

DISERTACION

**ESQUEMA PARA LA CANCELACION DE INTERFERENCIAS MEDIANTE UN  
ANALISIS DE MULTIRESOLUCION**

Presentada por

Sonia Charleston Villalobos

Departamento de Ingeniería Eléctrica

Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa

Programa de Doctorado en Ciencias

México D.F., México

Verano 1996

---

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA - IZTAPALAPA

POR MEDIO DE LA PRESENTE NOS PERMITIMOS RECOMENDAR QUE LA DISERTACION PREPARADA POR *SONIA CHARLESTON VILLALOBOS* CON EL TITULO *ESQUEMA PARA LA CANCELACION DE INTERFERENCIAS MEDIANTE UN ANALISIS DE MULTIRESOLUCION* SE ACEPTE COMO PARTE DE LOS REQUISITOS DEL PROGRAMA DE DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA-IZTAPALAPA.

Aprobada

---

Asesor: Dr. M. R. Azimi-Sadjadi

---

Jefe del Departamento de Ingeniería Eléctrica: Dr. Joaquín Azpiroz Leehan

Comité

---

---

---

---

Verano 1996

## AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar mi gratitud al Dr. Mahmood R. Azimi-Sadjadi por su apoyo y dirección durante mi estancia doctoral en la Universidad Estatal de Colorado. Mi profundo reconocimiento a su labor de investigación, actividad académica y dedicación con sus estudiantes.

Agradezco a los profesores y amigos de la Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa y de la Universidad Estatal de Colorado, por apoyarme y animarme durante mi trabajo doctoral. En particular, agradezco al Dr. Ramón González Camarena por su asesoría y apoyo en la adquisición de las señales respiratorias utilizadas en la presente tesis.

En forma especial, deseo expresar mi agradecimiento al Dr. Jorge Auñón por su invaluable apoyo, y reconocer su labor por establecer y fortalecer relaciones académicas, y de investigación con Universidades Mexicanas.

Gracias a Coastal System Station en Panama City, Florida, en particular a los Doctores JoEllen Wilbur, Gerry Dobeck, Ab Dubey, y a Bob Manning por proveer los datos acústicos utilizados en la presente investigación.

Gracias a mi esposo Tomás Aljama Corrales por apoyarme y alentarme.

Dedico con mucho cariño este trabajo a mi padre y a mi madre.

## **RESUMEN**

### **ESQUEMA PARA LA CANCELACION DE INTERFERENCIAS MEDIANTE UN ANALISIS DE MULTIRESOLUCION**

En general, en el análisis y procesamiento de señales biomédicas es inevitable la presencia de señales de interferencia, que se traslapan temporal y espectralmente con la señal deseada, y los sonidos respiratorios no son la excepción. La auscultación pulmonar surge como una técnica clínica primordial en la evaluación y seguimiento de enfermedades pulmonares. Actualmente, entre los profesionales de la medicina, el interés en el análisis de los sonidos respiratorios mediante la técnica de auscultación permanece vigente debido a la información que los sonidos contienen acerca de la condición pulmonar y su característica no invasiva. En el análisis de los sonidos respiratorios, los ruidos cardiacos representan una fuente de ruido ineludible que modifica, en algunas ocasiones severamente, la información referente al estado pulmonar. Estudios relacionados con la cancelación de interferencias, en diversos campos de la ingeniería, indican que el desempeño de los esquemas de cancelación radica fuertemente en la estimación adecuada del retraso temporal entre la señal de referencia y la señal primaria. En consecuencia, el objetivo de la presente investigación es desarrollar un esquema que permita la cancelación de señales de interferencia (ruidos cardiacos) presentes en la

adquisición de los sonidos respiratorios. Para minimizar los efectos de las señales de interferencia, el esquema propuesto para la estimación conjunta de la señal de interferencia y su posición temporal, denominado “joint time delay and signal estimation (JTDSE)”, utiliza un análisis de multiresolución como marco de referencia. En una primera etapa, el esquema estima la ubicación temporal, “time delay estimation (TDE)”, de la señal de interferencia cardíaca y posteriormente, realiza el filtrado de la señal de interferencia mediante técnicas no convencionales.

El análisis de multiresolución de las señales de referencia cardíaca y de sonido respiratorio adquirido se efectúa mediante la transformada discreta de ondillas, “discrete wavelet transform (DWT)”, utilizando varios niveles de descomposición. Como consecuencia del análisis de multiresolución, la metodología propuesta posee importantes beneficios tales como la incorporación de información complementaria en múltiples subbandas, robustez en presencia de ruido, y disponibilidad de un procedimiento de validación para los retrasos estimados. El esquema en subbandas JTDSE emplea diferentes mecanismos de adaptación para el retraso temporal y para el proceso de filtrado de la señal de interferencia. La adaptación del retraso se lleva a cabo mediante el algoritmo del gradiente descendente (GD) o mediante el algoritmo de Levenberg-Marquardt (LM), mientras que el proceso de filtrado se basa en el filtro transversal rápido a bloques, “block fast transversal filter (BFTF)”.

El desempeño del esquema JTDSE, en su fase de estimación de la ubicación temporal de interferencias cardíacas, se evalúa utilizando señales sintetizadas que simulan la morfología de la señal respiratoria y la presencia de señales de interferencia con múltiples ruidos cardíacos. La robustez del esquema propuesto se evalúa involucrando diferentes condiciones

de la relación señal a interferencia. Señales respiratorias adquiridas de sujetos sanos y pacientes asmáticos muestran que el esquema JTDSE representa una alternativa en el análisis de sonidos respiratorios. Además, los resultados del esquema JTDSE se comparan con los resultados obtenidos mediante un esquema de cancelación propuesto previamente, esquema basado en el filtro de Kalman de orden reducido “reduced order Kalman filter (ROKF)”.

La utilidad del esquema propuesto no se limita al campo biomédico. En la detección submarina de objetos, “underwater target detection (UTD)”, con el propósito de analizar la información relevante relacionada con el objeto bajo estudio, es importante ubicar temporalmente y eliminar la presencia de información no deseada en la señal acústica reflejada. En la evaluación del desempeño del esquema JTDSE, en el campo de la detección submarina de objetos, se emplearon señales sintetizadas simulando la presencia de múltiples componentes no deseados y señales adquiridas de objetos bajo el agua.

Los resultados incluidos en el presente documento se obtuvieron utilizando la versión programada del esquema JTDSE, en la plataforma proporcionada por “Matlab”. La aplicación clínica del esquema propuesto posiblemente requiera la versión en circuitería que en su diseño considere las bondades del procesamiento en paralelo de varias subbandas, inherente a la descomposición por multiresolución.

Sonia Charleston Villalobos

Departamento de Ingeniería Eléctrica  
Universidad Autónoma Metropolitana  
México D.F. 09340  
Verano 1996

Departamento de Ingeniería Eléctrica  
Universidad Estatal de Colorado  
Fort Collins, Colorado 80523  
Verano 1996

## INDICE

### Capítulo I

#### Descripción General de la Tesis

I.1. Introducción.....	1
I.2. Planteamiento del Problema.....	2
I.3. Esquema Propuesto y Organización de la Tesis .....	8

### Capítulo II

#### Antecedentes en el Análisis de Ruidos Respiratorios

II.1. Introducción.....	11
II.2. Esquemas para la Cancelación de Interferencias.....	14
II.3. Filtro de Kalman.....	21
II.3.1. Modelo Matemático de las Señales Cardíaca y Respiratoria.....	21
II.3.2. Filtro de Kalman de Orden Reducido (ROKF).....	23
II.4. Conclusiones.....	27

### Capítulo III

#### Métodos para la Estimación del Retraso Temporal (TDE)

III.1. Introducción.....	29
III.2. Diferentes Métodos de Estimación.....	30
III.2.1. Método de Correlación Cruzada Generalizada.....	30
III.2.2. Métodos de Estimación Paramétricos.....	39
III.2.3. Métodos Adaptables.....	43
III.3. Conclusiones.....	49

### Capítulo IV

#### Análisis de Multiresolución y la Transformada Discreta de Ondillas (DWT)

IV.1. Introducción.....	51
IV.2. Análisis de Multiresolución.....	55
IV.2.1. Subespacios: Definición.....	55
IV.2.2. El Aspecto Intuitivo del Análisis de Multiresolución.....	58
IV.2.3. Análisis de Multiresolución, Filtrado en Subbandas y la DWT.....	61
IV.3. Conclusiones.....	68

## Capítulo V

<b>Esquema para la Cancelación de Interferencias (JTDSE).</b>	
V.1. Introducción.....	69
V.2. Esquema en Subbandas Propuesto.....	71
V.3. Mecanismos de Adaptación.....	76
V.3.1. Adaptación del retraso vía el algoritmo Gradiente Descendente (GD).....	79
V.3.2. Adaptación del retraso vía el algoritmo Levenberg-Marquardt (LM).....	81
V.3.3. Filtrado Adaptable de la Señal de Interferencia vía el algoritmo BFTE.....	85
V.4. Discusiones.....	91
V.5. Conclusiones.....	92

## Capítulo VI

<b>Resultados y Discusiones en Ruidos Respiratorios.</b>	
VI.1. Introducción.....	94
VI.2. Metodología .....	95
VI.2.1. Características de las Señales Sintetizadas y Adquiridas.....	95
VI.2.2. Evaluación de los Esquemas Propuestos en Señales Sintetizadas.....	97
VI.2.2.1. Filtro de Kalman de Orden Reducido(ROKF).....	98
VI.2.2.2. Esquema de Multiresolución JTDSE.....	100
VI.2.3. Estimación de los Retrasos Temporales mediante el esquema JTDSE.....	101
VI.3. Filtro de Kalman de Orden Reducido (ROKF).....	103
VI.3.1. Resultados en Datos Sintetizados.....	103
VI.3.2. Resultados en Datos Reales.....	107
VI.3.3. Discusiones.....	107
VI.4. Esquema JTDSE vía el Algoritmo GD.....	108
VI.4.1. Resultados en Datos Sintetizados.....	109
VI.4.2. Resultados en Datos Reales.....	120
VI.4.3. Discusiones.....	126
VI.5. Esquema JTDSE vía el algoritmo LM .....	127
VI.5.1. Resultados en Datos Sintetizados.....	128
VI.5.2. Resultados en Datos Reales.....	129
VI.5.3. Discusiones.....	132
VI.6. Conclusiones.....	133

## Capítulo VII

<b>Aplicación del Esquema de Multiresolución JTDSE en otras Areas: Detección Submarina de Objetos (UTD).</b>	
VII.1 Introducción.....	134



VII.2 Resultados en Señales Acústicas de Retorno (ABS).....	136
VII.2.1 Metodología.....	136
VII.2.2. Resultados en Datos Sintetizados.....	138
VII.2.3. Resultados en Datos Reales.....	144
VII.3.Conclusiones.....	146
<b>Capítulo VIII</b>	
<b>Discusiones y Conclusiones.....</b>	<b>147</b>
<b>Referencias.....</b>	<b>153</b>

## LISTA DE VARIABLES Y SIMBOLOS

En la presentación de los diferentes temas abordados en la presente tesis se utilizan las variables y símbolos siguientes:

$\alpha$	Factor de ganancia constante.
$\gamma_{z_1 z_2}(f)$	Función de coherencia.
$\Gamma_g(f)$	Función de ponderación en la frecuencia.
$\delta(t)$	Función delta de Dirac.
$\mu$	Parámetro de tamaño de paso en el algoritmo del gradiente descendente.
$\hat{\xi}_M(n, l)$	Suma de errores al cuadrado para la iteración $n$ y retraso $l$ .
$\Phi_{j,n}$	Función de escalamiento, función base para los subespacios $V_j$ .
$\Psi_{ab}(t)$	Función base u ondilla con parámetros $a$ (escala) y $b$ (traslación).
$\Psi_{j,k}$	Ondilla o función base para el subespacio $W_j$ .
$\Delta_i$	Retraso en el nivel de resolución más fina (dominio original de la señal) asociado con la señal de interferencia $i$ -ésima.
$\nabla(\cdot)$	Operador gradiente sobre vectores.
$\{b_{j,k}\}_{k \in \mathbb{Z}, j \in [1, N]}$	Secuencias “detalle” en los niveles $j$ -ésimos.
$\{c_{N,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$	Secuencia de baja resolución en el nivel $N$ -ésimo.

$E[\cdot]$	Valor esperado.
$E[\cdot \cdot]$	Estimador condicional.
$g_1(n)$	Filtro discreto pasa bajas.
$G_{y_1 y_2}(f)$	Espectro de potencia cruzado.
$\mathbf{g}(\mathbf{x})$	Vector gradiente del vector de parámetros $\mathbf{x}$ .
$h_1(n)$	Filtro pasa altas discreto.
$\mathbf{H}(\mathbf{x})$	Matriz Hesiana del vector de parámetros $\mathbf{x}$ .
$\mathbf{J}(\mathbf{x})$	Matriz Jacobiana del vector de parámetros $\mathbf{x}$ .
$\mathcal{L}_{D_n, h(n)}[\cdot]$	Operador lineal con respuesta a impulso $h(n)$
$L^2(\mathbf{R})$	Espacio de las funciones al cuadrado integrables.
$l^2(\mathbf{Z})$	Espacio de las secuencias al cuadrado sumables.
$l_i$	Retraso temporal en el nivel de descomposición $j$ -ésimo asociado con la señal de interferencia $i$ -ésima.
$p(\cdot \cdot)$	Probabilidad condicional.
$\hat{p}_{z_1}(k k-1)$	Estimado del predictor del vector de estado de orden reducido.
$\mathbf{P}_p(k k)$	Matriz de covarianza del error del filtro.
$\mathbf{P}_X$	Operador de proyección asociado con la matriz de datos $\mathbf{X}$ .
$\mathbf{P}_X^\perp$	Complemento ortogonal del operador de proyección $\mathbf{P}_X$ .
$\mathbf{R}$	Conjunto de número reales.
$\mathbf{R}_{z_1 z_2}(\tau)$	Función de correlación cruzada.
$u(n)$	Señal de ruido blanco.
$v(n)$	Señal respiratoria.
$V_j$	Subespacio de aproximación sucesiva en el análisis de

	multiresolución.
$\hat{\mathbf{w}}_M^l(n)$	Vector de pesos del filtro transversal de orden $M$ al tiempo $n$ y retraso $l$ .
$W_j$	Subespacio ortogonal complementario de $V_j$ en $V_{j-1}$ .
$x(n)$	Señal de interferencia cardíaca.
$\hat{\mathbf{x}}_a(k k)$	Estimado de la versión filtrada del vector de estado.
$z(n)$	Señal respiratoria adquirida.
$Z$	Conjunto de números enteros.

## LISTA DE FIGURAS

I.1	Señales respiratorias adquiridas a nivel de tráquea y ápex cardíaco en (a) sujeto sano y (b) paciente asmático. El primer y segundo ruidos cardiacos se indican mediante “h <sub>1</sub> ” y “h <sub>2</sub> ” mientras que “r” indica la sección en donde se concentra el sonido respiratorio.	..... 6
II.1	Esquema adaptable de cancelación de interferencias utilizando el algoritmo LMS [20].	.... 16
II.2	Diagrama de bloques del esquema propuesto en [21] para la reducción de ruidos cardiacos. La salida del sumador representa el estimado de los ruidos cardiacos a eliminar.	.... 18
III.1	Esquema de correlación cruzada generalizada.	.... 32
III.2	Estimación paramétrica del retraso temporal.	.... 41
III.3	Diagrama a bloques del esquema adaptable propuesto en [40], $x_k$ corresponde a la señal original y $x_{k-D}$ corresponde a su versión retrasada.	.... 43
IV.1	División del eje de frecuencias mediante filtros ideales en el análisis de multiresolución.	.... 59
IV.2	Descomposición del espacio $V_0$ en los subespacios $V_1$ y $W_1$ para secuencias discretas.	.... 59
IV.3	(a) Etapas de análisis y síntesis en la descomposición por multiresolución para un sólo nivel, (b) Estructura para el análisis por DWT conteniendo $N$ escalas.	.... 63
IV.4	(a) Espectro de la señal original, (b) filtrado pasa bajas (pb) y pasa altas (pa), (c) espectro después del submuestreo (sub), (d) espectro posterior al “up-sampling” (up), (e) espectro después del filtrado pasa bajas y pasa altas, (f) espectro resultante.	.... 64
IV.5	Descomposición por multiresolución de una señal respiratoria en tres niveles de análisis. El número de muestras en la escala de resolución más fina es 1024 puntos.	.... 67

V.1	Esquema de estimación conjunta del retraso y señal (JTDSE). Los términos $c_{N,k}^x$ y $c_{N,k}^z$ indican las aproximaciones pasa-bajas de las señales $x(n)$ y $z(n)$ en el nivel N-ésimo de descomposición. El esquema JTDSE puede aplicarse a las secuencias “detalle” de la descomposición en multiresolución $b_{j,k}^x$ , $b_{j,k}^z$ , $j \in [1, M]$ .	... 72
V.2	Diagrama de flujo del esquema de multiresolución JTDSE correspondiente a una subbanda de la descomposición. Los valores $l_1$ y $l_2$ indican la ventana de tiempo en la determinación de los retrasos temporales $\Delta$ , i.e., duración del sonido respiratorio.	... 75
VI.1	(a) Ciclo cardíaco adquirido conteniendo primero y segundo ruidos cardíacos, (b) señal respiratoria sintetizada (SNR = -6 dB), (c) ruidos <i>cardiacos</i> estimados por ROKF, (d) sonido respiratorio estimado por ROKF, (e) ruidos cardíacos estimados por RLS standard, (f) sonido respiratorio estimado por RLS standard.	...105
VI.2	(a) Sección respiratoria para un sujeto sano, (b) y (c) ruidos cardíacos y sonido respiratorio estimado por ROKF para la señal en (a), (d) sección respiratoria para un paciente asmático, (e) y (f) ruidos cardíacos y sonido respiratorios estimados por ROKF para la señal en (d).	...106
VI.3	(a) Señal respiratoria simulada $v(n)$ , (b) ruido cardíaco adquirido $x(n)$ , (c) señal sintetizada $z(n)$ (SNR = -13.5 dB), (d) señal sintetizada $z(n)$ (SNR = -19.5 dB).	...110
VI.4	Primer caso simulado en Tabla VI.2 (SNR = -13.5 dB), (a) curva MSE por el esquema JTDSE, (b) señal respiratoria estimada por JTDSE, (c) ruidos cardíacos estimados por JTDSE, (d) resultado de la correlación cruzada, (e) señal respiratoria estimada por correlación cruzada, (f) ruidos cardíacos estimados por correlación cruzada.	...112
VI.5	Segundo caso sintetizado en Tabla VI.2 (SNR = -19.5 dB), (a) curva MSE por el esquema JTDSE, (b) señal respiratoria estimada por JTDSE, (c) ruidos cardíacos estimados por JTDSE, (d) resultado de la correlación cruzada, (e) señal respiratoria estimada por correlación cruzada, (f) ruidos cardíacos estimados por correlación cruzada.	...113
VI.6	Tercer caso sintetizado en Tabla VI.2, (a) curva MSE por el esquema JTDSE, (b) señal respiratoria estimada por JTDSE, (c) ruidos cardíacos estimados por JTDSE, (d) resultado de la correlación cruzada, (e) señal respiratoria estimada	

	por correlación cruzada, (f) ruidos cardiacos estimados por correlación cruzada.	...114
VI.7	Cuarto caso sintetizado en Tabla VI.2, (a) curva MSE por el esquema JTDSE, (b) señal respiratoria estimada por JTDSE, (c) ruidos cardiacos estimados por JTDSE, (d) resultado de la correlación cruzada, (e) señal respiratoria estimada por correlación cruzada, (f) ruidos cardiacos estimados por correlación cruzada.	.. 115
VI.8	Quinto caso sintetizado en Tabla VI.2, (a) curva MSE por el esquema JTDSE, (b) señal respiratoria estimada por JTDSE, (c) ruidos cardiacos estimados por JTDSE, (d) resultado de la correlación cruzada, (e) señal respiratoria estimada por correlación cruzada, (f) ruidos cardiacos estimados por correlación cruzada	.. 116
VI.9	(a) curva MSE para el esquema JTDSE utilizando un primer ruido cardiaco como referencia, (b) resultado de la correlación cruzada con un primer ruido cardiaco, (c) curva MSE para JTDSE utilizando un segundo ruido cardiaco como referencia, (d) resultado de la correlación cruzada con un segundo ruido cardiaco.	.. 118
VI.10	Curvas MSE en el tercer nivel de descomposición para la primer y cuarta subbanda.	.. 119
VI.11	(a) Señal adquirida de un sujeto sano, (b) señal adquirida de un paciente asmático, (c) sección respiratoria seleccionada manualmente de la señal en (a), (d) sección respiratoria seleccionada manualmente de la señal en (b).	.. 121
VI.12	(a) Curva MSE por JTDSE para un sujeto sano, (b) señal respiratoria estimada por JTDSE, (c) señal cardiaca estimada por JTDSE, (d) resultado de correlación cruzada, (e) señal respiratoria estimada por correlación cruzada, (f) señal cardiaca estimada por correlación cruzada.	.. 123
VI.13	(a) Curva MSE por JTDSE utilizando un primer ruido cardiaco, (b) curva MSE por JTDSE utilizando un segundo ruido cardiaco, (c) señal respiratoria estimada por JTDSE, (d) ruidos cardiacos estimados por JTDSE.	.. 124
VI.14	(a) correlación cruzada utilizando un primer ruido cardiaco, (b) correlación cruzada utilizando un segundo ruido cardiaco, (c) señal respiratoria estimada por correlación cruzada, (d) señal cardiaca estimada por correlación cruzada.	.. 125
VI.15	(a) Curva MSE para el esquema JTDSE utilizando el algoritmo LM en la adaptación del retraso, (b) retrasos estimados, posiciones del máximo peso del	

filtro y valores estimados finales.	.. 129
VI.16 (a) Sección respiratoria, (b) curva MSE obtenida con el esquema LM-JTDSE.	.. 130
VI.17 (a) Curva MSE por el esquema LM-JTDSE utilizando un primer ruido cardíaco como referencia, (b) curva MSE por el esquema LM-JTDSE utilizando un segundo ruido cardíaco como referencia, (c) señal respiratoria estimada, (d) señal cardíaca estimada.	.. 131
VII.1 (a) Señal FM incidente, (b) y (c) señales sintetizadas ABS para el primer y cuarto caso de Tabla VII.1 (SNR = 15 dB), (d) señal sintetizada ABS para el sexto caso (SNR = 2 dB).	.. 139
VII.2 (a), (b), (c), y (d) representan las curvas MSE para los casos 1-4 de Tabla VII.1.	.. 140
VII.3 (a) Curva MSE para el quinto caso de Tabla VII.1 (SNR = 10 dB), (b) curva MSE para el sexto caso (SNR = 2 dB).	.. 143
VII.4 Curva de MSE del esquema GD-JTDSE.	.. 144
VII.5 (a), (b), y (c) Señales ABS para ángulos de 0, 45, y 200 grados, (d), (e) y (f) corresponden a las curvas MSE.	.. 145



## LISTA DE TABLAS

III.1	Procesadores para la correlación cruzada generalizada.	.... 39
IV.1	Propiedades de los subespacios de aproximación de multiresolución.	.... 56
V.1	Definiciones de entradas, filtros y parámetros del BFTF.	.... 89
V.2	Condiciones iniciales para el BFTF.	.... 90
V.3	Algoritmo BFTF.	.... 90
VI.1	Valores SE para los sonidos cardiacos y respiratorios en tiempo y frecuencia.	...103
VI.2	Retrasos temporales originales y estimados para diferentes valores SNR.	...110
VII.1	Amplitud y retrasos actuales para señales acústicas de retorno (ABS) simuladas.	.. 138

## CAPITULO I

### DESCRIPCION GENERAL DE LA TESIS

#### I.1 Introducción

En la adquisición y procesamiento de señales biomédicas, la presencia de señales de interferencias, en general, es inevitable. Las señales adquiridas contienen además de la señal deseada o de interés otras señales como ruido ambiental, interferencias electrocardiográficas y ruido por contracción muscular, entre otras. Algunos ejemplos en el campo biomédico son la interferencia cardíaca en estudios magnetoencefalográficos [1], la contracción muscular en señales vibroartográficas [2] y la señal cardíaca materna en estudios de variabilidad cardíaca fetal [3]. El grado de dificultad para cancelar o minimizar la presencia de señales de interferencia, está determinado por sus características y las correspondientes de la señal biomédica bajo estudio. Algunos de los factores que contribuyen en esta problemática son: el traslape de los contenidos en frecuencia de la señal deseada y de interferencia, la variabilidad de la señal de interés en un sujeto y entre sujetos, inherente a sistemas biológicos, la posibilidad de escenarios con diferentes relaciones señal a ruido (SNR's) y la falta de disponibilidad de una señal de referencia con características similares a la señal de interferencia. Los factores antes mencionados, representan los puntos principales en el diseño

de cualquier sistema para la cancelación de interferencias, y en consecuencia para el desarrollo de sistemas de análisis y diagnóstico automatizados. Por consiguiente, el objetivo principal de la presente investigación es el desarrollo de un esquema de cancelación de interferencias cuyo diseño contemple las condiciones generales de adquisición discutidas. En el caso de los sonidos respiratorios, el análisis detallado del problema y de esquemas previos en este campo, incluyendo nuestros propios intentos, mostraron que el desempeño de cualquier sistema de cancelación en el dominio del tiempo depende fuertemente de la estimación del retraso temporal (TDE) entre la señal de referencia y de interferencia. El problema de TDE no se circunscribe únicamente al área de procesamiento de señales biomédicas, sino que surge en otras aplicaciones del procesamiento tales como radar, procesamiento de voz y UTD, entre otras. En consecuencia, la cancelación de la interferencia cardíaca presente en la adquisición de los sonidos respiratorios se realiza, en una primera fase, mediante TDE entre las señales de interferencia y de referencia cardíaca, y en una fase posterior, filtrando la señal de interferencia. Para este propósito, en la presente investigación se propone un nuevo procedimiento denominado esquema JTDSE, utilizando análisis de multiresolución como marco de referencia, para la cancelación de señales de interferencia. En este capítulo se proporciona una descripción general del problema a resolver, estableciendo la relevancia del TDE, así como del esquema propuesto.

## **1.2. Planteamiento del Problema**

Con el invento del estetoscopio, la auscultación pulmonar surge como una técnica clínica primordial en la evaluación y seguimiento de enfermedades pulmonares [4]. Actualmente,

entre los profesionales de la medicina, el interés en el análisis de los sonidos respiratorios mediante la técnica de auscultación permanece vigente debido a la información que contienen acerca de la condición pulmonar y su característica no invasiva [4], [6]. Sin embargo, el diagnóstico mediante la auscultación pulmonar que actualmente se realiza, se basa por completo en el oído entrenado del médico [7], entrenamiento que se obtiene escuchando constantemente los sonidos respiratorios provocados en diferentes condiciones patológicas. Los sonidos respiratorios se clasifican en normales y anormales o adventicios, de acuerdo a sus características acústicas y al sitio de registro [7]. Los sonidos respiratorios normales se dividen a su vez en bronquiales, si los sonidos se perciben a nivel de tráquea o sobre el esternón, y vesiculares, si estos se escuchan en cualquier otra parte del tórax. Por otro lado, los sonidos anormales o adventicios, de acuerdo con su duración, se subdividen en discontinuos y continuos. Los sonidos discontinuos, denominados sonidos crepitantes gruesos o finos, se observan en diversas enfermedades como el edema pulmonar, problemas respiratorios intersticiales y deficiencias cardíacas congestivas [7]. Por otra parte, los sonidos continuos se subdividen en sonidos de tono bajo, denominados ronquidos o “rhonchi”, y sonidos de tono alto, conocidos como silbidos o “wheezes”. Los sonidos “rhonchi” y “wheezes” pueden percibirse, por ejemplo, en pacientes que sufren obstrucción de las vías aéreas y asma, respectivamente, [5], [7]. Desafortunadamente, la clasificación anterior de los sonidos respiratorios no es una norma, a pesar de los esfuerzos dirigidos a unificar la nomenclatura utilizada en este campo. No obstante, no hay duda de la utilidad de los sonidos respiratorios en la evaluación de la condición pulmonar; los investigadores en este campo señalan que:

*"Los sonidos respiratorios pueden ser un factor importante en el manejo cotidiano de pacientes con una variedad de enfermedades tales como el asma bronquial y la deficiencia cardíaca congestiva, entre otras. Los sonidos pueden proveer información crucial en casos de obstrucción de las vías aéreas superiores, localización incorrecta de tubos endotraqueales y en neumotórax espontáneo. En contraste con otras técnicas de diagnóstico, la auscultación pulmonar se puede realizar en diversos escenarios. Con frecuencia se utiliza para determinar la necesidad de estudios clínicos adicionales" [6].*

Sin embargo, a pesar del potencial diagnóstico de los sonidos respiratorios, es necesario un conocimiento más profundo de su origen, así como la extracción de características cuantitativas para propósitos de diagnóstico [6], [8]. Las posibles soluciones a estos requerimientos podrían transformar el estudio de los sonidos respiratorios en una ayuda diagnóstica objetiva, con la posibilidad de mayor sensibilidad y exactitud comparada con la técnica de auscultación convencional.

