

TESIS DE MAESTRIA

"EL LASER SUPERRADIANTE ULTRAVIOLETA DE NITROGENO MOLECULAR DE
EXCITACION TRANSVERSAL CON UN NUEVO SISTEMA DE EXCITACION Y DE
MUY BAJA PRESION"

Presentada en el Departamento de Física de la Universidad
Autónoma Metropolitana, unidad Iztapalapa

por

Ulises Sinhué Alejandro Caldiño García

Septiembre, 1984.

La presente tesis fue dirigida por los profesores
Fís. Andrés Porta Contreras y Dr. Salvador Godoy Salas a
quienes les agradezco su dirección.

Esta tesis esta dedicada a mis padres.

Quiero agradecer al Dr. Salvador Godoy por su muy valiosa orientación, por su ayuda oportuna e incondicional, y por su estricta revisión en la estructuración de la tesis.

Deseo también hacer patente mi agradecimiento al Fis. Andrés Porta por su muy valiosa colaboración, y al Dr. Marco Patrón por sus opiniones que me ayudaron a definir y estructurar la tesis en su forma final.

Doy las gracias al técnico Cirilo Jiménez H. por la insuperable calidad de su trabajo mecánico.

INDICE

I. INTRODUCCION	5
II. ANTECEDENTES DEL LASER SUPERRADIANTE ULTRAVIOLETA DE NITROGENO MOLECULAR	7
III. COEFICIENTES DE EINSTEIN Y PROBABILIDADES DE TRANSICION INDUCIDA Y ESPONTANEA	10
3.1. Relación entre los coeficientes de Einstein	11
3.2. Cálculo de los coeficientes de Einstein y de las probabilidades de transición inducida y espontánea	13
IV. MECANISMOS DEL ENSANCHAMIENTO ESPECTRAL	29
4.1. Ensanchamiento espectral homogéneo	32
4.2. Ensanchamiento espectral inhomogéneo	37
V. ABSORCION Y AMPLIFICACION	41
VI. INVERSION DE POBLACIONES. EXCITACION POR IMPACTO ELECTRONICO	47
VII. LOS FENOMENOS DE EXCITACION Y DE IONIZACION DEL GAS-LASER	
7.1. Características espaciales	57

7.2. Ecuación de energía de los electrones en el plasma	59
---	----

VIII. LASER DE OSCILACION CONTINUA	66
------------------------------------	----

IX. EL LASER SUPERRADIANTE. EN LA REGION ULTRAVIOLETA, DE NITROGENO MOLECULAR	
---	--

9.1. Emisión superradiante ultravioleta del segundo sistema positivo ($C^3\Pi_u - B^3\Pi_g$)	70
--	----

9.2. Potencia por unidad de volumen de la emisión superradiante UV del láser de N_2	77
---	----

X. DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN LASER SUPERRADIANTE UV DE N_2 DE EXCITACION TRANSVERSAL CON UN NUEVO CIRCUITO DE EXCITACION Y DE MUY BAJA PRESION	
--	--

10.1. Cavity láser	90
--------------------	----

10.2. Circuito de excitación	91
------------------------------	----

10.3. Resultados experimentales y conclusiones	96
--	----

APENDICE

CALCULOS APROXIMADOS DE ALGUNOS PARAMETROS DEL LASER SUPERRADIANTE UV DE N_2 DE EXCITACION TRANSVERSAL Y DE MUY BAJA PRESION	
--	--

A. Tiempo de vida radiativa de los estados excitados C y B	98
--	----

B. Duración del pulso de excitación	99
-------------------------------------	----

C. Ensanchamiento espectral por colisiones vs	
---	--

ensanchamiento espectral Doppler

. 100.

INTRODUCCION

En esta tesis se hace un estudio de la física de los láseres superradiantes (enfocado al láser ultravioleta de Nitrógeno, Cap. IX) -láseres que poseen una ganancia tan elevada que el proceso de amplificación de la radiación se logra sin necesidad de usar cavidades resonantes-.

También se incluye una revisión del tratamiento semiclásico de la interacción de radiación con materia para obtener las probabilidades de las transiciones entre los niveles energéticos involucrados en el proceso de amplificación de la radiación (Cap. III), así como los mecanismos responsables del ensanchamiento espectral de la misma.

Un estudio de la física del fenómeno de inversión de poblaciones se incluye en los caps. V-VIII.

Finalmente, en el Cap. X se reporta el diseño y construcción de un láser superradiante UV (pulsado) de N_2 de excitación transversal, con una cavidad y circuito de excitación completamente originales (con componentes nacionales) y con una potencia aproximada de 10^2 kW en pulsos de 20-40 ns, el cual fué capaz de bombear una muestra de Rhodamina 6G.

La importancia de este láser radica en la facultad de bombear muestras de Rhodamina 6G (la cual representa un camino directo

para construir láseres de tintura), en su capacidad para operar hasta 10^2 pulsos/seg, así como su bajo costo de construcción y mantenimiento, dado que sus refacciones son enteramente nacionales.

II

ANTECEDENTES DEL LASER SUPERRADIANTE ULTRAVIOLETA DE NITROGENO MOLECULAR

En 1963 se logró por primera vez la emisión superradiante del Nitrógeno molecular (Heard)(1).

Posteriormente Leonard (1965)(2) reportó el diseño y construcción de un láser de N_2 de excitación transversal, y con una potencia pico de 200 kW y 20 ns de duración (a una presión de 20 Torr).

También él demostró que la potencia de esta emisión es aproximadamente proporcional a la intensidad del campo eléctrico, de manera que se requieren campos de gran intensidad para obtener mayores potencias en pulsos más cortos.

Shipman (1967)(3) obtuvo una potencia pico de 2.5 MW y 4 ns de duración.

Láseres superradiantes UV de N_2 aún más potentes y a presiones bajas, fueron construidos por Patterson, Gerardo y Johnson (1972)(4), y por Dreyfus y Hodgson (1972)(5).

Estos autores usaron un haz de electrones de alta energía como fuente de excitación, en lugar de rápidas descargas

eléctricas, obteniendo potencias de 24 MW en pulsos de 6 ns.

Kobayashi et al. (1971)(6) encontraron que la potencia pico de la emisión aumentaba en un 25% más (a una presión de 300 Torr) si se añadía Helio a la descarga del N_2 .

Así posteriormente fué encontrado que el láser superradiante UV de N_2 puede operar a presión atmosférica, mezclando el Nitrógeno con Helio (13%), con una potencia pico de 20 kW.

Searles (1974)(7) también obtuvo acción láser a presión alta, mezclando el Nitrógeno con Argón.

Dos artículos que presentan un simple pero muy elegante método de calcular la potencia de láseres pulsados de N_2 , han sido publicados por Gerry (1965)(8) y por Ali, Kolb y Anderson (1967)(9).

En el Cap. IX (Secc. 9.2) examinamos este método y sus resultados.

REFERENCIAS

- (1) Heard, Nature, 667 (1963).
- (2) Leonard, D. A., Appl. Phys. Lett. 7, 4 (1965).
- (3) Shipman, J. D., Appl. Phys. Lett. 10, 1 (1967).
- (4) Patterson, E. L., Gerardo, J. B. and Johnson, A. W., Appl. Phys. Lett. 21, 293 (1972).
- (5) Dreyfus, R. W. and Hodgson, R. T., Appl. Phys. Lett. 20, 195 (1972).

- (6) Kobayashi, T., Takemura, M., Schimizu, H. and Inaba, H., Paper M9, Quantum Electronics Conference, Montreal (1972), Conference Proceedings, p. 61.
- (7) Searles, S. K., Appl. Phys. Lett. 7, 6 (1965).
- (8) Gerry, E. T., Appl. Phys. Lett. 7, 6 (1965).
- (9) Ali, A. W., Kolb, A. C. and Anderson, A. D., Appl. Opt. 6, 2115 (1967).

III

COEFICIENTES DE EINSTEIN Y PROBABILIDADES DE TRANSICION INDUCIDA Y ESPONTANEA

Para simplificar el análisis vamos a considerar únicamente dos estados excitados degenerados de energías bien definidas E_2 y E_1 ($E_2 > E_1$), y supondremos que no hay efecto de los otros estados.

Esto en principio no es válido porque solamente el estado base tiene energía bien definida.

Si la densidad de átomos N_1 del estado 1 interactúa con un campo e.m. cuya energía es distribuida uniformemente en la vecindad de la frecuencia de transición $\nu_0 (= E_2 - E_1 / h)$, entonces una densidad de átomos por unidad de tiempo igual a:

$$N_1 \rho(\nu) B_{12}, \quad (3.1)$$

sufrirán, según Einstein, una transición del estado 1 al estado 2.

En la expresión (3.1), B_{12} es el coeficiente de Einstein de absorción, y el producto $\rho(\nu) B_{12}$ es la probabilidad de absorción, por unidad de tiempo, de la radiación e.m. incidente (o radiación estimulante) de densidad de energía por unidad de frecuencia $\rho(\nu)$. A esta probabilidad la denotaremos por $W_{12}(\nu)$.

A su vez la densidad de átomos N_2 que se encuentran en el estado 2 podrán emitir radiación por emisión espontánea y por emisión estimulada, i.e., un número de átomos igual a:

$$N_2 A_{21} + N_2 \rho(\nu) B_{21}, \quad (3.2)$$

sufrirán una transición del nivel 2 al nivel 1.

El producto $\rho(\nu) B_{21}$ es la probabilidad de emisión estimulada, por unidad de tiempo, por un campo e.m. de densidad $\rho(\nu)$:

$$W_{21}(\nu) = B_{21} \rho(\nu). \quad (3.3)$$

B_{21} es el coeficiente de Einstein de emisión estimulada.

Y A_{21} es la probabilidad de emisión espontánea por unidad de tiempo.

3.1. Relación entre los coeficientes de Einstein(1)

En primer lugar supongamos que el conjunto de átomos $N_1 + N_2$ se encuentra confinado en equilibrio térmico en una caja de paredes perfectamente reflectoras a la temperatura absoluta T . El campo e.m. que interactúa con los átomos tendrá una densidad de energía, por unidad de frecuencia, correspondiente a la del cuerpo negro a la temperatura absoluta T según la ley de Planck:

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Bajo estas circunstancias, las poblaciones promedios de los dos estados permanecerán constantes para todo tiempo, i.e., el número de transiciones $1 \rightarrow 2$ (3.1) en un intervalo de tiempo es igual al número de transiciones $2 \rightarrow 1$ (3.2):

$N_1 \rho(\nu) B_{12} = N_2 A_{21} + N_2 \rho(\nu) B_{21}$, (principio de balance detallado),
o bien,

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{B_{12} \rho(\nu)}{A_{21} + B_{21} \rho(\nu)} \quad (3.1.1)$$

Por otra parte, las densidades de población de los estados estarán relacionadas por la razón de Boltzman:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp \left(\frac{-h\nu}{kT} \right). \quad (3.1.2)$$

Combinando (3.1.1) y (3.1.2) obtenemos:

$$\frac{g_2}{g_1} \exp \left(\frac{-h\nu}{kT} \right) = \frac{B_{12} \rho(\nu)}{A_{21} + B_{21} \rho(\nu)} \quad (3.1.3)$$

donde $g_{i,m}$ es la degeneración de los estados.

Además, siempre podemos imaginar una temperatura extrema tal que $kT \gg h\nu$, de manera que, por la ley de Planck, $\rho(\nu) \gg 1$, y entonces la expresión anterior la podemos escribir como:

$$\frac{B_{12}}{B_{21}} = \frac{g_2}{g_1}, \quad (3.1.4)$$

la cual constituye una importante relación entre los coeficientes de absorción y de emisión estimulada.

Combinando (3.1.3) y (3.1.4) obtenemos la siguiente expresión para la densidad de radiación:

$$\rho(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{11}} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}.$$

Comparando esta expresión con la ley de Planck, obtenemos la siguiente relación entre el coeficiente de emisión estimulada y la probabilidad de emisión espontánea:

$$\frac{A_{21}}{B_{11}} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3}. \quad (3.1.5)$$

Como $B_{12} = (g_2 / g_1) B_{11}$, todos los coeficientes, A , B_{11} y B_{12} , estarán estrechamente relacionados. Si uno es conocido, automáticamente se conocen los demás.

3.2. Cálculo de los coeficientes de Einstein y de las probabilidades de transición inducida y espontánea(2)

El propósito de esta sección es calcular los coeficientes de Einstein usando el tratamiento semiclásico de la interacción de radiación con materia:

El sistema atómico es cuantizado, y el campo e.m. de la onda incidente es tratado clásicamente.

Calculando el coeficiente de emisión estimulada B_{11} ,

automáticamente quedarán determinados los otros coeficientes. Como la probabilidad de emisión estimulada por unidad de tiempo es igual a la razón de transición $|a_1(t)|^2/t$:

$$B_{21} \rho(\nu) = |a_1(t)|^2/t.$$

Calculando la probabilidad de ocupación del estado 1, podemos calcular B_{11} .

Consideremos primero un átomo aislado cuantizado con niveles energéticos E_n . La función de onda ψ_n de este átomo para cualquier tiempo podemos determinarlo de la ecuación de Schrödinger:

$$\hat{H}\psi(\tau, t) = i\hbar \frac{\partial \psi(\tau, t)}{\partial t}$$

ó
donde

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U_{int}\right) \psi_n(\tau, t) = i\hbar \frac{\partial \psi_n(\tau, t)}{\partial t} \quad (3.2.1)$$

$$\psi_n(\tau, t) = \psi_n(\tau) e^{-iE_n t/\hbar} \quad (3.2.2)$$

Las eigenfunciones dadas por (3.2.2) son estacionarias, de manera que el átomo permanece en un estado particular para siempre. En realidad esto no sucede porque un átomo sufre transiciones entre sus estados.

Luego, necesitamos añadir a la ecuación de Schrödinger el operador decaimiento $\hat{\gamma}$, tal que se siga satisfaciendo, i.e.:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U_{int} - i\hbar \frac{\hat{\gamma}}{2}\right) \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t},$$

donde el factor $1/2$ lo hemos añadido por conveniencia. Simultáneamente como la probabilidad de un átomo en el estado E_n decae como $\exp(-\gamma_n t/2)$, las eigenfunciones se transforman a:

$$\psi_n'(r, t) = \psi_n(r) \exp\left(-\frac{i E_n t}{\hbar}\right) \exp\left(-\frac{\gamma_n t}{2}\right). \quad (3.2.3)$$

Una vez determinadas las eigenfunciones correspondientes a un átomo aislado, podemos pasar a una situación más real:

Considerar que el átomo está interactuando con un campo e.m. externo:

$$\vec{E} = E_0 \cos \omega t \hat{e}_x \quad (\text{aproximación dipolar})$$

Bajo la acción de este campo, los electrones sufren desplazamientos, originando un cambio en la energía potencial:

$$U = U_{int} + U_{ext},$$

donde

$$U_{ext} = -e\phi.$$

Si despreciamos efectos de propagación dentro de la escala atómica:

$$\phi = -\int_0^x \vec{E} \cdot d\vec{l} \approx -x E_0 \cos \omega t. \quad (\text{aproximación de onda larga})$$

Luego, la ecuación de Schrödinger para un sistema atómico en presencia de un campo e.m. es:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U - i\hbar \frac{\gamma}{2}\right) \psi' = i\hbar \frac{\partial \psi'}{\partial t}, \quad (3.2.4)$$

donde la nueva eigenfunción ψ' podemos expresarla en términos de aquella del sistema aislado (ec. (3.2.3), si consideramos que la energía potencial externa es pequeña comparada con la energía interna (esto no siempre es válido porque hoy en día podemos aplicar a un átomo campos e.m. comparables o más grandes que sus campos internos):

$$\psi' = \sum_n a_n(t) \psi_n e^{-\beta_n t},$$

donde

$$\beta_n = \frac{i E_n}{\hbar} + \frac{\gamma_n}{2}.$$

Sustituyendo esta función de onda en la ecuación de Schrödinger (3.2.4) obtenemos:

$$\begin{aligned} \sum_n \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U - i\hbar \frac{\gamma_n}{2} \right) a_n \psi_n e^{-\beta_n t} \\ = -i\hbar \sum_n (\dot{a}_n \psi_n e^{-\beta_n t} - a_n \dot{\psi}_n e^{-\beta_n t}) \end{aligned}$$

O bien, reduciendo y escribiendo $U = U_{int} + U_{ext}$:

$$\begin{aligned} \sum_n \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U_{int} - E_n \right) \psi_n a_n e^{-\beta_n t} + \sum_n a_n U_{ext} \psi_n e^{-\beta_n t} \\ = i\hbar \sum_n \dot{a}_n \psi_n e^{-\beta_n t}, \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

de donde podemos ver que la primera serie es cero, porque satisface la ecuación original de Schrödinger (3.2.1).

Ahora, para reducir el número de sumatorias usando la

ortogonalidad del conjunto $\{\varphi_n\}$, debemos multiplicar (3.2.5) por $\varphi_m^* e^{-\beta_m^* t}$ e integrar sobre todo el espacio, obteniendo el siguiente conjunto infinito de ecuaciones diferenciales acopladas:

$$\sum_n a_n (U_{ext})_{mn} e^{-(\beta_n + \beta_m^*)t} = i\hbar e^{-\gamma_m t} \frac{da_m}{dt}, \quad (3.2.6)$$

donde

$$\begin{aligned} (U_{ext})_{mn} &= \int \varphi_m^* U_{ext} \varphi_n d^3x \\ &= \mu_{max} E_{ox} \cos \omega t \end{aligned}$$

y $\mu_{max} = e \int \varphi_m^* x \varphi_n d^3x$, es el momento dipolar eléctrico.

Finalmente, nos conviene escribir (3.2.6) en términos del momento dipolar eléctrico y de la frecuencia de transición $\gamma_{nm} = (E_n - E_m)/\hbar$:

$$i\hbar e^{-\gamma_m t} \frac{da_m}{dt} = E_{ox} \cos(2\pi\nu t) \sum_n a_n \mu_{max} \exp\left\{-\left[\frac{\gamma_n + \gamma_m}{2} + i2\pi\gamma_{nm}\right]t\right\}.$$

La siguiente tarea es resolver este conjunto de ecuaciones diferenciales acopladas, la cual se simplifica notablemente, si consideramos únicamente dos niveles del sistema atómico, suponiendo que los otros niveles no afectan a las probabilidades de ocupación $|Q_1(t)|^2$ y $|Q_2(t)|^2$.

