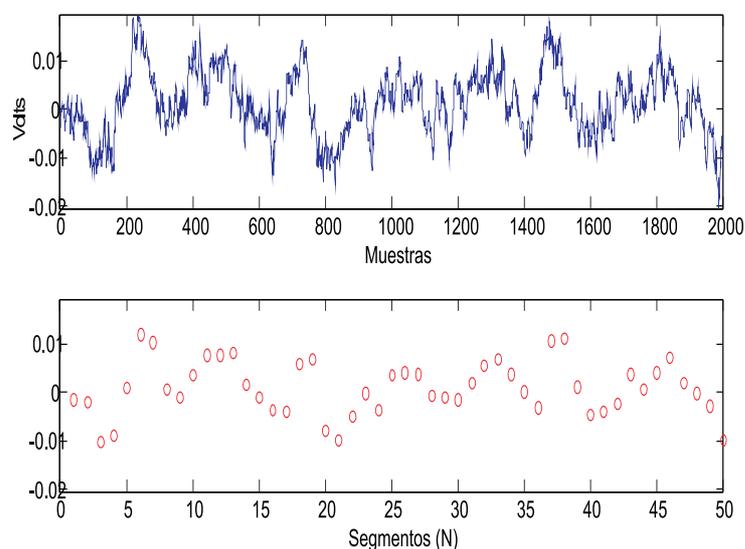


Figura 6.23: Prueba de estacionariedad.

señal sea estacionaria, es decir, que la señal no tenga tendencias. Sin embargo, en el dominio de la frecuencia no se obtuvo la misma densidad de potencia espectral (DPE) para dos señales distintas, las cuales fueron adquiridas para las mismas condiciones del patrón de flujo. Esto se debe a que la cantidad de datos empleados para la transformación al dominio de la frecuencia es menor (llamada ventana de transformación). Así, el espectro de potencia estimado difiere en cada señal para el mismo patrón de estudio, es decir, el conjunto de datos tratados en la ventana no es estacionario, por lo tanto se requiere de un número mayor de muestras, de tal forma que la ventana de transformación sea estacionaria. Se determinó que la ventana es estacionaria si contiene cuando menos 2000 datos.

En la Figura 6.24 se muestra el espectro de potencia resultante de tomar 20,000 datos en un tiempo de muestreo de 100s. Este último es el tiempo de muestreo mínimo para que el espectro de potencia no cambie significativamente y sea representativo del patrón de flujo de estudio.

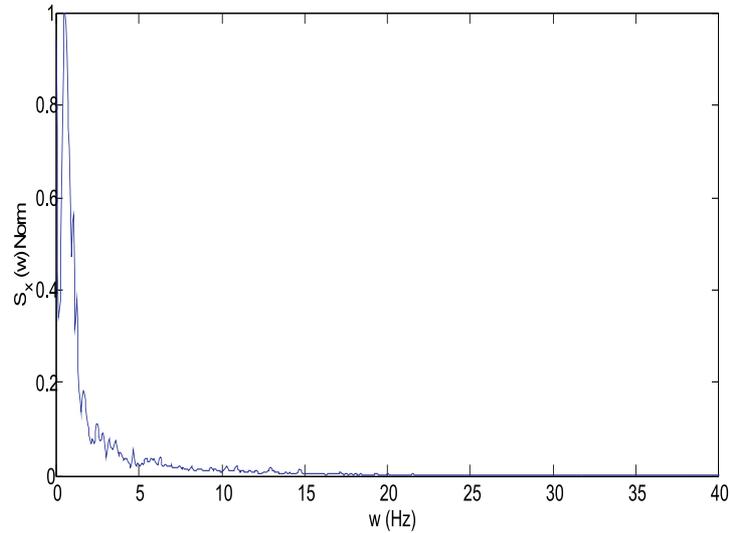


Figura 6.24: Espectro de potencia de las fluctuaciones de la fracción volumen.

## 6.4. Tratamiento de señales obtenidas por el TIE

Las fluctuaciones de una señal de fracción volumen obtenida en una sección transversal de la columna, contiene información de la estructura y de la distribución espacial de la fase discreta. El análisis de las señales en el dominio del tiempo a través de la estimación de la función de correlación cruzada, proporciona el tiempo de retardo que hay entre dos señales estacionarias. El tiempo de retardo se obtiene del máximo de la función de la correlación cruzada. Se interpreta la ocurrencia del máximo como el intervalo de tiempo que transcurre cuando una perturbación afecta las señales de dos electrodos contiguos equivalentes cuyas cantidades están separadas una distancia dada. Por lo tanto, la velocidad de propagación de la fracción vacío se estima al

conocer la distancia entre los electrodos y el tiempo de retardo.

Por otro lado, el análisis en el dominio de la frecuencia de las señales estacionarias proporciona la o las frecuencias características de las fluctuaciones de las señales a las cuales el fenómeno ocurre. Estas frecuencias se obtienen por la estimación de la densidad de potencia espectral.

Se experimentó en el SIE con dos electrodos formados con 50 láminas, la separación fue de 10 cm en su punto medio. A cada electrodo se le adaptó un TIE y se hizo fluir aire en la sección de prueba para producir enjambres de pequeñas burbujas.

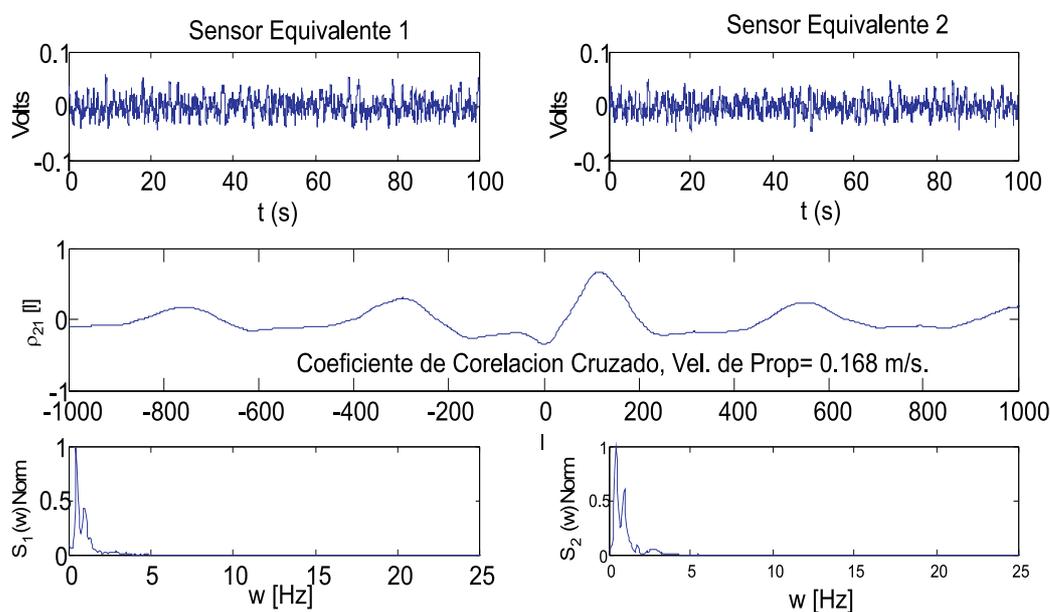


Figura 6.25: Análisis de señales en el dominio del tiempo y la frecuencia.

La Figura 6.25 muestra los tratamientos a través de tres tipos de gráficos. El primero, es de las fluctuaciones obtenidas de los dos sensores del SIE. El

segundo gráfico, muestra la estimación del coeficiente de correlación cruzada (normalización de la función de correlación cruzada), el cual proporciona el retardo entre sensores y la velocidad de propagación de la onda de fracción vacío. El tercer gráfico, muestra la respuesta en frecuencia, donde se observan dos picos o frecuencias importantes, las cuales están en 0.5 y 0.9 Hz respectivamente. Estas frecuencias son típicas del el patrón de flujo burbuja.

El análisis de las señales proporcionó parámetros de importancia bajo condiciones de estacionariedad, tal como la velocidad de propagación de la onda de fracción vacío y el espectro representativo del fenómeno de estudio.

## Capítulo 7

# Estudios sobre el tamaño de electrodo

En este capítulo se estudia la relación entre el tamaño de electrodo y la respuesta del sensor a través de experimentar con el TIE en una columna de burbujeo y la generación de patrones de flujo. El análisis de las series de tiempo capturadas, con relación a la forma de las fluctuaciones de la fracción volumen de gas  $\varepsilon_g$ , se realiza en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia. Se estudia la comparación de los tamaños de electrodo a través de la densidad de potencia espectral (DPE), este análisis conduce a determinar la linealidad de los procesos aleatorios del sistema multifásico de estudio.

También se estudia la representación de los picos de la densidad de potencia espectral para un patrón de flujo simple. Cuando los experimentos se llevaron a cabo, la adquisición de las series de tiempo de las fluctuaciones de la fracción volumen de gas y la captura de video, ocurrieron simultáneamente. El análisis de los resultados de ambas pruebas, muestran la correspondencia entre los picos principales de la DPE y los fenómenos que ocurren en la columna de burbujeo.

## 7.1. Experimentos con enjambres de burbujas

Los experimentos se realizaron haciendo fluir aire en la sección de prueba a través de un generador de burbujas, produciendo enjambres de pequeñas burbujas. El flujo de gas se mantuvo constante, en consecuencia el patrón de flujo también. La frecuencia de muestreo fue de 200 Hz con un tiempo de adquisición de 100 segundos. Las condiciones experimentales y de muestreo fueron las mismas en todos los casos.

### 7.1.1. Caso 1: Electrodo de 50 láminas

La Figura 7.1 muestra el esquema del primer caso de estudio. Se conectaron dos electrodos formados por 50 láminas, cada uno fue acoplado a su respectivo acondicionador para obtener la señal de las fluctuaciones de la fracción volumen. Se usó la tarjeta de adquisición de datos iOtech para adquirir las señales y posteriormente realizar el tratamiento con MATLAB.

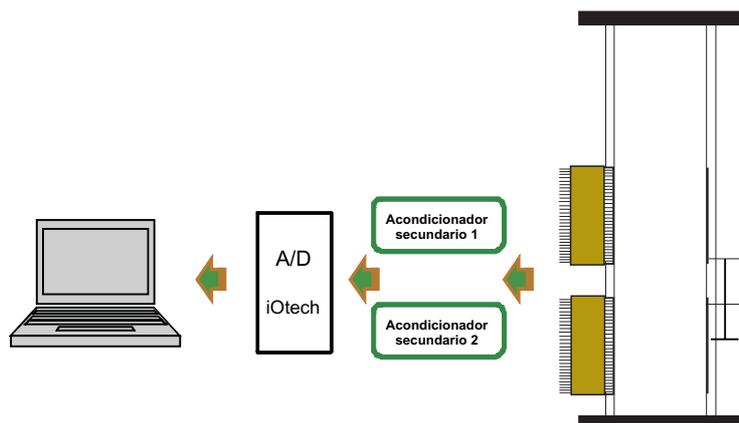


Figura 7.1: Caso 1: Dos electrodos formados por 50 láminas, cada uno.

La Figura 7.2 muestra las señales obtenidas y su análisis. En la parte

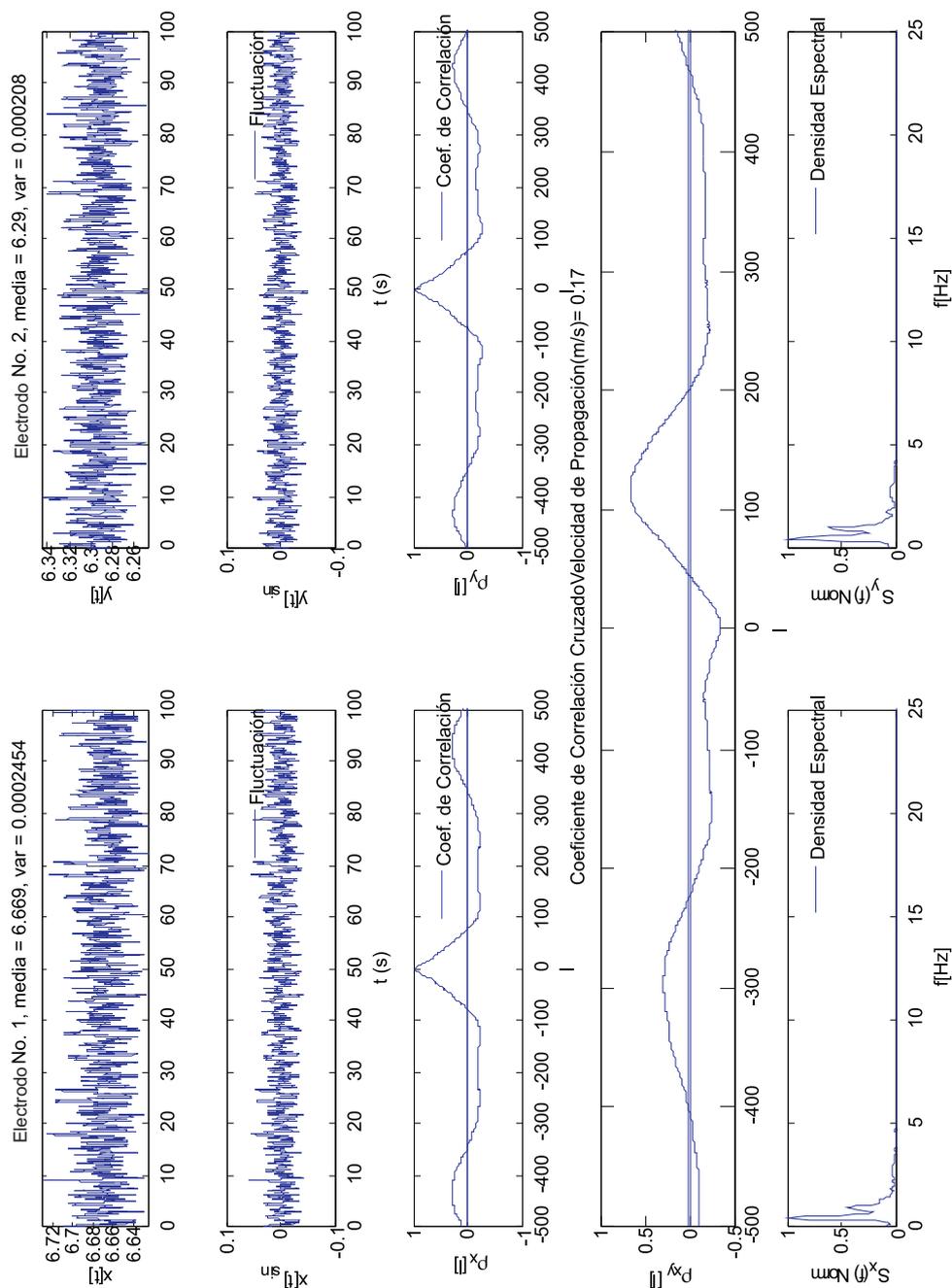


Figura 7.2: Caso 1: Tratamiento de señales, dos electrodos de 50 láminas.

superior se muestran las series de tiempo capturadas durante 100 segundos, cada gráfico indica el número de electrodo, la media en volts y su varianza. El gráfico con la leyenda  $x(t)$  representa la medición en volts del electrodo número 1, y  $y(t)$  representa la medición en volts del electrodo número 2. El siguiente par de gráficas representa las fluctuaciones de ambos electrodos. El tercer par de gráficos muestra la estimación de la función de autocorrelación  $\rho_x(l)$  y  $\rho_y(l)$ . La cuarta gráfica representa la estimación de la función de la correlación cruzada  $\rho_{xy}(l)$  y despliega el retardo característico entre las dos señales. El último par de gráficos representan la densidad de potencia espectral  $S_x(f)$  para cada señal. La densidad de potencia espectral (DPE) representa las frecuencias de onda más importantes del patrón de flujo, aquí se observan dos picos importantes a baja frecuencia (característico del sistema multifásico): a 0.45 y 0.95 Hz.

La Figura 7.3 muestra dos funciones: la densidad espectral cruzada normalizada y la función de coherencia promedio. La tabla que se encuentra al costado derecho muestra las frecuencias importantes del espectro cruzado y está organizada para mostrar la siguiente información: No. de pico, frecuencia del pico (Hz), magnitud del pico y la coherencia.

### 7.1.2. Caso 2: Electrodo de 25 láminas

La Figura 7.4 muestra la configuración experimental del segundo caso de estudio. Se conectaron dos electrodos formados por 25 láminas en el mismo módulo y se acoplaron a sus acondicionadores. Se usó la tarjeta de adquisición de datos iOtech para adquirir las señales y posteriormente realizar el tratamiento con MATLAB.

La Figura 7.5 muestra, a semejanza del caso anterior, las series de tiempo y sus fluctuaciones, la estimación de las funciones de autocorrelación, co-

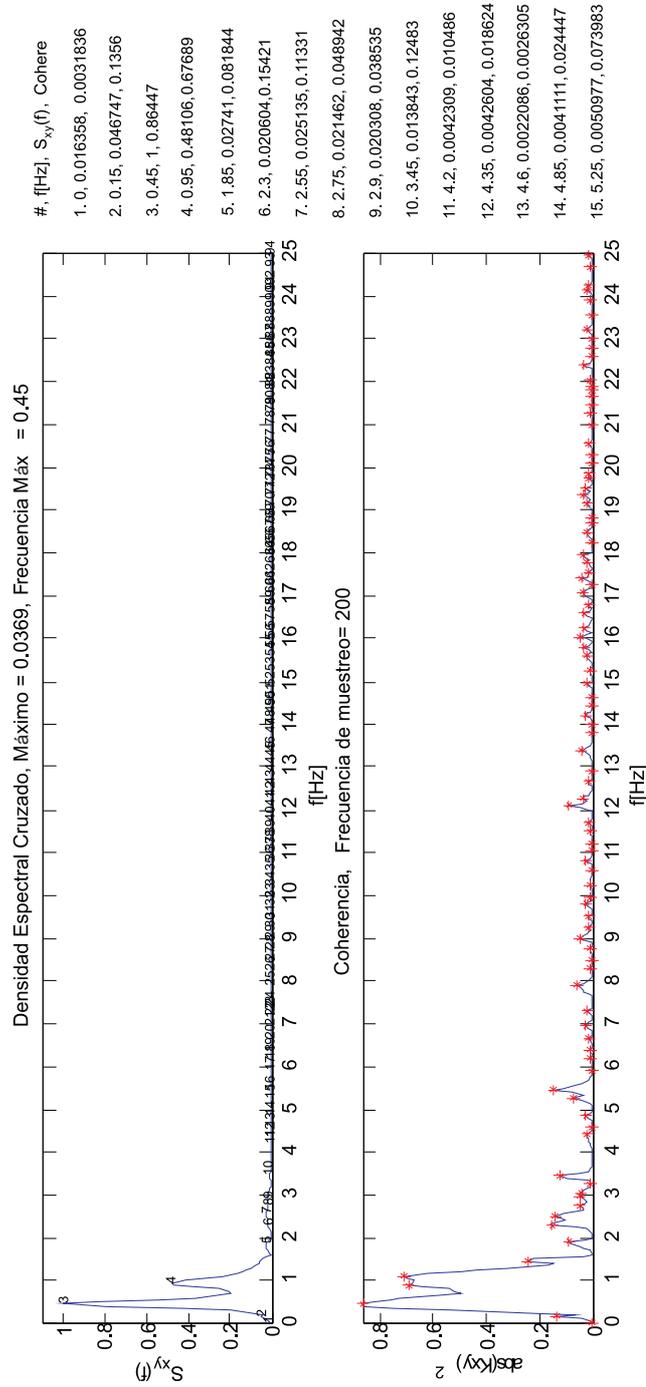


Figura 7.3: Caso 1: Densidad espectral cruzado (Normalizado) y coherencia.