Recientemente, se ha intentado evitar el factor subjetivo de la auscultación pulmonar mediante la caracterización cuantitativa de los sonidos respiratorios. Sin embargo, diversas interferencias se encuentran presentes en la adquisición de señales biomédicas, y los sonidos respiratorios no son la excepción. La reducción de estas interferencias es el primer paso antes de intentar extraer las características relevantes de los sonidos respiratorios, o pretender estandarizar la nomenclatura utilizada. Las señales adquiridas no únicamente contienen sonidos respiratorios, también se encuentran presentes ruidos cardíacos y otras

interferencias, como las causadas por el ambiente o por contracción muscular. Algunas señales de interferencias pueden reducirse significativamente mediante el uso de una cámara anecoica y colocación adecuada del micrófono. Sin embargo, los efectos provocados por los ruidos cardíacos son ineludibles, representando en ocasiones una fuente severa de interferencia. Por otra parte, las señales respiratoria y cardíaca se traslapan no sólo en forma temporal, sino también espectralmente [8]-[10], y sus contenidos en frecuencia pueden exhibir alteraciones debido a diversos factores como la variabilidad biológica, las condiciones durante la adquisición de las señales y trastornos cardíacos, entre otros. Una solución que se utiliza frecuentemente en el intento por reducir la interferencia cardíaca es el filtrado pasa altas de la señal adquirida; sin embargo, en base a los estudios efectuados por otros investigadores [7], [8], esta solución ocasiona la pérdida de información valiosa de la señal respiratoria. Además, la variabilidad de la señal, inherente a cualquier sistema biológico, limita el uso de esquemas de filtrado determinístico [8].

Con el propósito de ilustrar algunos de los problemas en el análisis de los sonidos respiratorios, en la Figura I.1 se muestran dos escenarios comúnmente encontrados en la práctica clínica; “ $h_1$ ” y “ $h_2$ ” señalan en ambos casos el primer y segundo ruido cardíaco, mientras que “ $r$ ” indica la región en donde se concentra el sonido respiratorio. La señal en Figura I.1(a), adquirida en un sujeto sano a nivel de tráquea, presenta una frecuencia cardíaca y morfología de los ruidos cardíacos relativamente estables. La señal en Figura I.1(b) adquirida a nivel del ápex cardíaco corresponde a un paciente asmático. Esta señal, en contraste con la señal de Figura I.1(a), exhibe cambios en la morfología de los ruidos cardíacos con cada ciclo cardíaco. En casos similares al presentado en la Figura I.1(a), un

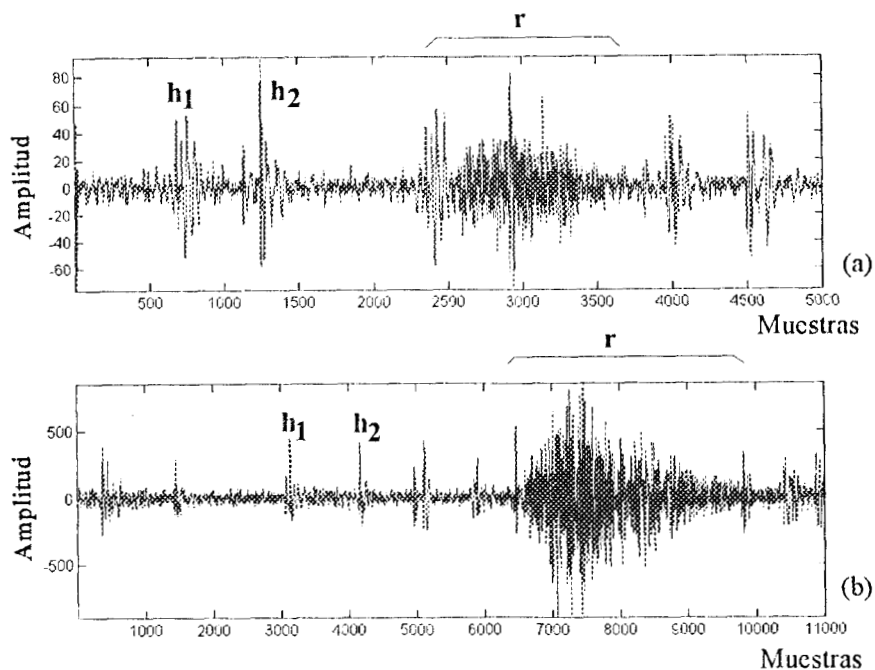


Figura I.1. Señales respiratorias adquiridas a nivel de tráquea y ápex cardíaco en (a) sujeto sano y (b) paciente asmático. El primer y segundo ruidos cardíacos se indican mediante “h<sub>1</sub>” y “h<sub>2</sub>” mientras que “r” indica la sección en donde se concentra el sonido respiratorio.

procedimiento de alineación temporal basado en el valor máximo de la función de correlación cruzada, entre los ruidos cardíacos y la señal adquirida, podría utilizarse para decidir la localización de los ruidos cardíacos de interferencia, previo a la etapa de filtrado. Sin embargo, el procedimiento anterior no funciona para señales como la presentada en Figura I.1(b), debido a que la alineación temporal resulta difícil de efectuar en escenarios con incremento en la SNR (sonido respiratorio / ruido cardíaco) y especialmente, cuando existen alteraciones en la morfología de los ruidos cardíacos. En general, en la práctica clínica es común encontrar alteraciones en la frecuencia cardíaca y en la morfología de los ruidos cardíacos.

En las señales presentadas en Figura I.1 se mostraron algunos de los problemas relevantes

en el análisis cuantitativo de los sonidos respiratorios. Aspectos como el traslape en tiempo y frecuencia, la variabilidad biológica y diversas condiciones de SNR deben de considerarse en el diseño de la estrategia para la cancelación de interferencias. Como consecuencia de los diversos problemas en el análisis de los sonidos respiratorios, la presente investigación se centralizó en el desarrollo de un esquema de cancelación o minimización de interferencias que permita el análisis exclusivo de la señal respiratoria.

El análisis del problema de cancelación de interferencias en sonidos respiratorios, y los resultados obtenidos en trabajos previos [20-22], señalaron que el desempeño de cualquier esquema de cancelación en el dominio del tiempo reside fuertemente en la estimación del retraso temporal entre la señal de referencia y la señal de interferencia. En consecuencia, el problema de cancelación de ruidos cardíacos se estableció en términos de uno más amplio, esto es, el TDE entre dos secuencias. El problema clásico de TDE involucra la estimación del retraso temporal entre dos secuencias, que generalmente se encuentran distorsionadas por ruido. Sin embargo, el problema a resolver puede plantear la estimación de más de un retraso temporal, si múltiples señales de interferencia están presentes en la señal adquirida. El TDE surge no únicamente en relación a la cancelación de interferencias, sino que también es relevante en problemas como detección de señales, determinación de la dirección de arribo, procesamiento de voz, y UDT [11]-[13]. Diversos esquemas se han desarrollado para el TDE, sin embargo, el problema permanece bajo investigación, dado que en situaciones reales la estimación del retraso temporal resulta difícil. Los métodos actuales para el TDE pueden agruparse en cuatro categorías: métodos de correlación cruzada generalizada (GCC), métodos paramétricos, métodos adaptables y métodos basados en la descomposición de las



señales en valores propios [13]. En el primer método, la introducción de dos filtros define el concepto de GCC. El objetivo es reforzar las bandas de frecuencia en donde la señal de interés es predominante y atenuar aquellas bandas en donde el ruido es significativo. En los métodos paramétricos, el retraso temporal se aproxima mediante un filtro de respuesta a impulso finita (FIR). La idea es reflejar la estimación del retraso temporal en el proceso de estimación de los coeficientes del filtro, problema en donde se encuentran disponibles diferentes algoritmos. En el caso de los métodos adaptables, el retraso temporal es calculado iterativamente utilizando dos secuencias altamente correlacionadas. Finalmente, el objetivo del método de valores propios es explotar la estructura de los valores propios de la matriz de correlación de cada una de las señales involucradas. Sin embargo, los métodos mencionados han demostrado un éxito limitado cuando se aplican a problemas reales bajo diferentes condiciones de SNR.

### **I.3. Esquema Propuesto y Organización de la Tesis**

Como se mencionó, el objetivo principal de esta investigación es desarrollar un esquema de cancelación de interferencias para el procesamiento de sonidos respiratorios. Se propone un nuevo procedimiento denominado JTDSE, utilizando el análisis de multiresolución como marco de referencia. El análisis de multiresolución se realiza mediante la DWT, y el filtrado adaptable de la señal de interferencia se efectúa en subbandas vía el BFTF. La estimación del retraso temporal se realiza mediante las reglas de adaptación del GD y del LM. Una vez que los retrasos temporales se estiman, la señal es filtrada en cada subbanda y los resultados son reflejados hacia la escala de resolución más fina mediante el proceso denominado “up-

sampling”. La metodología propuesta posee beneficios relevantes como la incorporación de información complementaria, robustez en presencia de ruido, y la posibilidad de un procedimiento para validar los retrasos estimados. Además, una ventaja adicional del esquema es que no requiere la adquisición de señales adicionales, como en el caso de otros esquemas de cancelación de interferencias. El procedimiento es aplicable no sólo a la cancelación de interferencias, también es posible utilizarlo en una gama de problemas en donde se requiere la estimación del retraso temporal entre dos secuencias, como será evidente posteriormente.

El desempeño del esquema JTDSE propuesto se analiza en sonidos respiratorios sintetizados y reales, bajo diferentes condiciones de SNR y múltiples ruidos cardiacos presentes en el sonido respiratorio. Los resultados muestran que el esquema presenta buenas expectativas para el TDE, así como para la cancelación subsecuente de la señal de interferencia. Además, el esquema propuesto es aplicado en señales “backscattered” sintetizadas y reales, utilizadas en UTD. La organización de la tesis se detalla a continuación. En el capítulo II se discuten diversos esquemas para la cancelación de los ruidos cardiacos, incluyendo nuestro esquema en base al ROKF. En la discusión se presenta el modelo matemático de los procesos involucrados y su formulación en términos de ecuaciones de estado, así como la metodología del ROKF. En el capítulo III se discuten las bases del análisis de multiresolución, su relación con la DWT y el filtrado en subbandas. En el capítulo IV se presentan los antecedentes para la estimación del retraso temporal y se discuten las ventajas y desventajas de los métodos analizados. El método propuesto JDTSE en subbandas se discute en el capítulo V, incluyendo tres mecanismos de adaptación. El capítulo VI

presenta los resultados obtenidos con el ROKF, así como los resultados del esquema JTDSE, cuando la adaptación del retraso temporal se efectúa mediante los métodos GD y LM. El capítulo VII presenta y discute la aplicación del esquema JTDSE a señales no biomédicas, utilizando señales “backscattered” sintetizadas y reales, empleadas en el problema de UTD. Finalmente, en el capítulo VIII se presentan las conclusiones generales de la tesis y las posibles líneas de investigación a considerar en el futuro.

## CAPITULO II

### ANTECEDENTES EN EL ANALISIS DE RUIDOS RESPIRATORIOS

#### II.1. Introducción

La auscultación es aceptada como una técnica clínica importante en la evaluación de la condición pulmonar de un paciente. Las técnicas diagnósticas pulmonares incluyen la auscultación pulmonar, rayos X y pruebas funcionales. Sin embargo, algunas condiciones patológicas como las enfermedades obstructivas y patologías intersticiales tempranas no son fáciles de diagnosticar vía los rayos X o pruebas funcionales [7]. La característica no invasiva de la técnica de auscultación y la mínima cooperación requerida por parte del paciente, sitúan a la técnica como una herramienta atractiva para el diagnóstico. La información acústica proporcionada por la auscultación pulmonar no sólo contiene información acerca de la función y estructura pulmonar, además contiene información relacionada con la ventilación local y características de transmisión del pulmón. En la década pasada, el registro y análisis computacional de los sonidos respiratorios se convirtió en una preocupación primordial, generándose dos objetivos principales: el desarrollo de un sistema de clasificación automático de los sonidos respiratorios, que representara una ayuda en el diagnóstico, y un mejor entendimiento de la génesis de los sonidos respiratorios normales y anormales. Sistemas

automáticos para el análisis de los ruidos cardiacos están disponibles comercialmente y son utilizados en la práctica clínica. El desarrollo de estos sistemas es posible, parcialmente, debido a que los ruidos cardiacos se limitan a una región del tórax y su registro puede realizarse sosteniendo la respiración del sujeto, evitando la interferencia generada por sonidos respiratorios [7], [8]. Por otro lado, el desarrollo de un sistema similar para el análisis de los sonidos respiratorios ha sido más lento. Algunas de las causas tienen su origen en la dependencia de los sonidos respiratorios al flujo de aire, tipo de maniobra respiratoria, y sitio de medición. Además, la presencia de interferencias, como los ruidos cardiacos, limitan el análisis exclusivo de los sonidos respiratorios [8], [10]. Para reducir la subjetividad de la técnica de auscultación, se han realizado varios intentos con el objetivo de caracterizar cuantitativamente a los sonidos respiratorios [7], [8]. Los primeros esfuerzos se enfocaron al análisis de amplitud de los sonidos respiratorios y de sus características en el dominio de la frecuencia. Trabajos representativos en estas líneas de investigación son el análisis de morfología de la señal en una escala de tiempo expandida propuesto por Murphy y colaboradores [14], [15], y la aplicación de la transformada de Fourier (FFT) [8]. Algunas características de los sonidos respiratorios se han propuesto en el dominio del tiempo y la frecuencia, como los coeficientes de predicción lineal, la energía de la envolvente, y las frecuencias máxima y promedio de la FFT, entre otros [8]. Sin embargo, estas características no son utilizadas como una medida patrón y se han obtenido incluyendo una etapa de filtrado, con el propósito de evitar la presencia de señales de interferencia, principalmente, la proveniente de la actividad cardíaca. Como solución al problema de interferencias, tradicionalmente se ha utilizado el filtrado pasa altas, con frecuencias de corte arbitrarias

desde los 50 hasta los 150 Hz, a pesar de la evidencia en el sentido de que los sonidos respiratorios contienen información relevante en el rango de frecuencias bajas [8], [10]. Banham y colaboradores [16] investigaron la banda de frecuencias de 5-60 Hz, restando el espectro de los ruidos cardiacos registrados con la respiración sostenida del espectro de la señal adquirida compuesta por sonidos respiratorios y ruidos cardiacos. Los autores trataron de evitar una severa interferencia cardíaca registrando los sonidos respiratorios en la región inferior derecha de la espalda. Sus hallazgos sugieren que una alteración significativa de los sonidos respiratorios de baja frecuencia ocurre en condiciones patológicas del parénquima pulmonar. De acuerdo con Pasterkamp y colaboradores [7], la fononeumografía, el registro y análisis de los sonidos respiratorios, se ha realizado utilizando zonas de registro alejadas del corazón o eliminando los componentes de baja frecuencia de las señales adquiridas. Aún cuando los componentes de baja frecuencia se eliminan, los componentes de alta frecuencia de los ruidos cardiacos pueden contaminar la señal respiratoria, como en el caso de los murmullos cardiacos. La existencia de componentes de baja frecuencia en los sonidos respiratorios fue comprobada en niños normales [17], mediante el espectro de potencia del ruido respiratorio seleccionado entre ruidos cardiacos. Por otra parte, la presencia de componentes de baja frecuencia en sonidos respiratorios anormales, como los producidos en pacientes asmáticos, fue señalada en [10]. Katila y colaboradores [18] expresaron su inquietud acerca de los efectos del filtrado pasa altas en los sonidos respiratorios; particularmente, los autores estudiaron los efectos sobre los sonidos crepitantes, sonidos respiratorios causados por la onda de presión generada por la apertura repentina de las vías aéreas y un efecto posterior de resonancia. Las características de los sonidos crepitantes se

alteran en enfermedades como el edema pulmonar y la bronquitis crónica. Los autores analizaron los efectos de filtros analógicos y digitales pasa altas, considerando frecuencias de corte en el rango de 25 a 400 Hz. Los efectos se evaluaron mediante inspección visual de la morfología del sonido respiratorio, la modificación de la amplitud pico a pico de los sonidos crepitantes, el espectro obtenido mediante la FFT y el análisis temporal propuesto por Murphy y colaboradores [18]. Los resultados mostraron que la morfología de los sonidos crepitantes en la fase inspiratoria, se modifica drásticamente en función de la frecuencia de corte del filtro pasa-altas. Los hallazgos sugieren que la frecuencia de corte y el tipo de filtro influyen en la alteración de la forma de onda del sonido respiratorio. Katila y colaboradores concluyen que sus estudios no son suficientes para determinar la frecuencia de corte y el tipo de filtro necesario en el problema de interferencia cardíaca.

Los aspectos relacionados con el contenido en frecuencia de los sonidos respiratorios en sujetos normales y en pacientes aún permanecen bajo investigación. Diversos investigadores han reportado resultados que difieren considerablemente. Un elemento importante en esta controversia, es la presencia de sonidos que no provienen de la actividad respiratoria [19]. La necesidad de reducir estas señales de interferencia en la fononeumografía ha sido enfatizada por Pasterkamp y colaboradores [17].

## **11.2. Esquemas para la Cancelación de Interferencias**

El objetivo principal de un sistema de cancelación de interferencias es suprimir o minimizar la señal de interferencia sin modificar espectral o temporalmente la señal deseada. El procedimiento de cancelación puede efectuarse directamente si los contenidos en

frecuencia de las señales involucradas se conocen *a priori* y no existe traslape entre ellos. Sin embargo, generalmente, esta información no es accesible y existe un traslape de los contenidos en frecuencias. Bajo estas condiciones, los esquemas de cancelación en base a filtros adaptables representan la mejor opción, dado que no requieren un conocimiento completo de las características estadísticas de la señal deseada y de interferencia. La existencia de diferentes algoritmos y la capacidad de los filtros adaptables para seguir los cambios que sufre la estadística de la señal, sitúan a los filtros adaptables como un elemento atractivo para el diseño de esquemas de cancelación de interferencias. La aplicación de los filtros adaptables al problema de cancelación de la interferencia cardíaca fue sugerida en [20] y [21], en donde el electrocardiograma (ECG) y una versión filtrada de la señal adquirida se utilizaron como señales de referencia, respectivamente. En [20], el problema se estableció en términos del esquema de cancelación adaptable mostrado en la Figura II.1. La señal primaria, denotada por  $z(n)$ , se forma por la suma de los ruidos cardíacos de interferencia  $x(n)$  y los sonidos respiratorios  $v(n)$ ; la señal de interferencia se considera la versión filtrada de la señal de referencia  $x'(n)$ . La señal de referencia utilizada, denominada señal de electrocardiograma aumentada, se forma agregando al ECG adquirido una versión retrasada del mismo, estableciendo los dos mecanismos presentes en un ciclo cardíaco: la contracción cardíaca y su reacción complementaria, la relajación. El intervalo de tiempo entre el ECG y su versión retrasada se determinó en base al promedio de diez intervalos temporales entre el primer y el segundo ruido cardíaco. La versión filtrada de la señal de referencia se obtuvo mediante un filtro adaptable de 300 taps, vía el algoritmo “least mean square (LMS)”. El objetivo del LMS fue minimizar el error cuadrático medio (MSE),  $E\{e^2(n)\}$ , en donde  $e(n) = z(n) - y(n)$ .



Minimizar  $E\{e(n)^2\}$ , implica minimizar el término  $E\{(x(n) - y(n))^2\}$ , dado que se asume que la señal de interferencia y el sonido respiratorio  $v(n)$  son señales estocásticas independientes, con valor promedio cero [20]. En consecuencia, conforme la salida del filtro adaptable  $y(n)$  aproxima  $x(n)$  en el sentido LMS, la señal de error  $e(n)$  aproxima  $v(n)$  dado que  $e(n) = v(n) + x(n) - y(n)$ . Los resultados del esquema propuesto se evaluaron mediante la

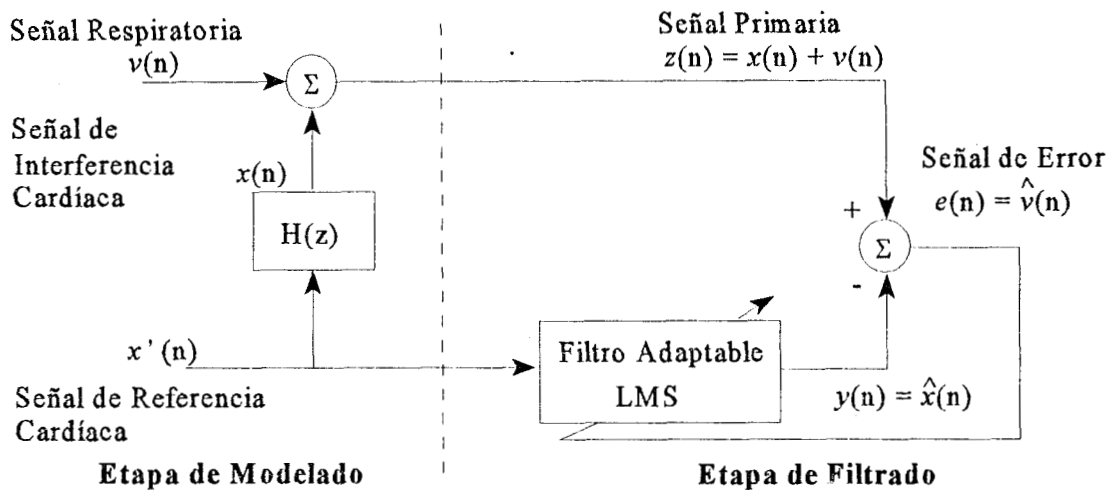


Figure II.1. Esquema adaptable de cancelación de interferencias cardíaca utilizando el algoritmo LMS [20].

inspección visual de los sonidos respiratorios y ruidos cardíacos estimados en combinación con la reducción de energía obtenida en el intervalo de frecuencias de 50 a 150 Hz [20]. Los resultados indicaron que el esquema adaptable tiene un desempeño superior al obtenido con métodos tradicionales; el desempeño del esquema sólo se evaluó en sujetos que no presentaron problemas pulmonares o alteraciones cardíacas, que podrían modificar el contenido en frecuencia de ambos sonidos. Además, el esquema propuesto no fue capaz de incorporar variaciones temporales latido a latido, entre el primer y segundo ruido cardíaco,

dando por resultado un desempeño variable del 50 al 80%. El desempeño variable del esquema puede explicarse en términos de la referencia utilizada, el electrocardiograma aumentado, es decir, la suposición de similitud en morfología entre el primer y segundo ruido cardíaco. Es importante señalar, que los autores concluyen que una reducción significativa de los ruidos cardíacos podría efectuarse si fuera posible determinar la posición exacta del primer y segundo ruido cardíaco que se encuentran dentro del sonido respiratorio [20].

Con el propósito de evitar la adquisición de una señal adicional en [21] se empleó un esquema complejo para obtener una referencia a partir de la señal adquirida. El esquema a bloques correspondiente se presenta en la Figura 11.2. La señal adquirida es primero filtrada en forma pasa bajas, elevada al cuadrado y posteriormente, suavizada mediante otro filtro pasa bajas. La idea fue producir una espiga cada vez que el ruido cardíaco se presentara en la señal adquirida. Posteriormente, en base a la información proporcionada por la frecuencia cardíaca, se determinó si la espiga corresponde al primer ruido cardíaco, al segundo ruido cardíaco o no existe correspondencia. Las espigas correspondientes al primer y segundo ruido cardíaco se procesan por dos filtros adaptables diferentes, de 200 taps cada uno. El filtro pasa bajas, en la trayectoria de la señal de error, se introduce para tratar de minimizar las fluctuaciones temporales de las espigas, con respecto al correspondiente ruido cardíaco [21]. Los resultados demostraron una moderada reducción de los ruidos cardíacos, en los sonidos respiratorios adquiridos en sujetos sanos, del 24 al 49% [21]. El desempeño del esquema, se puede explicar en términos de la dificultad en identificar si la espiga corresponde al primer o segundo ruido cardíaco, y la exactitud en determinar la posición de ocurrencia de los ruidos cardíacos.

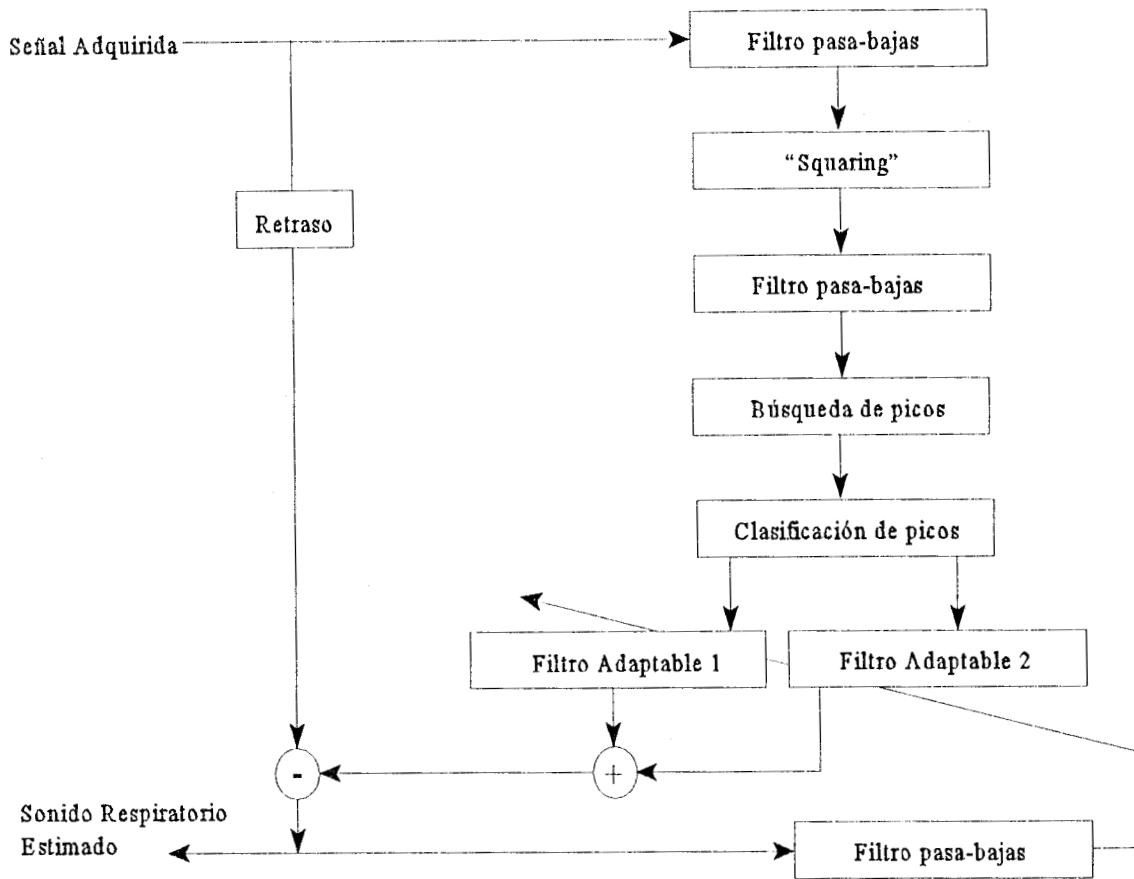


Figura II.2. Diagrama a bloques del esquema propuesto en [21] para la reducción de ruidos cardiacos. La salida del sumador representa el estimado de los ruidos cardiacos a eliminar.

Recientemente, el análisis de los sonidos respiratorios se realizó en perros durante el monitoreo de la ventilación en anestesia, utilizando dos micrófonos y un transductor de tensión para determinar los periodos de inspiración/expiración/descanso [22]. La cancelación adaptable de los ruidos cardiacos, vía el algoritmo LMS, se efectuó utilizando como señal de referencia la señal de fonocardiografía (PCG) en los periodos de descanso, asumiendo que las señales de PCG dentro y fuera de la sección respiratoria están correlacionadas. Se formaron cuatro señales de referencia utilizando señales de PCG previas a la inspiración y posteriores a la expiración. La localización de las señales de PCG, en el interior de los sonidos

respiratorios, se determinó mediante el método de correlación cruzada. Un filtro adaptable LMS con un total de 16 taps, 4 taps por cada señal de referencia, se utilizó en la cancelación de los ruidos cardiacos. Se observó que después del proceso de filtrado, los efectos de la señal de interferencia cardíaca persisten, especialmente en el rango de bajas frecuencias. El desempeño del esquema, en forma similar al de otros esquemas propuestos, es altamente dependiente de la alineación temporal entre los ruidos cardiacos de referencia y de interferencia.