Luego, nuestro conjunto infinito de ecuaciones diferenciales

acopladas se reducen a dos:

$$i\hbar e^{-\gamma_1 t} \frac{da_1}{dt} = \frac{a_2 \mu_{12x} E_{0x}}{2} (e^{i2\pi\nu t} + e^{-i2\pi\nu t}) e^{-\gamma_1 t} + \\ + \frac{a_2 \mu_{12x} E_{0x}}{2} (e^{i2\pi(\nu-\nu_0)t} + e^{-i2\pi(\nu+\nu_0)t}) e^{-(\frac{\gamma_1+\gamma_2}{2})t}$$

$$y \quad i\hbar e^{-\gamma_2 t} \frac{da_2}{dt} = \frac{a_1 \mu_{21x} E_{0x}}{2} (e^{i2\pi(\nu+\nu_0)t} + e^{-i2\pi(\nu-\nu_0)t}) e^{-(\frac{\gamma_1+\gamma_2}{2})t} + \\ + \frac{a_1 \mu_{22x} E_{0x}}{2} (e^{i2\pi\nu t} + e^{-i2\pi\nu t}) e^{-\gamma_2 t},$$

donde hemos escrito la frecuencia de transición $\nu_{12} = \nu_0$.

En estas ecuaciones podemos despreciar los términos antiresonantes, $\exp[\pm i2\pi(\nu+\nu_0)t]$, dado que sus promedios sobre una escala temporal $[2\pi(\nu-\nu_0)]^{-1}$ son cero; y como en todos los sistemas (excepto el Hidrógeno) sus momentos dipolares permanentes, μ_{11x} y μ_{22x} , son nulos, las dos ecuaciones acopladas por resolver son:

$$i\hbar \frac{da_1}{dt} = \frac{a_2 \mu_{12x} E_{0x}}{2} \exp\left[\left(i2\pi\Delta\nu + \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{2}\right)t\right], \quad (3.2.7a)$$

$$y \quad i\hbar \frac{da_2}{dt} = \frac{a_1 \mu_{21x} E_{0x}}{2} \exp\left[-\left(i2\pi\Delta\nu + \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{2}\right)t\right], \quad (3.2.7b)$$

donde $\Delta\nu = \nu - \nu_0$.

Para ahorrar escritura, usaremos los siguientes cambios de

variables:

$$\Omega = \frac{\mu_{12} \epsilon_{0x}}{2\hbar}, \quad (\text{frecuencia de Rabi}),$$

$$\eta = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{2} + i2\pi\Delta\nu, \quad (3.2.8)$$

y las ecuaciones (3.2.7) se transforman a:

$$\frac{da_1}{dt} = -ia_1\Omega e^{\eta t}, \quad (3.2.9a)$$

$$y \quad \frac{da_2}{dt} = -ia_2\Omega e^{-\eta t}. \quad (3.2.9b)$$

Diferenciando (3.2.9b), y combinándola con las ecuaciones (3.2.9) obtenemos la siguiente ecuación diferencial de segundo orden para $a_2(t)$:

$$\frac{d^2 a_2}{dt^2} + \eta \frac{da_2}{dt} + \Omega^2 a_2 = 0,$$

cuya solución es de la forma:

$$a_2(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}, \quad (3.2.10)$$

con

$$\begin{Bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{Bmatrix} = -\frac{\eta}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\eta}{2}\right)^2 - \Omega^2}.$$

Ahora supongamos que el átomo se encuentra inicialmente en el estado 2, cuando repentinamente encendemos un campo e.m. con frecuencia cercana a la de transición.

En estas circunstancias, las condiciones iniciales serán:

$$\begin{aligned} a_1(t=0) &\sim 0, \\ a_2(t=0) &\sim 1, \end{aligned} \quad (3.2.11)$$

y de (3.2.9b):

$$\frac{da_2}{dt} = -i a_1 \Omega \sim 0 \quad (3.2.12)$$

Luego, de (3.2.10), (3.2.11) y (3.2.12):

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}, \\ C_2 &= \frac{-\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}, \\ \text{y} \quad a_1(t) &= \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{\lambda_1 t} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{\lambda_2 t}. \end{aligned}$$

Sustituyendo esta solución en (3.2.9b), obtenemos la siguiente solución para $a(t)$:

$$a_1(t) = \frac{ie^{2t}}{\Omega} \frac{\lambda_2 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}).$$

donde $\lambda_1 \lambda_2 = \Omega^2,$

y $\lambda_2 - \lambda_1 = -2\sqrt{\left(\frac{\eta}{2}\right)^2 - \Omega^2}.$

El cálculo de $|a_1(t)|^2$ se simplifica considerablemente si suponemos por el momento que las razones de decaimiento son muy pequeñas tales que

$$\left\{ \begin{matrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{matrix} \right\} \approx -\frac{\eta}{2} \pm i\sqrt{\Omega^2 + \pi(\Delta V)^2},$$

$$y \quad \lambda_1 - \lambda_2 \approx 2i \sqrt{\Omega^2 + (\pi \Delta \nu)^2}$$

Por lo tanto:

$$a_1(t) = \frac{ie^{\frac{\gamma_1}{2}t} \exp\left(\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}t\right)}{\Omega} \left\{ \frac{\exp\left(\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{2}t\right) - \exp\left(-\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{2}t\right)}{\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2i}} \right\}$$

$$\approx -ie^{\frac{\gamma_1}{2}t} \Omega \frac{\sinh\left\{ \left[\Omega^2 + (\pi \Delta \nu)^2 \right]^{\frac{1}{2}} t \right\}}{[(\pi \Delta \nu)^2 + \Omega^2]^{\frac{1}{2}}} \quad (3.2.13)$$

Finalmente la probabilidad de ocupación del estado 1 es:

$$|a_1(t)|^2 \approx e^{\frac{\gamma_1 - \gamma_2}{2}t} \Omega^2 \frac{\sinh^2\left[\left(\Omega^2 + (\pi \Delta \nu)^2 \right)^{\frac{1}{2}} t \right]}{[\Omega^2 + (\pi \Delta \nu)^2]} \quad (3.2.14)$$

El comportamiento temporal de $|a_1(t)|^2$, para el caso en que la razón de decaimiento del estado dos es bastante mayor que aquella del estado 1 ($\gamma_2 > \gamma_1$) y $\nu \approx \nu_0$, se muestra en la Fig.3.2.1.

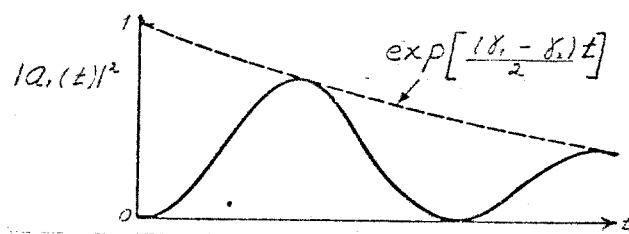


Fig. 3.2.1. Comportamiento temporal de $|a_1(t)|^2$ para $\gamma_2 > \gamma_1$, y $\nu \approx \nu_0$.

Por otra parte, la probabilidad de ocupación del estado uno, (ec. (3.2.14)), para el caso en que el sistema atómico

interactúa con un campo eléctrico muy débil ($\Omega^2 \propto \mathcal{E}_0^2 \ll 1$,
y $\gamma = \gamma_0 \ll 1$), la podemos escribir como:

$$|a_1(t)|^2 \approx \Omega^2 \left(\frac{\sin \pi \Delta \nu t}{\pi \Delta \nu} \right)^2 \quad (\text{interacción de campo débil}), (3.2.15)$$

la cual es infinitamente más tratable (matemáticamente) que (3.2.14).

Esta aproximación podemos demostrarla usando el siguiente argumento:

Si nos restringimos a estudiar el comportamiento de $|a_1(t)|^2$ para tiempos suficientemente cortos, que es equivalente a una interacción del sistema con un campo débil para todo tiempo, entonces podemos escribir $a_1(t) \sim 1$, y obviamente $\gamma_1 = \gamma_0 \approx 0$, lo cual implica $\eta \approx i2\pi\Delta\nu$.

En estas condiciones, (3.2.9a) se reduce a:

$$\frac{da_1}{dt} = -i\Omega e^{i2\pi\Delta\nu t}$$

e integrando:

$$a_1(t) = -\Omega \frac{e^{i2\pi\Delta\nu t} - 1}{2\pi\Delta\nu}$$

Finalmente,

$$|a_1(t)|^2 = \Omega^2 \left(\frac{\sin \pi \Delta \nu t}{\pi \Delta \nu} \right)^2,$$

la cual es precisamente (3.2.15).

La función $y = (\sin \pi \Delta \nu t / \pi \Delta \nu)^2$, en (3.2.15), es graficada en la

Fig. 3.2.2 como función de $\Delta\nu$, de donde podemos ver que se aproxima a la función Delta de Dirac conforme aumenta t . De hecho, como:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sin \pi \Delta\nu t}{\pi \Delta\nu} \right)^2 d(\Delta\nu) = t,$$

para tiempos suficientemente grandes podemos escribir:

$$\left(\frac{\sin \pi \Delta\nu t}{\pi \Delta\nu} \right)^2 \approx t \delta(\Delta\nu).$$

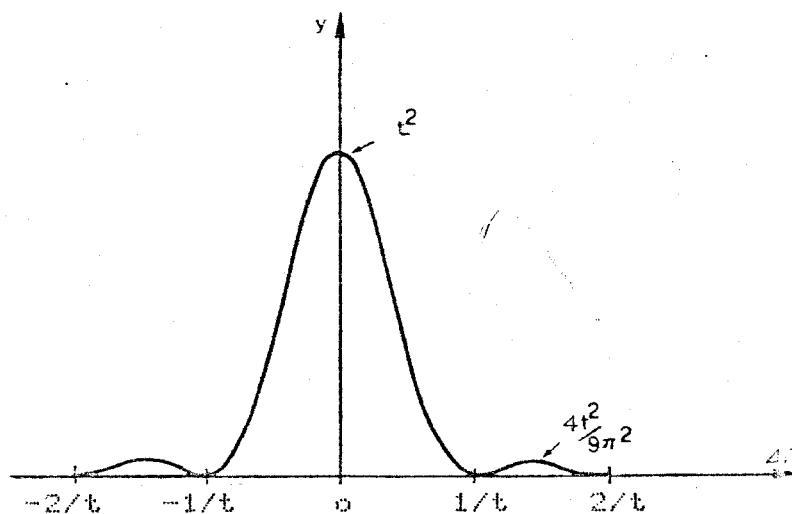


Fig. 3.2.2. Gráfica de la función $y = (\sin \pi \Delta\nu t / \pi \Delta\nu)^2$ vs. $\Delta\nu$.

Por otra parte, la frecuencia de Rabi, en función del momento dipolar eléctrico total $|\mu_e|^2$ ($= 3|\mu_{ex}|^2$) y de la densidad de energía ρ ($= \epsilon_0 \epsilon^2 / 8\pi$) de la onda e.m. incidente (supuesta monocromática por el momento), la podemos escribir como:

$$\Omega^2 = \frac{2\pi |\mu_e|^2 \rho}{3\hbar^2}.$$

Por lo tanto, la probabilidad de emisión inducida por un campo e.m. monocromático de frecuencia ν_0 es:

$$W_{i.} = \frac{|A_{i.}(t)|^2}{t} = \frac{2\pi |H_{i.}|^2}{3\hbar^2} \rho \delta(\Delta\nu). \quad (3.2.16)$$

Sin embargo, esta expresión no es físicamente aceptable dado que $W_{i.} = 0$ cuando $\nu \neq \nu_0$, y $W_{i.} = \infty$ cuando la frecuencia de la onda e.m. incidente es exactamente igual a la de transición atómica.

La razón de esta incongruencia física es que la onda e.m. no es estrictamente monocromática.

En el caso de los gases excitados a baja presión, el ensanchamiento espectral de la onda incidente es debido principalmente a las colisiones que ocurren entre los átomos (o las moléculas), las cuales interrumpen el proceso de interacción coherente entre el átomo y la onda e.m. incidente.

Después de una colisión, las funciones de onda del átomo ya no tendrán la misma fase relativa de la onda e.m. incidente, y por lo tanto la interacción descrita por (3.2.16) es válida únicamente en el intervalo de tiempo en que ocurren dos colisiones.

Una manera de abordar este problema es usar un sistema de referencia sujeta al átomo(3), el cual no percibirá el campo eléctrico de la onda en forma senosoidal, sino como mostrado en la Fig. 3.2.3, con brincos de fase cuando el átomo sufre la colisión, y por lo tanto no percibirá una onda monocromática.

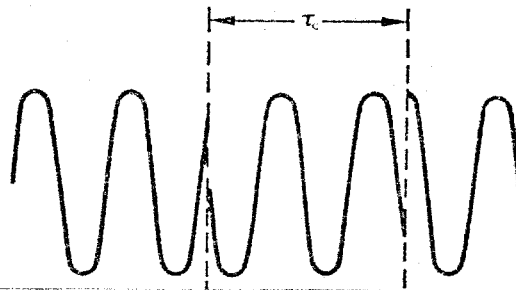


Fig. 3.2.3. Campo eléctrico $\hat{E}(t)$ de una onda e.m. en función del tiempo, percibido por un átomo que sufre colisiones.

El intervalo de tiempo τ_c entre dos colisiones será diferente para cada colisión. En estas condiciones supondremos que la distribución de valores de τ_c puede ser descrita por una densidad de probabilidad:

$$P(\tau_c) = \exp(-\tau_c/\bar{\tau}_c), \quad (3.2.17)$$

de manera que $P(\tau_c)d\tau_c$ es la probabilidad de que el intervalo de tiempo entre dos colisiones se encuentre entre τ_c y $\tau_c + d\tau_c$, y $\bar{\tau}_c$ es el tiempo promedio entre dos colisiones:

$$\bar{\tau}_c = \frac{\int \tau_c P(\tau_c) d\tau_c}{\int P(\tau_c) d\tau_c}.$$

En estas condiciones, la densidad de energía de la onda e.m. en el intervalo de frecuencias entre ν' y $\nu' + d\nu'$ será:

$$d\rho = \rho(\nu') d\nu',$$

donde $\rho(\nu')$ es la densidad de energía por unidad de frecuencia.

o densidad espectral, de la onda e.m. incidente, con una cierta distribución espectral dada por la función $g(\nu' - \nu)$:

$$\rho(\nu') = \rho g(\nu' - \nu). \quad (3.2.18)$$

Luego, la probabilidad de emisión inducida por un campo e.m. con una distribución espectral dada por (3.2.18) es (de (3.2.16)):

$$\begin{aligned} W_{21}(\nu) &= \frac{2\pi |M_{21}|^2}{3\hbar^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho g(\nu' - \nu) \delta(\nu' - \nu_0) d\nu' \\ &= \frac{2\pi |M_{21}|^2}{3\hbar^2} \rho g(\nu - \nu_0). \end{aligned} \quad (3.2.19)$$

De (3.3) (para la misma situación: $\rho(\nu) = \rho g(\nu - \nu_0)$) podemos encontrar que el coeficiente de emisión estimulada está dado por:

$$B_{21} = \frac{2\pi |M_{21}|^2}{3\hbar^2}.$$

Así mismo, de (3.1.4) y (3.1.5), el coeficiente de absorción es:

$$B_{12} = \frac{g_2}{g_1} \cdot \frac{2\pi |M_{12}|^2}{3\hbar^2},$$

y la probabilidad de emisión espontánea por unidad de tiempo, y el tiempo de vida del estado excitado estarán dados por:

$$A_{21} = \frac{1}{\tau_{21}} = \frac{4}{3\hbar} \left(\frac{2\pi\nu}{c} \right)^3 |M_{21}|^2. \quad (3.2.20)$$

Obviamente, la probabilidad de absorción inducida por un campo e.m. con la misma distribución espectral es:

$$W_{12}(\nu) = B_{12} \rho g(\nu - \nu_0)$$

$$= \frac{g_2}{g_1} \frac{2\pi |\mu_{12}|^2}{3\hbar^2} \rho g(\nu - \nu_0) . \quad (3.2.21)$$

Finalmente, las ecuaciones (3.2.19) y (3.2.21) demuestran que las probabilidades de transición inducida son cero si $|\mu_{12}| = 0$, i.e., si la transición ocurre entre estados de igual paridad. Esto implica que la transición es prohibida dentro de la aproximación dipolar eléctrica, y entonces la transición ocurrirá entre estados de igual paridad como un resultado de la interacción del campo magnético de la radiación con el momento dipolar magnético del átomo.

En este caso las probabilidades de transición inducida (en la aproximación dipolar magnética) se pueden determinar siguiendo el mismo análisis para llegar a las ecuaciones (3.2.19) y (3.2.21), sólo que ahora tendremos un momento dipolar magnético en lugar del momento dipolar eléctrico, y una densidad de energía:

$$\rho = \frac{B_{0ex}^2}{8\pi} .$$

Las transiciones ocurridas entre los niveles responsables de la emisión superradiante ultravioleta en el láser de N_2 se explican dentro del marco de las transiciones dipolares

eléctricas.

REFERENCIAS

- (1) Verdeyen, J. T. 1981 Laser Electronics. Prentice Hall, Inc. pp. 135-139.
- (2) Ib. pp. 352-364.
- (3) Svelto O. 1976 Principles of lasers. Plenum Press, New York. pp. 28, 29.

IV

MECANISMOS DEL ENSANCHAMIENTO ESPECTRAL

En este capítulo estudiaremos los mecanismos responsables del ensanchamiento espectral de la radiación e.m. y la correspondiente conducta de la función $g(\nu)$; tomando el mismo sistema atómico del capítulo anterior.

La función $g(\nu - \nu_0)$ definida en (3.2.19) y (3.2.21), que describe el espectro de la onda e.m. estimulante también describirá el espectro de la radiación emitida. Esto podemos demostrarlo de la siguiente manera:

Como primer paso, introduzcamos los coeficientes espectrales de Einstein $B_{12}(\nu)$, $B_{21}(\nu)$ y $A_{21}(\nu)$, tales que

$$A_{21} = \int A_{21}(\nu) d\nu,$$

$$B_{12} = \int B_{12}(\nu) d\nu,$$

$N_2 B_{12}(\nu) \rho(\nu) d\nu$ ($N_2 A_{21}(\nu) d\nu$) representa el número de átomos por unidad de tiempo, que encontrándose en el estado 2, emiten radiación por emisión estimulada (espontánea) de frecuencia entre ν y $\nu + d\nu$,

$N_2 B_{12}(\nu) \rho(\nu) d\nu$ será el número de átomos por unidad de

tiempo del estado 1 que absorben radiación cuya frecuencia está comprendida en el intervalo de ν a $\nu + d\nu$,

$$y \quad W_{21}(\nu) = B_{12}(\nu)\rho. \quad (4.1)$$

Comparando (4.1) con (3.2.19) obtenemos la siguiente relación entre los coeficientes $B_{12}(\nu)$ y B_{21} :

$$B_{12}(\nu) = B_{21} g(\Delta\nu). \quad (4.2)$$

Ahora supongamos que entre el material en equilibrio térmico y las paredes (perfectamente reflectoras) de la caja que lo contiene hay un filtro ideal que permite únicamente el paso de radiación con frecuencia entre ν y $\nu + d\nu$.

