

Ondas de Presión en una Columna de Burbujas

T E S I S

que para obtener el grado de
MAESTRO EN CIENCIAS
(INGENIERÍA QUÍMICA)

presenta el

I.Q. Juan Carlos Rodríguez Sierra



Asesor: Dr. Alberto Soria López

Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa
Depto. de Ingeniería de Procesos e Hidráulica
División de Ciencias Básicas e Ingeniería

México D.F. Abril 2006

© Juan Carlos Rodríguez Sierra



Ondas de Presión en una Columna de Burbujas

T E S I S

que para obtener el grado de
MAESTRO EN CIENCIAS
(INGENIERÍA QUÍMICA)

presenta el

I.Q. Juan Carlos Rodríguez Sierra

Asesor: Dr. Alberto Soria López

Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa
Depto. de Ingeniería de Procesos e Hidráulica
División de Ciencias Básicas e Ingeniería

México D.F. Abril 2006

© Juan Carlos Rodríguez Sierra



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

ACTA DE IDÓNEA COMUNICACIÓN DE RESULTADOS

No. 00024

ONDAS DE PRESIÓN EN UNA COLUMNA DE BURBUJAS

En México, D.F., se presentaron a las 13:00 horas del día 7 del mes de abril del año 2006 en la Unidad Iztapalapa de la Universidad Autónoma Metropolitana, los suscritos miembros del jurado:

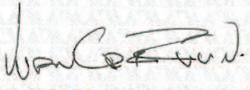
DRA. ELIZABETH MARITZA SALINAS BARRIOS

DR. FLORENCIO SANCHEZ SILVA

M. EN I.B. MERCEDES JATZIRI GAITAN GONZALEZ



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
DIRECCIÓN DE SISTEMAS ESCOLARES



JUAN CARLOS RODRIGUEZ SIERRA
FIRMA DEL ALUMNO

Bajo la Presidencia de la primera y con carácter de Secretaria la última, se reunieron a la presentación de la Idónea Comunicación de Resultados cuya denominación aparece en el presente, para la obtención del grado de:

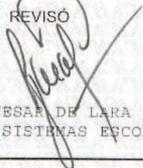
MAESTRO EN CIENCIAS (INGENIERIA QUIMICA)

DE: JUAN CARLOS RODRIGUEZ SIERRA

De acuerdo con el artículo 78 fracción III del Reglamento de Estudios Superiores de la Universidad Autónoma Metropolitana, los miembros del jurado resolvieron:

Aprobar

REVISÓ



LIC. JULIO CESAR DE LARA ISASSI
DIRECTOR DE SISTEMAS ESCOLARES

Acto continuo, la presidenta del jurado comunicó al interesado el resultado de la evaluación y, en caso aprobatorio, le fue tomada la protesta.

DIRECTOR DE LA DIVISIÓN DE CBI



DR. TOMAS VIVEROS GARCÍA

PRESIDENTA



DRA. ELIZABETH MARITZA SALINAS BARRIOS

VOCAL



DR. FLORENCIO SANCHEZ SILVA

SECRETARIA



M. EN I.B. MERCEDES JATZIRI GAITAN GONZALEZ

A Ian y Fabiola

Agradecimientos

Primero ante todo, doy gracias a Dios *Padre Eterno* por permitirme la vida, también agradezco a mi Maestro Jesús y a mi Padre Elías por guiarme en este mundo, después a mis padres y familiares de sangre que me han dado la oportunidad de tener los estudios que me han conducido hasta aquí.

Especiales agradecimientos a mis profesores que fueron fundamentales en este proyecto: mi asesor y amigo el Dr. Alberto Soria López, por el apoyo brindado en esos momentos difíciles, a los miembros del jurado, la Dra. Elizabeth Salinas, la M. en I. Jatziri Gaitán González y al Dr. Florencio Sánchez por el tiempo brindado, sus enseñanzas y asesorías en este proyecto.

Este estudio fue apoyado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) y por la Universidad Autónoma Metropolitana unidad Iztapalapa. Agradeciendo la confianza depositada para la realización de este proyecto.

Agradezco a todas las personas que participaron de manera directa e indirecta en este proyecto, trabajadores de esta universidad, profesores, compañeros, pero sobretodo un sincero agradecimiento a dos grandes amores, mi compañera y esposa Fabiola y mi hijo Ian por su gran comprensión, compañerismo y apoyo en todo momento.

Resumen

Las columnas de burbujas son contactores donde la fase gas se dispersa en la forma de burbujas en la fase líquida continua. Dentro de las columnas de burbujas las fases se distribuyen en una variedad de topologías, llamadas patrones de flujo, dependiendo fundamentalmente de la proporción o volumen relativo de ambas fases.

Los sensores de presión permiten detectar las fluctuaciones de la presión y determinar la rapidez de propagación de las ondas de presión en los diversos patrones de flujo, capturando señales en dos posiciones de la columna. Las señales obtenidas son tratadas como series de tiempo, encontrando sus correlaciones en el dominio del tiempo y de la frecuencia.

Se determina la rapidez de propagación por medio de la función de correlación cruzada. En el dominio de la frecuencia, se encuentran los espectros de potencia cruzada, que presentan un solo pico o varios picos dominantes, de acuerdo al patrón de flujo que les corresponde. Se elaboran mapas experimentales donde están representados los cambios de régimen para cada patrón de flujo.

La propagación de ondas de presión encontradas siguen el comportamiento de los modelos dados por Wallis (1969, Capítulo 6) y por Nguyen et al. (1981). El mejor comportamiento seguido por las mediciones experimentales fue mejor representado por el modelo dado por Wallis (1969, Capítulo 6).

Índice

Dedicatoria	v
Agradecimientos	vii
Resumen	ix
Índice	xi
Índice de Figuras	xiv
Índice de Tablas	xvi
Notación	xix
Introducción	xxiv
I Análisis Teórico	1
1. Estado del arte	2
1.1. Flujo en dos fases	2
1.1.1. Aplicaciones	3
1.1.2. Naturaleza física del flujo en dos fases	4
1.1.3. Patrones de flujo	5
1.1.4. Mapas de patrones de flujo	6
1.2. Hidrodinámica de columnas de burbujeo	8
1.2.1. Dinámica de burbujas	8
1.2.2. Fracción vacía	9
1.2.3. Patrones de flujo en columnas de burbujeo	11

1.2.4.	Mapa de patrones de flujo en columnas de burbujas . . .	12
1.3.	Hidrodinámica en tuberías gas-líquido	12
1.3.1.	Patrones de flujo en tuberías verticales	13
1.3.2.	Mapa de patrones de flujo en tuberías verticales	15
1.3.3.	Mecanismos de transición	16
1.3.4.	Transición de Patrones de Flujo	17
2.	Tratamiento estadístico de series de tiempo	27
2.1.	Ondas	27
2.2.	Propagación de ondas en columnas de burbujeo	29
2.3.	Descripción de ondas por series de tiempo	33
2.4.	Procesamiento estadístico de señales	37
2.5.	Aproximación no-paramétrica	38
2.5.1.	Análisis de señal	38
2.5.2.	Dominio del tiempo	39
2.5.3.	Dominio de la frecuencia	41
II	Técnica Experimental	45
3.	Configuración Experimental	46
3.1.	Sistema Experimental	46
3.1.1.	Columna de Burbujeo	49
3.1.2.	Distribuidor	50
3.1.3.	Instrumentación para la medición de las condiciones de flujo	52
3.2.	Unidad de medición	55
3.2.1.	Sensores de presión	56
3.2.2.	Circuito Electrónico	58
3.3.	Calibración de la unidad de medición	61
3.4.	Sistema de adquisición de datos	62
3.4.1.	Señales de presión	62
3.4.2.	Video de alta velocidad	64
3.5.	Diseño experimental	65
3.5.1.	Introducción	65
3.5.2.	Principios básicos	65
3.5.3.	Selección del diseño experimental	66

4. Métodos de Estimación	69
4.1. Hidrostática	69
4.2. Fracción Volumen	70
4.2.1. Contribución dinámica a la fracción volumen	76
4.3. Corrección de la velocidad superficial	78
4.4. Tratamiento de series de tiempo	80
4.4.1. Filtros	80
4.4.2. Frecuencia de muestreo	81
4.4.3. Resolución en frecuencia	81
4.4.4. Velocidad de propagación en columnas de burbujeo	82
III Resultados	85
5. Resultados y Discusión	86
5.1. Resultados Experimentales	86
5.1.1. Conjuntos de experimentos y sus patrones de flujo	86
5.1.2. Fracción Volumen	88
5.1.3. Caracterización de transiciones en gráficas ε_g vs. U_{GS}	89
5.2. Análisis en el dominio del tiempo	91
5.2.1. Correlación cruzada	93
5.2.2. Rapidez de propagación	95
5.2.3. Precisión de la rapidez de propagación	100
5.3. Análisis en el dominio de la frecuencia	101
6. Conclusiones generales y sugerencias	111
6.1. Conclusiones	111
6.2. Sugerencias para futuros estudios	113
A. Procedimientos en MATLAB	115
A.1. Filtro digital	115
A.2. Estimadores	116
A.2.1. Velocidad de Propagación	118
B. Rutinas en MATLAB	119
B.1. Determinación de ε_G	119
B.2. Rutina para el tratamiento de señales	120

B.2.1. Rutina para Promedio de señales	126
C. Seguridad	130
C.1. Reglas de Seguridad y Medidas de Prevención	130
Bibliografía	133

Índice de figuras

1.1. Secuencia aproximada de patrones de flujo en un evaporador (Wallis, 1969, Capítulo 1).	6
1.2. Patrones de flujo en columnas de burbujeo (Shah et al., 1982).	12
1.3. Dependencia aproximada del el régimen de flujo en columnas de burbujas con la velocidad del gas U_G y el diámetro de la columna D_C (Shah et al., 1982).	13
1.4. Patrones de flujo para tuberías verticales de 5 cm de diámetro (Taitel et al., 1980).	15
1.5. Mapa de patrones de flujo para tuberías de 5 cm de dia., aire-agua a $25^\circ C$, $101.325 kPa$ (Taitel et al., 1980).	16
1.6. Topología del flujo intermitente de Taitel et al. (1980).	23
2.1. Representación de un ensamble de un proceso aleatorio.	34
2.2. Sección de columna entre dos niveles de medición	38
3.1. Instalación Experimental	51
3.2. Arreglo del distribuidor. 256 orificios de 0.8 mm diámetro	52
3.3. Unidad de medición	56
3.4. Dimensiones del sensor de Presión	59
3.5. Diagrama del circuito electrónico	60
3.6. Calibración del Sensor 1	62
3.7. Calibración del Sensor 2	63
3.8. Representación geométrica del diseño de experimentos	67
4.1. Planteamiento esquemático para determinar la fracción volumen	70
4.2. Determinación de la fracción volumen en una región de la columna, con un sistema de referencia para la aplicación de la ecuación de Bernoulli.	74

5.1. Puntos experimentales en un mapa de patrones de flujo, para tubería vertical de 5 cm de diámetro a 21°C y 101.325 <i>kPa</i>	87
5.2. Fracción vacío en puntos experimentales sobre un mapa de patrones de flujo en una tubería vertical de 5 cm de diámetro a 21°C y 101.325 <i>kPa</i>	88
5.3. Identificación de transiciones a $U_{LS} = 0$ m/s.	89
5.4. Identificación de transiciones a $U_{LS} = 0.01$ m/s.	90
5.5. Identificación de transiciones a $U_{LS} = 0.05$ m/s.	91
5.6. Identificación de transiciones a $U_{LS} = 0.1$ m/s.	92
5.7. Mapa Experimental de patrones de flujo en una tubería vertical de 5 cm de diámetro a 21°C y 101.325 <i>kPa</i>	94
5.8. Análisis de datos Experimentales	95
5.9. Esquema de representación del máximo del coeficiente de correlación cruzada	96
5.10. Rapidez de propagación de ondas de presión	99
5.11. Rapidez de propagación promedio para cada punto experimental	100
5.12. Densidad espectral cruzada promedio	102
5.13. Mapa Experimental de espectros en una columna de burbujeo	104
5.14. Espectro representativo de la Región I	105
5.15. Espectro representativo de la Región II	106
5.16. Espectro representativo de la Región III	107
5.17. Espectro representativo de la Región IV	108
5.18. Espectro representativo de la Región V	109
5.19. Espectro representativo de la Región VI	110

Índice de tablas

1.1. Mapas de patrones de flujo para flujo en dos fases gas-líquido en tuberías verticales (Dziubinski et al., 2004).	17
3.1. Especificaciones de flujómetros con escala de 150-mm	53
3.2. Rangos de U_{GS} y sus límites de precisión.	53
3.3. Especificaciones de medidor de flujos altos.	54
3.4. Rangos de U_{LS} y sus límites de precisión.	54
3.5. Especificaciones de sensor de presión 26PCCFH6G	58
3.6. Valores de los niveles del factor U_{GS}	66
3.7. Valores de los niveles del factor U_{LS}	67
3.8. Aleatorización de corridas por bloques	68
4.1. Procesos generadores de las frecuencias características de señales presión (Drahoš et al., 1991)	80
5.1. Zonas de intersección	93
5.2. Velocidades (en m/s) medibles a diferentes frecuencias de muestreo (Hz).	97

Notación

$A =$ Área

$B1 =$ Bomba 1

$b =$ Bloque

$b_r =$ Repetición del bloque

$C_d =$ Coeficiente de fricción

$c =$ Velocidad del sonido

$D =$ Diámetro de la tubería

$d =$ Diámetro de burbuja o gota

$\hat{E}_v =$ Perdidas por fricción

$g =$ Aceleración de la gravedad

$G =$ Transformada de Fourier

$\mathbf{g} =$ Vector gravedad

$fm =$ Frecuencia de muestreo

$f =$ Frecuencia

$h =$ Altura

$\mathbf{I} =$ Tensor identidad

$J =$ Tamaño de ventana

$k =$ Número de experimentos

$K =$ Número crítico de Weber

$K_1 =$ Tamaño del modulo de líquido

$L, l =$ Longitud o retraso

$N =$ Número de tapones o número de datos

$\mathbf{n} =$ Vector normal unitario

$P =$ Presión termodinámica

$p =$ Presión mecánica absoluta

$PM =$ Peso molecular

$\hat{P}_x =$ Estimación por periodograma de la densidad espectral

$\hat{P}_{xy} =$ Estimación por periodograma cruzado de la densidad espectral

$Q =$ Flujo volumétrico

$R =$ Constante de los gases

$R1, R2, R3, R4 =$ Flujómetros

$R_{xx}(\tau) =$ Autocorrelación

$\hat{R}_x[l], =$ Estimación de autocorrelación

$\hat{R}_{xy}[l], =$ Estimación de correlación cruzada

S Entropía

$\hat{S}_x =$ Estimación de la densidad de potencia espectral

$\hat{S}_{xW} =$ Estimación por el método de Welch de la densidad de potencia espectral

$\hat{S}_{xyW} =$ Estimación por el método de Welch de la densidad de potencia espectral cruzada

$T, t =$ Tiempo

$T =$ Temperatura

$\mathbf{T} =$ Tensor total de esfuerzos

$U =$	Velocidad (m/s)
$v =$	Velocidad escalar
$v[n] =$	Ventana normalizada
$\mathbf{v} =$	Vector velocidad del fluido
$\langle \bar{v} \rangle =$	Velocidad promedio
$V_p =$	Velocidad de propagación
$\overline{V_p} =$	Velocidad de propagación promedio
$\hat{W} =$	Trabajo
$x_k(t)$	Función muestra
$x(t)$	Ensamble
$x(t), y(t) =$	Proceso aleatorio
$x[n]$	Muestras del proceso aleatorio
$X[t] =$	Fluctuación de la variable aleatoria

Griegas

ε_G	Fracción vacío
$\varepsilon_G^T =$	Fracción vacío de transición
ε_L	Fracción de líquido
ε_{LS}	Fracción de líquido promedio
$\rho =$	Densidad
$\sigma =$	Tensión superficial
$\mu =$	Viscosidad
$\mu_x(t) =$	Media

$\tau =$	retardo o tiempo de tránsito
$\boldsymbol{\tau} =$	Tensor de esfuerzos viscosos
$\hat{\Gamma}_{xy} =$	Función empírica de coherencia
$\hat{\phi} =$	Función empírica de la fase
$\rho_{xy} =$	Coefficiente de correlación cruzada

Subíndices

$GS =$	Flujo superficial de gas solo en tuberías
$LS =$	Flujo superficial de líquido solo en tuberías
$G =$	Gas
$L =$	Líquido
$M =$	Mezcla de líquido y gas
$c =$	Columna
$0 =$	Elevación libre
$s =$	Tapón o bala
$f =$	Película descendente alrededor de la burbuja
$d =$	Dinámica
$E =$	Entrada
$T_b =$	Burbuja de Taylor
$av =$	Promedio
$v, vS =$	dinámica

Símbolos Matemáticos

$\nabla =$ Operador nabra

$\Delta t =$ Retardo

Números Adimensionales

$$Fr = \frac{U_M}{\sqrt{gD}}$$

$$Ma = \frac{V_p}{c}$$

Introducción

Sistemas multifásicos

Los sistemas multifásicos se clasifican convenientemente en función del número total de componentes. Estos sistemas pueden estar compuestos de dos o tres estados de la materia, llamados también fases. Una fase es una región homogénea de la materia. Un gas o mezcla de gases, un líquido o una solución líquida y un cristal sólido son ejemplos de fases. No es necesario que la fase sea continua; ejemplos de fases discontinuas son: un gas disperso en la forma de burbujas dentro de un líquido, conocido como sistema gas-líquido, un líquido disperso como gotas en otro líquido que no es miscible, conocido como sistema líquido-líquido, un sólido cristalino disperso en un gas, conocido como sistema gas-sólido, un sólido cristalino disperso en un líquido, conocido como sistema líquido-sólido. En cada caso, la fase dispersa está distribuida en una fase continua. En la frontera entre fases siempre ocurre un cambio abrupto en las propiedades. El flujo simultáneo de las fases en un sistema es conocido como flujo multifásico.

Una gran cantidad de procesos industriales involucran una secuencia de

diferentes patrones de flujo en dos fases. Procesos tales como la generación de energía, refrigeración y destilación dependen de los ciclos de evaporación y condensación. La maquilación, manufactura del papel y procesamiento de los alimentos dependen del funcionamiento apropiado de los dispositivos multifásicos. El estudio de esta tesis está enfocado al sistema multifásico gas-líquido.

Ondas en sistemas multifásicos

Las ondas se originan cuando cierta parte del medio se desplaza de su posición de equilibrio. Debido a las propiedades elásticas del medio, la perturbación se propaga a través de éste; en otras palabras, una onda es una perturbación física en un medio elástico.

En el campo de flujo en dos fases, dos tipos de ondas se observan y se estudian:

Ondas de fracción vacío Estas son ondas cinemáticas, también llamadas ondas del continuo (Wallis, 1969, Capítulo 6). Estas existen cuando las dos fases presentes son comprensibles o incompresibles. Estas ondas han sido relativamente poco estudiadas (Micaelli, 1982).

Ondas de presión Estas están esencialmente vinculadas con la compresibilidad de mezcla de las dos fases (Micaelli, 1982).

Columnas de burbujeo

Las columnas de burbujeo son reactores de construcción simple, de geometría cilíndrica, en donde un gas o una mezcla de gases son distribuidos en la parte inferior de la columna, la fase gas asciende de forma dispersa en burbujas, el líquido es la fase continua y puede ser alimentado por lotes o de forma continua. Las columnas de burbujas son grandes contactores de fases. Estas pueden ser de etapa simple o multi-etapa y puede operar a flujo paralelo o contracorriente. Las columnas de burbujas son utilizadas en una amplia variedad de procesos (Shah et al., 1982) tales como fermentación, hidrogenación, oxidación, síntesis de Fischer-Tropsch, etc.

La principal ventaja de usar columnas de burbujeo comparadas con otros contactores de fases son (Shah et al., 1982; Deckwer y Schumpe, 1993):

1. Poco mantenimiento debido a la ausencia de partes móviles.
2. Valores altos de área interfacial efectiva y pueden ser obtenidos coeficientes globales de masa.
3. Altas tasas de transferencia de masa por unidad de volumen.
4. Bajo costo y poco espacio de montaje.
5. Pueden ser llevadas a cabo reacciones lentas por el alto tiempo de residencia del líquido.

Dentro de las columnas de burbujas están consideradas las tuberías con flujo en dos fases, la diferencia entre las columnas de burbujas y las tuberías

con flujo en dos fases son los tipos de patrones de flujo que pueden acontecer, esto es debido a las interacciones de las fases con la pared. Básicamente son aceptados cuatro patrones de flujo: burbuja, intermitente, batido y anular.

Las tuberías con flujo en dos fases gas-líquido son utilizadas en la industria para el transporte de productos; por ejemplo en la industria petrolera y la industria petroquímica. Estas tuberías pueden ser colocadas de manera horizontal, vertical o inclinadas.

Son muchas las áreas en donde se promueve el desarrollo de la investigación teórica y experimental acerca de flujo en dos fases en tuberías, por ejemplo la ingeniería nuclear y la ingeniería química. Modelos para la predicción de patrones de flujo, estabilidad de los modelos, caídas de presión y ondas son algunos de los estudios más importantes que se realizan en tuberías con flujo en dos fases.

Planteamiento del problema

En las columnas de burbujas, para un sistema gas-líquido, las fases pueden distribuirse en una variedad de patrones de flujo, los cuales pueden indicar las interacciones entre las dos fases. Estos comportamientos son de gran importancia para la modelación y diseño de la columna de burbujeo. Un parámetro muy importante, para describir los patrones de flujo y algunos de los procesos, es la fracción vacío.

Se ha encontrado que el comportamiento de flujos en dos fases tienen oscilaciones naturales; en otras palabras, el sistema produce ondas. Las ondas generadas son características para cada patrón de flujo, por lo tanto, hay una relación importante entre las ondas, el modelado y el diseño de la columna de burbujeo. En esta tesis se realizará un análisis sobre el comportamiento de estas ondas por medio de sensores de presión.

Antecedentes

El fenómeno de propagación juega un papel importante en el comportamiento de flujo dos fases. El concepto de ondas cinemáticas en relación al modelado matemático fue aplicado por Wallis (1969, Capítulo 6). Varios autores han trabajado en la propagación de ondas de fracción vacío, por ejemplo Micaelli (1982) realizó experimentos en una columna vertical de sección transversal cuadrada, tratando ondas de presión y ondas de fracción vacío, Bernier (1982) trabajó con una tubería de sección transversal circular, observando la propagación de las ondas de fracción vacío, Jabardo y Bouré (1989) trabajó del mismo modo usando la misma geometría de tubería combinando video de alta velocidad. Soria (1991) trabajo en columnas de burbujeo y lechos fluidizados de tres-fases. Estos autores fueron capaces de investigar la transición entre los patrones de flujo burbuja y flujo intermitente y su relación con las ondas de fracción vacío por medio de impedancia eléctrica.

Por otro lado, investigadores como Drahoš y Čermák (1989), Drahoš et al. (1991), Letzel et al. (1997), Vial et al. (2000) han estudia-

do las transiciones entre patrones de flujo midiendo fluctuaciones de presión. Costigan y Whalley (1997a) y Legius et al. (1997) estudiaron la velocidad de propagación de la onda de presión por medio de señales de presión.

Objetivo de la tesis

Determinar la rapidez de propagación de las ondas de presión en diversas condiciones de flujo, en sus modalidades de burbujas pequeñas uniformemente distribuidas, burbujas de Taylor-burbujas pequeñas y la transición hacia el flujo intermitente y flujo batido en una tubería vertical de 5 cm de diámetro.

Metodología

La experimentación se realiza en una columna de acrílico transparente diseñada en forma modular, con diámetro interno de 5 cm y una altura de 6 m. En la parte media de la columna se encuentra la unidad de medición, la cual tiene un par de sensores de presión miniatura colocados sobre la pared de la tubería, la separación entre sensores es de 0.1 m. Se usa una cámara de alta velocidad con grabación de 60 cuadros por segundo. Agua de grifo y aire de servicio a 21C y 101.325 *kPa*. son usados en el sistema.

Las señales de presión son muestreadas a una frecuencia de 1000, 2000, 5000 Hz con 10000, 20000, 50000 datos respectivamente. Las señales son procesadas usando MATLAB, con este software podemos filtrar, analizar el dominio del tiempo y el dominio de la frecuencia.

Estructura de la tesis

El siguiente listado da una breve descripción de cada capítulo de esta tesis:

Parte I Análisis Teórico

Capítulo 1 muestra una revisión sobre el estudio de las columnas de burbujeo.

Capítulo 2 da una revisión sobre ondas en sistemas multifásicos y su análisis en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia.

Parte II Técnica Experimental

Capítulo 3 describe el sistema experimental.

Capítulo 4 describe los métodos de estimación para la fracción vacío y la velocidad de propagación de la onda de presión.

Parte III Resultados

Capítulo 5 se discuten los resultados obtenidos.

Capítulo 6 se dan las conclusiones generales y las sugerencias para trabajos futuros.

Apéndice A se describen todos los comandos usados en el software de MatLab.

Apéndice B se proporciona todas las rutinas hechas en MatLab para el tratamiento de señales de presión.

Apéndice C se dan las reglas de seguridad y medidas de prevención en el are de trabajo.

Parte I

Análisis Teórico

Capítulo 1

Estado del arte

Es muy importante conocer a fondo el sistema que se está estudiando. En este capítulo se trata la descripción cualitativa de columnas de burbujeo, así como también de tuberías con flujo en dos fases. Se pone énfasis en las subsecuentes secciones para la comprensión del sistema en estudio.

1.1. Flujo en dos fases

Una *fase* es simplemente un estado de la materia, esta puede ser gas, líquido o sólido. El flujo en dos fases es simplemente el flujo simultáneo de las dos fases. El flujo en dos fases está presente en un amplio rango de aplicaciones industriales; por ejemplo, la mayoría de los intercambiadores de calor industriales involucran el flujo en dos fases.

1.1.1. Aplicaciones

Es beneficioso mencionar aquí algunas aplicaciones de las diferentes formas en las que se presenta el flujo en dos fases:

Sistema gas-líquido Este sistema involucra flujo simultáneo de gas y líquido; se encuentra en una amplia variedad de procesos tales como el químico, petrolero y otros relacionados con la industria. Aquí, el problema existente está sobre el transporte de la mezcla gas-líquido en tuberías y también está en el diseño de equipo tal como boilers, condensadores, torres de destilación y torres de absorción.

Sistema gas-sólido El flujo de sólidos suspendidos en tuberías es importante en sistemas de combustión y transporte neumático. Los lechos fluidizados son unos de los más importantes, particularmente para la combustión de sólidos combustibles.

Sistema líquido-líquido Este sistema encuentra aplicación en la preparación y flujo de emulsiones y en la transferencia de masa por extracción líquido-líquido.

Flujo líquido-sólido Este tipo de flujo es encontrado en el transporte hidráulico de materiales sólidos y en sistemas líquido-sólido que son de gran importancia en una amplia variedad de procesos de extracción metalúrgica.

Podemos observar en este breve listado, el flujo en dos fases no es estrictamente restringido a sistemas en un sólo conducto de flujo, pero también se

incluye una amplia variedad de alternativas geométricas tales como tanques agitados, la coraza de los intercambiadores de calor, lechos empacados, etc.

1.1.2. Naturaleza física del flujo en dos fases

Para los flujos gas-líquido y líquido-líquido, la principal complicación característica es la existencia de la interfase deformable, cuya forma y distribución son de importancia crítica en la determinación de las características del flujo. En el caso de los sistemas líquido-sólido y gas-sólido, las interfases no son deformables, pero sus flujos son complejos, mientras que la distribución de la fase sólida dentro de una fase continua es generalmente desconocida así como también los detalles de las interacciones locales en las fases.

En los conductos de flujo, las interacciones específicas de las respectivas fases en las paredes de estos conductos, son de considerable importancia en el patrón de flujo gobernante y la distribución de la fase. En los flujos gas-líquido y líquido-líquido, la presencia de agentes superficiales (por ejemplo la rugosidad en la tubería) frecuentemente puede afectar de manera crítica el comportamiento del flujo.

Afortunadamente, para flujos con interfase deformable, los efectos de tensión superficial son la causa de una tendencia hacia la formación de interfases curvas que, para pequeñas burbujas y gotas, conducen a formas elementales en la fase discontinua, siendo aproximadamente esféricas. Esto, combinado con otros factores, conduce a la posibilidad de una categorización del flujo natural de ambas fases que son comúnmente llamados “patrones de flujo” o

“régimen de flujo” (Hewitt, 1978).