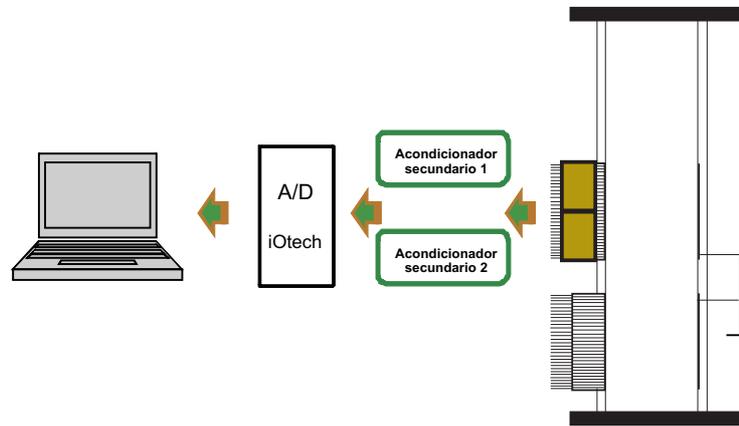


Figura 7.4: Caso 2: Dos electrodos formados por 25 láminas, cada uno.

relación cruzada y densidad espectral para su análisis. Al comparar estas funciones con las del Caso 1, se puede observar de estas señales un decremento en la media de 6.669 a 3.942, la varianza de 0.0002454 a 0.0001283 y las fluctuaciones. En la función de la correlación cruzada (cuarta gráfica de la Figura 7.5) se observa que la velocidad promedio de propagación de la fracción vacío  $0.15 \frac{m}{s}$  es semejante a la encontrada en el Caso 1 de  $0.17 \frac{m}{s}$ , lo cual es razonable porque se tiene el mismo patrón de flujo. Por otro lado, la densidad de potencia espectral (DPE) se nota ligeramente diferente (círculos naranjas de la Figura 7.5). Los picos principales se conservan en 0.45 y 0.95 Hz, sin embargo la segunda frecuencia presenta mayor densidad.

En la Figura 7.6 se observa, en la densidad espectral cruzada, un incremento de un 100 % en la magnitud normalizada de la frecuencia de 0.95 Hz, equiparándose a la magnitud de la frecuencia de 0.45 Hz. Además, el contenido de frecuencias en el intervalo de 1 a 3 Hz es significativamente superior al del primer caso, ver la Figura 7.3. También es notorio un incremento en la función de coherencia, lo cual sugiere que las frecuencias entre 1 y 3 Hz cobran mayor importancia.

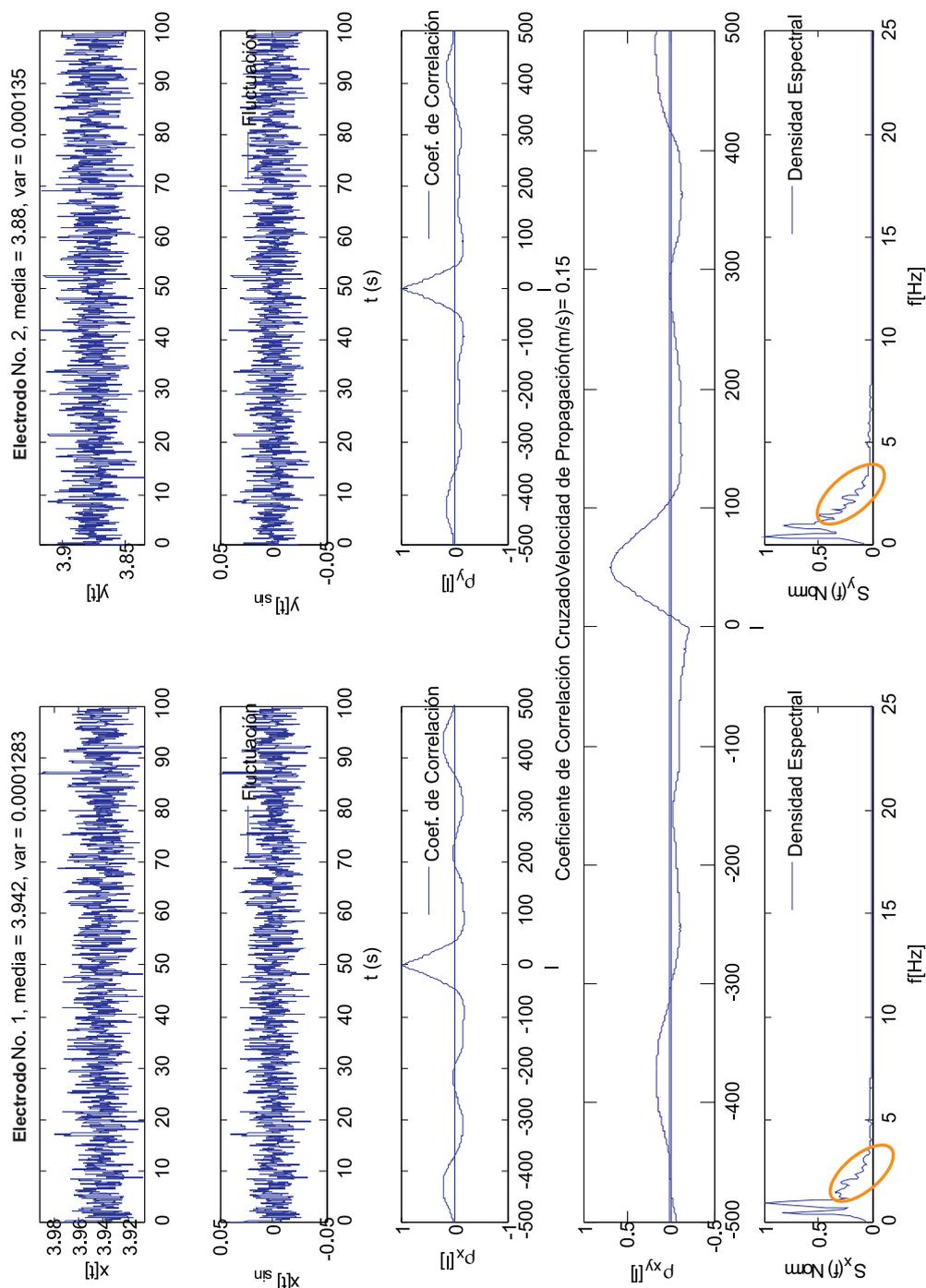


Figura 7.5: Caso 2: Tratamiento de señales.

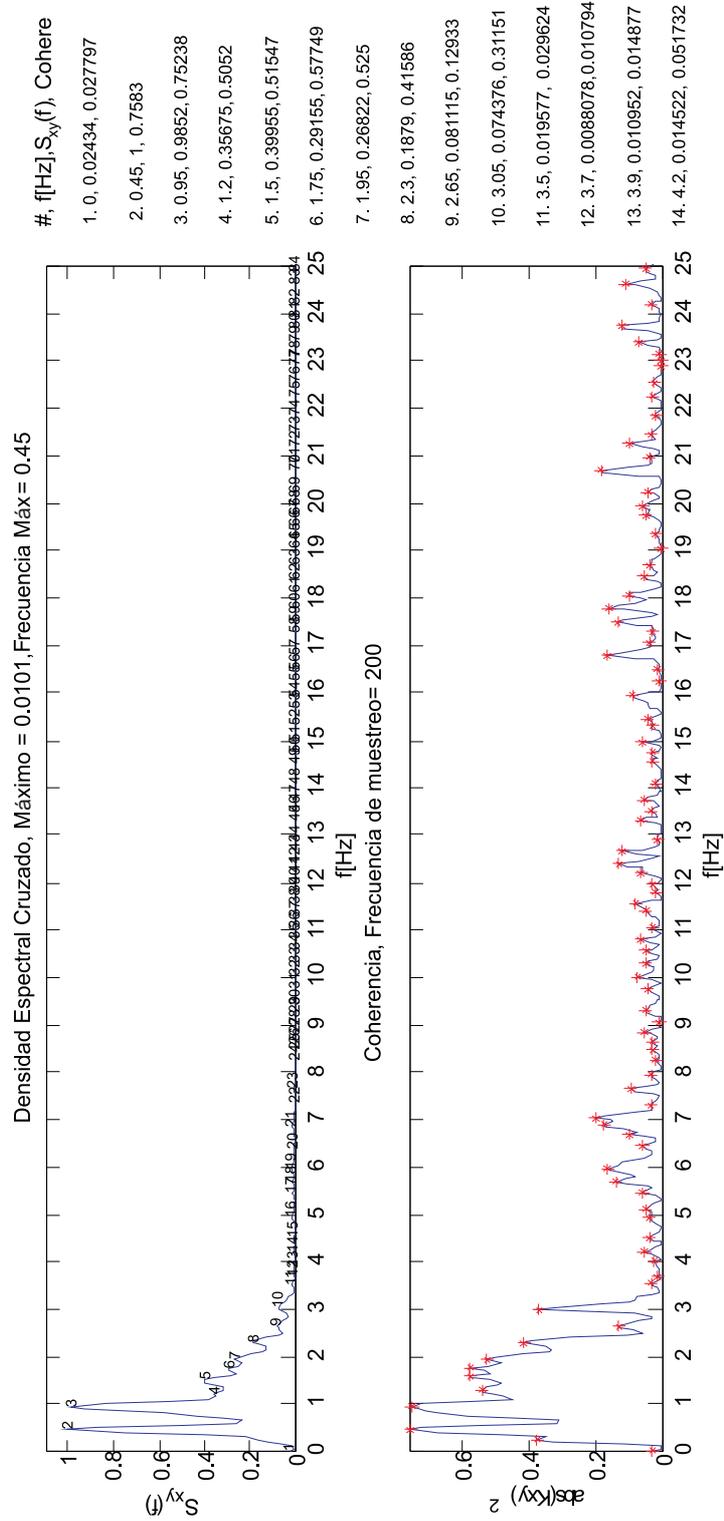


Figura 7.6: Caso 2: Densidad espectral cruzado (Normalizado) y coherencia.

### 7.1.3. Caso 3: Electrodo de 12 láminas

La Figura 7.7 muestra el esquema de tercer caso de estudio. Se conectaron cuatro electrodos en el módulo superior del SIE: dos formados de 13 láminas y dos formados por 12 láminas. El electrodo inicial y final corresponden a los de 13 láminas, los electrodos intermedios corresponden a los formados por 12 láminas. Cada electrodo fue conectado a su respectivo acondicionador y se realizó la adquisición de datos para su posterior tratamiento con MATLAB.

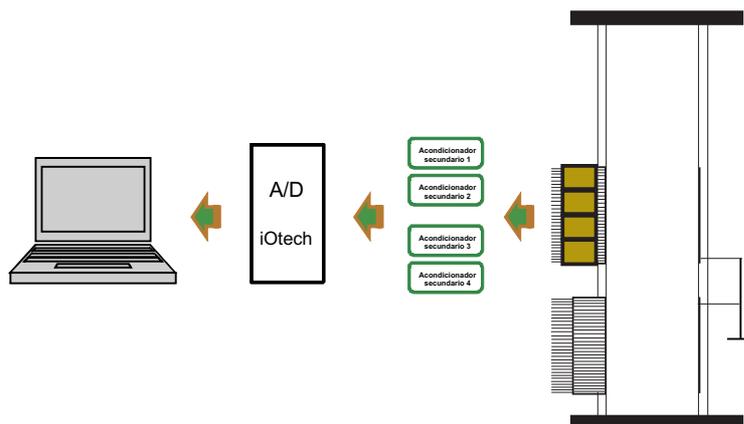


Figura 7.7: Caso 3: Cuatro electrodos adyacentes, dos de 13 láminas y dos de 12 láminas.

La Figura 7.8 corresponde a las series de tiempo (en volts) de la fracción volumen de gas y de sus fluctuaciones medidas a través de los cuatro electrodos, en tanto que la Figura 7.9 muestra el tratamiento de las señales en el dominio del tiempo y de la frecuencia, respectivamente. Se observa en los gráficos de las DPE's que los picos principales en 0.45 y 0.94 Hz se mantienen visibles. Sin embargo, hay frecuencias hasta 5 Hz que no se observaron en los Casos 1 y 2.



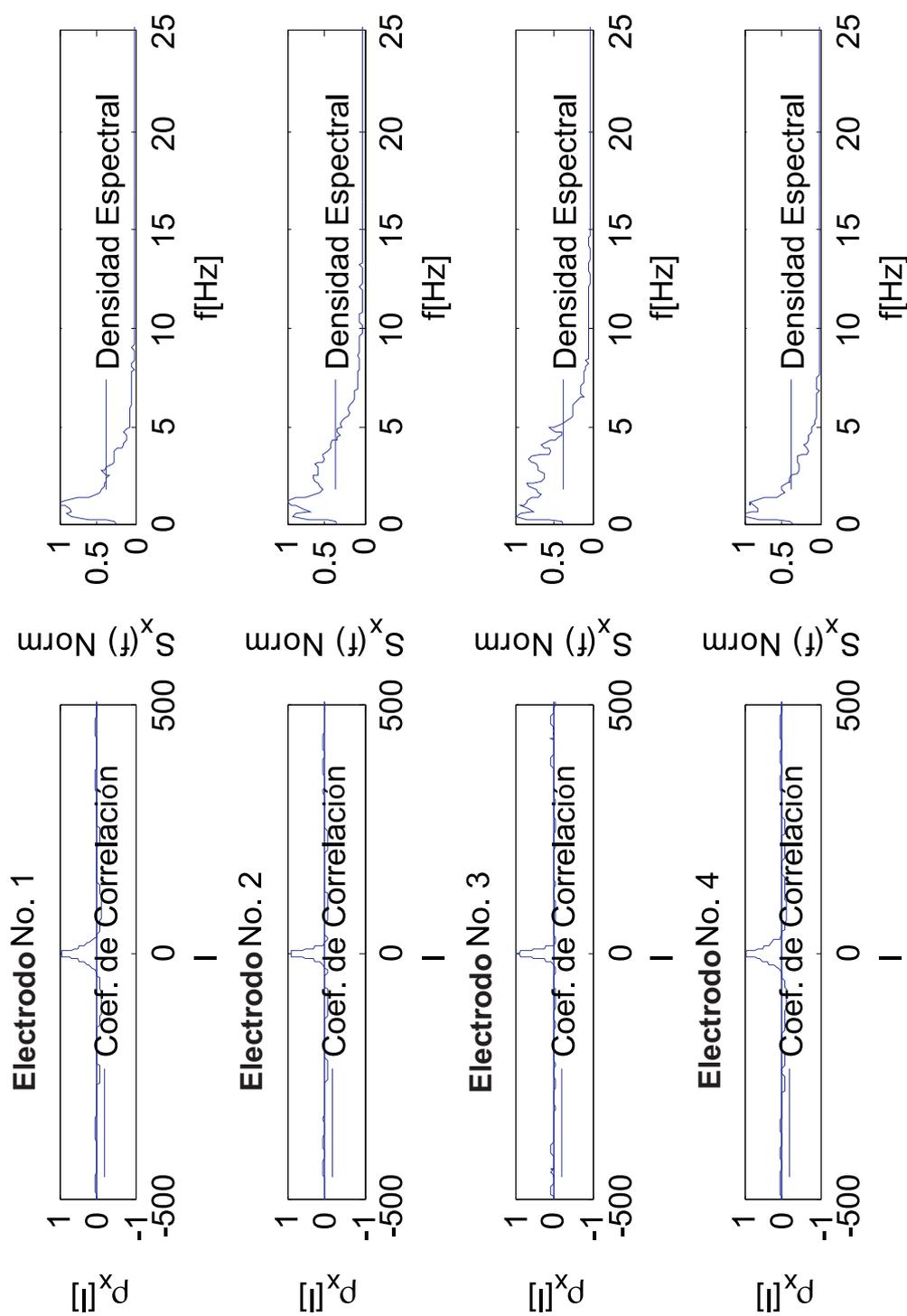


Figura 7.9: Caso 3: Tratamiento de señales (Autocorrelación y DPE).

#### 7.1.4. Caso 4: Electrodo de 12 láminas con regiones de guarda

La Figura 7.10 muestra el esquema del cuarto caso de estudio. Se conectaron y acoplaron dos electrodos formados de 12 láminas, el resto del módulo funcionó como guardas. La distribución fue realizada en tres piezas: dos piezas al centro de modulo representaron los electrodos de 12 láminas, la tercera pieza separó y cubrió a los dos electrodos simétricamente con la misma cantidad de láminas, estas las láminas formaron la región de guarda. Se realizó la adquisición de datos y su respectivo tratamiento de las dos señales.

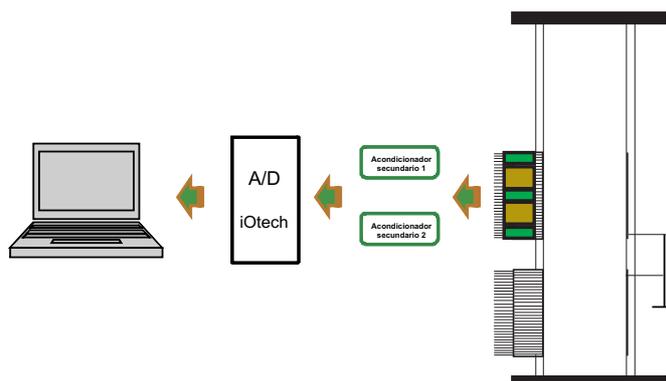


Figura 7.10: Caso de estudio 4: Dos electrodos de 12 láminas con regiones de guarda.