En este caso también podemos aplicar el principio de balance detallado:

$$A_{21}(\nu)N_2 d\nu + B_{12}(\nu)\rho(\nu)N_2 d\nu = B_{21}(\nu)\rho(\nu)N_1 d\nu.$$

Siguiendo el mismo procedimiento de la sección 3.1, usando (3.1.2) y la ley de Planck, obtenemos:

$$\frac{A_{21}(\nu)}{B_{12}(\nu)} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3}.$$

Comparando esta relacion con (3.1.5):

$$\frac{A_{ii}(\nu)}{B_{ii}(\nu)} = \frac{A_{ii}}{B_{ii}}$$

Y finalmente de (4.2):

$$A_{ii}(\nu) = A_{ii} g(\Delta\nu),$$

la cual demuestra que el espectro de la onda emitida es descrita nuevamente por $g(\Delta\nu)$.

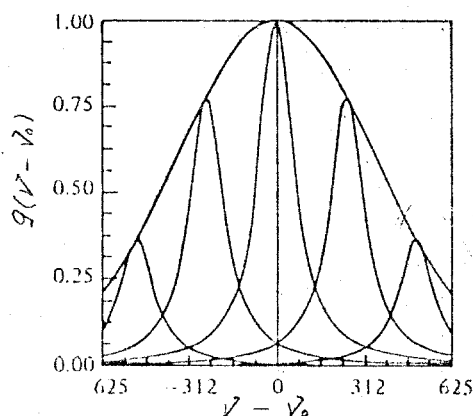


Fig. 4. Gráfica que muestra las respuestas individuales de los átomos sobrepuestas en una línea inhomogeneamente ensanchada de una onda e.m., en donde la contribución homogénea al ancho medio de la curva representa el 15% de la contribución inhomogénea, y por lo tanto el ensanchamiento de la radiación es predominantemente inhomogéneo (de Ref. (1)).

Por lo tanto, basta con hacer un análisis detallado de la

distribución espectral de la onda e.m. estimulante (onda incidente), para obtener una información igualmente detallada de la distribución espectral de la onda emitida.

Es importante distinguir entre el mecanismo de ensanchamiento espectral homogéneo o por colisiones, en el cual el espectro de cada átomo se ensancha individualmente, y por consiguiente todo el sistema, en el mismo modo, y el ensanchamiento inhomogéneo, que distribuye las frecuencias de resonancia de los átomos dentro de una banda específica, y por lo tanto se ensancha la línea total del sistema sin ensanchamiento de las líneas atómicas (Fig. 4).

4.1. Ensanchamiento espectral homogéneo(2)

En un gas este mecanismo de ensanchamiento del espectro de la radiación e.m. es producido por la colisión de un átomo con otros átomos, iones, electrones libres, o con las paredes del recipiente, interrumpiendo, como enunciamos anteriormente el proceso de interacción coherente entre el átomo y la onda e.m. incidente.

En esta sección, vamos a derivar una expresión para la función de distribución espectral $g(\Delta\nu)$ para el caso en que el mecanismo responsable del ensanchamiento espectral es por colisiones.

Tomando en cuenta que la función de distribución

$g(\Delta \nu)$ será proporcional a la distribución espectral de la potencia de la onda e.m. $|\mathcal{E}(\nu)|^2$, entonces conociendo $|\mathcal{E}(\nu)|^2$ automáticamente podemos determinar $g(\Delta \nu)$, haciendo que el factor de proporcionalidad sea igual a uno, i.e.:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\mathcal{E}(\nu)|^2 d\nu = 1. \quad (4.1.1)$$

Del teorema de Parseval:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\mathcal{E}(\nu)|^2 d\nu = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} |\mathcal{E}(t)|^2 dt.$$

Y si suponemos por el momento que la onda e.m. incidente no sufre interrupciones por colisiones tal que:

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \sin 2\pi \nu t,$$

entonces,

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} |\mathcal{E}(t)|^2 dt = \frac{\mathcal{E}_0^2}{2}.$$

Por lo tanto:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\mathcal{E}(\nu)|^2 d\nu = \frac{\mathcal{E}_0^2}{2},$$

donde $\mathcal{E}_0^2 = 2$ para que se cumpla (4.1.1).

Por otra parte, por el teorema de Wiener-Kintchine, $|\mathcal{E}(\nu)|^2$ será igual a la transformada de Fourier de la función autocorrelación $C_{ee}(\tau)$ del campo eléctrico $\mathcal{E}(t)$:

$$\begin{aligned} C_{ee}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} \mathcal{E}(t) \mathcal{E}^*(t - \tau) dt \\ &= \cos 2\pi \nu \tau. \end{aligned}$$

Pero como la onda de la Fig. 3.2.3 sufre interrupciones con una probabilidad $P(\tau_c)$ (ec. (3.2.17)), tal que si consideramos dos puntos de la onda separados por un intervalo de tiempo τ_c , la probabilidad de que ellos estén correlacionados es $P(\tau_c)$. Así la función de correlación para la onda de la Fig. 3.2.3 es:

$$\begin{aligned} C_{ee}(\tau_c) &= P(\tau_c) C_{ee}(\tau_c) \\ &= \exp(-\tau_c/\bar{\tau}_c) \cos 2\pi \nu \tau_c, \quad \text{para } \tau_c > 0, \end{aligned}$$

Y como la función correlación es simétrica podemos escribir:

$$C_{ee}(\tau_c) = \exp(-|\tau_c|/\bar{\tau}_c) \cos 2\pi \nu \tau_c, \quad \text{para toda } \tau_c.$$

Por lo tanto, la función de distribución espectral es:

$$\begin{aligned} g(\Delta \nu) &= |E(\nu)|^2 = \text{Re } \mathcal{F}[C_{ee}(\tau_c)] \\ &= \text{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-|\tau_c|/\bar{\tau}_c) \cos 2\pi \nu \tau_c \exp i 2\pi \nu' \tau_c d\tau_c \\ &= \frac{\bar{\tau}_c}{1 + 4\pi^2(\nu' - \nu)^2 \bar{\tau}_c^2} + \frac{\bar{\tau}_c}{1 + 4\pi^2(\nu' + \nu)^2 \bar{\tau}_c^2}. \end{aligned}$$

Los dos términos de esta expresión corresponden a dos espectros concentrados alrededor de ν y $-\nu$ respectivamente.

Si consideramos únicamente valores positivos de ν , entonces podemos despreciar el segundo término multiplicando el primero por dos, obteniendo (para la función $g(\Delta \nu)$ de (3.2.19) y (3.2.21)):

$$g(\nu - \nu_0) = \frac{2\bar{\tau}_c}{1 + 4\pi^2(\nu - \nu_0)^2 \bar{\tau}_c^2}.$$

Esta función satisface la condición de normalización, y corresponde a una curva Lorentziana, cuyo máximo ocurre en $v = v_0$, y su ancho medio depende inversamente del tiempo promedio entre dos colisiones:

$$\Delta v_0 = \frac{1}{\pi \bar{\tau}_c} \quad (4.1.2)$$

Una estimación del orden de magnitud de $\bar{\tau}_c$ es dada por(3):

$$\bar{\tau}_c = \frac{l}{\bar{v}},$$

donde $l (= 1/\sqrt{2} n \sigma)$ es la "trayectoria libre media" (n la densidad de moléculas y σ la sección eficaz total de dispersión) y $\bar{v} (= (8kT/\pi M)^{1/2})$ es la velocidad térmica promedio(4), (M la masa molecular).

Para un gas típico a temperatura ambiental y a presión moderada, podemos considerar a las moléculas como esferas duras, de manera que $\sigma = \pi d^2$, y $n = \bar{p}/kT$ (donde $\bar{p}$ es la presión media del gas).

Luego, el tiempo promedio entre dos colisiones es aproximadamente igual a:

$$\bar{\tau}_c \approx \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 \bar{v} \bar{p}} \quad (4.1.3)$$

el cual disminuye al aumentar la presión.

Por lo tanto el ancho medio espectral por colisiones es

directamente proporcional a la presión del gas.

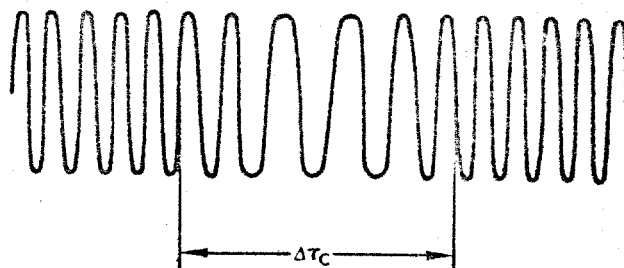


Fig. 4.1. Conducta de una onda e.m. percibida por un átomo durante el tiempo de colisión $\Delta\tau_c$.

En la Fig. 3.2.3 hemos supuesto que los brinco de fase son instantáneos, implicando colisiones instantáneas.

En realidad existe un tiempo de colisión $\Delta\tau_c$ durante el cual la frecuencia de la onda e.m. percibida por el átomo varía con el tiempo (Fig. 4.1), dado que la energía potencial atractiva o repulsiva entre los átomos (o moléculas) cambia los niveles energéticos del átomo.

Por lo tanto, tomando en cuenta este tiempo de colisión, obtendríamos una teoría más realista del ensanchamiento espectral por colisiones. Sin embargo para muchos casos, y de hecho para el láser superradiante UV de N_2 de excitación transversal, $\Delta\tau_c \ll \bar{\tau}_c$ (Apend. B), de manera que la función $g(\nu - \nu_0)$ sigue siendo descrita por una curva Lorentziana, al menos para frecuencias $|\nu - \nu_0| \leq 1/\bar{\tau}_c$.

Una estimación del orden de magnitud de $\Delta\tau_c$ la podemos obtener de la relación:

$$\Delta\tau_c \approx \frac{a}{v},$$

donde a es la distancia interatómica en la que los átomos (o moléculas) influyen notablemente sobre otro átomo (o molécula), y $\bar{v}$ la velocidad térmica promedio.

4.2. Ensanchamiento espectral inhomogéneo(5)

El movimiento atómico es un mecanismo responsable de este ensanchamiento (ensanchamiento Doppler), presentado comunmente en los gases.

La función correspondiente a este ensanchamiento la denotaremos por: $g^*(\nu' - \nu_0)$, tal que $g^*(\nu' - \nu_0)d\nu'$ representa la probabilidad de que un átomo tenga su frecuencia de resonancia entre ν' y $\nu' + d\nu'$.

La meta de esta sección es determinar $g^*(\nu' - \nu_0)$.

Si se aplica una radiación e.m. de frecuencia ν sobre un átomo moviéndose en la dirección de propagación de la onda e.m. a una velocidad u , entonces la frecuencia de la onda e.m. percibida por el átomo es, por efecto Doppler:

$$\nu' = \nu \left(1 \pm \frac{u}{c} \right), \quad (4.2.1)$$

donde la frecuencia ν y la velocidad u son medidas en un sistema de coordenadas fijo de laboratorio.

Ahora nos conviene interpretar (4.2.1) de otra manera:

El átomo no se está moviendo sino que tiene una

frecuencia de resonancia

$$\nu_0' = \nu_0 \left(1 \pm \frac{v_x}{c} \right), \quad (4.2.2)$$

donde ν_0 es la frecuencia de resonancia real del átomo.

De esta expresión podemos encontrar que:

$$v_x = \frac{c(\nu_0' - \nu_0)}{\nu_0'} \approx \frac{c(\nu_0' - \nu_0)}{\nu_0}. \quad (4.2.3)$$

De (4.2.2) y (4.2.3) podemos establecer la siguiente condición:

La probabilidad de que la frecuencia de transición se encuentre entre ν_0' y $\nu_0' + d\nu_0'$ es igual a la probabilidad de que v_x sea encontrada entre $(\nu_0' - \nu_0)(c/\nu_0)$ y $(\nu_0' + d\nu_0' - \nu_0)(c/\nu_0)$, i.e.:

$$g^*(\nu_0' - \nu_0) d\nu_0' = P(v_x) dv_x,$$

donde $P(v_x) dv_x$, para un átomo de masa M en un gas a temperatura T , estará dada por la distribución de velocidades de Maxwell:

$$P(v_x) dv_x = \left(\frac{M}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{Mv_x^2}{2kT} \right) dv_x.$$

Por lo tanto, la función de distribución espectral para el caso de ensanchamiento Doppler es (usando (4.2.3)):

$$g^*(\nu_0' - \nu_0) = \frac{c}{\nu_0} \left(\frac{M}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{Mc^2 (\nu_0' - \nu_0)^2}{2kT \nu_0^2} \right).$$

Esta expresión cumple la condición de normalización, y corresponde a una curva Gaussiana, cuyo máximo ocurre en $\nu' = \nu_0$, y su ancho medio es:

$$\Delta\nu_0^* = \frac{2\nu_0}{c} \left(\frac{2kT}{M} \ln 2 \right)^{1/2} \quad (4.2.4)$$

En la práctica, el ensanchamiento espectral es debido al efecto combinado de los dos mecanismos de ensanchamiento arriba mencionados, i.e., nunca tendremos un ensanchamiento espectral de la radiación puramente homogéneo o puramente inhomogéneo.

En estas condiciones, la probabilidad de transición inducida (3.2.19/21) en presencia de las colisiones entre las moléculas (ensanchamiento espectral por colisiones) y en presencia de aquellos mecanismos que provocan el ensanchamiento espectral inhomogéneo la podemos escribir de la siguiente manera (para el caso en que $g_1 = g_2$):

$$W(\nu) = \frac{2\pi/\mu_0 I^2 \rho}{3\hbar^2} g_1(\nu - \nu_0), \quad (4.2.5)$$

donde $g_1(\nu - \nu_0) = \int_{-\infty}^{\infty} g^*(\nu_0' - \nu_0) g(\nu - \nu_0') d\nu_0'$

es la función normalizada de Voigt formada por la convolución de las dos funciones ($g^*(\nu_0' - \nu_0)$ y $g(\nu - \nu_0')$).

En algunos gases como en el N_2 y a una presión de varias

decenas de milibars, el ensanchamiento por colisiones es mucho más pequeño que el ensanchamiento Doppler (Apend. C).

En este caso $g(\nu - \nu_0')$ puede ser aproximada por la función Delta de Dirac:

$$g(\nu - \nu_0') \approx \delta(\nu - \nu_0'),$$

y por lo tanto (4.2.5) se reduce a:

$$W(\nu) = \frac{2\pi |M_{12}|^2}{3\hbar^2} \rho g^*(\nu - \nu_0),$$

i.e., la probabilidad de transición inducida es prácticamente afectada por el movimiento atómico, responsable del ensanchamiento espectral inhomogéneo de la radiación.

En tanto que a presiones altas el ensanchamiento por colisiones predomina sobre el ensanchamiento Doppler (Apend. C).

REFERENCIAS

- (1) Sargent, M., Scully, M. O., and Lamb, W. E. 1974 Laser Physics. Addison-Wesley Publishing Co., London. p. 88.
- (2) Svelto, O. 1976 Principles of lasers. Plenum Press, New York. pp. 47-51.
- (3) Reif, F. 1965 Statistical and Thermal Physics. McGraw-Hill, Inc. p. 465.
- (4) Ib. p. 269.
- (5) Svelto, O. 1976 Principles of lasers. Plenum Press, New York. pp. 51-53.

ABSORCION Y AMPLIFICACION

En la Fig. 5.1 se muestra un experimento para medir la amplificación (o atenuación) de una onda e.m. polarizada, de intensidad I y frecuencia ν , cuando pasa a través de un material(1).

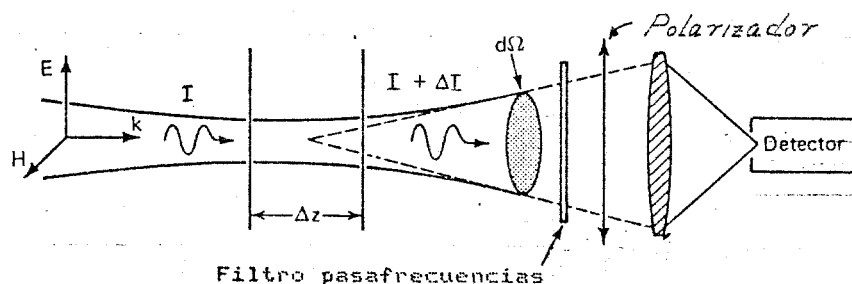


Fig. 5.1. Medida de la ganancia de un sistema atómico.

Como la radiación transmitida es en cualquier dirección y con cualquier sentido de polarización debido a la radiación espontánea, se requiere el uso de una lente, y de un polarizador que disminuya a la mitad la potencia de la radiación espontánea ortogonal a la onda incidente para minimizar el ruido, así como un filtro que deje pasar una banda de frecuencias de ancho $\Delta\nu$ centrada en la frecuencia de la onda incidente.

Nuevamente vamos a concentrarnos en dos niveles de los átomos

suponiendo que no hay efecto de los otros niveles.

La intensidad de la onda e.m. percibida por el detector será igual a la intensidad de la onda incidente más aquella añadida por los procesos de emisión (espontánea y estimulada) y de absorción.

La intensidad de la radiación espontánea, emitida en la dirección de la onda incidente y a una frecuencia comprendida en $\Delta\nu$, será igual a la energía emitida en la transición ($h\nu$), por la probabilidad por unidad de tiempo de que ocurra esta transición ($A_{21}\Delta\nu g(\nu-\nu_0)$), por la fracción de la potencia radiada en la transición percibida por el detector ($1/2(dN/4\pi)$), y por el número de átomos en el estado dos ($N_2\Delta z$):

$$I_{sp} = h\nu A_{21} \Delta\nu g(\nu-\nu_0) \left(\frac{1}{2} \frac{dN}{4\pi} \right) N_2 \Delta z,$$

donde el $1/2$ se refiere al 50% de la potencia de radiación espontánea ortogonal a la onda incidente que aprovecha el polarizador, y $dN/4\pi$ es la fracción de la potencia de radiación espontánea percibida por el cono dN del detector con respecto a la radiación espontánea total difundida uniformemente en 4π steradianes.

La intensidad de la radiación estimulada, la cual tiene la misma frecuencia, fase y dirección de la onda incidente, será igual a la energía emitida en la transición, por la probabilidad por unidad de tiempo de emisión estimulada

($B_{11}, \rho g(\nu - \nu_0)$) (ec. (3.2.19)), y por el número de átomos que intervienen en la interacción ($N_1 \Delta z$):

$$I_{estim} = h\nu B_{11} \rho g(\nu - \nu_0) N_1 \Delta z.$$

Análogamente, la intensidad de la radiación absorbida por los átomos del material será:

$$I_{abs} = h\nu B_{12} \rho g(\nu - \nu_0) N_1 \Delta z.$$

Luego, la razón de cambio de la intensidad de la onda e.m. incidente cuando ésta recorre una distancia dz a través del material es:

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta z} &= \frac{dI}{dz} = \frac{d}{dz} (I_{esp} + I_{estim} - I_{abs}) \\ &= h\nu g(\nu - \nu_0) \left[\frac{A_{21} \Delta \nu}{8\pi} \frac{dN_2}{dz} + (B_{21} N_2 - B_{12} N_1) \frac{I}{c} \right] \quad (5.1) \end{aligned}$$

El resultado al cual queremos llegar no cambiará si despreciamos el término de emisión espontánea o de ruido, originado sin la participación de la onda incidente; y usando:

$$B_{12} = B_{21} \frac{g_2}{g_1} \quad (3.1.4)$$

$$y \quad \frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3}, \quad (3.1.5)$$

la ecuación (5.1) la podemos escribir de la siguiente forma:

$$\frac{dI}{dz} = \frac{A_{21} c^2}{8\pi \nu^2} g(\nu - \nu_0) \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) I, \quad (5.2)$$

cuya solución es:

$$I(z) = I e^{g(\nu)z}, \quad (5.3a)$$

donde

$$g(\nu) = \frac{A_{21} c^2}{8\pi \nu^2} g(\nu - \nu_0) \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) \quad (5.3b)$$

es el coeficiente de ganancia (m^{-1}).