Además de las desventajas mencionadas, inherentes a la concepción de los esquemas analizados, existe una desventaja adicional al utilizar el algoritmo LMS en la adaptación de los pesos del filtro. La principal limitación del algoritmo LMS es su baja velocidad de convergencia, que se modifica de acuerdo al parámetro de paso  $\mu$  y a la dispersión de los eigenvalores de la matriz de correlación  $R$  del vector de entrada [25].

Los resultados en [20] y [21], señalan la importancia de la alineación temporal entre las señales de referencia e interferencia en los métodos basados en filtrado adaptable. En los casos en donde la relación señal (sonido respiratorio) a interferencia (ruido cardíaco) (SIR) es baja, un procedimiento de alineación en base al valor máximo de la correlación cruzada, entre los ruidos cardiacos y la señal adquirida, podría usarse para determinar la localización de los ruidos cardiacos, previo a la etapa de filtrado. Sin embargo, una alineación precisa es difícil de obtener en casos en donde el SIR es moderado, o cuando los sujetos sufren enfermedades respiratorias y cardiacas que producen alteraciones en la morfología de los ruidos cardiacos y en la frecuencia cardíaca. En consecuencia, esquemas que consideran un método simple de alineación temporal presentan un desempeño insatisfactorio. Además, la

selección de la señal de referencia puede ser difícil, debido a la posibilidad de múltiples ruidos cardíacos en la sección respiratoria. Por consiguiente, es fundamental el diseño y la evaluación de esquemas adaptables alternativos para la cancelación de ruidos cardíacos.

Una posible solución al problema de cancelación de los ruidos cardíacos, fue propuesta por Charleston y Azimi [23] en base a la aplicación del filtro de Kalman de orden reducido (ROKF). El esquema tiene como objetivo investigar la factibilidad de evitar cualquier procedimiento de alineación temporal. En este trabajo, se propone una nueva formulación del problema de cancelación de interferencia cardíaca para facilitar la estimación de los sonidos respiratorios. En la formulación, el ruido cardíaco representa la señal deseada, la señal a ser estimada, y el sonido respiratorio es considerado la señal de interferencia. Un modelo autorregresivo (AR) se ajusta a los ruidos cardíacos localizados en secciones libres de sonidos respiratorios. Por otro lado, el sonido respiratorio se modela como una interferencia aditiva coloreada. Ambos modelos se consideran en la descripción del problema mediante ecuaciones de estado, y dado que la señal de observación es coloreada, es necesario incorporar un modelo AR de orden bajo. Las variables de estado asociadas con el modelo se incorporan al vector de estado original, generándose un modelo de observación libre de ruido, situación propicia para la aplicación del ROKF. En la sección siguiente, se explica en detalle el algoritmo ROKF, mientras que en el capítulo VI, el desempeño del esquema se analiza utilizando señales sintetizadas, con diferentes condiciones de SIR; las señales se sintetizan sumando ruidos cardíacos adquiridos y una señal respiratoria simulada. En el capítulo VI, además se compara el desempeño del ROKF con el desempeño del esquema JTDSE propuesto.

## II.3 Filtro de Kalman

### II.3.1. Modelos Matemáticos de la Señal Cardíaca y Respiratoria

El procedimiento para estimar una señal mediante el ROKF demanda un modelo matemático para la señal a ser estimada (señal deseada), así como para el proceso de observación. En la formulación que se propone, los ruidos cardíacos son considerados como la señal deseada a ser estimada, mientras que el sonido respiratorio se considera como un ruido de color aditivo. En base a las propiedades de las señales involucradas, para los propósitos de modelado y de cancelación de la señal de interferencia, se asumen las siguientes condiciones:

- (i) La interacción entre los sonidos respiratorios y los ruidos cardíacos de interferencia es de tipo aditivo [20], [21].
- (ii) Ambas señales se consideran procesos no correlacionados, generados por fuentes independientes [20], [21].
- (iii) Los ruidos cardíacos previos y posteriores a la señal respiratoria se consideran linealmente relacionados con los ruidos cardíacos en el interior de la señal respiratoria [22].

Bajo estas suposiciones, la ecuación de observación se especifica como:

$$z(k) = x(k) + v(k), \quad (\text{II.1})$$

en donde  $z(k)$  es la señal adquirida,  $x(k)$  representa la señal cardíaca y  $v(k)$  corresponde a la señal respiratoria. La dinámica de la señal cardíaca se expresa mediante un modelo AR de orden  $M$ , alimentado por un proceso de ruido blanco Gaussiano. El modelo AR se ha utilizado, por ejemplo, en el estudio y clasificación de enfermedades cardíacas, como en la oclusión de

las coronarias [24]. El modelo AR de orden  $M$  esta definido por:

$$x(k) = - \sum_{n=1}^M a_n x(k-n) + u(k), \quad (II.2)$$

en donde  $a_n$ ,  $n \in [1, M]$ , son los coeficientes del modelo AR y  $u(k)$  es un ruido blanco con varianza  $\sigma_u^2$ . El modelo AR es adecuado, debido a que la densidad de potencia (PSD) de los ruidos cardiacos se caracteriza por poseer crestas pronunciadas.

Para representar la ecuación (II.2) mediante ecuaciones de estado, se define un vector de estado constituido por los valores presentes y pasados de la señal cardíaca, esto es,  $x(k)=[x(k-M+1) x(k-M+2) \dots x(k-1) x(k)]'$ . Utilizando este vector y el modelo AR en la ecuación (II.2), se obtiene la siguiente ecuación de estado:

$$x(k) = \mathbf{F} x(k-1) + \mathbf{G} u(k), \quad (II.3)$$

en donde

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ -a_M & -a_{M-1} & \dots & -a_1 & \cdot \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix}.$$

La ecuación de observación (II.1) puede expresarse en términos del vector de estado  $x(k)$  como:

$$z(k) = \mathbf{H} x(k) + v(k), \quad (II.4)$$

en donde  $\mathbf{H}=[0 \ 0 \ \dots \ 1]$ . Note que en las ecuaciones anteriores el proceso  $u(k)$  es un proceso blanco, mientras que  $v(k)$  es un proceso coloreado;  $v(k)$  corresponde a una señal de banda limitada. Estas condiciones no son propicias para aplicar el filtro de Kalman standard, sin embargo, son adecuadas para la utilización del ROKF. El algoritmo ROKF se explica en

détalle en la siguiente sección.

### II.3.2. Filtro de Kalman de Orden Reducido (ROKF)

Una de las generalizaciones del filtro de Kalman considera que los términos  $u(k)$  y/o  $v(k)$  pueden ser procesos coloreados. En estas circunstancias, es necesario encontrar modelos adicionales para los procesos de color. Típicamente, se utiliza un modelo AR de orden bajo con un proceso de ruido blanco como entrada. El modelo se expresa en términos de ecuaciones de estado, agregándose posteriormente a las ecuaciones de estado del proceso original. En el caso de la señal cardíaca, las ecuaciones de estado aumentadas, asumiendo un modelo AR de segundo orden para  $v(k)$ , son:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_a(k) &= \mathbf{F}_1 \mathbf{x}_a(k-1) + \mathbf{G}_1 \mathbf{w}(k) \\ z(k) &= \mathbf{H}_1 \mathbf{x}_a(k), \end{aligned} \tag{II.5}$$

en donde

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_a(k) &= [\mathbf{x}'(k) \ \mathbf{v}'(k)]^t, \quad \mathbf{w}(k) = [u(k) \ \eta(k)]^t, \\ \mathbf{v}(k) &= \begin{bmatrix} v(k-1) \\ v(k) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}_v \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_v = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -b_1 & -b_2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{H}_1 &= [\mathbf{H} \ \mathbf{H}_v], \quad \mathbf{H}_v = [0 \ 1], \\ \mathbf{G}_1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_v \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

y  $b_1, b_2$  son los coeficientes del modelo AR asociado a  $v(k)$ , con un proceso de ruido blanco  $\eta(k)$  como señal de entrada. Note que en la ecuación de medición (II.5) no existe el término correspondiente al ruido de observación, generando problemas numéricos en la aplicación del filtro de Kalman standard, que son posibles de resolver utilizando el ROKF [26]. El objetivo



es estimar el vector de estado de orden reducido, generándose la necesidad de especificar una nueva ecuación de observación. La idea del vector de estado de orden reducido se basa en el concepto de que un conjunto de mediciones “perfectas” reduce el número de estados que se tienen que estimar. Al nuevo vector de estado de orden reducido de dimensiones  $(M+1) \times 1$ ,  $p(k)$ , se le considera como una transformación lineal del vector  $x_a(k)$  de la forma  $p(k) = Cx_a(k)$ .

Aumentando la ecuación de observación (II.5) con este nuevo vector se obtiene:

$$\begin{bmatrix} z(k) \\ p(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 \\ C \end{bmatrix} x_a(k).$$

La única condición sobre la matriz  $C$  es que  $[H_1^t \ C^t]^t$  debe poseer inversa; dado que existen múltiples opciones para  $C$ , este primer paso no tiene una solución única. Ahora, considerando  $([H_1^t \ C^t]^t)^{-1} = [L_1 \ | \ L_2]$ , donde  $L_1$  y  $L_2$  son matrices de dimensiones  $(M+2) \times 1$  y  $(M+2) \times (M+1)$ , respectivamente,  $x_a(k)$  puede expresarse como:

$$x_a(k) = L_1 z(k) + L_2 p(k). \quad (II.6)$$

El estimado de la versión filtrada del vector  $x_a(k)$  se obtiene a partir de (II.6) mediante  $E[x_a(k)|Z(k)]$ , donde  $E[\cdot|\cdot]$  representa la operación de estimación condicional y  $Z(k)$  es el conjunto de mediciones  $Z(k) = [z(1) \ z(2) \ \dots \ z(k)]^t$ . Por lo tanto, el estimado de la versión filtrada del vector de estado está dado por:

$$\hat{x}_a(k|k) = L_1 z(k) + L_2 \hat{p}(k|k).$$

De acuerdo a la ecuación anterior, es necesario contar con el estimado de la versión filtrada del vector de estado de orden reducido  $p(k|k)$  para obtener el estimado de la versión filtrada del vector  $x_a(k)$ . El procedimiento requiere una nueva ecuación de estado para  $p(k)$ ,

que puede construirse a partir de la relación  $p(k) = Cx_a(k)$ , esto es:

$$\begin{aligned} p(k) &= C[F_1 x_a(k-1) + G_1 w(k)] \\ &= CF_1[L_1 z(k-1) + L_2 p(k-1)] + CG_1 w(k). \end{aligned} \quad (II.7)$$

La ecuación de medición correspondiente está dada por:

$$\begin{aligned} z(k) &= H_1 x_a(k) \\ &= H_1 F_1 L_1 z(k-1) + H_1 F_1 L_2 p(k-1) + H_1 G_1 w(k) \\ z_1(k) &= H_1 F_1 L_2 p(k-1) + H_1 G_1 w(k), \end{aligned} \quad (II.8)$$

en donde  $z_l(k) = z(k) - H_l F_l L_l z(k-l)$ . Si el término  $H_l G_l$  en (II.8) es cero, es necesario definir un nuevo vector de estado de orden reducido  $p_l(k)$  y repetir el procedimiento hasta obtener un vector de estado de orden reducido cuya ecuación de medición incorpore un proceso de ruido blanco. Es importante observar que en la ecuación de estado (II.7) y en la ecuación de observación (II.8), los términos de ruido están correlacionados, dado que ambos dependen de  $w(k)$ . Además,  $z_l(k)$  depende de  $p(k-l)$  en lugar de  $p(k)$ ; condiciones que deben considerarse en el desarrollo de las ecuaciones del ROKF.

La ecuación (II.8) puede expresarse en forma standard utilizando el cambio de variables  $\zeta(k) = z_l(k+1)$  y  $\zeta(k-1) = z_l(k)$ , de forma que:

$$\zeta(k-1) = H_1 F_1 L_2 p(k-1) + H_1 G_1 w(k). \quad (II.9)$$

Sin embargo, dado que  $\zeta(k-1)$  depende de valores futuros de  $z_l$ , denominados  $z_l(k)$ , es necesario utilizar un predictor antes de obtener la versión filtrada del vector de estado de orden reducido. Para expresar matemáticamente las condiciones anteriores, es necesario establecer las siguientes relaciones:

$$D_{z_1}(k) = \{z_1(1), z_1(2), \dots, z_1(k), \dots\} \text{ y } D_{\zeta}(k-1) = \{\zeta(0), \zeta(1), \dots, \zeta(k-1), \dots\},$$

en donde  $D_{z_1}(k)=D_{\zeta}(k-1)$ . Definiendo la versión filtrada del vector de estado de orden reducido como  $\hat{p}_{z_1}(k|k) = E[p(k)|D_{z_1}(k)]$  y el estimado del predictor del vector de estado de orden reducido como  $\hat{p}_{\zeta}(k|k-1) = E[p(k)|D_{\zeta}(k-1)]$ , se obtiene:

$$\hat{p}_{z_1}(k | k) = \hat{p}_{\zeta}(k | k - 1). \quad (\text{II.10})$$

Con el propósito de obtener recursivamente un estimado de la versión filtrada del vector de estado de orden reducido  $\hat{p}_{z_1}(k|k)$ , en términos del conjunto de datos  $D_{z_1}(k)$  de acuerdo con (II.10), es necesario calcular recursivamente el estimado del predictor del vector de estado de orden reducido  $\hat{p}_{\zeta}(k|k-1)$ , en términos de  $D_{\zeta}(k-1)$ . El estimado del predictor del vector de estado puede expresarse como [26]:

$$\begin{aligned} \hat{p}_{D_{\zeta}}(k|k-1) = & CF_1 L_2 \hat{p}_{D_{\zeta}}(k-1|k-2) + CF_1 L_1 z(k-1) + L(k-1)[\zeta(k-1) \\ & - H_1 F_1 L_2 \hat{p}_{D_{\zeta}}(k-1|k-2)], \end{aligned}$$

para obtener  $\hat{p}_{z_1}(k|k)$  es necesario substituir cada término  $\zeta(k-1)$  en la ecuación del predictor por  $z_1(k)$ , obteniéndose la ecuación del estimado del filtro:

$$\begin{aligned} \hat{p}_{z_1}(k|k) = & CF_1 L_2 \hat{p}_{z_1}(k-1|k-1) + CF_1 L_1 z(k-1) \\ & + L(k-1)[z_1(k-1) - H_1 F_1 L_2 \hat{p}_{z_1}(k-1|k-1)]. \end{aligned}$$

El conjunto completo de ecuaciones para el algoritmo ROKF [26] se presenta en (II.11), en donde  $\hat{p}_{z_1} = E [p(k) | z_1(k)]$ ,  $Q = E [w(k)w'(k)]$  y  $P_p(k|k)$  es la matriz de covarianza de error del filtro. Una vez que se selecciona manualmente los ruidos cardiacos a partir de la señal adquirida y se definen las matrices en (II.7) y (II.8), el primer paso en el algoritmo ROKF es verificar que  $H_1 G_1$ , en (II.8) sea diferente de cero. Si lo anterior no se cumple, una nueva matriz  $C$  debe seleccionarse y la inversa de  $[H_1' C']'$  debe de calcularse nuevamente.

El conjunto de ecuaciones del algoritmo ROKF se utilizan en el orden especificado en (II.11), con las condiciones iniciales  $\hat{p}_{z_1}(1|1) = CF_1 \hat{x}_a(0|0)$  y  $P_{\hat{p}}(0|0) = \rho I$ . El parámetro  $\rho$  representa el grado de confianza en el estimado inicial  $\hat{x}_a(0|0)$ .

$$\begin{aligned}
 L(k-1) &= [CF_1 L_2 P_{\hat{p}}(k-1|k-1)(H_1 F_1 L_2)^t + CG_1 Q G_1^t H_1^t] * \\
 &\quad [H_1 F_1 L_2 P_{\hat{p}}(k-1|k-1)(H_1 F_1 L_2)^t + H_1 G_1 Q G_1^t H_1^t]^{-1} \\
 \hat{p}_{z_1}(k|k) &= CF_1 L_2 \hat{p}_{z_1}(k-1|k-1) + CF_1 L_1 z(k-1) + L(k-1)[z_1(k) - H_1 F_1 L_2 \hat{p}_{z_1}(k-1|k-1)] \\
 \hat{x}(k|k) &= L_1 z(k) + L_2 \hat{p}_{z_1}(k|k) \\
 P_{\hat{p}}(k|k) &= [CF_1 L_2 - L(k-1)H_1 F_1 L_2] P_{\hat{p}}(k-1|k-1) * [CF_1 L_2 - L(k-1)H_1 F_1 L_2]^t + CG_1 Q (CG_1 \\
 &\quad - CG_1 Q G_1^t H_1^t L^t(k-1) - L(k-1)(Q G_1^t H_1^t)^t G_1^t C^t + L(k-1)H_1 G_1 Q G_1^t H_1^t L^t(k-1)). \quad (II.11)
 \end{aligned}$$

En el capítulo VI, el algoritmo del filtro de Kalman de orden reducido (ROKF) se analiza utilizando señales respiratorias sintetizadas y reales. Los resultados del ROKF son comparados con los resultados de un filtro adaptable convencional utilizando el algoritmo de mínimos cuadrados recursivo (RLS). Además, se comparan los resultados en datos reales obtenidos mediante el ROKF y el esquema JTDSE propuesto.

#### II.4. Conclusiones

Los esquemas basados en filtros adaptables no requieren información a priori de las señales bajo consideración, sin embargo, es necesario un procedimiento de alineación temporal más elaborado. Resultados en trabajos de investigación relacionados con la cancelación de interferencia cardíaca, indican que el desempeño de los esquemas es afectado notablemente por la exactitud en la alineación temporal entre la señal de referencia y la señal de interferencia.

El propósito del esquema en [23], basado en el filtro de Kalman de orden reducido (ROKF), fue investigar la factibilidad de evitar un procedimiento de alineación temporal para la separación de los sonidos respiratorios y cardíacos. El problema se formuló en el contexto de estimación de señales, en donde la señal cardíaca se estimó a partir de la señal adquirida; la señal cardíaca estimada posteriormente se utilizó para obtener un estimado de la señal respiratoria.

## CAPITULO III

### METODOS PARA LA ESTIMACION DEL RETRASO TEMPORAL (TDE)

#### III.1. Introducción

En la presente investigación la cancelación de la señal de interferencia cardíaca se inicia con la estimación de los retrasos temporales asociados con los ruidos cardiacos presentes en la sección respiratoria. El TDE ha representado un problema de interés por varias décadas, frecuentemente para referirlo se utilizan nombres como diferencia en tiempo de arribo, retraso de grupo y retraso de fase, entre otros [13]. TDE se aplica en diversos campos como la biomedicina [27], [28], acústica submarina [11], [29], procesamiento de voz [12] y radar, entre otros. En biomedicina por ejemplo, las técnicas de TDE se han utilizado para determinar la velocidad de conducción de las fibras nerviosas con propósitos diagnósticos en alteraciones musculares [27]. Otro ejemplo en este campo es el TDE entre señales electroencefalográficas (EEG) registradas simultáneamente para determinar el área responsable de la actividad observada durante episodios de epilepsia [28]. En aplicaciones de acústica submarina, radar y sonar, utilizando sistemas activos o pasivos, el TDE es vital para la detección de objetos [11], [29]. La formulación clásica del TDE involucra dos señales  $z_1(t)$  y  $z_2(t)$ , recibidas por dos sensores separados espacialmente. La señal  $z_1(t)$  se considera la suma de la señal  $x(t)$ ,

proveniente de la fuente, y de un proceso de ruido mientras que  $z_2(t)$  se forma por la suma de la versión retrasada de la señal  $x(t)$  y un proceso de ruido diferente, es decir:

$$\begin{aligned} z_1(t) &= x(t) + v_1(t) \\ z_2(t) &= \alpha x(t - \Delta) + v_2(t), \end{aligned} \quad (\text{III.1})$$

en donde  $\Delta$  es el retraso temporal,  $\alpha$  es un factor constante y  $v_i(t)$ ,  $i = 1, 2$ , son procesos de ruido independientes que no están correlacionados con la señal  $x(t)$ . El objetivo es extraer o estimar  $\Delta$  a partir de las señales adquiridas  $z_1(t)$  y  $z_2(t)$ . Los métodos para la estimación del retraso temporal se pueden clasificar en cuatro categorías: métodos de correlación cruzada generalizada [30], [31], métodos de estimación paramétrica [32], [33], métodos adaptables [34], [35] y métodos de valores propios [36]. Es relevante para la presente investigación un análisis de los diferentes métodos a través de la discusión de trabajos representativos en cada categoría. Se considera que las primeras tres categorías tienen alguna relación con el trabajo desarrollado en esta tesis y por consiguiente se discuten en detalle.

## III.2. Diferentes Métodos de Estimación

### III.2.1. Método de Correlación Cruzada Generalizada [30], [31].

Un método comúnmente empleado en la determinación del retraso temporal  $\Delta$  es el cálculo de la función de correlación cruzada de las señales  $z_1(t)$  y  $z_2(t)$ , es decir,  $R_{z_1 z_2}(\tau) = E[z_1(t)z_2(t-\tau)]$ , en donde  $E[\cdot]$  denota el valor esperado; el valor de la variable  $\tau$  correspondiente al valor máximo de  $R_{z_1 z_2}(\tau)$  proporciona el estimado del retraso  $\Delta$ . En la práctica  $R_{z_1 z_2}(\tau)$  únicamente puede estimarse, debido al tiempo finito de observación de las señales adquiridas. Considerando procesos ergódicos, el estimado de la correlación cruzada

se define como:

$$\hat{R}_{z_1 z_2}(\tau) = \frac{1}{T - \tau} \int_{\tau}^T z_1(t) z_2(t - \tau) dt, \quad (\text{III.2})$$

en donde  $T$  representa el intervalo de observación. Para mejorar la exactitud del estimado del retraso temporal, es conveniente filtrar las señales  $z_1(t)$  y  $z_2(t)$ , antes de realizar la integración considerada en la ecuación (III.2). Como se muestra en la Figura III.1, las señales  $z_1(t)$  y  $z_2(t)$  se filtran mediante los sistemas  $H_i$  para proveer las señales  $y_i$ , para  $i=1, 2$ . Para un valor de  $\tau$ , el resultado de la multiplicación de  $y_1$  y la versión retrasada de  $y_2$  se integra y se eleva al cuadrado. El procedimiento se repite para diferentes valores de  $\tau$  y mediante el detector de picos se obtiene el valor máximo que corresponde al retraso entre las señales  $z_1(t)$  y  $z_2(t)$ . Knapp y Carter [30] definieron la función de correlación cruzada generalizada (GCC) introduciendo los filtros  $H_1(f)$  y  $H_2(f)$ , cuya función es facilitar la estimación del retraso. En consecuencia, la diferencia entre GCC y la correlación cruzada es la introducción de dos filtros que enfatizan las bandas de frecuencia en donde la señal de interés es predominante y atenúan aquellas en donde el ruido es significativo. La relación que existe entre la correlación cruzada y el espectro de potencia cruzado de  $z_1(t)$  y  $z_2(t)$ , mediante la transformada de Fourier, permite establecer de forma similar la expresión matemática para la correlación cruzada generalizada (GCC)  $R_{z_1 z_2}^{(g)}(\tau)$ . La GCC de  $z_1(t)$  y  $z_2(t)$  se relaciona con el espectro de potencia cruzado entre las señales  $y_1(t)$  y  $y_2(t)$ ,  $G_{y_1 y_2}(f)$ , mediante la relación:

$$\begin{aligned} R_{z_1 z_2}^{(g)}(\tau) = R_{y_1 y_2}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} G_{y_1 y_2}(f) e^{j2\pi f\tau} df = \int_{-\infty}^{\infty} H_1(f) H_2^*(f) G_{z_1 z_2}(f) e^{j2\pi f\tau} df \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma_g(f) G_{z_1 z_2}(f) e^{j2\pi f\tau} df, \end{aligned} \quad (\text{III.3})$$

en donde  $*$  denota complejo conjugado y  $\Gamma_g(f) = H_1(f) H_2^*(f)$  denota una función de



ponderación en la frecuencia. En la práctica, sólo se puede obtener un estimado de  $G_{z_1 z_2}$  a partir de observaciones  $z_1(t)$  y  $z_2(t)$  de longitud finita.

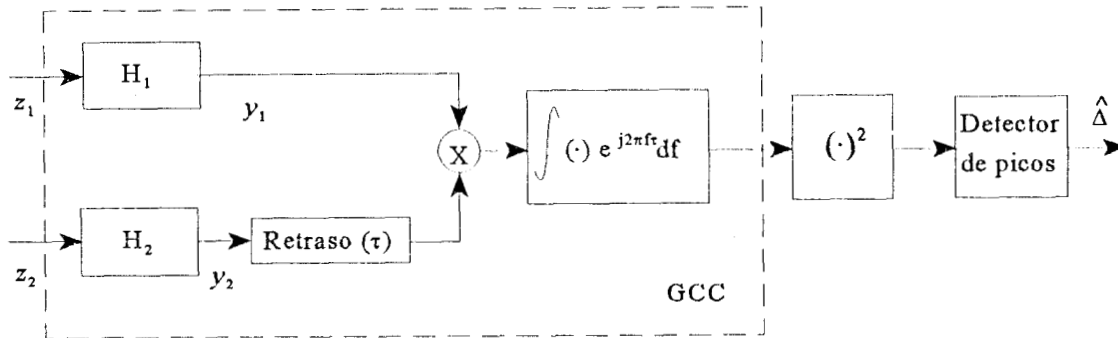


Figura III. 1. Esquema de correlación cruzada generalizada.

Consideremos los efectos de la función de ponderación  $\Gamma_g(f)$  en la función  $R_{z_1 z_2}^{(g)}(\tau)$  en condiciones ideales. Para el modelo de la ecuación (III.1), la función de correlación cruzada de  $z_1(t)$  y  $z_2(t)$  esta dada por  $R_{z_1 z_2}(\tau) = \alpha R_{xx}(\tau - \Delta) + R_{v_1 v_2}(\tau)$ , cuya transformada de Fourier genera el espectro de potencia cruzado:

$$G_{z_1 z_2}(f) = \alpha G_{xx}(f) e^{-j2\pi f \Delta} + G_{v_1 v_2}(f). \quad (III.4)$$

Si  $v_1(t)$  y  $v_2(t)$  no están correlacionados, el espectro de potencia cruzado entre  $z_1(t)$  y  $z_2(t)$  corresponde al espectro de potencia de la señal multiplicado por una exponencial compleja. En el dominio del tiempo, la función de correlación cruzada está dada por:

$$R_{z_1 z_2}(\tau) = \alpha R_{xx}(\tau) \star \delta(t - \Delta), \quad (III.5)$$

en donde el símbolo  $\star$  denota la operación de convolución. La ecuación (III.5) indica que la función delta se modifica por la función de autocorrelación de la señal, sin embargo, la función de correlación cruzada posee un máximo, independientemente del efecto de dispersión causado por la función de autocorrelación de la señal. En la estimación de un

retraso único, la dispersión provoca un ensanchamiento del máximo de la función de correlación cruzada y probablemente no represente un problema serio. Sin embargo, cuando se requiere la estimación de múltiples retrasos, es decir:

$$R_{z_1 z_2}(\tau) = R_{xx}(\tau) \star \sum_i \alpha_i \delta(\tau - \Delta_i), \quad (\text{III.6})$$

la convolución de las funciones delta con  $R_{xx}(\tau)$  en (III.6) puede ocasionar el traslape de funciones delta, resultando imposible distinguir diferentes máximos, es decir, diferentes retrasos. Por consiguiente, la función de ponderación  $\Gamma_g(f)$  debe de seleccionarse de manera que  $R_{z_1 z_2}^{(g)}(\tau)$  contenga máximos pronunciados que garanticen una adecuada resolución en la estimación del retraso. Sin embargo, bajo las condiciones anteriores los máximos de la función de correlación son mas sensibles a errores causados por el tiempo finito de observación, particularmente en condiciones de SNR bajas. En consecuencia, la selección de  $\Gamma_g(f)$  es un compromiso entre una mayor resolución para la estimación del retraso y la fluctuación de los estimados en condiciones de SNR bajas.

La Tabla III.1 presenta cinco funciones de ponderación, con la función para la correlación cruzada clásica encabezando la lista. En el procesador Roth [30], el estimado de la correlación cruzada de  $y_1(t)$  y  $y_2(t)$ , correspondiente a  $R_{z_1 z_2}^{(g)}(\tau)$ , está dado por:

$$\hat{R}_{y_1 y_2}^{(R)}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{G}_{z_1 z_2}(f)}{\hat{G}_{z_1 z_1}(f)} e^{j2\pi f \tau} df. \quad (\text{III.7})$$

Una situación interesante es aquella en donde el proceso de ruido  $v_1(t)$  es diferente de cero en (III.1) y el espectro de potencia cruzado de los procesos de ruido  $G_{v_1 v_2}(f) = 0$ , dado que  $v_1$  y  $v_2$  no están correlacionados. Bajo estas condiciones, y tomando en cuenta que el espectro de potencia de  $z_1(t)$   $G_{z_1 z_1}(f) = G_{xx}(f) + G_{v_1 v_1}(f)$ , el procesador Roth se puede expresar

como:

$$R_{y_1 y_2}^{(R)}(\tau) = \delta(\tau - \Delta) \star \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha G_{xx}(f)}{G_{xx}(f) + G_{v_1 v_1}(f)} e^{j2\pi f\tau} df. \quad (\text{III.8})$$

Por consiguiente, a menos que el espectro de potencia del ruido  $G_{v_1 v_1}(f)$  corresponda a una versión escalada del espectro de potencia de la señal  $G_{xx}(f)$ , la función delta nuevamente se dispersará. Sin embargo, el procesador suprime las regiones en frecuencia en donde  $G_{v_1 v_1}(f)$  es apreciable y es probable que  $\hat{G}_{z_1 z_2}(f)$  sea un estimado incorrecto.