La Figura 7.11 muestra el tratamiento de las señales para dos electrodos con guardas. Se observa un espectro similar a los anteriores, sin embargo en las DPE's sólo se mantiene un pico principal. También se observan frecuencias de mediana intensidad hasta aproximadamente 5 Hz para después atenuarse hasta 10 Hz aproximadamente. La Figura 7.12 muestra una comparación en las DPEs para el sistema con guardas y sin guardas. El pico de 0.95 Hz continua presente en los electrodos con guardas, pero se encuentra atenuado y se observa presencia de picos de más alta frecuencia, entre 4 y 5 Hz, con

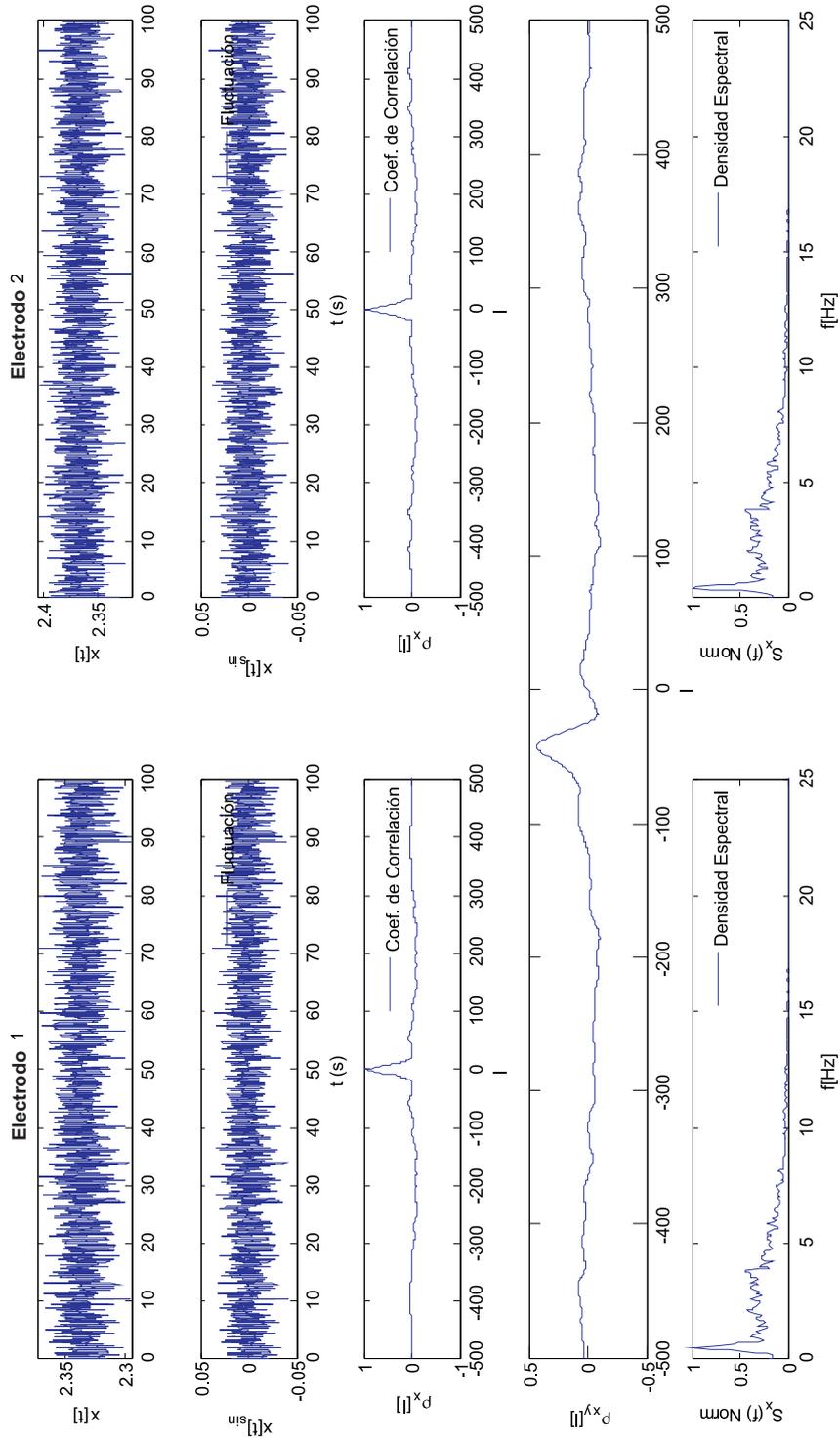


Figura 7.11: Caso 4: Tratamiento de señales con guardas.

densidad similar, entre ellos. Ma et al. (1991) usaron las guardas suponiendo que proporcionan un campo de medición plano, el cual evita la dispersión axial del campo de medición. Con este argumento, se puede proponer que el comportamiento observado en la Figura 7.12 se debe al cambio en el área de sección transversal de medición.

## **7.2. Linealidad de los espectros e identificación de frecuencias principales**

En la Figura 7.13 se han estimado las DPE de dos experimentos con igual condición de flujo de gas. Una estimación corresponde a la señal del electrodo superior del SIE del Caso 1 (ver Figura 7.1), en tanto que la segunda DPE corresponde a la suma de señales los dos electrodos del Caso 2 y corresponden a la misma sección de prueba del Caso 1 (ver Figura 7.4). El electrodo del Caso 1 tiene tantas láminas como la suma de las láminas de los dos electrodos del Caso 2. La segunda DPE se estimó por la suma de los datos punto a punto (tiempo a tiempo) de cada electrodo, la cual se interpreta como una nueva señal para el mismo fenómeno. Esta nueva señal es tratada con el mismo estimador y con los mismos parámetros para la obtención de la DPE. La Figura 7.13 permite observar la correspondencia de ambos espectros, esto hace razonable proponer que la DPE obtenida de la suma de dos señales para el mismo fenómeno, es equivalente a la DPE medida por un electrodo formado por el doble de sus láminas. Se observa que los dos picos en 0.45 y 0.95 Hz se mantienen presentes en el gráfico y son idénticos en ambos casos. Cabe notar que se esperaría la presencia de frecuencias importantes en el intervalo de 1 a 4 Hz debido a que los efectos locales afectan más la señal de los electrodos de menor cantidad de láminas. Además, la potencia de estas frecuencias es menor, lo cual sugiere que las intensidades de los picos no corresponden a ruido, por lo contrario; son información del sistema multifásico que es capturada y amplificada por el SIE. En la siguiente sección

7.2. Linealidad de los espectros e identificación de frecuencias principales131

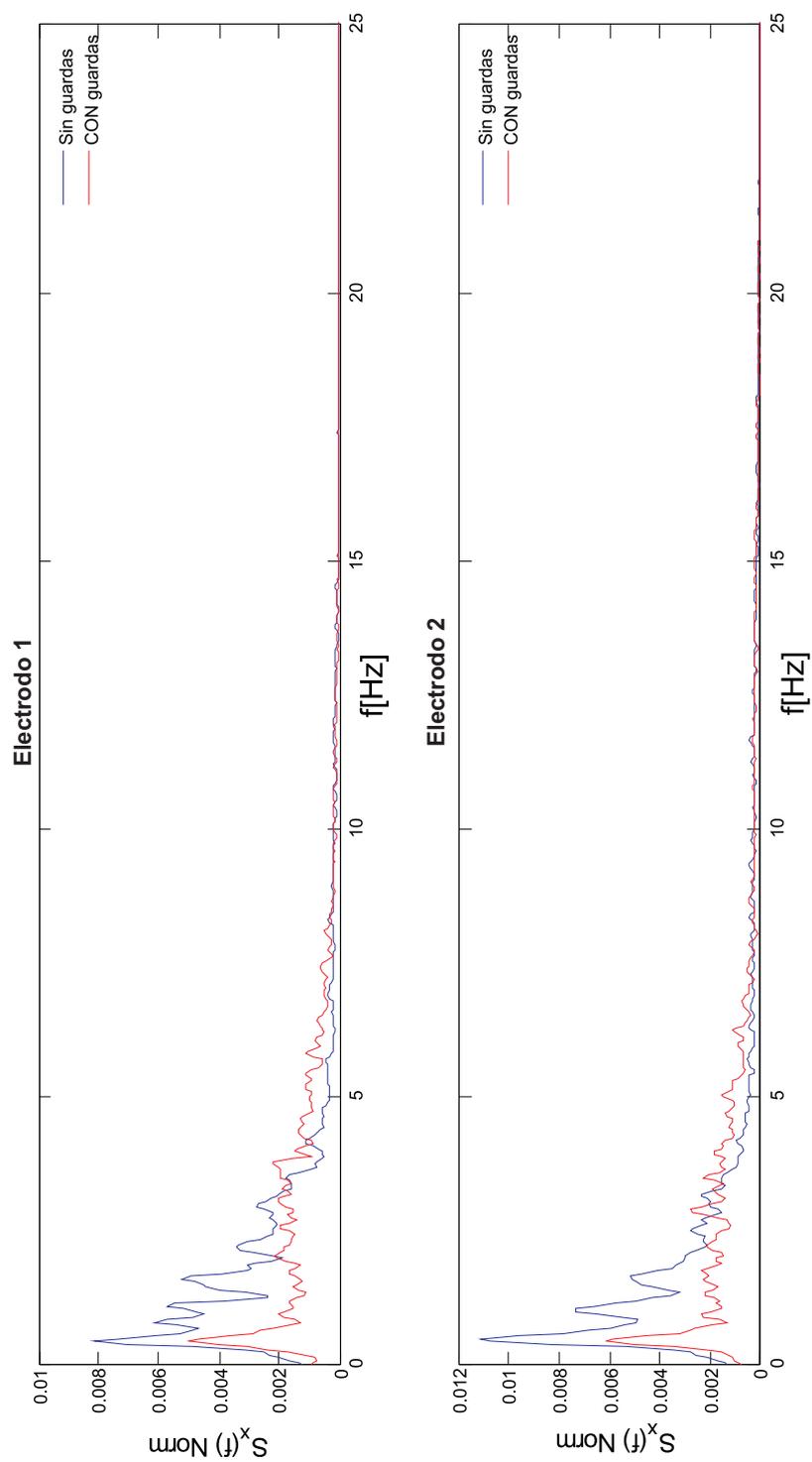


Figura 7.12: Comparación de las DPEs: Caso 3, electrodos 1 y 2 sin guardas y Caso 4, dos electrodos con guardas.

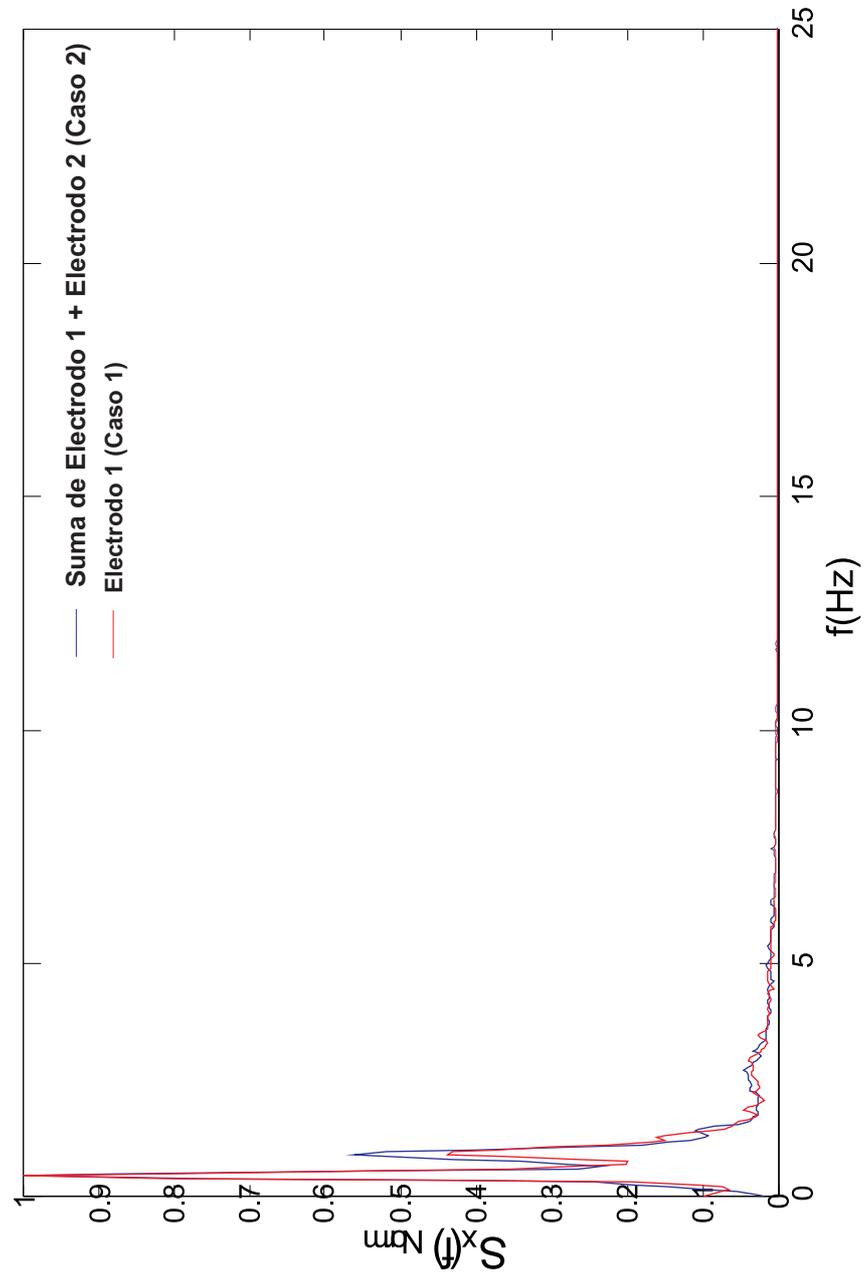


Figura 7.13: Comparación de la DPE para el Caso 1: señal de un electrodo de 50 láminas y Caso 2: señales de dos electrodos adyacentes de 25 láminas, sumadas cubriendo la misma región del Caso 1, con las mismas condiciones de flujo.

## 7.2. Linealidad de los espectros e identificación de frecuencias principales 133

se analizará este intervalo de frecuencias.

En la sección anterior se observó la existencia de dos frecuencias dominantes en 0.45 y 0.95 Hz para el patrón del flujo estudiado. Estas frecuencias corresponden a dos fenómenos principales que modifican la respuesta de SIE, correspondiendo a la escala del tamaño del electrodo. Sin embargo hay picos en el intervalo de 1 a 10 Hz, que aparecen en los electrodos de menor tamaño, pero no en los electrodos con mayor número de láminas. Cuando estas componentes son sumadas resultan en valores de potencia espectral mucho menores que los obtenidos individualmente en electrodos del tamaño correspondiente al mismo número de láminas. La pregunta que hay que responder es: ¿Qué significado tienen estas altas frecuencias? Para intentar responder esta pregunta se da una interpretación teórica a través de la definición del espectro cruzado. Después se realiza el análisis a la señal obtenida del Caso 4.

Como se mencionó en la sección 5.3.3 en la que se consideró una serie en tiempo discreto real  $w[n]$  dado por la suma de dos series en tiempo discreto reales  $x[n]$  y  $y[n]$ :

$$w[n] = x[n] + y[n] \quad (7.2.1)$$

muestra que su transformación a la densidad de potencia espectral es:

$$\hat{S}_{wW}(e^{jw}) = \hat{S}_{xW}(e^{jw}) + \hat{S}_{yW}(e^{jw}) + \hat{S}_{xyW}(e^{jw}) + \hat{S}_{yxW}(e^{jw}) \quad (7.2.2)$$

Esta ecuación es consecuencia de linealidad, porque la aplicación de los operadores que transforman a  $w[n]$  en  $\hat{S}_{wW}(e^{jw})$  generan cuatro términos: dos espectros individuales y dos espectros cruzados, esta transformación satisface con las propiedades de aditividad y homogeneidad. La Figura 7.14 muestra las diferentes partes de la densidad de potencia espectral (DPE), donde  $S_{wW}$  representa la densidad de potencia espectral y  $f$  es la frecuencia en Hertz. La gráfica fue realizada utilizando la información de los Casos 1 y 2 de la

sección 7.1, donde  $w[n]$  representa por la información del Caso 1,  $x[n]$  y  $y[n]$  representan la información de los dos electrodos del Caso 2.

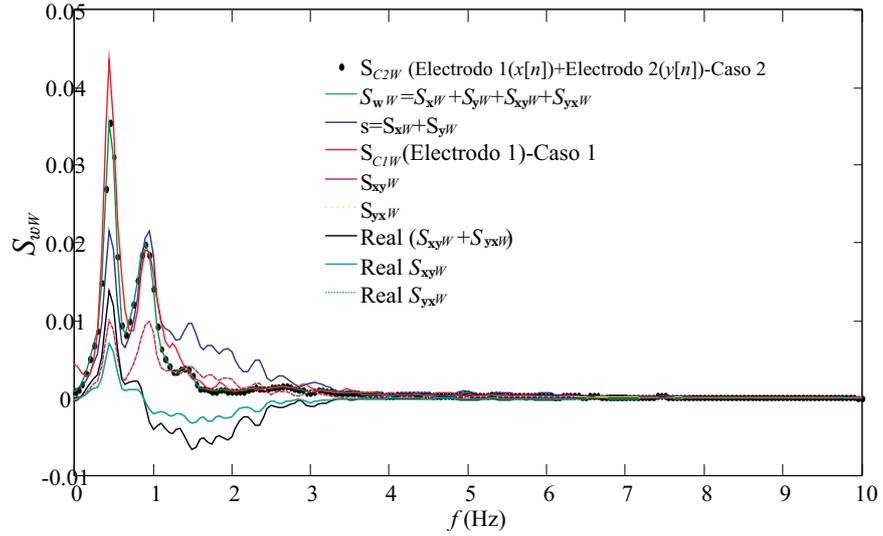


Figura 7.14: Interpretación de la DPE para altas frecuencias.

Se observa que la transformada de la suma de los procesos  $x[n]$  e  $y[n]$  punto a punto, coincide con la suma de los auto-espectros:  $S_{xW}$  y  $S_{yW}$ ; más los espectros-cruzados:  $S_{xyW}$  y  $S_{yxW}$ . Las curvas se representan en la Figura 7.14 por la línea de puntos y la línea color turquesa, respectivamente.  $w[n]$  también coincide con la transformada de la señal del proceso, curva color naranja. Estos resultados demuestran que el SIE se puede considerar como un sistema lineal, es decir, la respuesta a una suma de entradas es equivalente a la suma de las respuestas tomadas por separado, de acuerdo a la expresión (7.2.2) para la DPE.

Adicionalmente, se ha trazado la contribución de cada parte de los sumandos del espectro: los auto-espectros contribuyen con componentes positivos, mientras que la parte real de los espectros-cruzados (en la leyenda de la Figura 7.14 aparece como:  $\text{Re}(\dots)$ ) contribuyen con componentes negativos. Esto explica la atenuación de las “altas frecuencias” cuando se suman las señales.

## 7.2. Linealidad de los espectros e identificación de frecuencias principales 135

Hay que aclarar que esto se cumple cuando los sensores que se suman son contiguos, de lo contrario aparecen otras componentes de alta frecuencia como se demuestra en la Figura 7.15. Aquí se hace uso de la información de las señales del Caso 4, donde los electrodos están separados por electrodos de guarda.