Es importante notar que la intensidad de la onda incidente es suficientemente pequeña que produce una perturbación despreciable sobre las poblaciones N_2 y N_1 .

El coeficiente de ganancia nos indica que la intensidad de la onda transmitida aumenta exponencialmente cuando las poblaciones entre los estados es invertida (estado anormal en la naturaleza):

$$N_2 > \frac{g_2}{g_1} N_1. \quad (\text{amplificación láser})$$

O bien, la intensidad es atenuada cuando $N_2 < (g_2/g_1)$, típico de los sistemas atómicos en equilibrio, aunque no podemos descartar que no ocurrirán procesos locales de emisión estimulada de la radiación en el material, la absorción será dominante y el resultado neto será la atenuación de la onda e.m.

No tiene sentido físico decir que la inversión de poblaciones entre los estados se podrá establecer, de acuerdo a la razón de Boltzman (3.1.2), si la temperatura absoluta T es negativa.

Dado que al obtenerse la inversión de poblaciones (por algún mecanismo de bombeo) entre algunos niveles de energía, el medio ya no se encontrará en equilibrio térmico. Definiendo un coeficiente de absorción por átomo o sección eficaz de absorción (m^2):

$$\sigma = \frac{\gamma}{N_2 - N_1 \frac{g_2}{g_1}},$$

(5.2) lo podemos expresar como:

$$\frac{dI}{dz} = \sigma \left(N_2 - \frac{g_2}{g_1} N_1 \right) I \quad (5.4)$$

Para obtener una interpretación física de σ , consideremos el caso en que ambos niveles son igualmente degenerados y que todos los átomos se encuentran en el nivel 1:

$$N_1 = N$$

$$N_2 = 0,$$

donde $N = N_1 + N_2$.

En estas circunstancias (5.4) se transforma a:

$$dF = -\sigma N F dz, \quad (5.5)$$

donde en lugar de la intensidad I hemos introducido el flujo de fotones F (fotones/ $m^2 \cdot s$), tal que podemos asociar a cada átomo una sección eficaz de absorción de fotones igual a σ .

REFERENCIAS

- (1) Verdeyen, J. T. 1981 Laser Electronics. Prentice Hall, Inc. pp. 152-155.
- (2) Svelto, O. 1976 Principle of Lasers. Plenum Press, N. Y. pp. 34 y 35.

VI

INVERSION DE POBLACIONES

EXCITACION POR IMPACTO ELECTRONICO DIRECTO

En este capítulo supondremos que los niveles de los átomos no son degenerados.

Una forma posible de lograr la inversión de poblaciones entre los niveles 1 y 2 sería mediante la interacción del material con un campo e.m., de frecuencia $\nu \approx (E_2 - E_1)/h$, lo suficientemente intenso como para producir mayor número de transiciones $1 \rightarrow 2$ que transiciones $2 \rightarrow 1$. Pero en el momento en que las densidades de población de los estados alcanzan la inversión crítica, implicando una compensación entre los procesos de absorción y de emisión estimulada, (5.3) nos predice que el material sería transparente.

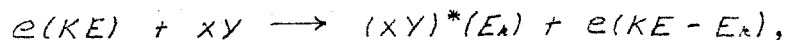
Por lo tanto, es imposible provocar la inversión de poblaciones, al menos en estado estacionario, si consideramos únicamente dos niveles.

Si consideramos tres niveles (Fig. 6.1), despreciando el efecto de los otros estados, los átomos del estado base son excitados, por medio de algún mecanismo de bombeo, al nivel láser superior (nivel 2), de tal manera que se establezca la inversión de poblaciones entre los niveles 1 y 2. En este sistema, los átomos decaen al nivel láser inferior por el

proceso de emisión estimulada, emitiendo radiación láser.

Hay varias técnicas de bombeo o de excitación del nivel láser superior. Aquí únicamente estudiaremos el proceso de excitación por impacto electrónico directo provocado por bombeo eléctrico, por ser el mecanismo de excitación (más probable) del nivel láser superior en el láser superradiante UV de N_2 .

El bombeo eléctrico consiste en hacer pasar una corriente eléctrica a través del gas de tal modo que se producen iones y electrones libres, los cuales son acelerados por el campo eléctrico adquiriendo una energía cinética extra capaz de excitar a las moléculas neutrales del gas por colisiones inelásticas:



donde $(XY)^*(E_A)$ es la molécula en estado excitado, KE representa la energía cinética, y E_A es la energía de excitación de las moléculas.

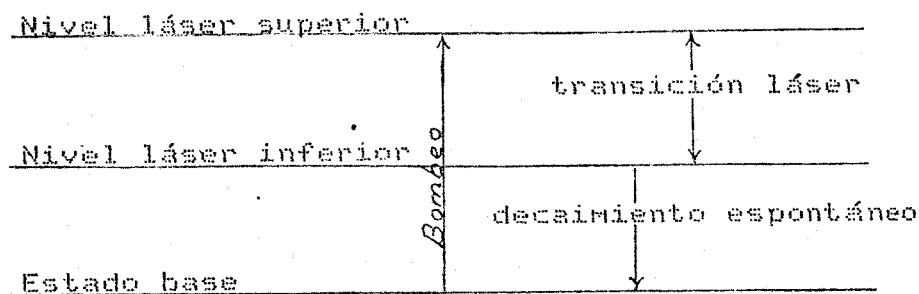


Fig. 6.1. Sistema láser de tres niveles para explicar el mecanismo de inversión de poblaciones.

Es importante distinguir entre procesos directos en los cuales la transición láser es bombeada directamente por impacto electrónico y todas las otras situaciones en las que los electrones excitan a otros niveles que son subsecuentemente acopladas a la transición láser por otros mecanismos.

La razón de aumento en la densidad de población del nivel 2, debido al bombeo, la podemos escribir como:

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_b = W_b N_0, \quad (6.1)$$

donde N_0 es la población del estado base, y W_b es la razón de bombeo o de excitación.

La meta de este capítulo es dar una expresión específica para W_b , para el proceso de excitación por impacto electrónico.

Por simplicidad primero consideremos el caso de excitación por impacto electrónico de un haz monocromático y colimado de electrones.

Si F_e es el flujo de electrones (electrones/cm²s):

$$F_e = N_e v,$$

donde N_e es la densidad de electrones, entonces podemos definir una sección eficaz total de colisión $(\sigma_e)_T$, en contraste con (5.5) para el flujo de fotones, i.e.:

$$dF_e = -(\sigma_e)_T N_0 F_e dz,$$

donde dF_e es el cambio de flujo conforme el haz se propaga una distancia dz en el gas, y N_0 es la densidad de población en estado base.

Como no todas las colisiones producen excitación, solamente una fracción de la sección eficaz total interviene en el proceso de excitación, la razón de aumento en la densidad de población del nivel superior debido al bombeo es:

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_b = \sigma_e N_0 F_e = \sigma_e N_0 N_e v, \quad (6.2)$$

donde σ_e es la sección eficaz de excitación electrónica del nivel láser superior, desde el estado base.

Tomando en cuenta que los electrones resultantes de la descarga no se comportarán como un haz monocromático sino que tendrán una distribución de energía $f(E)$, entonces la razón de aumento en la población del nivel láser superior es obtenida de (6.2) promediando sobre dicha distribución:

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_b = N_0 N_e \langle v \sigma_e \rangle.$$

Comparando esta expresión con (6.1), la razón de bombeo o de excitación por impacto electrónico es:

$$W_b = N_e \langle v \sigma_e \rangle, \quad (6.3)$$

donde $\langle v \sigma_e \rangle = \int_0^\infty v \sigma_e(E) f(E) dE.$

Finalmente, la potencia por unidad de volumen del láser, la podemos escribir como:

$$P = \left(\frac{dN_2}{dt} \right)_b h\nu = N_0 h\nu N_e \langle \nu \sigma_e \rangle \propto W_b \quad (6.4)$$

La sección eficaz de colisión inelástica para la excitación directa del estado 2 desde el estado base por impacto electrónico es dada por la aproximación de Born como(1):

$$\begin{aligned} \sigma_e &\propto \frac{1}{k_i^2 \hbar^2} \int_{K_{min}}^{K_{max}} \frac{dK}{K^3} \left| \int e^{iKx} \psi_2^*(\vec{r}) \psi_0(\vec{r}) d\vec{r} \right|^2 \\ &= \frac{1}{k_i^2 \hbar^2} \int_{K_{min}}^{K_{max}} \frac{dK}{K^3} \left(K^2 \frac{|\mu_{20}|^2}{e^2} + \frac{1}{4} K^4 \langle |x^2| \rangle_{20} + \dots \right) \end{aligned} \quad (6.5)$$

donde $K\hbar = |\vec{k} - \vec{k}_i|/\hbar$ representa la magnitud del cambio de momento de los electrones,

$\psi_2(\vec{r})$ y $\psi_0(\vec{r})$ son las funciones de onda del estado 2 y del estado base respectivamente,

$$Kx = (\vec{k} - \vec{k}_i) \cdot \vec{r},$$

$\mu_{20} (= e \int \psi_2^* x \psi_0 d\vec{r})$ es el momento dipolar eléctrico de la transición radiactiva $2 \rightarrow 0$,

$$\text{y } \langle |x^2| \rangle_{20} = \int \psi_2^* x^2 \psi_0 d\vec{r}.$$

Si v_i y v son las velocidades iniciales y finales de los electrones:

$$\frac{1}{2} m (v_i^2 - v^2) = E_2 - E_0,$$

$$\text{ó } k_i^2 \hbar^2 = k^2 \hbar^2 + 2m(E_2 - E_0).$$

Cuando la energía del electrón incidente $E (= k_i^2 \hbar^2 / 2m)$ es bastante más grande que la energía umbral de excitación E_2 , entonces:

$$k \approx k_i - m(E_2 - E_0) / \hbar^2 k_i, \quad (6.6a)$$

$$K_{\max} (= k + k_i) \approx 2k_i, \quad (6.6b)$$

$$K_{\min} (= k_i - k) \approx \frac{m(E_2 - E_0)}{\hbar^2 k_i}. \quad (6.6c)$$

Para una transición ópticamente permitida del estado base al nivel láser superior provocada directamente por impacto de electrones, únicamente sobrevive el primer término de la expansión de $\exp(i K x)$ (asociada con un momento dipolar eléctrico). Generalmente su sección eficaz de colisión $\sigma_e(E)$ varía linealmente con la energía de los electrones incidentes justamente en el umbral de energía E_2 , mientras que en el rango de altas energías (6.6) decae como (Fig. 6.2),

$$\sigma_e \propto \frac{1}{k_i^2 \hbar^2} \ln \left(\frac{4k_i^2 \hbar^2}{m(E_2 - E_0)} \right) \sim \frac{\ln E}{E}.$$

Si los estados tienen la misma multiplicidad pero no es ópticamente permitida, tal que la transición está asociada con un momento cuadrupolar eléctrico, entonces la forma de $\sigma_e(E)$ es todavía similar (Fig. 6.2), pero decae como:

$$\sigma_e(E) \propto 1 + \frac{m(E_2 - E_0)}{k_i^2 \hbar^2} \sim \frac{1}{E},$$

donde hemos usado (6.6c) y la aproximación

$$K_{\max} \approx 2k_i + m(E_2 - E_0) / \hbar^2 k_i.$$

La forma general de la sección eficaz de ionización es similar

a la de excitación correspondiente a una transición ópticamente permitida, ocurriendo el valor pico en una energía del electrón incidente de varias veces $E_1(2)$.

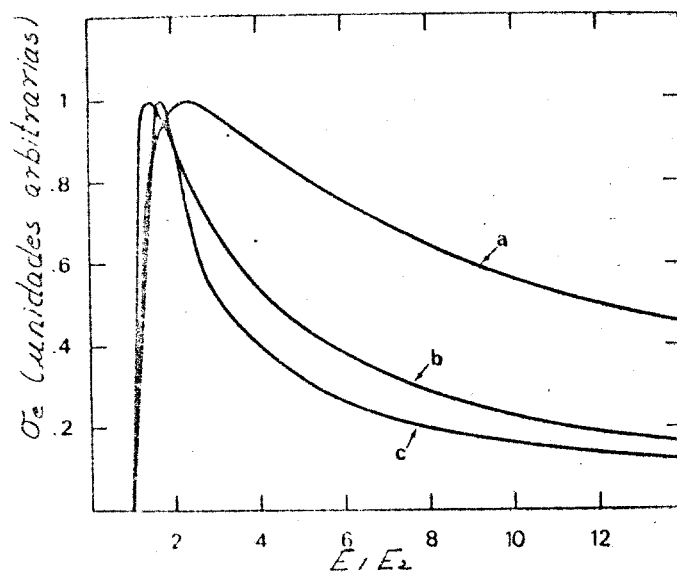


Fig. 6.2. Sección eficaz de colisión (inelástica) para excitación del nivel láser superior desde el estado base por impacto electrónico, en función de la energía del electrón incidente: a. transición ópticamente permitida, b. transición ópticamente prohibida sin implicar un cambio de multiplicidad, c. transición ópticamente prohibida implicando un cambio de multiplicidad. Estas curvas han sido derivadas de aquellas dadas en Ref. (3) para las transiciones 2p y 2s en el H y 2's en el He respectivamente.

En el láser superradiante UV de N_2 , el proceso de excitación se realiza entre estados de diferente multiplicidad (transición singulete-triplete) como se muestra en la Fig. 6.3. Como el espín total del átomo más el del electrón incidente debe conservarse, la transición ocurrirá por intercambio de electrones. Por consiguiente la sección eficaz obtenida de la aproximación de Born para cualquier orden de

expansión de $\exp(-Kx)$ es cero. La sección eficaz para este tipo de transición aumenta muy repentinamente en el umbral de energía, de manera que el pico está muy próximo a E_2 , y decae aproximadamente como: $1/E^3$ (4), Fig. 6.2. Este rápido decaimiento justifica claramente el intercambio de electrones.

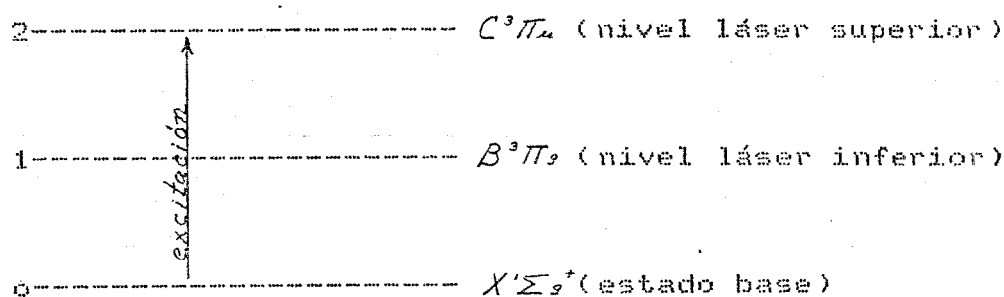


Fig. 6.3. Láser de N_2 considerando únicamente tres niveles.

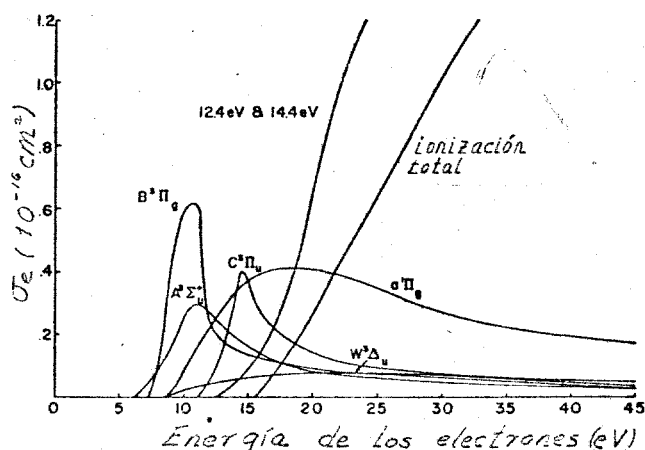


Fig. 6.4. Secciones eficaces de excitación electrónica y de ionización del N_2 (de Ref. (6)).

La sección eficaz de excitación de los estados $C^3\Pi_u$ y $B^3\Pi_u$ por impacto electrónico directo han sido medidos(5), y un conjunto

autoconsistente de ellos con los de otros niveles (4, 5), con la sección eficaz de ionización total ha sido calculada por Newman y DeTemple (1976) (6). Fig. 6.4.

Cartwright, Trajmar, Chutjian y Williams (1977) han calculado más recientes secciones eficaces (7).

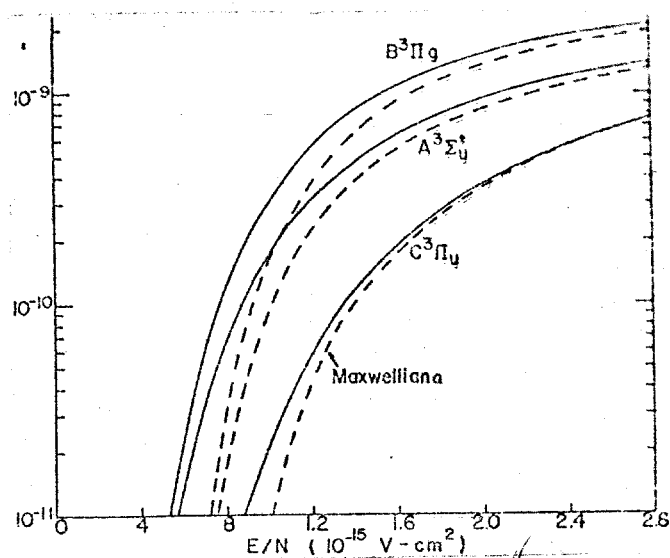


Fig. 6.5. Razones de excitación electrónica calculadas para el N_2 , las cuales son comparadas con aquellas obtenidas usando una distribución de energía electrónica Maxwelliana (de Ref. (6)).