1.1.3. Patrones de flujo

En la sección anterior se describe cómo se forman los patrones de flujo. El papel que juega un patrón de flujo es el describir el arreglo morfológico ¹ del flujo de las fases.

El patrón de flujo es frecuentemente observado de manera visual o fotográfica pero, no es adecuado para definir completamente un régimen por los criterios de distinción, tal como la diferencia entre flujo laminar y flujo turbulento o la importancia relativa de varias fuerzas. Para mantener una terminología manejable, se restringe de manera simple la clasificación de los patrones de flujo (por ejemplo burbuja, intermitente, anular). Los patrones híbridos usualmente representan una región de transición de un patrón a otro, son denotados por la unión de un guión (por ejemplo intermitente–anular y anular-neblina). Algunos sinónimos (por ejemplo “goteo” o “llovizna” en lugar de neblina) pueden ser usados cuando hay repetición de una simple palabra y ésta llega a ser monótona.

Un ejemplo de la complejidad del flujo en dos fases lo podemos ver en la Figura 1.1 , la cual muestra una secuencia de los patrones de flujo que ocurren en un evaporador.

¹La morfología es el estudio de las formas.

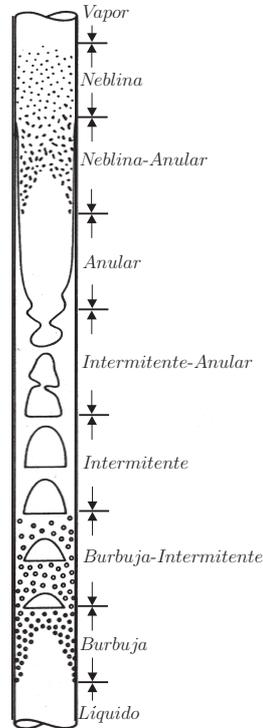


Figura 1.1: Secuencia aproximada de patrones de flujo en un evaporador (Wallis, 1969, Capítulo 1).

1.1.4. Mapas de patrones de flujo

Numerosos autores han presentado mapas de patrones de flujo; estos mapas muestran las diferentes áreas o regiones en las cuales se desarrolla un patrón de flujo. Es importante saber que estos mapas son determinados de forma experimental. Estos gráficos están representados con dos coordenadas independientes. Una amplia variedad de sistemas coordenados se han usado

para este mapeo, incluyendo grupos adimensionales y dimensionales, donde el investigador selecciona su grupo principalmente por aplicación a estudiar.

Se han sugerido mapas basados en coordenadas adimensionales, con la idea que cuando estos sean trazados, el experimento basado en las transiciones pueda ser válido en otras condiciones, tales como el tamaño de la tubería y las propiedades de los fluidos (Spedding y Nguyen, 1980).

Por supuesto, el problema central sobre el uso de coordenadas adimensionales es la adecuada selección de todos los grupos disponibles. Una manera de obtener estos grupos adimensionales es por medio de un análisis dimensional. Aún que este método es basado sobre suposiciones de los grupos más importantes, la influencia de los demás restantes comienza a considerarse insignificantes. Por lo tanto, no hay certeza de que algún conjunto de dos grupos adimensionales caracterizará todas las transiciones (Rohuani y Shoal, 1983).

Por otro lado, las coordenadas dimensionales pueden ser velocidades superficiales de ambas fases, flux de momento superficial, etc. Dando cualquier tamaño de tubería (Shah et al., 1982) y conjunto de propiedades de los fluidos, estas coordenadas determinaran el patrón de flujo, pero no hay razón para esperar que la localización de algún patrón, dentro del mapa, se mantenga igual al cambiar las variables con las cuales se ha trazado (por ejemplo temperatura).

1.2. Hidrodinámica de columnas de burbujeo

Muchos tipos de contactores de gas-líquido y reactores son ampliamente usados en la industria química. Una de las geometrías preferidas y más usada en la industria es la cilíndrica, tal como la columna vertical. El reactor de columna de burbujas de gas-líquido, así como gas-líquido-sólido, es utilizado extensamente en la industria. Este reactor se prefiere por tener varias ventajas con respecto a otros: es simple de operar, es de bajo costo de operación y tiene la facilidad con que el tiempo de residencia del líquido puede ser variado (Shah et al., 1982).

1.2.1. Dinámica de burbujas

El tamaño, la distribución de tamaño, la velocidad de ascenso y los perfiles de velocidad de las burbujas tienen un soporte directo en el funcionamiento eficaz de la columna de burbujas (Shah et al., 1982).

Son muchos los métodos disponibles para determinar el tamaño de burbuja, tanto experimentales (Vazquez et al., 2005) como teóricos (Shah et al., 1982). Las técnicas fotográficas son ampliamente usadas por su simplicidad. Otros métodos ópticos involucran dispersión, refracción y depolarización de luz. En las pasadas décadas, varias pruebas tales como la óptica, la acústica y la eléctrica han sido desarrolladas para determinar el tamaño de la burbuja (Shah et al., 1982; Vazquez et al., 2005).

La coalescencia es un fenómeno muy complejo. La coalescencia entre bur-

bujas puede durar más que cierto tiempo crítico necesario para drenar la película de líquido que separa la interacción de las burbujas. La coalescencia y la ruptura son procesos competitivos dado que modifican la distribución del tamaño de burbuja. Una dinámica de equilibrio en ambos procesos es algunas veces propuesto como la causa final, equilibrio o máxima estabilidad del tamaño de burbuja (Soria, 1991).

La coalescencia es significativamente influenciada por las propiedades físicas del líquido. El rompimiento de burbujas es debido a disturbios en la interfase causadas por factores externos, principalmente las fuerzas turbulentas en el líquido. En sistemas con baja viscosidad de líquido es observado rompimiento de burbujas (Shah et al., 1982).

1.2.2. Fracción vacía

La “Fracción vacía” es uno de los parámetros más importantes y característicos de la hidrodinámica de columnas de burbujas. La “Fracción vacía”² puede ser definida como el porcentaje en volumen de gas en mezclas de dos o tres fases en la columna, en otras palabras, la fracción vacía se define como la suma de los volúmenes de todas las burbujas entre el volumen total de la columna. La fracción vacía tiene dos aplicaciones dobles, por un lado, en sistemas de dos fases da la fracción volumen de gas presente en el reactor, por otro lado, la fracción vacía junto con el conociendo del diámetro de burbuja, permite la determinación del área interfacial. También permite predecir las transiciones de los diferentes patrones de flujo así como la cantidad exacta

²También es llamada *gas holdup* o *void fraction*.

de gas necesaria para algún proceso determinado. La fracción vacía depende principalmente de la velocidad superficial de gas y a menudo es muy sensible en las propiedades físicas del líquido (Shah et al., 1982).

Existen muchos métodos para medir la fracción vacía en columnas verticales de burbujeo. Estos métodos los podemos dividir en dos tipos (Wang et al., 1988):

1. **Observación Directa:** Los métodos de observación directa son todos aquellos en los cuales estamos observando de una manera directa el parámetro o variable que se desea medir, estos a su vez se dividen en dos: medición local y medición global.
 - Local: Sonda de impedancia eléctrica, Electroresistividad (Galaup, 1976) y Fibra óptica (Galaup, 1976).
 - Global: Visualización, Fotografía de alta velocidad, Cierre rápido de válvulas (Ma et al., 1991).
2. **Observación Indirecta:** Este método se basa usualmente en un análisis estadístico de las fluctuaciones características de los patrones en los sistemas de dos fases (Drahoš y Čermák, 1989).³ Tomografía de impedancia eléctrica (George et al., 2000, 2001), Tomografía de densitometría por rayos gama (γ) (George et al., 2000, 2001), Impedancia eléctrica (Watson y Hewitt, 1999; Wang et al., 1988, 1991) (Soria, 1991; Costigan y Whalley, 1997b; Cheng et al., 2002),

³Las herramientas analíticas incluyen la autocorrelación, la densidad de potencia espectral (PSD), la correlación cruzada, etc.

Rayos-X, Ultrasonido, Presión diferencial (Ma et al., 1991), Señales de presión (Letzel et al., 1997; Drahoš y Čermák, 1989).

de esta clasificación generalmente se prefiere la observación directa.

1.2.3. Patrones de flujo en columnas de burbujeo

La hidrodinámica en columnas de burbujas, el transporte y las propiedades de mezclado tales como caída de presión, retención de las distintas fases, áreas interfaciales y coeficientes de transferencia de calor y masa, dependen en gran manera del régimen de flujo predominante.

Estos regímenes de flujo ocurren en orden creciente de la tasa de flujo de gas y del diámetro de columna (Deckwer y Schumpe, 1993):

1. Flujo Burbuja: Este régimen es característico por tener uniformidad en el tamaño de burbuja con igual distribución radial.
2. Revuelto Turbulento o Régimen Heterogéneo: A altas velocidades de gas la dispersión homogénea no puede ser mantenida y un flujo inestable ocurre. Este patrón de flujo es característico por su heterogeneidad en la cual se encuentran burbujas grandes moviéndose con alta velocidad en presencia de burbujas pequeñas. Estas burbujas toman la forma de un casquete esférico muy móvil y una interfase flexible.
3. Flujo Intermitente⁴: A diámetros pequeños de columna y altos flujos de gas, las burbujas grandes pueden ser estabilizadas por efecto de la

⁴También referido como pistón o tapón.

pared y formar burbujas pistón. Estas burbujas pueden ser observadas en columnas con un diámetro menor a 0.15 m.

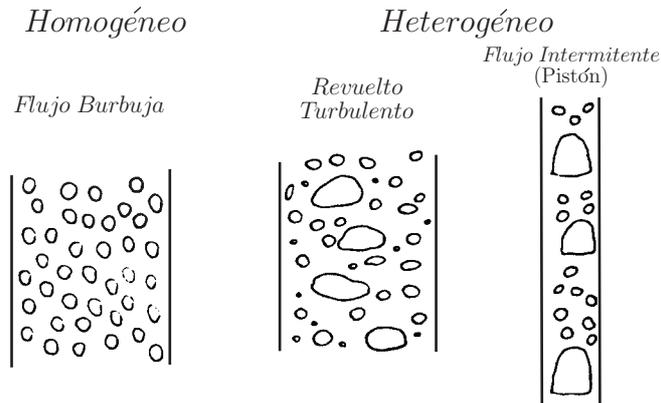


Figura 1.2: Patrones de flujo en columnas de burbujeo (Shah et al., 1982).

1.2.4. Mapa de patrones de flujo en columnas de burbujas

La dependencia de los regímenes de flujo con el diámetro de columna y la velocidad de gas puede ser estimada aproximadamente por la Figura 1.3.

1.3. Hidrodinámica en tuberías gas-líquido

Cuando se mezclan flujos de gas y líquido en un conducto, las dos fases pueden distribuirse en una variedad de patrones (Taitel et al., 1980), donde la fase continua es el líquido y el gas es la fase discontinua. Los diferentes patrones de flujo son observados dependiendo de las tasas de flujo, si son a

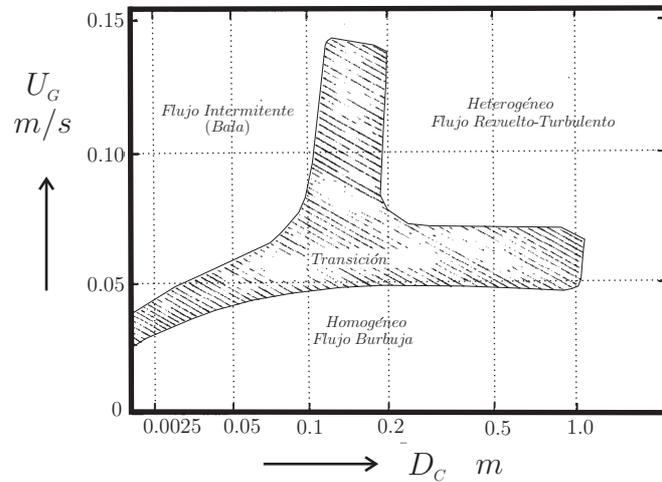


Figura 1.3: Dependencia aproximada del el régimen de flujo en columnas de burbujas con la velocidad del gas U_G y el diámetro de la columna D_C (Shah et al., 1982).

contracorriente o concurrente, por las propiedades de la tubería (por ejemplo posición de ángulo y tamaño) y por las propiedades físicas de los fluidos (viscosidad, densidad, tensión superficial, etc.) (Shah et al., 1982; Hewitt, 1978; Hewitt et al., 1986).

1.3.1. Patrones de flujo en tuberías verticales

Básicamente, se aceptan cuatro tipos de patrones de flujo para sistemas multifásicos gas-líquido en tuberías verticales (ver Figura 1.4): flujo burbuja, flujo intermitente, flujo batido y flujo anular (Taitel et al., 1980; Delhaye, 1983; Hewitt, 1978; Hewitt et al., 1986):

Flujo Burbuja En el flujo burbuja la fase gas es más o menos uniforme en

forma de burbujas discretas en la fase continua líquida.

Flujo Intermitente En el patrón de flujo intermitente, los dos fluidos se redistribuyen axialmente de manera que, en cualquier sección transversal, las tasas de flujo varían con el tiempo. El flujo de gas se convierte en “Burbujas de Taylor” estas burbujas son largas con la forma de bala con un diámetro casi igual al diámetro de la tubería. Estas ascienden uniformemente y son separadas por tapones de líquido conteniendo pequeñas burbujas. Entre la burbuja de Taylor y la pared de la tubería, el líquido desciende en forma de una película delgada.

Flujo Batido El flujo batido es algo similar al flujo intermitente, siendo mucho más caótico, espumoso y desordenado. La burbuja de Taylor se comienza a reducir y su forma es destruida. El tapón de líquido que separa a las burbujas de Taylor es repetidamente deformado por una alta concentración de gas, reduciendo la separación. Este líquido se acumula formando un puente y además es elevado por el gas. La característica del flujo batido es que el líquido es oscilatorio o la dirección de su movimiento es alternativo, es decir, ascendente y descendente.

Flujo Anular Se caracteriza por la continuidad en la dirección axial de la fase gas a lo largo del centro de la tubería. La fase líquida asciende en parte como película ondulada y parcialmente ingresa por el centro en forma de gotas.

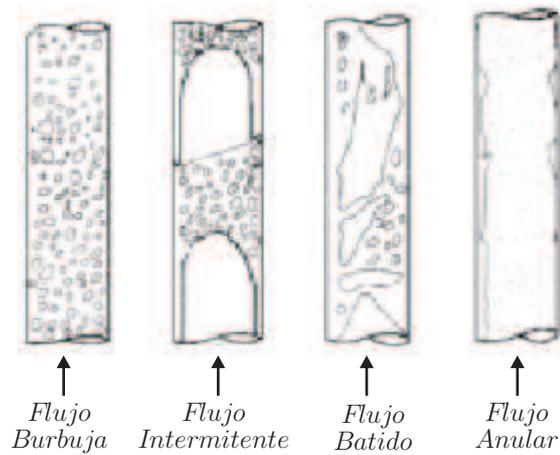


Figura 1.4: Patrones de flujo para tuberías verticales de 5 cm de diámetro (Taitel et al., 1980).

1.3.2. Mapa de patrones de flujo en tuberías verticales

En la sección 1.1.4 se mencionó la importancia de los mapas de flujo. Existe una amplia variedad de mapas de patrones de flujo para tuberías verticales y horizontales en la literatura (Hewitt, 1978; Hewitt et al., 1986). Es importante comprender que estos mapas proponen los límites de transición en un sistema de dos coordenadas dimensionales o adimensionales y son determinados de forma experimental (Taitel et al., 1980). La Figura 1.5 está referida a tuberías verticales a condiciones de $25^{\circ}C$ y 101.325 kPa.

En la tabla 1.1 se muestran algunos de los autores que han trabajado sobre mapas de patrones de flujo en tuberías verticales y las diferentes coordenadas que han utilizado:

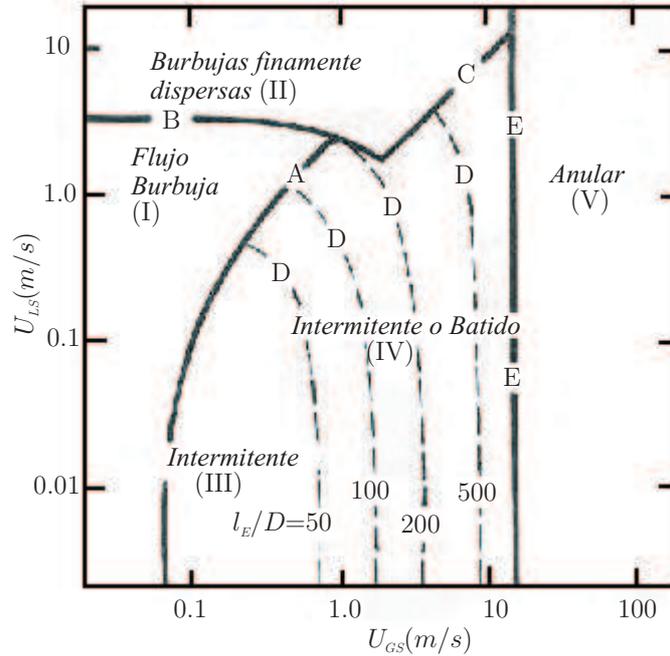


Figura 1.5: Mapa de patrones de flujo para tuberías de 5 cm de dia., aire-agua a 25°C, 101.325 kPa (Taitel et al., 1980).

1.3.3. Mecanismos de transición

Los cuatro patrones de flujo que pueden observarse en tuberías verticales se han discutido e ilustrado en la sección 1.3.1 mencionando algunos de los mapas para predecir estas transiciones, los cuales son basados en la experimentación (Ver Tabla 1.1); algunos de estos mapas involucran algunas ideas basadas en la geometría del sistema. Para predecir las condiciones bajo las cuales la transición de flujo toma lugar, es necesario entender los mecanismos físicos sobre los cuales ocurre la transición. De esta manera la influencia de

Tabla 1.1: Mapas de patrones de flujo para flujo en dos fases gas-líquido en tuberías verticales (Dziubinski et al., 2004).

Autor	Año	Coordenadas	
		x	y
Govier et al.	1957	$\frac{U_{GS}}{U_{LS}}$	U_L
Griffith and Wallis	1961	U_M	ε_L
Hewill and Roberts	1969	$\rho_L U_{LS}^2$	$\rho_G U_{GS}^2$
Golan and Stenning	1969–1970	U_{GS}	U_{LS}
Oshinowo and Charles	1974	Fr $\left. \begin{array}{l} \frac{\mu_L/\mu_{H_2O}}{\sqrt{\rho_L/\rho_{H_2O} \cdot (\sigma_L/\sigma_{H_2O})^3}} \end{array} \right)$	$\sqrt{\frac{U_{GS}}{U_{LS}}}$
Taitel et al.	1980	U_{GS}	U_{LS}
Speedding and Ngyuen	1980	$\frac{U_{LS}}{U_{GS}}$	$\frac{U_L^2}{g \cdot d}$
Barnea et al.	1982	U_{GS}	U_{LS}
Spisak	1986	$\frac{U_{GS}}{U_{LS}} \cdot \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_{air}} \cdot \frac{\rho_{H_2O}}{\rho_L}}$	$U_{LS} \cdot \sqrt{\frac{\rho_L}{\rho_L}}$
Ulbrich	1989	$\frac{U_{GS}}{U_{LS}} \cdot \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_{air}} \cdot \frac{\rho_{H_2O}}{\rho_L}}$	$U_{LS} \cdot \sqrt{\frac{\rho_L}{\rho_L}}$

las propiedades del fluido y tamaño de la tubería (así como las velocidades de flujo) pueden ser consideradas en las ecuaciones resultantes.

1.3.4. Transición de Patrones de Flujo

Transición Burbuja-Intermitente

El flujo burbuja se caracteriza por un arreglo de pequeñas burbujas moviéndose en zig-zag y ocasionalmente la aparición pequeñas burbujas de Taylor. Las burbujas de Taylor aún no son tan grandes como para ocupar la sección transversal de la tubería y causar el flujo intermitente.

Con un incremento en la velocidad superficial de gas ($U_{GS} > 0.05$ m/s) y con una velocidad superficial líquido baja ($U_{LS} \approx 0.01$ m/s) como lo pode-

mos ver en la Figura 1.5, la densidad de las burbujas aumenta y se alcanza un punto en el cual las burbujas dispersas llegan a estar más próximas, lo cual resulta en muchas colisiones y la tasa de aglomeración de burbujas grandes aumenta grandemente; esto resulta en una transición a flujo intermitente.

Experimentos sugieren que la fracción vacío la cual se da la transición está entre 0.25-0.30 (Taitel et al., 1980).

Datos publicados concuerdan en que la fracción vacío en flujo turbulento raramente excede 0.35, mientras que para la fracción vacío menor a 0.20 la coalescencia es observada raramente (Taitel et al., 1980). Así, a velocidades de líquido suficientemente bajas de manera que el rompimiento de burbujas debido a la turbulencia sea pequeña, el criterio para la transición de flujo burbuja a flujo intermitente es que la fracción vacío alcance el valor de 0.25.

Si las burbujas de gas se elevan a una velocidad U_G , esta velocidad se relaciona con la velocidad superficial del gas por la siguiente expresión:

$$U_G = \frac{U_{GS}}{\varepsilon_G} \quad (1.3.1)$$

donde ε_G es la fracción vacío ($\varepsilon_G = 1 - \varepsilon_L$) y U_{GS} es la velocidad superficial del gas. Además, la velocidad promedio del líquido esta dada términos de la velocidad superficial del líquido como:

$$U_L = \frac{U_{LS}}{\varepsilon_L} = \frac{U_{LS}}{1 - \varepsilon_G} \quad (1.3.2)$$

donde ε_L es la fracción volumen de líquido y U_{LS} es la velocidad superficial

del líquido. Designando U_0 como la velocidad de elevación de las burbujas de gas relativas a la velocidad promedio de líquido $U_0 = U_G - U_L$, las ecuaciones (1.3.1) y (1.3.2) dan:

$$U_{LS} = U_{GS} \frac{1 - \varepsilon_G}{\varepsilon_G} - (1 - \varepsilon_G)U_0 \quad (1.3.3)$$

En este simple modelo, la variación radial de la velocidad local es ignorada, suponiendo iguales a U_G y U_L para la velocidad promedio del líquido.

La relación sugerida por Harmathy (1960) para la velocidad de elevación U_0 , ha demostrado ser insensible al tamaño de la burbuja y está dada por la ecuación:

$$U_0 = 1.53 \left[\frac{g(\rho_L - \rho_G)\sigma}{\rho_L^2} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (1.3.4)$$

Sustituyendo la ecuación (1.3.4) en la (1.3.3) y considerando que la transición a flujo intermitente ocurre cuando $\varepsilon_G = \varepsilon_G^T = 0.25$, se obtiene una ecuación que caracteriza esta transición⁵:

$$U_{LS} = 3.0U_{GS} - 1.15 \left[\frac{g(\rho_L - \rho_G)\sigma}{\rho_L^2} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (1.3.5)$$

Este mecanismo es válido únicamente cuando el flujo de líquido es bajo ($U_{LS} \approx 0.01$ m/s) donde las fuerzas de dispersión no son dominantes. Una vez que las propiedades físicas de los fluidos son designadas, la curva de transición teórica puede ser graficada en coordenadas U_{LS} versus U_{GS} . Esta curva es designada con la letra *A* en la Figura (1.5).

⁵ ε_G^T es considerada como la fracción vacío en la transición.

Transición Intermitente-Batido

El patrón de flujo intermitente se desarrolla a partir de un patrón de flujo burbuja cuando se incrementa la velocidad superficial del gas a tal magnitud que esta fuerza vuelve a las burbujas paquetes estrechos que coalescen, formando burbujas del tipo "Taylor" que, si el proceso de coalescencia continua, pueden llegar a ocupar gran parte de la sección transversal de la tubería y son axialmente separadas por un tapón de líquido en el cual se hallan pequeñas burbujas dispersas. El líquido confinado entre la burbuja y la pared de la tubería fluye alrededor de la burbuja como una película descendente, que vuelve a ascender cuando interactúa con el puente de líquido.

Como la velocidad de flujo del gas se incrementa más, la transición a flujo batido ocurre, aunque es difícil poder identificar con exactitud la transición de flujo intermitente a flujo batido. Algunos identifican el flujo batido con base al frente que aparece dentro de región de gas y algunos investigadores describen al patrón como espumoso. Otros investigadores asocian al flujo revuelto con la inestabilidad de la película de líquido adyacente a la burbuja de Taylor. En el flujo intermitente, el líquido entre dos burbujas Taylor se mueve con velocidad constante; tanto el frente como la cola también tienen una velocidad constante. En el flujo batido, el tapón de líquido es demasiado pequeño para mantener estable el puente de líquido entre las dos burbujas de Taylor consecutivas.

La película descendente del líquido alrededor de la burbuja penetra profundamente en el interior del tapón de líquido creando una mezcla sumamente

aireada cerca del punto en donde el tapón se desintegra y resulta una forma muy caótica. El líquido reacumulado en el siguiente nivel inferior, es continuamente reestablecido y luego el tapón continúa ascendiendo. Así, sólo se observan movimientos oscilatorios del líquido, éste es entonces considerado como la identificación característica del flujo batido. Se han propuesto varios mecanismos para la transición a flujo batido.

La Figura (1.6) muestra los parámetros que son usados para modelar el flujo intermitente. Las burbujas de Taylor ascienden consecutivamente en la tubería vertical con una velocidad designada por U_G . Las burbujas son separadas por regiones de líquido conteniendo pequeñas burbujas, región etiquetada como l_s . El líquido entre las burbujas de Taylor se mueve ascendentemente a una velocidad promedio U_L . La cavidad de la burbuja se encuentra a una presión aproximadamente constante y la película de líquido adyacente desciende como una película libre con una velocidad U_f . Mientras el patrón de flujo intermitente se desarrolla cuando $\varepsilon_G^T = 0.25$ (Taitel et al., 1980), el tapón de líquido entre las burbujas de Taylor se supone que contiene pequeñas burbujas con la misma fracción vacío.

La velocidad de la burbuja de Taylor está dada por la relación Nicklin et al. (1962):

$$U_G = 1.2U_L + 0.35\sqrt{gD} \quad (1.3.6)$$

La velocidad volumétrica total, Q , es constante a través de cualquier sección

transversal, por lo tanto:

$$Q = U_M A = U_L A(1 - \varepsilon_G^T) + U_G A \varepsilon_G^T = (U_{GS} + U_{LS}) A \quad (1.3.7)$$

donde U_M es la velocidad de la mezcla y A es el área de sección transversal. La velocidad de la burbuja de Taylor puede ser resuelta directamente eliminando U_L entre las ecuaciones (1.3.6) y (1.3.7) llegando a:

$$U_G = \frac{1.2 \frac{U_M}{1 - \varepsilon_G^T} + 0.35 \sqrt{gD}}{1 + 1.2 \frac{\varepsilon_G^T}{1 - \varepsilon_G^T}} \quad (1.3.8)$$

Usando la ecuación (1.3.7) la velocidad del líquido es igual

$$U_L = \frac{U_M - U_G \varepsilon_G^T}{1 - \varepsilon_G^T} \quad (1.3.9)$$

Observaciones experimentales sugieren que para sistemas aire-agua la longitud de un tapón estable relativo al diámetro, l_s/D es constante e independiente de las velocidades de flujo de gas y líquido. Por el uso de varias aproximaciones se argumenta lo siguiente, es posible mostrar que esta longitud es estable cuando, $l_s/D = 16$, observado para aire-agua, siendo esencialmente independiente de las propiedades fluido o diámetro de la columna. Taitel et al. (1980) propone la ecuación 1.3.10 donde l_E es la longitud de entrada de la tubería requerida para establecer la estabilidad del flujo tapón:

$$\frac{l_E}{D} = 35.5 \frac{U_G}{\sqrt{gD}} \quad (1.3.10)$$

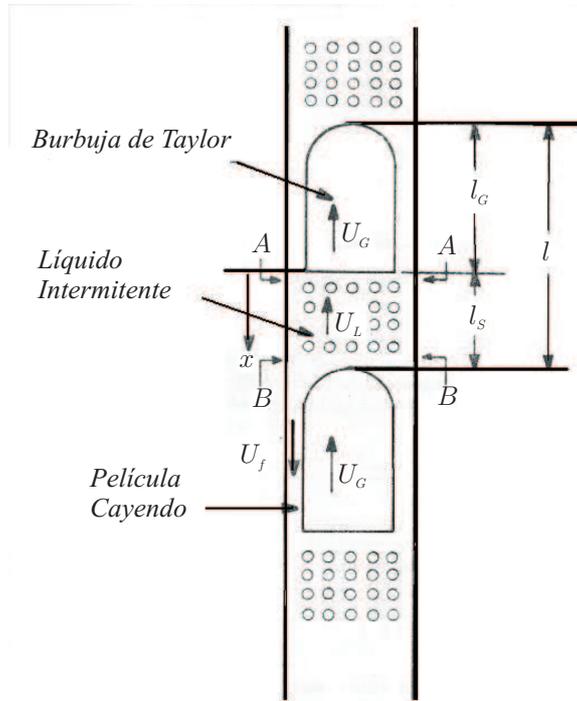


Figura 1.6: Topología del flujo intermitente de Taitel et al. (1980).