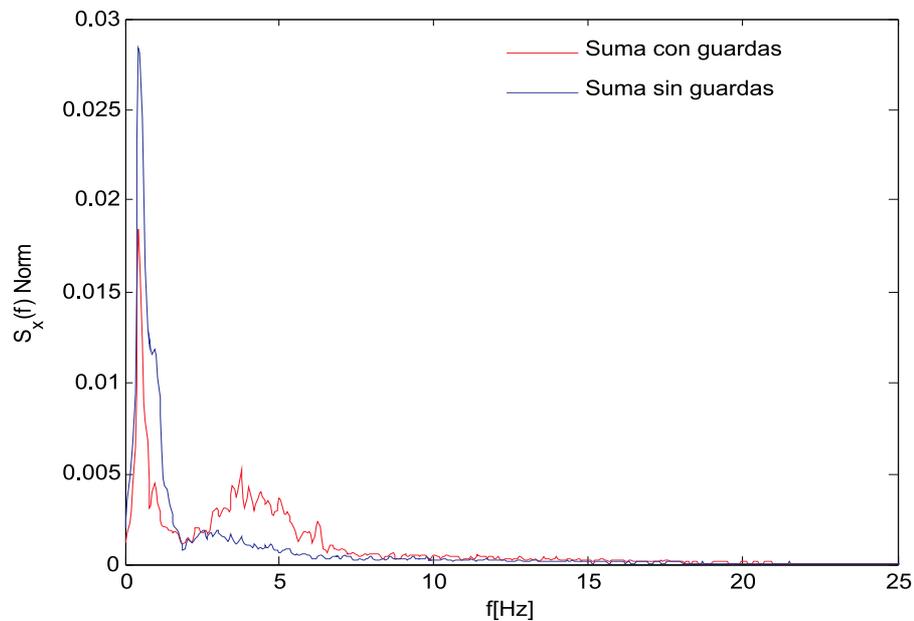


Figura 7.15: Suma de electrodos Caso 4.

Estos resultados sugieren que el SIE tiene la capacidad de mostrar información de relevancia al tomar electrodos de menor tamaño sin perder la información de un electrodo de mayor tamaño.

### **7.3. Sensibilidad del espectro con respecto al tamaño de electrodo**

El objetivo de esta sección es identificar los picos representativos de la DPE que corresponden a determinados fenómenos que ocurren en un patrón de flujo. El experimento consistió en generar un tren de burbujas en una columna de agua estancada, este patrón se obtuvo al inyectar aire a través de un tubo capilar. El tubo capilar fue colocado en la parte central de la tubería y el aire inyectado fue controlado por una válvula de precisión.

En la experimentación con el TIE se realizó simultáneamente la adquisición de datos y la captura de un video. El SIE fue configurado con guardas, mientras que el electrodo de medición fue formado por 6 láminas de la parte central. Las guardas fueron formadas por las láminas restantes. Para mitigar el ruido en la señal proveniente de los circuitos de medición, específicamente de la modulación (1kHz) y la demodulación (2kHz), se realizó el muestreo a una frecuencia más grande que la del doble de la demodulación, para evitar cualquier tipo de aliasing a frecuencias bajas. También la señal se encuentra contaminada con ruido ambiental y ruido de la misma línea de corriente eléctrica, por lo cual se realizó un pre-tratamiento digital. El pre-tratamiento consistió en filtrar digitalmente los datos de las fluctuaciones con un filtro pasa-bajas con corte a 25Hz, esto no afecta la información de la fracción volumen de gas. La Tabla 7.1 resume las condiciones de adquisición y los parámetros para el cálculo de la DPE con una resolución de 0.1Hz. El video fue tomado a una velocidad de 30 cuadros por segundo y una duración de 10 segundos, el cuadro de toma fue enfocando al extremo superior del capilar como se muestra en la Figura 4.1, por debajo de la zona de medición del SIE.

La Figura 7.16 muestra la señal de las fluctuaciones de la fracción volumen en un lapso de 10 segundos. Se identifican cuatro características o etapas de

Tabla 7.1: Condiciones de adquisición

Parámetros	Valor
Frecuencia de muestreo ( $f_M$ )	5000Hz
Tiempo de muestreo por canal	100s
WINDOWS	$f_M/0.1$
NFFT	2* WINDOWS
NOVERLAP	WINDOWS/2

un ciclo del patrón de flujo: la aproximación del tren de burbujas, el paso de las burbujas, el alejamiento del tren burbujas y la ausencia de burbujas. Estas características se repiten a lo largo de la señal y se pueden agrupar por períodos, como lo muestra la Figura 7.16.

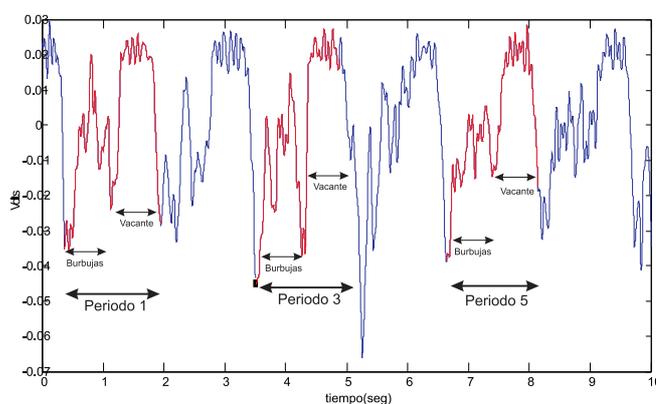


Figura 7.16: Identificación de periodos y fenómenos en un segmento de señal de 10 segundos.

El descenso súbito de voltaje en la señal se genera por la aproximación del tren de burbujas a la zona de medición del electrodo, el siguiente bloque de fluctuaciones se deben al paso y a la interacción que hay entre burbujas. Después, el ascenso súbito en el voltaje se debe por el alejamiento del tren de burbujas, la señal regresa a un estado basal y se mantiene por un instante; a esto lo definimos como tapón de líquido o vacante. Cabe resaltar que las

fluctuaciones producidas por el paso de las burbujas no muestran un patrón constante en la señal, esto se puede atribuir a la aleatoriedad que hay en la interacción entre burbujas.

Gráficamente se obtuvo el tiempo de ocurrencia de cada fenómeno en la señal, como lo muestra la Figura 7.17. La Tabla 7.2 muestra los tiempos característicos de cada intervalo con referencia a la Figura 7.17.

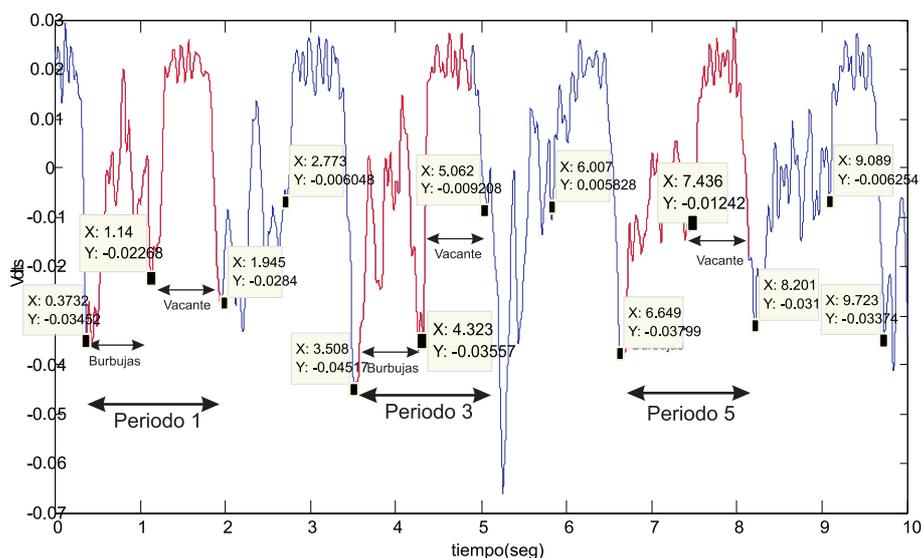


Figura 7.17: Identificación de los tiempos para cada fenómeno.

Tabla 7.2: Tiempos característicos medidos a través de la señal.

Caracte- rística	1	2	3	4	5	6	Promedio (s)	Hz (1/s)
Periodo	1.571	1.563	1.554	1.587	1.552	1.522	1.558	Hz 0.64
Burbuja	0.766	0.828	0.815	0.945	0.787	0.888	0.838	Hz 1.19
Vacante	0.805	0.735	0.739	0.642	0.765	0.634	0.72	Hz 1.38

También a través del análisis del video se obtuvieron los tiempos de los periodos característicos del patrón de flujo, los elementos identificados son: el

intervalo de tiempo en que se genera cada burbuja, el intervalo de tiempo que dura el tren de burbujas y el intervalo de tiempo en el cual no hay burbujas (vacante o tapón de líquido) y el período completo. La Tabla 7.3 muestra los tiempos característicos de cada intervalo con referencia al video.

Tabla 7.3: Tiempos característicos medidos a través del video.

Caracte- rística	1	2	3	4	5	6	Promedio (s)	Hz (1/s)
Periodo	1.5	1.5	1.47	1.46	1.5	1.74	1.48	Hz 0.67
Burbuja	0.84	0.83	0.83	0.87	0.83	0.83	0.838	Hz 1.19
Vacante	0.56	0.63	0.63	0.60	0.67	0.67	0.626	Hz 1.59

Los datos obtenidos a partir del video y de la señal coinciden. Se observa que los tiempos de ocurrencia son similares y muestran la existencia de dos fenómenos que acontecen en un intervalo de tiempo similar con 0.70 s y 0.84 s, esto sucede para el puente de líquido y para el tren de burbujas respectivamente. Los periodos, en ambos casos, muestran un tiempo promedio de 1.5 s, que corresponde a una frecuencia de 0.6 Hz. Este sencillo análisis muestra la congruencia y la correlación que existe entre los fenómenos sobresalientes que se observan visualmente en el sistema multifásico y la señal de impedancia eléctrica. Sin embargo existen otros fenómenos que no se pueden apreciar en el video, pero son capturados en la señal de impedancia eléctrica. Para interpretar y caracterizar estos fenómenos hacemos uso de la densidad de potencia espectral de las señales de impedancia eléctrica.

La Figura 7.18 es una estimación de la densidad de potencia espectral (DPE) de la serie de tiempo de la Figura 7.17. En la Figura 7.18 se observa que hay dos picos característicos bien definidos a baja frecuencia y con potencia sobresaliente en un intervalo aproximado de 0-1.5 Hz. El pico a 0.63 Hz claramente corresponde a los fenómenos del periodo completo, es decir al paso de un tren de burbujas seguido por un tapón de líquido, el segundo

pico en 1.3 Hz con al menos la mitad de potencia que el primero corresponde, por separado, al paso del tren de burbujas y del tapón de líquido. Estos dos fenómenos tienen, en promedio, el mismo tiempo de ocurrencia, como se observa en los dos análisis previos. Debido a esto, sus frecuencias características coinciden y corresponden al valor de 1.3 Hz. Por otro lado, hay una banda de altas frecuencias en un intervalo 1.6-15 Hz, donde se observan cuando menos tres picos definidos con potencia significativa, pero no podemos atribuir directamente a un fenómeno en específico.

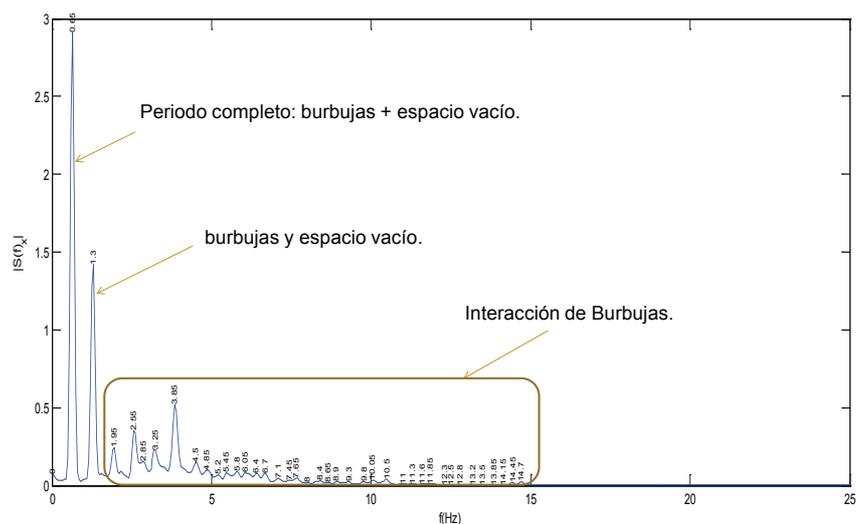


Figura 7.18: Estimación de la función de densidad de potencia espectral (DPE).

Las altas frecuencias no tienen una explicación sencilla, sin embargo un cambio en la escala puede ayudar a interpretar, desde otra perspectiva, el espectro de frecuencias. La Figura 7.19 muestra la DPE en una escala logarítmica.

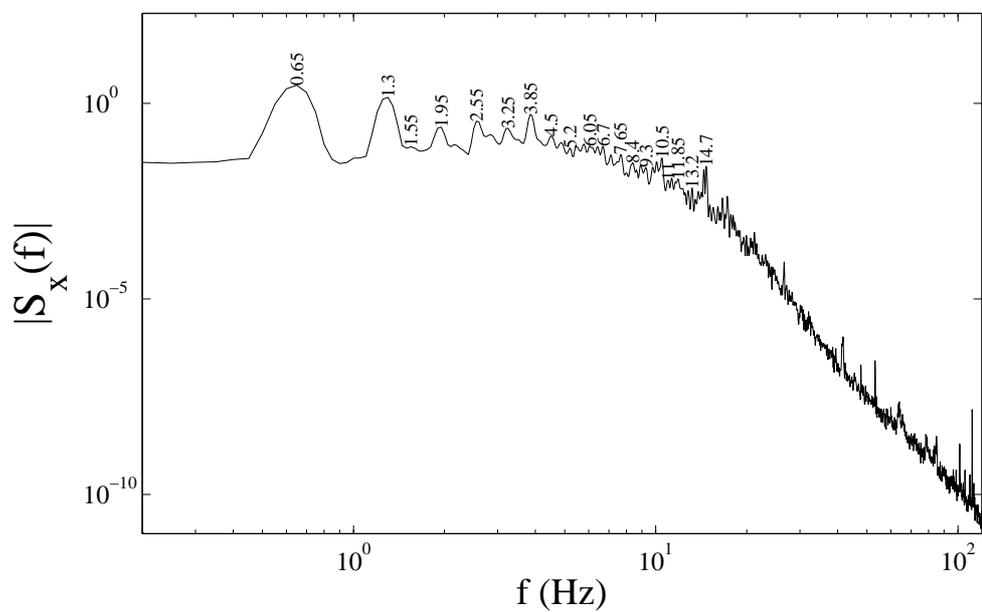


Figura 7.19: Densidad de potencia espectral (DPE) en escala log-log.

En la figura se observan dos tendencias, una ascendente de 0.3 a 4 Hz y una descendente de 4 Hz a 120 Hz. En el intervalo de 0.5 a 1.5 Hz se encuentran los dos picos característicos de gran amplitud y DPE creciente. En el intervalo de 1.5 a 4 Hz se encuentran cuatro picos con mediana amplitud y DPE creciente, en el intervalo de 4 a 10 Hz exhibe algunos picos con pequeña amplitud y DPE decreciente. El intervalo de 10 a 40 Hz se muestran picos de pequeña amplitud y DPE decreciente. Finalmente, el intervalo de 40 a 120 Hz expone picos de pequeña amplitud y DPE decreciente, donde los dos picos de mayor amplitud son, claramente, el resultado del ruido de la línea eléctrica, en aproximadamente 60 y 120 Hz.

Los elementos contenidos en el intervalo donde la DPE es ascendente y las amplitudes son mayores, representan a los fenómenos de mayor escala. Estos fenómenos corresponden al paso del tren de burbujas, al tapón de líquido y al periodo completo.

Los elementos contenidos en el intervalo donde la DPE es descendente y las amplitudes son medianas, representan a los fenómenos de mediana escala y corresponden al paso de las burbujas individuales y el líquido entre ellas. Observando la Figura (periodos) con relación al intervalo de las burbujas, las fluctuaciones tienen una tendencia ascendente mayoritariamente; esto da sentido a la DPE ascendente en el intervalo de 1.5 a 4 Hz. Las fluctuaciones con tendencia descendente, están en menor cantidad y se representan en la DPE descendente en el intervalo de 4 a 7 Hz aproximadamente. La diversificación de los diferentes picos en el intervalo de 1.5 a 7 Hz sugiere que el fenómeno al paso de las burbujas está fuertemente asociado con la separación y las trayectorias de las burbujas.

El pico en aproximadamente 10 Hz sugiere la correspondiente generación de burbujas (observada en el video). Sin embargo, la evidencia obtenida a

través del análisis de la Figura (periodos) en el lapso del tapón de líquido, muestra frecuencias altas en el intervalo de 8 a 15 Hz las cuales no hemos podido asociar a los mecanismos que las generan.

El análisis anterior se realizó para un electrodo de 6 láminas, ahora este mismo experimento se realizó para diferentes tamaños que puede tener el SIE.

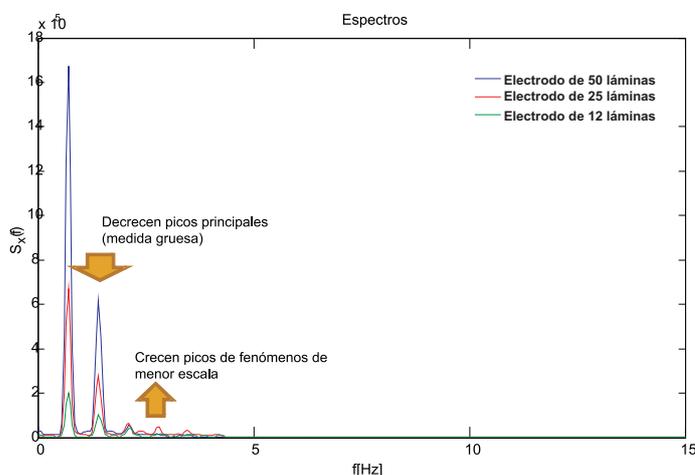


Figura 7.20: Comportamiento de la DPE como función del tamaño de electrodo.

Se puede observar de la Figura 7.20 que conforme el tamaño del electrodo, disminuye los dos picos principales caen en potencia y por el contrario, los picos menores de alta frecuencia aumentan su potencia. Este comportamiento se debe a la naturaleza propia del transductor TAO, como fue discutido en el capítulo anterior.