El procesador “Smoothed Coherence Transform (SCOT)”, considera que los errores en el estimado del espectro de potencia  $\hat{G}_{z_1 z_2}(f)$  pueden ser causados por bandas de frecuencia en donde  $G_{v_2 v_2}(f)$  y  $G_{v_1 v_1}(f)$  son predominantes. Este procesador selecciona la función de ponderación  $\Gamma_g(f)$  tal que:

$$\hat{R}_{y_1 y_2}^{(s)} = \int \hat{\Upsilon}_{z_1 z_2}(f) e^{j2\pi f\tau} df, \quad (\text{III.9})$$

en donde  $\hat{\Upsilon}_{z_1 z_2}(f) = \hat{G}_{z_1 z_2}(f) / \sqrt{\hat{G}_{z_1 z_1}(f)\hat{G}_{z_2 z_2}(f)}$  es el estimado de la función de coherencia. El procesador SCOT puede interpretarse como “prewhitening filters” seguidos por la correlación cruzada, en donde  $H_1(f) = 1/\sqrt{\hat{G}_{z_1 z_1}(f)}$  y  $H_2(f) = 1/\sqrt{\hat{G}_{z_2 z_2}(f)}$ . Note que si  $v_1(t)$  y  $v_2(t)$  en (III.1) son diferentes de cero, el procesador de SCOT exhibe el mismo proceso de dispersión que el procesador Roth. Para evitar la dispersión, el procesador PHAT utiliza la función de ponderación  $\Gamma_g(f) = 1/|G_{z_1 z_2}(f)|$ , obteniéndose:

$$\hat{R}_{y_1 y_2}^{(p)}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{G}_{z_1 z_2}(f)}{|G_{z_1 z_2}(f)|} e^{j2\pi f\tau} df. \quad (\text{III.10})$$

Idealmente, cuando el estimado del espectro de potencia cruzado  $\hat{G}_{z_1 z_2}(f) = G_{z_1 z_2}(f)$  y  $|G_{z_1 z_2}(f)| = \alpha G_{xx}(f)$ , dado que los procesos de ruido no están correlacionados, entonces

$\hat{G}_{z_1 z_2}(f) / |G_{z_1 z_2}(f)| = e^{j\theta(f)} = e^{j2\pi f \Delta}$  con magnitud unitaria, y por lo tanto la función de correlación generalizada  $R_{y_1 y_2}^{(p)}(\tau) = \delta(t - \Delta)$ . Note que bajo las condiciones anteriores, el procesador PHAT no sufre el efecto de dispersión de otros procesadores. En la práctica, cuando  $\hat{G}_{z_1 z_2}(f) \neq G_{z_1 z_2}(f)$  y  $\theta(f) \neq 2\pi f \Delta$ , el estimado de la función de correlación generalizada  $R_{y_1 y_2}^{(p)}(\tau)$  no corresponde a una función delta. Dado que el procesador PHAT pondera el espectro de potencia cruzado  $\hat{G}_{z_1 z_2}(f)$  en términos del recíproco del espectro de potencia de la señal  $G_{xx}(f)$ , los errores se acentúan en donde la potencia de la señal es pequeña; esto es, si  $G_{z_1 z_2}(f)$  es igual a cero en algunas bandas de frecuencia, la fase  $\theta(f)$  estará indefinida en esas bandas. Este comportamiento sugiere que la función de ponderación en la frecuencia  $\Gamma_p(f)$  debe considerar la presencia o ausencia de energía de la señal. El procesador de Eckart lleva a cabo esta tarea definiendo la función de ponderación:

$$\Gamma_E(f) = \frac{\alpha G_{xx}(f)}{G_{v_1 v_1}(f) G_{v_2 v_2}(f)} \quad (\text{III.11})$$

El procesador de Eckart posee algunas de las cualidades del procesador SCOT, como suprimir aquellas bandas de frecuencia en donde el ruido es predominante. Además, el procesador Eckart, a diferencia del procesador PHAT, asigna una ponderación cero a las bandas de frecuencia en donde  $G_{xx}(f)$  es cero. Sin embargo, en la práctica, este procesador requiere conocer o estimar el espectro de potencia de la señal y el espectro de potencia de los procesos de ruido  $v_1(t)$  y  $v_2(t)$ .

Consideremos el estimador de máxima similitud "maximum likelihood (ML)" propuesto por Knapp y Carter [30], estableciendo un análisis comparativo con los procesadores anteriores en términos de la función de ponderación en la frecuencia  $\Gamma_g(f)$  y sus

propiedades. Para hacer matemáticamente manejable el problema en (III.1), el estimador ML asume que  $x(t)$ ,  $v_1(t)$  y  $v_2(t)$  son procesos aleatorios Gaussianos estacionarios y no correlacionados. En la estimación ML el objetivo es seleccionar  $\Delta$  tal que la probabilidad condicional  $p(\mathbf{Z}|Q_z, \Delta)$  sea máxima. El vector  $\mathbf{Z}$  está formado por los coeficientes de Fourier de  $z_1(t)$  y  $z_2(t)$ , es decir,  $\mathbf{Z}(k) \doteq [Z_1(k) Z_2(k)]^t$  y  $Q_z$  es la matriz de densidad de potencia definida por:

$$\frac{1}{T} Q_z(k2\pi/T) \doteq E[\mathbf{Z}(k)\mathbf{Z}^{*t}(k)] \doteq \frac{1}{T} \begin{bmatrix} G_{z_1z_1}(k2\pi/T) & G_{z_1z_2}(k2\pi/T) \\ G_{z_1z_2}^*(k2\pi/T) & G_{z_2z_2}(k2\pi/T) \end{bmatrix}, \quad (\text{III.12})$$

en donde

$$E[Z_1(k)Z_2^*(l)] \doteq \frac{1}{T} G_{z_1z_2}(k2\pi/T), \quad (\text{III.13})$$

si  $k = l$ , y cero en otro caso [30]. Los vectores  $\mathbf{Z}(k)$ ,  $k = -N, -N+1, \dots, N$  son vectores Gaussianos no correlacionados e independientes, dado que  $z_1(t)$  y  $z_2(t)$  son variables Gaussianas. La probabilidad de que  $\mathbf{Z}$  corresponda a los valores  $\mathbf{Z}(-N), \mathbf{Z}(-N+1), \dots, \mathbf{Z}(N)$ , dada la matriz de densidad de potencia  $Q_z$ , esta dada por la exponencial:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{Z}|Q_z, \Delta) &= p(\mathbf{Z}|\alpha, G_{xx}, G_{v_1v_1}, G_{v_2v_2}, G_{v_1v_2}, \Delta) \\ &= c \exp\left(-\frac{1}{2} J_1\right), \end{aligned}$$

dado que el vector  $\mathbf{Z}$  contiene elementos Gaussianos, en donde  $c$  es una función de  $|Q_z(k2\pi/T)|$  [30] y el término  $J_1$  esta dado por:

$$J_1 = \sum_{k=-N}^N \mathbf{Z}^{*t}(k) Q_z^{-1}(k2\pi/T) \mathbf{Z}(k) T. \quad (\text{III.14})$$

El parámetro  $\Delta$  afecta a los términos  $c$  y  $J_1$  en la probabilidad condicional  $p(\mathbf{Z}|Q_z, \Delta)$ , sin embargo, bajo la suposición de ruidos no correlacionados,  $c$  es una constante [30]. Para

valores considerables del periodo  $T$  la ecuación (III.14) puede expresarse, considerando la sustitución de  $\mathbf{Z}(k)$  por  $(1/T) \tilde{\mathbf{Z}}(k2\pi/T)$  en donde  $\tilde{\mathbf{Z}}(\cdot)$  es la transformada de Fourier, como:

$$J_1 \approx \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{Z}}^*(f) Q_Z^{-1}(f) \tilde{\mathbf{Z}}(f) df. \quad (\text{III.15})$$

Es posible obtener  $Q_Z^{-1}(f)$  a partir de (III.12) si la magnitud de la función de coherencia entre  $z_1(t)$  y  $z_2(t)$  cumple que  $|\gamma(f)|^2 \neq 1$ . Lo anterior indica que las señales  $z_1(t)$  y  $z_2(t)$  no pueden obtenerse una a partir de la otra mediante un filtrado lineal, o en forma equivalente en base a (III.1), se concluye que  $z_1(t)$  y  $z_2(t)$  contienen ruido de observación. Si el espectro de potencia cruzado  $G_{v_1v_2}(f) = 0$ , se cumplen las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} G_{z_1z_1}(f) &= G_{xx}(f) + G_{v_1v_1}(f), \\ G_{z_2z_2}(f) &= \alpha^2 G_{xx}(f) + G_{v_2v_2}(f), \\ G_{z_1z_2}(f) &= \alpha G_{xx}(f) e^{-j2\pi f \Delta}, \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

originando que el término  $J_1$  pueda expresarse como la suma de dos términos separados. El estimador ML del retraso  $\Delta$  minimiza  $J_1 = J_2 + J_3$ , sin embargo, a partir de la expresión matemática para  $J_2$  y  $J_3$ , la selección de  $\Delta$  sólo afecta a  $J_3$  [30], [31]. En consecuencia,  $\Delta$  debe minimizar a  $J_3$ , cuya expresión matemática está dada por:

$$J_3 = -2T \int_{-\infty}^{\infty} \hat{G}_{z_1z_2}(f) \frac{|\gamma(f)|^2}{|G_{z_1z_2}(f)| [1 - |\gamma(f)|^2]} e^{j2\pi f \Delta} df. \quad (\text{III.17})$$

En forma equivalente, el estimador ML selecciona como estimado del retraso temporal el valor de  $\tau$  que maximiza la función de correlación cruzada generalizada:

$$R_{y_1y_2}^{(ML)}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{G}_{z_1z_2}(f) \frac{|\gamma(f)|^2}{|G_{z_1z_2}(f)| [1 - |\gamma(f)|^2]} e^{j2\pi f \tau} df, \quad (\text{III.18})$$

Por consiguiente, la función de ponderación en el dominio de la frecuencia del estimador ML

está dada por:

$$\Gamma_{ML}(f) = \frac{|\gamma(f)|^2}{|G_{z_1 z_2}(f)| [1 - |\gamma(f)|^2]}. \quad (\text{III.19})$$

La ecuación (III.19) es la ponderación adecuada si se conocen el espectro de potencia cruzado  $|G_{z_1 z_2}(f)|$  y la función de coherencia  $|\gamma(f)|^2$ . En forma similar al procesador ML, el procesador PHAT calcula la transformación  $\hat{G}_{z_1 z_2}(f)/|G_{z_1 z_2}| = \exp[j\hat{\theta}(f)]$ . Sin embargo, el procesador ML, al igual que el procesador SCOT, pondera la fase de acuerdo con la función de coherencia, es decir, una ponderación considerable se utiliza en bandas de frecuencia en donde la coherencia presenta un valor cercano a la unidad. En contraste, en donde la coherencia presenta un valor cercano a cero las bandas de frecuencia son atenuadas.

Se puede demostrar que si los espectros de potencia de los procesos de ruidos de observación cumplen con que  $G_{v_1 v_1}(f) = G_{v_2 v_2}(f) = G_{vv}(f)$  y corresponden a una versión escalada del espectro de potencia de la señal  $G_{xx}(f)$ , los últimos cinco procesadores en la Tabla III.1 son iguales, excepto por una constante [30]. Una observación importante acerca de estos procesadores, es que todos requieren un conocimiento *a priori* de los procesos involucrados, como el espectro de potencia de los procesos de entrada, el espectro de potencia cruzado y el espectro de potencia de cada uno de los procesos de ruido. Cuando esta información no se encuentran disponible, como sucede en la práctica, se deben estimar a partir de observaciones de longitud finita. Lo anterior, además de incrementar la complejidad del procedimiento, puede degradar su desempeño debido a errores inherentes al proceso de estimación espectral. Asimismo, el periodo o tiempo de observación  $T$  es un parámetro relevante. La importancia de considerar tiempos de observación largos fue señalado en [30],

sin embargo, no se indica que valor puede ser adecuado para obtener un mejor estimado del retraso temporal.

**TABLA III.1 PROCESADORES PARA LA CORRELACION CRUZADA GENERALIZADA.**

<i>Nombre del Procesador</i>	$\Gamma_g(f) = H_1(f)H_2^*(f)$
<i>Correlación Cruzada</i>	1
<i>Roth Impulse Response</i>	$1/G_{z_1z_1}(f)$
<i>SCOT</i>	$1/\sqrt{G_{z_1z_1}(f)G_{z_2z_2}(f)}$
<i>PHAT</i>	$1/ G_{z_1z_2} $
<i>Eckart</i>	$\alpha G_{xx}(f) / [G_{v_1v_1}(f)G_{v_2v_2}(f)]$
<i>ML</i>	$\frac{ \gamma(f) ^2}{ G_{z_1z_2}(f) [1 -  \gamma(f) ^2]}$

### III.2.2 Métodos de Estimación Paramétricos [32], [33].

Los métodos paramétricos para el TDE traducen el problema de estimación del retraso temporal a la estimación de los coeficientes de un filtro de respuesta a impulso finita (FIR). Sea  $x(t)$  y  $x_\Delta(t)=x(t+\Delta)$  la señal de interés y su versión retrasada, mientras que  $x(iT)$  y  $x_\Delta(iT)$  corresponden a las versiones discretizadas, en donde  $T$  representa el intervalo de muestreo. Con un valor adecuado de  $T$ , de acuerdo al ancho de banda de la señal  $x(t)$ , es posible expresar a  $x(t)$  en términos de sus valores muestreados:

$$x(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(iT) \text{sinc}(t - iT), \quad \text{(III.20)}$$



en donde  $\text{sinc}(\theta) \triangleq \sin(\theta)/\theta$ . En el análisis siguiente, considere el intervalo de muestreo  $T = 1$  y el retraso temporal  $\Delta = (l + f)T$ , con  $l$  entero y  $0 < f < 1$ , es decir,  $\Delta$  es un múltiplo no entero de  $T$ . La señal retrasada  $x_{\Delta}(t)$  puede obtenerse también a partir de las muestras  $x(iT)$  mediante la expresión matemática:

$$x_{\Delta}(t) = x[t + (l + f)] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(i) \text{sinc}(t + l + f - i), \quad (\text{III.21})$$

consecuentemente, para cualquier entero  $k$ :

$$x_{\Delta}(k) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(i) \text{sinc}(k + l + f - i). \quad (\text{III.22})$$

Con el cambio de variable  $k - n = i$ , la definición de  $\zeta_n$  como  $\zeta_n \triangleq \text{sinc}(n + l + f)$  y las equivalencias  $x_{\Delta,k} = x_{\Delta}(k)$  y  $x_k = x(k)$ , la ecuación (III.22) puede escribirse como:

$$x_{\Delta,k} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \zeta_n x_{k-n}. \quad (\text{III.23})$$

Por consiguiente, la serie de tiempo  $x_k$  se relaciona con su versión retrasada  $x_{\Delta,k}$  a través de un filtro, cuyos coeficientes  $\zeta_n$  dependen del retraso temporal  $\Delta$ . Claramente,  $\zeta_n$  son las muestras de la función  $\text{sinc}(t + l + f)$ , con un máximo en  $t + l + f = 0$ . En consecuencia, dados los coeficientes  $\zeta_n$ , el retraso  $\Delta$  es el valor  $t$  para el cual ocurre el máximo de la función  $\zeta(t)$  dada por:

$$\zeta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \zeta_n \text{sinc}(t - n) \quad (\text{III.24})$$

El diagrama a bloques de la aproximación paramétrica del TDE es mostrado en la Figura III.2, en donde las variables indexadas por  $k$  representan muestras de las variables continuas. En este esquema  $x(t)$  es la señal proveniente de la fuente de interés y  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  son los procesos de ruido en los dos sensores, considerados reales, conjuntamente estacionarios e independientes. El bloque denominado “estimador” en la Figura III.2 calcula los valores

estimados de  $\zeta_n, \forall n \in \mathbf{Z}$ , utilizando  $z_{1,k}$  y  $z_{2,k}$ , de tal manera que el retraso  $\Delta$  pueda estimarse a partir de (III.24).

En la ecuación (III.23) el número de términos considerados es infinito, y por lo tanto no es práctico. Sin embargo, dado que la *sinc* ( $n + l + f$ ) se aproxima a cero para valores considerables de  $n + l$ , y bajo la suposición de que el máximo retraso a ser estimado se conoce [32], la ecuación (III.23) puede truncarse a un número finito de términos  $q$  de la forma:

$$x_{\Delta,k} = \sum_{n=-q}^q \zeta_n x_{k-n}. \quad (\text{III.25})$$

Por consiguiente, la secuencia retrasada  $x_{\Delta,k}$  puede obtenerse mediante el filtrado de la secuencia no retrasada, esto es, (III.25) modela el problema de la estimación del retraso temporal como un filtro FIR.

Una forma de resolver el problema de estimación paramétrica establecido en (III.25) es la minimización de las diferencias al cuadrado  $(\sum_{k=q}^N (z_{2,k} - \sum_{n=-q}^q \hat{\zeta}_n z_{1,k-n}))^2$ , es decir, minimizar las diferencias entre la salida del filtro FIR y las observaciones  $z_{2,k}$ , al cuadrado. La solución de la minimización anterior está dada por  $\hat{\zeta} = (Z_1^T Z_1)^{-1} Z_1^T z_2$ , en donde los vectores  $z_2, \zeta$ , y la matriz  $Z_1$  se definen en [32]. Es posible establecer la relación entre el estimador paramétrico

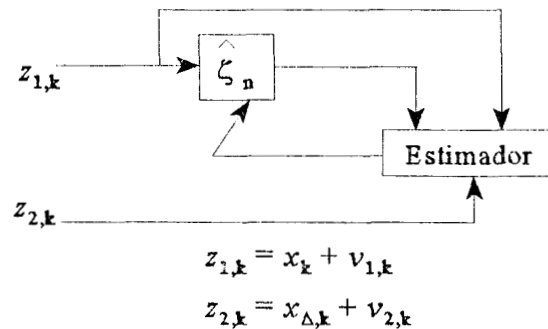


Figura III.2. Estimación paramétrica del retraso temporal.

y el procesador Roth de la sección anterior. A partir de la función de autocorrelación  $R_{z_1 z_2}(i) \doteq E\{z_{1,k} z_{2,k+i}\}$  y (III.1) se puede obtener:

$$\sum_{n=-q}^q \zeta_n R_{z_1 z_1}(i-n) = R_{z_1 z_2}(i), \quad (\text{III.26})$$

que es una aproximación de la solución discreta de la ecuación de Wiener-Hopf no realizable:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} h_n R_{z_1 z_1}(i-n) = R_{z_1 z_2}(i), \quad -\infty \leq i \leq \infty, \quad (\text{III.27})$$

en donde  $h_n$  son los coeficientes del filtro que minimizan  $E[(z_{2,k} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_n z_{1,k-n})^2]$ . Dado que  $\sum_{n=-\infty}^{\infty} h_n e^{-j\omega n} = G_{z_1 z_2}(\omega)/G_{z_1 z_1}(\omega)$ , con  $G_{z_1 z_2}(\omega)$ ,  $G_{z_1 z_1}(\omega)$  y  $G_{z_2 z_2}(\omega)$  denotando el espectro de potencia cruzado y los espectros de potencia de  $z_{1,k}$  y  $z_{2,k}$  respectivamente, los coeficientes  $h_n$  son muestras, en  $t=nT$ , de la función:

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_{z_1 z_2}(\omega)}{G_{z_1 z_1}(\omega)} e^{j\omega t} d\omega. \quad (\text{III.28})$$

La función  $h(t)$  en la ecuación (III.28) se reconoce como la función de salida del procesador Roth. Por consiguiente se concluye que  $\zeta_n$  son las muestras del procesador Roth y que  $\hat{\zeta}_n$  son los valores estimados de  $h_n$ . El retraso temporal estimado  $\hat{\Delta}$  se calcula sustituyendo los valores  $\hat{\zeta}_n$  en (III.24) y calculando el valor de  $t$  que maximiza la ecuación (III.24).

La transformación del problema de TDE en uno de estimación paramétrica, sitúa al método anterior como una herramienta atractiva. Sin embargo, se asume que se conoce el valor máximo del retraso a estimar, suposición que no es ampliamente aplicable. Por ejemplo, en el caso de problemas relacionados con la acústica submarina para detección de objetos es difícil conocer, o aún estimar, el valor máximo del retraso. Además, al considerar secuencias de longitud finita en la ecuación (III.24) se introduce un error de modelaje en la estimación del retraso. La formulación es útil cuando el valor máximo esperado del retraso  $\Delta$  no excede

considerablemente el periodo de muestreo  $T$ , ya que el orden del filtro FIR en esas condiciones toma valores razonables [32], [33].

### III.2.3. Métodos Adaptables [34], [35].

Una técnica adaptable para el TDE se considera en [34], en donde se determina iterativamente el retraso temporal entre dos secuencias altamente correlacionadas. El esquema utiliza el método del gradiente descendente para encontrar adaptablemente el valor del retraso temporal que minimiza el MSE, la Figura III.3 muestra el diagrama de bloques del esquema propuesto. El retraso “ $d$ ” se modifica hasta alcanzar un valor que minimiza el error  $e_k$ . De la Figura III.3, el error al cuadrado esta dado por:

$$e_k^2 = (x_{k-D} - x_{k-d})^2 = x_{k-D}^2 - 2x_{k-D}x_{k-d} + x_{k-d}^2 \quad (\text{III.29})$$

Aplicando el valor esperado en ambos lados de la ecuación (III.29) se obtiene:

$$E[e_k^2] = 2R_{xx}(0) - 2R_{xx}(DT - dT), \quad (\text{III.30})$$

en donde  $R_{xx}$  es la función de autocorrelación de la señal  $x(t)$  y  $T$  es el intervalo de muestreo;  $E[e_k^2]$  esta determinado por completo por la función de autocorrelación de la señal de

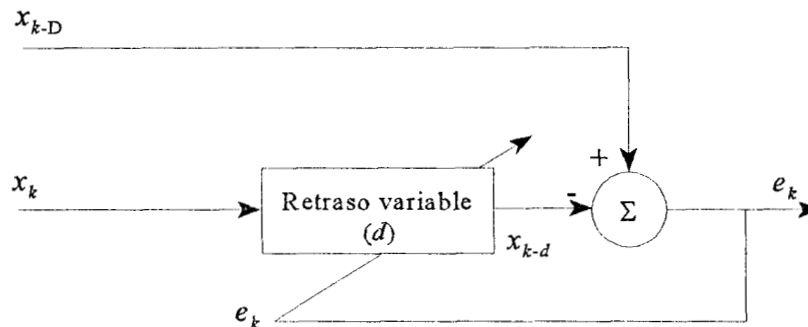


Figura III.3. Diagrama a bloques del esquema adaptable propuesto en [34],  $x_k$  corresponde a la señal original y  $x_{k-D}$  corresponde a su versión retrasada.

entrada. En el siguiente análisis, considere al retraso estimado denominado  $d$  como el valor entero del retraso continuo  $\hat{d}$ . El valor mínimo de la ecuación (III.30) se obtiene aplicando la regla de adaptación del gradiente descendente definida por:

$$\hat{d}_{k+1} = \hat{d}_k - \mu \nabla_k, \quad (\text{III.31})$$

en donde  $\mu$  es el parámetro de convergencia y  $\nabla_k$  es el gradiente del MSE con respecto a  $\hat{d}$ .

El gradiente de la ecuación (III.30) con respecto al retraso  $\hat{d}$  esta dado por:

$$\nabla_k \doteq \frac{\partial E[e_k^2]}{\partial \hat{d}} = -2 \frac{\partial R_{xx}(DT - \hat{d}T)}{\partial \hat{d}}. \quad (\text{III.32})$$

Asumiendo que  $E[e_k^2]$  se puede estimar a partir de valores individuales de  $e_k^2$ , el gradiente  $\nabla_k$  puede aproximarse mediante:

$$\tilde{\nabla}_k = 2e_k \frac{\partial e(kT)}{\partial \hat{d}} = -2e_k \frac{\partial x(kT - \hat{d}T)}{\partial \hat{d}}. \quad (\text{III.33})$$

La derivada de  $x$  con respecto al retraso en la ecuación (III.33) requiere un modelo específico de la variación de la señal  $x$  en términos del retraso, que en general no existe. Por consiguiente, el estimado del gradiente se calcula mediante el uso de diferencias:

$$\tilde{\nabla}_k = -2e_k \frac{x_{k-d-1} - x_{k-d+1}}{(d+1) - (d-1)} = -e_k(x_{k-d-1} - x_{k-d+1}). \quad (\text{III.34})$$

Se puede demostrar que el estimado del gradiente es no sesgado conforme el intervalo de muestreo  $T$  se aproxima a cero [34], y que para valores diferentes de cero el estimado del gradiente se aproxima a cero conforme el gradiente se aproxima a cero. La ecuación recursiva para la estimación del retraso se obtiene combinando la regla de adaptación del gradiente descendente establecida en (III.31) con el estimado del gradiente definido en la ecuación (III.34):

$$\hat{d}_{k+1} = \hat{d}_k + \mu e_k(x_{k-d-1} - x_{k-d+1}). \quad (\text{III.35})$$

Un valor considerable de  $\mu$  en (III.35), origina que el valor del retraso oscile alrededor del valor óptimo, sin lograr la convergencia. Por consiguiente, conforme el retraso converge al valor óptimo, es conveniente un incremento en el retraso menor a la unidad [34], esto es,  $|\mu\tilde{V}_k| < 1$  o  $0 < \mu < 1/|\tilde{V}_k|$ .

Este método representa la extensión natural del trabajo en [32] con la inclusión de un proceso iterativo para la adaptación del retraso y la ventaja adicional de no requerir información *a priori* acerca de la señal de interés o del ruido. Además, el esquema adaptable no requiere de transformaciones o de operaciones de potenciación cuadrática como en el caso del método GCC. Sin embargo, el esquema para el TDE mostrado en la Figura III.3 no incluye la posibilidad de filtrar la secuencia  $x_{k-D}$ , que puede ser relevante en condiciones de SNR baja. Los resultados del esquema muestran que conforme la SNR se decrementa, se producen fluctuaciones notables, alrededor del valor real, en el retraso continuo estimado y por consiguiente en el retraso entero estimado.