En la Fig. 6.5 se muestran las razones de excitación calculadas para el impacto electrónico directo de estados del N_2 calculadas numericamente por Newman y DeTemple, las cuales son comparadas con aquellas obtenidas usando una distribución de energía de los electrones Maxwelliana, i.e., con:

$$f(E) \propto \exp[-(E/kT_e)],$$

donde $T_e (= 2\bar{U}/3k)$ es la temperatura característica de los electrones en equilibrio, y $\bar{U}$ su energía promedio calculada.

REFERENCIAS

- (1) Mott, N. F., and Massey, H. S. W. 1965 The theory of atomic collisions, 3th. ed. Oxford University Press. p. 496.
- (2) Rudge, M. R. H., Rev. Mod. Phys. 40, 564 (1968).
- (3) Willett, C. S. 1974 Introduction to Gas Lasers: Population Inversion Mechanisms. Pergamon Press. Oxford.
- (4) Moiseiwitsch, B. L. and Smith, S. J., Rev. Mod. Phys. 40, 238 (1968).
- (5) Stewart, D. T. and Gabathuler, E., Proc. Phys. Soc. 72, Pt. 2, 287 (1958).
- (6) Newman, L. A. and DeTemple, T. A., J. Appl. Phys. 47, 1812 (1976).
- (7) Cartwright, D. C., Trajmar, S., Chutjian, A. and Williams, W., Phys. Rev. A16, 1041 (1977).

VII

LOS FENOMENOS DE EXCITACION Y DE IONIZACION DEL GAS-LASER

En este capítulo haremos un análisis del fenómeno de descarga del gas-láser desde un punto de vista fenomenológico y estadístico.

Básicamente esta descarga se forma mediante el empleo de dos electrodos separados una distancia específica, y supeditados a una fuente de voltaje controlable.

Como una descarga del gas produce un efecto de resistencia negativa, es necesario además el empleo de una resistencia que sirva como limitador de corriente atenuando este efecto.

En primer lugar estudiaremos las distintas regiones que se presentan entre los electrodos en una descarga del gas (sec. 7.1), y a continuación los procesos de excitación e ionización del gas (sec. 7.2).

7.1. Características espaciales(1)

En la Fig. 7.1(b) se muestra una gráfica del potencial como función de la distancia entre el cátodo y el ánodo. El potencial aumenta muy prolongadamente cerca del cátodo (espacio catódico obscuro), permanece más o menos constante

por una distancia corta (región de fosforescencia negativa), y aumenta linealmente por el resto de la longitud entre los electrodos (columna positiva).

En la región de fosforescencia negativa -región de emisión visible más débil- los electrones disminuyen su velocidad (adquirida por el cambio brusco de la caída de voltaje de la primera región) a causa de las colisiones inelásticas con las moléculas neutrales del gas.

La columna positiva es la región donde el gas se ha convertido en plasma, dado que el campo eléctrico es constante, implicando una región neutra.

Por otra parte, la corriente total transportada por los electrones (los cuales transportan la mayor parte) y los iones es constante a lo largo del espacio interelectrónico (Fig. 7.1(c)).

En los láseres superradiantes UV de N_2 , los electrodos son de cobre o de aluminio, los cuales no alcanzan temperaturas muy altas en el proceso de excitación del gas como para que haya emisión termoiónica, así que el cátodo no puede emitir muchos electrones, y por lo tanto los iones deben transportar la mayor parte de la corriente en el espacio catódico oscuro como se muestra en la Fig. 7.1(c). Pero debido a la gran masa de los iones, es necesario aplicar un campo intenso para acelerarlos a la misma velocidad de la corriente del circuito. Como los electrones son mucho más ligeros que los iones (respondiendo más vigorosamente al campo eléctrico) agaparan la mayor parte de la potencia eléctrica, repartiéndola a los

otros constituyentes del sistema.

En un gas a baja presión, la energía promedio de los electrones es mucho más grande que la de los iones.

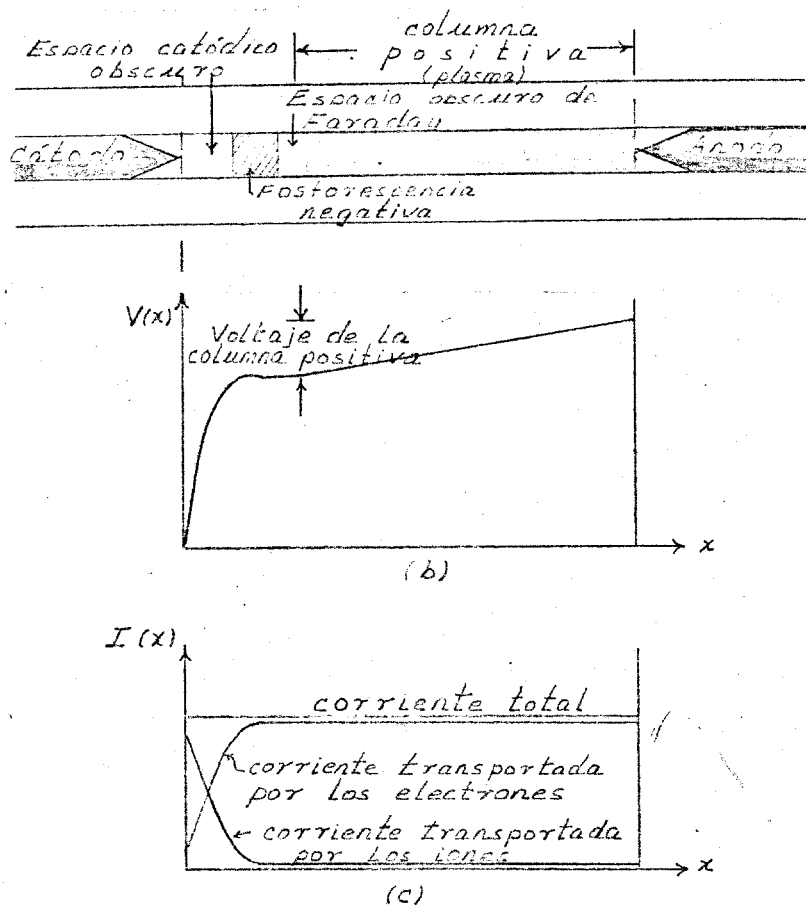


Fig. 7.1. Regiones presentadas en una descarga del gas. Por fines de esclarecimiento hemos exagerado la distancia de separación interelectródica (tomada de Ref. (1)).

7.2. Ecuación de energía de los electrones en el plasma(2)

La meta de esta sección es obtener una ecuación estadística que nos describa la razón de cambio de la energía cinética media de los electrones, y la dependencia de esta

energía con el campo eléctrico y la presión del plasma.

En el intervalo de tiempo entre dos colisiones, el electrón experimenta únicamente la fuerza del campo eléctrico $\vec{E}$:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E}$$

$$\text{ó} \quad \vec{v} = \vec{v}_i - \frac{e\vec{E}t}{m} \quad (7.2.1)$$

donde v_i es la velocidad térmica inicial del electrón, la cual tiene cualquier dirección.

Pero las colisiones de los electrones con las moléculas originan dispersiones en su movimiento destruyendo cualquier memoria de su trayectoria y condición anteriores, rebotando nuevamente con velocidad $\vec{v}_i$, i.e., el ímpetu ordenado ganado del campo es convertido a movimiento térmico desordenado.

De (7.2.1), la energía cinética del electrón es:

$$\frac{1}{2} m \vec{v} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} m (|\vec{v}_i|^2 + 2\vec{v}_i \cdot \vec{v}_{ord} + |\vec{v}_{ord}|^2), \quad (7.2.2)$$

donde $\vec{v}_{ord} = -et\vec{E}/m$ es la velocidad en la dirección del campo o velocidad ordenada.

Como $\vec{v}_i$ es orientada aleatoriamente con respecto a la velocidad ordenada, el segundo término promedia a cero para un gran número de electrones.

La conducta de este gran número de electrones la describiremos por un solo electrón (electrón "promedio"), considerando la suerte de las energías representadas por el primero y el

último término de (7.2.2), Fig. 7.2. Así, cada resultado será multiplicado por la densidad de electrones, y promediado sobre una distribución de energía $g(E)$ (Cap. VI), porque no todas las colisiones tienen la suerte de intervenir en el proceso de excitación o de ionización del gas.

El electrón gana energía cinética del campo entre colisiones, pierde una muy pequeña fracción de ella en una colisión elástica, dado que una colisión nunca puede ser perfectamente elástica. De esta manera el electrón va acumulando energía cinética hasta que pierde gran parte de ella al transferirla a una molécula por colisión inelástica.

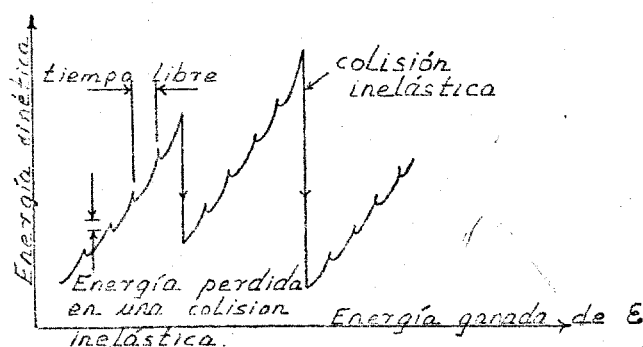


Fig. 7.2. Posible historia de la energía del electrón "promedio".

Por lo tanto, la energía cinética media, $N_e(3/2kT_e)$, del gas de electrones, está aumentando debido a la acción del campo eléctrico, y disminuyendo muy ligeramente por colisiones elásticas y a grandes cantidades por colisiones inelásticas.

La energía ganada por unidad de tiempo del campo, por el gas de electrones es:

$$\frac{dW_e}{dt} = \rho j^2,$$

donde j es la densidad de corriente que transportan los electrones (en la dirección x), y $\rho (= N_2 e \mu)$ la resistividad del plasma.

Para el N_2 , datos de la movilidad de los electrones (μ) han sido proporcionados por Brown(3).

Por otra parte, la energía perdida por unidad de tiempo debido a las colisiones elásticas electron-molécula neutral es:

$$\left(\frac{dW_k}{dt}\right)_{el} = -N_2 \delta v_{el} \frac{3k}{2} (T_e - T),$$

donde $3/2k(T_e - T)$ es el exceso de energía característica de los electrones con respecto a la de las moléculas, $\delta (= 2m/M)$ es la fracción del exceso de energía perdida en dichas colisiones, y v_{el} la frecuencia de las mismas.

La fracción de energía del gas de electrones perdida por colisiones inelásticas (electron-molécula neutral) puede intervenir ya sea en la excitación o en la ionización del gas.

En el primer caso, la frecuencia de colisiones será igual al producto de la densidad de moléculas neutrales en el estado base, por la razón de colisiones que intervienen en la excitación de las moléculas cuya energía de excitación es E_k , la cual es igual al producto (promediado sobre la distribución de energía $g(E)$) de la sección eficaz de excitación de la molécula al estado k por la velocidad v_e :

$$(\bar{v}_{inel})_{exc.} = N_0 \langle \sigma_k v_e \rangle,$$

de manera que la energía de excitación del gas por unidad de

tiempo la podemos escribir como:

$$\left(\frac{dW_A}{dt}\right)_{inel} = \sum_k N_e N_0 \langle \sigma_k v_k \rangle E_k .$$

En muchos casos de excitación electrónica, la diferencia de energía entre el electrón y la requerida para excitar el nivel electrónico es muy pequeña, de manera que usualmente se supone que el electrón pierde toda su energía en la excitación, i.e. $\delta \approx 1$.

Para una excitación vibracional, la situación puede ser distinta.

En el caso de excitación vibracional del N_2 , un electrón de aproximadamente 2 ev excita al estado $v = 1$, el cual tiene una energía de 0.2 ev, implicando que el electrón conserva una energía de 1.8 ev después de la colisión. En este caso δ es considerablemente menor que uno, pero mucho más grande que la de colisión elástica.

Finalmente, la energía de ionización del gas por unidad de tiempo será igual al producto de la razón de producción de nuevos electrones, o razón de ionización, $dN_e/dt (= N_e N_0 \langle \sigma_i v_i \rangle)$, por la energía de ionización E_i de la molécula neutral:

$$\frac{dW_i}{dt} = N_e N_0 \langle \sigma_i v_i \rangle E_i ,$$

donde σ_i es la sección eficaz de ionización de la molécula.

Luego, la ecuación que describe la razón de cambio de la energía cinética media de los electrones la podemos escribir

así:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{3 N_e k T_e}{2} \right) = \rho j^2 - N_e \delta v_{el} \frac{3 k}{2} (T_e - T) - \sum_k N_e N_0 \langle \sigma_k v_e \rangle E_k + \quad (7.2.3) \\ - N_e N_0 \langle \sigma_i v_e \rangle E_i .$$

Un caso particular que lleva a un resultado importantísimo es el siguiente:

Si el campo DC aplicado es estacionario, y suponiendo que el gas es débilmente ionizado y que solamente las colisiones elásticas son importantes (lo cual nos llevará a conclusiones estrictamente aplicables a un láser ineficiente, dado que por definición, una suma insignificante de potencia es usada para excitar los niveles cuánticos), entonces podemos ahorrar álgebra innecesaria y obtener la siguiente ecuación (usando $j = \mathcal{E}/\rho$):

$$\frac{\mathcal{E}^2}{\rho} = N_e \delta v_{el} \frac{3 k}{2} (T_e - T),$$

de donde podemos establecer la siguiente relación:

$$T_e = T + \frac{2}{N_e \delta 3 k} \left(\frac{\mathcal{E}^2}{\rho v_{el}} \right) .$$

Como ρ y v_{el} varían directamente con la presión o la densidad del gas, entonces la temperatura de los electrones, o la energía promedio de los mismos es función directa del campo eléctrico e inversa de la presión (o de la densidad) del gas neutral:

$$\frac{3 N_e k T_e}{2} = f \left(\frac{E}{p} \right) \quad (7.2.4)$$

$$\sigma \quad \frac{3}{2} N_e k T_e = f \left(\frac{E}{N_0} \right).$$

A pesar de las aproximaciones hechas, este resultado es perfectamente general, dado que concuerda bastante bien con las observaciones experimentales (Sec. 9.2).

REFERENCIAS

- (1) Verdeyen, J. T. 1981 Laser Electronics. Prentice-Hall, Inc. pp. 307-309.
- (2) Ib. p. 309-315.
- (3) Brown, S. C. 1959 Basic Data of Plasma Physics. Technology Press and Wiley. p. 57.

VIII

LASER DE OSCILACION CONTINUA

Consideremos nuevamente el sistema láser de tres niveles del Cap. VI (Fig. 8).

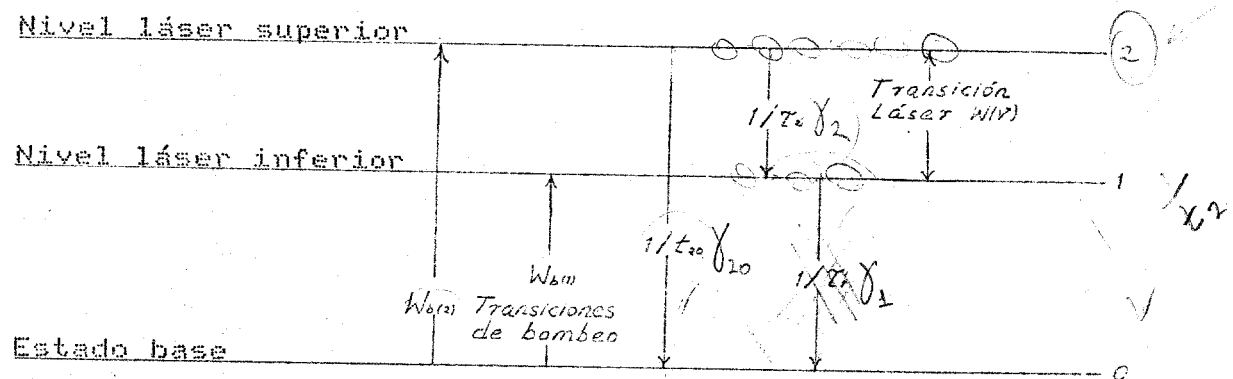


Fig. 8. Niveles de energía y razones de transición de un sistema láser de tres niveles. El tiempo de vida total del nivel 2 es t_2 , donde $1/t_2 = 1/T_2 + 1/t_{20}$, y T_{1m} son los tiempos de vida de los niveles 1 y 2.

La densidad de átomos bombeada por unidad de tiempo del estado base a los niveles 1 y 2, la denotaremos por $N_0 W_{b1m}$ y $N_0 W_{b2m}$ respectivamente.

Las ecuaciones que describen las poblaciones de los niveles 1 y 2 en presencia de la radiación e.m. y del bombeo aplicado

son:

$$\frac{dN_2}{dt} = N_0 W_{b(2)} - \frac{N_2}{\tau_2} - (N_2 - N_1) W(\nu) \quad (8.1a)$$

$$y \quad \frac{dN_1}{dt} = N_0 W_{b(1)} - \frac{N_1}{\tau_1} + \frac{N_2}{\tau_2} + (N_2 - N_1) W(\nu), \quad (8.1b)$$

donde N_i/τ_i es el cambio por unidad de tiempo en la población del nivel 2 debido a su decaimiento (no inducido) a todos los niveles, y $W(\nu) (= W_{21}(\nu) = W_{12}(\nu))$ es la probabilidad de transición inducida, 1→2 o 2→1, por el campo de radiación.

En estado estacionario, y suponiendo que los niveles en los que ocurre la transición láser corresponden a energías suficientemente altas que el aumento de sus poblaciones por procesos térmicos es despreciable, las ecuaciones anteriores se reducen a:

$$\Delta N = N_2 - N_1 = \frac{\Delta N^0}{1 + \delta \tau_2 W(\nu)}, \quad (8.2)$$

donde $\Delta N^0 (= N_0 [W_{b(2)} \tau_2 - (W_{b(1)} + \beta W_{b(2)}) \tau_1])$ es la inversión de poblaciones provocada por el bombeo en ausencia del campo e.m. ($W(\nu) = 0$),

$$\delta = \beta [1 + (1 - \beta) \tau_1 / \tau_2]$$

$$\gamma \quad \beta = \frac{\tau_2}{\tau_1} .$$

En un láser eficiente $\tau_2 \approx \tau_1$ ($\beta \approx 1$), de manera que (8.1) se reduce a:

$$N_2 - N_1 = \frac{N_0 W_{b(1)} [\tau_2 - (W_{b(1)}/W_{b(2)} + 1) \tau_1]}{1 + \tau_2 W(V)} ,$$

de donde podemos concluir que las poblaciones se mantendrán invertidas, si la vida media del nivel láser superior es bastante mayor que aquella del nivel inferior, i.e., si

$$\tau_2 \gg \tau_1$$

(y además la razón de bombeo es estacionaria), el láser podrá operar estacionariamente.