Por otro lado, en la Figura 7.21 se observa el comportamiento de la DPE normalizada con respecto al pico más grande de cada electrodo, para diferentes tamaños de electrodo. Para el electrodo de 50 láminas el intervalo de frecuencias está entre 0-2 Hz, para el electrodo de 25 láminas el intervalo de

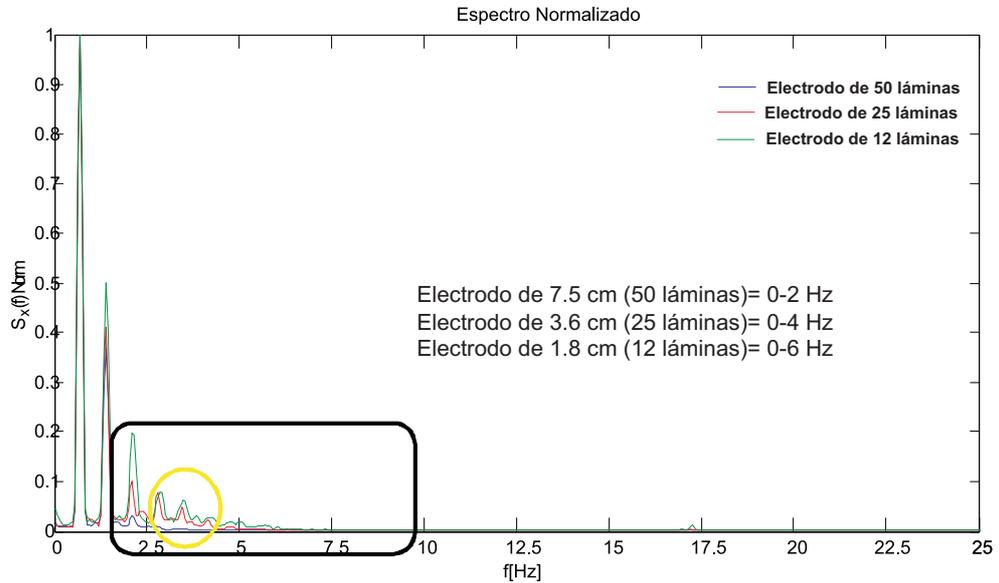


Figura 7.21: Frecuencias observables en función del tamaño de electrodo.

frecuencia visible aumenta y se encuentra entre 0-4 Hz, para el electrodo de 12 láminas el intervalo de frecuencias está entre 0-6 Hz. Si consideramos que la relación entre el tamaño del electrodo y las frecuencias que puede sensor, este comportamiento es lineal y realizamos una regresión de estos datos, se determina que el electrodo más pequeño de una lámina, con longitud axial de 1 mm y separación de 0.7 mm respecto de la siguiente lámina, puede detectar fenómenos tan rápidos como de 7 Hz. Como trabajo a futuro queda demostrar si la sensibilidad del sistema estudiado puede ampliarse si se cambia el valor de la resistencia  $R$  del circuito del transductor TAO y se emplean componentes electrónicos de mayor sensibilidad y precisión.

# Capítulo 8

## Conclusiones y sugerencias

### 8.1. Conclusiones Generales

- Se determinó cómo las características del diseño de los transductores por impedancia eléctrica influyen en su respuesta. El transductor cuantifica la información ondulatoria de la fracción volumen de gas en una columna de burbujeo. Los transductores caracterizados mostraron dominio en dos modos de operación: el resistivo y el capacitivo. Se prefirió el modo de operación resistivo, porque este no es función de la frecuencia de excitación, no es función de la constante dieléctrica del sistema bifásico y sólo depende la cantidad de burbujas presentes en el SIE. La configuración en el tamaño del electrodo no afecta la información proveniente de los fenómenos hidrodinámicos ondulatorios, únicamente modifica su magnitud. Sin embargo, el acondicionador primario del transductor sí influye. El TAO fue elegido como acondicionador primario por tener las mejores características de operación, mientras que el TDV mostró la conexión eléctrica del sistema bifásico.
- Se diseñó el acondicionador secundario con base en la caracterización del TAO. El TIE fue construido en dos partes para obtener la señal de

las fluctuaciones y el promedio de la fracción volumen de gas. Se determinó el tiempo de muestreo y el número mínimo de datos para analizar las series en el dominio del tiempo y de la frecuencia. Se implementó el TIE para el estudio de los fenómenos ondulatorios en una columna de burbujeo, la información obtenida para los diferentes tamaños de electrodo (casos de estudio) fueron comparados a través de la densidad de potencia espectral (DPE), el estudio mostró la linealidad de los procesos aleatorios del sistema multifásico al comparar experimentos independientes. A través del estudio simultáneo de video y la serie de tiempo, se observó la correspondencia de picos en la densidad de potencia espectral y los fenómenos observados visualmente de un patrón de flujo específico.

## 8.2. Conclusiones Particulares

1. Se propusieron dos circuitos en la construcción de un instrumento para la medición de la fracción volumen de gas: el transductor con divisor de voltaje (TDV) y el transductor con amplificador operacional no-inversor (TAO). Cada transductor difiere por su tercer elemento, el acondicionador primario.
2. Se caracterizó en frecuencia el acondicionador primario de cada transductor, ambos transductores mostraron dos comportamientos operativos: el modo resistivo y el modo capacitivo. El TDV opera en modo capacitivo en un intervalo de frecuencias de excitación de 1 a 1000 Hz, para frecuencias mayores a 1000 Hz opera en modo resistivo. El TAO destaca por un dominio en modo resistivo en el intervalo de frecuencias de 100 a 10,000 Hz. En ambos transductores, permanece constante el intervalo de operación resistivo ante cualquier cambio en la constante dieléctrica del sistema bifásico.

3. Con el TDV se demostró la influencia del sistema bifásico a través del SIE, observando la modulación de la señal de excitación en amplitud y no en frecuencia. La variación en la amplitud está relacionada con la magnitud de la señal de salida, el TAO muestra una pérdida al disminuir el tamaño de electrodos, lo que es inverso al TDV.
4. A través de un experimento con frecuencia moduladora de 0.2 Hz, se mostró la independencia de la frecuencia moduladora ante el acondicionador primario de cada transductor y el tamaño del electrodo. El parámetro que se afecta por tipo de acondicionador primario es la sensibilidad de detección de las frecuencias moduladoras. La sensibilidad de cada transductor puede manipularse al cambiar el valor de la resistencia:  $R$  para el TAO y  $R_m$  para el TDV.
5. Un análisis de datos experimentales y modelos teóricos obtenidos con base en el TDV, mostraron la conexión en serie de los componentes RC del sistema bifásico aire-agua y se determinaron los valores de la resistencia y la capacitancia como una estimación de parámetros que ajusta satisfactoriamente. Este resultado contradice el arreglo en paralelo expuesto en la literatura.
6. Se determinaron las regiones de influencia de acuerdo al tamaño de electrodo, estas fueron determinadas en función del área transversal de los electrodos. A través de los modelos involucrados se relacionó el tamaño de electrodo y los valores correspondientes a sus componentes RC.
7. Se determinaron criterios de selección para elegir el acondicionador primario. Dos criterios fueron propuestos: en el primer criterio se establecieron elementos de ganancia, cuadrante de operación en el diagrama de Bode y los intervalos en el modo de operación; en el segundo criterio se establecieron elementos relacionados al tamaño del electrodo y

el intervalo de detección de las frecuencias moduladoras (sensibilidad). El TAO fue seleccionado como acondicionador primario por tener más elementos satisfactorios comparado con el TDV.

8. Se diseñó el TIE con base en la caracterización del TAO. El acondicionador secundario fue construido, probado y acoplado al TAO con la finalidad de obtener dos señales: la señal promedio de la fracción volumen de gas y sus fluctuaciones. Sin embargo, la señal promedio no pudo concretarse debido a problemas de diseño analógico en el manejo de offset proveniente de la demodulación.
9. A través de una prueba de estacionariedad se determinó que el tiempo mínimo de muestreo deberá ser de 100s y que la cantidad mínima de datos deberán ser 20,000 datos, así las señales obtenidas serán señales estacionarias. Las señales estacionarias fueron analizadas en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia. A través de este análisis se determinó la velocidad de propagación y las principales frecuencias de las ondas de la fracción volumen de gas para un patrón de flujo burbuja.
10. Se estudió la relación entre el tamaño de electrodo, la respuesta del sensor a través de experimentar con el TIE y la generación de un patrón de flujo. Se realizó el análisis de las series de tiempo de las fluctuaciones de la fracción volumen de gas  $\varepsilon_g$  para un patrón de flujo burbuja. Se estudió el tamaño de electrodo a través de la densidad de potencia espectral (DPE) para cuatro casos de estudio, este análisis facilitó la comparación de los diferentes tamaños de electrodo.
11. Se observa la aparición de nuevas frecuencias, conforme disminuye el tamaño de electrodo. Este comportamiento conduce a un estudio para la interpretación de estas nuevas frecuencias, denominadas como “altas frecuencias”.

12. Se observó que la DPE obtenida por suma de dos señales con electrodos de 25 láminas equivale la DPE de una señal con un electrodo de 50 láminas, la condicional es que los electrodos de menor tamaño sean contiguos. Las señales obtenidas por electrodos con menor cantidad de láminas no pueden sumarse para obtener una señal equivalente a un electrodo mas grande si los electrodos no son contiguos. Se demostró que el TIE puede considerarse como un sistema lineal, es decir, la respuesta a una suma de entradas es equivalente a la suma de las respuestas tomadas por separado. Se observó la contribución de cada parte de los sumandos de la DPE: los auto-espectros contribuyen con componentes positivos, mientras que la parte real de los espectros-cruzados contribuyen con componentes negativos. Las mediciones con electrodos pequeños acotados por guardas amplían el ancho de banda detectable.
13. A través de la adquisición simultánea de la serie de tiempo y un video, se mostró la correspondencia entre los picos principales de la DPE y los fenómenos que ocurren en la columna de burbujeo. Los picos de baja frecuencia en el intervalo de 0-1.5 Hz, fueron identificados y asociados con su respectiva fuente. Por otro lado, los picos de alta frecuencia en el intervalo de 1.6-15 Hz no fueron asociados directamente a una fuente específica por la complejidad que implica, los picos en este intervalo fueron descritos a través de un cambio de escala en la DPE, donde la tendencia y la amplitud fueron los elementos de descripción.
14. Se observó la relación entre el tamaño del sensor y las componentes ondulatorias, conforme se disminuye el tamaño del electrodo se pueden detectar fenómenos a menor escala sin perder la información ya determinada por el sensor de mediada gruesa. Se identifica que las altas frecuencias toman importancia en el espectro al reducir el tamaño de electrodo. Los fenómenos de menor escala no tienen la suficiente po-

tencia para imprimirse (no son detectables por el SIE) en la medida gruesa.

### 8.3. Sugerencias para futuros estudios

La experiencia obtenida es de gran importancia, ya que esta da la pauta para tener un mejor desempeño en el trabajo futuro. También se reduce las horas de trabajo y se obtiene mayor calidad en el estudio a realizar. Se dan las siguientes sugerencias para el estudio de fracción volumen de gas en una columna de burbujeo:

- Este es un trabajo multidisciplinario, en el que sugiero que se tenga asesoría de las siguientes disciplinas:

**Electrónica** Esta disciplina tiene los elementos básicos para el mejoramiento del transductor de impedancia eléctrica, ya que la tecnología electrónica va avanzando a grandes pasos.

**Biomédica** Esta disciplina tiene mucha experiencia sobre impedancia y el procesamiento digital de señales e imágenes, siendo estas las herramientas fundamentales en este estudio.

**Química** La disciplina de electroquímica ha desarrollado teoría y experimentación sobre impedancia, la cual puede aportar conocimiento pertinente a la relación electrodo-fluido.

- Analizar el comportamiento del TDV y del TAO si se optimiza la resistencia de medición correspondiente.
- Analizar el comportamiento del TIE en el dominio de la frecuencia en función del tamaño de sensor para el caso donde se traslape información de electrodos no contiguos.
- Verificar la posibilidad de modulación en frecuencia para el TIE.

- Verificar el comportamiento del TIE para el caso de diferentes flujos de líquido en el SIE.
- Verificar el comportamiento del TIE direccionando objetos de diversos tamaños por una guía y correlacionar ante la partición del SIE.
- Completar y mejorar el TIE: el acondicionador primarios se puede mejorar bajo la supervisión de un experto en electrónica, falta completar la fase de calibración en el acondicionador secundario y su posterior procesamiento analógico para obtener señales promedio de la fracción volumen de gas en un intervalo de medición de 0 a 1. Esto se puede realizar por eliminar el off-set proveniente de la demodulación.
- Procedimiento de calibración: una vez completado el TIE se puede tomar el procedimiento descrito en la sección D para tal acción. Sin embargo, este procedimiento es para sistemas con el líquido en reposo. Se sugiere el procedimiento descrito en la tesis de Rodríguez (2006, Capítulo 4) para sistemas con flujo de líquido.
- Simultaneidad de adquisición: este procedimiento se puede obtener si se acopla un elemento de disparo en la adquisición de datos y de video, el procedimiento se puede realizar a través de un algoritmo con MATLAB. Se sugiere además que ambas señales sean procesadas con la misma estación de trabajo.
- Demostrar si la sensibilidad puede ampliar el espectro de frecuencias al cambiar el valor de la resistencia R del TAO.

# Apéndice A

## Funciones de transferencia de modelos de flujo bifásico

Sabemos que en un condensador, el voltaje entre sus placas es proporcional a la carga almacenada e inversamente proporcional a la capacidad. Además podemos expresar la carga como la integral de la corriente que entra al condensador a lo largo del tiempo, de modo que obtenemos:

$$v(t) = \frac{q(t)}{C}; \quad v(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \quad (\text{A.0.1})$$

Ahora aplicamos la transformada de Laplace y obtenemos:

$$V(s) = \frac{1}{Cs} I(s); \quad Z_c(s) = \frac{V(s)}{I(s)} = \frac{1}{Cs} \quad (\text{A.0.2})$$

En el dominio de la transformada de Laplace la impedancia del condensador es  $1/Cs$ . Para ver como depende la impedancia del condensador con la frecuencia solo hay que sustituir en Ec.(A.0.2) a  $s$  por  $j\omega$  y obtenemos:

$$Z(\omega) = \frac{1}{Cj\omega} \quad (\text{A.0.3})$$

Las funciones de transferencia de los sistemas pueden expresarse como la relación del voltaje de salida y el voltaje de entrada:  $H(s) = V_i/V_{in}$ , también se representa como el cociente de polinomios de 's':  $H(s) = N(s)/D(s)$ . Los valores de  $s$  que hacen cero el numerador de  $H(s)$  se llaman ceros, mientras que los valores de  $s$  que hacen cero el denominador se denominan polos. La respuesta en frecuencia de un sistema se puede deducir al obtener  $|H(j\omega)|$  o de forma aproximada mediante reglas sencillas que relacionan las posiciones de los polos y los ceros en el lugar de las raíces con sus efectos en el diagrama de Bode.

La Figura A.1 muestra un arreglo en serie de dos impedancias. Este arreglo es un circuito lineal el cual es alimentado o excitado con una señal de forma y frecuencia definida. El circuito produce un voltaje de salida ( $V_1$  o  $V_2$ ) el cual representa una fracción del voltaje de entrada ( $V_{in}$ ).

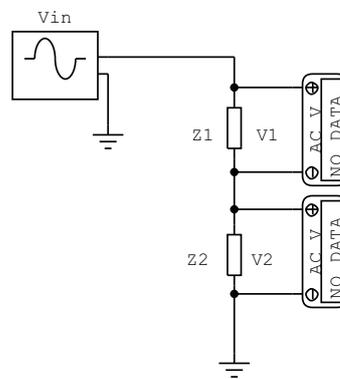


Figura A.1: Arreglo en serie de dos impedancias

El circuito es referenciado a tierra común al conectar las dos impedancias eléctricas en serie a la tierra, como lo muestra la Figura A.1. El voltaje de entrada  $V_{in}$  se aplica a través de las impedancias  $Z_1$  y  $Z_2$  y el voltaje de salida se mide a través de  $V_1$  o  $V_2$ . Las impedancias pueden estar compuestas por

una combinación de elementos como: un resistor, un inductor o un capacitor. De acuerdo a la segunda ley de Kirchoff, el voltaje de salida  $V_1$  o  $V_2$ , cuyo voltaje de entrada es  $V_{in}$ , viene dada como:

$$V_i = \frac{Z_i}{Z_1 + Z_2} V_{in} \quad (\text{A.0.4})$$

donde el subíndice " $i$ " denota 1 o 2, acorde al punto de medición. Por otro lado, la función de transferencia o la relación de voltajes para este circuito son:

$$H_i = \frac{V_i}{V_{in}} = \frac{Z_i}{Z_1 + Z_2} \quad (\text{A.0.5})$$

Ahora, estudiemos el caso donde  $Z_1$  es únicamente resistivo ( $Z_1 = R$ ) y  $Z_2$  es una impedancia ( $Z_2 = Z$ ), como lo representa la Figura A.2. Si la impedancia está compuesta por una resistencia y un condensador, como lo representa el sistema SIE-agua, por lo tanto  $Z$  es función de " $s$ ".

Al sustituir  $Z_1 = R$  y  $Z_2 = Z(s)$  en la Ec.(A.0.5) se obtienen las siguientes expresiones:

$$H_R(s) = \frac{V_1}{V_{in}} = \frac{R}{R + Z(s)} \quad (\text{A.0.6})$$

y

$$H_Z(s) = \frac{V_2}{V_{in}} = \frac{Z(s)}{R + Z(s)} \quad (\text{A.0.7})$$

donde  $H_R(s)$  es la función de transferencia medida en  $R$  y  $H_Z(s)$  es la función de transferencia medida en  $Z$ . Sin embargo,  $Z(s)$  no identifica cuál es la configuración de conexión entre la resistencia y la capacitancia que se distribuye en el volumen del sistema bifásico. Entonces se propone modelar dos configuraciones de conexión para  $Z(s)$ : componentes conectados en serie  $Z_s(s)$  (Figura A.3, a la izquierda) y componentes conectados en paralelo  $Z_p(s)$  (Figura A.3, a la derecha).

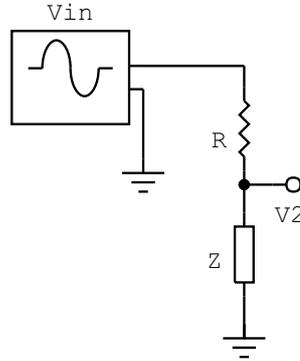


Figura A.2: Arreglo en serie: Resistencia/impedancia.

Las expresiones de la impedancia para cada configuración se obtienen usando la ley de Kirchhoff y la Ec.(A.0.3) obteniendo:

$$Z_s(s) = R_z + \frac{1}{C_z s} \quad (\text{A.0.8})$$

y

$$Z_p(s) = \frac{1}{\frac{1}{R_z} + C_z s} = \frac{R_z}{1 + R_z C_z s} \quad (\text{A.0.9})$$

donde  $R_z$  y  $C_z$  es la resistencia y la capacitancia distribuida sobre el volumen del sistema bifásico, respectivamente.

## A.1. Modelado de un arreglo en serie

¿Cómo es la función de transferencia de un arreglo en serie?

La función de transferencia tendrá dos expresiones en función de la resistencia y la capacitancia: una expresión medida en  $R$  y una expresión medida en  $Z$ . La función en  $R$  se obtienen si sustituimos la ecuación (A.0.8) en la

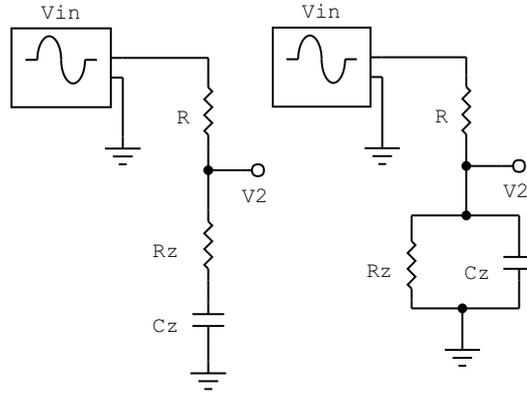


Figura A.3: Configuración de conexión para  $Z$ : Impedancia en serie e impedancia en paralelo.

ecuación (A.0.6):

$$H_R^s(s) = \frac{sR_z C_z}{s(R + R_z)C_z + 1} \quad (\text{A.1.1})$$

donde  $H_R^s(s)$  es la función de transferencia medida en  $R$ .