Sustituyendo (1.3.8) dentro de (1.3.10) para $\varepsilon_G^T = 0.25$ tenemos

$$\frac{l_E}{D} = 40.6 \left(\frac{U_M}{\sqrt{gD}} + 0.22 \right) \quad (1.3.11)$$

donde $U_M = U_{GS} + U_{LS}$. Esto muestra la adimensionalización de la longitud de entrada para que el flujo batido sólo dependa de un parámetro, llamado número de Froude $Fr = \frac{U_M}{\sqrt{gD}}$. La solución de esta ecuación para sistemas a bajas presiones en varios valores de $\frac{l_E}{D}$ se muestra la Figura (1.5) designada con la letra D .

Transición Batido-Anular

A grandes velocidades superficiales de gas $U_{GS} > 15$ m/s, el patrón se vuelve anular. La película del líquido fluye ascendentemente sobre la pared debido a la forma ondulada de la interfase y el gas fluye por el centro de la tubería arrastrando gotas al romper las ondas formadas por la interfase del líquido; el ascenso de la película de líquido en contra de la gravedad, es el resultado de las fuerzas ejercidas por el movimiento rápido del gas en el centro del tubo.

Algunos investigadores sugieren que el flujo anular no puede existir a menos que la velocidad del gas en el centro sea lo suficientemente alta para mantener suspendidas las gotas y arrastrar las que se hallen en contacto con el gas como fase dispersa; ya que de no ser así, las gotas caerían y formarían un paquete de líquido, lo que daría lugar a flujo batido o intermitente.

Por lo tanto, la velocidad mínima del gas o vapor está determinada por un balance de fuerzas entre la fuerzas de flotación y las fuerzas de rozamiento que actúan sobre la gota

$$U_G = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\frac{g(\rho_L - \rho_G)d}{\rho_G C_d} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.3.12)$$

El tamaño de la gota se determina por un balance entre la fuerza de impacto del gas que tiende a fragmentar la gota y la fuerza de tensión superficial que mantiene las gotas unidas. Hinze (1955) muestra que la estabilidad máxima

del tamaño de la gota está dado por:

$$d = \frac{K\sigma}{\rho_G U_G^2} \quad (1.3.13)$$

donde K es el número crítico de Weber y toma los valores entre 20 y 30 para cada gota, que son gradualmente aceleradas.

Usando (1.3.13) y (1.3.12) obtenemos

$$U_G = \left(\frac{4K}{3C_d} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{\sigma g (\rho_L - \rho_G)^{\frac{1}{4}}}{\rho_G^{\frac{1}{4}}} \quad (1.3.14)$$

donde $K = 30$ y $C_d = 0.44$. Hay que notar que K y C_d aparecen elevados a la $1/4$. Así, los resultado para U_G es totalmente insensible a sus valores exactos (Taitel et al., 1980).

La característica del flujo anular se debe a que el espesor de la película es realmente pequeño, incluso para flujos de líquido relativamente altos. Por lo tanto, la verdadera velocidad del gas puede ser reemplazada por la velocidad superficial del gas U_{GS} y el límite de transición está dado por:

$$\frac{U_{GS} \rho_G^{\frac{1}{2}}}{g \sigma (\rho_L - \rho_G)^{\frac{1}{4}}} = 3.1 \quad (1.3.15)$$

Este simple criterio muestra que transición al patrón anular es independiente de la velocidad del líquido y del diámetro de la tubería, podemos ver que la Figura (1.5) muestra la transición con la letra designada E .

Resumen

Las transiciones entre los patrones de flujo en coordenadas U_{GS} versus U_{LS} pueden ser calculadas sin esfuerzo por las ecuaciones mencionadas una vez especificadas las propiedades físicas de los fluidos así como también el tamaño de la tubería.

En resumen, las ecuaciones para las transiciones son:

- Burbuja a intermitente: Eq. (1.3.5)
- Intermitente a batido: Eq. (1.3.11)
- Batido a anular: Eq. (1.3.15)

Taitel et al. (1980) y Hewitt et al. (1986, Capítulo 1) muestran que estas ecuaciones funcionan excelentemente para tuberías de 2.5 y 5 cm de diámetro.

Capítulo 2

Tratamiento estadístico de series de tiempo

2.1. Ondas

Las ondas se originan cuando cierta parte del medio se desplaza de su posición de equilibrio. Debido a las propiedades elásticas del medio, la perturbación se propaga a través de éste; en otras palabras, una onda es una perturbación física en un medio elástico.

Las ondas constituyen la respuesta de un sistema físico, el cual es representado por un modelo matemático. Las ondas se han clasificado en diversas formas, algunas son las siguientes.

Ondas de fracción vacío Ocurren siempre que hay una relación entre la tasa de flujo y la concentración, de tal modo, que esa diferencia de

concentración se propaga en el medio material del sistema en consideración; su aparición está relacionada matemáticamente a la ecuación de conservación de la masa (Wallis, 1969, Capítulo 6).

Ondas de presión Están esencialmente vinculadas con la compresibilidad de la mezcla de las dos fases (Micaelli, 1982), la propagación de la presión gobierna en un sistema específico; por ejemplo, en una tubería. Su velocidad de propagación es menor o igual a la velocidad del sonido sobre las dos fases.

Ondas de choque Estas se ocasionan cuando un cuerpo que se desplaza en un fluido, se mueve a una velocidad mayor a la del sonido; es decir en un flujo supersónico ($Ma > 1$)¹. En su estudio, resultan de importancia fundamental los efectos de compresibilidad del fluido. Las ondas tienden a propagar continuamente perturbaciones de energía y momento a través del medio; si el cambio no se propaga continuamente, estas ondas se denominan ondas de choque (Sánchez, 2003).

Ondas dinámicas Las ondas dinámicas dependen para su existencia de fuerzas que aceleren el material a través de la onda y su origen matemáticamente se asocia con el balance de cantidad de movimiento (Wallis, 1969, Capítulo 6).

Ondas cinemáticas Estas existen cuando las dos fases en presencia son comprensibles o incompresibles. Estas ondas están relativamente poco estudiadas (Micaelli, 1982).

¹El número Mach relaciona la velocidad de propagación con la velocidad del sonido.

Las dos últimas definiciones de ondas pueden coexistir en un mismo medio, teniéndose una jerarquía de ondas; cuando ondas de diferentes órdenes aparecen en un mismo problema. Estas ondas interactúan en el material, logrando amplificarse o extinguirse, ya que las ondas son el resultado de una perturbación, que viaja en el sistema con ciertas velocidades de propagación. La interacción entre las diversas ondas determina cuál domina el movimiento y por lo tanto, gobierna la estabilidad del flujo (Wallis, 1969, Capítulo 6).

La teoría ondulatoria es una técnica muy poderosa para analizar flujos no estacionarios y respuestas transitorias. En algunos casos los cambios en el régimen de flujo pueden ser atribuidos a inestabilidades que resultan de la amplificación de ondas (Wallis, 1969, Capítulo 6).

2.2. Propagación de ondas en columnas de burbujeo

El fenómeno de propagación juega un papel importante en el comportamiento del flujo en dos fases. El concepto de ondas cinemáticas en relación al modelado matemático fue aplicado por Wallis (1969, Capítulo 6). Varios autores han trabajado en la propagación de ondas de fracción vacío. Micaelli (1982) realizó experimentos en una columna vertical de sección transversal cuadrada, tratando ondas de presión y ondas de fracción vacío. Bernier (1982) trabajó con una tubería de sección transversal circular, observando la propagación natural de las ondas de fracción vacía, del mismo

modo Jabardo y Bouré (1989) trabajó con una tubería de sección transversal circular combinando video de alta velocidad . Soria (1991) trabajó en columnas de burbujeo y lechos fluidizados de tres-fases . Estos autores fueron capaces de investigar la transición entre los regímenes de flujo burbuja y flujo intermitente y su relación con las ondas de fracción vacío por medio de impedancia eléctrica.

Se sabe que la presencia en pequeñas cantidades de gas en un líquido reduce significativamente la velocidad a la que la onda de presión (o sonido) puede viajar a través de la mezcla (Costigan y Whalley, 1997a; Wallis, 1969, Capítulo 9).

El cuadrado de la velocidad del sonido en un medio isoentrópico está dado por:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s = c^2 \quad (2.2.1)$$

En el aire, esta velocidad es aproximadamente 340 m/s y en agua pura 1400 m/s. Varios modelos han sido propuestos para ajustar esta relación para flujo en dos fases, por ejemplo Nguyen et al. (1981) proporciona la siguiente relación:

$$c = \frac{1}{(1 - \varepsilon_G) \sqrt{\frac{1 - \varepsilon_G}{c_L^2} + \frac{\varepsilon_G \rho_L}{\rho_G c_G^2}} + \varepsilon_G \sqrt{\frac{\varepsilon_G}{c_G^2} + \frac{(1 - \varepsilon_G) \rho_G}{\rho_L c_L^2}}} \quad (2.2.2)$$

donde c es la velocidad del sonido para el flujo en dos fases, c_L es la velocidad del sonido en el agua y c_G es la velocidad del sonido en el gas, respectivamente.

Wallis (1969, Capítulo 6) desarrolla un modelo similar al de Nguyen et al. (1981) el cual tiene la siguiente forma:

$$c = \frac{1}{\sqrt{(\varepsilon_G \rho_G + (1 - \varepsilon_G) \rho_L) \left(\frac{\varepsilon_G}{\rho_G c_G^2} + \frac{(1 - \varepsilon_G)}{\rho_L c_L^2} \right)}} \quad (2.2.3)$$

esta relación también ajusta en los casos límite, cuando $\varepsilon_G = 0$ y $\varepsilon_G = 1$ se obtienen las velocidades del sonido respectivamente.

Para la velocidad del sonido en el flujo intermitente Korolev (1989) ha derivado el siguiente modelo, el cual asume el acoplamiento entre el puente de líquido y una burbuja de Taylor:

$$c = \sqrt{\frac{p}{\varepsilon_G(1 - \varepsilon_G)\rho}} \frac{L}{L + l_G + l_s} = \sqrt{\frac{p}{\varepsilon_G(1 - \varepsilon_G)\rho}} \frac{1}{1 + \frac{1}{N}} \quad (2.2.4)$$

en donde c es la velocidad del sonido en el flujo intermitente, l_s es la longitud del puente de líquido, l_G es la longitud de la burbuja de Taylor, L es la longitud de la tubería, N es el número de tapones en la tubería.

Según Henry (1969) la velocidad del sonido en el flujo intermitente está dado por :

$$c = \sqrt{\frac{p}{\varepsilon_G(1 - \varepsilon_G)\rho}} \quad (2.2.5)$$

Claramente esta expresión no es capaz de describir los casos límite de la velocidad del sonido cuando la fracción vacío sea cero o uno. Esta misma ecuación es propuesta por Biesheuvel y van Winjgaarden L. (1984), pero con

un ligero cambio en la densidad:

$$c^2 = \frac{p}{\varepsilon_G(1 - \varepsilon_G)\rho_L} \quad (2.2.6)$$

Estos autores sugieren que la velocidad del sonido para una mezcla inmóvil, está dada por:

$$c^2 = \frac{p}{\rho_L \varepsilon_G (1 - 3\varepsilon_G)} \quad (2.2.7)$$

A partir de las ecuaciones (2.2.2) y (2.2.4), Legius et al. (1997) sugieren una nueva expresión para la velocidad del sonido en el flujo intermitente:

$$c = \frac{1}{(1 - \varepsilon_G) \sqrt{\frac{1 - \varepsilon_G}{c_L^2} + \frac{\varepsilon_G \rho_L}{\rho_G c_G^2}} + \varepsilon_G \sqrt{\frac{\varepsilon_G}{c_G^2} + \frac{(1 - \varepsilon_G) \rho_G}{\rho_L c_L^2}}} \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{N}} \right) \quad (2.2.8)$$

donde solamente sustituyen la ecuación (2.2.2) en la ecuación (2.2.5) para la ecuación de Korolev, tratando de que en los casos límite de ε_G satisfaga la velocidad para una simple fase, y además aporte la contribución de los tapones de líquido y las burbujas de Taylor.

Costigan y Whalley (1997a) hacen uso de la siguiente ecuación para determinar la velocidad del sonido :

$$c = \left\{ [\rho_L(1 - \varepsilon_G) + \rho_G \varepsilon_G] \left[\frac{\varepsilon_G}{1.4p} + \frac{(1 - \varepsilon_G)}{K_1} \right] \right\}^{-0.5} \quad (2.2.9)$$

donde p es la presión absoluta y K_1 es el tamaño del modulo de liquidó.

2.3. Descripción de ondas por series de tiempo

Un fenómeno físico aleatorio no puede ser descrito por una relación matemática explícita, porque cada fenómeno tiene observaciones que son únicas. En otras palabras, obtenida alguna observación, únicamente una de todas las posibles respuestas representará esta observación (Bendat y Piersol, 1986, Capítulo 1).

Un simple suceso representando por un fenómeno aleatorio es llamado *función muestra* denotado por $x_k(t)$ (o *registro muestra* cuando se observe un intervalo de tiempo finito). La colección de todas las posibles funciones muestra que el fenómeno aleatorio pudiera producir es llamado *proceso aleatorio* o *proceso estocástico*. Ahora los datos de un registro muestra de un fenómeno aleatorio pueden pensarse como una realización de un proceso aleatorio, en otras palabras, como los resultados observados de un experimento. El posible número de experimentos es representado por el índice k . Para algún número N y algunos tiempos fijos t_1, t_2, \dots, t_N , las cantidades $x_k(t_1), x_k(t_2), \dots, x_k(t_N)$ representan N variables aleatorias sobre el índice k . Esto requiere de la existencia de N funciones de distribución bien definidas.

Un proceso aleatorio puede ser categorizado como estacionario o no estacionario. Un proceso aleatorio estacionario puede ser categorizado como ergódico o no ergódico. Cuando un fenómeno físico es considerado en términos de un proceso aleatorio, las propiedades del fenómeno pueden ser hi-

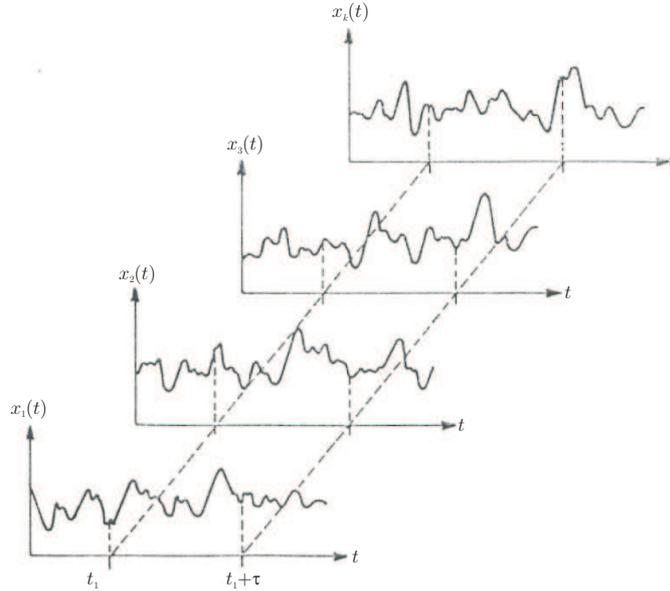


Figura 2.1: Representación de un ensamble de un proceso aleatorio.

potéticamente descritas en algún instante de tiempo por el cálculo de valores promedio sobre una colección de funciones muestra que describe el proceso aleatorio. Por ejemplo, consideramos una colección de funciones muestra (también llamada *ensamble*) que forma el proceso aleatorio ilustrado en la Figura 2.1. La *media* (primer momento) del proceso aleatorio a un tiempo t_1 puede ser calculada por sumar los valores instantáneos de cada función muestra del ensamble en el tiempo t_1 y dividir por el número de funciones muestra. De manera similar, la correlación (momento conjunto) entre los valores del proceso aleatorio a dos tiempos diferentes (llamada la función de autocorrelación) puede ser calculada por tomar el producto promedio del ensamble de los valores instantáneos a dos tiempos, t_1 y $t_1 + \tau$. Esto es, para el proceso

aleatorio $\{x(t)\}$, donde $\{\}$ es usado para denotar un ensamble de funciones muestra, la media $\mu_x(t_1)$ y la función de autocorrelación $R_{xx}(t_1, t_1 + \tau)$ son dadas por:

$$\mu_x(t_1) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t_1) \quad (2.3.1)$$

$$R_{xx}(t_1, t_1 + \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t_1)x_k(t_1 + \tau) \quad (2.3.2)$$

donde la suma final para cada función muestra se acepta igualmente probable.

Para el caso general donde $\mu_x(t_1)$ y $R_{xx}(t_1, t_1 + \tau)$ varíen en función del tiempo t_1 , se dice que el proceso aleatorio $\{x(t)\}$ es *no estacionario*. Para el caso especial donde $\mu_x(t_1)$ y $R_{xx}(t_1, t_1 + \tau)$ no varíen en función del tiempo t_1 , se dice que el proceso aleatorio $\{x(t)\}$ es *débilmente estacionario* o estacionario en el sentido amplio. Para un proceso aleatorio débilmente estacionario, la media es constante y la función de autocorrelación depende únicamente del tiempo de desplazamiento τ . Esto es, $\mu_x(t_1) = \mu_x$ y $R_{xx}(t_1, t_1 + \tau) = R_{xx}(\tau)$.

Se puede calcular una colección de momentos de orden superior y momentos conjuntos de un proceso aleatorio $\{x(t)\}$ al establecer una familia completa de funciones de distribución que describa el proceso. El caso especial donde todos los momentos posibles y momentos conjuntos sean invariantes en el tiempo, se dice que el proceso aleatorio $\{x(t)\}$ es *fuertemente estacionario* o estacionario en el sentido estricto.

En párrafos anteriores notamos como algunas propiedades de un proceso aleatorio pueden ser calculadas; en la mayoría de los casos es posible describir las propiedades de un proceso aleatorio estacionario por el cálculo del promedio temporal sobre una función muestra específica de un ensamble. Por ejemplo, consideremos la k -ésima función muestra de un proceso aleatorio ilustrado en la Figura 2.1. La media $\mu_x(k)$ y la función de auto correlación $R_{xx}(\tau, k)$ de la k -ésima función muestra están dadas por:

$$\mu_x(k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_k(t) dt \quad (2.3.3)$$

$$R_{xx}(\tau, k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_k(t)x_k(t + \tau) dt \quad (2.3.4)$$

Si el proceso aleatorio $\{x(t)\}$ es estacionario donde $\mu_x(k)$ y $R_{xx}(\tau, k)$ no difieren cuando son calculados sobre diferentes funciones muestra, el proceso aleatorio es *ergódico*. Para el proceso aleatorio ergódico, el promedio temporal y la función de autocorrelación (así como otros promedios temporales) son iguales a los correspondientes valores promedio del ensamble. Esto es, $\mu_x(k) = \mu_x$ y $R_{xx}(\tau, k) = R_{xx}(\tau)$.

Los procesos aleatorios ergódicos son claramente una clase importante de procesos aleatorios ya que todas las propiedades del proceso aleatorio ergódico pueden determinarse por promedios temporales sobre una simple función muestra. Afortunadamente en la practica, los datos aleatorios estacionarios representativos de un fenómeno físico son generalmente ergódicos. Por esta razón las propiedades de fenómenos aleatorios estacionarios son medidos pro-

piamente, en la mayoría de los casos, de un simple suceso registrado.

Algunos investigadores como Drahoš y Čermák (1989), Drahoš et al. (1991), Letzel et al. (1997), Legius et al. (1997), Soria (1991) y Bernier (1982) han encontrado una descripción satisfactoria de las fluctuaciones de presión por medio del análisis estocástico. Drahoš y Čermák (1989) mencionan que el análisis estocástico aplicado a fluctuaciones de algunos parámetros estructurales (fracción vacío) o energéticos (presión) reflejan el carácter del fenómeno del cual son tomados.

2.4. Procesamiento estadístico de señales

El procesamiento de señales puede llevarse a cabo de dos maneras (Drahoš y Čermák, 1989):

1. Se desarrolla una *aproximación no-paramétrica* en el análisis estadístico en la amplitud, en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia para obtener la distribución característica y las funciones de correlación. La información contenida en estas funciones puede ser cuantificada por las medias de varios discriminantes estocásticos (la media, la función de autocorrelación, etc.).
2. Una *aproximación paramétrica* la cual es basada en el modelado estocástico del dominio-tiempo de las series de tiempo usando un modelo lineal estacionario.

En este estudio haremos uso de del análisis no-paramétrico.

2.5. Aproximación no-paramétrica

Tomando como punto de partida la sección anterior 2.4, describiremos las partes correspondientes a la aproximación no-paramétrica, para después adentrarnos a las definiciones importantes.

2.5.1. Análisis de señal

Consideremos dos niveles de medición adyacentes en la columna, estos tienen tiempos de registro $\varepsilon_G(z_1, t)$ y $\varepsilon_G(z_2, t)$, donde ε_G es la fracción vacía. La sección de la columna entre el nivel abajo (nivel 1) y el nivel de arriba (nivel 2) pueden ser considerados como una caja negra con una sola entrada y una sola salida:

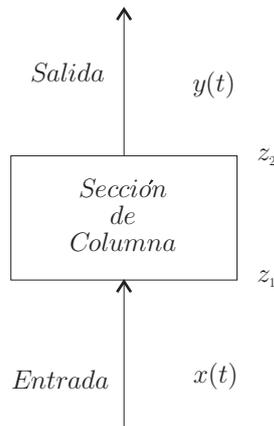


Figura 2.2: Sección de columna entre dos niveles de medición

donde las variables de la Figura 2.2 son:

$$x(t) = \varepsilon_G(z_1, t) \quad (2.5.1)$$

$$y(t) = \varepsilon_G(z_2, t) \quad (2.5.2)$$

considerando las series discretas de tiempo $x[n]$ y $y[n]$, donde n representa el tiempo. Las series discretas son obtenidas de las señales continuas $x(t)$ y $y(t)$ por muestreo con la frecuencia f_m , donde $f_m = \frac{N}{seg}$ y N son las muestras del proceso aleatorio estacionario y ergódico. Denotamos estas muestras por $x[0], x[1], \dots, x[N - 1]$ donde $x[0]$ representa a la variable aleatoria al tiempo t_0 . La estimación usual de la media de x_{av} está dada por:

$$x_{av} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x[n] \quad (2.5.3)$$

Entonces las fluctuaciones están dadas por:

$$X[n] = x[n] - x_{av} \quad (2.5.4)$$

2.5.2. Dominio del tiempo

El análisis en el dominio en el tiempo involucra la estimación de las funciones de autocorrelación y correlación cruzada.

La función de correlación cruzada puede ser usada para describir el espacio-tiempo característico del flujo, por ejemplo pensemos en dos sensores de burbujas separados por una distancia de dos diámetros de columna, cuando una

burbuja es detectada en cierta posición de la columna por el primer sensor pasa un instante de tiempo para que el segundo sensor la detecte, entonces la correlación cruzada nos dice que tanto tardo la burbuja en pasar de un sensor a otro. La normalización de la correlación cruzada es llamada coeficiente de correlación cruzada ρ_{xy} . Esta cantidad ha sido normalizada y satisface la condición $-1 \leq \rho_{xy}(\Delta t) \leq 1$ donde $\Delta t = \tau$ es el tiempo de retardo.

Autocorrelación

La manera de estimar la función de autocorrelación es:

$$\hat{R}_x[l] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1-l} X[n+l]X^*[n]; \quad 0 \leq l < N \quad (2.5.5)$$

$$\hat{R}_x[l] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1-|l|} X[n]X^*[n+|l|]; \quad -N < l < 0$$

donde l es el retardo, la notación con $*$ representa al complejo.

Correlación cruzada

La estimación de la correlación cruzada puede ser definida de la siguiente forma:

$$\hat{R}_{xy}[l] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1-l} X[n+l]Y^*[n]; \quad 0 \leq l < N \quad (2.5.6)$$

$$\hat{R}_{xy}[l] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1-|l|} X[n]Y^*[n+|l|]; \quad -N < l < 0$$

donde l es estimado por el máximo de la correlación cruzada, este representa de manera global el retardo entre $x[n]$ y $y[n]$.

2.5.3. Dominio de la frecuencia

La representación en frecuencia de las señales puede ser descrita por la función de densidad de potencia espectral. Esta puede ser estimada de la transformada de Fourier de la autocorrelación o directamente usando la magnitud cuadrada de la transformada de Fourier de los datos originales.

Densidad espectral

Puesto que hay métodos simples para estimar la función de correlación, parece un procedimiento razonable el estimar la densidad de potencia espectral de la transformada de Fourier de la estimación de la función correlación. Entonces:

$$\hat{S}_x(e^{jw}) = \sum_{l=-L}^L \hat{R}_x[l]e^{-jwl}; \quad L < N \quad (2.5.7)$$

donde la ecuación 2.5.7 es conocida como el *correlograma*. Típicamente es usada con N grandes y valores relativamente pequeños de L ($L \leq 10\%N$).

Ahora suponemos que el máximo retraso L es igual a $N - 1$. Entonces se puede mostrar que el espectro estimado tiene la forma

$$\hat{S}_x(e^{jw}) = \sum_{l=-N+1}^{N-1} \hat{R}_x[l]e^{-jwl} = \frac{1}{N} |G(e^{jw})|^2 \quad (2.5.8)$$

donde

$$G(e^{jw}) = \sum_{n=0}^{N-1} X[n]e^{jwn} \quad (2.5.9)$$

es la transformada de Fourier de la secuencia de datos. Esta estimación es

llamada *periodograma*, denotado por

$$\hat{P}_x(e^{jw}) = \frac{1}{N} |G(e^{jw})|^2 \quad (2.5.10)$$

El principal problema de estos estimadores es no son consistentes y su desviación estándar es muy grande. Existen muchos métodos para mejorar el análisis no-paramétrico en frecuencia, por ejemplo, el procedimiento de Blackman-Tukey, el procedimiento de Bartlett o el procedimiento de Welch.

El procedimiento de Welch ha sido adoptado para el presente estudio, porque matlab usa este método de estimación. El procedimiento de Welch usa una estrategia de combinación entre un ventaneado y un promediado. El procedimiento de Welch divide los datos originales en K segmentos con la posibilidad de traslaparse; cada uno de estos segmentos tiene una longitud J . Una ventana es aplicada a estos segmentos y los resultados de los periodogramas modificados son promediados. Si $X^{(k)}[n]$ representa el k -ésimo segmento de datos y una ventana normalizada $v[n]$ es aplicada a estos datos, entonces el periodograma modificado está definido por:

$$\hat{P}'_x(e^{jw}) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} v[n] X^{(k)}[n] e^{-jwn} \right|^2 \quad (2.5.11)$$

donde v tiene la propiedad

$$\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} v^2[n] = 1 \quad (2.5.12)$$

El espectro estimado es entonces tomado como:

$$\hat{S}_{xW}(e^{jw}) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{P}'^{(k)}(e^{jw}) \quad (2.5.13)$$

Densidad espectral cruzada

Como se ha mencionado, puesto que hay métodos simples para estimar la función de correlación cruzada, también es razonable el estimar la densidad de potencia espectral cruzada de la transformada de Fourier de la estimación de la función correlación cruzada. Asimismo el periodograma cruzado es:

$$\hat{P}_{xy}(e^{jw}) = \frac{1}{N} G(e^{jw}) Y^*(e^{jw}) \quad (2.5.14)$$

Entonces siguiendo el mismo razonamiento para encontrar la estimación de la densidad espectral por Welch tenemos que:

$$\hat{S}_{xyW}(e^{jw}) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{P}'^{(k)}_{xy}(e^{jw}) \quad (2.5.15)$$

donde

$$\hat{P}'^{(k)}_{xy}(e^{jw}) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} v[n] X^k[n](e^{jw}) Y^k[n](e^{jw}) \right|^2 \quad (2.5.16)$$

$\hat{S}_{xyW}(e^{jw})$ tiene una parte real y una parte imaginaria.