Por otra parte, la expresión (8.2) nos predice que la radiación e.m. estimulante de las transiciones $1 \rightarrow 2$ y $2 \rightarrow 1$ reduce la inversión de poblaciones, y por lo tanto el coeficiente de ganancia (5.3b). En el límite en que la intensidad de este campo de radiación llega a ser infinitamente grande ($I \rightarrow \infty$), las poblaciones de los dos niveles llegan a ser iguales, estableciéndose el fenómeno de saturación(2), en el cual, la ganancia del láser se reduce a tal grado que se iguala a las pérdidas, dando lugar a oscilación estacionaria.

REFERENCIAS

- (1) Yariv, A. 1971 Introduction to Optical Electronics. Holt, Rinehart and Winston, Inc. P. 90-92.
- (2) Svelto O. 1976 Principles of lasers. Plenum Press. New York. p. 55-57.

IX

EL LASER SUPERRADIANTE, EN LA REGION ULTRAVIOLETA, DE NITROGENO MOLECULAR.

9.1. Emisión superradiante UV del segundo sistema positivo ($C^3\Pi_u \rightarrow B^3\Pi_g$).

Un diagrama parcial de niveles energéticos del N_2 se muestra en la Fig. 9.1.1.

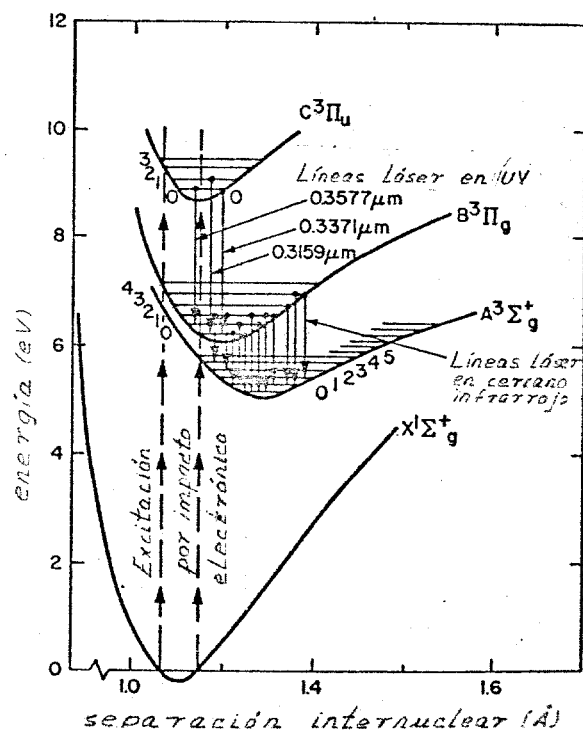


Fig. 9.1.1. Niveles energéticos del Nitrógeno molecular. (Los espacios entre los niveles vibracionales no están a escala.) (tomada de Ref. (1)).

El segundo sistema positivo $C^3\Pi_u - B^3\Pi_g$ emite radiación láser ultravioleta UV(2), cuya transición vibracional 0-0, a 337.1 nm, es la más importante, como se verá más adelante.

Las transiciones 0-1, a 357.7 nm, y 1-0, a 315.9 nm, también emiten radiación láser UV. Sin embargo, la transición 0-0 predomina sobre las otras, por su alto coeficiente de ganancia, emitiendo con mayor potencia.

Aquí únicamente nos ocuparemos de la transición vibracional 0-0, del segundo sistema positivo, i.e. de aquella que emite superradiancia en la región ultravioleta.

A unos pocos torr de presión del N_2 , los tiempos de vida de los niveles C y B, son de aproximadamente 40 ns y 10 μ s, respectivamente. La razón de estos tiempos, contraria a la condición de operación continua, indica que el láser de Nitrógeno solo puede trabajar mediante rápidas descargas eléctricas pulsadas.

La inversión de poblaciones entre los niveles de dicho sistema se logra por medio de la excitación (desde el estado base $X^1\Sigma_g^+$) del nivel superior mediante pulsos de alta corriente con un tiempo de subida muy rápido, menores al tiempo de vida del nivel superior.

Actualmente no está completamente comprobado cual es el mecanismo responsable de la inversión de poblaciones.

La emisión de radiación espontánea (muy intensa y de muy corta duración) del estado C inmediatamente al comienzo del pulso eléctrico y la emisión superradiante durante el tiempo de subida del pulso de excitación(3), el cual es del orden de

nanosegundos, representan una gran evidencia de que la excitación del nivel superior $C^3\pi_u$, desde el estado base, sea por colisiones de las moléculas de N_2 con electrones libres de muy alta energía originados de las descargas del gas (excitación por impacto electrónico directo). Estas escalas del tiempo excluyen un número de procesos de excitación que podrían poblar al estado C.

Los átomos disociados N y las moléculas N_2^+ se forman $10\ \mu s$ y $10\ ms$ después de la iniciación de la descarga, y por lo tanto la recombinación de estos elementos con los electrones no le da tiempo de intervenir en el proceso de excitación del estado C.

Cálculos basados en modelos que suponen que la excitación del nivel superior es por impacto electrónico directo concuerdan bastante bien con las observaciones experimentales.

No obstante, hay evidencias de que la excitación del estado C, puede establecerse por producción indirecta, en un proceso resonante, de iones negativos del N_2 (Schulz (1959)(4) y Massone, et al. (1972)(3)). En este mecanismo, los electrones de la descarga eléctrica, que poseen una energía definida, actúan más fácilmente con el N_2 mediante un proceso resonante, en virtud del cual, un electrón de la descarga queda atrapado en una órbita del N_2 por un tiempo de 10^{-16} de segundo, durante el cual se forma un ión negativo del N_2 , el N_2^- . Como el electrón es expulsado con energía casi nula, la molécula de Nitrógeno se queda con el exceso de energía.

No obstante, Heideman et al.(5) dedujeron que este tipo de

excitación correspondía a la del estado E.

Cualquiera que sea el mecanismo de excitación del estado C, desde el estado base, lo importante es que los electrones son los responsables de la excitación.

Por otra parte, la emisión de radiación espontánea del nivel láser inferior $B^3\pi_g$ justamente al comienzo del pulso eléctrico(6), nos revela, del mismo modo, una gran evidencia de que la excitación del nivel inferior en una descarga pulsada del N_2 , es debida a colisiones inelásticas de moléculas de N_2 en estado base con electrones de alta energía presentes en suficiente número únicamente durante el tiempo de subida del pulso de corriente.

Por lo tanto, un factor en contra de la inversión de poblaciones es que al excitar el estado $C^3\pi_u$ es imposible evitar que el nivel $B^3\pi_g$ sea también excitado, provocando una reducción de la inversión de poblaciones.

Estado	r (Å)	τ
$X'\Sigma_g^+$	1.094	∞
$A'\Sigma_u^+$	1.293	segundos
$B^3\pi_g$	1.212	10 μ s
$C^3\pi_u$	1.148	40 ns

Tabla 9.1.1. Datos del $N_2(7)$.

Sin embargo, como la relación de separación internuclear de equilibrio r_e entre los estados (Tabla 9.1.1) es:

$$\tau_e(B^3\pi_g) > \tau_e(C^3\pi_u) > \tau_e(X'\Sigma_g^+),$$

v'	0	1	2	3	4
$\sigma_{vv'} \times 10^{-18} \text{ cm}^2$	6.2	4.6	1.9	1.7	<0.2

Tabla 9.1.2. Secciones eficaces $\sigma_{vv'}$ para la excitación de los niveles vibracionales del estado $C'\pi_u$, desde el estado base $X'\Sigma_g^+(v''=0)$, a una energía de los electrones de 35 eV(8). La magnitud de la sección eficaz disminuye conforme aumenta v' .

v'	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
población relativa	25	64	92	100	100	68	50	28	17	12	9
$\sigma_{vv'} \times 10^{-18} \text{ cm}^2$	1.8	4.5	6.5	7.1	7.1	4.8	3.6	2.0	1.2	0.9	0.6

Tabla 9.1.3. Poblaciones relativas de los niveles vibracionales del estado $B'\pi$, calculados por Broadfoot y Hunten(9), basándose en los factores de Franck-Condon calculados por Pillow(10), suponiendo que el estado es poblado por impacto electrónico directo con moléculas de N_2 en el estado base ($v''=0$); y secciones eficaces de cada nivel vibracional del estado B, a una energía electrónica de 35 eV, las cuales se calcularon tomando en cuenta que son directamente proporcionales a la razón de la población relativa del nivel vibracional involucrado, dividida por la suma de las poblaciones relativas de los niveles vibracionales del estado electrónico, y multiplicada por la sección eficaz total requerida para excitar al estado $B'\pi$, ($\sigma_e \approx 4 \times 10^{-18} \text{ cm}^2$ a 35 eV(8)). A mayor magnitud de la sección eficaz, mayor población relativa.

entonces la excitación procederá en forma decisiva, por el principio de Franck-Condon, a lo largo de la trayectoria $X'\Sigma_g^+ \rightarrow C^3\Pi_u$ que a los estados B (para niveles vibracionales bajos: $v'', v' = 0, 1, 2$).

En las tablas 9.1.2 y 9.1.3 se muestran algunos valores de las secciones eficaces $\sigma_{v'}$ para la excitación de los niveles vibracionales de los estados C y B, desde el nivel $v''=0$ del estado base, de donde podemos enunciar las siguientes conclusiones (para niveles vibracionales $v' = 0, 1, 2$):

$$\begin{aligned} \sigma_{v'}(C^3\Pi_u) &= 6.2 \times 10^{-18} \text{ cm}^2 > \sigma_{v'}(B^3\Pi_g) = 4.5 \times 10^{-18} \text{ cm}^2, \\ &> \sigma_{v'}(B^3\Pi_g) = 1.8 \times 10^{-18} \text{ cm}^2, \\ \text{y } \sigma_{v'}(C^3\Pi_u) &= 4.6 \times 10^{-18} \text{ cm}^2 > \sigma_{v'}(B^3\Pi_g) = 1.8 \times 10^{-18} \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

Esto significa que la inversión de poblaciones entre los niveles vibracionales de los estados electrónicos C y B, provocada probablemente por impacto electrónico directo, únicamente es posible entre:

$$\begin{aligned} C^3\Pi_u(v' = 0) &\quad \text{y} \quad B^3\Pi_g(v' = 0), \\ C^3\Pi_u(v' = 0) &\quad \text{y} \quad B^3\Pi_g(v' = 1), \\ C^3\Pi_u(v' = 1) &\quad \text{y} \quad B^3\Pi_g(v' = 0). \end{aligned}$$

Y por lo tanto, como ha sido observado experimentalmente, únicamente habrá transición láser ($C^3\Pi_u \rightarrow B^3\Pi_g$) entre dichos niveles vibracionales.

Por otra parte, en la tabla 9.1.5 se muestran las

probabilidades relativas de emisión entre los niveles vibracionales más bajos del segundo sistema positivo, calculadas directamente del producto de la sección eficaz de excitación $\sigma_{0v'}$ del estado $C^3\Pi_u$ (Tabla 9.1.2) por el factor de Franck-Condon de emisión entre dichos niveles (Tabla 9.1.4), restando solamente multiplicar por el factor de

$v'(B^3\Pi_g)$ $v'(C^3\Pi_u)$	0	1	2	3	4
0	0.449	0.329	0.147	0.052	0.016
1	0.390	0.019	0.204	0.200	0.112
2	0.135	0.322	0.033	0.060	0.161
3	0.024	0.252	0.163	0.118	0.002

Tabla 9.1.4. Factores de Franck-Condon para los niveles vibracionales más bajos del segundo sistema positivo del Nitrógeno (II).

$v'(B^3\Pi_g)$ $v'(C^3\Pi_u)$	0	1	2	3	4
0	2.78	2.04	0.91	0.32	0.10
1	1.79	0.09	0.94	0.92	0.51
2	0.26	0.61	0.06	0.11	0.31
3	0.04	0.43	0.28	0.20	0.003

Tabla 9.1.5. Probabilidades relativas de emisión entre los niveles vibracionales más bajos del segundo sistema positivo del N_2 , omitiendo el factor de proporcionalidad.

proporcionalidad. La rápida disminución de estas probabilidades se debe principalmente al rápido decrecimiento de σ_{ν} con el aumento de ν' .

Luego, las transiciones con probabilidades relativas de emisión más grandes, en orden descendente, son:

$$C^3\pi_u(\nu' = 0) \rightarrow B^3\pi_g(\nu' = 0),$$

$$C^3\pi_u(\nu' = 0) \rightarrow B^3\pi_g(\nu' = 1),$$

$$C^3\pi_u(\nu' = 1) \rightarrow B^3\pi_g(\nu' = 0),$$

y corresponden precisamente a las tres únicas transiciones que emiten radiación láser UV, reportadas a 337.1 nm, 357.7 nm y 315.9 nm respectivamente.

Por lo tanto la transición $C^3\pi_u(\nu'=0) \rightarrow B^3\pi_g(\nu'=0)$ será la más importante en el proceso de radiación superradiante UV del láser de N_2 , por ser la más probable con respecto a las otras.

9.2. Potencia por unidad de volumen de la emisión superradiante UV del láser de N_2

La potencia por unidad de volumen (p.u.v.) y su duración, dependen en gran medida del tiempo de subida de la corriente. Cuanto más rápidamente aumenta ésta (y por consiguiente la inductancia del circuito disminuye), el pico de la potencia p.u.v. es más alto, ocurre más pronto, y la duración del pulso es más corta (Fig. 9.2.1). Esto se explica porque a altas corrientes con rápidos incrementos de las mismas, la razón de

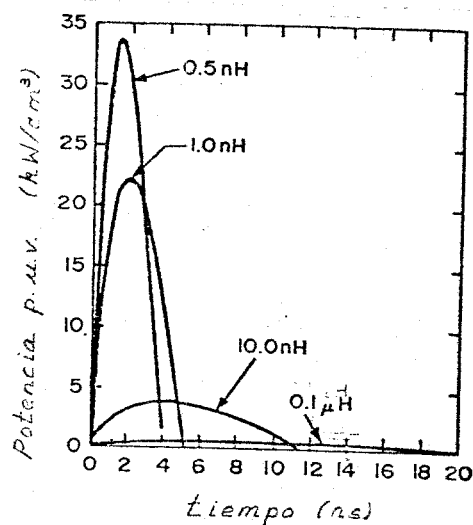


Fig. 9.2.1. Potencia p.u.v. del láser superradiante UV de Nitrógeno como función del tiempo para varios valores de la inductancia del circuito de excitación (de Ref. (12)).

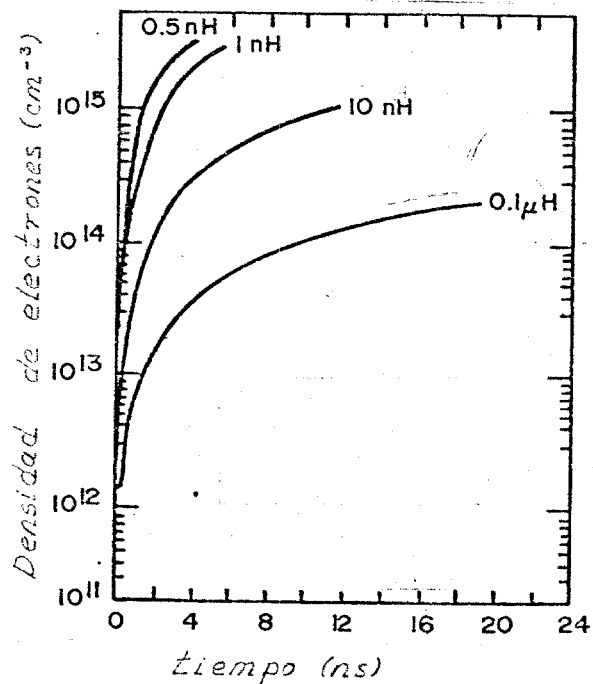


Fig. 9.2.2. Efecto del tiempo de subida del pulso de corriente sobre la ionización para diferentes valores de la inductancia del circuito de excitación (de Ref. (12)).

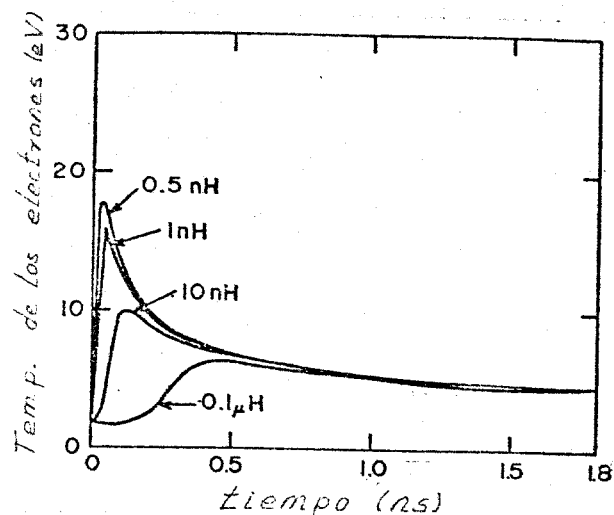


Fig. 9.2.3. Conducta de la temperatura característica de los electrones con el tiempo para diferentes inductancias del circuito de excitación (de Ref. (12)).

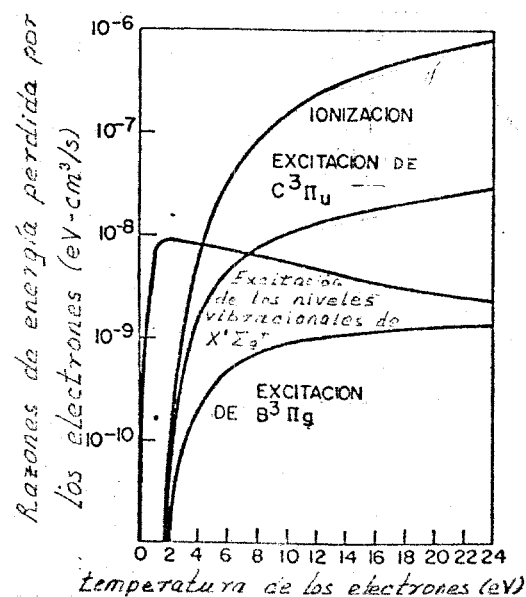


Fig. 9.2.4. Razones de energía perdida por los electrones en los procesos de excitación y de ionización en el Nitrógeno como función de la temperatura de los electrones (de Ref. (12)).

ionización aumenta (Fig. 9.2.2), y los electrones son relativamente más calientes (Fig. 9.2.3), en el período de interés (0-2 ns).

Como la potencia p.u.v. del láser es proporcional a la razón de excitación del nivel láser superior W_b (6.4), la cual es función de la densidad de electrones y de la temperatura de los mismos (6.3):

$$P \propto W_b = N_e \langle \nu \sigma_e \rangle, \quad (6.3)/(6.4)$$

entonces, mayores potencias p.u.v. implicarán más grandes magnitudes de N_e y de T_e , y por consiguiente, los electrones perderán menos energía en la excitación de los niveles vibracionales del estado base. Para una temperatura inferior a 6 eV, esta razón de energía perdida por los electrones en la excitación de los niveles vibracionales del estado base predominará sobre las otras razones invertidas en la excitación del nivel $C^3\Pi_u$ y en la ionización de las moléculas de N_2 (esenciales para obtener una alta potencia p.u.v. del láser) (Fig. 9.2.4). Por lo tanto para obtener una gran eficiencia del láser superradiante UV de N_2 , se requieren altas temperaturas de los electrones, superiores a 6 eV.