En [35] se propuso un método adaptable para la estimación conjunta del retraso temporal y los coeficientes de un filtro adaptable, utilizando la estimación por mínimos cuadrados “least squares (LS)”. El modelo matemático formulado en [35] es una versión modificada del modelo establecido en la ecuación (III.1) en el sentido de que el factor de ganancia constante  $\alpha$  representa una operación de filtrado mediante un operador lineal con respuesta a impulso  $h(n)$ , cuya salida se retrasa  $D_n$  muestras. El esquema propuesto considera que las señales provenientes de dos sensores,  $z_1(n)$  y  $z_2(n)$ , se modelan mediante el par de ecuaciones en el dominio discreto:

$$\begin{aligned} z_1(n) &= x(n) + v_1(n) \\ z_2(n) &= \mathcal{L}_{D_n}^{h(n)}[x(n)] + v_2(n), \end{aligned} \quad (\text{III.36})$$

en donde  $\mathcal{L}_{D_n, h(n)}[\cdot]$  es el operador lineal,  $x(n)$  es la señal de interés y  $v_1(n)$ ,  $v_2(n)$  representan procesos de ruido estacionarios. El objetivo fue estimar el operador lineal  $\mathcal{L}_{D_n, h(n)}[\cdot]$  mediante un estimador compuesto, al menos conceptualmente, de un elemento de retraso adaptable  $l$  y un filtro FIR convencional de orden  $M$ . La estimación conjunta del retraso y los coeficientes del filtro se realiza mediante el algoritmo del filtro transversal rápido “fast transversal filter (FTF)” derivado por Cioffi y Kailath [37]. El algoritmo FTF fue seleccionado, principalmente, debido a que la estimación del retraso puede relacionarse directamente con las variables utilizadas en el algoritmo y por sus requerimientos computacionales. El índice de desempeño a minimizar, utilizando una secuencia de error ventaneada y un filtro transversal de orden  $M$ , está dado por:

$$\xi(n, l) = \sum_{i=1}^n \beta^{n-i} |e_M(i, l)|^2, \quad (\text{III.37})$$

en donde  $n$  representa la iteración,  $l$  es el retraso entero adaptable,  $\beta$  es el factor de memoria o “forgetting factor” del algoritmo y  $e_M(i, l)$  es el error de estimación *a posteriori* definido como  $e_M(i, l) = z_2(i+l) - \mathbf{w}_M^H(n) \mathbf{z}_{1,M}(i)$ , en donde  $\mathbf{z}_{1,M}(i) = [z_1(i), \dots, z_1(i-M+1)]^T$  es el vector de referencia y  $\mathbf{w}_M^l(n) = [w_{1M}^l(n), \dots, w_{MM}^l(n)]^T$  es el vector de pesos del filtro transversal de orden  $M$ . Nótese, que el vector  $\mathbf{w}_M^l(n)$ , es el vector de pesos del filtro adaptable después de actualizar el retraso  $l$ . La solución de mínimos cuadrados (LS) dada por  $\hat{\mathbf{w}}_M^l(n) = \Phi_M^{-1}(n) \Theta_M^l(n)$  está determinada por la inversa de la matriz de autocorrelación determinística  $\Phi_M(n)$  y por el vector de correlación cruzada en el retraso  $l$ ,  $\Theta_M^l(n)$  [34]. El algoritmo clásico del FTF proporciona el vector de solución óptimo  $\hat{\mathbf{w}}_M^l(n)$ , sin realizar la inversión de la matriz de autocorrelación  $\Phi_M(n)$ , mediante ecuaciones recursivas en  $n$ . La esencia del algoritmo propuesto en [35], es un conjunto de relaciones recursivas en  $n$  y  $l$  para calcular el vector de

pesos óptimo  $\hat{\mathbf{w}}_M^l(n)$  y la suma de los errores al cuadrado  $\hat{\xi}_M(n, l)$ . Estas relaciones se establecieron por primera vez para el bloque LS por Kalouptsidis y colaboradores en [38] y se adaptaron por Boudreau y Kabal para propósitos de TDE en [35], en donde se definieron dos variables adicionales a las establecidas por el algoritmo clásico del FTF [37], para ser utilizadas específicamente en las ecuaciones recursivas para el retraso. El producto interno de los errores *a posteriori* de predicción hacia adelante y hacia atrás,  $f_m(n)$  y  $b_m(n)$ , con la señal de referencia retrasada  $z_l(n)$  se definen en [35] como:

$$\begin{aligned} v_m^{f, l}(n) &\doteq \sum_{i=1}^n \beta^{n-i} f_m(i) z_1^*(i+l) \\ v_m^{b, l}(n) &\doteq \sum_{i=1}^n \beta^{n-i} b_m(i) z_1^*(i+l). \end{aligned} \quad (\text{III.38})$$

El algoritmo propuesto aplica, primeramente, el algoritmo FTF para obtener el vector de pesos del filtro  $\hat{\mathbf{w}}_M^l(n)$  y la suma de errores  $\hat{\xi}_M(n, l)$ , para posteriormente incluir información de la derivada de  $\hat{\xi}_M(n, l)$  en la adaptación del retraso  $l$ , valor que se utiliza nuevamente en la adaptación de  $\hat{\mathbf{w}}_M^l(n)$  y  $\hat{\xi}_M(n, l)$ . De forma explícita, el algoritmo propuesto de estimación conjunta está compuesto de tres fases. La primera fase incluye el cálculo de la ganancia del algoritmo FTF, en base a un predictor de orden  $M-1$  en lugar del orden convencional  $M$ , y el cálculo de los predictores lineales hacia adelante y hacia atrás. La segunda fase involucra el cálculo del vector de pesos  $\hat{\mathbf{w}}_M^l(n)$  y la suma de los errores al cuadrado correspondientes al conjunto de retrasos  $\{l-1, l, l+1\}$ . El cálculo de la suma de los errores al cuadrado  $\hat{\xi}_M(n, l-1)$ ,  $\hat{\xi}_M(n, l)$  y  $\hat{\xi}_M(n, l+1)$  se realiza utilizando ecuaciones recursivas para el vector de pesos y el error que son dependientes del retraso. En la tercera fase se decide el nuevo valor del retraso  $l$  y se calculan nuevamente la suma de los errores al cuadrado y los pesos del filtro. El retraso  $l$  se



actualiza mediante su incremento o decremento unitario, o se mantiene constante, dependiendo de los valores de la suma de los errores  $\{\hat{\xi}_M(n, l-1), \hat{\xi}_M(n, l), \hat{\xi}_M(n, l+1)\}$ .

El algoritmo propuesto también puede interpretarse y analizarse en términos de filtros transversales. La primera y segunda fase del algoritmo se representan mediante seis filtros transversales; los primeros tres filtros son esencialmente iguales a los utilizados en el algoritmo clásico FTF, excepto por la diferencia en el orden de los predictores. El cuarto filtro está enfocado al cálculo de la suma de errores para  $l-1$ ,  $\hat{\xi}_M(n, l-1)$  y del vector de pesos del filtro de orden  $M$  en  $l-1$ ,  $n-1$ ,  $\hat{\mathbf{w}}_M^{l-1}(n-1)$ . Un quinto filtro de orden  $M-1$ , con un vector de pesos  $\hat{\mathbf{w}}_{M-1}^l(n-1)$ , utilizado para obtener  $v_{M-1}^{bl}(n)$ , genera  $\hat{\xi}_{M-1}(n-1, l)$  y en combinación con la salida del cuarto filtro genera  $\hat{\xi}_M(n, l)$ ,  $\hat{\mathbf{w}}_M^l(n)$  y  $\hat{\xi}_{M-1}(n, l+1)$ . Finalmente, el sexto filtro, con un vector de pesos  $\hat{\mathbf{w}}_{M-1}^{l+1}(n-1)$ , se utiliza para el cálculo de  $v_{M-1}^{b(l+1)}(n)$  y de la suma de errores  $\hat{\xi}_M(n, l+1)$ . La decisión para la adaptación del retraso involucra el promedio de la suma de los errores al cuadrado, es decir, en la ecuación de adaptación para el retraso  $l=l+\hat{\nabla}\hat{\xi}_M(n, l)$ , el estimado del gradiente  $\hat{\nabla}\hat{\xi}_M(n, l)$  toma los valores,  $-1$ ,  $0$  ó  $1$  de acuerdo a la relación de magnitudes de las cantidades promedio  $\langle \hat{\xi}_M(n, l+1) \rangle$ ,  $\langle \hat{\xi}_M(n, l-1) \rangle$  y  $\langle \hat{\xi}_M(n, l) \rangle$ , en donde  $\langle \cdot \rangle$  denota promedio en el tiempo.

La relevancia del algoritmo reside en la formulación de las ecuaciones necesarias para el cálculo del error cuadrático y del vector de pesos para los retrasos  $l-1$ ,  $l$  y  $l+1$ , a expensas de un incremento en la complejidad computacional del algoritmo. Los autores mencionan que el esquema propuesto se forma, conceptualmente, por un elemento de retraso adaptable  $l$  y un filtro adaptable convencional. La actualización del retraso no puede ser considerada completamente adaptable, puesto que se restringe a proporcionar cambios unitarios, de

acuerdo a la magnitud de la suma de los errores al cuadrado promediados en un cierto número de iteraciones. De hecho, la actualización del retraso mediante un paso de adaptación de  $-1$ ,  $0$  ó  $1$ , es la única forma de efectuar las ecuaciones recursivas propuestas en [35]. El desempeño del algoritmo se evaluó en señales libres de ruidos o con una SNR de 20 dB. Se observa en sus resultados que conforme se incrementa el número de iteraciones consideradas en el promedio de la suma de errores al cuadrado, se incrementa la diferencia entre el retraso real y el estimado.

### III.3 Conclusiones

Los esquemas para TDE discutidos en este capítulo poseen ciertos méritos, sin embargo, consideraciones prácticas limitan su desempeño. En el caso de los métodos de GCC, la desventajas principales son la necesidad de estimar el espectro de potencia de la señal de interés, el espectro de potencia de los procesos de ruido involucrados y la suposición de datos de considerable longitud. Estos factores influyen el proceso de estimación del retraso, en [28] se ha demostrando que en condiciones reales los resultados de GCC son comparables a los resultados de la correlación cruzada clásica. En los métodos paramétricos, la idea básica requiere conocer el retraso máximo para determinar el orden requerido del filtro. En el caso de señales reales, el retraso máximo no se conoce, sin embargo, si fuera posible estimar el rango de valores ésto podría conducir a filtros con ordenes considerables.

Los esquemas adaptables para el TDE que se discutieron en este capítulo presentan algunas desventajas. El esquema adaptable de Etter y Sterns [34] no considera la posibilidad de un factor de ganancia o una operación de filtrado para la señal  $x_{k-D}$ , que puede ser

adecuada en ambientes con una SNR baja. Además, utiliza el gradiente descendente para la adaptación del retraso, algoritmo que puede exhibir una convergencia lenta. En contraste, el método adaptable de Boudreau y Kabal [35] reduce algunos de los problemas presentes en [34] con la inclusión de un proceso de filtrado y un algoritmo rápido para la adaptación de los pesos del filtro. Sin embargo, el algoritmo resulta en un conjunto complejo de ecuaciones, y lo más importante, el esquema realmente no efectúa la adaptación del retraso dado que la actualización se realiza de manera unitaria.

En la presente investigación, a partir del estudio del desempeño de diversos esquemas para el TDE, se considera fundamental incluir en la formulación del esquema JTDSE aspectos como la no disponibilidad de información estadística *a priori* de la señal de interés, señales de longitud finita y desconocimiento del rango de valores del retraso. Además, también es importante considerar escenarios con una SNR baja, múltiples fuentes de información y la posibilidad de contar con un procedimiento para verificar los retrasos estimados. Trabajos previos señalan que el diseño de esquemas para el TDE deben incorporar como elementos importantes un procesamiento adecuado de la señal así como la aplicación de algoritmos adaptables.

En esta investigación, la estimación del retraso y la cancelación de la señal de interferencia se efectúan en forma adaptable en subbandas por medio del análisis de multiresolución de las señales involucradas.

## **CAPITULO IV**

### **ANALISIS DE MULTIRESOLUCION Y LA TRANSFORMADA DISCRETA DE ONDILLAS (DWT)**

#### **IV.1 Introducción**

Por más de una década, el análisis de multiresolución se ha aplicado satisfactoriamente en el procesamiento de señales e imágenes. El análisis de multiresolución permite el estudio de señales en diferentes escalas, de manera análoga al estudio de un mapa geográfico; grandes escalas corresponden a un análisis global, mientras que pequeñas escalas corresponden a un análisis con mayor detalle. Evidentemente, la descomposición en multiresolución presenta características atractivas, en comparación al dominio original de la señal, que permiten realizar el análisis y procesamiento de diferentes componentes de la señal. El concepto de descomposición en multiresolución ha estado presente en diferentes campos teóricos [39], [41]. Sin embargo, el interés de la comunidad del área de procesamiento de señales e imágenes en la investigación teórica y aplicada en este campo, surge a partir de los trabajos de Mallat [40] y Daubechies [41]. En el análisis de multiresolución frecuentemente se utilizan los términos escala y resolución. En general, el término escala se relaciona con el tamaño de las señales, mientras que el término resolución se vincula con su contenido en frecuencia.

Cambios en la resolución de la señal se efectúan mediante filtrado, mientras que cambios en la escala se obtienen mediante un proceso de decimación.

Un concepto cercano al análisis de multiresolución es el análisis por ondillas o “wavelets”. A continuación, se discuten algunos antecedentes del análisis por ondillas y posteriormente se establece la relación entre ambos conceptos. El análisis de señales utilizando funciones base ha sido de gran interés en matemáticas y física; un ejemplo representativo es el trabajo desarrollado por Fourier mediante sinusoidales complejas. Sin embargo, la transformada de Fourier de una señal continua  $x(t)$  definida como  $X_F(\omega) \doteq \langle e^{j\omega t}, x(t) \rangle$ , con el símbolo  $\langle \cdot \rangle$  representando el producto interno de funciones al cuadrado integrables en el espacio  $L^2(\mathbf{R})$ , propaga información local en el tiempo sobre todo el eje de frecuencias, dado que sus funciones base son infinitas [43]. Para solucionar este problema, Gabor introdujo funciones base generadas a partir de sinusoides complejas truncadas por una ventana, originando una transformación de Fourier doblemente indexada conocida como “short-time Fourier transform (STFT)”:

$$X_{WT}(\omega, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} w(t - \tau) x(t) dt, \quad (\text{IV.1})$$

en donde  $w(\cdot)$  representa una ventana de tiempo, como por ejemplo una ventana de tipo Gaussiana. En consecuencia, dada una señal ventaneada alrededor del tiempo  $\tau$ , se calculan todas las frecuencias de la transformada de Fourier. Otra posible interpretación de (IV.1) se puede proporcionar mediante el concepto de banco de filtros. A cierta frecuencia  $\omega$ , la ecuación (IV.1) equivale a filtrar la señal completa con un filtro pasa banda, cuya respuesta a impulso es la ventana en tiempo modulada a esa frecuencia. Si una señal tiene la mayor parte de su energía en el intervalo de tiempo  $[-T, T]$  y en el intervalo de frecuencia  $[-\Omega, \Omega]$ ,

entonces su STFT está localizada en la región  $[-T, T] \times [-\Omega, \Omega]$ ; la STFT se aproxima a cero en aquellos intervalos de tiempo y frecuencia en donde la señal posee una energía mínima.

Una limitación importante de la STFT es su resolución de análisis que permanece constante en el plano tiempo-frecuencia, dado que sólo una ventana de tiempo se utiliza para todas las frecuencias. El principio de incertidumbre excluye la posibilidad de una resolución arbitraria en ambos dominios, el tiempo y la frecuencia, dado que el producto tiempo-ancho de banda está limitado por  $\Delta T \Delta \Omega \geq (1/4\pi)$  [43]. No obstante, funciones base que sean breves en tiempo pueden ser adecuadas para aislar cambios rápidos en las señales. Por otro lado, funciones base prolongadas se requieren para obtener un análisis fino en frecuencia. En consecuencia, variando la duración de la ventana de análisis se puede cambiar la resolución en tiempo por resolución en frecuencia y viceversa. La transformada de ondillas realiza este tipo de análisis utilizando una función base prototipo denominada ondilla “madre”, que desde el punto de vista de procesamiento de señales se puede considerar como un filtro pasa bandas. El análisis temporal fino se realiza mediante versiones contraídas (frecuencia alta) de la ondilla, mientras que el análisis en frecuencia fino se lleva a cabo mediante versiones dilatadas. La transformada de ondillas puede interpretarse como un conjunto de filtros pasa bandas y un proceso de submuestreo, a la respectiva frecuencia de Nyquist; agregando bandas de frecuencias cada vez más altas, se incorporan “detalles” o resolución a la señal [42]. La función base u ondilla, correspondiente a la escala  $a$  y localización en tiempo  $b$ , está dada por:

$$\psi_{a,b}(t) = \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad a \in \mathbf{R}^+, b \in \mathbf{R}. \quad (IV.2)$$

Para valores grandes del parámetro  $a$  las funciones base son una versión extendida de la ondilla prototipo, una función de frecuencia baja, mientras que para valores pequeños de  $a$

las funciones base son ondillas contraídas, una función de frecuencia alta. Note que los términos escala y frecuencia se pueden intercambiar. Utilizando la ecuación (IV.2), la transformada continua de ondillas, “continuous wavelet transform (CWT)”, se define como:

$$X_w(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) x(t) dt. \quad (\text{IV.3})$$

Dado el comportamiento de las funciones base con respecto al parámetro escala, la resolución en el plano tiempo-frecuencia de la CWT difiere de la resolución de la STFT, a frecuencias altas la resolución temporal es fina, mientras que a frecuencias bajas la resolución en frecuencia es fina. Una interpretación alternativa de la CWT se puede proporcionar en términos de banco de filtros. En lugar de una división uniforme del dominio de la frecuencia, como en el caso de la STFT, la CWT proporciona una división no uniforme, dado que el ancho de banda de los filtros debe ser proporcional a  $\omega$ . En otras palabras,  $\Delta\Omega$  y  $\Delta T$  se modifican de acuerdo a la frecuencia central del filtro de análisis  $\psi(t)$ , cumpliéndose el principio de incertidumbre.

En general, la CWT se evalúa para valores discretos de la escala  $a$  y de traslación  $b$ , dado que el caso continuo es redundante. La teoría de “wavelets frames” provee un marco de referencia que permite balancear aspectos como la redundancia y las restricciones impuestas a la ondilla  $\psi(t)$  para obtener una reconstrucción adecuada de la señal [44]. Considerando valores discretos de los parámetros de dilatación/contracción y traslación en (IV.2) tal que,  $a = \alpha_0^j$  y  $b = n\alpha_0^j b_0$ , el conjunto finito de funciones base continuas se definen por:

$$\psi_{j,k}(t) = \alpha_0^{-j/2} \psi(\alpha_0^{-j} t - kb_0), \quad j, k \in Z, \quad \alpha_0 \geq 1, \quad b_0 \neq 0. \quad (\text{IV.4})$$

Note que el parámetro de traslación en ecuación (IV.4) depende del parámetro de

dilatación/contracción, dado que ondillas prolongadas se desplazan por pasos grandes, mientras las ondillas breves lo hacen en pasos pequeños. La discretización comúnmente utilizada, denominada descomposición diádica, asigna los valores de escala y de traslación  $a_0=2$ ,  $b_0=1$ , respectivamente. El siguiente paso es la discretización de la variable  $t$ , que proporciona la transformada de ondillas para secuencias discretas en el espacio  $\ell^2(\mathbf{Z})$ .

El análisis de multiresolución provee un marco de referencia para entender las propiedades de las ondillas base, así como la generación de nuevas ondillas base [40], [41]. En este capítulo se discute la relación entre el análisis de multiresolución y el análisis de ondillas, y su relación con otros conceptos, como el filtrado en subbandas. El esquema JTDSE propuesto en la presente investigación utiliza el concepto de análisis de multiresolución discutido en este capítulo.

## IV.2. Análisis de Multiresolución

### IV.2.1. Subespacios: Definición

Iniciemos el estudio del análisis de multiresolución en dominio del tiempo continuo, para proceder posteriormente con la formulación en el dominio discreto. El análisis de multiresolución consiste en una secuencia de subespacios de aproximación sucesiva  $V_j \in L^2(\mathbf{R})$ ,  $j \in \mathbf{Z}$ , que satisfacen entre ellos la siguiente relación [44]:

$$\dots V_2 \subset V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \subset V_{-2} \dots \quad (\text{IV.5})$$

con las propiedades  $\bigcup_{j \in \mathbf{Z}} V_j = L^2(\mathbf{R})$ ,  $\bigcap_{j \in \mathbf{Z}} V_j = \emptyset$ . Definiendo a  $P_j$  como el operador de proyección ortonormal sobre  $V_j$ , la ecuación (IV.5) asegura que para una función continua



$f$  se cumple que  $\lim_{j \rightarrow -\infty} P_j f = f, \forall f \in L^2(\mathbf{R})$ . La característica de multiresolución de los subespacios  $V_j$  es una consecuencia del requisito que  $f \in V_j \rightarrow f(2^j \cdot) \in V_0$ , lo que significa que todos los subespacios son versiones escaladas del espacio central  $V_0$ . Además,  $V_0$  es invariante a la traslación, esto es,  $f \in V_0 \rightarrow f(\cdot - n) \in V_0, \forall n \in \mathbf{Z}$ . Por lo tanto, si  $f \in V_j$  entonces  $f(\cdot - 2^j n) \in V_j, \forall n \in \mathbf{Z}$ . Finalmente, se requiere la existencia de una función  $\phi \in V_0$  tal que el conjunto  $\{\phi_{0,n}; n \in \mathbf{Z}\}$  sea una base ortonormal de  $V_0$ . La Tabla IV.1 resume las propiedades de los subespacios  $V_j$  [44]. Por consiguiente, cualquier conjunto de subespacios  $\{V_j\}_{j \in \mathbf{Z}}$  que satisface las propiedades de la Tabla IV.1, se denomina una aproximación multiresolución del espacio de funciones al cuadrado integrables  $L^2(\mathbf{R})$ .

Tabla IV.1. Propiedades de los subespacios de aproximación de multiresolución.

<p>1.- <math>V_j \in V_{j-1}</math></p> <p>2.- <math>f \in V_j \rightarrow f(2^j \cdot) \in V_{j-1}</math></p> <p>3.- <math>f \in V_j \rightarrow f(\cdot - 2^j n) \in V_j</math></p> <p>4.- <math>\bigcup_{j \in \mathbf{Z}} V_j = L^2(\mathbf{R}), \quad \bigcap_{j \in \mathbf{Z}} V_j = \emptyset</math></p> <p>5.- <math>\exists \phi \in V_0, \mid \phi_{0,n}</math> representa una base ortonormal de <math>V_0; n \in \mathbf{Z}</math></p> <p>6.- <math>\phi_{j,n}</math> es una base ortonormal para <math>V_j, \forall j \in \mathbf{Z}</math> con <math>\phi_{j,n}(x) = 2^{-j/2} \phi(2^{-j} x - n); n \in \mathbf{Z}</math></p>
--

En forma similar, existe un conjunto de ondillas base ortonormales  $\{\psi_{j,k}; j, k \in \mathbf{Z}\}$  del espacio  $L^2(\mathbf{R})$ , con la ondilla  $\psi_{j,k} = 2^{-j/2} \psi(2^{-j} x - k)$ , tal que para toda función  $f$  en el espacio de funciones al cuadrado integrables  $L^2(\mathbf{R})$ , la proyección de la función se expresa como:

$$P_{j-1} f = P_j f + \sum_{k \in \mathbf{Z}} \langle f, \psi_{j,k} \rangle \psi_{j,k}. \quad (\text{IV.6})$$

La ecuación (IV.6) representa la base del análisis de multiresolución, con la proyección de la función a la resolución más fina  $j-1$  en términos de la suma de la proyección a la resolución  $j$  y la proyección en un subespacio ortonormal complementario de  $V_j$ , en  $V_{j-1}$ , denominado  $W_j$ . De la ecuación (IV.6), el subespacio  $W_j = Q_j L^2(\mathbf{R})$ , en donde el operador de proyección  $Q_j = P_{j-1} - P_j$ , implica que la proyección sobre el subespacio  $W_j$  corresponde a la diferencia de las proyecciones en los subespacios  $V_{j-1}$  y  $V_j$ .

Con  $W_j$  denotando el subespacio ortonormal complementario de  $V_j$  en  $V_{j-1}$ ,  $V_{j-1}$  puede expresarse como:

$$V_{j-1} = V_j \oplus W_j, \quad W_j \perp W_{j'} \text{ para } j \neq j'. \quad (\text{IV.7})$$

Bajo un procedimiento similar, en la condición  $j < J$ :

$$V_j = V_J \oplus \bigoplus_{k=0}^{J-j-1} W_{J-k}, \quad (\text{IV.8})$$

en donde todos los subespacios son ortonormales. El símbolo  $\oplus$  representa la suma de dos subespacios, mientras que  $\bigoplus$  representa la suma de todos los subespacios. Utilizando las propiedades de los subespacios  $V_j$ , la ecuación (IV.8) implica que el espacio de las funciones integrables  $L^2(\mathbf{R})$  se puede expresar como:

$$L^2(\mathbf{R}) = \bigoplus_{j \in \mathbf{Z}} W_j, \quad (\text{IV.9})$$

es decir, (IV.9) representa la descomposición del espacio  $L^2(\mathbf{R})$  en subespacios mutuamente ortonormales.

La ecuación (IV.6) es equivalente a considerar que para una valor fijo de  $j$ , el conjunto de las funciones base  $\{\psi_{j,k}; k \in \mathbf{Z}\}$  constituye una base ortonormal para el subespacio  $W_j$ ,

y a partir de (IV.9), la colección completa  $\{\psi_{j,k}; j, k \in \mathbf{Z}\}$  es una base ortonormal para el espacio  $L^2(\mathbf{R})$ . Además, la propiedad de escalamiento para el subespacio  $W_j$  implica que si el conjunto  $\{\psi_{0,k}; k \in \mathbf{Z}\}$  representa una base para  $W_0$ , entonces el conjunto de las funciones base  $\{\psi_{j,k}; k \in \mathbf{Z}\}$  es una base ortonormal para  $W_j$ , para toda  $j \in \mathbf{Z}$ . El análisis anterior define un análisis de multiresolución completo y ortonormal denominado análisis por ondillas.

#### IV.2.2. El Aspecto Intuitivo del Análisis de Multiresolución

Una interpretación intuitiva del análisis de multiresolución se puede formular en términos de funciones de “banda limitada” y “pasa banda”. Definiendo a  $V_1$  como el subespacio de las funciones de “banda limitada” con frecuencias en el intervalo  $(-\pi, \pi)$  [42], a  $V_0$  como el subespacio de las funciones de “banda limitada” con frecuencias en el intervalo  $(-2\pi, 2\pi)$  y a  $W_1$  como el subespacio que contiene las funciones “pasa banda” con frecuencias en el intervalo  $(-2\pi, -\pi) \cup (\pi, 2\pi)$ ,  $V_0$  puede expresarse en términos de  $V_1$  y  $W_1$  como  $V_0 = V_1 \oplus W_1$ , representando  $W_1$  el subespacio ortonormal complementario en  $V_0$  de  $V_1$ . Esto significa que  $V_0$  es equivalente a  $V_1$  más los “detalles” contenidos en  $W_1$ . En general, si  $V_j$  es el subespacio de funciones de “banda limitada” con frecuencias en el intervalo  $(-2^j\pi, 2^j\pi)$ , entonces:

$$V_j \subset V_{j-1}, \quad V_{j-1} = V_j \oplus W_j, \quad j \in \mathbf{Z}, \quad (\text{IV.10})$$

en donde  $W_j$  es el subespacio de funciones “pasa banda” en el intervalo de frecuencia  $(-2^{j+1}\pi, -2^j\pi) \cup (2^j\pi, 2^{j+1}\pi)$  y  $\oplus$  representa la suma directa. La Figura IV.1(a) muestra la división del eje de frecuencias generada por los subespacios  $V_j$ , mientras que la Figura

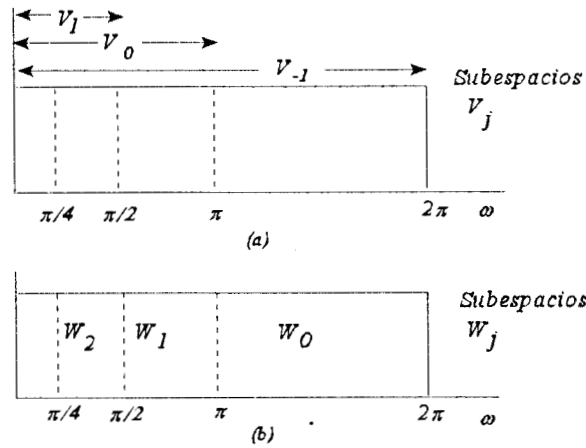


Figura IV.1. División del eje de frecuencias mediante filtros ideales en el análisis de multiresolución.

IV.1(b) muestra la división producida por los subespacios  $W_j$ . De la Figura IV.1, los subespacios  $V_j$ , para  $j > -1$  conducen a funciones de tiempo, o señales, con menos contenido en frecuencia, es decir, a señales con menos resolución. Por otro lado, al agregar más subespacios  $W_j$ , se añade más “detalle”, o bandas en frecuencia, a la señal bajo análisis.