Ángulo de fase y coherencia

La estimación de coherencia esta dada por:

$$\hat{\Gamma}_{xy}^2 = \frac{|\hat{S}_{xyW}|^2}{\hat{S}_{xW} \hat{S}_{yW}} \quad (2.5.17)$$

donde magnitud cuadrática de la coherencia tiene una propiedad importante

$$0 \leq |\hat{\Gamma}_{xy}|^2 \leq 1 \quad (2.5.18)$$

si $\hat{\Gamma}_{xy}(f) = 0$ a una frecuencia particular, ambas señales están no-correlacionadas a la frecuencia dada. Viceversa, un alto grado de correlación entre las señales a una frecuencia f es indicado por el valor $\hat{\Gamma}_{xy}(f)$ cercano a la unidad. La coherencia es herramienta útil, porque permite tener un criterio para aceptar o discriminar frecuencias. En este trabajo tomamos como criterio aceptable el rango de $0.7 \leq |\hat{\Gamma}_{xy}|^2 \leq 1$.

El ángulo de fase está dado por:

$$\hat{\phi}_{xy} = \arctan \left(-\frac{\text{imag}(\hat{S}_{xyW})}{\text{real}(\hat{S}_{xyW})} \right) \quad (2.5.19)$$

donde $\hat{\phi}_{xy}$ determina en ángulo de fase entre las dos señales a una determinada frecuencia. Las ecuaciones 2.5.17 y 2.5.19 son de gran utilidad para este estudio, todas estas estimaciones tiene el fin de dar herramientas que serán usadas en la parte experimental y así poder determinar la velocidad de propagación de la onda de presión.

En el apéndice A.2 se dan los comandos para las estimaciones que son usados en Matlab.

Parte II

Técnica Experimental

Capítulo 3

Configuración Experimental

La parte experimental de esta tesis esta dirigida al establecimiento de la técnica experimental, la cual permite la medición de los parámetros necesarios para determinar la rapidez de propagación de las ondas de presión en una columna de burbujeo.

3.1. Sistema Experimental

El sistema experimental (ver Figura 3.1) se ha dividido en bloques para una mejor descripción del mismo, los cuales se describirán en los siguientes párrafos:

Soporte Estructura tubular de acero negro de 1.5” de diámetro empotrada en paredes y piso, la cual soporta dos columnas de burbujeo¹ y dividida en 2 secciones, con dimensiones de 8 metros de altura por 2.1 metros

¹Columna de 2 pulgadas diámetro nominal para el caso de estudio y una columna de 11.5” diámetro nominal.

de largo por 1.1 metros de ancho.

Tanque de almacenamiento Consta de un tanque de aproximadamente $1.2 m^3$ de capacidad, el tanque contiene un sistema de amortiguamiento para la línea de retorno y el bypass del sistema de bombeo, esto para evitar que las burbujas formadas por el golpeteo del agua en la superficie sean absorbidas por el sistema de bombeo. También cuenta con un sistema de filtrado, tanto para la alimentación del tanque como para el sistema de bombeo, con la finalidad de que no se introduzcan partículas sólidas en el sistema de bombeo.

Sistema de bombeo El sistema de bombeo cuenta con dos bombas B1 y B2, con capacidades de 1 hp y 7.5 hp respectivamente, éstas cuentan con un sistema de bypass para poder mantener constante la eficiencia de trabajo por cada unidad de bombeo. Este sistema cuenta con un juego de válvulas, las cuales permiten elegir la unidad de bombeo y el caudal a trabajar.

Aire comprimido El sistema experimental es alimentado por un compresor de marca **KELLOG** modelo **462 TVX** tipo **DUPLEX**, el cual cuenta con un motor de 40 hp y un sistema de secado². La presión de salida del aire es de 100 psig. El sistema cuenta con un regulador de presión y filtro de partículas marca **WILKERSON**, el que opera a 80 psig y amortigua fluctuaciones del flujo suministrado por el compresor.

²Por cuestiones de transferencia de masa no fue utilizado, asegurando que el aire siempre fuera alimentado lo más saturado posible.

Líneas de flujo Se cuenta con dos líneas de flujo, las cuales alimentan a la columna de burbujeo:

1. Línea de líquido

Tubería de cobre tipo *M* con diámetros nominal de: 2 (línea principal), 1 1/4", 1" y 1/2" para trabajar diferentes flujos.

2. Línea de gas

Tubería de cobre tipo *L* con diámetro nominal de 1", esta línea cuenta dos válvulas de precisión y un sistema de purga.

Línea de retorno Tubería de PVC hidráulico con un diámetro nominal de 4", la cual permite recircular el líquido que llega a la parte superior de la columna.

Sistema de enfriamiento Construido en la línea de retorno en un lecho empacado. El lecho está compuesto por anillos caseros de área de contacto grande. La parte inferior del lecho se alimenta con aire que viene del compresor, para tener un contacto a contra-corriente con el líquido que descende por la línea de retorno. Este sistema tiene la finalidad de intercambiar el calor generado por fricción sobre toda la red de tuberías, así como mantener el agua saturada con aire.

Sistema de control Tablero que cuenta con cuatro divisores de presión, dos para líquido y dos para gas, el cual tienen la aplicación de la medición de caudal, los divisores tienen la función de conectar la corriente aguas arriba y corriente aguas abajo de una línea de flujo hacia un medidor diferencial de presión. Este tablero cuenta también con tres flujómetros con capacidades diferentes para la línea de gas.

3.1.1. Columna de Burbujeo

La columna de burbujeo está diseñada en forma modular para poder hacer intercambios entre secciones a lo largo de la columna, y tener diferentes casos de estudio. Estas secciones están sostenidas al centro por brazos unidos al esqueleto.

La columna está formada por dos secciones de 1.80 metros, dos de 0.5 metros y una de 0.80 metros de longitud, con un diámetro interior de 0.054 metros, espesor de pared de 0.0048 metros y diámetro exterior de 0.0635 metros, todos los tramos son manufacturados en acrílico (ver Figura 3.1).

La unión entre secciones se realiza por medio de bridas manufacturadas en Nylamid³ y un sello de O'ring. Los extremos de la columna están unidos en la parte superior al separador de fases y en la parte inferior al distribuidor.

Se identifican y describen los elementos que constituyen la columna de burbujeo:

- Zona 1, de distribución.
- Zona 2, de flujo.
- Zona 3, de separación.

³La unión entre tubería y brida esta hecha de silicon transparente tipo 7-A, la cual da flexibilidad a esta unión.

Zona 1 : Está constituida por un mezclador y un distribuidor. El mezclador es un tubo en forma de T donde se cruzan los fluidos de gas y líquido y después pasan a la cámara de de mezclado donde se unen al distribuidor.

Zona 2 : Consta de 5 módulos de acrílico intercambiables, en estos se incluyen los accesorios de los sistemas de adquisición de información.

Zona 3 : Es un recipiente que se utiliza para separar el líquido y el gas. El gas sale a la atmósfera mientras que el líquido regresa por la línea de retorno al tanque de almacenamiento.

En la Figura 3.1 se ilustran las zonas.

3.1.2. Distribuidor

El distribuidor fue ideado y construido para una amplia gama de variación en velocidades superficiales de líquido y gas. Fue diseñado para tener enjambres uniformes de burbujas, junto con el líquido. Los rangos de operación son $0 \leq U_{LS} \leq 3.0 \frac{m}{s}$ para agua y $0 \leq U_{GS} \leq 15.0 \frac{m}{s}$ para el aire.

El distribuidor es manufacturado en bronce, con 256 orificios con un diámetro de 0.8 mm y separación de 3 mm entre ellos. El distribuidor tiene un arreglo (pitch) triangular y tres circunferencias no perforadas con (en arreglo triangular también) referencia al centro. Las circunferencias tienen un diámetro de 12.8 mm, como se muestra en al Figura 3.2.

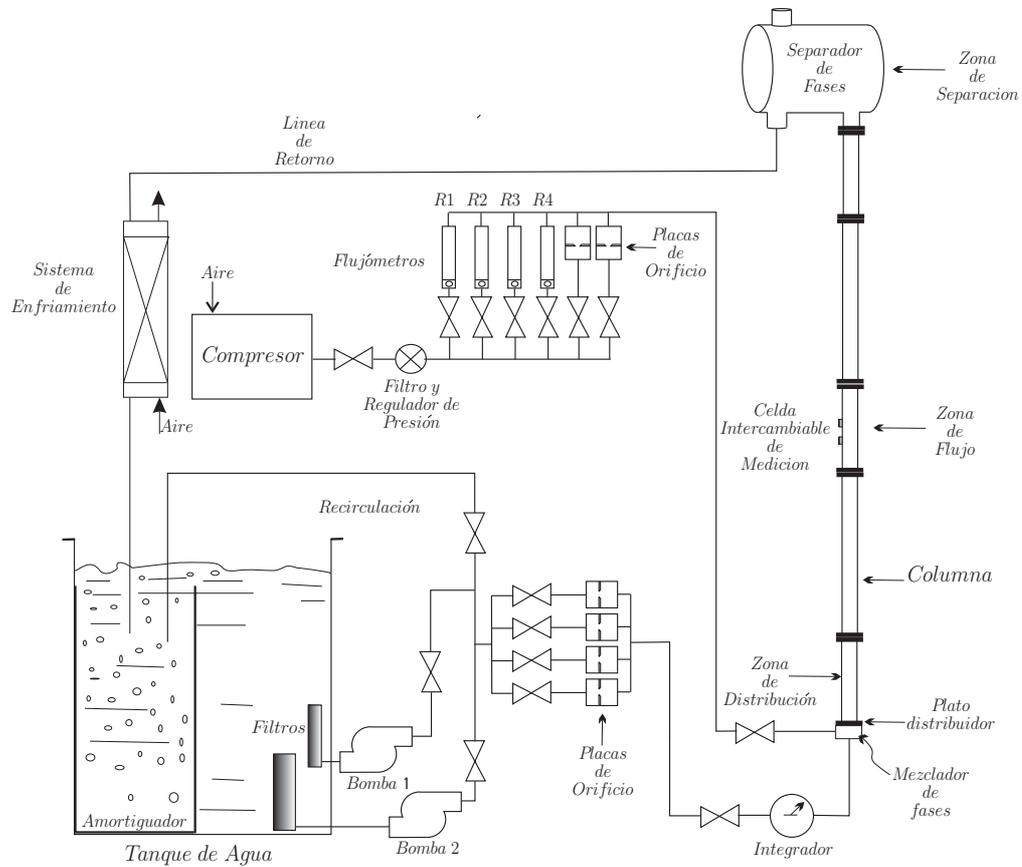


Figura 3.1: Instalación Experimental

La mezcla bifásica proviene del mezclador y descarga perpendicularmente en el plato distribuidor en las tres circunferencias no perforadas, el impacto de la mezcla en el plato distribuidor perforado produce una fuerte tensión normal dando como resultando una alta tasa de rompimiento. De esta manera el gas se dispersa en enjambres con pequeñas burbujas.

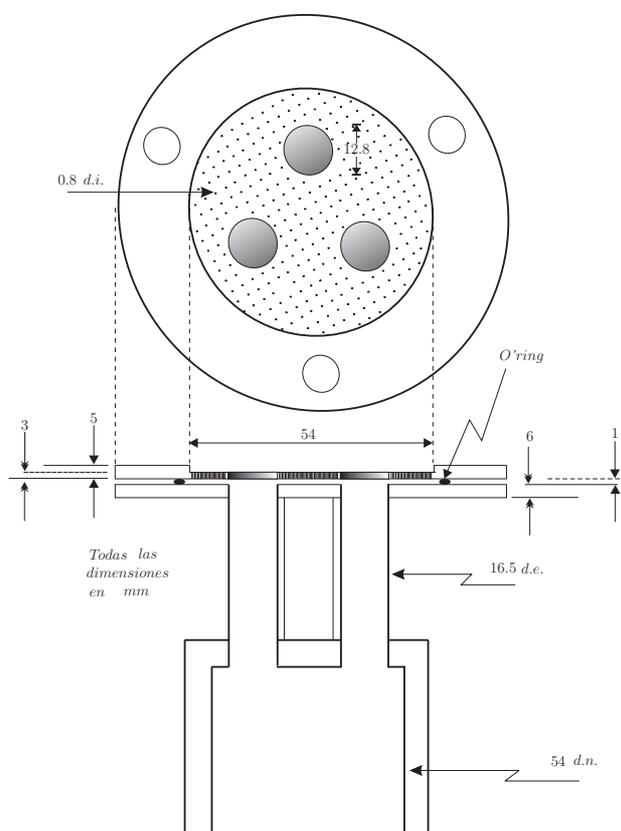


Figura 3.2: Arreglo del distribuidor. 256 orificios de 0.8 mm diámetro

3.1.3. Instrumentación para la medición de las condiciones de flujo

Flujo de gas

Para medir flujos de gas se utilizaron cuatro flujómetros de marca Cole-Parmer (150-mm y cell-type) calibrados a condiciones STP⁴. Cada flujómetro

⁴Condiciones establecidas a 101.325 Pa y 21°C

tiene un tubo de vidrio graduado y montado en un armazón manufacturado en aluminio. Son de uso general para líquidos y gases no corrosivos. Los flujómetros cuentan con válvulas de alta precisión para tener un buen control en los flujos. Las especificaciones se muestran en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Especificaciones de flujómetros con escala de 150-mm

Tipo de medida	gases y líquidos.
Precisión	$\pm 2\%$ de la escala total.
Reproductibilidad	$\pm 0.25\%$ de la escala total.
Temperatura de operación	-26 a 121°C
Máxima presión	200 psi

El flujómetro que es utilizado para flujos altos de gas, tipo celda, tiene una placa de orificio y escala de 1.2-6 $\frac{ft^3}{min}$. En la Tabla 3.2 se proporcionan los valores de los rangos en flujo, también se proporciona el rango de velocidades superficiales para el gas en la columna de burbujeo, así también la precisión límite de cada flujómetro según la especificación del fabricante.

Tabla 3.2: Rangos de U_{GS} y sus límites de precisión.

Flujómetro	Rango de flujo en $\frac{l}{min}$	U_{GS} ($\frac{mm}{s}$)	Límites de precisión $\frac{mm}{s}$
R1	0.12-1.70	0.95-12.7	± 0.25
R2	0.32-8.50	2.4-63	± 1.25
R3	2.18-45.22	16.2-336.5	± 6.7
R4	33.98-169.90	250-1260	± 42

Flujo de líquido

Para flujos de líquido se utilizarán dos equipos, para flujos altos y flujos bajos, para flujos altos se utilizó un medidor tipo turbina de marca Azteca, en la Tabla 3.3 se dan las especificaciones.

Tabla 3.3: Especificaciones de medidor de flujos altos.

Modelo	WP-T.
Tipo	Turbina.
Precisión	$\pm 1.5\%$ de la escala total.
Temperatura Máxima	40°C
Máxima presión	15 $\frac{kg}{cm^2}$

Para flujos bajos se utilizó un flujómetro tubular, elaborado en acrílico y calibrado previamente, el cual mide por niveles de líquido acumulado, es muy práctico y económico. En la Tabla 3.4 se proporcionan los valores de los rangos en flujo, también se proporciona el rango de velocidades superficiales para el líquido en la columna de burbujeo, así también la precisión límite de cada medidor.

Tabla 3.4: Rangos de U_{LS} y sus límites de precisión.

Medidor	Rango de flujo en $\frac{l}{min}$	U_{LS} ($\frac{mm}{s}$)	Límites de precisión $\frac{mm}{s}$
M1	1.3-8.3	10-620	± 5
M2	8.3-500	60-3720	± 50

3.2. Unidad de medición

Algunos investigadores han encontrado que el comportamiento para flujo en dos fases en estado estacionario tiene una oscilación natural, en otras palabras el sistema produce ondas. El movimiento de las ondas producidas en este fenómeno es muy rápido, la propagación tiene un orden de un milisegundo o menos.

Se ha seleccionado una unidad de medición de presión, la cual es construida para este estudio. Consta de un par de sensores de presión miniatura colocados sobre la pared en una sección de tubería de la columna, los sensores son colocados por conectores que no alteran el diámetro interior de la tubería, siendo así no-invasivo, perforando los conectores con un diámetro de aproximadamente 1 mm, así el conducto conecta desde la pared interna de la tubería hasta la parte interna de sensor como lo muestra la Figura 3.3.

Los sensores se encuentran separados uno de otro con una distancia de 0.1 m, por la colocación de la unidad de medición son colocados 2.61 m por arriba del plato distribuidor, entonces el sensor más cercano al plato distribuidor es etiquetado como *sensor 1*, colocado 2.61 m por arriba del plato distribuidor, el sensor más lejano al plato distribuidor es etiquetado como *sensor 2*, colocado 2.71 m por arriba del plato distribuidor.

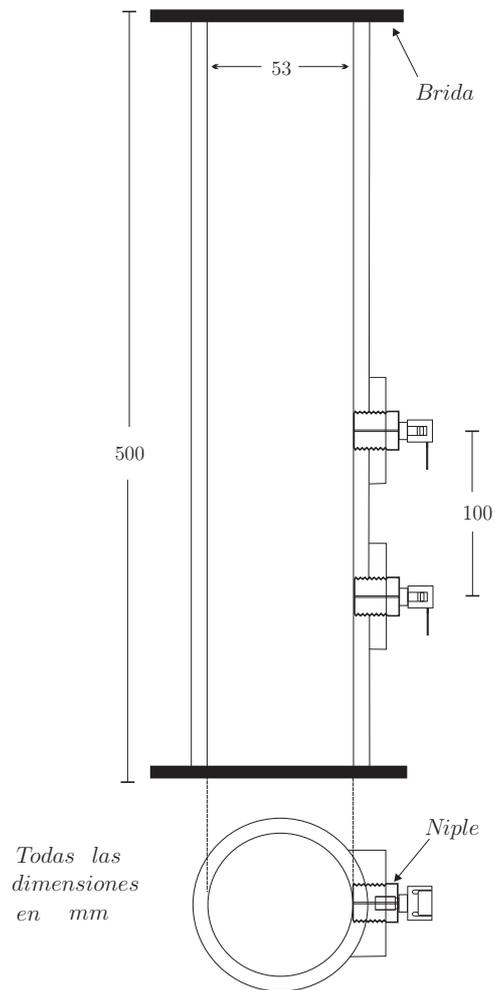


Figura 3.3: Unidad de medición

3.2.1. Sensores de presión

Se seleccionaron los sensores de presión de la Serie 26PC de la marca Honeywell, que tienen las siguientes características:

- Sensor de bajo precio, calibrado y compensado.
- Variedad de configuración, gracias a su puerto de fácil modificación.
- Rango de temperatura de operación -40°C a 80°C .
- Puede ser usado para medir vacío o presión positiva.
- Mejor desempeño para aplicaciones diferenciales.

Información general

Los sensores de la serie 26PC se activan por cuatro elementos piezoresistivos que forman el puente. Cuando la presión es aplicada, el sensor 26PC proporciona una señal de salida debido a los cambios de resistencia; esta señal es proporcional a la presión de entrada (por ejemplo la presión atmosférica)⁵.

Presión Manométrica se mide con respecto de la presión atmosférica.

Cuando aplicamos un incremento en la presión, la diferencia de voltaje se incrementa. Cuando decrece ocurre lo contrario.

Presión Diferencial el sensor proporciona un voltaje diferencial debido a la diferencia de presiones P1 y P2. Si $DP=P2-P1$ incrementa, la diferencia de voltaje aumenta. Cuando decrece $DP=P2-P1$ la diferencia de voltaje decrece.

En la Tabla 3.5 se dan las características de funcionamiento y especificaciones.

⁵Esto dependerá del tipo de configuración elegida

Tabla 3.5: Especificaciones de sensor de presión 26PCCFH6G

26PCCFH6G	Especificaciones del Producto
Tipo de Medición	Manométrica, Vacío
Señal Condicionada	No amplificada
Rango de Presión	± 15 psi
Máxima Presión	45 psi
Voltaje de Alimentación	10.0 VDC típica, 16.0 VDC máxima
Tiempo de Respuesta	1 ms max.
Sensibilidad	6.67 mV/psi
Escala Total	100 mV
Reproductibilidad & Error	$\pm 0.2\%$ de la escala total
Peso	2 gramos
Temperatura de Operación	-40°C a 85°C

En la Figura 3.4 se muestran la dimensiones del sensor de presión.

3.2.2. Circuito Electrónico

El circuito electrónico esta formado de dos partes: regulación de voltaje y la amplificación. En la Figura 3.5 se muestra la configuración de este circuito.

Regulación de voltaje

Se hace uso de un regulador de tensión y una fuente de ± 15 Volts, se elige un regulador KA7810. Este regulador opera con 13 Volts como mínimo a 25 Volts como máximo y tiene una salida fija a 10 ± 0.01 Volts.

Amplificador

Los sensores tiene una señal de salida no amplificada, esto significa que pequeñas fluctuaciones de nuestro sistema no podrían ser representadas correctamente, de tal forma que podemos confundir estas pequeñas señales con

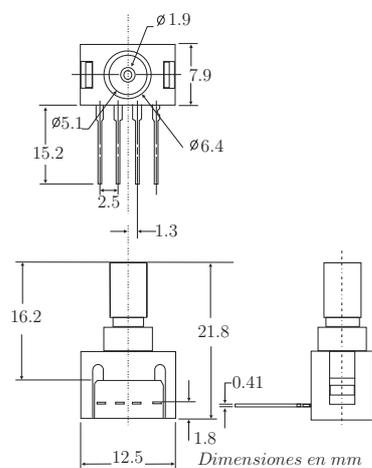


Figura 3.4: Dimensiones del sensor de Presión

ruido ambiental. Se ha elegido un amplificador instrumental, el AD620 es un amplificador de instrumentación de alta exactitud y de bajo costo; este amplificador únicamente requiere una resistencia externa para fijar la ganancia (rango de ganancia de 1 a 1000), es ideal para el uso en sistemas de adquisición de datos de precisión. El AD620 tiene dos ventajas de gran importancia:

1. Eliminación del ruido de modo común⁶.
2. Rango de ganancias (1 a 1000).

Se ha tomado una ganancia de 100 para tener una amplificación a 10 Volts dado el voltaje máximo de salida de los sensores.

⁶Por ejemplo el ruido generado por bombas de agua, compresores, lámparas de luz fría, energía eléctrica.

Diagrama del circuito electrónico

Se sugiere que todos los circuitos electrónicos estén lo más cerca del sistema de adquisición de datos y cuenten con una carcasa metálica, conectada a tierra física. El cable de uso es del tipo blindado y apantallado con seis canales, dos son ocupados para la alimentación de 10 Volts VDC a los dos sensores, los canales restantes son para los voltajes diferenciales de salida que van al circuito de amplificación, después de que las señales de salida son amplificadas, se conectan al sistema de adquisición de datos, como lo muestra la Figura 3.5.

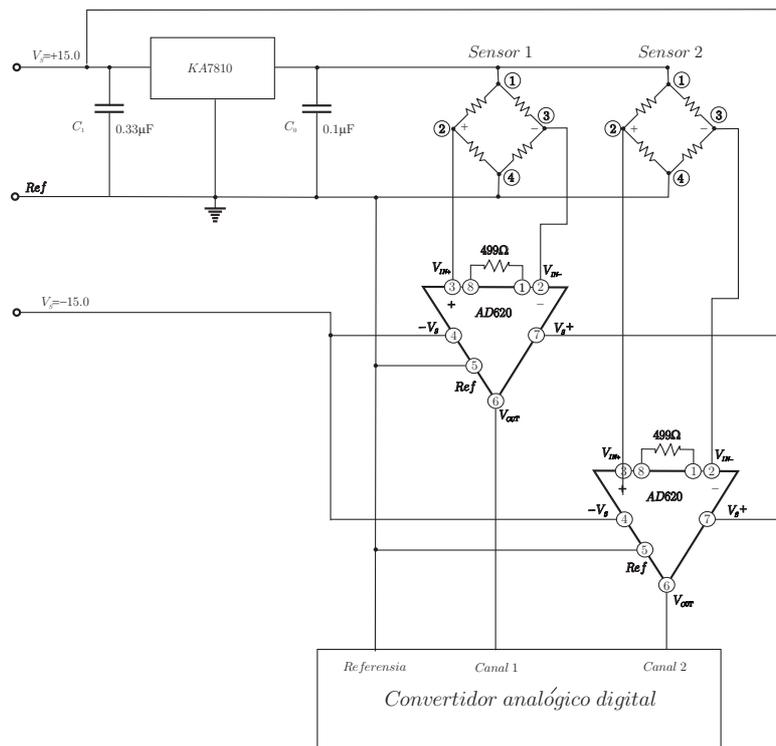


Figura 3.5: Diagrama del circuito electrónico

3.3. Calibración de la unidad de medición

Se usó agua del grifo para realizar la calibración y la medición. La densidad del líquido es $942.66 \frac{kg}{m^3}$.

Se efectuaron doce corridas de calibración, divididas en 2 bloques para cada sensor; los bloques de 6 corridas fueron realizados en diferentes días para cada sensor. La unidad de medición esta colocada en la zona de flujo, aproximadamente a la mitad de la columna como lo muestra la Figura 3.1, el sensor 1 está a 2.972 m por debajo del separador, el sensor 2 esta 2.872 m con el mismo punto de referencia mencionado.

La presión en los dos sensores fue encontrada por medio del método de carga hidrostática, introduciendo diferentes cargas de agua en la columna. Los resultados están graficados con el valor correspondiente a voltaje, como lo muestran las Figuras 3.6 y 3.7.

Por regresión lineal se encontró la relación presión-voltaje, dando una pendiente $0.0014 \frac{psig}{mV}^7$ ($9.65 \frac{kPa}{mV}$). Comparado con el valor dado por el fabricante de $0.001499 \frac{psig}{mV}$ ($10.33 \frac{kPa}{mV}$), tenemos una muy buena aproximación.

Podemos observar que la presión máxima es 4 *psig* ($27.6 kPa$) equivalente a 2.9 Volts, aproximadamente 1/3 de la capacidad total de medición.

⁷Hay que recordar que esta relación esta amplificada por un factor de 100.