Por otra parte, las secciones eficaces de los estados C y B disminuyen gradualmente en energías de los electrones de alrededor de 18 eV, mientras que la sección eficaz de ionización total del N_2 continúa en prolongado aumento (Fig. 6.4), de manera que habrá una temperatura de los electrones

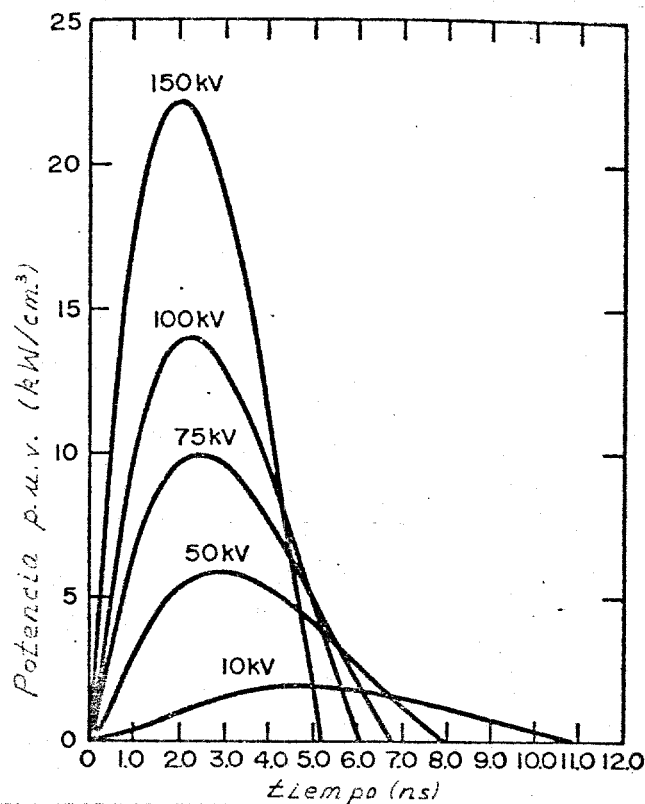


Fig. 9.2.5. Potencia p.u.v. vs. tiempo del láser superradiante UV de Nitrógeno para diferentes voltajes iniciales del capacitor (de Ref. (12)).

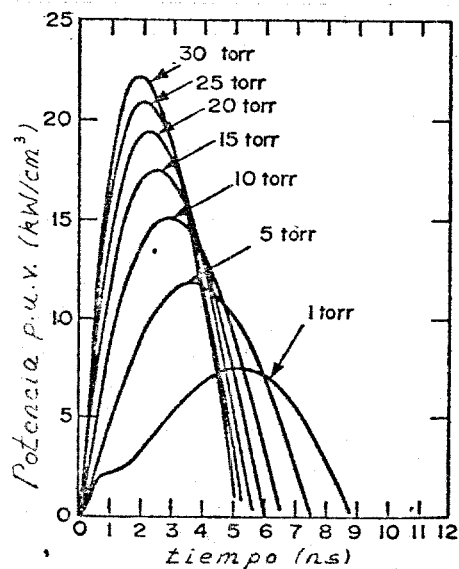


Fig. 9.2.6. Potencia p.u.v. vs. tiempo del láser superradiante UV de Nitrógeno para diferentes presiones (de Ref. (12)).

óptima en la operación del láser.

La duración del pulso de la emisión láser será más corta con el aumento de la densidad de electrones, debido a que aumenta la frecuencia de colisiones, y por lo tanto la razón de emisión inducida predomina sobre el decaimiento espontáneo (la vida media efectiva es prácticamente el inverso de la razón de emisión inducida).

Otros parámetros importantes que influyen notablemente en la potencia p.u.v. del láser y en su duración (y por consiguiente en la razón de excitación del nivel láser superior) son, el voltaje inicial de los capacitores y la presión del N_2 en la cavidad láser.

Las Figs. 9.2.5 y 9.2.6 demuestran claramente que conforme se incrementa el voltaje inicial del capacitor o aumentamos la presión, el pico de la potencia p.u.v. de la emisión láser es más alto y ocurre más pronto, a la vez que la duración del pulso de la misma es más corta.

En el primer caso esto es debido (a una presión fija del N_2) a que la razón $\mathcal{E}/p$ aumenta, implicando un incremento en la temperatura de los electrones (ec. (7.2.4)), los cuales perderán, por consiguiente, menos energía en la excitación de los niveles vibracionales del estado base, resultando una ionización más eficiente. Sin embargo, como a un valor muy alto del parámetro $\mathcal{E}/p$ la razón de ionización empieza a disminuir, entonces habrá un valor óptimo del mismo, en el cual se obtendrá la mayor potencia pico posible. Este valor límite en el N_2 no excede a 10 V/cm-torr(13).

Por otra parte la densidad de energía tiene un valor óptimo a una presión del N_2 en la cavidad láser de 28 torr, el cual concuerda con aquellos observados experimentalmente por Leonard(14) y Geller(15). Cuando la presión aumenta arriba de 30 torr, la temperatura de los electrones disminuye (y por consiguiente también la excitación del nivel láser superior), los cuales perderán su energía, principalmente, en la excitación de los niveles vibracionales del estado base.

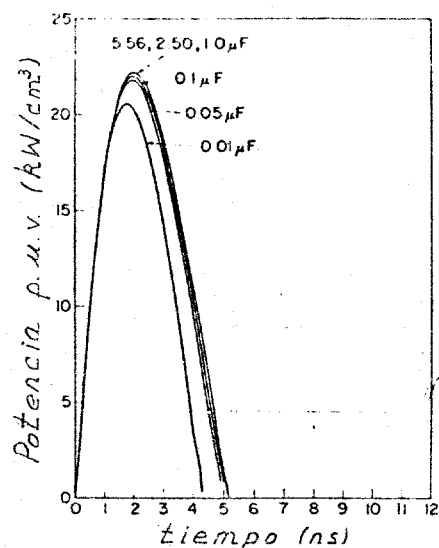


Fig. 9.2.7. Potencia p.u.v. del láser superradiante UV de N_2 como función del tiempo para diferentes valores de la capacitancia del circuito de excitación (de Ref. (12)).

Finalmente, la capacitancia del circuito de excitación influye muy ligeramente en la potencia p.u.v. de la emisión láser, al menos en el rango de 0.01 a 5 μF (Fig. 9.2.7).

Gerry (1965) y Ali, Kolb y Anderson (1967)(17) calcularon la potencia del láser de N_2 pulsado (segundo sistema positivo)

mediante el siguiente método:

Suponiendo que el circuito consiste de un capacitor cargado C a un voltaje inicial V_0 , el cual es descargado a través de una inductancia L y la cavidad de descarga, entonces podemos escribir:

$$V_c = LA \frac{dj}{dt} + \rho l j$$

$$y \quad \frac{dV_c}{dt} = - \frac{jA}{C}$$

donde j es la densidad de la corriente de descarga,

ρ es la resistividad del plasma,

l es la longitud de descarga,

y A es el área de sección transversal de la descarga.

La resistividad del plasma la podemos calcular de la movilidad de los electrones dada por Brown(18).

N_e y T_e se pueden determinar de las ecuaciones que describen la razón de ionización y la razón de cambio de la energía cinética media de los electrones (7.2.3):

$$\frac{dN_e}{dt} = N_e N_0 \langle \sigma_i v_e \rangle$$

$$y \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} N_e k T_e \right) = \rho j^2 - N_e N_0 \langle \sigma_i v_e \rangle E_i - \sum_k N_e N_0 \langle \sigma_k v_e \rangle E_k, \quad (7.2.3)$$

donde hemos despreciado el término de energía perdida por colisiones elásticas, por ser mucho más pequeño que los otros términos.

La densidad de moléculas excitadas a los estados C y B son (de

(8.1)):

$$\frac{dN_c}{dt} = N_e N_o \langle \sigma_{oc} v_e \rangle - \frac{N_c}{\tau_c} - P,$$

$$\frac{dN_B}{dt} = N_e N_o \langle \sigma_{ob} v_e \rangle - \frac{N_e}{\tau_B} + \frac{N_c}{\tau_c} + P,$$

donde P representa el término de emisión estimulada, $(N_c \rightarrow N_B)W(\nu)$, N_c y N_B son las densidades de los estados C y B respectivamente, y τ_c y τ_B las vidas medias radiativas.

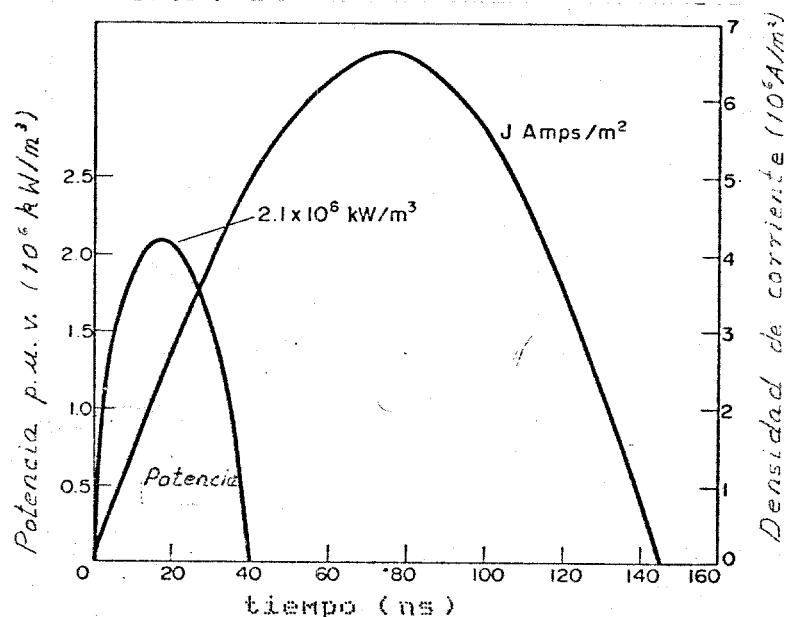


Fig. 9.2.8. Potencia p.u.v. y densidad de corriente vs tiempo del láser superradiante UV de Nitrógeno (de Ref. (16)).

Gerry resolvió numéricamente estas ecuaciones usando los parámetros del circuito y densidades (N_e) característicos de un láser de N_2 , en la aproximación de saturación (Cap. VIII), obteniendo una potencia pico de $2.1 \times 10^6 \text{ kW/m}$. Esta potencia

concuenda bastante bien con el valor aproximado de 2×10^6 kW/m² medida para la región saturada del láser (Fig. 9.2.8).

Sin embargo la eficiencia, basada sobre la potencia en la cavidad láser (ρf^2), integrada sobre el tiempo del pulso del láser, fué de 2.1%, un tanto más alto que el valor de 0.6% a 0.9% medido experimentalmente.

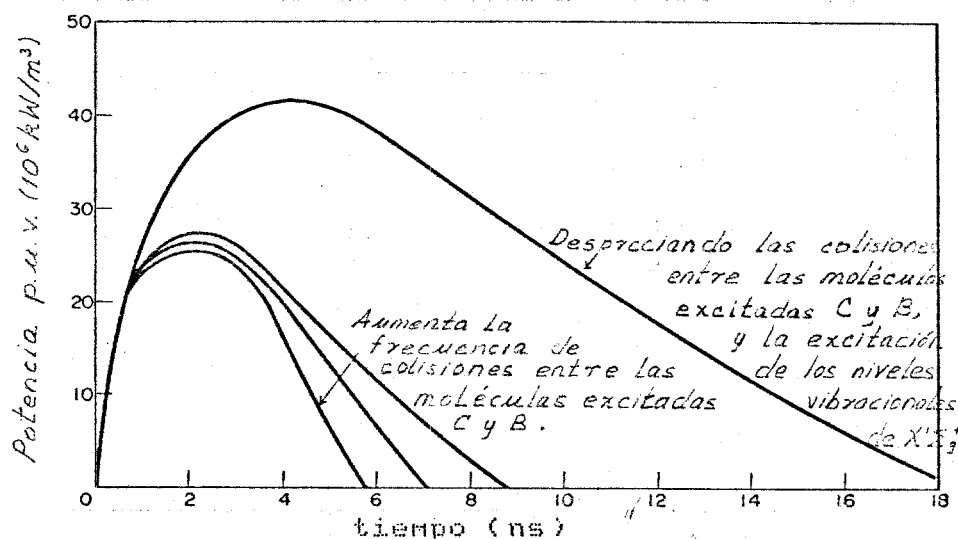


Fig. 9.2.9. Potencia p.u.v. vs tiempo del láser superradiante UV de Nitrógeno (de Ref. (17)).

Ali, Kolb y Anderson (1967), calcularon la potencia de saturación, basándose en el análisis de Gerry, pero incluyendo, en la ecuación de energía, las colisiones entre las moléculas excitadas (C y B), las colisiones de ionización del estado C y la excitación vibracional del estado base. Ellos supusieron un rápido incremento (de 3ns) del pulso de excitación, con un lento decaimiento (método de excitación de Shipman(19), Fig. 9.2.9. En esta figura, la curva más alta

corresponde al caso analizado por Gerry. Las otras curvas corresponden al caso estudiado por Ali et al. El resultado es una gran disminución de la potencia predicha y, por lo tanto, de la eficiencia, resolviéndose la discrepancia encontrada por Gerry.

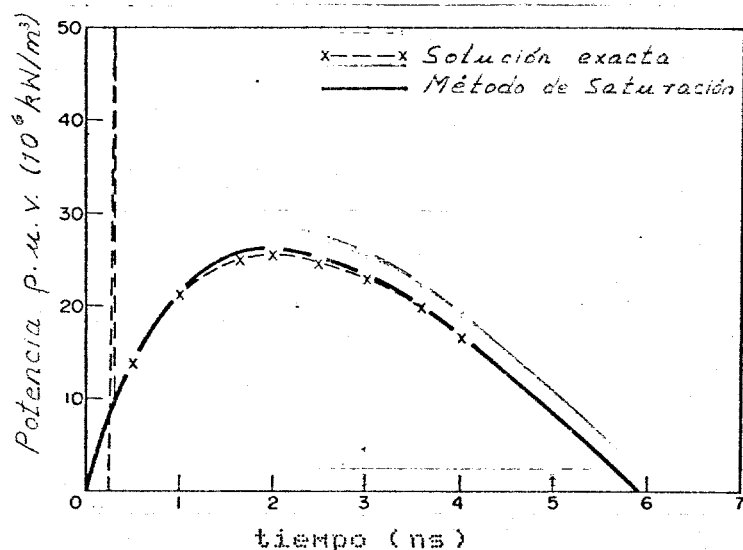


Fig. 9.2.10. Potencia p.u.v. vs tiempo del láser superradiante UV de N_2 calculada por el método exacto y por el método de saturación (de Ref. (17)).

Por lo tanto, cuando se toman en cuenta las colisiones de ionización del estado $C^3\Pi_u$, se obtiene una mejor correspondencia entre la teoría y el experimento.

Ali, Kolb, y Anderson también calcularon la potencia del láser sin suponer saturación, tomando temperaturas de los electrones en el rango de 3 a 5 eV con densidades de $6 \times 10^{19}/M^3$. La importancia de sus resultados radizó en la predicción de pulsos muy abruptos, del orden de picosegundos, en el comienzo de la emisión láser, y muy similares a los de saturación

(Fig. 9.2.10).

REFERENCIAS

- (1) Willett, C. S. 1974 Introduction to Gas Lasers: Population Inversion Mechanics. Pergamon Press. Oxford. p. 343.
- (2) Heard, Nature, 667 (1963).
- (3) Massone, C. A., Garavaglia, M., Gallardo, M., Calatroni, J. A. E. and Tagliaferri, A. A., Appl. Optics. 11, 1317 (1972).
- (4) Schulz, G. J., Phys. Rev. 116, 1141 (1959).
- (5) Heideman, H. G. M., Kugatt, C. E. and Chamberlain, G. E., J. Chem. Phys. 44, 355 (1966).
- (6) Agobian, R. D., Otto, J. L., Echard, R. and Cagnard, R., Compt. Rend. 257, 3344 (1963).
- (7) Herzberg, G. 1950 Spectra of Diatomic Molecules. Princenton, N. J.
- (8) Stewart, D. T. and Gabathuler, E., Proc. Phys. Soc. A 72, 287 (1958).
- (9) Broadfoot, A. L. and Hunten, D. M., Can. J. Phys. 42, 1212 (1964).
- (10) Pillow, M. E., Proc. Phys. Soc. A67, 780 (1954).
- (11) Nicholls, R. W., J. Res. Nat. Bur. Stds. 65A, 451 (1961).
- (12) Ali, A. W., Appl. Optics. 8, 993 (1969).
- (13) Von Engel, A. 1965 Ionized Gas. Clarendon Press, Oxford, 2nd ed. p. 182.
- (14) Leonard, D. A., Appl. Phys. Lett. 7, 4 (1965).

- (15) Geller, M., Altman, D. E. and DeTemple, T. A., Appl. Optics. 7, 2232 (1968).
- (16) Gerry, E. T., Appl. Phys. Lett. 7, 6 (1965).
- (17) Ali, A. W., Kolb, A. C. and Anderson, A. D., Appl. Opt. 6, 2115 (1967).
- (18) Brown, S. C. 1959 Basic Data of Plasma Physics. Technology Press and Willey. p. 57.
- (19) Shipman, J. D., Appl. Phys. Lett. 10, 1 (1967).

DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN LASER SUPERRADIANTE UV DE NITROGENO MOLECULAR DE EXCITACION TRANSVERSAL CON UN NUEVO CIRCUITO DE EXCITACION Y DE MUY BAJA PRESION

10.1. Cavity laser

Este láser opera mediante el empleo de descargas eléctricas pulsadas aplicadas a dos electrodos diametralmente opuestos localizados a lo largo de la cavidad.