La función en  $Z$  se obtienen si sustituimos la ecuación (A.0.8) en la ecuación (A.0.7):

$$H_Z^s(s) = \frac{sR_z C_z + 1}{s(R + R_z)C_z + 1} \quad (\text{A.1.2})$$

donde  $H_Z^s(s)$  es la función de transferencia medida en  $Z$ .

La respuesta en frecuencia de cada función de transferencia se obtiene al sustituir  $s$  por  $j\omega$  y por su valor absoluto. Entonces para  $R$ :

$$|H_R^s(j\omega)| = \left| \frac{j\omega R_z C_z}{j\omega(R + R_z)C_z + 1} \right| = \frac{\omega R_z C_z}{\sqrt{[\omega(R + R_z)C_z]^2 + 1}} \quad (\text{A.1.3})$$

similarmente para  $Z$ :

$$|H_Z^s(j\omega)| = \left| \frac{j\omega R_z C_z + 1}{j\omega(R + R_z)C_z + 1} \right| = \frac{\sqrt{[\omega R_z C_z]^2 + 1}}{\sqrt{[\omega(R + R_z)C_z]^2 + 1}} \quad (\text{A.1.4})$$

## A.2. Modelado de un arreglo en paralelo

¿Cómo es la función de transferencia de un arreglo en paralelo?

La función de transferencia también tendrá dos expresiones en función de la resistencia y de la capacitancia: una expresión medida en  $R$  y otra expresión medidas en  $Z$ . La función en  $R$  se obtienen si sustituimos las ecuaciones (A.0.9) en la ecuación (A.0.6):

$$H_R^p(s) = \frac{sRR_zC_z + R}{R + RR_zC_zs + R_z} \quad (\text{A.2.1})$$

donde  $H_R^p(s)$  es la función de transferencia medida en  $R$  con una configuración de conexión en paralelo.

Las funciones en  $Z$  se obtienen si sustituimos las ecuaciones (A.0.9) en la ecuación (A.0.7):

$$H_Z^p(s) = \frac{R_z}{R + RR_zC_zs + R_z} \quad (\text{A.2.2})$$

donde  $H_Z^p(s)$  es la función de transferencia medida en  $Z$  con una configuración de conexión en paralelo.

La respuesta en frecuencia de cada función de transferencia se obtiene al sustituir  $s$  por  $j\omega$  y por su valor absoluto. Entonces la función de transferencia en  $R$  es:

$$|H_R^p(j\omega)| = \left| \frac{j\omega R R_z C_z + R}{R + R R_z C_z j\omega + R_z} \right| = \frac{\sqrt{[\omega R R_z C_z]^2 + R^2}}{\sqrt{[\omega R R_z C_z]^2 + [R + R_z]^2}} \quad (\text{A.2.3})$$

similarmente para la función de Z:

$$|H_Z^p(j\omega)| = \left| \frac{R_z}{R + R R_z C_z j\omega + R_z} \right| = \frac{R_z}{\sqrt{[\omega R R_z C_z]^2 + [R + R_z]^2}} \quad (\text{A.2.4})$$

La respuesta en frecuencia de cada función de transferencia se puede graficar si se establecen los valores de  $R_Z$  y  $C_Z$ .

# Apéndice B

## Procedimientos en MATLAB

### B.1. Estimadores

Los siguientes comandos fueron utilizados:

```
media=mean(Z);
```

donde **media=mean(Z)** encuentra el valor medio de una entrada o serie de tiempo discreto.

```
Z=detrend(Z);
```

donde **Z=detrend(Z)** remueve la media (o la tendencia lineal) de un vector **Z** el cual se reasigna a la misma variable.

```
[Rx,L]=xcorr(Z,'coeff');
```

donde **[Rx,L]=xcorr(Z,'coeff')** estima la autocorrelación (o coeficiente de covarianza) de un vector **Z**, el parámetro **'coeff'** normaliza la frecuencia así la autocorrelación a retraso cero es idéntica a 1.0.

```
[Sx,fw]=psd(Z,NFFT,fm,WINDOW,NOVERLAP);
```

donde  $[S_x, fw] = \text{psd}(Z, \text{NFFT}, fm, \text{WINDOW}, \text{NOVERLAP})$  estima la densidad de potencia espectral (DPE), con parámetros: **NFFT** es el número de datos, **fm** la frecuencia de muestreo, **WINDOW** es la ventana de datos y **NOVERLAP** es al traslape de ventanas. El conjunto de estos parámetros definen la resolución de espectro, para este caso de estudio la resolución en frecuencia es de 0.1 Hz, a partir de esta resolución podemos definir los demás parámetros de la siguiente forma:  $\text{WINDOW} = fm/0.1$ ,  $\text{NFFT} = (2 * \text{WINDOW})$ ,  $\text{NOVERLAP} = \text{WINDOW}/2$ .

$[R_{xy}, L] = \text{xcorr}(Z1, Z, 'coeff');$

donde  $[R_{xy}, L] = \text{xcorr}(Z, Z1, 'coeff')$  estima la correlación cruzada de un proceso aleatorio, este comando regresa además un vector **L** de retrasos a los cuales **R<sub>xy</sub>** fue estimada. Es importante tener en cuenta cual de los dos vectores **Z** o **Z1** es la referencia, para poder determinar si hay un retraso o un adelanto, para este caso de estudio **Z1** es la referencia, la cual toma los datos del Sensor1 el cual es el más cercano a plato distribuidor, por lo tanto **Z** toma los datos del Sensor2. En esta configuración podemos obtener un retraso al calcular los datos por **xcorr**.

$[S_{xy}, fw] = \text{psd}(Z1, Z, \text{NFFT}, fm, \text{WINDOW}, \text{NOVERLAP});$

donde  $[S_{xy}, fw] = \text{psd}(Z1, Z, \text{NFFT}, fm, \text{WINDOW}, \text{NOVERLAP})$  estima la densidad espectral cruzada.

$p = \text{unwrap}(\text{angle}(S_{xy}));$

donde **angle(S<sub>xy</sub>)** estima el ángulo de fase, en radianes, el ángulo esta entre  $\pm\pi$ . **p=unwrap(angle(S<sub>xy</sub>))** corrige el ángulo de fase en un vector **p** por añadir múltiplos de  $\pm 2\pi$  cuando saltos absolutos entre elementos consecutivos de **p** son mayores de los saltos de tolerancia de  $\pi$  radianes.

$[K_{xy}, fwc] = \text{cohere}(Z1, Z, \text{NFFT}, fm, \text{WINDOW}, \text{NOVERLAP});$

donde  $[\mathbf{K}_{xy}, \mathbf{f}_{wc}] = \text{cohere}(\mathbf{Z1}, \mathbf{Z}, \text{NFFT}, \mathbf{f}_m, \text{WINDOW}, \text{NOVERLAP})$  estima la magnitud cuadrada de coherencia entre los datos  $\mathbf{Z1}$  y  $\mathbf{Z}$ . La magnitud cuadrada de coherencia estima una función de frecuencia con valores entre 0 y 1, lo cual indica que también  $\mathbf{Z1}$  corresponde con  $\mathbf{Z}$  a cada frecuencia. La coherencia cruzada es una función de la densidad espectral cruzada. Esta regresa a  $\mathbf{K}_{xy}$  como función de la frecuencia y un vector  $\mathbf{f}_{wc}$  de frecuencias en la cual la coherencia es estimada.

### B.1.1. Velocidad de Propagación

A partir de la correlación cruzada podemos obtener el retraso de la siguiente forma:

$$[\mathbf{R}_{xy_{max}}, \mathbf{L}_{max}] = \text{max}(\mathbf{R}_{xy});$$

$$\text{retraso} = \text{abs}(\mathbf{L}(\mathbf{L}_{max} + 1)) / \mathbf{f}_m;$$

como sabemos la distancia ( $\mathbf{S}$ ) entre sensores podemos determinar la velocidad de propagación de la onda de fracción vacío:

$$\text{Vel} = \mathbf{S} / \text{retraso}$$

## B.2. Filtro digital

En MATLAB se utilizó los siguientes comandos para el filtro digital pasabajas:

$$[\mathbf{B}, \mathbf{C}] = \text{butter}(n, \mathbf{W}_n);$$

$$\text{Archivo\_filtrado} = \text{filtfilt}(\mathbf{B}, \mathbf{C}, \text{Archivo});$$

donde  $[\mathbf{B}, \mathbf{C}] = \text{butter}(n, \mathbf{W}_n)$  diseña un filtro digital de orden  $n$  con un corte de frecuencia normalizado a  $\mathbf{W}_n$ , donde  $\mathbf{W}_n$  es definida como la frecuencia de corte ( $\mathbf{f}_c$ ) entre la mitad de la frecuencia de muestreo  $\mathbf{W}_n = \mathbf{f}_c / (\mathbf{f}_m / 2)$

y la siguiente sintaxis `Archivo_filtrado=filtfilt(B,C,Archivo)` filtra el archivo deseado con los parámetros diseñados con la sintaxis anterior. En este estudio se utilizó un filtro de orden  $n=2$  y  $Wn= 25/(fm/2)$

### B.3. Equivalencias de las variables originales con las usadas en MATLAB

**media** =  $\hat{\mu}_x$  Media de la serie en tiempo discreto.

**Z** =  $X[n]$  Fluctuación de la serie en tiempo discreto en el nivel 1.

**Z1** =  $Y[n]$  Fluctuación de la serie en tiempo discreto en el nivel 2.

**Rx** =  $\hat{R}_x[\tau]$  Estimación de la autocorrelación.

**Rxy** =  $\hat{R}_{xy}[\tau]$  Estimación de la correlación cruzada.

**retraso** =  $\tau$  retardo entre series de tiempo.

**fm** =  $f_M$  Frecuencia de muestreo.

**Sx** =  $\hat{S}_{xW}(e^{jw})$  Estimación de la densidad de potencia espectral (PSD).

**Sxy** =  $\hat{S}_{xyW}(e^{jw})$  Estimación de la densidad de potencia espectral cruzada.

**Kxy** =  $\hat{\Gamma}_{xy}^2$  Estimación de la coherencia cruzada.

**p** =  $\hat{\phi}_{xy}$  Estimación del ángulo de fase.

# Apéndice C

## Rutinas en MATLAB

### C.1. Rutina para el tratamiento de señales de los casos de estudio

```
1
2 function v=Impedancia4(data, fm, sep)
3 Z=data(:,1);
4 Z1=data(:,2);
5 Z2=data(:,3);
6 Z3=data(:,4);
7
8 if nargin==1, fm=200; end;
9
10 [r, c]=size(Z);
11
12 WINDOW=fm/0.1;
13 NFFT=(2*WINDOW);
14 NOVERLAP=WINDOW/2;
15
16
17 t=[0:length(Z)-1]'/fm;
18 media=mean(data);
19 varianza=var(data);
```

```

20 figure(1);
21 clf;
22
23 subplot(4,2,1),plot(t,Z);
24 title(['Sensor No. ' num2str(1,4), ', media = ' num2str
      (media(1),4), ', var = ' num2str(varianza(1),4)]);
25 ylabel('x[t]');
26 set(gca, 'units', 'normalized', 'ylim', [min(Z) max(Z)]);
27
28 Z=detrend(Z);
29 subplot(4,2,2),plot(t,Z);
30 legend('Fluctuaci\{o}n');legend('boxoff');
31 xlabel('t(s)');ylabel('x[t]-{sin}');
32
33 subplot(4,2,3),plot(t,Z1);
34 title(['Sensor No. ' num2str(2,3), ', media = ' num2str
      (media(2),3), ', var = ' num2str(varianza(2),3)]);
35 ylabel('x[t]');
36 set(gca, 'units', 'normalized', 'ylim', [min(Z1) max(Z1)]);
      ;
37
38 Z1=detrend(Z1);
39 subplot(4,2,4),plot(t,Z1);
40 legend('Fluctuaci\{o}n');legend('boxoff');
41 xlabel('t(s)');ylabel('x[t]-{sin}');
42
43 subplot(4,2,5),plot(t,Z2);
44 title(['Sensor No. ' num2str(3,4), ', media = ' num2str
      (media(3),4), ', var = ' num2str(varianza(3),4)]);
45 ylabel('x[t]');
46 set(gca, 'units', 'normalized', 'ylim', [min(Z2) max(Z2)]);
      ;
47
48 Z2=detrend(Z2);
49 subplot(4,2,6),plot(t,Z2);
50 legend('Fluctuaci\{o}n');legend('boxoff');
51 xlabel('t(s)');ylabel('x[t]-{sin}');
52

```

```

53 subplot(4,2,7), plot(t,Z3);
54 title(['Sensor No. ' num2str(3,4), ', media = ' num2str
      (media(4),4), ', var = ' num2str(varianza(4),4)]);
55 ylabel('x[t]');
56 set(gca, 'units', 'normalized', 'ylim', [min(Z3) max(Z3)])
      ;

57
58 Z3=detrend(Z3);
59 subplot(4,2,8), plot(t,Z3);
60 legend('Fluctuaci\{o}n'); legend('boxoff');
61 xlabel('t(s)'); ylabel('x[t]_{sin}');
62
63 figure(2);
64 clf;
65
66 % Coef. de Covarianza Se\{n} al 1
67 [Rx,L]=xcorr(Z, 'coeff');
68 subplot(4,2,1), plot(L,Rx), line([-r,r],1.96/sqrt(r)*[1
      1]), line([-r,r],-1.96/sqrt(r)*[1 1]);
69 title(['Sensor No. ' num2str(1,4)]);
70 legend('Coef. de Correlacion'), legend('boxoff');
71 xlabel('l'); ylabel('\rho_x[l]');
72
73 set(gca, 'units', 'normalized', 'xlim', [-500 500]);
74
75 % Densidad Espectral Se\{n} al 1
76 [Sx, fw]=psd(Z,NFFT, fm, WINDOW, NOVERLAP);
77
78 % Normalizaci\{o}n
79 [MasSx, MaxFw1]=max(abs(Sx));
80 NormSx=abs(Sx)/max(abs(Sx));
81 subplot(4,2,2), plot(fw, NormSx);
82 legend('Densidad Espectral'), legend('boxoff');
83 xlabel('f [Hz]'); ylabel('S_x(f)_{Norm}');
84 set(gca, 'units', 'normalized', 'xlim', [0 25]);
85
86 % Coef. de Covarianza Se\{n} al 2
87 [Rx,L]=xcorr(Z1, 'coeff');

```

```

88 subplot(4,2,3),plot(L,Rx),line([-r,r],1.96/sqrt(r)*[1
      1]),line([-r,r],-1.96/sqrt(r)*[1 1]);
89     title(['Sensor\No.\ ' num2str(2,4)]);
90     legend('Coef.\de\Correlacion'), legend('boxoff');
91     xlabel('l');ylabel('\rho_x[1]');
92     set(gca,'units','normalized','xlim',[-500 500]);
93
94 % Densidad Espectral Se\~{n} al 2
95 [Sx,fw]=psd(Z1,NFFT,fm,WINDOW,NOVERLAP);
96
97 % Normalizaci\ '{o}n
98 [MasSx,MaxFw1]=max(abs(Sx));
99 NormSx=abs(Sx)/max(abs(Sx));
100 subplot(4,2,4),plot(fw,NormSx);
101     legend('Densidad\Espectral'), legend('boxoff');
102     xlabel('f [Hz]');ylabel('S_x(f)\Norm');
103     set(gca,'units','normalized','xlim',[0 25]);
104
105 % Coef. de Covarianza Se\~{n} al 3
106 [Rx,L]=xcorr(Z2,'coeff');
107 subplot(4,2,5),plot(L,Rx),line([-r,r],1.96/sqrt(r)*[1
      1]),line([-r,r],-1.96/sqrt(r)*[1 1]);
108     title(['Sensor\No.\ ' num2str(3,4)]);
109     legend('Coef.\de\Correlacion'), legend('boxoff');
110     xlabel('l');ylabel('\rho_x[1]');
111     set(gca,'units','normalized','xlim',[-500 500]);
112
113 % Densidad Espectral Se\~{n} al 3
114 [Sx,fw]=psd(Z2,NFFT,fm,WINDOW,NOVERLAP);
115
116 % Normalizaci\ '{o}n
117 [MasSx,MaxFw1]=max(abs(Sx));
118 NormSx=abs(Sx)/max(abs(Sx));
119 subplot(4,2,6),plot(fw,NormSx);
120 legend('Densidad\Espectral'), legend('boxoff');
121 xlabel('f [Hz]');ylabel('S_x(f)\Norm');
122 set(gca,'units','normalized','xlim',[0 25]);
123

```

```

124 % Coef. de Covarianza Se\~{n} al 4
125 [Rx,L]=xcorr(Z3,'coeff');
126 subplot(4,2,7),plot(L,Rx),line([-r,r],1.96/sqrt(r)*[1
    1]),line([-r,r],-1.96/sqrt(r)*[1 1]);
127 title(['Sensor\ No. \_ num2str(4,4)]);
128 legend('Coef. de Correlacion'), legend('boxoff');
129 xlabel('l');ylabel('\rho_x[1]');
130 set(gca,'units','normalized','xlim',[-500 500]);
131
132 % Densidad Espectral Se\~{n} al 4
133 [Sx,fw]=psd(Z3,NFFT,fm,WINDOW,NOVERLAP);
134
135 % Normalizaci\~{o}n
136 [MasSx,MaxFw1]=max(abs(Sx));
137 NormSx=abs(Sx)/max(abs(Sx));
138 subplot(4,2,8),plot(fw,NormSx);
139 legend('Densidad Espectral'), legend('boxoff');
140 xlabel('f [Hz]');ylabel('S_x(f) Norm');
141 set(gca,'units','normalized','xlim',[0 25]);
142
143 figure(3);
144 clf;
145
146 % Coef. de Correlaci\~{o}n Cruzada Sensores extremos
    (1-4)
147 [Rxy,L]=xcorr(Z3,Z,'coeff');
148 subplot(3,1,1),plot(L,Rxy),line([-r,r],1.96/sqrt(r)*[1
    1]),line([-r,r],-1.96/sqrt(r)*[1 1]);
149 [Rxymax,Lmax]=max(Rxy);
150 retrazo=abs(L(Lmax))/fm
151 mas=sep/(abs(L(Lmax-1))/fm)
152 vel=sep/retrazo
153 menos=sep/(abs(L(Lmax+1))/fm)
154 title(['Coeficiente de Correlacion Cruzado', '
    Velocidad de Propagacion(m/s)= \_ num2str(vel,2)]);
    ;
155 xlabel('l');ylabel('\rho_{xy}[1]');
156 set(gca,'units','normalized','xlim',[-500 500]);