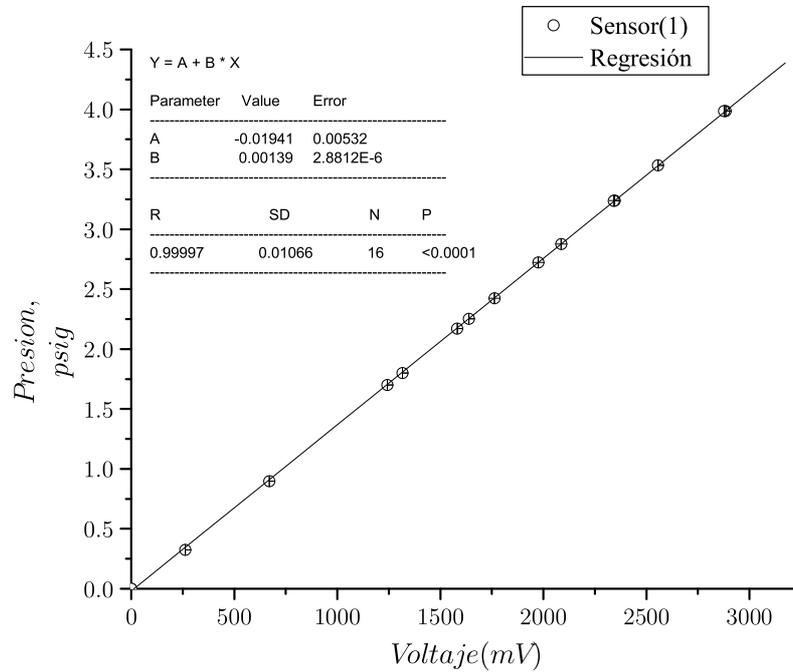


Figura 3.6: Calibración del Sensor 1

3.4. Sistema de adquisición de datos

3.4.1. Señales de presión

Se usó una computadora Hewlett Packard Vectra para la adquisición de datos para señales de presión. Esta computadora tiene instalada una tarjeta para la adquisición de datos DaqBook/120 de marca *Iotech*. La unidad DaqBook/120 ofrece una capacidad de entrada analógica flexible. La velocidad de muestreo del convertidor analógico/digital (A/D) es de 100 kHz, con mul-

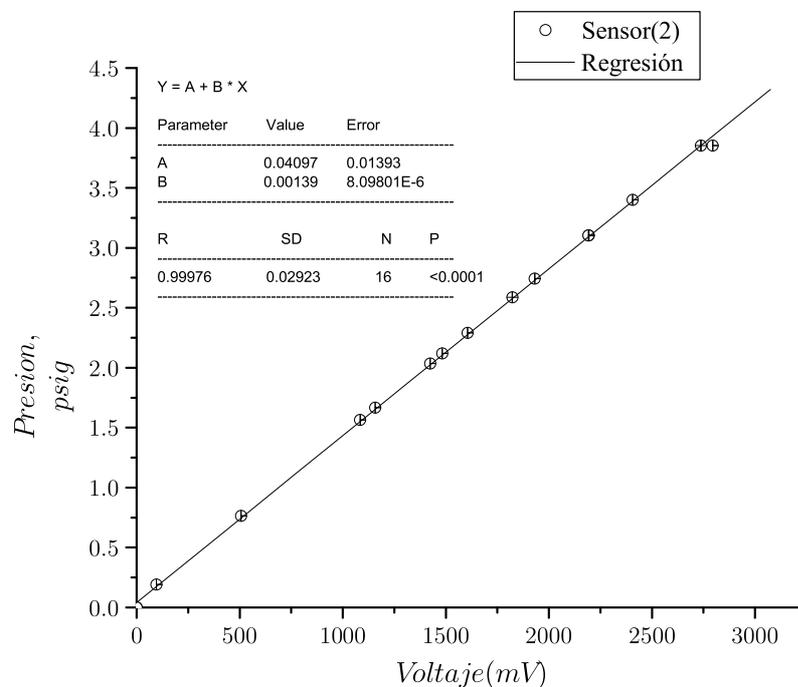


Figura 3.7: Calibración del Sensor 2

típlexor de 16 canales y una entrada amplificada de ganancia programable. El DaqBook/100 tiene 12-bit de resolución A/D.

Los sensores tienen una señal de salida amplificada a 10 Volts equivalente a 15 psig (103.42 kPa), mientras el convertidor A/D tiene 4096 *ptos* en 10 Volts, entonces tenemos la siguiente resolución:

$$\frac{15\text{psig}}{4096\text{ptos}} = 0.0036 \frac{\text{psig}}{\text{pto}}$$

redondeando tenemos una resolución de 0.004 psi (ó 0.027 *kPa*) por cada punto. Esta es la cantidad más pequeña que podemos detectar en nuestro sistema.

3.4.2. Video de alta velocidad

Se cuenta con un sistema *Redlake MotionScope PCI*, el sistema consiste de una cámara de alta velocidad. La velocidad de grabación tiene un rango de 60 a 8,000 cuadros por segundo. Este tipo de cámaras, tiene la ventaja de poder ser accionada o detenida de manera remota, también puede ser accionada por señales externas generadas por sensores ópticos, acústicos y electrónicos. Una vez capturadas las imágenes, éstas pueden ser desplegadas y analizadas. La velocidad de reproducción comprende únicamente: 1, 2, 3, 4, 5, 10, 15, 30, 60, 125, 250, 500, 1,000, 2,000, 4,000 and 8,000 cuadros por segundo.

El modelo de cámara **PCI 8000 S** es usado en este estudio; se utiliza una velocidad de grabación de 60 cuadros por segundo, se tiene una resolución de $480 \times 420 \times 8$ bit pixeles por cuadro. Para este estudio, las grabaciones obtenidas son únicamente demostrativas para los patrones de flujo observados.

La cámara se mantuvo aproximadamente a 1 metro de distancia de la columna, a una sección de la columna por arriba de la sección de medición (30 cm) es colocado un cubo de 8000 cm^3 , elaborado de lámina de acrílico con espesor de 1.8 cm, este cubo es llenado de agua destilada con el fin de tener la imagen de la columna en un solo plano.

3.5. Diseño experimental

3.5.1. Introducción

El diseño de experimentos involucra ciencia y arte. La ciencia se encuentra en las técnicas estadísticas y los principios matemáticos que permiten el desarrollo del diseño experimental y proporcionan objetividad a los métodos para análisis de los datos obtenidos de éste. El arte del diseño experimental involucra la experiencia del investigador en la aplicación de los métodos estadísticos a la resolución del problema y la integración de todo el conocimiento no estadístico para lograr las metas y objetivos del experimento que se realizará. Esto ocurre desde el momento de escoger los factores y la variable de respuesta apropiados, es decir a que nivel se debe tratar cada factor, considerar los aspectos lógicos para conducir el experimento, hasta la interpretación de los resultados obtenidos.

3.5.2. Principios básicos

La metodología estadística es el único enfoque objetivo para analizar un problema que implique datos sujetos a errores experimentales. Durante el diseño de experimentos se deben considerar los siguientes principios:

1. Reproducción de corridas experimentales.
2. Aleatorización de corridas experimentales.
3. Análisis por bloques de corridas experimentales.

La reproducción de corridas experimentales permite obtener una estimación del error experimental, también ayuda a determinar si las diferencias

observadas en los datos son significativas o si se requiere determinar la amplitud de un intervalo de confianza. La aleatorización ayuda a eliminar efectos de factores extraños que pueden estar presentes y evita tendencias por parte del experimentador. El análisis por bloques permite incrementar la precisión del experimento.

3.5.3. Selección del diseño experimental

El diseño factorial, permite manejar dos o más factores y analizar todas las posibles combinaciones de los niveles de los factores considerados.

Se propone inicialmente un diseño 3^2 donde se tienen 2 factores (U_{LS} y U_{GS}) con 3 niveles (bajo, medio y alto), pero se requiere añadir un nivel más sobre el factor U_{LS} , llamado *nulo*, de tal forma tenemos la representación geométrica mostrada en la Figura 3.8.

Se tienen cuatro flujómetros como se mencionó en secciones anteriores, de tal forma, esta representación geométrica se aplica a los cuatro flujómetros, esto es para cubrir un amplio rango en velocidades superficiales de gas. En la Tabla 3.6 se dan los valores para los niveles del factor U_{GS} .

Tabla 3.6: Valores de los niveles del factor U_{GS}

Flujómetro	0 (bajo)(m/s)	1 (medio)(m/s)	2 (alto)(m/s)
R1	0.00095	0.0065	0.011
R2	0.025	0.043	0.063
R3	0.074	0.21	0.33
R4	0.42	0.843	1.264

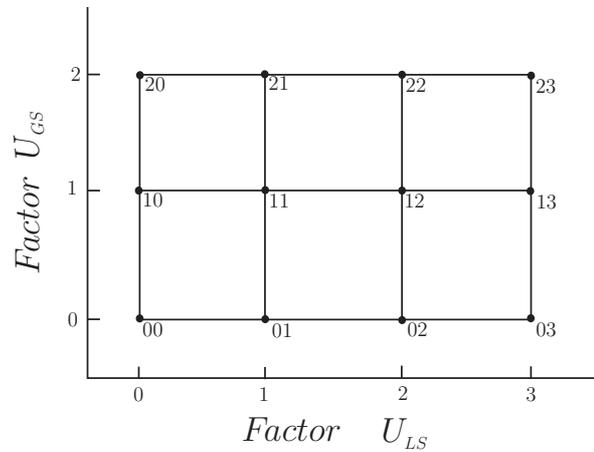


Figura 3.8: Representación geométrica del diseño de experimentos

La representación geométrica de la Figura 3.8 se aplicada a cada flujómetro, donde únicamente cambian los niveles del factor U_{GS} al cambiar de flujómetro, mientras los niveles del factor U_{LS} no cambian al cambiar de flujómetro.

Tabla 3.7: Valores de los niveles del factor U_{LS}

Bomba	0 (nulo)(m/s)	1 (bajo)(m/s)	2 (medio)(m/s)	3 (alto)(m/s)
B1	0	0.01	0.05	0.1

Se realiza una aleatorización para las corridas de cada flujómetro, teniendo un total de 12 corridas. Las corridas son divididas en dos bloques de 6 corridas, cada bloque se realizó en un día. En total tenemos 8 bloques, considerándose una repetición para cada uno de ellos. La aleatorización se llevo acabó invitando varias personas a participar en el sorteo, en diferente tiempo, evitando así algún tipo de factor extraño o tendencia. En la Tabla 3.8 se muestra el arreglo aleatorio del diseño experimental, donde las **b** minúsculas

representan el bloque y la \mathbf{b}_r representa la repetición del bloque.

Tabla 3.8: Aleatorización de corridas por bloques

R1				R2			
b1	b2	b1 _r	b2 _r	b3	b4	b3 _r	b4 _r
20	00	00	02	13	20	12	10
01	11	23	01	22	03	01	22
23	21	21	13	02	00	11	21
13	12	12	20	21	12	03	00
03	10	11	22	10	01	13	02
22	02	03	10	11	23	22	23

R3				R4			
b5	b6	b5 _r	b6 _r	b7	b8	b7 _r	b8 _r
00	01	01	13	22	03	20	00
20	11	02	03	11	00	03	12
23	03	22	20	23	20	22	10
22	10	11	12	02	01	02	01
13	02	21	23	12	10	21	11
21	12	00	10	13	21	13	23

Se seleccionó este diseño de experimentos para poder observar diversos patrones de flujo, además podemos estudiar la transición de burbujas de Taylor hacia el flujo intermitente y la transición de flujo intermitente hacia flujo batido.

Capítulo 4

Métodos de Estimación

4.1. Hidrostática

La hidrostática es el estudio de las fuerzas sobre los fluidos en reposo. La ecuación general de la hidrostática se puede obtener directamente por la reducción de la primera ley de Cauchy:

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot \mathbf{T} \quad (4.1.1)$$

a las condiciones hidrostáticas:

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} \quad (4.1.2)$$

y

$$\mathbf{v} = 0 \quad (4.1.3)$$

Entonces resulta que

$$\nabla p = \rho \mathbf{g} \quad \text{ó} \quad \nabla P = \rho \mathbf{g} \quad (4.1.4)$$

es la ecuación general de la hidrostática para fluidos incompresibles o compresibles, respectivamente, donde p es la presión (mecánica) de un fluido incompresible y P es la presión (termodinámica) de un fluido compresible.

4.2. Fracción Volumen

Para determinar como primera aproximación la fracción volumen, de manera general, en una columna de burbujeo hacemos uso de la ecuación general de la hidrostática (4.1.4), veamos la Figura (4.1).

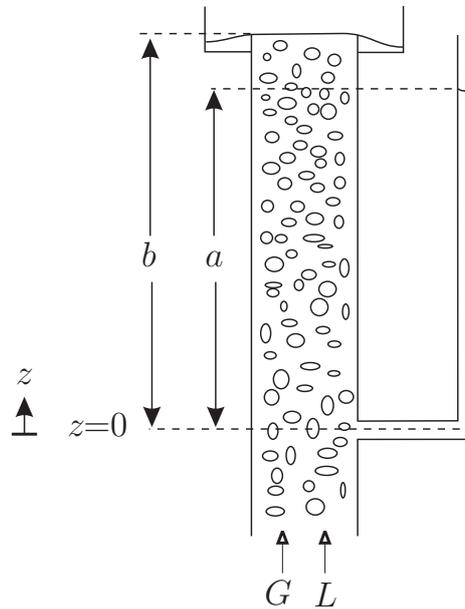


Figura 4.1: Planteamiento esquemático para determinar la fracción volumen

De la ecuación general de la hidrostática en coordenadas cartesianas se puede descomponer por sus componentes escalares:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho g_x \quad (4.2.1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \rho g_y \quad (4.2.1')$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \rho g_z \quad (4.2.1'')$$

donde

$$\mathbf{g} = (g_x, g_y, g_z)^T = (0, 0, -g)^T \quad (4.2.2)$$

donde g es la constante gravitacional. Entonces tenemos que

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad (4.2.3)$$

y por lo tanto

$$p \neq p(x) \quad p \neq p(y), \quad \frac{dp}{dz} = -\rho g \quad (4.2.4)$$

Integrando la última expresión, en el manómetro de líquido, que se encuentra en la rama derecha de la Figura 4.1, tenemos;

$$p = -\rho g z + C \quad (4.2.5)$$

cuya constante se puede determinar a partir de la condición a la frontera:

$$p = P_{atm} \quad \text{para} \quad z = a \quad (4.2.6)$$

de donde resulta que la constante es:

$$C = P_{atm} + \rho g_L a \quad (4.2.7)$$

sustituyendo obtenemos

$$p = P_{atm} + \rho_L g(a - z) \quad (4.2.8)$$

que se cumple en la columna manométrica . De manera similar obtenemos la ecuación de presión para la columna de burbujeo, cuyo resultado da:

$$p = P_{atm} + \rho_M g(b - z) \quad (4.2.9)$$

Ahora, existe un equilibrio mecánico entre las ecuaciones (4.2.9) y (4.2.8) en $z = 0$ donde el fluido conecta ambas columnas: la de burbujeo y la manométrica.

Entonces la presión en ambas es igual y podemos expresar

$$\rho_L(a - 0) = \rho_M(b - 0) \quad (4.2.10)$$

La manera en que está definida la densidad de la mezcla es:

$$\rho_M = \rho_L \varepsilon_L + \rho_G \varepsilon_G \quad (4.2.11)$$

poniendo esta última ecuación en términos de ε_L :

$$\rho_M = \rho_L \varepsilon_L + \rho_G(1 - \varepsilon_L) \quad (4.2.12)$$

rearrreglando

$$\rho_M = \rho_G + \varepsilon_L(\rho_L - \rho_G) \quad (4.2.13)$$

sustituyendo la ecuación (4.2.13) en (4.2.10) tenemos

$$\rho_L a = (\rho_G + \varepsilon_L(\rho_L - \rho_G))b \quad (4.2.14)$$

despejando ε_L

$$\varepsilon_L = \frac{\rho_L a}{(\rho_L - \rho_G)b} - \frac{\rho_G}{\rho_L - \rho_G} \quad (4.2.15)$$

en esta última ecuación podemos observar que el orden para ρ_L es de 10^3 y para ρ_G es 10^0 , por lo tanto $\rho_L - \rho_G \approx \rho_L$, en consecuencia el segundo término del lado izquierdo de la ecuación (4.2.15) es despreciable y tenemos que:

$$\varepsilon_L = \frac{a}{b} \quad (4.2.16)$$

La ecuación (4.2.16) es válida para la región completa $0 \leq z \leq b$ y este método solo es valido para columnas de burbujeo.

Si queremos determinar la fracción volumen en una región cualquiera de la columna como lo observamos en la Figura (4.2), hacemos nuevamente uso de la ecuación (4.1.4), donde ahora podemos ver que tenemos dos manómetros los cuales, como el caso anterior, nos ayudarán a determinar la fracción volumen global.

De la misma manera en la que anteriormente trabajamos, obtenemos tres

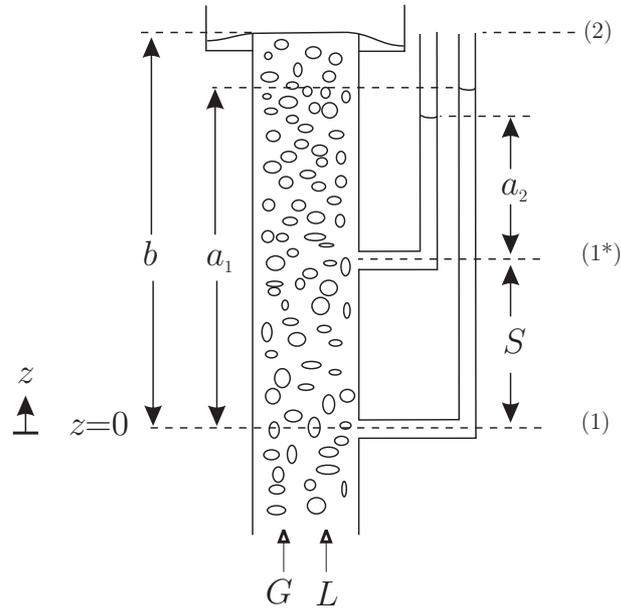


Figura 4.2: Determinación de la fracción volumen en una región de la columna, con un sistema de referencia para la aplicación de la ecuación de Bernoulli.

expresiones de presión:

$$p = P_{atm} + \rho_M g(b - z) \quad (4.2.17)$$

$$p = P_{atm} + \rho_L g(a_1 - z) \quad (4.2.18)$$

$$p = P_{atm} + \rho_L g(a_2 + S - z) \quad (4.2.19)$$

una ecuación para la columna y una ecuación para cada manómetro, respectivamente. En $z = z_1 = 0$ (nuestro origen) existe el equilibrio mecánico entre la presión de la columna y la del primer manómetro:

$$P_{atm} + \rho_M g(b - 0) = P_{atm} + \rho_L g(a_1 - 0) \quad (4.2.20)$$

rearrreglando

$$b\rho_M = a_1\rho_L \quad (4.2.21)$$

por lo tanto tenemos que la fracción volumen de líquido en esta zona:

$$\varepsilon_{L1} = \frac{a_1}{b} \quad (4.2.22)$$

también existe un equilibrio mecánico en $z = S$ entre la presión de la columna y la presión del segundo manómetro:

$$P_{atm} + \rho_M g(b - S) = P_{atm} + \rho_L g(a_2 + S - S) \quad (4.2.23)$$

rearrreglando

$$(b - S)\rho_M = a_2\rho_L \quad (4.2.24)$$

por lo tanto tenemos que la fracción volumen de líquido es:

$$\varepsilon_{L2} = \frac{a_2}{b - S} \quad (4.2.25)$$

tomando el promedio aritmético entre (4.2.22) y (4.2.25) podemos tener la fracción volumen promedio de líquido en la región (S), tenemos

$$\varepsilon_{LS} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{a_1}{b} + \frac{a_2}{b - S} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{b(a_1 + a_2) - a_1 S}{b(b - S)} \right\} \quad (4.2.26)$$

Esta ecuación es válida para la región completa $0 \leq z \leq S$. Por el otro lado la fracción del gas es:

$$\varepsilon_{GS} = 1 - \varepsilon_{LS} \quad (4.2.27)$$

Hay que notar que este desarrollo fue únicamente para el sistema en donde el líquido está en reposo, en otras palabras no hay movimiento de fluido. La siguiente sección muestra como es que la dinámica influye en los resultados obtenidos.

4.2.1. Contribución dinámica a la facción volumen

Los fluidos no siempre están de manera estática, la mayor parte del tiempo se encuentran en movimiento durante este estudio, es lógico pensar que las ecuaciones obtenidas para un sistema cambien cuando el sistema de referencia cambia, entonces para este caso de estudio usamos la ecuación de energía mecánica¹:

$$\Delta \frac{1}{2} \langle \bar{v}^2 \rangle + g\Delta h + \int_{p_1}^{p_2} \frac{1}{\rho} dp + \hat{W} + \hat{E}_v = 0 \quad (4.2.28)$$

La integral que aparece en la ecuación (4.2.28) puede ser evaluada si se conoce la ecuación de estado. Para nuestro caso un fluido incompresible, la ecuación anterior toma la siguiente forma:

$$\Delta \frac{1}{2} \langle \bar{v}^2 \rangle + g\Delta h + \frac{(p_2 - p_1)}{\rho} + \hat{W} + \hat{E}_v = 0 \quad (4.2.29)$$

Usando como referencia la Figura 4.2, donde $\hat{W} = 0$ y $\hat{E}_v = 0$ porque no hay realización de trabajo y se considera que las pérdidas por fricción son despreciables. Se usa al medio continuo para el análisis, esto es $\rho = \rho_L \varepsilon_L$ y $\langle \bar{v} \rangle = U_L = \frac{U_{LS}}{\varepsilon_L}$. Tomando los puntos (1) y (2) tenemos que la ecuación

¹Esta relación a veces se denomina *ecuación de Bernoulli*.

(4.2.29) toma la siguiente forma:

$$-\frac{1}{2}\langle \bar{v}_1^2 \rangle + gb = \frac{P_{atm} - p_1}{\rho_L \varepsilon_L} \quad (4.2.30)$$

despejando la fracción volumen de líquido:

$$\varepsilon_{L1} = \frac{P_{atm} - p_1}{\rho_L(-\frac{1}{2}\langle \bar{v}_1^2 \rangle + gb)} = \frac{\rho_L g a_1}{\rho_L(-\frac{1}{2}\langle \bar{v}_1^2 \rangle + gb)} = \frac{g a_1}{-\frac{1}{2}\langle \bar{v}_1^2 \rangle + gb} \quad (4.2.31)$$

hay que notar que la velocidad del líquido es velocidad intersticial, es decir que

$$\langle \bar{v}_1 \rangle = \frac{U_{LS}}{\varepsilon_{L1}} \quad (4.2.32)$$

Tomando ahora los puntos (1*) y (2) y haciendo un desarrollo similar al anterior llegamos a:

$$\varepsilon_{L2} = \frac{P_{atm} - p_{1*}}{\rho_L(-\frac{1}{2}\langle \bar{v}_1^2 \rangle + g(b - S))} = \frac{\rho_L g a_2}{\rho_L(-\frac{1}{2}\langle \bar{v}_1^2 \rangle + g(b - S))} = \frac{g a_2}{-\frac{1}{2}\langle \bar{v}_1^2 \rangle + g(b - S)} \quad (4.2.33)$$

Comparando las expresiones 4.2.22 con 4.2.31 y 4.2.25 con 4.2.33, vemos que la contribución dinámica está en el término dependiente de la velocidad, que se resta de la carga hidrostática en los denominadores correspondientes. Los denominadores representan, entonces, el efecto de presión neto, es decir, corregido por la presión dinámica. Sean

$$p_v = \rho_L(-\frac{1}{2}\langle \bar{v}_1^2 \rangle + gb) \quad (4.2.34)$$

y

$$p_{vS} = \rho_L(-\frac{1}{2}\langle \bar{v}_1^2 \rangle + g(b - S)) \quad (4.2.35)$$

Entonces, promediando las ecuaciones (4.2.31) y (4.2.33) para la sección S , tenemos.

$$\varepsilon_{LS} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{p_1}{p_v} + \frac{p_{1*}}{p_{vS}} \right\} \quad (4.2.36)$$

En el apéndice B.1 se da un algoritmo para la determinar la fracción vacío partiendo de las ecuaciones 4.2.36 y 4.2.27.

4.3. Corrección de la velocidad superficial

Consideremos una sección de la columna de burbujas, donde solo tenemos una entrada (de área A_1) y una salida (de área A_2), aplicando el concepto de conservación de masa a esta sección de columna, se obtiene:

$$\frac{d}{dt} m_{tot} = \rho_1 \langle \bar{v}_1 \rangle A_1 - \rho_2 \langle \bar{v}_2 \rangle A_2 \quad (4.3.1)$$

En esta expresión m_{tot} es la masa total de fluido. En estado estacionario, la masa total de fluido en el sistema no varia con el tiempo y por consiguiente tenemos:

$$0 = \rho_1 \langle \bar{v}_1 \rangle A_1 - \rho_2 \langle \bar{v}_2 \rangle A_2 \quad (4.3.2)$$

es decir, que la cantidad de masa que entra es la misma cantidad que sale. En la columna el área no cambia, entonces la ecuación 4.3.2 es:

$$\rho_1 \langle \bar{v}_1 \rangle = \rho_2 \langle \bar{v}_2 \rangle \quad (4.3.3)$$

esta ecuación es aplicada para corregir la velocidad superficial de cada fase, tomando en cuenta que $\langle \bar{v} \rangle = \frac{U_{LS}}{\varepsilon_L}$ y $\langle \bar{v} \rangle = \frac{U_{GS}}{1-\varepsilon_L}$ respectivamente. Supongamos que la fracción volumen de líquido no cambia en la sección donde se aplico el balance, entonces tenemos que:

$$\rho_{L1}U_{LS1} = \rho_{L2}U_{LS2} \quad (4.3.4)$$

$$\rho_{G1}U_{GS1} = \rho_{G2}U_{GS2} \quad (4.3.5)$$

Ahora, el líquido es un fluido incompresible, esto es $\rho_{L1} = \rho_{L2}$, por lo tanto no hay corrección en la velocidad superficial de líquido. Por otro lado, el gas (aire) es un fluido compresible, por lo tanto hay corrección en la velocidad superficial del gas. Podemos conocer las condiciones del estado (1), pues tenemos las condiciones a las que son calibrados los instrumentos de medición: presión, temperatura y caudal. Por la ley de gas ideal podemos conocer a ρ_{G1} de la siguiente forma:

$$\rho_{G1} = \frac{P * PM}{T * R} = \frac{1atm * 29 \frac{kg}{kmol}}{294.15K * 0.08205 \frac{atm * m^3}{kmol * K}} = 1.201 \frac{kg}{m^3} \quad (4.3.6)$$

entonces, la ecuación para la corrección de la velocidad superficial de gas es:

$$U_{GS2} = U_{GS1} \frac{1.201 \frac{kg}{m^3}}{\rho_{G2}} \quad (4.3.7)$$

solo queda conocer ρ_{G2} , que es calculada por la ecuación 4.3.6 donde la incognita es la presión absoluta, esta presión es calculada como el promedio de los dos sensores de presión más la presión atmosférica (1 atm).

4.4. Tratamiento de series de tiempo

El procesamiento de las señales obtenidas por los sensores de presión y por el convertidor A/D, son tratadas en una computadora de marca Dell (inspiron 8100) la cual tiene el software MATLAB 7.0. Este software cuenta con un toolbox para procesamiento de señales.

4.4.1. Filtros

La literatura reporta que el contenido en frecuencias de las fluctuaciones de presión en una columna de burbujeo es de 0 a 25 Hz. En la Tabla 4.1 se dan las frecuencias características para señales de presión. Varios de los autores (Drahoš et al., 1991; Drahoš y Čermák, 1989; Drahoš et al., 1992) utilizan un filtro analógico pasa-bajas que se encuentra antes del convertidor A/D. Es conveniente diseñar un filtro pasa-bajas digital con un corte en 25 Hz (Legius et al., 1997; Letzel et al., 1997), éste no necesita de circuitos electrónicos y puede ser proporcionado por un software o ser programado.

Tabla 4.1: Procesos generadores de las frecuencias características de señales presión (Drahoš et al., 1991)

Fuente	Orden de frecuencias característico(Hz)
Formación de burbujas	10^1
Paso de burbujas	$10^0 - 10^1$
Coalescencia de burbujas	10^0
Remolinos de gran escala	10^{-1}
Remolinos de tamaño medio	10^0
Fluctuaciones del nivel de líquido	$10^{-2} - 10^{-1}$

En el apéndice A.1 se encuentran los comandos para el filtro pasa-bajas.

4.4.2. Frecuencia de muestreo

La velocidad de muestreo debe ser elegida considerando dos parámetros: la distancia entre sensores y la rapidez de propagación más grande que se desea observar. Es conocido de estudios previos (Legius et al., 1997; Lee et al., 1998) y (Costigan y Whalley, 1997a) que la rapidez de propagación de la onda de presión es igual o menor a la velocidad del sonido. Para fracciones pequeñas de gas ($\varepsilon_G \approx 0.003$), la velocidad del sonido es ≈ 200 m/s. Ahora, si dividimos esta velocidad entre la distancia entre los sensores, encontramos la frecuencia a la cual debemos muestrear para encontrar como máximo una velocidad de 200 m/s y velocidades menores:

$$\frac{200m/s}{0.1m} = 2000Hz$$

Algunos estudios realizados (Legius et al., 1997) utilizan una frecuencia entre 1000 y 4000 Hz para medir ondas de presión. En este estudio se usan tres frecuencias de muestreo: 1000, 2000 y 5000 Hz. Un tiempo total de 10 segundos son tomados como tiempo de muestreo (que equivale a 10000, 20000, 50000 datos respectivamente para las frecuencias de muestreo anteriores).

4.4.3. Resolución en frecuencia

Conociendo la frecuencia y el tiempo de muestreo es importante conocer la resolución en frecuencia. La resolución máxima para cada análisis en el dominio de la frecuencia es obtenida de la siguiente forma:

$$\text{Resolución} = \frac{fm}{J} \quad (4.4.1)$$

donde J es el tamaño de la ventana y es calculada como:

$$J = \frac{N}{2} \quad (4.4.2)$$

En este trabajo se obtiene una resolución máxima de 0.2 Hz. Este valor es tomado como el error para la estimación de la densidad espectral.