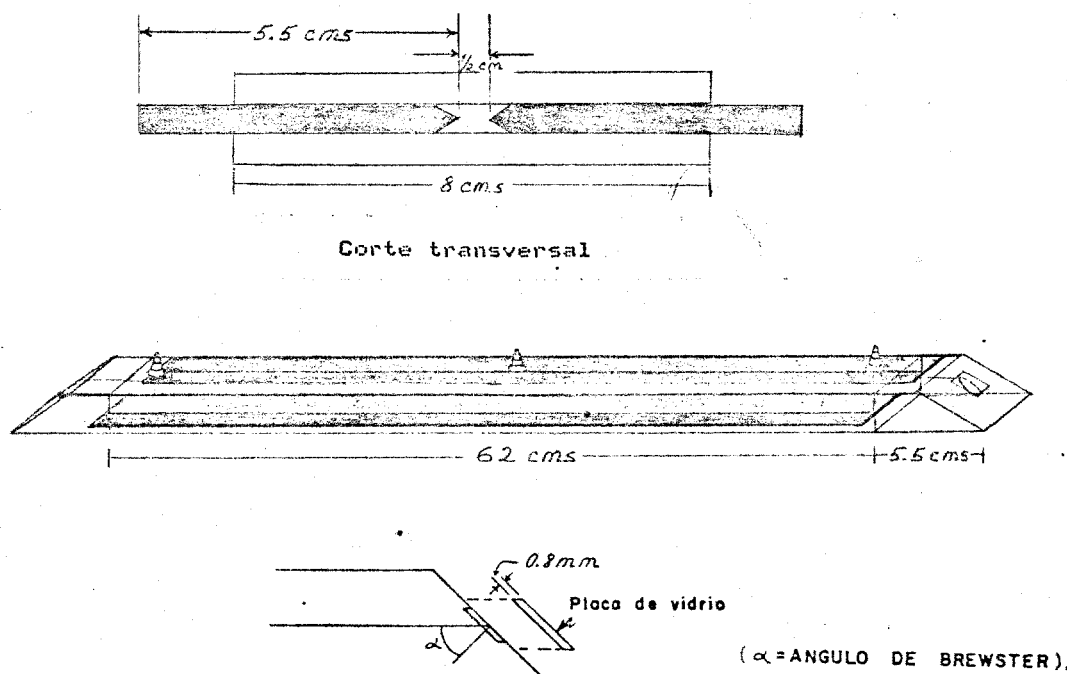


Fig. 10.1. Cavity de excitación.

Como electrodos se usaron dos soleras de aluminio de 1/4'' de

espesor, los cuales se insertaron a todo lo largo, separados 1/2 cm, entre dos placas de plástico acrílico de 1/4" de espesor (Fig. 10.1).

Para cerrar la cavidad se usaron dos piezas de acrílico, una en cada extremo, a las que se les hizo un canal circular de 1 cm de diámetro, y además se cortaron en diagonal para ajustar el ángulo de Brewster en las ventanillas de la cavidad.

Todas aquellas moléculas que participan en la emisión láser después de la última descarga, y que ahora pueblan los niveles inferiores de la transición, y cuyos tiempos de vida radiativa son más grandes, necesitan ser extraídas de la cavidad para no entorpecer el mecanismo de inversión de poblaciones.

Para obtener un flujo eficiente del gas a lo largo de toda la cavidad, se conectaron en la parte superior de la misma y próximas a las ventanas, dos boquillas para la admisión del gas de Nitrógeno desde un tanque con salida a baja presión, y una boquilla también en la parte superior, pero en el centro, para la expulsión del gas con ayuda de una bomba mecánica de 50 l/min.

Todas estas componentes de la cavidad se sellaron con epoxy "5 Min", y las ventanillas con silicón.

10.2. Circuito de excitación.

Como el láser superradiante de N_2 solamente puede operar a régimen pulsado, con ancho de pulso del orden de

nanosegundos, el circuito de excitación debe tener la capacidad de producir pulsos de alta corriente con un tiempo de subida muy rápido, y con posibilidad de variar la frecuencia de dichos pulsos.

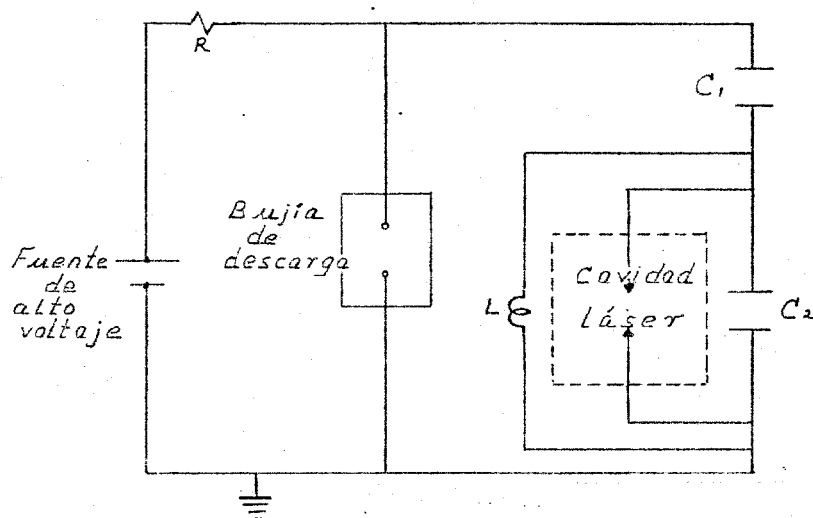


Fig. 10.2.1. Circuito de excitación.

Esto se consiguió conectando en paralelo una bujía de descarga con dos condensadores C_1 y C_2 (conectados como se muestra en la Fig. 10.2.1) de 4.28 nF y 3.08 nF respectivamente, los cuales se procuraron minimizar sus inductancias para obtener la mayor potencia pico posible de la emisión láser (Fig. 9.2.1), y una bobina de 69 microhenrys conectada a los electrodos de C_2 .

La rapidez con que ocurren los pulsos depende de la distancia de separación entre los electrodos de la bujía, los cuales se pueden ajustar mecánicamente (Fig. 10.2.2).

El condensador C_1 (Fig. 10.2.3) tiene la facultad de soportar 15 kW (c.d.), y se construyó con 20 electrodos, 10 negativos y

10 positivos, colocados uno encima del otro y alternados, y el conjunto sobre un tubo de PVC de 1.5'' de diámetro. Cada electrodo está formado de una placa de plata laminada, de 10 milésimas de espesor y de 12 x 16 cms, cubiertas con 3 capas de polipropileno con surlyn de 4 milésimas (Cia. Celloprint).

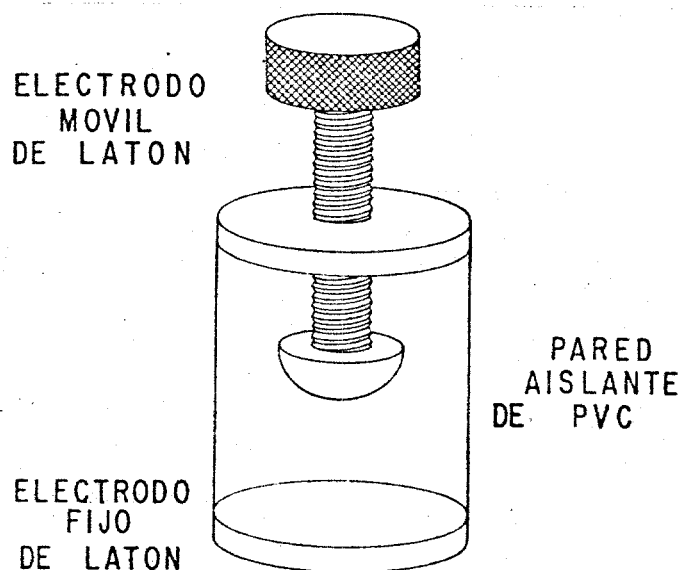


Fig. 10.2.2. Bujía de descarga.

El condensador C_2 (Fig. 10.2.4) se construyó con dos placas triangulares del mismo material (plata laminada), colocadas una sobre la otra, y conectadas directamente a los electrodos de la cavidad láser. Las superficies de contacto entre las placas se cubrieron con 4 capas de polipropileno con surlyn de 3 milésimas (Cia Policel de México), para evitar arqueos entre las mismas; en tanto que las superficies exteriores se cubrieron con una sola capa.

La operación del circuito podemos explicarla de la siguiente manera:

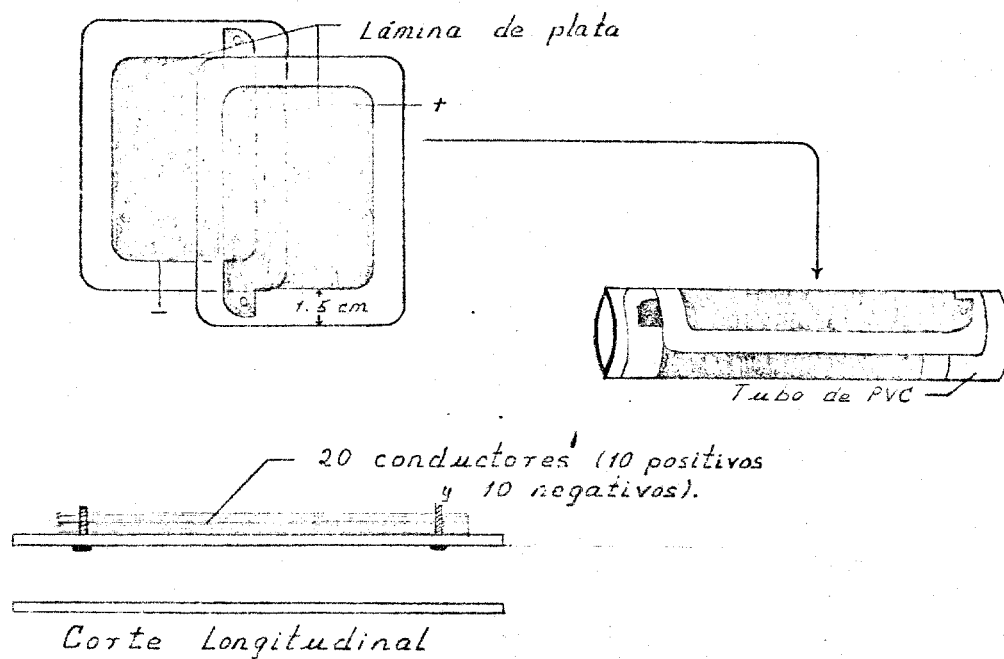


Fig. 10.2.3. Condensador C_1 del circuito de excitación.

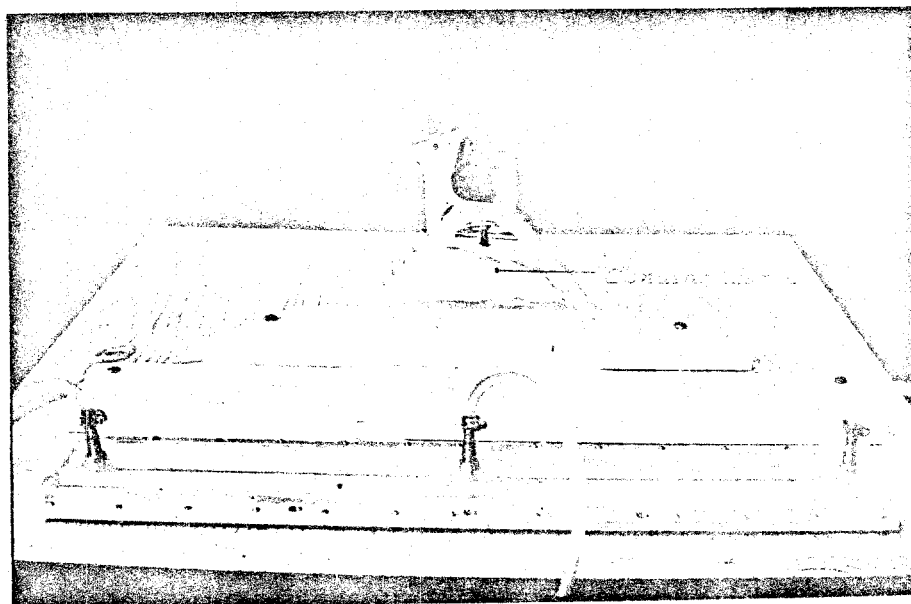


Fig. 10.2.4. Láser superradiante UV de N_2 de excitación transversal con un nuevo circuito de excitación.

Los condensadores C_1 y C_2 se cargan, a través de una resistencia que atenúa el efecto de resistencia negativa del plasma, desde una fuente de alto voltaje, de 15 kW y 50 mA. Cuando la diferencia de potencial a través de C_1 alcanza el potencial de ruptura del aire, que hay entre los electrodos de la bujía, ésta produce un arco que descarga ambos condensadores, provocando un flujo transitorio de corriente a través de la bobina, la cual induce un potencial V_L entre sus extremos, y que por lo tanto se manifiesta en los electrodos de la cavidad láser, originándose la descarga eléctrica requerida para excitar e ionizar el gas.

Esta diferencia de potencial durante la descarga del condensador C_2 a través de la bobina y de la cavidad de descarga está dada por las siguientes ecuaciones:

$$V_{C_2} = LA \frac{dj}{dt} = \rho l j$$

$$y \quad \frac{dV_{C_2}}{dt} = - \frac{jA}{C_2},$$

donde j es la densidad de corriente de la descarga,

ρ es la resistividad del plasma,

A es el área de sección transversal de la descarga,

y l es la longitud de la descarga.

Finalmente las descargas eléctricas entre los electrodos ocurren sucesivamente desde un extremo de la cavidad al otro, produciéndose la amplificación de la radiación por emisión

estimulada.

10.3. Resultados experimentales y conclusiones.

Resueltos un gran número de problemas, básicamente de construcción de condensadores de baja inductancia y sin pérdidas por efecto corona, y que además soportaran voltajes de 15 kW, llegamos a los siguientes resultados:

a) El tiempo de emisión del pulso es del orden de nanosegundos (20-40 ns).

b) La presión óptima del gas Nitrógeno en la cavidad fue de 10 milibars.

c) El voltaje mínimo de operación estable es de 9 kV.

d) Nuestro láser fue capaz de bombear perfectamente una muestra de Rhodamina 6G emitiendo superradiancia, la cual requiere de una potencia pico de bombeo mínima de alrededor de 20 kW(1). Por lo tanto, la potencia de nuestro láser es bastante mayor a 20 kW (≈ 100 kW).

e) La repetitividad es de aproximadamente 20 pulsos por segundo.

La cavidad de excitación, los condensadores C_1 y C_2 , la bujía y la bobina están integrados de piezas nacionales, lo cual representa un bajo costo de construcción y mantenimiento del láser.

Este láser ha demostrado tener una resistencia insuperable, porque ha funcionado un sin número de veces sin problemas.

Es posible optimizar el sistema eléctrico de excitación construyendo condensadores de más baja inductancia, así como un circuito de disparo automático mediante un circuito electrónico en lugar de la bujía de descarga. Con esto se aumentaría la eficiencia del láser.

REFERENCIAS

- (1) Small, J. G. and Ashari, R., The Rev. Scient. Instrum. 43, 1205 (1972).
- (2) Porta C., A. y Godoy S., S., Revista de la Sociedad Mexicana de instrumentacion, A. C. 1, 35 (1982).

APENDICE

CALCULOS APROXIMADOS DE ALGUNOS PARAMETROS DEL LASER SUPERRADIANTE UV DE N_2 DE EXCITACION TRANSVERSAL (CAP. X).

A. Tiempo de vida radiativa de los estados excitados C y B

En el capítulo III obtuvimos la siguiente expresión para la probabilidad de emisión espontánea por unidad de tiempo:

$$A_{21} = \frac{4}{3\hbar} \left(\frac{2\pi\nu}{c} \right)^3 |\mu_{21}|^2, \quad (3.2.20)$$

de donde es claro que A_{21} aumenta como el cubo de la frecuencia, y por lo tanto el proceso de emisión espontánea aumenta rápidamente con la frecuencia.

El segundo sistema positivo emite superradiancia a una longitud de onda $\lambda = 337.1$ nm, que corresponde a una frecuencia de aproximadamente 9×10^{14} Hz del ultravioleta. Haciendo $|\mu_{21}|^2 = ea$, donde a es el radio atómico ($a \approx 10^{-8}$ cm), un valor aproximado de A_{21} es:

$$A_{21} \approx 2 \times 10^8 \text{ s}^{-1}.$$

Por lo tanto, el tiempo de vida radiativa del estado C es de aproximadamente 5 ns.

Mientras que el tiempo de vida radiativa del estado B, tomando 2×10^{14} Hz (los niveles vibracionales más bajos del primer sistema positivo $B^3\pi_g \rightarrow A^3\Sigma_u^+$) emiten radiación láser en

$\lambda = 1498.3$ nm del infrarrojo) es de alrededor de $1 \mu s$.

Estas estimaciones del tiempo de vida radiativa de los estados C y B concuerdan con los reportados en la literatura (40 ns y $10 \mu s$), al menos en el orden de magnitud.

B. Duración del pulso de excitación

Para el gas de N_2 a temperatura ambiental ($300^\circ K$) la velocidad térmica promedio (con $M = 28/6 \times 10^{-23}$ gr) es aproximadamente:

$$\bar{v} \approx \left(\frac{8kT}{\pi M} \right)^{1/2} \approx 10^4 \text{ cm/s}.$$

Suponiendo un diámetro molecular $d = 2 \times 10^{-8}$ cm, un valor aproximado del tiempo promedio entre dos colisiones es a:

a) una presión de 10 milibars (1×10^4 dinas/cm²), presión óptima de nuestro láser:

$$\bar{\tau}_c \approx \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 \bar{v} \bar{p}} \approx 50 \text{ ns}, \quad (4.1.3)$$

el cual es 10 veces mayor que el tiempo de vida radiativa del estado C (Apend. A).

Por lo tanto, nuestro láser podrá operar mediante pulsos menores a 50 ns, a la presión óptima de 10 milibars.

b) presión atmosférica (10^6 dinas/cm²):

$$\bar{\tau}_c \approx 1 \text{ ns},$$

lo cual nos obligaría a usar pulsos extremadamente cortos,
Es importante notar que el tiempo de colisión es mucho menor
que $\bar{\tau}_c$:

$$\Delta\tau_c \approx \frac{a}{v} \approx 2 \times 10^{-14} \text{ ns} \ll \bar{\tau}_c,$$

donde hemos considerado la distancia interatómica
aproximadamente igual a las dimensiones moleculares (1 Å).

C. Ensanchamiento espectral por colisiones vs. ensanchamiento espectral Doppler

El ancho medio "Doppler" para la línea N_2 en la longitud
de onda de emisión superradiante, $\lambda_0 = 337.1 \text{ nm}$, a temperatura
ambiente, es

$$\begin{aligned} \Delta\nu^* &= \frac{2}{\lambda_0} \left(\frac{2kT \ln 2}{M} \right)^{1/2} & (4.2.4) \\ &\approx 2.1 \text{ GHz}, \end{aligned}$$

mientras que el ancho medio "por colisiones" a la presión de
10 milibars (presión óptima de nuestro láser) en la cual
 $\bar{\tau}_c \approx 50 \text{ ns}$:

$$\begin{aligned} \Delta\nu &= \frac{1}{\pi \bar{\tau}_c} & (4.1.2) \\ &\approx 6.4 \text{ MHz}. \end{aligned}$$

Por lo tanto, en nuestro láser, el ensanchamiento espectral Doppler es mucho más grande que el ensanchamiento por colisiones y como consecuencia, el perfil espectral de emisión es Gaussiano.

Mientras que a 1 atmósfera de presión, en la cual $\bar{\tau}_c \approx 1$ ns, el ancho medio por colisiones aumenta diez veces.