```

```

157
158 % Coef. de Correlaci\ '{o}n Cruzada Sensores
      intermedios (2-3)
159 [Rxy,L]=xcorr(Z2,Z1,'coeff');
160 subplot(3,1,2),plot(L,Rxy),line([-r,r],1.96/sqrt(r)*[1
      1]),line([-r,r],-1.96/sqrt(r)*[1 1]);
161 [Rxymax,Lmax]=max(Rxy);
162     retrazo=abs(L(Lmax))/fm
163     mas=sep/(abs(L(Lmax-1))/fm)
164     vel=sep/retrazo
165     menos=sep/(abs(L(Lmax+1))/fm)
166     title(['Coeficiente de Correlacion Cruzado', '
      Velocidad de Propagacion(m/s)=', num2str(vel,2)])
      ;
167     xlabel('l');ylabel('\rho_{xy}[1]');
168     set(gca,'units','normalized','xlim',[-500 500]);
169
170 % Coef. de Correlaci\ '{o}n Cruzada Sensores (3-4)
171 [Rxy,L]=xcorr(Z3,Z2,'coeff');
172 subplot(3,1,3),plot(L,Rxy),line([-r,r],1.96/sqrt(r)*[1
      1]),line([-r,r],-1.96/sqrt(r)*[1 1]);
173 [Rxymax,Lmax]=max(Rxy);
174     retrazo=abs(L(Lmax))/fm
175     mas=sep/(abs(L(Lmax-1))/fm)
176     vel=sep/retrazo
177     menos=sep/(abs(L(Lmax+1))/fm)
178     title(['Coeficiente de Correlacion Cruzado', '
      Velocidad de Propagacion(m/s)=', num2str(vel,2)
      ]);
179     xlabel('l');ylabel('\rho_{xy}[1]');
180     set(gca,'units','normalized','xlim',[-500 500]);
181
182 figure(4)
183 clf;
184
185 % Densidad Espectral Cruzada sensores extremos (1-4)
186 [Sxy, fw]=csd(Z3,Z,NFFT,fm,WINDOW,NOVERLAP);
187

```

```

188 % Normalizacion
189 [MaxSxy, MaxFwc]=max(abs(Sxy));
190 NormSxy=abs(Sxy)/max(abs(Sxy));
191
192 % Fase cruzada
193 p = unwrap(angle(Sxy));
194
195 % Coherencia Cruzada sensores extremos (1-4)
196 [Kxy, fwc]=cohere(Z3,Z,NFFT,fm,WINDOW,NOVERLAP);
197
198
199 % Localizaci\ 'o}n de Picos de Densidad Espectral
      Cruzada
200 Sxyaux=(NormSxy);
201 [Pic, loc]=pkpicker(Sxyaux(find(fw<25)));
202 subplot(3,8,1)
203 yS=fw(loc);
204 plot(fw(1:length(Sxyaux)),Sxyaux)
205 axis([0 25 0 1.1])
206 set(gca,'units','normalized','pos',[0.13 0.7093
      (0.7485+0.0517)-0.13 0.2157])
207 set(gca,'XTick',0:1:25)
208 title(['Densidad Espectral Cruzado 12', ' ', 'Maximo = ',
      num2str(max(abs(Sxy)),3), ', ', 'frecuencia = ',
      num2str(fw(MaxFwc),3)]);
209 xlabel('f [Hz]'); ylabel('S_{xy}(f)');
210 [R,C]=size(loc);
211 for i=1:R
212 text(fw(loc(i,:)),Pic(i,:),[num2str(i)], 'FontSize',7);
213 end
214
215 % Estimaci\ 'o}n de tiempos de retraso
216 tau=p./(2*pi*fw);
217 tau(1,1)=0;
218
219 % Estimacion de velocidad
220 Vel=sep./tau;
221 subplot(3,8,9)

```

```

222 plot(fw(1:length(tau)),tau)
223 axis([0 25 0 max(Pic)])
224 set(gca,'units','normalized','pos',[0.13 0.4096
      (0.7485+0.0517)-0.13 0.2157])
225 set(gca,'XTick',0:1:25)
226 title(['Retrazo ',', 'Frecuencia de muestreo='
      num2str(fm,3)]);
227 xlabel('f [Hz]');ylabel('\tau (seg)');
228 set(gca,'xlim',[0 25]);
229 set(gca,'XTick',0:1:25)
230 set(gca,'ylim',[min(tau) max(tau)]);
231
232 % Localizaci\ 'o}n de Picos de Coherencia Cruzada
233 Kxyaux=abs(Kxy).^2;
234 [Pick,lock]=pkpicker(Kxyaux(find(fwc<25)));
235 subplot(3,8,17)
236 plot(fwc(1:length(Kxyaux)),Kxyaux, fwc(lock),Pick,'r
      *')
237 axis([0 25 0 max(Pick)])
238 set(gca,'units','normalized','pos',[0.13 0.1100
      (0.7485+0.0517)-0.13 0.2157])
239 set(gca,'XTick',0:1:25)
240 title('Coherencia');
241 xlabel('f [Hz]');ylabel('abs(Kxy)^2');
242
243 dy=1/R;
244 subplot(1,8,8)
245 text(0,1,['#,' , 'f [Hz],', 'S_{xy}(f),', 'Vel,',
      Cohere'], 'FontSize',8);
246 for i=1:R
247 text(0,1-(dy*i),[num2str(i),'.', num2str(fw(loc(i
      ,:))),',', num2str(Pic(i,:))',',', num2str(Vel(
      loc(i,:))),',', num2str(Kxyaux(loc(i,:)))], '
      FontSize',7);
248 end
249 axis off
250
251 figure(5)

```

```

252 clf;
253 % Densidad Espectral Cruzada sensores intermedios
254 (2-3)
255 [Sxy , fw]=csd (Z2 , Z1 ,NFFT, fm ,WINDOW,NOVERLAP) ;
256 % Normalizaci\ '{o}n
257 [MaxSxy , MaxFwc]=max(abs( Sxy ) ) ;
258 NormSxy=abs( Sxy )/max(abs( Sxy ) ) ;
259
260 % Fase cruzada
261 p = unwrap(angle( Sxy ) ) ;
262
263 % Coherencia Cruzada sensores extremos (2-3)
264 [Kxy , fwc]=cohere ( Z2 , Z1 ,NFFT, fm ,WINDOW,NOVERLAP) ;
265
266 % Localizaci\ '{o}n de Picos de Densidad Espectral
267 Cruzada
268 Sxyaux=(NormSxy) ;
269 [ Pic , loc]=pkpicker ( Sxyaux (find( fw < 25 ) ) ) ;
270 subplot ( 3 , 8 , 1 )
271 yS=fw ( loc ) ;
272 plot ( fw ( 1 : length( Sxyaux ) ) , Sxyaux )
273 axis ( [ 0 25 0 1.1 ] )
274 set ( gca , 'units' , 'normalized' , 'pos' , [ 0.13 0.7093
275 ( 0.7485 + 0.0517 ) - 0.13 0.2157 ] )
276 set ( gca , 'XTick' , 0 : 1 : 25 )
277 title ( [ 'Densidad Espectral Cruzado 23' , ' , Maximo = '
278 num2str(max(abs( Sxy ) ) , 3) , ' , frecuencia = ' num2str(
279 fw ( MaxFwc ) , 3 ) ] ) ;
280 xlabel ( ' f [ Hz ] ' ) ; ylabel ( ' S_{xy} ( f ) ' ) ;
281 [R,C]=size( loc ) ;
282 for i=1:R
283 text ( fw ( loc ( i , : ) ) , Pic ( i , : ) , [ num2str( i ) ] , 'FontSize'
284 , 7 ) ;
285 end
286
287 % Estimaci\ '{o}n de tiempos de retraso
288 tau=p./(2*pi*fw) ;

```

```

284 tau(1,1)=0;
285
286 % Estimaci\ '{o}n de velocidad
287 Vel=sep./tau;
288 subplot(3,8,9)
289     plot(fw(1:length(tau)),tau)
290     axis([0 25 0 max(Pic)])
291     set(gca,'units','normalized','pos',[0.13 0.4096
292         (0.7485+0.0517)-0.13 0.2157])
293     set(gca,'XTick',0:1:25)
294     title(['Retrazo ',' ','Frecuencia de muestreo='
295         num2str(fm,3)]);
296     xlabel('f [Hz] '); ylabel('\tau (seg) ');
297     set(gca,'xlim',[0 25]);
298     set(gca,'XTick',0:1:25)
299     set(gca,'ylim',[min(tau) max(tau)]);
300
301 % Localizaci\ '{o}n de Picos de Coherencia Cruzada
302 Kxyaux=abs(Kxy).^2;
303 [Pick,lock]=pkpicker(Kxyaux(find(fwc<25)));
304 subplot(3,8,17)
305     plot(fwc(1:length(Kxyaux)),Kxyaux, fwc(lock),Pick,'r
306         *')
307     axis([0 25 0 max(Pick)])
308     set(gca,'units','normalized','pos',[0.13 0.1100
309         (0.7485+0.0517)-0.13 0.2157])
310     set(gca,'XTick',0:1:25)
311     title('Coherencia ');
312     xlabel('f [Hz] '); ylabel('abs(Kxy)^2 ');
313
314 dy=1/R;
315 subplot(1,8,8)
316     text(0,1,['#',' ','f [Hz] ',' ','S_{xy}(f) ',' ','Vel ','
317         ','Cohere ',''],'FontSize',8);
318 for i=1:R
319     text(0,1-(dy*i),[num2str(i),'. ',' num2str(fw(loc(i
320         ,:))) ',' ',' num2str(Pic(i,:)) ',' ',' num2str(Vel(
321         loc(i,:))) ',' ',' num2str(Kxyaux(loc(i,:)))'],'

```

```

        FontSize ',7);
315 end
316 axis off
317
318 figure(6)
319 clf;
320
321 % Densidad Espectral Cruzada sensores (3-4)
322 [Sxy , fw]=csd (Z3 , Z2 ,NFFT, fm ,WINDOW,NOVERLAP) ;
323
324 % Normalizaci\ '{o}n
325 [MaxSxy , MaxFwc]=max( abs ( Sxy ) ) ;
326 NormSxy=abs ( Sxy ) /max( abs ( Sxy ) ) ;
327
328 % Fase cruzada
329 p = unwrap( angle ( Sxy ) ) ;
330
331 % Coherencia Cruzada sensores (3-4)
332 [Kxy , fwc]=cohere ( Z3 , Z2 ,NFFT, fm ,WINDOW,NOVERLAP) ;
333
334
335 % Localizaci\ '{o}n de Picos de Densidad Espectral
    Cruzada
336 Sxyaux=(NormSxy) ;
337 [ Pic , loc]=pkpicker ( Sxyaux ( find ( fw < 25 ) ) ) ;
338 subplot ( 3 , 8 , 1 )
339 yS=fw ( loc ) ;
340 plot ( fw ( 1 : length ( Sxyaux ) ) , Sxyaux )
341 axis ( [ 0 25 0 1.1 ] )
342 set ( gca , 'units ' , 'normalized ' , 'pos ' , [ 0.13 0.7093
    ( 0.7485 + 0.0517 ) - 0.13 0.2157 ] )
343 set ( gca , 'XTick ' , 0 : 1 : 25 )
344 title ( [ 'Densidad Espectral Cruzado 34 ' , ' , 'Maximo = '
    ' num2str ( max ( abs ( Sxy ) ) , 3 ) , ' , ' frecuencia = '
    num2str ( fw ( MaxFwc ) , 3 ) ] ) ;
345 xlabel ( ' f [ Hz ] ' ) ; ylabel ( ' S_{xy} ( f ) ' ) ;
346
347 [R,C]=size ( loc ) ;

```

```

348 for i=1:R
349     text(fw(loc(i,:)),Pic(i,:),[num2str(i)], 'FontSize'
          ,7);
350 end
351
352 % Estimaci\ '{o}n de tiempos de retraso
353 tau=p./(2*pi*fw);
354 tau(1,1)=0;
355
356 % Estimaci\ '{o}n de velocidad
357 Vel=sep./tau;
358 subplot(3,8,9)
359     plot(fw(1:length(tau)),tau)
360     axis([0 25 0 max(Pic)])
361     set(gca,'units','normalized','pos',[0.13 0.4096
          (0.7485+0.0517)-0.13 0.2157])
362     set(gca,'XTick',0:1:25)
363     title(['Retrazo ','_Frecuencia de_muestreo=_',
          num2str(fm,3)]);
364     xlabel('f [Hz]'); ylabel('\tau (seg)');
365     set(gca,'xlim',[0 25]);
366     set(gca,'XTick',0:1:25)
367     set(gca,'ylim',[min(tau) max(tau)]);
368
369 % Localizaci\ '{o}n de Picos de Coherencia Cruzada
370 Kxyaux=abs(Kxy).^2;
371 [Pick,lock]=pkpicker(Kxyaux(find(fwc<25)));
372 subplot(3,8,17)
373     plot(fwc(1:length(Kxyaux)),Kxyaux, fwc(lock),Pick,'r
          *')
374     axis([0 25 0 max(Pick)])
375     set(gca,'units','normalized','pos',[0.13 0.1100
          (0.7485+0.0517)-0.13 0.2157])
376     set(gca,'XTick',0:1:25)
377     title('Coherencia');
378     xlabel('f [Hz]'); ylabel('abs(Kxy)^2');
379
380 dy=1/R;

```

```

381 subplot(1,8,8)
382     text(0,1,['#',' ','f [Hz]',' ','S- $\{xy\}$ (f) ',' ','Vel ',' ','Coherence'], 'FontSize',8);
383 for i=1:R
384     text(0,1-(dy*i),[num2str(i),'. ',' num2str(fw(loc(i
        ,:))),',' ',' num2str(Pic(i,:))',' ',' num2str(Vel(
        loc(i,:))),',' ',' num2str(Kxyaux(loc(i,:)))], '
        FontSize',7);
385 end
386 axis off

```

## C.2. Rutina para el tratamiento de señales de altas frecuencias

```

1 chan = addchannel(ai,0);
2
3 duration = 100; %second acquisition
4 set(ai,'SampleRate',5000);
5 ActualRate = get(ai,'SampleRate');
6 set(ai,'SamplesPerTrigger',duration*ActualRate);
7 set(ai,'TriggerType','Manual');
8 Fs = ActualRate;
9
10
11 start(ai)
12 trigger(ai)
13 wait(ai,duration + 3)
14
15 [data,time]=getdata(ai);
16
17 mean(data)
18 data=detrend(data);
19
20 % Filtro
21 F=ActualRate/2;
22 [B,C]=butter(2,25/F);
23 datafil=filtfilt(B,C,data);

```

```

24 figure
25 subplot(2,1,1)
26 plot(time , data (:,1) , time , datafil)
27 xlabel( ' tiempo (s) ' )
28 ylabel( ' Señal (Volts) ' )
29
30 WINDOW=Fs / 0.1;
31 NFFT=(2*WINDOW) ;
32 NOERLAP=WINDOW/2;
33
34 [Sx1 , fw1]=psd( data (:,1) ,NFFT, Fs ,WINDOW,NOERLAP) ;
35 [Sxf1 , fwf1]=psd( datafil ,NFFT, Fs ,WINDOW,NOERLAP) ;
36
37 % Localización de Picos de Densidad Espectral
   Cruzada
38 Siaux=abs(Sx1) ;
39 [Pic , loc]=pkpicker( Siaux( find(fw1 < 15)) ) ;
40 yS=fw1( loc ) ;
41
42 subplot(2,1,2)
43 plot( fw1 , abs(Sx1) , fwf1 , abs(Sxf1) )
44 xlabel( ' f (Hz) ' )
45 ylabel( ' Abs(Sx) ' )
46
47
48 [R,C]=size( loc ) ;
49 for i=1:R
50     text(fw1( loc(i,:) ) , Pic(i,:) , [ num2str(fw1( loc(i)
51     ,:)) ] , 'FontSize' , 7 , 'Rotation' , 90.0) ;
52
53 end
54
55 delete( ai )
56 clear ai ;
57 clear ;

```

# Apéndice D

## Calibración del SIE

Para calibrar nuestro sensor de impedancia eléctrica, haremos uso de la hidrostática. Podemos obtener la fracción volumen local de gas en una sección de la columna, éste se puede obtener al hacer mediciones de presión a través de un par de manómetros colocado en el sensor como muestra la Figura D.1.

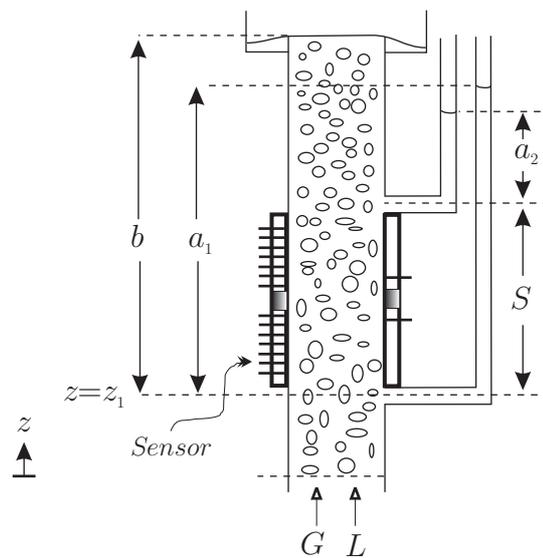


Figura D.1: Calibración del Sensor de impedancia eléctrica (SIE)

Para encontrar la fracción volumen en la celda de impedancia, se utiliza la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_{LS} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{b(a_1 + a_2) - a_1 S}{b(b - S)} \right\} \quad (\text{D.0.1})$$

al mismo instante se mide en nuestro dispositivo la señal correspondiente, la cual será relacionada con el valor de la fracción volumen. Para que esta relación sea confiable es necesario el procesamiento analógico de la señal sea el adecuado.

Es necesario conocer las variaciones de las propiedades de los fluidos, sabemos que las propiedades del líquido pueden variar según la temperatura y la presión, aunque esta última no afecta de manera importante. Para evitar los cambios producidos por la variación de la temperatura se debe hacer uso de una celda de referencia, el cual compensa las variaciones dinámicas de las propiedades físicas (conductividad, viscosidad, etc).

La celda de referencia es un dispositivo que es construido de los mismos materiales que el SIE, físicamente tienen la misma geometría, tamaño y configuración de electrodos, la única diferencia que este puede contener una cantidad menor de láminas metálicas (ej. 10 láminas). La celda de referencia sólo deberá estar en contacto con el líquido de trabajo.

# Glosario de términos

**acondicionador secundario** Dispositivo colocado entre el transductor de impedancia eléctrica (TIE) y las entradas analógicas del sistema de adquisición de datos. Tiene el propósito de eliminar alinealidades del TIE, amplificar y filtrar la señal producida.

**acondicionador primario** Componente que distingue al transductor de impedancia eléctrica (TIE) en un transductor con el divisor de voltaje o en un transductor con el amplificador operacional no-inversor. Tiene la función de medir la impedancia (propiedades eléctricas) de la mezcla bifásica.

**AO** Amplificador operacional no-inversor. Es un dispositivo electrónico de alta ganancia acoplado en corriente continua que tiene dos entradas y una salida. Una entrada no-inversora (+), en la cual hay una tensión indicada como  $V_+$  y otra inversora (-) sometida a una tensión  $V_-$ . En la configuración no-inversora, la señal se introduce por el terminal no-inversora.

**constante dieléctrica** Medida de la permitividad estática relativa de una sustancia, que se define como la permitividad absoluta dividida por la constante dieléctrica.