4.4.4. Velocidad de propagación en columnas de burbujeo

La perturbación en la densidad de un flujo de dos fases se propaga a lo largo de una columna (Albrecht et al., 1982). El tiempo de retraso de esta perturbación puede ser medida entre dos detectores separados una distancia determinada, el retraso es estimado por el máximo de la función de la correlación cruzada o por el cambio de fase de la densidad espectral cruzada.

El flujo en dos fases es un proceso estocástico donde la variable estocástica es la presión, por lo tanto la estimación del retraso fluctúa de observación a observación (Albrecht et al., 1982). En el apéndice A.2.1 se da la sintaxis para la estimación de la velocidad de propagación a partir de la correlación cruzada.

Tres casos son considerados para el tiempo de retraso entre dos señales:

1. *No hay tiempo de retraso.* El pico de la correlación cruzada es simétrica alrededor de cero.

2. *Un tiempo uniforme de retraso para todas la frecuencias.* Esto significa que la correlación cruzada tiene un pico simétrico en un tiempo de cambio τ .
3. *Diferentes tiempos de retraso a diferentes frecuencias.* En algunos casos, diferentes frecuencias pueden viajar con diferentes velocidades, resultando en diferentes tiempos de retraso. Este es el resultado en un pico no simétrico en algún tiempo promedio de la correlación cruzada.

De acuerdo con Drahoš et al. (1991), Bendat y Piersol (1986) el tiempo de tránsito de la propagación de la señal entre dos sensores puede ser evaluada por el ángulo de fase de la densidad de potencia espectral. Esta estimación es equivalente al pico de la correlación cruzada, puede darnos información importante concerniente a la frecuencia dependiente. La estimación es de la siguiente forma:

$$\tau = \frac{\phi_{xy}(f)}{2\pi f} \quad (4.4.3)$$

donde $\phi_{xy}(f)$ es el ángulo de fase de la densidad de potencia espectral.

Parte III

Resultados

Capítulo 5

Resultados y Discusión

Se llevó a cabo un conjunto de experimentos con la unidad de medición de presión colocada en la zona intermedia de la columna de burbujeo. Los experimentos de calibración de la unidad de medición de presión se mencionan en la sección 3.3. Por otra parte, el análisis de las series de tiempo se realizan al mismo tiempo que los experimentos.

5.1. Resultados Experimentales

5.1.1. Conjuntos de experimentos y sus patrones de flujo

En el gráfico 5.1 se muestran los puntos experimentales explorados en la columna de burbujeo de acuerdo al diseño de experimentos. Los límites para representar las transiciones de los patrones de flujo fueron tomados de Taitel et al. (1980), donde la ecuación 1.3.5 representa la transición entre

flujo burbuja y flujo intermitente. La ecuación 1.3.11 representa la transición entre el flujo intermitente y el flujo batido con un $\frac{L}{D} = 50$, donde L representa la distancia del plato distribuidor al punto medio de los sensores y D es el diámetro interno de la tubería. Estas transiciones están calculadas con las propiedades físicas del sistema (agua de grifo y aire de servicio a 21°C y 101.325 kPa).

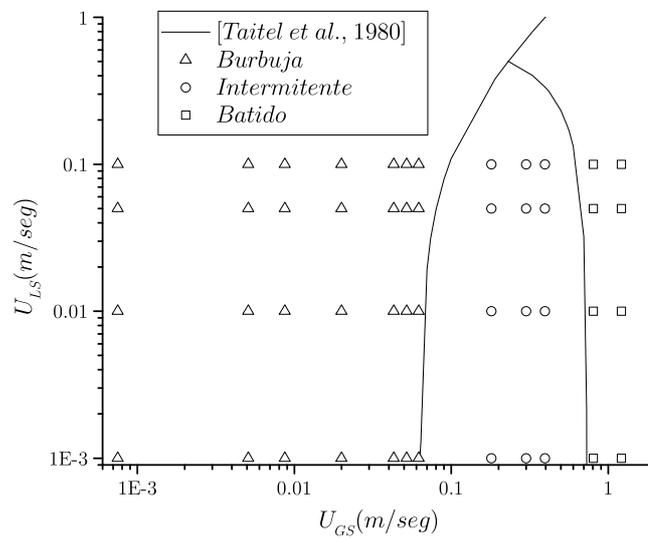


Figura 5.1: Puntos experimentales en un mapa de patrones de flujo, para tubería vertical de 5 cm de diámetro a 21°C y 101.325 kPa .

Hay que hacer notar los puntos con velocidad de líquido $U_{LS} = 1 \times 10^{-3}$ m/s en la Figura 5.1, en realidad corresponden a una $U_{LS} = 0$ m/s, que no puede ser representada en esta gráfica log-log.

5.1.2. Fracción Volumen

En el gráfico 5.2 se muestran las fracciones vacío promedio que corresponden a los puntos experimentales seleccionados.

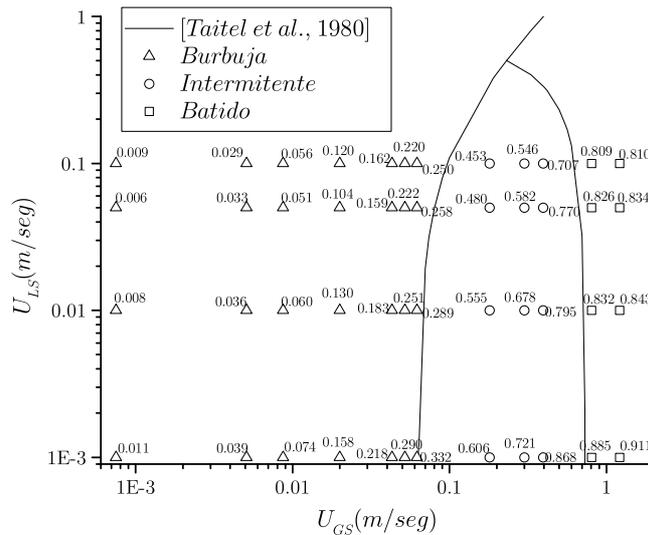


Figura 5.2: Fracción vacío en puntos experimentales sobre un mapa de patrones de flujo en una tubería vertical de 5 cm de diámetro a 21°C y 101.325 kPa.

A pequeños cambios en el flujo de gas a una velocidad constante de líquido (líneas horizontales en la Figura 5.2) se tiene un cambio del orden de 10^{-2} en la fracción volumen de gas. Por otro lado, el cambio en la velocidad del líquido a una velocidad constante de gas (líneas verticales en la Figura 5.2) no modifica significativamente la fracción volumen de gas del orden de 10^{-4} , por lo tanto la velocidad del gas tiene mayor importancia en la determinación de la fracción vacío de gas, que a su vez influye ampliamente en la determinación

de los regímenes de flujo. Esta observación concuerda en términos generales con las líneas de las transiciones de los patrones de flujo en las Figuras 5.1 y 5.2, que son cercanas a verticales.

5.1.3. Caracterización de transiciones en gráficas

ε_g vs. U_{GS}

En los gráficos gráficos 5.3, 5.4, 5.5 y 5.6 se representan los cambios de ε_L con respecto a la velocidad superficial de gas, donde la observación del cambio de pendiente indica la transiciones entre patrones de flujo.

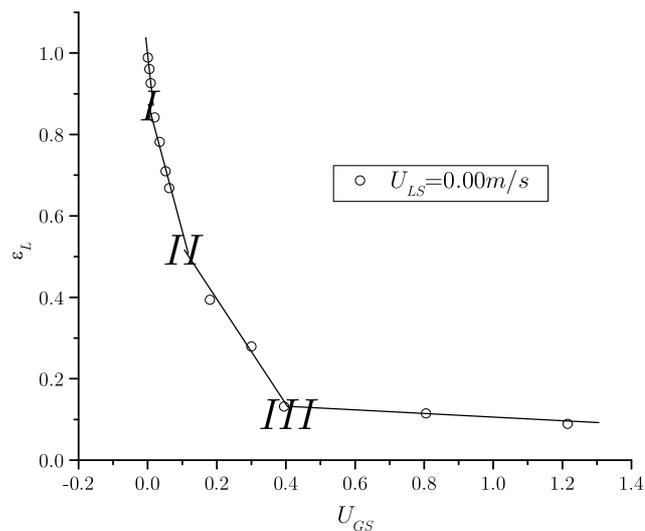


Figura 5.3: Identificación de transiciones a $U_{LS} = 0$ m/s.

Se pueden observar cuatro regiones lineales que intersectan en tres zonas

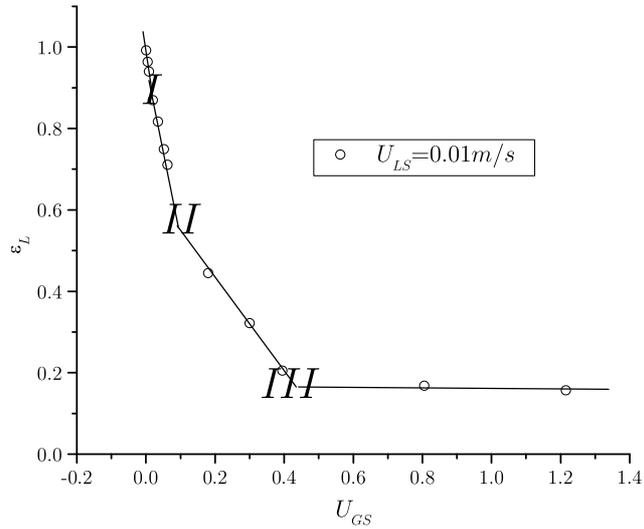


Figura 5.4: Identificación de transiciones a $U_{LS} = 0.01 \text{ m/s}$.

en donde hay cambio de pendiente. Un cambio de pendiente en la intersección I es característica del cambio de un patrón de burbujas homogéneo, formado por enjambres de pequeñas burbujas uniformemente distribuidas, a un patrón de burbujas grandes y pequeñas, donde las burbujas pequeñas, uniformemente distribuidas, se alternan con la aparición de burbujas grandes, de forma con frente esférico (burbujas de Taylor), que ocupan desde $1/3$ hasta cercanamente la totalidad de la sección transversal de la tubería. Este cambio se da en torno a $U_{GS} = 0.01 \text{ m/s}$ como se muestra en la Tabla 5.1. La intersección II indica el cambio de un patrón de burbujas de Taylor a un patrón intermitente donde gobiernan tapones grandes de gas. La intersección III indica el cambio de un patrón intermitente a un patrón batido donde

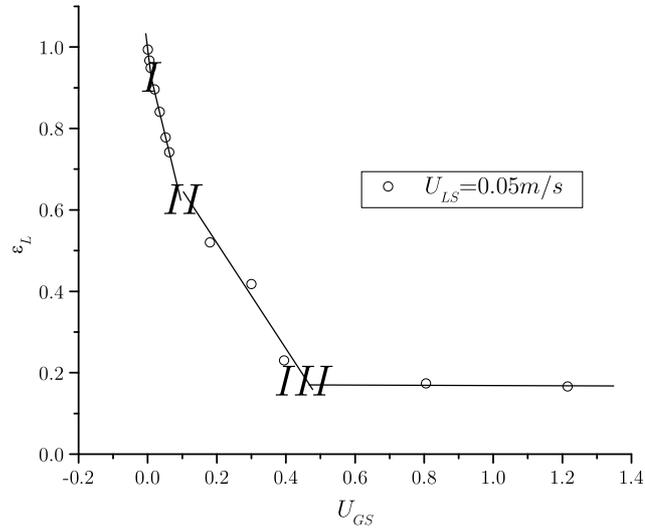


Figura 5.5: Identificación de transiciones a $U_{LS} = 0.05 \text{ m/s}$.

existe un comportamiento caótico y desordenado. En la Figura 5.7 se pueden observar los puntos de la Tabla 5.1 que corresponden a las líneas continuas, en tanto que las líneas punteadas indican las transiciones de Taitel et al. (1980). Es notable la coincidencia en los patrones intermitente y batido, en tanto que, la primera zona de intersección, que separa una región de burbuja homogénea de uno con burbujas de frente esférico, no fue reportado por Taitel et al. (1980).

5.2. Análisis en el dominio del tiempo

El análisis de las series de tiempo de las ondas de presión se realiza tanto en el dominio del tiempo, como en el dominio de la frecuencia. En la Figura

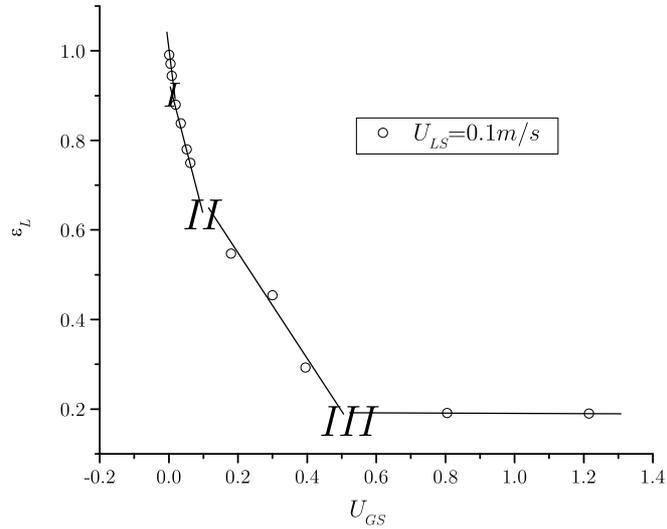


Figura 5.6: Identificación de transiciones a $U_{LS} = 0.1 \text{ m/s}$.

5.8 se encuentran las funciones más importantes de estos análisis. En la parte superior se encuentra la información capturada directamente, es decir las gráficas de la presión en ambos sensores, así como las gráficas de sus fluctuaciones.

El análisis en el dominio del tiempo, consiste básicamente en correlacionar las señales de ambos sensores, de acuerdo a las estimaciones definidas por las ecuaciones 2.5.5 y 2.5.6. Las gráficas de estas funciones se muestran en la Figura 5.8 como los coeficientes de correlación y los coeficientes de correlación cruzada. El análisis en el dominio de la frecuencia se efectúa a partir de la estimación de las densidades espectrales \hat{S}_{xW} (ecuación 2.5.13), la den-

Tabla 5.1: Zonas de intersección

U_{LS}	0		0.01		0.05		0.1	
	ε_L	U_{GS}	ε_L	U_{GS}	ε_L	U_{GS}	ε_L	U_{GS}
Intersección I	0.9	0.01	0.89	0.01	0.92	0.01	0.88	0.02
Intersección II	0.49	0.11	0.56	0.09	0.67	0.09	0.69	0.08
Intersección III	0.13	0.39	0.16	0.43	0.17	0.46	0.2	0.5

alidad espectral cruzada \hat{S}_{xyW} (ecuación 2.5.15), el ángulo de fase (ecuación 2.5.19) y la función de coherencia $|K_{xy}|^2$ (ecuación 2.5.17). En esta sección se desarrolla el análisis en el dominio del tiempo y en la próxima se aborda el dominio de la frecuencia.

Las señales fueron analizadas antes y después de un filtraje digital, como es mencionado en la sección 4.4.1, los órdenes usados para el filtro digital son 2, 4, 6, donde se observa que no hay cambio en las señales analizadas con los órdenes 4 y 6 con referencia a 2. Sin embargo, hay un cambio importante entre la señal no filtrada y la señal filtrada con el filtro digital de orden 2. La señal filtrada mejora la calidad de la lectura del retardo, eliminando los ruidos que pudieran confundir su búsqueda.

5.2.1. Correlación cruzada

La función de correlación cruzada como se ha definido en la ecuación 2.5.6 de la sección 2.5.2, describe el espacio-tiempo característico para cada patrón de flujo. El coeficiente de correlación cruzada, denotada por ρ_{xy} , es la función de correlación cruzada normalizada de tal manera que satisface la condición

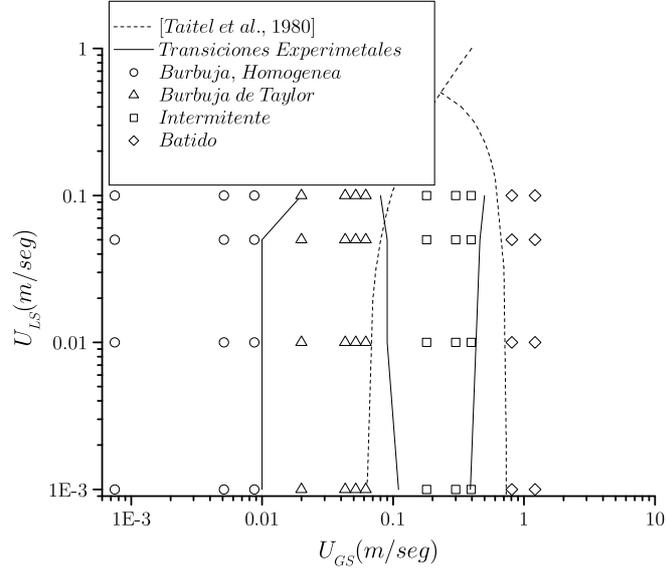


Figura 5.7: Mapa Experimental de patrones de flujo en una tubería vertical de 5 cm de diámetro a 21°C y 101.325 kPa.

$-1 \leq \rho_{xy}(\Delta t) \leq 1$, donde $\Delta t = \tau$ es el tiempo de retardo de la señal de presión, entre los dos sensores.

Se muestra un ejemplo de la estimación del coeficiente de correlación cruzada, en la sexta gráfica desde abajo hacia arriba en la Figura 5.8. Este coeficiente presenta uno o varios picos. El valor del coeficiente ($\rho_{xy} = 1$) indica la máxima correlación entre las señales de presión y se presenta a un intervalo de tiempo dado, que indica el retardo principal de la señal. Otros picos pueden presentarse a intervalos de tiempo positivos o negativos, lo que significa que hay otros retardos y adelantos, respectivamente.

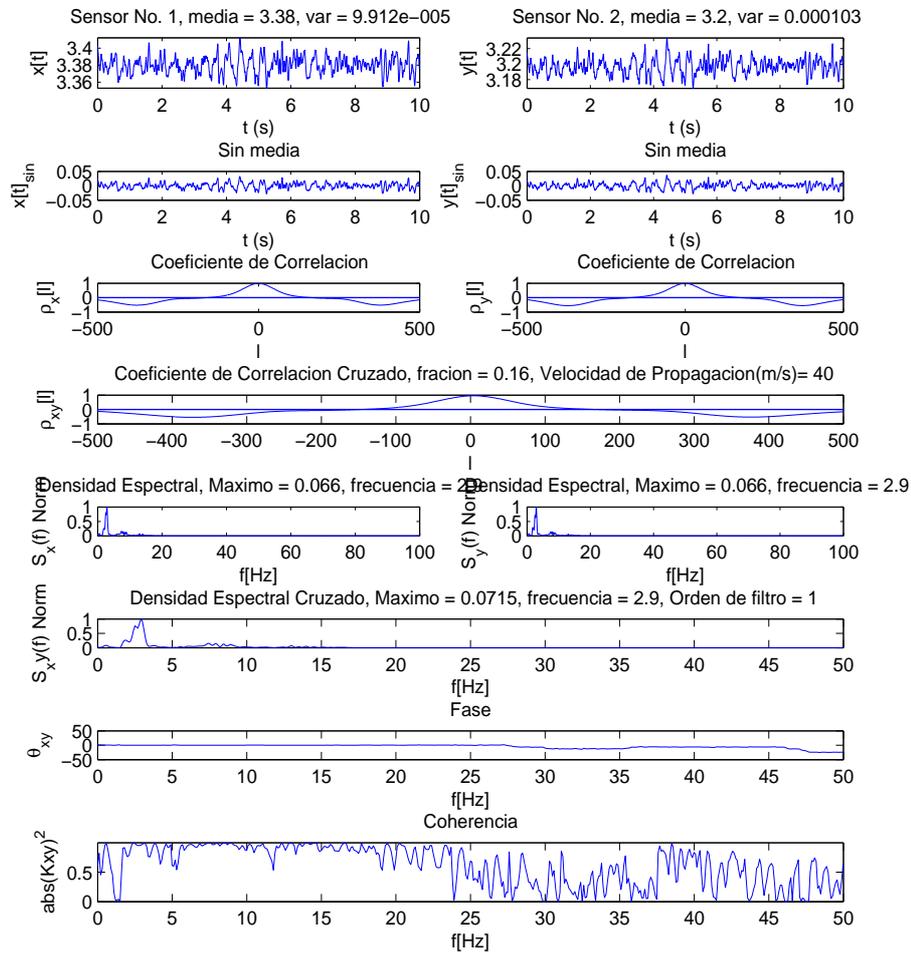


Figura 5.8: Análisis de datos Experimentales

5.2.2. Rapidez de propagación

La rapidez de propagación de la onda de presión se encuentra a partir de la determinación del máximo global del coeficiente de correlación ρ_{xy} , determinando el valor del retardo principal τ_l , cuando se da este máximo. El

retardo principal depende de la frecuencia de muestreo fm , ya que se puede expresar como:

$$\tau_l = \frac{l}{fm} \quad (5.2.1)$$

donde l es el número de intervalos de tiempo para el que se obtiene el máximo del coeficiente de correlación cruzada, como se puede apreciar en el diagrama de la Figura 5.9.

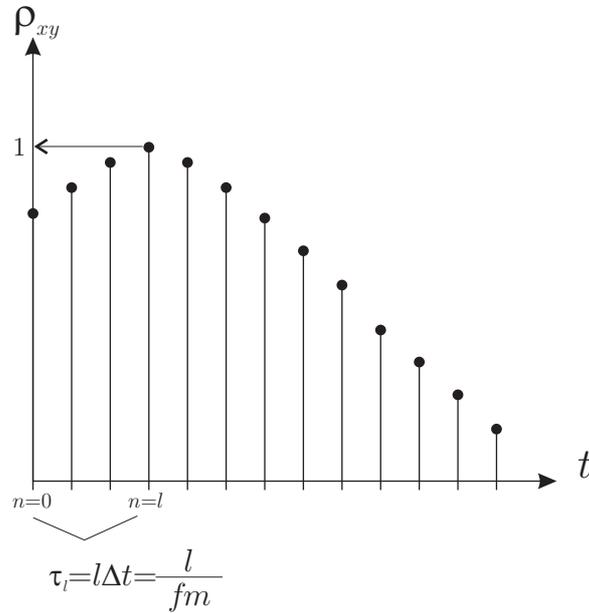


Figura 5.9: Esquema de representación del máximo del coeficiente de correlación cruzada

La rapidez de propagación se estima al dividir la distancia de separación entre los dos sensores (S) entre el retardo principal:

$$V_p = \frac{S}{\tau_l} = \frac{S * fm}{l} \quad (5.2.2)$$

La velocidad máxima que puede ser encontrada a partir del coeficiente de correlación cruzada depende de la frecuencia de muestreo. Para fm de 2000 Hz el intervalo de tiempo más pequeño que se puede discriminar es de 0.0005 s, entonces la velocidad más grande que podemos registrar es de $V_p = \frac{0.1}{0.0005} = 200$ m/s ¹. De la misma manera para una frecuencia de muestreo de 5000 Hz el retraso que se puede registrar es de 0.0002 s y la velocidad que se puede registrar es $V_p = \frac{0.1}{0.0002} = 500$ m/s.

Se ha encontrado un conjunto de velocidades medibles con este sistema de presión y las frecuencias de muestreo elegidas, como se muestra en la Tabla 5.2.

Tabla 5.2: Velocidades (en m/s) medibles a diferentes frecuencias de muestreo (Hz).

l	$fm = 1000$	$fm = 2000$	$fm = 5000$
1	100	200	500
2	50	100	250
3	33.33	66.66	166.67
4	25	50	125
5	20	40	100
6	16.16	33.33	83.33
7	14.28	28.57	71.42
8	12.5	25	62.5
9	11.11	22.22	55.55
10	10	20	50
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
n	$\frac{100}{n}$	$\frac{200}{n}$	$\frac{500}{n}$

¹Recordando que $S = 0.1$ m es la distancia entre sensores.

Se observa que conforme se aumenta la frecuencia de muestreo, se tiene una mejor aproximación en la velocidad de propagación, es decir, se tienen más puntos entre los valores que puede tomar la velocidad, por ejemplo, se observa que para una frecuencia de muestreo de 1000 Hz no tenemos un valor intermedio entre el valor de 50 m/s y 100 m/s, pero a una frecuencia de muestreo de 2000 Hz se tiene un valor de 66.66 m/s, y para 5000 Hz se tienen cuatro valores intermedios entre este mismo rango de velocidades.

Se puede definir la velocidad de propagación promedio de la siguiente forma:

$$\bar{V}_p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_{pi} \quad (5.2.3)$$

donde N es el número de muestras de un punto experimental.

En la Figura 5.10 se observan las velocidades de propagación promedio. La línea sólida representa la velocidad del sonido como lo reporta Nguyen et al. (1981) y la línea punteada es reportada por Wallis (1969, Capítulo 6). Se sabe que la velocidad de propagación de la onda de presión está limitada por la rapidez de propagación del sonido como se menciona en el capítulo 2. Considerando la precisión de los resultados, así como la limitación física de las ondas de presión arriba señalada, en la Figura 5.10 se muestran los datos experimentales que cumplen ambos criterios, así como sus bandas de error. El error es calculado con las ecuaciones 5.2.6 y 5.2.7.

Los datos experimentales siguen el comportamiento esperado, manteniéndose cerca y por debajo de la velocidad límite para ambas referencias, las

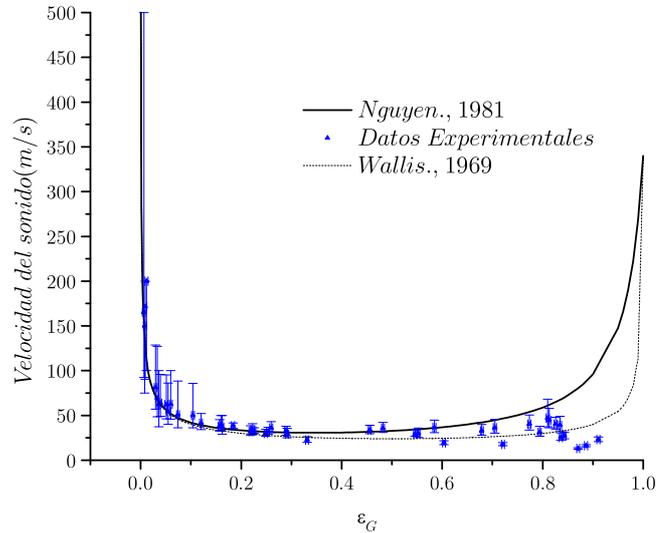


Figura 5.10: Rapidez de propagación de ondas de presión

velocidades encontradas entre las fracciones 0.006-0.5 siguen muy de cerca el comportamiento de Nguyen et al. (1981) y de Wallis (1969, Capítulo 6), mientras que las velocidades restantes están por debajo de la referencia de Nguyen et al. (1981). Por otro lado los datos experimentales siguen mejor el comportamiento dado por Wallis (1969, Capítulo 6).

El la Figura 5.11 se muestra las velocidades de propagación promedio dadas las condiciones de flujo, en sus modalidades de burbujas pequeñas uniformemente distribuidas (homogénea), burbujas de Taylor, flujo intermitente y flujo batido. Las velocidades de propagación se muestran sobre las transiciones encontradas via el análisis ε_L vs. U_{GS} , representadas en la Tabla 5.1.

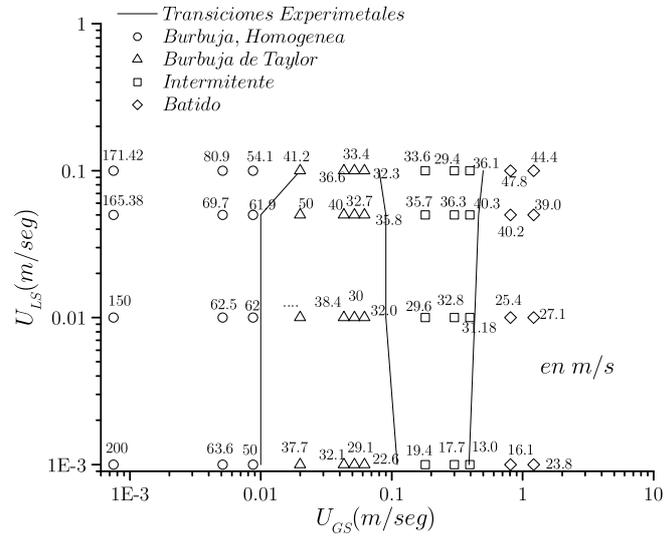


Figura 5.11: Rapidez de propagación promedio para cada punto experimental

5.2.3. Precisión de la rapidez de propagación

Algunos investigadores reportan que las velocidades de propagación varían de medición a medición (Albrecht et al., 1982). Para cuantificar la cantidad de error de la velocidad de propagación, se puede tomar el índice de retardo l como parámetro de estimación.