En el análisis de multiresolución, dada una secuencia de tiempo discreto  $x(n)$ , cuya suma

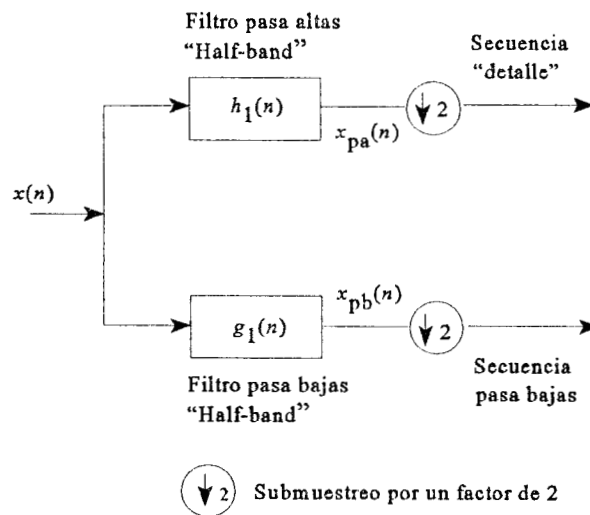


Figura IV.2 Descomposición del espacio  $V_0$  en los subespacios  $V_1$  y  $W_1$  para secuencias discretas.

de elementos al cuadrado está limitada, es decir, la secuencia pertenece al espacio  $l^2(\mathbf{Z})$ , el objetivo es descomponer el espacio inicial  $V_0$ , en los subespacios  $V_1$  y  $W_1$ . Para obtener las secuencias del subespacio  $V_1$ , secuencias de menor resolución, la secuencia original  $x(n)$  se procesa mediante un filtro pasa bajas. El filtro ideal pasa bajas posee un ancho de banda igual a la mitad de la banda total de la secuencia original. En forma similar, las secuencias del subespacio  $W_1$ , las secuencias “detalle”, se obtienen por un proceso de filtrado pasa altas. Una vez efectuado el proceso de filtrado, las secuencias resultantes solamente contienen la mitad del contenido espectral original de la secuencia  $x(n)$ . Por consiguiente, las secuencias pertenecientes a los subespacios  $V_1$  y  $W_1$  pueden submuestarse a la mitad de acuerdo con el criterio de Nyquist. El proceso de submuestreo se realiza eliminando la mitad de las muestras de las secuencias filtradas, incluyendo en la nueva secuencia muestras alternadas de la secuencia filtrada, es decir,  $y_{pb}(n) = x_{pb}(nN)$  con  $N=2$ , proceso que se denomina decimación. La descomposición del espacio  $V_0$  se presenta en la Figura IV.2, en donde  $h_1(n)$  y  $g_1(n)$  representan los filtros pasa altas y pasa bajas, respectivamente. Note que el cambio de resolución se obtiene por un proceso de filtrado, mientras que cambios en la escala se obtienen por un proceso de decimación. La secuencia obtenida por el filtro pasa bajas puede descomponerse nuevamente para formar los subespacios  $V_2$  y  $W_2$ , y así sucesivamente. Si la descomposición se efectúa en las trayectorias superior e inferior mostradas en la Figura IV.2, se obtiene la descomposición en multiresolución denominada “wavelet packet decomposition”. En la sección siguiente se discute la relación entre las funciones de escalamiento  $\phi(t)$  y la ondilla  $\psi(t)$  con los filtros  $g_1(n)$  y  $h_1(n)$ , utilizados en el análisis de multiresolución discreto. Los aspectos intuitivos desarrollados en esta sección se discuten

desde el punto de vista de las expresiones matemáticas de los procesos efectuados sobre los contenidos espectrales de las secuencias originales.

### IV.2.3. Análisis de Multiresolución, Filtrado en Subbandas y la DWT

Con el propósito de extender el concepto de análisis de multiresolución al dominio del tiempo discreto, la función  $f \in V_0$  se asocia con la secuencia original  $\{c_{0,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ , mediante la aproximación en la escala de resolución más fina [41], [44]:

$$f = \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_{0,k} \phi_0(k). \quad (\text{IV.11})$$

Dado que  $V_0 = V_1 \oplus W_1$ , la función  $f$  puede descomponerse de forma única como la suma de un elemento del subespacio  $V_1$  y un elemento del subespacio  $W_1$  de la forma:

$$\begin{aligned} f &= P_1 f + Q_1 f \\ &= \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_{1,k} \phi_1(k) + \sum_{k \in \mathbb{Z}} b_{1,k} \psi_1(k), \end{aligned} \quad (\text{IV.12})$$

en donde la secuencia  $\{c_{1,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$  está dada por:

$$\begin{aligned} c_{1,k} &= \langle f, \phi_1(k) \rangle = \sum_n c_{0,n} \langle \phi_1(k), \phi_0(n) \rangle \\ &= \sum_n c_{0,n} g_1(n - 2k), \end{aligned} \quad (\text{IV.13})$$

con  $g_1(n) \doteq 1/\sqrt{2} \int \phi(x/2) \phi(x+n) dx$ . En forma similar:

$$b_{1,k} = \sum_n c_{0,n} h_1(n - 2k), \quad h_1(n) \doteq 1/\sqrt{2} \int \psi(x/2) \phi(x + n) dx. \quad (\text{IV.14})$$

Por consiguiente, los coeficientes de menor resolución  $\{c_{1,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$  y los coeficientes de “detalle”  $\{b_{1,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$  se obtienen mediante la convolución de los coeficientes (secuencia original)  $\{c_{0,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$  con  $g_1(\cdot)$  y  $h_1(\cdot)$ , conservando sólo la mitad de las muestras del resultado; conservar la mitad de las muestras equivale a una decimación por un factor de 2. Por otro lado, la secuencia

$\{c_{0,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$  se puede reconstruir a partir de las secuencias  $\{c_{1,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$  y  $\{b_{1,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$  utilizando  $\tilde{g}_1(\cdot)$  y  $\tilde{h}_1(\cdot)$ , es decir:

$$\begin{aligned}
 c_{0,k} &= \langle f, \phi_0(k) \rangle = \langle P_1 f + Q_1 f, \phi_0(k) \rangle \\
 &= \sum_n c_{1,n} \langle \phi_1(n), \phi_0(k) \rangle + \sum_n b_{1,n} \langle \psi_1(n), \phi_0(k) \rangle \\
 &= \sum_n \left[ c_{1,n} \tilde{g}_1(k - 2n) + b_{1,n} \tilde{h}_1(k - 2n) \right].
 \end{aligned} \tag{IV.15}$$

Se puede demostrar que  $\tilde{g}_1(\cdot)$  y  $\tilde{h}_1(\cdot)$  son las versiones invertidas en tiempo de  $g_1(\cdot)$  y  $h_1(\cdot)$ , mientras que las respuestas a impulso de los filtros  $g_1(\cdot)$  y  $h_1(\cdot)$  se relacionan mediante  $h_1(n) = (-1)^n g_1(L-1-n)$  [43]. La secuencia  $\{c_{1,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$  se puede descomponer en una nueva secuencia de menor resolución  $\{c_{2,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$  y una nueva secuencia “detalle”  $\{b_{2,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ . Utilizando una vez más el proceso de análisis de multiresolución:

$$\begin{aligned}
 P_1 f &\in V_1 \text{ y } V_1 = V_2 \oplus W_2 \\
 \Rightarrow P_1 f &= \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_{2,k} \phi_2(k) + \sum_{k \in \mathbb{Z}} b_{2,k} \psi_2(k),
 \end{aligned} \tag{IV.16}$$

con los coeficientes de menor resolución  $c_{2,k} = \langle P_1 f, \phi_2(k) \rangle = \sum_n c_{1,n} \langle \phi_2(n), \phi_1(k) \rangle$  y los coeficientes de “detalle”  $b_{2,k} = \langle P_1 f, \psi_2(k) \rangle = \sum_n c_{1,n} \langle \psi_2(n), \phi_1(k) \rangle$ . En conclusión, utilizando el mismo procedimiento, es posible obtener secuencias de menor resolución y de “detalle” a partir de la secuencia de menor resolución del nivel previo de descomposición. En la práctica, el proceso se inicia con la secuencia adquirida  $\{c_{0,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$  y finaliza después de un número finito de niveles de descomposición  $J$ . En el campo de la ingeniería eléctrica las ecuaciones (IV.13), (IV.14) y (IV.15) representan las fases de análisis y síntesis del filtrado en subbandas. La secuencia de entrada  $\{c_{0,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$  se convoluciona con dos filtros diferentes, uno pasa bajas  $g_1(\cdot)$  y uno pasa altas  $h_1(\cdot)$ . De hecho, la relación  $h_1(n) = (-1)^n g_1(L-1-n)$

transforma un filtro pasa bajas en un filtro pasa altas. Se asume que los filtros son tipo FIR de orden  $L$  cuyas respuestas a impulso, y sus correspondientes versiones recorridas, forman conjuntos ortonormales. La Figura IV.3 muestra las etapas de análisis y síntesis del análisis de multiresolución para un solo nivel de descomposición. En la etapa de síntesis primero se realiza la operación contraria a la decimación, denominada “up-sampling”, insertando ceros entre las muestras de las secuencias decimadas. La síntesis de la secuencia  $x(n)$  se efectúa interpolando las secuencias aumentadas con ceros mediante los filtros  $\tilde{g}_1(\cdot)$  y  $\tilde{h}_1(\cdot)$ . Si el banco de filtros mostrados en la Figura IV.3 son ortonormales, las ecuaciones (IV.13), (IV.14) y (IV.15) definen la transformada directa e inversa ortonormal, denominada DWT.

Como se mencionó, se puede llevar a cabo la descomposición subsecuente de las

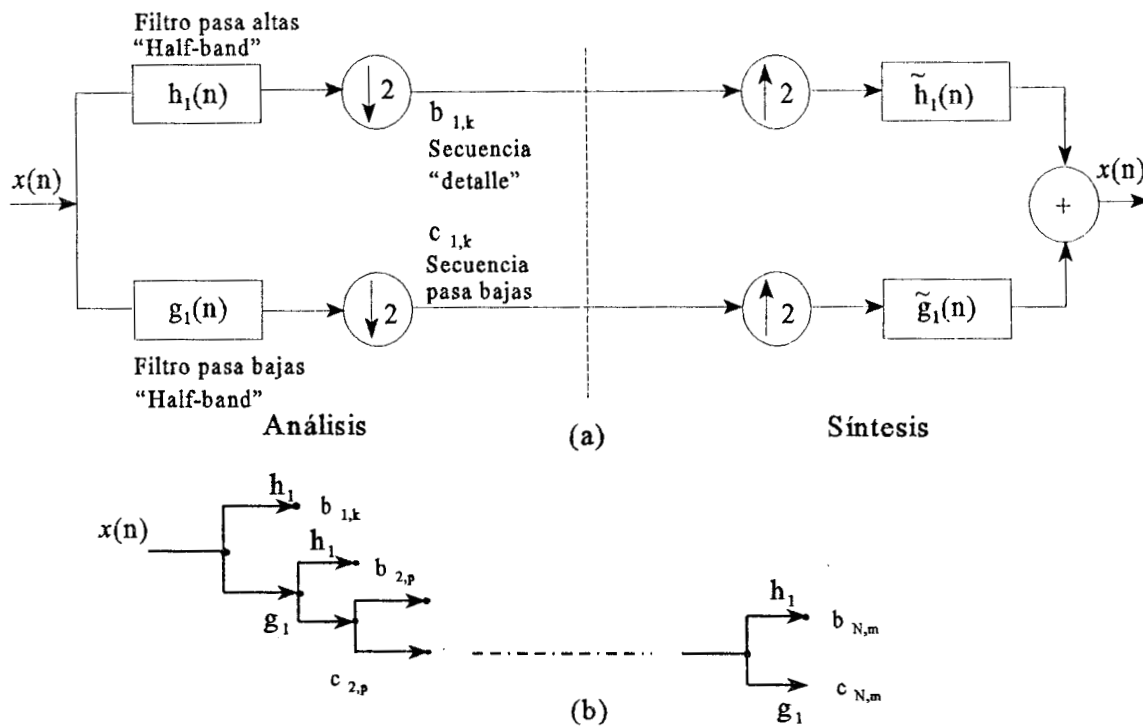


Figura IV.3. (a) Etapas de análisis y síntesis en la descomposición por multiresolución para un sólo nivel, (b) Estructura para el análisis por DWT conteniendo  $N$  escalas.



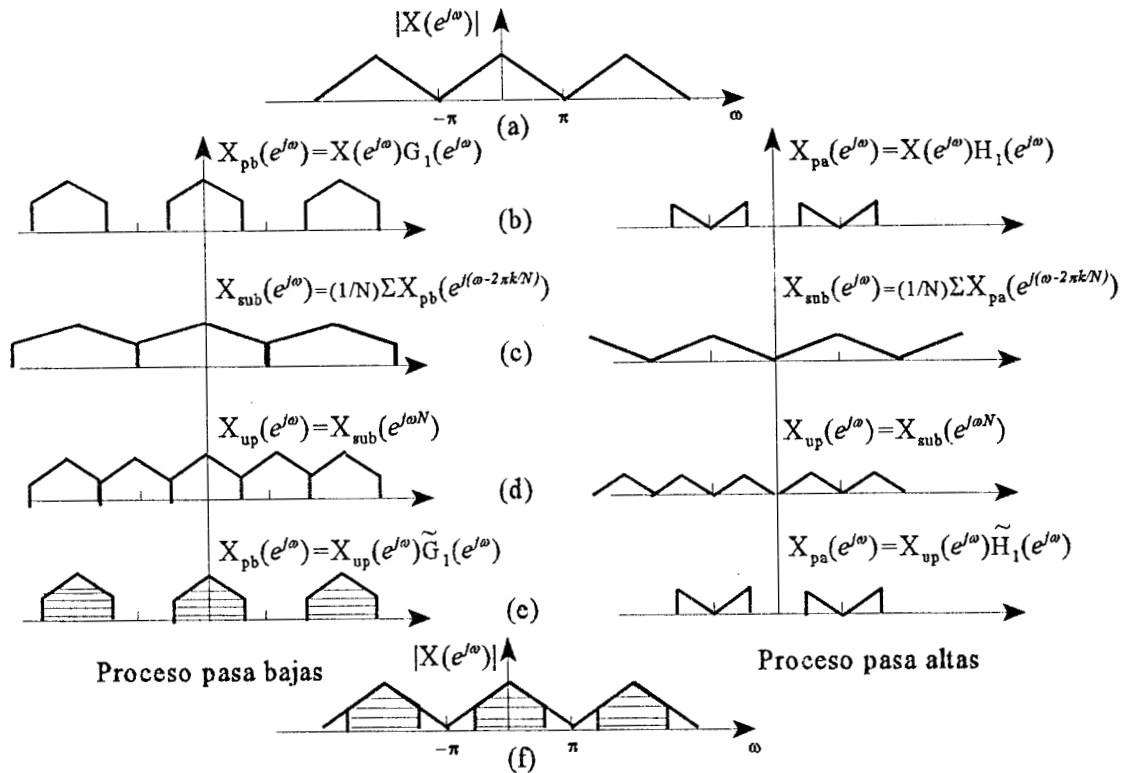


Figura IV.4. (a) Espectro de la señal original, (b) filtrado pasa bajas (pb) y pasa altas (pa), (c) espectro después del submuestreo (sub), (d) espectro posterior al “up-sampling” (up), (e) espectro después del filtrado pasa bajas y pasa altas y (f) espectro resultante de la señal sintetizada.

secuencias pasa altas de la Figura IV.3(b), el procedimiento genera la descomposición denominada “wavelet packets”. La importancia de este tipo de descomposición radica en la capacidad de contar con un menú de funciones base ortonormales, de las cuales se puede seleccionar la “mejor”, de acuerdo a un criterio particular.

Desde el punto de vista de procesamiento de señales, las fases de análisis y síntesis en subbandas de la Figura IV.3(a) pueden explicarse en términos de los cambios en el espectro de la señal  $x(n)$ , como se muestra en la Figura IV.4. Las Figuras IV.4(a) y (f) representan el espectro de la señal original y de la señal sintetizada  $x(n)$ . La sección izquierda de la figura representa el proceso en la trayectoria pasa bajas, mientras que la sección derecha representa

el proceso en la trayectoria pasa altas. Posterior al proceso de filtrado, se efectúa el proceso de submuestreo por un factor de 2. Si una señal  $x(n)$  es submuestreada por un factor entero  $N$ , la nueva secuencia correspondiente a  $y(n)=x(nN)$ , en donde las muestras con un índice igual al modulo de  $N$  se descartan, posee un espectro dado por  $Y(e^{j\omega})=(1/N)\sum_{k=0}^{N-1} X(e^{j(\omega-2\pi k)/N})$ . El espectro se expande por un factor  $N$ , sumandose  $N-1$  versiones del mismo, localizadas en múltiplos de  $2\pi$ . La fase de síntesis se inicia con el proceso de “up-sampling” de la señal; la nueva secuencia se obtiene insertando  $N-1$  ceros entre muestras consecutivas de la secuencia de entrada,  $y(n)=x(n/N)$ ,  $n=kN$ ,  $k \in Z$ , en otro caso  $y(n)=0$ . El espectro de  $y(n)$  está dado por  $Y(e^{j\omega})=X(e^{jN\omega})$ , es decir, el espectro de la secuencia original se contrae por un factor  $N$ . Las secuencias resultantes del filtrado pasa bajas y pasa altas se suman para generar el espectro de la señal sintetizada mostrado en la Figura IV.4(f). La descripción gráfica en Figura IV.4 permite visualizar que una descomposición adicional de la secuencia pasa bajas requiere el mismo par de filtros que el nivel previo de análisis.

La propiedad de traslación es otro aspecto interesante de la DWT. Considere la ecuación de análisis de la DWT para el nivel  $N$  de la descomposición en términos de la secuencia original  $x(n)$ :

$$c_{N,k} = \sum_n x(n)g_N(n - 2^N k), \quad (\text{IV.17})$$

en donde  $g_N(n)$  esta dada por  $g_N(n)=\sum_n g_{N-1}(k)g_1(n - 2k)$ . Las secuencias “detalle” a diferentes niveles  $j \in [1, N]$ , están definidas por:

$$b_{j,k} = \sum_n x(n)h_j(n - 2^j k), \quad j \in [2, N], \quad (\text{IV.18})$$

en donde  $h_j(n)$  esta determinada por  $h_j(n)=\sum_n h_{j-1}(k)g_1(n - 2k)$ . La ecuación de síntesis en términos de (IV.17), (IV.18) y las correspondientes respuestas a impulso de los filtros en las

diferentes bandas esta dada por:

$$x(n) = \sum_{j=1}^N \sum_k b_{j,k} \tilde{h}_j(n - 2^j k) + \sum_k c_{N,k} \tilde{g}_N(n - 2^N k). \quad (\text{IV.19})$$

A partir de (IV.17) y las  $N$  secuencias “detalle” en (IV.18),  $c_{N,k}^x$  y  $b_{j,k}^x$ ,  $j \in [1, N]$ , para la secuencia  $x(n)$ , la aproximación pasa bajas al nivel de descomposición  $N$  y las aproximaciones “detalle” para la secuencia  $x_D(n) = x(n - \Delta)$ , con  $\Delta = 2^N l$  y  $l$  entero, pueden escribirse como:

$$\begin{aligned} c_{N,k}^{x_D} &= \sum_n x(n - \Delta) g_N(n - 2^N k) = \sum_n x(n - 2^N l) g_N(n - 2^N k) \\ &= \sum_m x(m) g_N(m - 2^N(k - l)) = c_{N, k-l}^x \end{aligned} \quad (\text{IV.20a})$$

y

$$\begin{aligned} b_{j,k}^{x_D} &= \sum_n x(n - \Delta) h_j(n - 2^j k) = \sum_n x(n - 2^N l) h_j(n - 2^j k) \\ &= \sum_m x(m) h_j(m - 2^j(k - 2^{N-j} l)) = b_{j, k - 2^{N-j} l}^x \quad j \in [1, N]. \end{aligned} \quad (\text{IV.20b})$$

En términos de (IV.20a) y (IV.20b), las aproximaciones pasa bajas y “detalle” de la versión retrasada  $x_D(n)$  son iguales a las aproximaciones pasa bajas y “detalle” de la secuencia original retrasadas por el factor  $l$ . Note que en la demostración anterior se utilizaron secuencias de longitud infinita.

Finalmente, la Figura IV.5 muestra un ejemplo del análisis de multiresolución para una señal respiratoria, adquirida en un paciente sano. En este ejemplo, un ruido cardíaco prominente se localiza a la mitad de la señal adquirida. En la Figura IV.5 en la parte superior se presenta el nivel de más alta resolución, correspondiendo a la señal adquirida. Cada sección contiene una secuencia de tiempo y corresponde a una banda de frecuencia del espectro de la señal. El primer nivel de descomposición se constituye únicamente por las secuencias pasa bajas y pasa altas de la señal original. El segundo nivel contiene las secuencias pasa bajas y pasa altas obtenidas a partir de la secuencia pasa bajas del primer nivel de descomposición.

En forma similar, las secuencias pasa altas y pasa bajas, en este orden, se obtienen a partir de la secuencia pasa altas del primer nivel. Note que en la Figura IV.5 la descomposición se efectúa tanto en la trayectoria pasa bajas como en la trayectoria pasa altas.

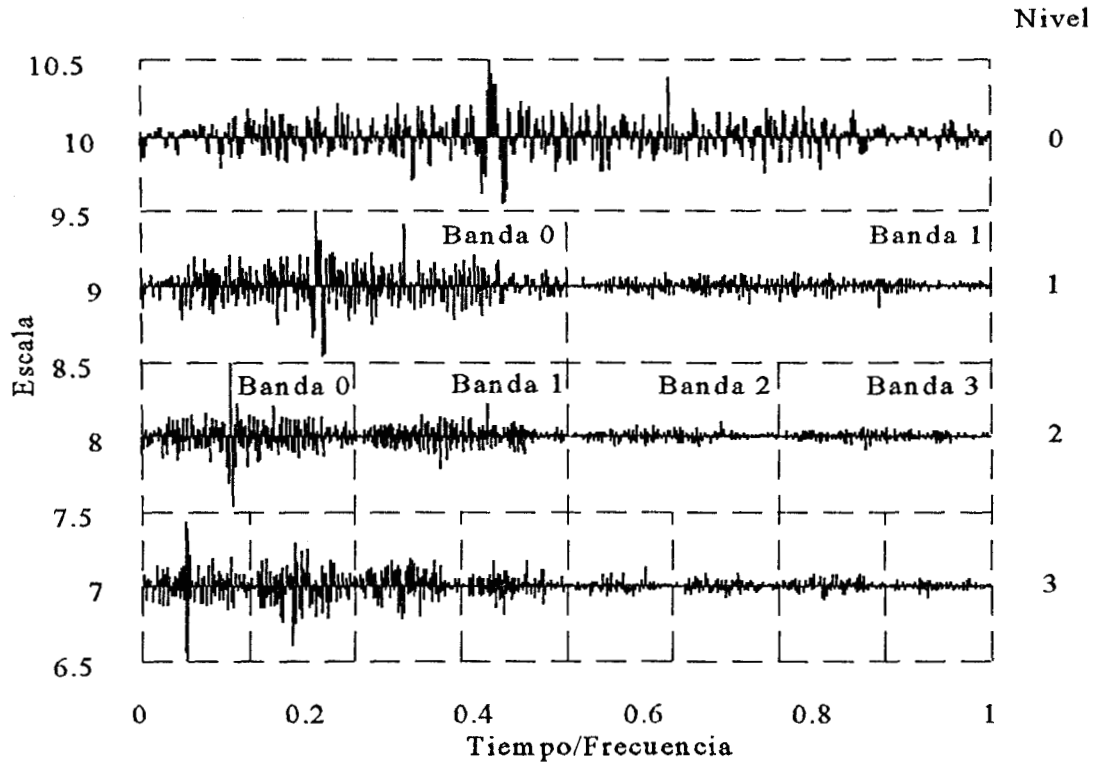


Figura IV.5 Descomposición por multiresolución de una señal respiratoria en tres niveles de análisis. El número de muestras en la escala de resolución más fina es 1024 puntos.

En este ejemplo, es posible observar que la señal respiratoria contiene información en la mayoría de las bandas. En la descomposición, se observa que la información del ruido cardíaco está representada principalmente en las bandas de baja frecuencia. Sin embargo, la distribución de la información cardíaca puede variar en el análisis de multiresolución como podría ser en el caso de pacientes con afecciones cardíacas. En general, en sujetos con padecimientos cardíacos o respiratorios, podría esperarse un corrimiento del contenido en

frecuencia hacia bandas superiores en cada nivel de descomposición.

### **IV.3. Conclusiones**

El potencial del análisis de multiresolución en aplicaciones del procesamiento de señales es un tema de investigación vigente. El análisis de multiresolución presenta características atractivas, en comparación al dominio original de la señal, al descomponer la señal en diferentes escalas de resolución; la descomposición permite múltiples “vistas” de la información relevante. En la presente tesis, las bondades del análisis de multiresolución en combinación con la formulación de un criterio de minimización y técnicas de filtrado no convencional, en subbandas, se utilizan para estimar el retraso temporal y en consecuencia minimizar la presencia de señales de interferencia.

## CAPITULO V

### ESQUEMA PARA LA CANCELACION DE INTERFERENCIAS (JTDSE)

#### V.1. Introducción

En la presente investigación, se propone un esquema JTDSE en subbandas con el análisis de multiresolución como marco de referencia, para estimar adaptablemente el retraso entre dos secuencias y realizar el filtrado de la señal de interferencia. La suposición fundamental del esquema propuesto considera que la información relacionada con el retraso temporal entre la señal de referencia y la señal de interferencia se presenta en varias escalas y subbandas de la descomposición, sección IV.2.3. Uno de los beneficios del análisis de multiresolución es el proveer múltiples “vistas” de la misma señal a escalas diferentes. El realizar el TDE y filtrado adaptable en diferentes subbandas proporciona múltiples estimados, generados en forma independiente, de los retrasos temporales. Adicionalmente, dado que en un análisis de multiresolución diádica la relación entre dos niveles consecutivos se establece mediante la división o multiplicación por dos, los valores estimados de los retrasos temporales se pueden validar entre ellos.

Como resultado de los procesos de filtrado y decimación en cada nivel de descomposición, las secuencias pertenecientes a un nivel de descomposición superior se

encuentran menos correlacionadas que las secuencias correspondientes al nivel previo. Esta propiedad genera dos beneficios importantes para la aplicación del TDE. En primer lugar, el ruido y otras perturbaciones serán menos prominentes en los niveles superiores de descomposición (escalas de baja resolución) en comparación con el dominio original de la señal, debido al proceso de filtrado, permitiendo operar en ambientes con una SNR baja. En segundo lugar, dado que las secuencias en niveles superiores de descomposición se encuentran menos correlacionadas, debido al proceso de decimación, esto podría influenciar positivamente la estimación de los retrasos. Asimismo, debido al proceso de decimación, las secuencias en los niveles de descomposición superiores presentan menor longitud, en consecuencia, los procesos en cada subbanda se realizan más rápido en comparación con los procesos en el dominio original de la señal.

Además de los beneficios mencionados previamente, el procedimiento para el TDE en todas las subbandas es adecuado para implementarse en un procesador en paralelo, incrementando en forma considerable la velocidad del esquema propuesto.

A continuación se explica en detalle, previo a la descripción del esquema JTDSE propuesto, el modelo matemático considerado en esta investigación para la señal respiratoria adquirida. Considérese el siguiente modelo para la señal respiratoria adquirida  $z(n)$ , en donde  $x_1(n)$  y  $x_2(n)$  representan el primer y el segundo ruido cardíaco, respectivamente:

$$z(n) = \sum_{i=1}^{M_1} A_{1i} x_1(n - \Delta_{1i}) + \sum_{i=1}^{M_2} A_{2i} x_2(n - \Delta_{2i}) + v(n). \quad (\text{V.1})$$

El primer y segundo término en (V.1) representan el efecto de  $M_1$  primeros ruidos cardíacos y  $M_2$  segundos ruidos cardíacos, con amplitudes  $A_{1i}$  y  $A_{2i}$ , y retrasos temporales  $\Delta_{1i}$  y  $\Delta_{2i}$ . El

tercer término representa colectivamente los efectos de los sonidos respiratorios y otros ruidos agregados, como por ejemplo, ruido de medición. El modelo de la ecuación (V.1) se establece en base a tres suposiciones fundamentales generadas a partir de las propiedades de las señales involucradas. Se considera que la interacción entre los ruidos cardiacos y el sonido respiratorio es aditiva. Además, se asume que ambos sonidos no están correlacionados, dado que se generan por fuentes independientes [20], [21]. Finalmente, se considera que la relación entre los ruidos cardiacos fuera y dentro de la respiración es lineal [22], [23]. Con base en estas suposiciones, el objetivo del esquema JTDSE es estimar los retrasos temporales  $\Delta_{1i}$  y  $\Delta_{2i}$ , así como sus amplitudes asociadas  $A_{1i}$  y  $A_{2i}$ , iterativamente, para posteriormente separar los ruidos cardiacos de la señal adquirida.

## V.2. Esquema en Subbandas Propuesto

En el presente trabajo el TDE se realiza mediante la descomposición en multiresolución o subbandas de la señal cardíaca y de la señal respiratoria adquiridas utilizando la DWT. Una vez que las señales involucradas se descomponen en varios niveles de resolución, los retrasos temporales se estiman iterativamente en cada subbanda, utilizando dos mecanismos de adaptación como se muestra en la Figura V.1. En esta figura se muestra el proceso completo para una subbanda en el  $N$ -ésimo nivel de la descomposición en donde  $c_{N,k}^x$  y  $c_{N,k}^z$  representan las aproximaciones pasa bajas, mientras que  $b_{j,k}^x$  y  $b_{j,k}^z$ ,  $j \in [1, N]$  corresponden a las secuencias “detalles” en diferentes niveles  $j$  para  $x(n)$  y  $z(n)$ , respectivamente. En el problema de cancelación de interferencias a resolver, para estimar la posición de los ruidos cardiacos en la señal respiratoria, en la Figura V.1 la señal deseada está formada por los ruidos



cardíacos, seleccionados manualmente de las secciones de la señal adquirida libres de respiración. La señal deseada se recorre, en cada subbanda, a posiciones diferentes determinadas por  $l_i$ . Por otro lado, la sección respiratoria de la señal adquirida representa la señal de referencia. En otras palabras, para propósitos de TDE, la asignaciones señal “deseada” e “interferencia” se intercambian entre el sonido respiratorio y el ruido cardíaco.