**cuerpo aislante** Objeto de geometría específica que tienen la propiedad de ser mal conductor de la electricidad.

**DV** Divisor de tensión o voltaje. Consiste de dos resistencias conectadas en serie, una de valor conocido y estable y otra de valor desconocido. En ambos resistores se mide la caída de voltaje para encontrar el valor de la resistencia desconocida, se utiliza el cociente de las caídas de voltaje multiplicada por la resistencia de valor conocido.

**electrodos** Láminas metálicas insertadas y ordenadas sobre la pared interna de la tubería, con la finalidad de tener contacto directo con la mezcla bifásica. Son parte fundamental del sensor de impedancia eléctrica.

**elemento de excitación** Dispositivo encargado de generar una señal senoidal con características de frecuencia y amplitud.

**estacionariedad** Propiedad de un proceso estocástico, es de orden 1 si la función densidad de probabilidad y la función de distribución son independientes del tiempo  $t$ , es de orden 2 si la función densidad de probabilidad y la función de distribución son independientes de los tiempos absolutos  $t_1$  y  $t_2$ , sólo depende la diferencia o retardo  $\tau = t_2 - t_1$ .

**fracción volumen** Concentración volumétrica de una fase en la mezcla bifásica.

**fracción volumen de gas** Concentración volumétrica de gas en la mezcla gas-líquido. Relación entre el volumen de gas y el volumen total de la mezcla.

**frecuencia de muestreo** Cantidad de muestras adquiridas por unidad de tiempo.

**función de correlación cruzada** Se utiliza para estudiar la relación entre dos procesos estocásticos conjuntamente estacionarios. Es una medida de la similitud entre las dos señales tanto en morfología como en ubicación temporal. Representa la evolución de esta similitud según varía su retardo  $\tau$ .

**funcionalidad del transductor** Capacidad de utilidad y desempeño que muestra el TIE.

**guardas** Láminas metálicas del sensor de impedancia eléctrica que se utilizan para evitar la dispersión axial de la señal de excitación.

**impedancia** propiedad eléctrica que posee un material, se define como la oposición total que ofrece un dispositivo o circuito a la corriente alterna. También la impedancia es una relación compleja entre el voltaje y la corriente, con magnitud y fase dependiente de la frecuencia. La parte real de una impedancia se refiere como su parte resistiva, mientras que la parte imaginaria se llama la parte reactiva.

**modo resistivo** Comportamiento que toma el SIE caracterizado por un resistor.

**modo capacitivo** Comportamiento que toma el SIE caracterizado por un capacitor.

**polarización del agua** Proceso por el cual se orienta la molécula de agua en función de su densidad electrónica. El extremo negativo de la molécula se orienta hacia un extremo positivo del electrodo.

**Prueba de Inversión de Arreglos** Método estadístico para comprobar estacionariedad de una serie de tiempo discreto.

**señal portadora** También nombrada como señal de excitación. Esta señal tiene forma de onda senoidal, la cual es modificada en alguno de sus parámetros (amplitud en este caso) por la mezcla bifásica (señal de información moduladora).

**sensor** Término utilizado para designar a un elemento primario o detector que está en contacto de la variable, el cual convierte un parámetro físico

o químico en una señal de salida transducible. También se define como el dispositivo que, a partir de la energía del medio donde se mide, da una señal de salida transducible que es función de la variable medida.

**SIE** Sensor de impedancia eléctrica. Componente que forma parte del transductor de impedancia eléctrica (TIE) y tiene la función de medir la fracción volumen de gas en la mezcla bifásica.

**TAO** Transductor con el amplificador operacional no-inversor. El TAO está formado por tres elementos, un elemento de excitación, el sensor de impedancia eléctrica y un amplificador operacional no-inversor.

**TDV** Transductor con el divisor de voltaje. El TDV está formado por tres elementos, un elemento de excitación, el sensor de impedancia eléctrica y un divisor de voltaje.

**TIE** Transductor de impedancia eléctrica. El TIE está formado por tres elementos, un elemento de excitación, el sensor de impedancia eléctrica y un acondicionador primario de señal.

**transductor** Elemento que convierte la señal adquirida por el sensor en una señal de salida eléctrica con características particulares.

**voltaje de salida ( $V_m$ )** Magnitud física que se cuantifica entre la fuente de poder y la salida del acondicionador primario, correspondiente al punto 1 y 2 de la Figura 6.1a.

**voltaje de entrada ( $V_f$ )** Magnitud física que se cuantifica entre la tierra y la salida de la fuente de poder, correspondiente al punto 2 y 3 de la Figura 6.1a.

# Bibliografía

- Anderson, T. & Jackson, R. (1967). A fluid mechanical description of fluidized beds. *Ind. Engng Chem. Fundam.*, 6, 527–539.
- Andreussi, P., Donfrancesco, A. D., & Messia, M. (1988). An impedance method for the measurement of liquid hold-up in two-phase flow. *International Journal of Multiphase Flow*, 14(6), 777 – 785.
- Areny, R. P. (2007). *Sensores y Acondicionadores de Señal*. México: Marco-combo, cuarta edition.
- Baveye, P. & Sposito, G. (1984). The operational significance of the continuum hypothesis in the theory of water movement through soils and aquifers. *Water Resources Research*, 20(5), 521–530.
- Bendat, J. S. & Piersol, A. (1986). *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*. New York: Wiley.
- Bernier, R. J. (1982). *Unsteady two-phase flow instrumentation and measurement*. PhD thesis, California Institute of Technology, Pasadena, California.
- Biesheuvel, A. & van Winjgaarden L. (1984). Two-phase flow equations for dilute dispersion of gas bubbles in liquid. *J. Fluid Mech.*, 148, 301–318.
- Boyes, W., Ed. (2010). *Instrumentation reference book*, chapter Introduction, (pp. 929). EngineeringPro collection. Butterworth-Heinemann, fourth edition.

- Ceccio, S. & George, D. (1996). A review of electrical impedance techniques for the measurement of multiphase flows. *J. Fluids Eng.*, 118(2), 391–399.
- Cheng, H., Hills, J., & Azzopardi, B. (2002). Effects of initial bubble size on flow pattern transition in a 28.9 mm diameter column. *Int. J. Multiphase Flow*, 28, 1047–1062.
- Cheng, H., Hills, J., & Azzopardi, B. (1998). A study of the bubble-to-slug transition in vertical gas-liquid flow in columns of different diameter. *International Journal of Multiphase Flow*, 24(3), 431 – 452.
- Cho, J., Perlin, M., & Ceccio, S. L. (2005). Measurement of near-wall stratified bubbly flows using electrical impedance. *Measurement Science and Technology*, 16(4), 1021.
- Costigan, G. & Whalley, P. (1997a). Measurement of speed of sound in air-water flows. *Chemical Engineering Science*, 66(2), 131–135.
- Costigan, G. & Whalley, P. (1997b). Slug flow regime identification from dynamic void fraction measurements in vertical air-water flows. *Int. J. Multiphase Flow*, 23(2), 263–282.
- Coughlin, R., Driscoll, F., & Gutiérrez, R. (1999). *Amplificadores Operacionales y Circuitos Integrados Lineales*. Prentice Hall.
- Deckwer, W. D. & Schumpe, A. (1993). Improved tools for bubble column reactor desing and scale-up. *Chemical Engineering Science*, 48(5), 889–911.
- Delhaye, J. (1983). Two-phase pipe flow. *International Chemical Engineering*, 23(3), 385–410.
- Devia, F. & Fossa, M. (2003). Design and optimisation of impedance probes for void fraction measurements. *Flow Measurement and Instrumentation*, 14(45), 139 – 149. Multi Phase Flow Measurement.

- dos Reis, E. & da Silva Cunha, D. (2014). Experimental study on different configurations of capacitive sensors for measuring the volumetric concentration in two-phase flows. *Flow Measurement and Instrumentation*, 37, 127 – 134.
- Drahoš, J. & Čermák, J. (1989). Diagnostic of gas-liquid flow patterns in chemical engineering. *Chem. Eng. Process*, 26, 147–164.
- Drahoš, J., Zahradník, J., Punčochář, M., Fialová, M., & Bradka, F. (1991). Effect of operating conditions on the characteristics of pressure fluctuations in a bubble column. *Chem. Eng. Process*, 29, 107–115.
- Dziubinski, M., Fidos, H., & Sosno, M. (2004). The flow pattern map of a two-phase non-newtonian liquid-gas flow in the vertical pipe. *Int. J. Multiphase Flow*, 30(6), 551–563.
- Falcone, G., Hewitt, G., & Alimonti, C. (2009). *Multiphase Flow Metering*, volume 54 of *Developments in Petroleum Science*. Elsevier.
- Fossa, M. (1998). Design and performance of a conductance probe for measuring the liquid fraction in two-phase gas-liquid flows. *Flow Measurement and Instrumentation*, 9(2), 103 – 109.
- Galaup, J. (1976). *Contribution to the Study of Methodos for Measuring Two-Phase Flow*. PhD thesis, Scientific and Medical University of Grenoble, Grenoble.
- George, D., Torczynski, J., Shollenberger, K., O'Hern, T., & Ceccio, S. (2000). Validation of electrical-impedance tomography for measurements of material distribution in two-phase flows. *International Journal of Multiphase Flow*, 26(4), 549 – 581.
- George, D. L., Torczynski, J., Shollenberger, K., O'Hern, T., & Ceccio, S. (2001). Three-phase material distribution measurement in a vertical flow

- using gamma-densitometry tomography and electrical-impedance tomography. *Int. J. Multiphase Flow*, 27, 1903–1930.
- Goda, H., Hibiki, T., Kim, S., Ishii, M., & Uhle, J. (2003). Drift-flux model for downward two-phase flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46(25), 4835 – 4844.
- Henry, R. B. (1969). Pressure wave propagation in two-phase mixtures. *Chem. Eng. Progress Symposium Series*, 66, 1–10.
- Hewitt, G. F. (1978). *Measurement of Two Phase Flow Parameters*. New York: Academic Press, first edition.
- Hewitt, G. F., Delhay, J., & Zuber, N. (1986). *Multiphase Science and Technology*, volume 2. Hemisphere Publishing Corporation.
- Ishii, M. & Hibiki, T. (2006). *Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow*. New York, USA.
- Ishii, N. N. (1975). *Thermo-fluid dynamic theory of two-phases flow*. Eyrolles: Paris.
- Jabardo, J. M. S. & Bouré, J. (1989). Experiments on void fraction wave. *Int. J. Multiphase Flow*, 15(4), 483–493.
- Jaworek, A., Krupa, A., & Trela, M. (2004). Capacitance sensor for void fraction measurement in water/steam flows. *Flow Measurement and Instrumentation*, 15(56), 317 – 324.
- Jones, S., Amblard, A., & Favreau, C. (1986). Interaction of an ultrasonic wave with a bubbly mixture. *Experiments in Fluids*, 4(6), 341–349.
- Karapantsios, T. D. & Papara, M. (2008). On the design of electrical conductance probes for foam drainage applications: Assessment of ring electrodes

- performance and bubble size effects on measurements. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 323(13), 139 – 148. Bubble and Drop Interfaces Selected papers from the International Workshop on Bubble and Drop Interfaces, 25-28 March 2007, Granada, Spain.
- Ko, M. S., Lee, B. A., Won, W. Y., Lee, Y. G., Jerng, D. W., & Kim, S. (2015). An improved electrical-conductance sensor for void-fraction measurement in a horizontal pipe. *Nuclear Engineering and Technology*, 47(7), 804 – 813.
- Korolev, A. V. (1989). Dynamics of low-velocity two-phase flows. *Power Engineering*, 27(5), 101–106.
- Kytomaa, H. & Brennen, C. (1991). Small amplitude kinematic wave propagation in two-component media. *International Journal of Multiphase Flow*, 17(1), 13 – 26.
- Lahey, R. T. (1991). Void wave propagation phenomena in two-phase flow (kern award lecture). *AIChE Journal*, 37(1), 123–135.
- Lee, S. J., Chang, K. S., & Kim, K. (1998). Pressure wave speeds from the characteristics of two fluids, two-phase hyperbolic equation system. *Int. J. Multiphase Flow*, 24(5), 855–866.
- Legius, M., van den Akker, A., & Narumo, T. (1997). Measurements on wave propagation and bubble and slug velocities cocurrent upward two-phase flow. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 15(3), 267–278.
- León-Becerril, E. & Liné, A. (2001). Stability analysis of a bubble column. *Chemical Engineering Science*, 56, 6135–6141.
- Letzel, H. M., Schouten, J., Krishna, R., & van der Bleek, C. (1997). Characterization of regimes and regime transition in bubble columns by chaos analysis of pressure signals. *Chemical Engineering Science*, 52(24), 4447–4459.

- Ma, Y. P., Chung, N., Pei, B., Lin, W. K., & Hsu, Y. Y. (1991). Two simplified methods to determine void fraction for two-phase flow. *Nuclear Technology*, 94, 124–133.
- Maneval, J., McCarthy, M., & Whitaker, S. (1990). Use of nuclear magnetic resonance as an experimental probe in multiphase systems: Determination of the instrument weight fraction for measurements of liquid-phase volume fractions. *Water Resources Research*, 26(11), 2807–2816.
- Mercadier, Y. (1981). *Contribution à l'étude des propagations de perturbations de tax de vide dans les écoulements diphasiques eau-air á bulles*. PhD thesis, Univ. Scientifique et Médicale et Inst. National Polytechnique de Grenoble, France.
- Mi, Y. (1998). *Two-Phase flow characterization based on advanced instrumentation, neural networks, and mathematical modelin*. PhD thesis, Purdue University.
- Mi, Y., Ishii, M., & Tsoukalas, L. (2001). Investigation of vertical slug flow with advanced two-phase flow instrumentation. *Nuclear Engineering and Design*, 204(13), 69 – 85.
- Micaelli, J. C. (1982). *Propagation d'ondes dans les écoulements diphasiques á bulles á deux constituants. Étude théorique et expérimentale*. PhD thesis, L'Université, Grenoble.
- Nguyen, D., Greiner, M., & Winter, E. (1981). Sonic velocity in two phase-flow. *Int. J. Multiphase Flow*, 7, 311–320.
- Nguyen, V. T., Euh, D. J., & Song, C.-H. (2010). An application of the wavelet analysis technique for the objective discrimination of two-phase flow patterns. *Int. J. Multiphase Flow*, 36(9), 755–768.
- Olsen, H. (1967). *Theoretical and Experimental Investigation of impedance void meters*. PhD thesis, Institutt for Atmenergi, Kjeller, Norway.

- Paranjape, S., Ritchey, S. N., & Garimella, S. V. (2012). Electrical impedance-based void fraction measurement and flow regime identification in microchannel flows under adiabatic conditions. *International Journal of Multiphase Flow*, 42, 175 – 183.
- Paredes, G. E. (1998). *Ondas Cinemáticas en un Reactor BWR*. Investigación, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, México D.F.
- Pauchon, C. & Banerjee, S. (1986). Interphase momentum interaction effects in the averaged multifield model. part i: Void propagation in bubbly flows. *Int. J. Multiphase Flow*, 12(4), 559–573.
- Peebles, P. (2001). *Probability, random variables, and random signal principles*. McGraw-Hill series in electrical and computer engineering. McGraw Hill.
- Rodríguez, J. C. (2006). Ondas de presión en una columna de burbujas. Tesis de maestría, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, México D.F.
- Rohuani, S. Z. & Shoal, M. (1983). Two-phase flow patterns: a review of research results. *Progress in Nuclear Energy*, 11(3), 219–259.
- Sánchez, J. R. (2003). Fenómenos ondulatorios en un tubo elevador en el régimen de fluidización rápida y con efectos de compresibilidad. Investigación, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, México D.F.
- Seleghim, P. & Hervieu, E. (1998). Direct imaging of two-phase flows by electrical impedance measurements. *Measurement Science and Technology*, 9(9), 1492.
- Shah, Y., Kelkar, B., Godbole, S., & Deckwer, W. (1982). Design parameters estimations for bubbles column reactor. *AIChE Journal*, 28(3), 353–379.

- Sirignano, W. A. (2005). Volume averaging for the analysis of turbulent spray flows. *Int. J. Multiphase Flow*, 31, 675–705.
- Song, C. H., No, H. C., & Chung, M. K. (1995). Investigation of bubble flow developments and its transition based on the instability of void fraction waves. *Int. J. Multiphase Flow*, 21(3), 381 – 404.
- Soria, A. (1991). *Kinematic waves in three-phase fluidized beds*. Investigation, University of Western Ontario, London, Ontario.
- Spedding, P. L. & Nguyen, V. (1980). Regime maps for air-water two-phase flow. *Chemical Engineering Science*, 35(4), 779–793.
- Taitel, Y., Bornea, D., & Dukler, A. (1980). Modelling flow pattern transitions for steady upward gas-liquid flow in vertical tubes. *AIChE Journal*, 26(3), 345–354.
- Tournaire, A. (1987). *Detection et Etude des Ondes de Taux de Vide en Ecoulement Diphasique a Bulles Jusqu'a la Transition Bulles-Bouchons*. PhD thesis, L'Universite Scientifique et Medicale et L'Institut National Polytechnique de Grenoble, Francia.
- Tri, B. D. (2005). Identification of two phase flow regimes by void fraction measurements. *Vietnam Journal of Mechanics*, 27(1), 59–65.
- Valencia, O. (2001). Modelo hidrodinamico para el tubo elevador de una unidad de FCC con evaporacion de gasoleo. Tesis de maestría, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, México D.F.
- Vazquez, A., Sanchez, R., Salinas-Rodríguez, E., Soria, A., & Manasseh, R. (2005). A look at three measurement techniques for bubble size determination. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 30, 49–57.
- Wallis, G. B. (1969). *One-dimensional Two-phase Flow*. New York: McGraw-Hill, first edition.

- Wang, H., Priestman, G., Beck, S., & Boucher, R. (2000). Measurement and simulation of pressure wave attenuation in upward air-water bubbly flow. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 21, 104–111.
- Wang, Y., King, C., & Pei, B. (1988). Identification of two-phase flow patterns by a single void fraction sensor. *Nuclear Technology*, 83, 56–64.
- Wang, Y., King, C., & Pei, B. (1991). Verification of using a single void fraction sensor to identify two-phase flow patterns. *Nuclear Technology*, 95, 87–94.
- Watson, M. J. & Hewitt, G. (1999). Pressure effects on the slug to churn transition. *Int. J. Multiphase Flow*, 25, 1225–1241.
- Whitaker, S. (1999). *The Method of Volume Averaging*. California, U.S.A.: Kluwer Academic Publishers.
- Wu, H., Tan, C., Dong, X., & Dong, F. (2015). Design of a conductance and capacitance combination sensor for water holdup measurement in oil-water two-phase flow. *Flow Measurement and Instrumentation*, 46, Part B, 218 – 229. Special issue on Tomography Measurement and Modeling of Multiphase Flows.
- Yang, H., Kim, D., & Kim, M. (2003). Void fraction measurement using impedance method. *Flow Measurement and Instrumentation*, 14(45), 151 – 160. Multi Phase Flow Measurement.