La precisión depende en grande manera del índice de retardo, así cuando se comete un error de un solo dato en la estimación del retardo de la correlación cruzada, se tendrían estimados del máximo retardo y del mínimo retardo

para la velocidad de propagación. Si el índice de retardo l se subestima ($l-1$) o sí se sobreestima ($l+1$) se obtiene los siguiente:

$$V_{p,max} = \frac{S * fm}{l - 1} \quad (5.2.4)$$

$$V_{p,min} = \frac{S * fm}{l + 1} \quad (5.2.5)$$

de modo que el error en V_p esta dado por el intervalo $[V_{p,min}, V_{p,max}]$.

El promedio del error es definido de la siguiente forma:

$$\overline{V_{p,max}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_{p,max}^i \quad (5.2.6)$$

$$\overline{V_{p,min}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_{p,min}^i \quad (5.2.7)$$

entonces la velocidad promedio $\overline{V_p}$ tiene errores de $\overline{V_{p,max}}$ y $\overline{V_{p,min}}$. Esto se puede observar en la Figura 5.10.

5.3. Análisis en el dominio de la frecuencia

La señal transformada al dominio de la frecuencia es importante para frecuencias entre 0 y 25 Hz, cuando no se tiene aplicado algún filtro digital. Esto coincide con lo observado por Drahoš et al. (1992). La aplicación de un filtro pasabajas con un corte a 25 Hz no modifica este análisis, pero mejora la calidad de los resultados, proporcionando una mayor definición a los contenidos de frecuencias.

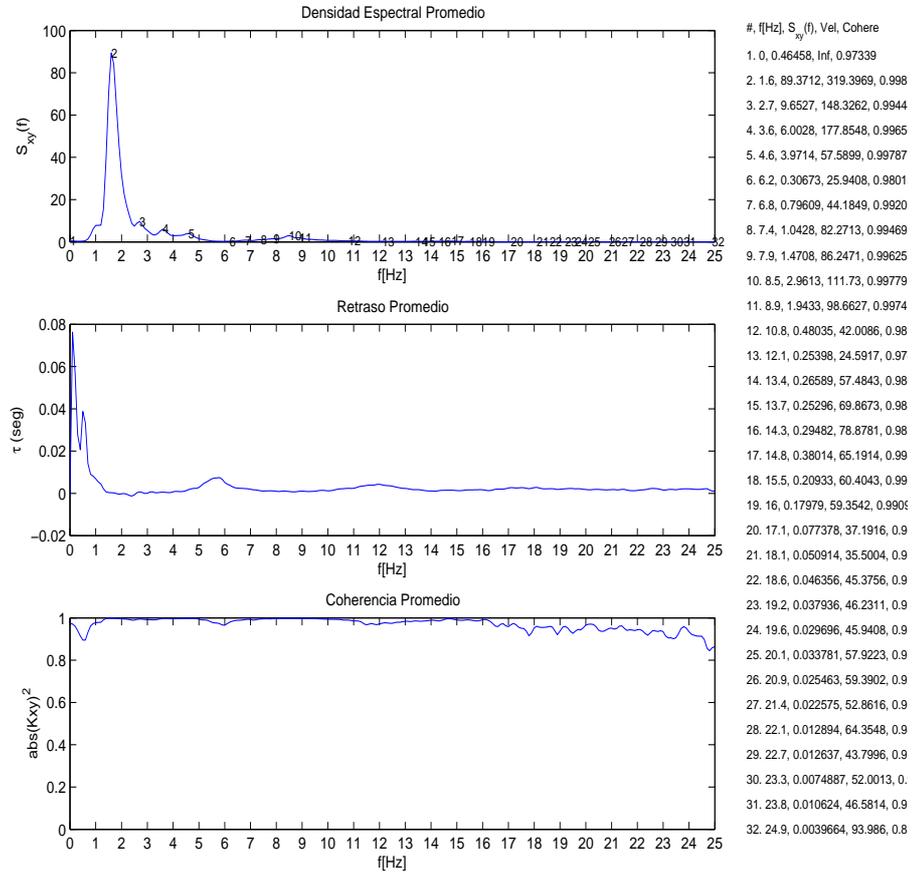


Figura 5.12: Densidad espectral cruzada promedio

Se reporta un análisis individual para cada muestra del punto experimental en un archivo electrónico, etiquetados acorde al diseño de experimentos.

Todas las señales muestreadas bajo las mismas condiciones de flujo, son tomadas como contribución a cada punto experimental, promediando punto

a punto su espectro. Esto equivale a tomar una sola muestra, con un periodo de tiempo², equivalente a la suma de los tiempos de todas las repeticiones juntas.

Se hace un arreglo de gráficos, como se muestra en la Figura 5.12, donde se reporta el promedio espectral, el tiempo de retardo promedio y su coherencia promedio para cada punto experimental, obtenidos también sumando punto a punto las contribuciones de todas las repeticiones.

La tabla que se encuentra en el lado derecho de la Figura 5.12 identifica los las frecuencias importantes del espectro promedio. La información está ordenada de la siguiente forma: No. de pico, frecuencia en (Hz), tiempo de retardo en (s) y coherencia. Estos picos están relacionados por frecuencia con el tiempo de retardo y la coherencia. Drahoš et al. (1991), Drahoš y Čermák (1989) interpretan los valores negativos de retardo en el tiempo como propagaciones descendentes de la señal.

La Figura 5.13 muestra la forma característica de los espectros cruzados, que corresponden a los puntos experimentales. En el mapa se han identificado seis regiones, de acuerdo con la forma de su espectro cruzado. Proponemos los límites de transición entre regiones por las diferentes formas espectrales, no necesariamente coincidentes con las transiciones (líneas punteadas) propuestas por Taitel et al. (1980). Estos límites propuestos son detectados cuando aparecen o desaparecen frecuencias bien definidas.

²Esto es verdadero siempre y cuando la resolución sea la misma en todos los casos.

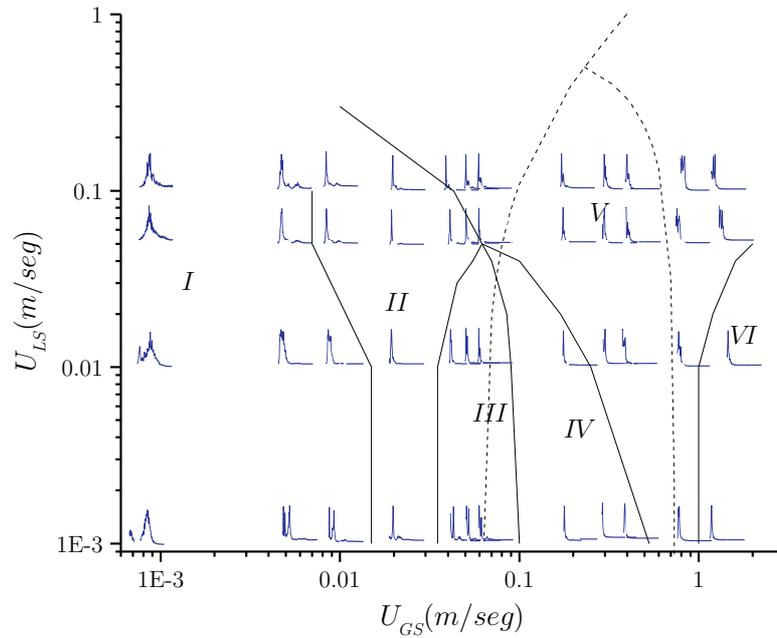


Figura 5.13: Mapa Experimental de espectros en una columna de burbujeo

Estas formas espectrales son como *firmas* o *huellas digitales* de los flujos bifásicos, por ser únicas para cada condición de flujo. En este mapa se encuentran todas las firmas antes citadas, su forma puede servir como herramienta de diagnóstico para la identificación de patrones, se puede observar la presencia de uno o varios picos, la aparición y desaparición de picos debe corresponder a la presencia de nuevos mecanismos físicos de interacción o de flujo a una frecuencia determinada.

La siguiente descripción se apoya en las tomas de video de alta velocidad:

Región I Esta es una región de varios picos en competencia y no se aprecia un pico dominante. La región se caracteriza por representar un patrón de flujo burbuja homogéneo, donde las burbujas viajan a lo largo de la columna separadas una distancia a la cual no es importante la interacción. Se observan burbujas de tamaños que van de 1.5 a 2.5 cm de diámetro. Las fluctuaciones de presión son muy pequeñas, generando espectros de potencia espectral muy baja. Es posible que la presencia de múltiples picos sea debida a ruido y eventos fuera de control en el experimento. Los componentes en frecuencia están entre 0-16 Hz .

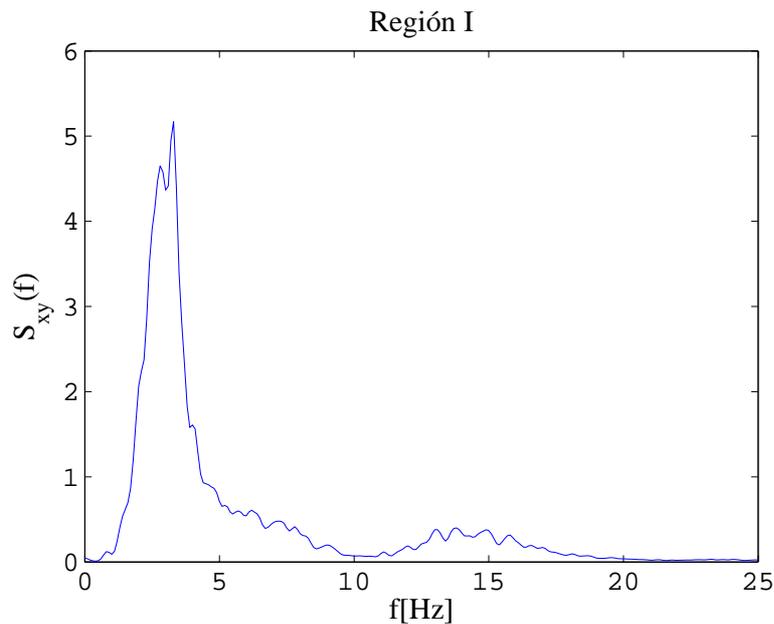


Figura 5.14: Espectro representativo de la Región I

Región II Es una región con picos muy bien definidos entre 1-3 Hz y la aparición de un pico dominante. Se observa un patrón de flujo burbuja con la aparición de pequeñas burbujas de Taylor. Algunas de estas burbujas de Taylor llegan a tener un diámetro casi igual al diámetro de la tubería. Las turbulencias generadas por el aumento del flujo en líquido afectan las burbujas de Taylor disminuyéndolas de tamaño.

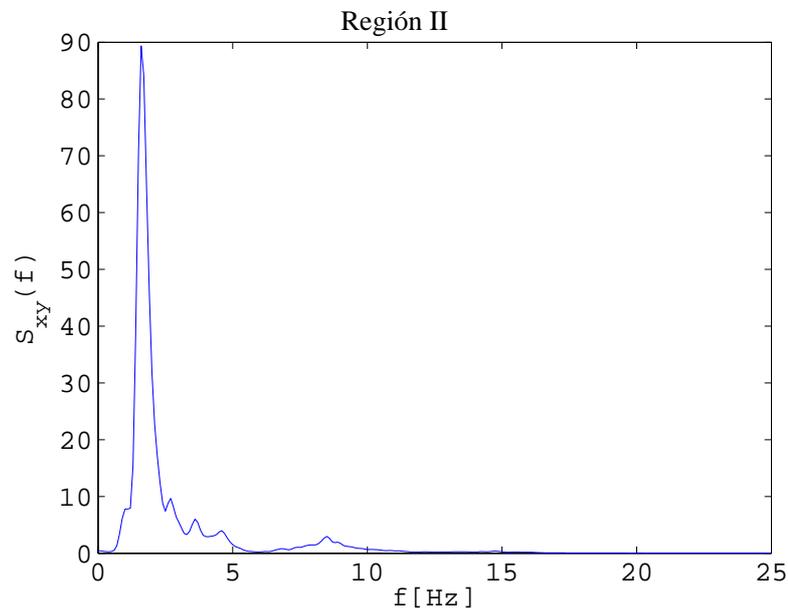


Figura 5.15: Espectro representativo de la Región II

Región III Se caracteriza por tener dos picos bien definidos en una frecuencia de 0-2.5 Hz. La región es dominada por burbujas de Taylor. La interacción turbulenta entre burbujas pequeñas es notable, observando coalescencia.

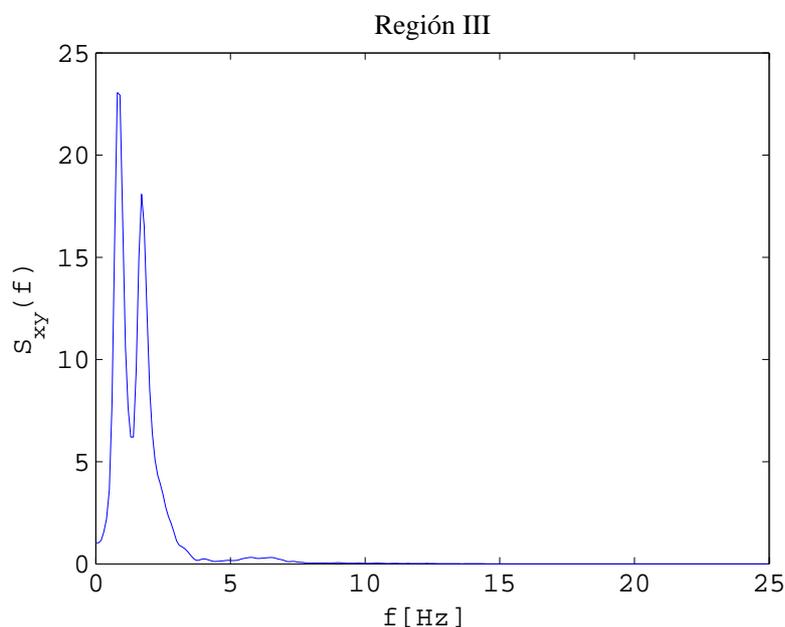


Figura 5.16: Espectro representativo de la Región III

Región IV Se caracteriza por un único pico en una frecuencia de 0-1 Hz.

Es dominada por un comportamiento de grandes tapones de líquido y gas, característico de un patrón intermitente, se observa en los tapones de líquido un contenido de burbujas con interacción turbulenta, la cual es generada por el retorno de una capa de líquido que se deposita en el fondo del tapón de gas.

Región V Sobre esta región se cuenta la mayor cantidad de espectros, estos están representados por 2 a 4 picos con frecuencias de 0-3 Hz. Los espectros cercanos al límite con la región *IV* tienen un comportamiento de transición entre intermitente y batido. Por otro lado, los espectros

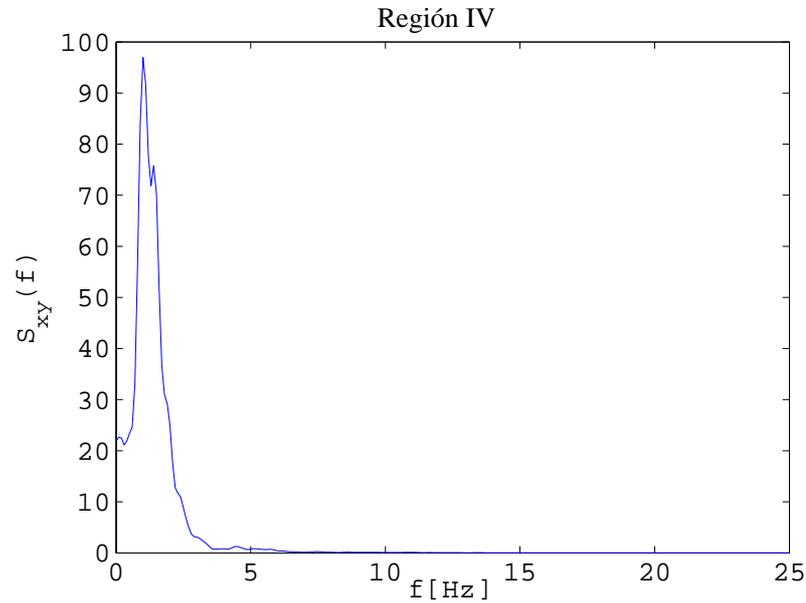


Figura 5.17: Espectro representativo de la Región IV

cercanos al límite de la región *II* tienen un comportamiento de transición entre burbujas de Taylor e intermitente. Conforme se aleja de las fronteras se observa un comportamiento de flujo batido donde no se puede distinguir claramente el tapón de líquido con burbujas, ya que el tapón de gas es penetrado con líquido causando una forma muy caótica y espumosa.

Región VI Esta región se caracteriza por un solo pico que se encuentra en 1-1.5 Hz. Se observa un flujo batido desarrollado.

Es interesante notar en la Figura 5.13 que las transiciones de patrones de flujo, de acuerdo con el trabajo de Taitel et al. (1980) marcados con líneas

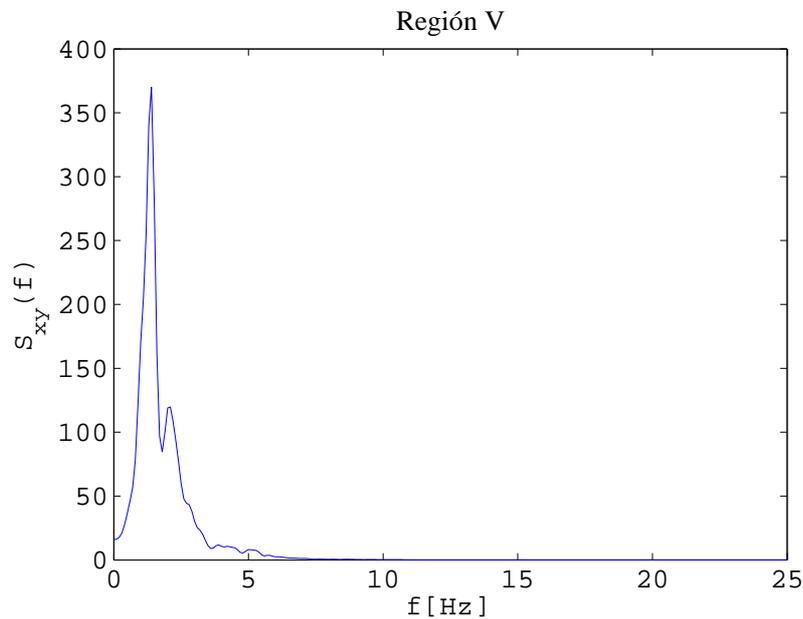


Figura 5.18: Espectro representativo de la Región V

punteadas), quedan internas a las regiones *III* y *V*. La conclusión global de esta observación es que la presencia de más de una frecuencia importante indica la presencia de procesos competitivos, relacionados con los mecanismos de transición.

Los tiempos de retardo encontrados por medio del espectro promedio no pudieron ser relacionados con el comportamiento físico del sistema, ningún valor concuerda con las cifras dadas por el video (por ejemplo, velocidad de burbujas homogéneas, velocidad de burbujas de Taylor, velocidad de tapones de gas o líquido), por lo tanto no se tiene argumentos para dar una discusión de los valores encontrados.

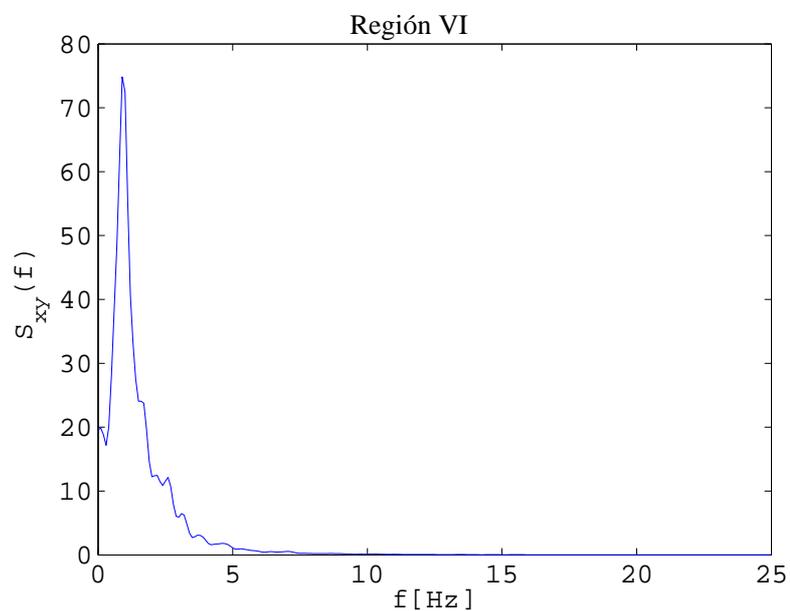


Figura 5.19: Espectro representativo de la Región VI

La función de coherencia es una herramienta útil para tener un criterio que permita discriminar o aceptar frecuencias importantes. 0.7-1 es el rango de aceptación que se usó en este trabajo para frecuencias importantes generadas por fluctuaciones de presión.

Capítulo 6

Conclusiones generales y sugerencias

6.1. Conclusiones

1. Se construyó un sistema para la medición indirecta de la fracción volumen de gas en una tubería vertical de 5 cm de diámetro con flujo en dos fases. El sistema consta de dos sensores piezoeléctricos de presión. La fracción volumen de gas se obtiene a partir de un balance que considera tanto la presión hidrostática como la presión dinámica. El error en la medición de la fracción volumen de gas fue de ± 0.003 .
2. Varios patrones de flujo son manifestados al elaborar un gráfico de *velocidad superficial de gas vs. fracción volumen de líquido*. Los cambios en la pendiente del gráfico U_{GS} vs. ε_L son característicos de los cambios en los patrones de flujo. Tres cambios de pendiente fueron encontrados,

el cruce de las rectas define una transición. El primero representa el cambio de flujo burbuja homogéneo a flujo de burbuja de Taylor, la transición está en un rango de 0.01 y 0.02 m/s . El segundo cambio de pendiente representa el cambio de flujo burbuja turbulento a flujo intermitente; la transición se da en un rango de 0.08 y 0.11 m/s. El tercero y último representa un cambio de flujo intermitente a flujo batido donde la transición está en un rango de 0.39 y 0.5 m/s. Fue elaborado un mapa donde están representados estos cambios de régimen (Figura 5.7).

3. El análisis de las señales de presión es una herramienta útil para el estudio de un sistema multifásico aire-agua en una columna de burbujeo. Dos tipos de análisis se realizaron, un análisis sobre el dominio del tiempo y un análisis sobre el dominio de la frecuencia.
4. El análisis sobre el dominio del tiempo se basó en la función de correlación cruzada. Fueron encontradas varias velocidades de propagación de onda. Sin embargo, un único pico dominante pudo ser observado de la representación gráfica para cada muestra. La frecuencia de muestreo es un factor clave para la detección precisa de la velocidad de propagación de la onda de presión. El filtraje digital fue de mucha importancia para encontrar las velocidades de propagación dominantes. Gráficamente son mostradas las velocidades de propagación dominantes dadas las condiciones de flujo (Figura 5.10).
5. El análisis sobre el dominio de la frecuencia se basó en la función de densidad de potencia espectral y la densidad de potencia espectral cru-

zada. Las frecuencias encontradas tienen un rango de importancia entre 0-25 Hz, donde se identifican los picos característicos para varios patrones de flujo. El filtraje digital no afectó este análisis, para un el corte a 25 Hz. La resolución máxima fue de 0.2 Hz. El tiempo de tránsito o retardo encontrado por medio de la fase para cada frecuencia representativa no pudo relacionarse con los procesos físicos. Por medio de este análisis no fue posible ver la velocidad de propagación de las componentes ondulatorias. Se elaboró un mapa de espectros basado en los picos característicos proponiendo los límites de transición.

6.2. Sugerencias para futuros estudios

Las experiencias obtenidas en el campo de trabajo son de gran importancia, ya que estas dan la pauta para tener un mejor desempeño, reduciendo horas de trabajo y obteniendo mayor calidad en el estudio realizado. Se dan las siguientes sugerencias para el estudio de propagación de ondas en una columna de burbujeo:

- La frecuencia de muestreo, la resolución en frecuencia y el número de datos son factores de mucha importancia para el análisis en el dominio del tiempo y el dominio de la frecuencia. Además, la separación entre sensores de presión es determinante en los resultados obtenidos. Se sugiere una frecuencia de muestreo de 10,000 Hz y una separación de 30 cm entre sensores para disminuir el error y tener mejor estimación de la velocidad de propagación. También se sugiere que la adquisición de datos y su tratamiento sean realizadas en la misma estación de trabajo.

- Para obtener un mejor mapa de transiciones se sugiere tener un mejor diseño de experimentos, tratando de cubrir todas las zonas del mapa; esto dará una mejor resolución en los límites de transición.
- Se sugiere realizar experimentos controlados, donde se pueda manejar el tamaño, la coalescencia, la ruptura de burbuja, las fluctuaciones de nivel, la turbulencia al paso de burbujas, etc. esto con el fin de dar una mejor interpretación a los espectros obtenidos por los patrones de flujo. En este sentido, automatizar el sistema de flujo es una buena sugerencia.

Apéndice A

Procedimientos en MATLAB

A.1. Filtro digital

En MATLAB se utilizó los siguientes comandos para el filtro digital pasabajas:

```
[B,C]=butter(n,Wn);
```

```
Archivo_filtrado=filtfilt(B,C,Archivo);
```

donde $[B,C]=\text{butter}(n,Wn)$ diseña un filtro digital de orden n con un corte de frecuencia normalizado a Wn , donde Wn es definida como la frecuencia de corte entre la mitad de la frecuencia de muestreo $Wn = \frac{f_c}{f_m/2}$ y la siguiente sintaxis $\text{Archivo_filtrado}=\text{filtfilt}(B,C,\text{Archivo})$ filtra el archivo deseado con los parámetros diseñados con la sintaxis anterior. En este estudio se utilizó un filtro de orden $n = 1$ y $Wn = \frac{25}{1000}$

A.2. Estimadores

Los siguientes comandos fueron utilizados:

y=mean(Z);

donde $y = \text{mean}(Z)$ encuentra el valor medio de una entrada o secuencia de entradas.

y=detrend(Z);

donde $y = \text{detrend}(Z)$ remueve la tendencia lineal de un vector Z .

[Rx,L]=xcorr(Z,'coeff');

donde $[\text{Rx},\text{L}] = \text{xcorr}(Z, \text{'coeff'})$ estima la autocorrelación (o coeficiente de covarianza) de un vector Z , el parámetro 'coeff' normaliza la frecuencia así la autocorrelación a retraso cero es idéntica a 1.0.

[Sx,fw]=psd(Z,NFFT,fm,WINDOW,NOVERLAP);

donde $[\text{Sx},\text{fw}] = \text{psd}(Z, \text{NFFT}, \text{fm}, \text{WINDOW}, \text{NOVERLAP})$ estima la densidad espectral, como parámetros tenemos NFFT es el número de datos, fm la frecuencia de muestreo, WINDOW es la ventana de datos y NOVERLAP es al traslape de ventanas. El conjunto de estos parámetros definen la resolución de espectro, para este caso de estudio la resolución en frecuencia es de 0.2 Hz, a partir de esta resolución podemos definir los demás parámetros de la siguiente forma: $\text{WINDOW} = \text{fm}/0.2$, $\text{NFFT} = (2 * \text{WINDOW})$, $\text{NOVERLAP} = \text{WINDOW}/2$.

[Rxy,L]=xcorr(Z1,Z,'coeff');

donde $[R_{xy},L]=\text{xcorr}(Z,Z1,'coeff')$ estima la correlación cruzada de un proceso aleatorio, este comando regresa además un vector L de retrasos a los cuales R_{xy} fue estimada. Es importante tener en cuenta cual de los dos vectores Z o $Z1$ es la referencia, para poder determinar si hay un retraso o un adelanto, para este caso de estudio $Z1$ es la referencia, la cual toma los datos del Sensor1 el cual es el más cercano a plato distribuidor, por lo tanto Z toma los datos del Sensor2. En esta configuración podemos obtener un retraso al calcular los datos por xcorr .