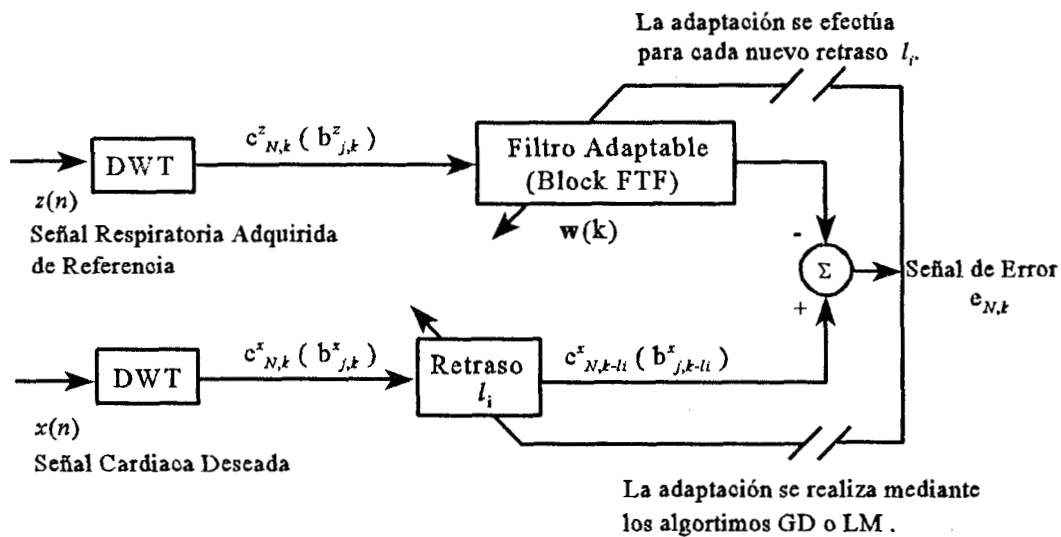


Figura V.1 Esquema de estimación conjunta del retraso y señal (JTDSE). Los términos  $c^x_{N,k}$  y  $c^z_{N,k}$  indican las aproximaciones pasa-bajas de las señales  $x(n)$  y  $z(n)$  en el nivel  $N$ -ésimo de descomposición. El esquema JTDSE puede aplicarse a las secuencias “detalle” de la descomposición en multiresolución  $b^x_{j,k}$ ,  $b^z_{j,k}$ ,  $j \in [1, N]$ .

El retraso  $l_i$  se actualiza mediante dos diferentes algoritmos de adaptación, el algoritmo del gradiente descendente (GD) y el algoritmo de Levenverg-Marquardt (LM), para proporcionar un estimado de  $\Delta_i$ , es decir, el retraso asociado con el  $i$ -ésimo componente cardíaco. Los algoritmos de adaptación se analizan por separado y sus resultados y desempeños se comparan en el capítulo VI. Para cada nuevo valor  $l_i$ , la función del filtro adaptable transversal es generar una señal de salida que minimice el MSE, es decir, que maximice la

similitud entre  $c_{N, k-l}^x$  o  $b_{j, k-2^{N-j}l}^x$ ,  $j \in [1, N]$  y la salida del filtro adaptable. El algoritmo FTF en bloques (BFTF) se utiliza para adaptar los pesos del filtro transversal, debido a que es un algoritmo rápido [43], [45]; el BFTF es configurado para procesar solamente un bloque de datos en cada subbanda de la descomposición, implementando un "smoother" en lugar de un filtro. El proceso se repite para diferentes valores de  $l_j$  y se determinan los mínimos de la curva de MSE en cada subbanda mediante una operación de umbral. Las posiciones en que ocurren estos mínimos corresponden a las posiciones en donde se obtiene la máxima correlación entre la salida del filtro adaptable y la salida del bloque de estimación de retraso; las posiciones con un valor MSE mínimo corresponden a los valores estimados de los retrasos  $\Delta_j$  de la señal cardíaca.

Para considerar el retraso temporal introducido por el filtro adaptable FIR en las posiciones en donde ocurren los mínimos de la curva MSE, la posición asociada con el peso de valor absoluto máximo se resta del retraso estimado en cada subbanda. Por consiguiente, la tarea del filtro adaptable en la Figura V.1 no se limita al proceso de filtrado de la señal y tiene que considerarse en el cálculo final del retraso estimado. Cuando el valor del retraso estimado  $l_j$ , entre la señal de referencia y la señal de interferencia, es menor o igual en magnitud al orden del filtro adaptable, este sistema se comporta como un estimador del retraso [38]. Sin embargo, si el orden del filtro adaptable es de menor valor que el retraso  $l_j$ , el filtro adaptable no puede incorporar el retraso entre las señales involucradas en el proceso de estimación. En el esquema JTDSE propuesto es la regla de adaptación para  $l_j$  la que realiza el trabajo de alineación temporal entre las señales de referencia e interferencia. En consecuencia, el valor final del retraso estimado se calcula utilizando  $\Delta_j = 2^j(l_j - q)$ , en donde

$j$  es el índice del nivel,  $I_i$  es el retraso estimado y  $q$  es el retraso asociado con el peso del filtro de valor absoluto máximo.

Una vez que los retrasos temporales se calculan en cada subbanda, los retrasos estimados se validan entre dos niveles de descomposición; en un análisis de multiresolución diádica, la relación entre dos niveles de descomposición se establece mediante la división o multiplicación por un factor 2. El procedimiento para la selección de los retrasos estimados entre diferentes niveles de descomposición se basa en las siguientes suposiciones. Como resultado del análisis de multiresolución: (a) los niveles de descomposición inferiores (escalas finas o de mayor resolución) ofrecen una mayor exactitud para el cálculo del retraso en comparación con los niveles superiores (escalas de menor resolución), (b) las secuencias correspondientes a los niveles superiores de descomposición presentan una menor correlación en comparación a las secuencias en niveles inferiores debido al proceso de decimación, por consiguiente, existe una mejora en la convergencia de los métodos de adaptación conforme se incrementa la descomposición de la señal. En base a estas suposiciones, se establece una regla de decisión para seleccionar los retrasos estimados entre dos niveles de descomposición. Si el número de mínimos es igual entre dos niveles de descomposición, la información de los retrasos temporales estimados se extrae del nivel inferior, en otro caso, la información se extrae de un nivel superior. La reconstrucción de la señal en un análisis por multiresolución involucra un proceso de “up-sampling”, originando que una muestra de error en la estimación del retraso temporal en el nivel de descomposición  $N$ -ésimo se refleje como un error de  $2^N$  muestras en el dominio original de la señal.

La Figura V.2 presenta el diagrama de flujo del esquema de multiresolución JTDSE, con

las principales etapas requeridas en la estimación del retraso temporal y cancelación de la señal de interferencia, para un nivel de descomposición. La variable  $l_i$  se inicializa con un valor de retraso temporal correspondiente a un punto fuera de la sección del sonido respiratorio. El elemento inicial de la función de costo  $\xi_N$  depende del valor inicial de la variable  $l_i$  y de la subbanda a procesar.

En la siguiente sección se discuten la formulación matemática de la función de costo y

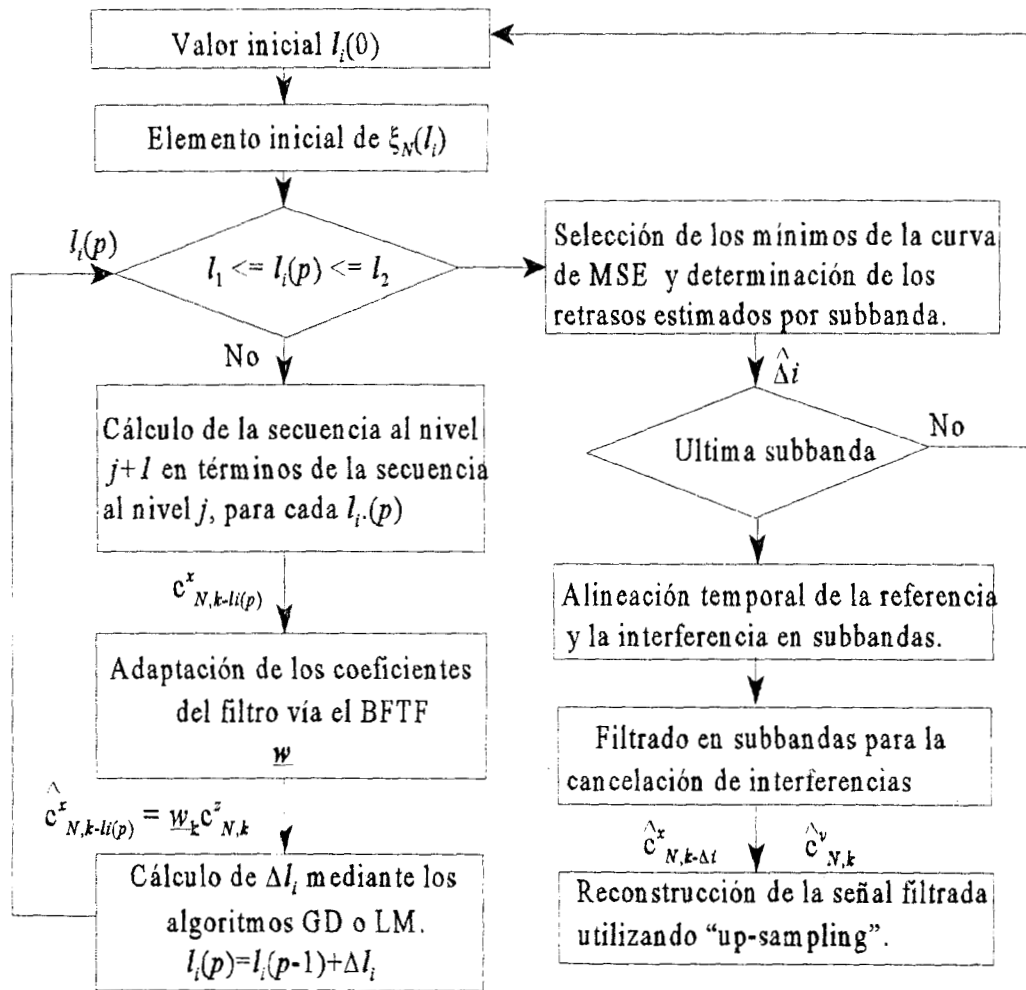


Figura V.2. Diagrama de flujo del esquema de multiresolución JTDSE correspondiente a una subbanda de la descomposición. Los valores  $l_1$  y  $l_2$  indican la ventana de tiempo en la determinación de los retrasos temporales  $\Delta_i$ , i.e., duración del sonido respiratorio.

mecanismos de adaptación para el retraso temporal y pesos del filtro adaptable propuestos como solución al problema de cancelación de interferencias. Además, se analizan los diferentes algoritmos de adaptación seleccionados para el esquema en subbandas JTDSE, en el marco de referencia del análisis de multiresolución; la notación matemática empleada en el análisis se presenta en términos del problema de cancelación de interferencias. En el análisis que se presenta a continuación se utiliza únicamente, por motivos de simplificación, la secuencia de más baja resolución al nivel  $N$ -ésimo de la descomposición. Sin embargo, un procedimiento similar se aplica a las subbandas de otros niveles de descomposición. Inicialmente se discute la formulación de la función de costo y la ecuación general para la adaptación del retraso temporal.

### V.3. Mecanismos de Adaptación

La estimación del retraso temporal se efectúa vía un elemento de retraso adaptable en el esquema JTDSE propuesto, independientemente del filtro adaptable, como se muestra en la Figura V.1. Sin embargo, el aspecto de estimación conjunta del esquema proviene de utilizar la misma señal de error para la adaptación de ambos elementos: el retraso y el filtro adaptable. A continuación se discute la función de costo o índice de minimización considerado por el esquema JTDSE, esto es, la función que provee una medida cuantitativa para evaluar la calidad del desempeño del esquema. De acuerdo con la Figura V.1, las secuencias utilizadas como señales deseadas del esquema corresponden a las secuencias de aproximación pasa baja  $c_{N, k-l}^x$  y "detalle"  $b_{j, k-2^{N-j}l}^x$ ,  $j \in [1, N]$ , pertenecientes a la secuencia  $x(n-\Delta)$ , con  $\Delta = 2^N l$  y  $l$  entero. Si la variable  $c_{N, k-l}^x$  representa la salida del retraso adaptable en Figura V.1. y la

secuencia de error se define en cada tiempo  $k$  como  $e_k = c_{N,k-l_i}^x - \mathbf{w}_k^t \mathbf{c}_k^z$ , el índice de minimización en la correspondiente subbanda se establece como:

$$\xi_N = \sum_k (c_{N,k-l_i}^x - \mathbf{w}_k^t \mathbf{c}_k^z)^2, \quad (\text{V.2})$$

en donde  $\mathbf{w}_k = [w_0(k) \dots w_{M-1}(k)]^t$  es el vector de pesos del filtro adaptable de orden  $M$  y  $\mathbf{c}_k^z = [c_{N,k}^z \dots c_{N,k-M+1}^z]^t$  es el vector de entrada al tiempo  $k$ . El procedimiento para las reglas de adaptación en el esquema JTDSE es el siguiente: para un valor óptimo del vector de pesos  $\mathbf{w}_k$ , la minimización de la ecuación (V.2) se efectúa con respecto del retraso  $l_i$ . Una vez que el retraso  $l_i$  es actualizado, para cada nuevo valor de  $l_i$ , la minimización de (V.2) se realiza con respecto del vector de pesos  $\mathbf{w}_k$  y se realiza el procedimiento de filtrado sobre  $\mathbf{c}_k^z = [c_{N,k}^z \dots c_{N,k-M+1}^z]^t$ . Las reglas de adaptación ocurren alternativamente en el esquema JTDSE.

En la adaptación del retraso temporal, el objetivo es determinar los cambios necesarios para  $l_i$  de forma que se obtenga el mínimo de la función de costo (V.2) mediante la regla de adaptación:

$$l_i(p) = l_i(p-1) + \Delta l_i, \quad (\text{V.3})$$

en donde  $p$  es el índice de iteración y  $\Delta l_i$  representa el paso de adaptación requerido. El paso de adaptación  $\Delta l_i$  puede generarse mediante diferentes métodos de adaptación; aspectos tales como velocidad de convergencia y requerimientos computacionales deben de considerarse en la selección del método. En la presente investigación dos algoritmos se consideran para esta tarea, los algoritmos de GD y LM. El algoritmo de GD se ha aplicado ampliamente debido a su simplicidad y directa implementación; sin embargo, el algoritmo converge linealmente [47]. Otro algoritmo ampliamente conocido es el método de Newton, basado en un

procedimiento de linealización de la función de costo (V.2) [46]. Este método converge cuadráticamente si se provee un estimado inicial adecuado para el vector de pesos [47]. En la presente tesis se utiliza el algoritmo de LM, algoritmo no lineal basado en el procedimiento de LS, que proporciona la posibilidad de interpolar entre los pasos de adaptación del método de GD y de Gauss-Newton [47]. El algoritmo LM posee una convergencia cuadrática cerca del mínimo, en donde aproxima el método de Gauss-Newton, mientras que converge en forma similar al método de GD cuando el estimado inicial es relativamente pobre [48].

Por otro lado, en el caso de filtros adaptables básicamente existen dos métodos para derivar algoritmos recursivos: el método del gradiente y el de LS [25]. Los algoritmos del descenso pronunciado y el LMS pertenecen a la primera categoría. El método del descenso pronunciado depende de la matriz de correlación del vector de entrada al filtro y del vector de correlación cruzada entre la señal deseada y el vector de entrada al filtro. El uso de un estimado del vector gradiente, mediante valores instantáneos en las correlaciones mencionadas, resulta en el algoritmo LMS. Este algoritmo es el más sencillo y es capaz de efectuar un desempeño satisfactorio; las mayores limitaciones del LMS son su lenta velocidad de convergencia y su sensibilidad a la dispersión de los eigenvalores de la matriz de correlación del vector de entrada al filtro [25]. En la segunda categoría, el método de mínimos cuadrados (LS), la idea es solucionar el problema del filtrado lineal sin involucrar ninguna suposición acerca de la estadística de la señal de entrada al filtro. El esquema es dependiente del modelo en el sentido de que se asume que la señal deseada es una función lineal de las variables de entrada más un error. El método de LS puede formularse para realizar una estimación recursiva o una estimación por bloques. En la estimación recursiva, los estimados

de interés son actualizados muestra a muestra, mientras que en la estimación por bloques los datos de entrada se arreglan en bloques de igual longitud o de longitud variable. El algoritmo RLS standard [25] pertenece al tipo recursivo, su derivación matemática se basa en un resultado del álgebra lineal conocido como el lema de inversión de matrices. Una de las limitaciones del RLS es el número requerido de operaciones, el cual se incrementa de acuerdo al cuadrado del orden  $M$  del filtro. El FTF en bloques (BFTF) representa una opción más atractiva por poseer requerimientos computacionales menores comparado con otros esquemas LS, además de la mayor velocidad de convergencia [45]. Otras ventajas del algoritmo BFTF se discutirán posteriormente. La discusión se limita a filtros de tipo FIR, dado que este tipo de filtros son inherentemente estables.

### V.3.1 Adaptación del Retraso vía el algoritmo Gradiente Descendente (GD)

Como se mencionó, el algoritmo GD representa una alternativa para la regla de adaptación de  $l_i(p)$  debido a su simplicidad. El método del descenso pronunciado, investiga la localización del mínimo de la función de costo en la dirección de la pendiente negativa. El valor negativo del vector gradiente provee la dirección mencionada, es decir, la dirección del descenso pronunciado. Para encontrar el valor mínimo de la ecuación (V.2) con respecto del retraso  $l_i$  mediante el descenso pronunciado, el procedimiento se inicia con un valor  $l_i(0)$ , es decir, se provee al algoritmo con un estimado inicial de la probable localización del mínimo de la función de costo; utilizando  $l_i(0)$  se calcula el vector gradiente para esta posición. El paso siguiente es calcular el nuevo estimado  $l_i(1)$  modificando el valor inicial, en general modificando el estimado actual  $l_i(p)$ , en la dirección opuesta a la del vector gradiente; el



procedimiento se repite para un rango de valores de retraso. La función de costo en la ecuación (V.2) depende de la variable unidimensional  $l_i$ , en consecuencia, para el problema de cancelación el gradiente corresponde a un escalar. De acuerdo con el algoritmo de descenso pronunciado, la actualización en el retraso  $l_i(p)$ , en la iteración  $p$  para el  $N$ -ésimo nivel de descomposición, es calculado utilizando  $\Delta l_i = \mu_N \frac{\partial \xi_N}{\partial l_i}$  en (V.3), es decir, la regla de adaptación esta dada por:

$$l_i(p) = l_i(p-1) + \mu_N \frac{\partial \xi_N}{\partial l_i}, \quad (\text{V.4})$$

en donde  $\mu_N$  es el parámetro de tamaño de paso “step-size” para la secuencia de menor resolución al  $N$ -ésimo nivel de descomposición; diferentes  $\mu_N$  podrían ser utilizadas en subbandas diferentes. La parte entera de  $l_i(p)$  se utiliza para recorrer la aproximación de la señal deseada  $x(n)$  en la subbanda correspondiente. El término gradiente en (V.4) se puede obtener de la ecuación (V.2) como:

$$\frac{\partial \xi_N}{\partial l_i} = 2 \sum_k (c_{N,k-l_i}^x - \mathbf{w}_k^t \mathbf{c}_k^z) \frac{\partial c_{N,k-l_i}^x}{\partial l_i}. \quad (\text{V.5})$$

La derivada de  $c_{N,k-l_i}^x$  se obtiene aplicando la identidad  $c_{N,k-l_i}^x = \sum_n x(n) g_N(n - 2^N(k-l_i))$ , es decir:

$$\frac{\partial c_{N,k-l_i}^x}{\partial l_i} = 2^N \sum_n x(n) g'_N(n - 2^N(k - l_i)), \quad (\text{V.6})$$

en donde el término  $g'_N(\cdot)$  se obtiene utilizando el método de diferencias [49]. Por consiguiente, la versión del algoritmo GD para el problema del TDE, aplicado en una subbanda de la descomposición por multiresolución, provee la siguiente regla de adaptación para  $l_i$ :

$$l_i(p) = l_i(p-1) + 2^{N+1} \mu_N \sum_k (c_{N,k-l_i}^x - \mathbf{w}_k^t \mathbf{c}_k^z) \left( \sum_n x(n) g'_N(n - 2^N(k - l_i)) \right). \quad (\text{V.7})$$

Note que las ecuaciones para las secuencias “detalle”  $b_{j,k}^x$ , pueden obtenerse en forma similar si se utiliza el vector  $\mathbf{b}_{j,k}^z = [b_{j,k}^z \dots b_{j,k-M+1}^z]^t$ ,  $j \in [1, N]$ , en lugar del vector  $\mathbf{c}_k^z$ .

### V.3.2 Adaptación del retraso vía el algoritmo de Levenberg-Marquardt (LM)

Uno de los posibles algoritmos para el proceso de adaptación en (V.3) es el método del descenso pronunciado, el cual converge linealmente [25], [48]. Un método alternativo es el método de Newton, algoritmo que se basa en un procedimiento de linealización de la función de costo (V.2) [47]. Considere la serie de Taylor de la función de costo en la discusión de los métodos de adaptación en esta sección. La serie de Taylor de la función de costo para un vector de parámetros  $\mathbf{x}$ , en general, se define como:

$$\xi_N(\mathbf{x}) = \xi_N(\mathbf{y}) + \mathbf{g}(\mathbf{y})^t \Delta \mathbf{x} + (1/2) \Delta \mathbf{x}^t \mathbf{H}(\mathbf{y}) \Delta \mathbf{x} + \dots, \quad (\text{V.8})$$

en donde  $\mathbf{y}$  es el vector de parámetros alrededor del cual se realiza la expansión,  $\Delta \mathbf{x}$  es el cambio del vector de parámetros requerido para alcanzar el mínimo de la función de costo  $\xi_N(\mathbf{x})$ , mientras que  $\mathbf{x} = \mathbf{y} + \Delta \mathbf{x}$  es el nuevo vector de parámetros;  $\mathbf{g}(\mathbf{y})$  representa el vector gradiente y  $\mathbf{H}(\mathbf{y})$  corresponde a la matriz Hessiana de la función de costo evaluada en  $\mathbf{y}$ . En el caso del método de Newton, se considera un modelo lineal de la función de costo  $\xi_N(\mathbf{x})$  cerca del mínimo, es decir, únicamente se conservan los términos lineales de la ecuación (V.8). El paso  $\Delta \mathbf{x}$  que minimiza la función de costo  $\xi_N(\mathbf{x})$ , con respecto del vector de parámetros  $\mathbf{x}$ , está dado por la ecuación  $\Delta \mathbf{x} = -\mathbf{H}(\mathbf{x})^{-1} \mathbf{g}(\mathbf{x})$  [48]. El método converge cuadráticamente en la vecindad del mínimo cuando se proporciona un estimado inicial adecuado del vector de parámetros desconocido [47]. Cuando el estimado inicial está lejos del mínimo es mejor

proporcionar los cambios al vector de parámetros en la dirección negativa del gradiente [48]. Por consiguiente, una característica deseable del algoritmo de adaptación es la posibilidad de intercambiar entre el paso del método de Newton y el del gradiente descendente, de acuerdo a su proximidad con el mínimo de la función de costo.

Definamos las expresiones generales para el vector gradiente y la matriz Hessiana en términos del problema LS asociado con el vector de parámetros  $\mathbf{x}$ . La suma de errores al cuadrado de la función de costo en (V.2) puede escribirse como:

$$\xi_N(\mathbf{x}) = \epsilon^t \epsilon = \sum_{k=1}^m e_k^2(\mathbf{x}), \quad (\text{V.9})$$

en donde  $\epsilon$  es el vector de error con elementos  $e_k(\mathbf{x})$ ,  $k \in [1, m]$ . El gradiente de la función de costo LS con respecto del elemento  $x_j$  del vector de parámetros  $\mathbf{x}$  está dado por:

$$\nabla_j \xi_N(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^m e_k(\mathbf{x}) (\nabla_j e_k(\mathbf{x})), \quad j=1 \dots n. \quad (\text{V.10})$$

Definiendo la matriz Jacobiana de  $\epsilon$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{mn}(\mathbf{x}) &\doteq [\nabla_j e_k(\mathbf{x})], \quad k=1\dots m, j=1\dots n \\ &= (\nabla e_1(\mathbf{x}) \quad \nabla e_2(\mathbf{x}) \quad \dots \quad \nabla e_m(\mathbf{x}))^t, \end{aligned} \quad (\text{V.11})$$

en donde la notación  $\nabla(\cdot)$  representa un operador gradiente sobre vectores para obtener las derivadas de primer orden, el gradiente de la función de costo LS se expresa como:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) \doteq \nabla \xi_N(\mathbf{x}) = \mathbf{J}^t(\mathbf{x}) \epsilon. \quad (\text{V.12})$$

En el caso de la matriz Hessiana, una expresión válida para  $\mathbf{H}(\mathbf{x})$  se compone de todas las derivadas parciales de segundo orden de  $\xi_N(\mathbf{x})$ :

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}) \doteq \nabla(\nabla \xi_N(\mathbf{x}))^t = \nabla^2 \xi_N(\mathbf{x}), \quad (\text{V.13})$$

en donde  $\nabla^2(\cdot) = \nabla(\nabla(\cdot))^t$  representa el operador sobre matrices para obtener las derivadas parciales de segundo orden.  $\mathbf{H}(\mathbf{x})$  puede expresarse en términos de la matriz Jacobiana,

utilizando las ecuaciones (V.10) y (V.11) en (V.13):

$$\begin{aligned}
 \mathbf{H}(\mathbf{x}) &= \nabla \left[ \sum_{k=1}^m e_k(\mathbf{x})(\nabla e_k(\mathbf{x})) \right]^t \\
 &= \sum_{k=1}^m [(\nabla e_k(\mathbf{x}))(\nabla e_k(\mathbf{x}))^t + e_k(\mathbf{x})(\nabla^2 e_k(\mathbf{x}))] \\
 &= \mathbf{J}'(\mathbf{x})\mathbf{J}(\mathbf{x}) + \mathbf{M}(\mathbf{x}).
 \end{aligned} \tag{V.14}$$

Observe que en el cálculo de  $\mathbf{H}(\mathbf{x})$ , los mayores requerimientos computacionales están asociados con el segundo término de la ecuación (V.14).

En esta tesis, el algoritmo LM se utiliza como técnica alternativa para la adaptación del retraso. El algoritmo es un método LS no lineal capaz de interpolar entre los pasos de adaptación de los métodos Gauss-Newton y GD [48]. La convergencia del LM es cuadrática cerca del mínimo, en donde aproxima el método de Gauss-Newton. Por el contrario, si el estimado inicial se encuentra alejado del mínimo, el algoritmo LM converge en forma similar al método de GD [48]. La idea principal del algoritmo LM es proporcionar pasos de adaptación en un modelo cuadrático de la función de costo en lugar de limitarse a un modelo lineal, es decir, el algoritmo LM incluye los términos de segundo orden de la expansión en series de Taylor de  $\xi_N(\mathbf{x})$  en la ecuación (V.8). La solución establecida por el algoritmo LM esta dada por:

$$\Delta \mathbf{x} = -(\mathbf{J}'(\mathbf{x})\mathbf{J}(\mathbf{x}) + \beta \mathbf{I})^{-1} \mathbf{g}(\mathbf{x}), \tag{V.15}$$

en donde  $\mathbf{I}$  representa la matriz identidad y el parámetro  $\beta$  previene la posibilidad de que la matriz  $\mathbf{J}'(\mathbf{x})\mathbf{J}(\mathbf{x}) + \beta \mathbf{I}$  sea singular. Si el parámetro  $\beta$  es cercano a cero, la ecuación (V.15) se reduce a representar el paso de adaptación del método de Gauss-Newton, método en el cual el segundo término en (V.14) es igual a cero. Por otro lado, si  $\beta$  es mayor que los elementos de  $\mathbf{J}'(\mathbf{x})\mathbf{J}(\mathbf{x})$ , entonces la ecuación (V.15) provee un paso de adaptación similar al del

método del descenso pronunciado.

Comparando las ecuaciones (V.14) y (V.15) se observa que el algoritmo LM reemplaza la matriz Hesiana  $\mathbf{H}(\mathbf{x})$  por  $\mathbf{J}'(\mathbf{x})\mathbf{J}(\mathbf{x})+\beta\mathbf{I}$ , aproximándose el segundo término en la ecuación (V.14) por  $\beta\mathbf{I}$  [46], [48].