$[S_{xy},fw]=\text{psd}(Z1,Z,\text{NFFT},fm,\text{WINDOW},\text{NOVERLAP});$

donde $[S_{xy},fw]=\text{psd}(Z1,Z,\text{NFFT},fm,\text{WINDOW},\text{NOVERLAP})$ estima la densidad espectral cruzada.

$p=\text{unwrap}(\text{angle}(S_{xy}));$

donde $\text{angle}(S_{xy})$ estima el ángulo de fase, en radianes, el ángulo esta entre $\pm\pi$. $p=\text{unwrap}(\text{angle}(S_{xy}))$ corrige el ángulo de fase en un vector p por añadir múltiplos de $\pm 2\pi$ cuando saltos absolutos entre elementos consecutivos de p son mayores de los saltos de tolerancia de π radianes.

$[K_{xy},fwc]=\text{cohere}(Z1,Z,\text{NFFT},fm,\text{WINDOW},\text{NOVERLAP});$

donde $[K_{xy},fwc]=\text{cohere}(Z1,Z,\text{NFFT},fm,\text{WINDOW},\text{NOVERLAP})$ estima la magnitud cuadrada de coherencia entre los datos $Z1$ y Z . La magnitud cuadrada de coherencia estima una función de frecuencia con valores entre 0 y 1, lo cual indica que también $Z1$ corresponde con Z a cada frecuencia. La coherencia cruzada es una función de la densidad espectral cruzada. Esta regresa a Kx como función de la frecuencia y un vector fwc de frecuencias en la cual la coherencia es estimada.

A.2.1. Velocidad de Propagación

A partir de la correlación cruzada podemos obtener el retraso de la siguiente forma:

$$[\mathbf{Rxy}_{max}, \mathbf{L}_{max}] = \mathbf{max}(\mathbf{Rxy});$$

$$\mathbf{retraso} = \mathbf{abs}(\mathbf{L}(\mathbf{L}_{max} + 1)) / \mathbf{fm};$$

como sabemos la distancia entre sensores podemos determinar la velocidad de propagación de la onda de presión:

$$\mathbf{Vel} = \mathbf{0.1} / \mathbf{retraso}$$

Apéndice B

Rutinas en MATLAB

B.1. Determinación de ε_G

```
1 function [Fraction]=fraction(Z,a);
2 %fraction          Eval'ua la fracci'on de un archivo
3 %-----
4 %Z : entrada de datos, 'unicamente para dos sensores
5 %a : velocidad de del l'iquido en la columna
6 %          (0, 0.01, 0.05, 0.1)
7 if a==0
8     Vd1=2883.1;
9     Vd2=2740.2;
10 elseif a==1
11     Vd1=2891.8;
12     Vd2=2745.5;
13 elseif a==2
14     Vd1=2894.2;
15     Vd2=2750.3;
16 elseif a==3
17     Vd1=2898.4;
18     Vd2=2755.5;
19 else
```

```

20     error('velocidad_de_l_liquido_incorrecto');
21 end
22
23 V=mean(Z); % media en milivolts
24
25 frac1=V(:,1)/Vd1;
26 frac2=V(:,2)/Vd2;
27 % calculo de la fracción promedio de gas
28 Fraction=1-(0.5*(frac1+frac2));
29
30 return;

```

B.2. Rutina para el tratamiento de señales

```

1 function [Vmedias, Vvarianzas, frac]=Signal(Z, fm, a, filt);
2 % Signal      analisis de senales
3 % -----
4 % Uso :[Vmedias, Vvarianzas, frac]=Signal(Z, fm, a);
5 % Z      :entrada de datos, nicamente para dos sensores
6 % fm     :frecuencia de muestreo a la cual fueron tomados
7 %        los datos
8 % a      :velocidad de del l'iquido en la columna
9 %        (0, 0.01, 0.05, 0.1)
10 % filt:  orden de filtraje( 0, 1, 2, 3)
11 if nargin==1, fm=1000; end;
12 [r, c]=size(Z);
13 Vmedias=zeros(c,1)';
14 Vvarianzas=zeros(c,1);
15 i=1; j=2;
16 %figure
17 frac=fraction3(Z, a)
18 Z=filtro(Z, fm, filt);
19 [Vmedias, Vvarianzas]=
20     auto_analisis(Z(:, i), Z(:, j), fm, i, j, r, frac, filt);
21 %-----
22 function [media, varianza]=
23     auto_analisis(Z, Z1, fm, i, j, r, frac, filt);

```

```

24
25 WINDOW=fm/0.2;
26 NFFT=(2*WINDOW);
27 NOERLAP=WINDOW/2;
28
29 t=[0:length(Z)-1]/fm;
30 Z=(0.0014*Z);
31 media=mean(Z);
32 varianza=var(Z);
33 figure(1);
34 clf;
35 subplot(8,2,1),plot(t,Z);
36 title(['Sensor No. ' num2str(i,4) ,
37        ', media = ' num2str(media,4) ,
38        ', var = ' num2str(varianza,4)]);
39 xlabel('t (s)'); ylabel('x[t]');
40 set(gca,'units','normalized','ylim',[min(Z) max(Z)]);
41 Z=detrend(Z);
42 subplot(8,2,3),plot(t,Z);
43 title('Sin media');
44 xlabel('t (s)'); ylabel('x[t] - {sin}');
45 %Coef. de Covarianza
46 [Rx,L]=xcorr(Z,'coeff');
47 subplot(8,2,5),plot(L,Rx),line([-r,r],1.96/sqrt(r)*[1 1])
48                               ,line([-r,r],-1.96/sqrt(r)*[1 1]);
49 title('Coeficiente de Correlacion');
50 xlabel('l'); ylabel('\rho_x[l]');
51 set(gca,'units','normalized','xlim',[-500 500]);
52 % Densidad Espectral
53 [Sx,fw]=psd(Z,NFFT,fm,WINDOW,NOERLAP);
54 % Normalizacion
55 [MasSx,MaxFw1]=max(abs(Sx));
56 NormSx=abs(Sx)/max(abs(Sx));
57 subplot(8,2,9),plot(fw,NormSx);
58 title(['Densidad Espectral',
59        ', Maximo = ' num2str(max(abs(Sx)),2) ,
60        ', frecuencia = ' num2str(fw(MaxFw1),2)]);
61 xlabel('f [Hz]'); ylabel('S_x(f) Norm');

```

```

62 set(gca, 'units', 'normalized', 'xlim', [0 100]);
63
64
65 t=[0:length(Z1)-1]/fm;
66 Z1=(0.0014*Z1);
67 media2=mean(Z1);
68 varianza2=var(Z1);
69 subplot(8,2,2), plot(t, Z1);
70 title(['Sensor No. ' num2str(j,3),
71        ', media = ' num2str(media2,3),
72        ', var = ' num2str(varianza2,3)]);
73 xlabel('t (s)'); ylabel('y[t]');
74 set(gca, 'units', 'normalized', 'ylim', [min(Z1) max(Z1)]);
75 Z1=detrend(Z1);
76 subplot(8,2,4), plot(t, Z1);
77 title('Sin media');
78 xlabel('t (s)'); ylabel('y[t] - {sin}');
79 %Coef. de Covarianza
80 [Ry,L]=xcorr(Z1, 'coeff');
81 subplot(8,2,6)
82 plot(L,Ry), line([-r, r], 1.96/sqrt(r)*[1 1])
83                    , line([-r, r], -1.96/sqrt(r)*[1 1]);
84 title('Coeficiente de Correlacion');
85 xlabel('l'); ylabel('\rho-y[1]');
86 set(gca, 'units', 'normalized', 'xlim', [-500 500]);
87 % Densidad Espectral
88 [Sy, fw]=psd(Z1, NFFT, fm, WINDOW, NOERLAP);
89 % Normalizacion
90 [MaxSy, MaxFw2]=max(abs(Sy));
91 NormSy=abs(Sy)/max(abs(Sy));
92 subplot(8,2,10), plot(fw, NormSy);
93 title(['Densidad Espectral',
94        ', Maximo = ' num2str(max(abs(Sx)),2),
95        ', frecuencia = ' num2str(fw(MaxFw2),2)]);
96 xlabel('f [Hz]'); ylabel('S_y(f) Norm');
97 set(gca, 'units', 'normalized', 'xlim', [0 100]);
98
99 %Coef. de Correlacion Cruzada

```

```

100 [Rxy,L]=xcorr(Z1,Z,'coeff');
101 subplot(8,1,4)
102 plot(L,Rxy),line([-r,r],1.96/sqrt(r)*[1 -1]),
103           line([-r,r],-1.96/sqrt(r)*[1 -1]);
104 [Rxymax,Lmax]=max(Rxy);
105 retrazo=abs(L(Lmax+1))/fm
106 vel=0.1/retrazo
107 title(['Coeficiente de Correlacion Cruzado',
108       ', fracion = ' num2str(frac,2),
109       ', Velocidad de Propagacion (m/s) = ' num2str(vel,2)]);
110 xlabel('l'); ylabel('\rho_{xy}[l]');
111 set(gca,'units','normalized','xlim',[-500 500]);
112
113
114 % Densidad Espectral Cruzada
115 [Sxy,fw]=csd(Z1,Z,NFFT,fm,WINDOW,NOERLAP);
116 % Normalizacion
117 [MaxSxy,MaxFwc]=max(abs(Sxy));
118 NormSxy=abs(Sxy)/max(abs(Sxy));
119 subplot(8,1,6),plot(fw,NormSxy);
120 title(['Densidad Espectral Cruzado',
121       ', Maximo = ' num2str(max(abs(Sxy)),3),
122       ', frecuencia = ' num2str(fw(MaxFwc),3),
123       ', Orden de filtro = ' num2str(filt,3)]);
124 xlabel('f [Hz]'); ylabel('S_{xy}(f) Norm');
125 set(gca,'units','normalized','xlim',[0 50]);
126
127 % Fase cruzada
128 p = unwrap(angle(Sxy));
129 subplot(8,1,7),plot(fw,p);
130 title('Fase');
131 xlabel('f [Hz]'); ylabel('\theta_{xy}');
132 set(gca,'units','normalized','xlim',[0 50]);
133
134 % Coherencia Cruzada
135 [Kxy,fwc]=cohere(Z1,Z,NFFT,fm,WINDOW,NOERLAP);
136 %Kxy=abs(Sxy).^2/(Sx.*Sy);
137 subplot(8,1,8),plot(fwc,abs(Kxy).^2);

```

```

138 %subplot(8,1,8), plot(fw, Kxy);
139 title('Coherencia');
140 xlabel('f [Hz]'); ylabel('abs(Kxy)^2');
141 set(gca, 'units', 'normalized', 'xlim', [0 50]);
142 set(gca, 'units', 'normalized', 'ylim', [0 max(abs(Kxy))]);
143 figure(2)
144 clf;
145 %-----
146
147
148 %localizacion de Picos de Densidad Espectral Cruzada
149 Sxyaux=(NormSxy);
150 [Pic, loc]=pkpicker(Sxyaux(find(fw < 25)));
151 %Pic, loc]=pkpicker(Sxyaux);
152 %loc_picos(Sxyaux, fw, Pic, loc, 1);
153 subplot(3,8,1)
154 yS=fw(loc);
155 %plot(fw(1:length(Sxyaux)), Sxyaux, yS, Pic, 'r*')
156 plot(fw(1:length(Sxyaux)), Sxyaux)
157 axis([0 25 0 1.1])
158 set(gca, 'units', 'normalized', 'pos'
159         , [0.13 0.7093 (0.7485+0.0517) -0.13 0.2157])
160 set(gca, 'XTick', 0:1:25)
161 title(['Densidad Espectral Cruzado',
162        ', Maximo = ' num2str(max(abs(Sxy)), 3),
163        ', frecuencia = ' num2str(fw(MaxFwc), 3),
164        ', Orden de filtro = ' num2str(filt, 3)]);
165 xlabel('f [Hz]'); ylabel('S_{xy}(f)');
166 [R,C]=size(loc);
167 for i=1:R
168 text(fw(loc(i,:)), Pic(i,:), [num2str(i)], 'FontSize', 7);
169 end
170
171
172 % Estimacion de tiempos de retraso
173 tau=p./(2*pi*fw);
174 tau(1,1)=0;
175 % Estimacion de velocidad

```

```

176 Vel=0.1./tau;
177 subplot(3,8,9)
178 % [Picf, locf]=pkpicker(tau(find(fw<25)));
179 % T=fw(locf);
180 % plot(fw(1:length(tau)),tau,yT,Picf,'r*')
181 plot(fw(1:length(tau)),tau)
182 axis([0 25 0 max(Pic)])
183 set(gca,'units','normalized','pos'
184         ,[0.13 0.4096 (0.7485+0.0517)-0.13 0.2157])
185 set(gca,'XTick',0:1:25)
186 title(['Retrazo ','_fracion=_ ' num2str(frac,3),
187        ',_Orden_de_filtro=_ ' num2str(filt,3),
188        ',_Frecuencia_de_muestreo=_ ' num2str(fm,3)]);
189 xlabel('f [Hz]'); ylabel('\tau (seg)');
190 set(gca,'xlim',[0 25]);
191 set(gca,'XTick',0:1:25)
192 set(gca,'ylim',[min(tau) max(tau)]);
193
194
195 % localizacion de Picos de Coherencia Cruzada
196 Kxyaux=abs(Kxy).^2;
197 [Pick,lock]=pkpicker(Kxyaux(find(fw<25)));
198 % loc_picos(Kxyaux,fw,Pick,lock,2);
199 subplot(3,8,17)
200 plot(fw(1:length(Kxyaux)),Kxyaux,fw(lock),Pick,'r*')
201 axis([0 25 0 max(Pick)])
202 set(gca,'units','normalized',
203        'pos',[0.13 0.1100 (0.7485+0.0517)-0.13 0.2157])
204 set(gca,'XTick',0:1:25)
205 title('Coherencia');
206 xlabel('f [Hz]'); ylabel('abs(Kxy)^2');
207
208 dy=1/R;
209 subplot(1,8,8)
210 text(0,1,['#','_ ', 'f [Hz] ,_', 'S_{xy}(f) ,_', 'Vel ,_'
211        ',_Cohere_'], 'FontSize',8);
212 for i=1:R
213 text(0,1-(dy*i),[num2str(i),'_ ', num2str(fw(loc(i,:)))],

```

```

214         ' , ' , num2str(Pic(i ,:)) , ' , ' , num2str(Vel(loc(i ,:))) ,
215         ' , ' , num2str(Kxyaux(loc(i ,:))) ] , 'FontSize' ,7);
216 end
217 axis off
218
219 %-----
220 function [Z]=filtro (Z,fm, filt );
221 %Filtro      filtra senales con cot-off a 25 Hz
222 %-----
223 %Z      : entrada de datos , unicamente para dos sensores
224 %fm     : frecuencia de muestreo a la cual fueron tomados
225 %       los datos
226 %filt  : orden de filtraje (1, 2, 3)
227
228 if filt==0
229     Z=Z;
230 elseif filt==1
231     F=fm/2;
232     [B,C]=butter(1,25/F);
233     Z=filtfilt(B,C,Z);
234 elseif filt==2
235     F=fm/2;
236     [B,C]=butter(2,25/F);
237     Z=filtfilt(B,C,Z);
238 elseif filt==3
239     F=fm/2;
240     [B,C]=butter(3,25/F);
241     Z=filtfilt(B,C,Z);
242 else
243     error('Orden de filtro incorrecto');
244 end

```

B.2.1. Rutina para Promedio de señales

```

1 function [S]=Espectro(a, filt );
2 % Espectro  analisis un conjunto de archivos
3 %-----
4 % archivo   : Archivo a tratar.

```

```

5  %fm          : frecuencia de muestreo a la
6  %            : cual fueron tomados los datos.
7  %filt       : orden de filtraje (1, 2, 3).
8  i=0;
9  l=251; %resolucion de 0.2 Hz
10
11 Sx=zeros(1,a);
12 Sy=zeros(1,a);
13 Sxy=zeros(1,a);
14 Fw=zeros(1,1);
15 while i~=a
16 % Adquisicion de datos
17 Archivo=input('Nombre: _', 's');
18 Z=load ( Archivo);
19 fm=input('Frecuencia de muestreo: ');
20
21 % Filtraje
22 Z=filtro(Z, fm, filt);
23
24 WINDOW=fm/0.2;
25 NFFT=(2*WINDOW);
26 NOERLAP=WINDOW/2;
27
28 % transformacion de voltage (mV) a presion (psig)
29 Z=(0.0014*Z);
30 Z=detrend(Z);
31
32 % Densidad Espectral "x"
33 [S, fw]=psd(Z(:,1), NFFT, fm, WINDOW, NOERLAP);
34 Sx(:, i+1)=S(1:l);
35 % Densidad Espectral "y"
36 [S, fw]=psd(Z(:,2), NFFT, fm, WINDOW, NOERLAP);
37 Sy(:, i+1)=S(1:l);
38 % Densidad Espectral Cruzada
39 [S, fw]=csd(Z(:,2), Z(:,1), NFFT, fm, WINDOW, NOERLAP);
40 Sxy(:, i+1)=S(1:l);
41 i=i+1;
42 end

```

```

43 clc;
44 Fw=fw(1:1);
45 % Promediado
46 SxyProm=mean(Sxy')';
47 SxProm=mean(Sx')';
48 SyProm=mean(Sy')';
49 % Guardar archivo
50 Guardar=input('Guardar_en:_', 's');
51 save(Guardar, 'Fw', 'SxyProm');
52
53 figure;
54 % Grafico de Espectro
55 subplot(381), plot(Fw, abs(SxyProm));
56 set(gca, 'units', 'normalized', 'pos',
57      [0.13 0.7093 (0.7485+0.0517)-0.13 0.2157])
58 title('Densidad_Espectral_Promedio');
59 xlabel('f [Hz]'); ylabel('S_{xy}(f)');
60 set(gca, 'XTick', 0:1:25);
61 % Localizacion de Picos de Densidad Espectral Promedio
62 Sxyaux=abs(SxyProm);
63 [Pic, loc]=pkpicker(Sxyaux(find(fw < 25)));
64 [R,C]=size(loc);
65 for j=1:R
66   text(fw(loc(j, :)), Pic(j, :), [num2str(j)], 'FontSize', 7);
67 end
68
69 % Grafico de Retraso
70 p = unwrap(angle(SxyProm));
71 tau=p./(2*pi*Fw);
72 tau(1,1)=0;
73 subplot(389), plot(Fw, tau);
74 set(gca, 'units', 'normalized', 'pos',
75      [0.13 0.4096 (0.7485+0.0517)-0.13 0.2157])
76 title('Retraso_Promedio');
77 xlabel('f [Hz]'); ylabel('tau(seg)');
78 set(gca, 'XTick', 0:1:25)
79 % Estimacion de velocidad
80 Vel=0.1./tau;

```

```

81
82 % Grafico Coherencia
83 Kxy=abs(SxyProm).^2./(SxProm.*SyProm);
84 subplot(3,8,17),plot(Fw,Kxy);
85 set(gca,'units','normalized','pos',
86     [0.13 0.1100 (0.7485+0.0517i)-0.13 0.2157])
87 set(gca,'XTick',0:1:25)
88 set(gca,'ylim',[0 1]);
89 title('Coherencia Promedio');
90 xlabel('f [Hz]');ylabel('abs(Kxy)^2');
91
92 %-----
93 dy=1/R;
94 subplot(1,8,8)
95 text(0,1,['#',' ','f [Hz] ',' ','S_{xy}(f) ',' ','Vel ','
96     ','Coherence'], 'FontSize',8);
97 for j=1:R
98 text(0,1-(dy*j),[num2str(j), '. ', num2str(Fw(loc(j,:))),
99     ', ', num2str(Pic(j,:)), ', ', num2str(Vel(loc(j,:))),
100     ', ', num2str(Kxy(loc(j,:)))], 'FontSize',7);
101 end
102 axis off

```

Apéndice C

Seguridad

C.1. Reglas de Seguridad en el Área de Trabajo y Medidas de Prevención

Reglas de seguridad:

- No fumar.
- No jugar.
- Usar siempre el equipo completo de protección personal según el área de trabajo.
- Respetar las zonas indicadas de riesgo.
- Conocer y participar en el programa interno de protección civil.

- No ingerir alimentos.
- Colocar los reactivos, equipo, herramientas e implementos de trabajo en su lugar después de usarlos.
- Mantener limpia y en orden el espacio de trabajo.
- Acatar las disposiciones del personal especializado en caso de emergencia.
- Identificar las zonas de seguridad, las salidas de emergencia y los puestos de auxilio y emergencia.

Medidas de prevención:

- Estar capacitado e informado de los riesgos en el manejo y trabajo de las sustancias.
- Contar con manuales escritos, donde se diga claramente la operación de equipos, los riesgos y las medidas de prevención y emergencia a efectuar.
- Revisar continuamente el estado físico y las condiciones de los equipos, instalaciones y materiales. Participar en los cursos de protección civil y primeros auxilios.
- Operar los equipos conforme a los manuales.
- Avisar cualquier anomalía al personal capacitado.

Bibliografía

- Albrecht, R., Crowe, R., y Dailey, D. (1982). Measurement of two phase flow properties using the nuclear reactor instrument. *Progress in Nuclear Energy*, 9:37–50.
- Bendat, J. y Piersol, A. (1986). *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*. Wiley, New York.
- Bernier, R. J. (1982). *Unsteady two-phase flow instrumentation and measurement*. PhD thesis, California Institute of Technology, Pasadena, California.
- Biesheuvel, A. y van Winjgaarden L. (1984). Two-phase flow equations for dilute dispersion of gas bubbles in liquid. *J. Fluid Mech.*, 148:301–318.
- Cheng, H., Hills, J., y Azzopardi, B. (2002). Effects of initial bubble size on flow pattern transition in a 28.9 mm diameter column. *Int. J. Multiphase Flow*, 28:1047–1062.
- Costigan, G. y Whalley, P. (1997a). Measurement of speed of sound in air-water flows. *Chemical Engineering Science*, 66(2):131–135.
- Costigan, G. y Whalley, P. (1997b). Slug flow regime identification from

- dynamic void fraction measurements in vertical air-water flows. *Int. J. Multiphase Flow*, 23(2):263–282.
- Deckwer, W. y Schumpe, A. (1993). Improved tools for bubble column reactor desing and scale-up. *Chemical Engineering Science*, 48(5):889–911.
- Delhaye, J. (1983). Two-phase pipe flow. *International Chemical Engineering*, 23(3):385–410.
- Drahoš, J. y Čermák, J. (1989). Diagnostic of gas-liquid flow patterns in chemical engineering. *Chem. Eng. Process*, 26:147–164.
- Drahoš, J., Zahradník, J., Fialová, M., y Bradka, F. (1992). Identification and modelling of liquid flow structures in a bubble column reactors. *Chemical Engineering Science*, 47(13/14):3313–3320.
- Drahoš, J., Zahradník, J., Punčochář, M., Fialová, M., y Bradka, F. (1991). Effect of operating conditions on the characteristics of pressure fluctuations in a bubble column. *Chem. Eng. Process*, 29:107–115.
- Dziubinski, M., Fidos, H., y Sosno, M. (2004). The flow pattern map of a two-phase non-newtonian liquid-gas flow in the vertical pipe. *Int. J. Multiphase Flow*, 30(6):551–563.
- Galaup, J. (1976). *Contribution to tyhe Study of Methodos for Measuring Two-Phase Flow*. PhD thesis, Scientific and Medical University of Grenoble, Grenoble.
- George, D., Torczynski, J., Shollenberger, K., O'Hern, T., y Ceccio, S. (2000).

- Validation of electrical tomography for measurements of material distribution in two-phase flows. *Int. J. Multiphase Flow*, 26:549–581.
- George, D., Torczynski, J., Shollenberger, K., O'Hern, T., y Ceccio, S. (2001). Three-phase material distribution measurement in a vertical flow using gamma-densitometry tomography and electrical-impedance tomography. *Int. J. Multiphase Flow*, 27:1903–1930.
- Harmathy, T. (1960). Velocity of large drops and bubbles in media of infinite or restricted extent. *AIChE Journal*, 6:281–288.
- Henry, R. (1969). Pressure wave propagation in two-phase mixtures. *Chem. Eng. Progress Symposium Series*, 66:1–10.
- Hewitt, G. (1978). *Measurement of Two Phase Flow Parameters*. Academic Press, New York, first edition.
- Hewitt, G., Delhaye, J., y Zuber, N. (1986). *Multiphase Science and Technology*, volume 2. Hemisphere Publishing Corporation.
- Hinze, J. (1955). Fundamentals of the hydrodynamic mechanism of splitting in dispersion processes. *AIChE Journal*, 1(3):289–295.
- Jabardo, J. S. y Bouré, J. (1989). Experiments on void fraction wave. *Int. J. Multiphase Flow*, 15(4):483–493.
- Korolev, A. (1989). Dynamics of low-velocity two-phase flows. *Power Engineering*, 27(5):101–106.

- Lee, S. J., Chang, K. S., y Kim, K. (1998). Pressure wave speeds from the characteristics of two fluids, two-phase hyperbolic equation system. *Int. J. Multiphase Flow*, 24(5):855–866.
- Legius, M., van den Akker, A., y Narumo, T. (1997). Measurements on wave propagation and bubble and slug velocities cocurrent upward two-phase flow. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 15(3):267–278.
- Letzel, H., Schouten, J., Krishna, R., y van der Bleek, C. (1997). Characterization of regimes and regime transition in bubble columns by chaos analysis of pressure signals. *Chemical Engineering Science*, 52(24):4447–4459.
- Ma, Y., Chung, N., Pei, B., Lin, W. K., y Hsu, Y. Y. (1991). Two simplified methods to determine void fraction for two-phase flow. *Nuclear Technology*, 94:124–133.
- Micaelli, J. C. (1982). *Propagation d'ondes dans les écoulements diphasiques à bulles à deux constituants. Étude théorique et expérimentale*. PhD thesis, L'Université, Grenoble.
- Nguyen, D., Greiner, M., y Winter, E. (1981). Sonic velocity in two phase-flow. *Int. J. Multiphase Flow*, 7:311–320.
- Nicklin, D., Wilkes, J., y Davidson, J. (1962). Two-phase flow in vertical tubes. *Trans. Inst. Chem. Eng.*, 40:61.
- Rohuani, S. y Shoal, M. (1983). Two-phase flow patterns: a review of research results. *Progress in Nuclear Energy*, 11(3):219–259.

- Sánchez, J. R. (2003). Fenómenos ondulatorios en un tubo elevador en el régimen de fluidización rápida y con efectos de compresibilidad. Investigación, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, México D.F.
- Shah, Y., Kelkar, B., Godbole, S., y Deckwer, W. (1982). Design parameters estimations for bubbles column reactor. *AIChE Journal*, 28(3):353–379.
- Soria, A. (1991). *Kinematic waves in three-phase fluidized beds*. Investigation, University of Western Ontario, London, Ontario.
- Spedding, P. y Nguyen, V. (1980). Regime maps for air-water two-phase flow. *Chemical Engineering Science*, 35(4):779–793.
- Taitel, Y., Bornea, D., y Dukler, A. (1980). Modelling flow pattern transitions for steady upward gas-liquid flow in vertical tubes. *AIChE Journal*, 26(3):345–354.
- Vazquez, A., Sanchez, R., Salinas-Rodriguez, E., Soria, A., y Manasseh, R. (2005). A look at tree measurement techniques for bubble size determination. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 30:49–57.
- Vial, C., Camarasa, E., Poncin, S., Wild, G., Midoux, N., y Bouillard, J. (2000). Study of hydrodynamic behavior in bubble columns and external loop airlift reactors through analysis of pressure fluctuations. *Chemical Engineering Science*, 55:2757–2973.
- Wallis, G. B. (1969). *One-dimensional Two-phase Flow*. McGraw-Hill, New York, first edition.

- Wang, Y., King, C., y Pei, B. (1988). Identification of two-phase flow patterns by a single void fraction sensor. *Nuclear Technology*, 83:56–64.
- Wang, Y., King, C., y Pei, B. (1991). Verification of using a single void fraction sensor to identify two-phase flow patterns. *Nuclear Technology*, 95:87–94.
- Watson, M. y Hewitt, G. (1999). Pressure effects on the slung to churn transition. *Int. J. Multiphase Flow*, 25:1225–1241.