En términos del problema de estimación del retraso en el esquema multiresolución JTDSE, se realizan las asignaciones siguientes para obtener la regla de adaptación LM. En este caso,  $\mathbf{x} = l_i$  y  $e_k = c_{N,k-l_i}^x - \mathbf{w}_k^t \mathbf{c}_k^y$ . Por consiguiente, el gradiente está dado por:

$$g(l_i) = \mathbf{J}'(l_i) \epsilon = 2 \sum_k (c_{N,k-l_i}^x - \mathbf{w}_k^t \mathbf{c}_k^y) \frac{\partial c_{N,k-l_i}^x}{\partial l_i}, \quad (\text{V.16})$$

con el Jacobiano:

$$J_k(l_i) = \frac{\partial c_{N,k-l_i}^x}{\partial l_i} = 2^j \sum_n x(n) g'_N(n - 2^j(k - l_i)). \quad (\text{V.17})$$

El término gradiente es un escalar, mientras  $\mathbf{J}(l_i)$  es un vector. En consecuencia, el paso de adaptación para el retraso en (V.4) se obtiene a partir de:

$$\Delta l_i = (\mathbf{J}'(l_i)\mathbf{J}(l_i) + \beta)^{-1} * (2 \sum_k J_k(l_i) * (c_{N,k-l_i}^x - \mathbf{w}_k^t \mathbf{c}_k^y)). \quad (\text{V.18})$$

La selección del parámetro  $\beta$  en (V.18) es un paso importante en la aplicación del algoritmo LM. Una forma sencilla de seleccionar este parámetro es multiplicarlo por algún factor cada vez que el paso de adaptación resulte en un incremento de la función de costo (V.2), o dividirlo por el mismo factor si el paso produce una reducción de la función de costo [46], [48]. Sin embargo, en lugar de decidir cuando un paso de adaptación resulta apropiado en términos de un simple incremento o decremento de la función de costo, un método más eficiente es decidir cuando la función de costo se representa adecuadamente por un modelo cuadrático, de forma que se pueda garantizar la convergencia del algoritmo al mínimo de la

función. El criterio para la representación por un modelo cuadrático se define de la forma:

$$\nu = \frac{\xi_N(l_i) - \xi_N(l_i + \Delta l_i)}{J'(l_i)\epsilon * \Delta l_i + 1/2(J'(l_i)J(l_i) + \beta) * \Delta^2 l_i}, \quad (\text{V.19})$$

en donde el numerador representa el cambio actual de la función de costo en (V.2), mientras que el denominador representa el cambio ideal de la función de costo en base a un modelo cuadrático. Un valor de  $\nu$  igual o mayor que uno indica una representación aceptable de la función de costo por el modelo, mientras que valores menores a uno indican una representación inadecuada. El valor de  $\beta$  no se modifica si  $\nu$  se localiza dentro de la región de modelado adecuado, la cual se encuentra entre 0.25 y 0.75 [48]. Sin embargo, fuera del intervalo anterior, la estrategia es seleccionar un valor inicial de  $\beta$  y después incrementarlo, o decrementarlo, hasta que obtenga el rango de valores aceptables para  $\nu$ .

### V.3.3 Filtrado Adaptable de la Señal de Interferencia vía el algoritmo BFTF

El proceso adaptable para la actualización de los pesos del filtro utiliza el algoritmo FTF en bloques [43], [45]. Este algoritmo se seleccionó por sus características como la velocidad de convergencia y sus bajos requerimientos computacionales. El algoritmo BFTF, propuesto por Cioffi y colaboradores [43], se discute en esta sección en términos de las variables del esquema de multiresolución JTDSE. El algoritmo BFTF es eficiente comparado con otros esquemas LS, y en forma similar al algoritmo RLS standard, es insensible a las variaciones de la dispersión de los eigenvalores de la matriz de correlación de los datos de entrada. Sin embargo, a diferencia del RLS, la complejidad computacional del algoritmo depende linealmente del orden del filtro adaptable. El objetivo del BFTF es minimizar una función de

costo LS en bloque garantizando la solución óptima. Considerando un sólo bloque de datos, el algoritmo BFTF determina el vector de pesos óptimo  $\mathbf{w}_{M, L, k}$  que minimiza la función de costo LS:

$$\xi_{M, L, k} = \sum_{m = k - L + 1}^k (c_{N, m - l_i}^x - \mathbf{w}_{M, L, k} \mathbf{c}_m^z)^2, \quad (\text{V.20})$$

en donde  $M$  es el orden del filtro transversal,  $L$  especifica la longitud del bloque de datos,  $k$  es el máximo índice de tiempo en el bloque,  $l_i$  es el retraso estimado y  $\mathbf{c}_m^z$  es el vector de referencia del esquema JTDSE. Es importante notar que el vector  $\mathbf{w}_{M, L, k}$  es igual al vector de pesos  $\mathbf{w}_k$  en la ecuación (V.2), sin embargo, en esta sección los índices  $M$  y  $L$  se agregan para indicar la dependencia de la función de costo del orden del filtro y del tamaño del bloque. En forma similar,  $\xi_{M, L, k}$  representa el índice de minimización establecido en la ecuación (V.2), definido sobre un bloque de datos. A continuación se establece la definición de vectores y matrices necesarios para la formulación del BFTF en términos del esquema JTDSE. Los vectores bloque de tamaño  $L \times 1$  de entrada y deseado del filtro adaptable se definen como  $\mathbf{c}_{L, k - l_i}^x \doteq [c_{N, k - l_i}^x \dots c_{N, k - l_i - L + 1}^x]^t$  y  $\mathbf{c}_{L, k}^z \doteq [c_{N, k}^z \dots c_{N, k - L + 1}^z]^t$ , respectivamente, mientras que la matriz de datos  $\mathbf{C}_{M, L, k}^z$  de dimensiones  $L \times M$  se define:

$$\mathbf{C}_{M, L, k}^z \doteq [\mathbf{c}_{L, k}^z \dots \mathbf{c}_{L, k - M + 1}^z]. \quad (\text{V.21})$$

Con el vector de error definido como  $\epsilon_{M, L, k} \doteq \mathbf{c}_{L, k - l_i}^x - \mathbf{C}_{M, L, k}^z \mathbf{w}_{M, L, k}^t$ , la ecuación (V.20) puede escribirse de la forma:

$$\xi_{M, L, k} = \epsilon_{M, L, k}^t \epsilon_{M, L, k}. \quad (\text{V.22})$$

Para obtener el valor mínimo de la ecuación (V.22), el vector  $\epsilon_{M, L, k}$  debe ser ortogonal a la matriz  $\mathbf{C}_{M, L, k}^z$ , es decir,  $\epsilon_{M, L, k}^t \mathbf{C}_{M, L, k}^z = 0$  (Ecuación Normal). El vector de pesos  $\mathbf{w}_{M, L, k}$  que minimiza la ecuación (V.22) esta dado por [45]:

$$\mathbf{w}_{M, L, k} = \mathbf{c}_{L, k-l_i}^{x^t} \mathbf{C}_{M, L, k}^z (\mathbf{C}_{M, L, k}^{z^t} \mathbf{C}_{M, L, k}^z)^{\#}, \quad (\text{V.23})$$

en donde # denota la inversa generalizada. El objetivo del algoritmo BFTF es proveer de una ecuación recursiva para  $\mathbf{w}_{n+1, L, k}$  en términos de  $\mathbf{w}_{n, L, k}$ , es decir, para actualizar el vector de pesos de orden  $n+1$  en términos del vector de pesos de orden  $n$ . En la primera fase del algoritmo se utiliza una regla de adaptación para el orden del filtro incrementando sucesivamente el orden y obteniendo la solución exacta en la  $M$ -ésima iteración. Una vez que se obtiene el vector de pesos final, en la segunda fase del algoritmo se realiza el procedimiento de filtrado en el bloque completo de datos. En la derivación del algoritmo recursivo para el orden se utiliza el método de proyecciones [43], [45], en donde las ecuaciones de proyección relevantes se relacionan con la actualización en orden y tiempo. Note que la ecuación (V.23) define el vector de pesos  $\mathbf{w}_{M, L, k}$  en términos de la matriz de datos  $\mathbf{C}_{M, L, k}^z$  y del vector de datos deseados  $\mathbf{c}_{L, k-l_i}^x$ . Por lo tanto, el estimado LS de  $\mathbf{c}_{L, k-l_i}^x$  está dado por:

$$\hat{\mathbf{c}}_{L, k-l_i}^x = \mathbf{C}_{M, L, k}^z \mathbf{w}_{M, L, k}^t = \mathbf{C}_{M, L, k}^z (\mathbf{C}_{M, L, k}^{z^t} \mathbf{C}_{M, L, k}^z)^{\#} \mathbf{C}_{M, L, k}^{zt} \mathbf{c}_{L, k-l_i}^x. \quad (\text{V.24})$$

Es posible interpretar el producto múltiple de matrices  $\mathbf{C}_{M, L, k}^z (\mathbf{C}_{M, L, k}^{z^t} \mathbf{C}_{M, L, k}^z)^{\#} \mathbf{C}_{M, L, k}^{zt}$  como un operador de proyección en el espacio lineal expandido por las columnas de la matriz de datos  $\mathbf{C}_{M, L, k}^z$ . En general, el operador de proyección asociado con la matriz de datos  $\mathbf{X}$  de tamaño  $L \times M$  es una matriz de dimensiones  $L \times L$  definida como  $\mathbf{P}_X \triangleq \mathbf{X}(\mathbf{X}^* \mathbf{X})^{\#} \mathbf{X}^*$ , en donde \* denota la operación de complejo conjugado-transpuesto en datos complejos o la transpuesta normal para datos reales. La proyección LS de un vector  $\mathbf{v}$ , en el espacio expandido por  $\mathbf{X}$ , está dado por  $\mathbf{P}_X \mathbf{v}$ . El vector de error se obtiene por medio de la definición del complemento ortogonal de  $\mathbf{P}_X$ ,  $\mathbf{P}_X^{\perp} = \mathbf{I} - \mathbf{P}_X$ , como  $\mathbf{P}_X^{\perp} \mathbf{v} = \mathbf{v} - \mathbf{P}_X \mathbf{v}$ . El término  $\mathbf{v} \mathbf{K}_X$ ,



en donde  $K_X \triangleq X(X^*X)^{\#}$ , es la combinación lineal o filtro transversal que actúa sobre  $X$  para producir la proyección de  $v$  en  $X$ , esto es,  $XK^*v = P_X v$ . Aumentando un nuevo vector  $z$  a la colección de vectores en  $X$ , es decir,  $X, z$ , se genera las siguientes reglas de actualización de proyecciones:

$$u^*P_{X,z}^{\perp}v = u^*P_X^{\perp}v - u^*P_X^{\perp}z(z^*P_X^{\perp}z)^{-1}z^*P_X^{\perp}v, \quad (V.25)$$

$$u^*K_{z,X} = [0 \mid u^*K_X] + u^*P_X^{\perp}z(z^*P_X^{\perp}z)^{-1}[I \mid -z^*K_X], \quad (V.26)$$

$$u^*K_{X,z} = [u^*K_X \mid 0] + u^*P_X^{\perp}z(z^*P_X^{\perp}z)^{-1}[-z^*K_X \mid I]. \quad (V.27)$$

Los coeficientes de correlación cruzada y los errores residuales se pueden expresar como lo indica la ecuación (V.25), mientras que la actualización del filtro transversal se puede expresar en términos de las ecuaciones (V.26) y (V.27). La selección de los vectores  $u$  y  $v$  depende de los parámetros a ser actualizados, mientras que  $z$  determina el tipo de actualización realizada [45]; el agregar un vector columna a la matriz  $X$  implica una actualización de orden, mientras que el agregar un renglón corresponde a una actualización en tiempo. En términos del operador de proyección, el vector de error  $\epsilon_{M,L,k}$  y la suma de los errores al cuadrado en la ecuación (V.22) pueden escribirse como:

$$\begin{aligned} \epsilon_{M,L,k} &= P_{M,L,k}^{\perp} c_{L,k-l_i}^x \\ \xi_{M,L,k} &= c_{L,k-l_i}^{x^t} P_{M,L,k}^{\perp} c_{L,k-l_i}^x \end{aligned} \quad (V.28)$$

El algoritmo BFTF es el resultado de una serie de sustituciones para  $u$ ,  $v$ ,  $X$  y  $z$  en (V.25), (V.26) y (V.27); cuatro filtros “fast transversal filter” (FTF) se actualizan utilizando las ecuaciones de proyección anteriores para proveer un estimado final del vector de pesos  $w_{M,L,k}$ . Los vectores de pesos de estos filtros, denotados por  $A_{n,L,k}$ ,  $B_{n,L,k}$ ,  $D_{n,L,k}$  y  $E_{n,L,k}$ , están definidos junto con otros parámetros importantes en la Tabla V.1. Los filtros

$A_{n,L,k}$  y  $B_{n,L,k}$  representan los filtros de errores de predicción hacia adelante y hacia atrás, mientras que los filtros  $D_{n,L,k}$  y  $E_{n,L,k}$  representan las ganancias del algoritmo. Otras variables relevantes en la Tabla V.1 son el error de predicción hacia adelante  $e_{n,L,k}$ , el error de predicción hacia atrás  $r_{n,L,k}$ , el error de filtrado  $\epsilon_{n,L,k}$  y el error cuadrático  $\alpha_{n,L,k}$ . El procedimiento de inicialización se proporciona en la Tabla V.II y los pasos necesarios para el algoritmo BFTF se presentan en orden en la Tabla V.III. Los pasos del 1 al 20 se repiten para ordenes del filtro desde  $n = 0$  hasta  $n = M$ . Una vez que se determina el vector de pesos

TABLA V.I. DEFINICIONES DE ENTRADAS, FILTROS Y PARAMETROS DEL BFTF.

DEFINICION DE ENTRADAS		DEFINICION DE FILTROS
$p_{n,L,k} = c_{L,k-n}^{z^t} c_{L,k}^z$ $h_{n,L,k} = c_{L,k-n}^{z^t} c_{L,k-l_i}^x$ $C_{n,k}^z = [c_{N,k}^{z^t} \dots c_{N,k-n+1}^{z^t}]^t$ $\sigma_L \doteq [1 \ 0 \ \dots \ 0]^t$ $\pi_L \doteq [0 \ \dots \ 0 \ 1]^t$		$A_{n,L,k} = [I \quad -c_{L,k}^{z^t} K_{n,L,k-1}]$ $B_{n,L,k} = [-c_{L,k-n}^{z^t} K_{n,L,k} \quad I]$ $D_{n,L,k} = -\sigma_L^t K_{n,L,k}$ $w_{n,L,k} = c_{L,k-l_i}^{x^t} K_{n,L,k}$ $E_{n,L,k} = -\pi_L^t K_{n,L,k}$
NOMBRE	DEFINICION	OPERACION
$e_{n,L,k}$	$c_{L,k}^{z^t} P_{n,L,k-1}^\perp \sigma_L$	$A_{n,L,k} C_{n+1,k}^z$
$r_{n,L,k}$	$c_{L,k-n}^{z^t} P_{n,L,k}^\perp \sigma_L$	$B_{n,L,k} C_{n+1,k}^z$
$\gamma_{n,L,k}$	$\sigma_L^t P_{n,L,k}^\perp \sigma_L$	$1 + D_{n,L,k} C_{n,k}^z$
$\delta_{n,L,k}$	$\pi_L^t P_{n,L,k}^\perp \pi_L$	$1 + E_{n,L,k} C_{n,k-L+1}^z$
$\epsilon_{n,L,k}$	$c_{L,k-l_i}^t P_{n,L,k}^\perp \sigma_L$	$c_{N,k-l_i}^x - w_{n,L,k} C_{n,k}^z$
$b_{n,L,k}$	$c_{L,k-n}^{z^t} P_{n,L,k}^\perp \pi_L$	$B_{n,L,k} C_{n+1,k-L+1}^z$
$b_{n,L-1,k}^S$	$B_{n,L-1,k} C_{n+1,k-L+1}^z$	$B_{n,L-1,k} C_{n+1,k-L+1}^z$
$\alpha_{n,L,k}$	$c_{L,k}^{z^t} P_{n,L,k-1}^\perp e_{L,k}^z$	$A_{n,L,k} [p_{0,L,k}^t \dots p_{n,L,k}^t]^t$
$\beta_{n,L,k}$	$c_{L,k-n}^{z^t} P_{n,L,k}^\perp c_{L,k-n}^z$	$B_{n,L,k} [p_{n,L,k}^t \dots p_{0,L,k}^t]^t$
$\Delta_{n,L,k}$	$c_{L,k}^{z^t} P_{n,L,k-1}^\perp c_{L,k-n-1}^z$	$A_{n,L,k} [p_{n+1,L,k}^t \dots p_{1,L,k-n}^t]^t$
$\omega_{n,L,k}$	$c_{L,k-l_i}^{x^t} P_{n,L,k}^\perp c_{L,k-l_i-n}^z$	$[h_{0,L,k}^t \dots h_{n,L,k}^t] B_{n,L,k}^t$
$\xi_{n,L,k}$	$c_{L,k-l_i}^{x^t} P_{n,L,k}^\perp c_{L,k-l_i}^x$	$\xi_{0,L,k} - w_{n,L,k} [h_{0,L,k}^t \dots h_{n-1,L,k}^t]^t$

TABLA V.II. CONDICIONES INICIALES PARA EL BFTF.

$$\begin{aligned}
 A_{0,L,k} &= B_{0,L,k-1} = 1, \alpha_{0,L,k} = p_{0,L,k} = c_{L,k}^z c_{L,k}^z \\
 \beta_{0,L,k-1} &= p_{0,L,k-1} = c_{L,k-1}^z c_{L,k-1}^z \\
 \beta_{0,L,k} &= c_{L,k}^z c_{L,k}^z, e_{0,L,k} = r_{0,L,k} = c_{N,k}^z \\
 r_{0,L,k-1} &= c_{N,k-1}^z, \gamma_{0,L,k} = \delta_{0,L,k-1} = 1, \Delta_{0,L,k} = c_{L,k}^z c_{L,k-1}^z \\
 b_{0,L,k-1} &= c_{N,k-L}^z, w_{1,L,k} = h_{0,L,k} p_{0,L,k}^{-1}
 \end{aligned}$$

Note que  $D_{n,L,k}$  y  $E_{n,L,k-1}$  no existen para  $n = 0$ .

TABLA V.III. ALGORITMO BFTF.

PASOS	ECUACIONES PARA ACTUALIZACION DEL ORDEN
1	$\Delta_{n,L,k} = [p_{1,L,k}^t \dots p_{n+1,L,k}^t] B_{n,L,k-1}^t$
2	$D_{n+1,L,k} = [D_{n,L,k} \ 0] - r_{n,L,k}^t \beta_{n,L,k}^{-1} B_{n,L,k}$
3	$B_{n+1,L,k} = [0 \ B_{n,L,k-1}] - \Delta_{n,L,k}^t \alpha_{n,L,k}^{-1} [A_{n,L,k} \ 0]$
4	$\beta_{n+1,L,k} = \beta_{n,L,k-1} - \Delta_{n,L,k}^t \alpha_{n,L,k}^{-1} \Delta_{n,L,k}$
5	$\omega_{n+1,L,k} = [h_{0,L,k}^t \dots h_{n+1,L,k}^t] B_{n+1,L,k}^t$
6	$w_{n+2,L,k} = [w_{n+1,L,k} \ 0] + \omega_{n+1,L,k} \beta_{n+1,L,k}^{-1} B_{n+1,L,k}$
7	$A_{n+1,L,k} = [A_{n,L,k} \ 0] + \Delta_{n,L,k} \beta_{n,L,k-1}^{-1} [0 \ B_{n,L,k-1}]$
8	$E_{n+1,L,k-1} = [E_{n,L,k-1} \ 0] + b_{n,L,k-1}^t \beta_{n,L,k-1}^{-1} B_{n,L,k-1}$
9	$\gamma_{n+1,L,k} = \gamma_{n,L,k} - r_{n,L,k}^t \beta_{n,L,k}^{-1} r_{n,L,k}$
10	$\delta_{n+1,L,k-1} = \delta_{n,L,k-1} - b_{n,L,k-1}^t \beta_{n,L,k-1}^{-1} b_{n,L,k-1}$
11	$r_{n+1,L,k} = r_{n,L,k-1} - \Delta_{n,L,k}^t \alpha_{n,L,k}^{-1} e_{n,L,k}$
12	$e_{n+1,L,k} = e_{n,L,k} - \Delta_{n,L,k} \beta_{n,L,k-1}^{-1} r_{n,L,k-1}$
13	$B_{n+1,L-1,k-1} = B_{n+1,L,k} - r_{n+1,L,k} \gamma_{n+1,L,k}^{-1} [D_{n+1,L,k} \ 0]$
14	$b_{n+1,L-1,k-1}^s = B_{n+1,L-1,k-1} C_{n+2,k-L}^z$
15	$b_{n+1,L,k-1} = b_{n+1,L-1,k-1}^s \delta_{n+1,L,k-1}$
16	$\alpha_{n+1,L,k} = \alpha_{n,L,k} - \Delta_{n,L,k} \beta_{n,L,k-1}^{-1} \Delta_{n,L,k}^T$
17	$\beta_{n+1,L-1,k-1} = \beta_{n+1,L,k} - r_{n+1,L,k} \gamma_{n+1,L,k-1}^{-1} r_{n+1,L,k}^T$
18	$\beta_{n+1,L,k-1} = \beta_{n+1,L-1,k-1} + b_{n+1,L-1,k-1}^s b_{n+1,L,k-1}^T$
19	$B_{n+1,L,k-1} = B_{n+1,L-1,k-1} + b_{n+1,L-1,k-1}^s [E_{n+1,L,k-1} \ 0]$
20	$r_{n+1,L,k-1} = B_{n+1,L,k-1} C_{n+2,k-1}^z$

final  $w_{M, L, k}$  para un bloque dado, los bloques de la señal de salida y de la señal de error se calculan mediante  $C_{M, L, k}^z w_{M, L, k}^t$  y  $e_{M, L, k} \doteq c_{L, k - l_i}^x - C_{M, L, k}^z w_{M, L, k}^t$ , respectivamente.

#### V.4. Discusiones

Como es de esperarse, existe un compromiso entre la complejidad computacional del esquema propuesto y la exactitud de la estimación del retraso temporal. Si la señal respiratoria adquirida a ser procesada tiene una longitud  $L$  y  $M$  es el orden del filtro adaptable utilizado por el esquema LM-JTDSE, el orden de las operaciones requeridas por el proceso de actualización del retraso  $l_i$  en cada iteración, de acuerdo con la ecuación (V.18), es  $O(LM)$  para cada nivel de la descomposición. Sin embargo, a pesar de que el esquema LM-JTDSE tiene una mayor demanda computacional, en contraste con esquemas clásicos basados en la correlación cruzada, el esquema de multiresolución LM-JTDSE propuesto representa una técnica robusta en la estimación de los retrasos temporales.

La incorporación del algoritmo LM en el esquema de multiresolución JTDSE evita la necesidad de determinar el parámetro  $\mu$  requerido por el algoritmo de gradiente descendente. En la formulación LM-JTDSE, el cálculo del paso de adaptación para el retraso  $\Delta l_i$  se define en términos de la información proporcionada por el gradiente y la Hessiana de la función de costo, en cada sub-banda, mientras que el parámetro  $\beta$  se modifica iterativamente de acuerdo con el grado de ajuste de la función de costo a una curva cuadrática.

En la presente investigación los diferentes esquemas de reducción de interferencias, así como la presentación gráfica de resultados, se realizaron utilizando la programación proporcionada por la compañía MathWorks denominada Matlab en su versión 4.2c.

## V.5. Conclusiones

La descomposición por multiresolución ha surgido como un marco de referencia relevante para el análisis de señales a diferentes escalas o resoluciones. Por otro lado, los esquemas adaptables son una opción excelente en situaciones en donde no hay información disponible acerca de la estadística de la señal de interés. El esquema JTDSE propuesto en la presente tesis incorpora en su diseño ambas técnicas de procesamiento. El esquema JTDSE posee beneficios importantes como la incorporación de información complementaria, robustez en presencia de ruido y la posibilidad de contar con un procedimiento de validación para los valores de retraso estimados. Además, el esquema no requiere la adquisición de señales adicionales como en otros esquemas de cancelación de interferencias.

En este capítulo se establecen el principio y las reglas de adaptación del esquema JTDSE. Para la adaptación del retraso temporal se analizaron los algoritmos GD y LM en términos de las variables del esquema multiresolución JTDSE. La selección del algoritmo GD se debe a su simplicidad, sin embargo, el algoritmo converge linealmente y puede ser ineficiente, particularmente en la proximidad de un mínimo. Por otro lado, el algoritmo LM proporciona la posibilidad de interpolar entre los pasos del método de Gauss-Newton y del GD, de acuerdo con la proximidad al mínimo de la función de costo.

El esquema JTDSE utiliza el algoritmo BFTF en la actualización de los pesos del filtro adaptable. El BFTF posee características atractivas como una mayor velocidad de convergencia y menores requerimientos computacionales, en comparación con otros esquemas LS. Ventajas adicionales del algoritmo BFTF incluyen la posibilidad de procesar uno o múltiples bloques de datos, de igual o de diferente longitud. Estas características

pueden ser atractivas en aplicaciones en donde la capacidad de seguimiento “tracking” del algoritmo se requiera modificar. Por ejemplo, puede ser deseable contar con un “tracking” rápido al principio de la señal y en forma lenta al final de la señal. Esto puede efectuarse con el BFTF variando la longitud del bloque de datos o mediante la restricción suave “soft constraint”, que permite la transferencia de información de un bloque a otro. El esquema JTDSE podría explotar estas características, sin embargo, por el momento el esquema propuesto utiliza un sólo bloque de datos.

La estimación del retraso temporal se realiza en base a la información contenida en diferentes subbandas y niveles. La formulación del esquema multiresolución JTDSE se establece en este capítulo en términos de la secuencia de aproximación de más baja resolución en la descomposición. Sin embargo, se puede seguir un procedimiento similar para cualquier subbanda y nivel en la descomposición por multiresolución.

Una diferencia importante entre el esquema JTDSE propuesto y otros esquemas para el TDE se basa en el hecho de que la adaptación del retraso temporal es dependiente de la función de costo, es decir, el retraso es actualizado en pasos variables a diferencia de otros esquemas, en donde la actualización se efectúa en términos unitarios. Además se considera la presencia de múltiples fuentes de interferencia.

## CAPITULO VI

### RESULTADOS Y DISCUSIONES EN RUIDOS RESPIRATORIOS

#### VI.1 Introducción

En este capítulo se presentan y analizan los resultados obtenidos con el filtro de Kalman de orden reducido (ROKF) y el esquema de multiresolución JTDSE, esquemas propuestos para la cancelación de la señal de interferencia cardíaca presente en la señal respiratoria adquirida. En la primera sección del capítulo se describe la metodología empleada en la evaluación de los esquemas incluyendo aspectos como el procedimiento para la generación de las señales respiratorias sintetizadas, las condiciones y parámetros de adquisición de los sonidos respiratorios, la descripción y justificación de los experimentos utilizados en la evaluación, así como los procedimientos para la estimación del ruido cardíaco mediante el ROKF y el JTDSE. En la segunda sección se describen y analizan los resultados obtenidos, en siete casos sintetizados y dos casos reales, mediante el esquema ROKF. En una tercera sección se analizan los resultados del esquema de multiresolución JTDSE, utilizando el algoritmo de gradiente descendente (GD) para la adaptación del retraso temporal  $I_i$ . Finalmente, se muestran y analizan los resultados obtenidos con señales sintetizadas y adquiridas mediante el esquema de multiresolución JTDSE, en base al algoritmo de Levenberg-Marquardt (LM) para la adaptación del retraso temporal  $I_i$ .

## **VI.2. Metodología**

### **VI.2.1. Características de las Señales Sintetizadas y Adquiridas**

El desempeño de los esquemas propuestos se analiza utilizando señales respiratorias sintetizadas y señales respiratorias adquiridas. El conjunto de datos sintetizados establece diferentes condiciones que permiten analizar el desempeño de los esquemas propuestos evaluando los efectos que produce el procesamiento sobre los elementos conocidos de las señales. Los parámetros de simulación se seleccionan de forma que generen las condiciones que prevalecen en señales adquiridas. Por otro lado, el conjunto de señales respiratorias adquiridas complementan la evaluación de los esquemas propuestos en condiciones desconocidas. El conjunto de datos de señales sintetizadas se genera mediante la suma de una señal respiratoria simulada y ruidos cardiacos adquiridos. Los ruidos cardiacos se seleccionaron a partir de segmentos libres de respiración, en la señal adquirida de un sujeto sano. El contenido espectral de los ruidos cardiacos, utilizados en las siguientes simulaciones, presentan un contenido espectral que se extiende hasta los 140 Hz. La señal respiratoria simulada se generó mediante una secuencia de ruido Gaussiano con media cero y varianza unitaria, procesada con un filtro FIR de orden 21 y frecuencia de corte de 300 Hz. La idea fue generar condiciones de simulación en donde la señal respiratoria simulada y la señal de ruidos cardíacos adquirida presenten traslape espectral. Adicionalmente, la morfología de la señal respiratoria [17], [20] se obtiene al modular la secuencia Gaussiana filtrada por medio de una ventana Hamming, produciéndose una señal respiratoria simulada con solo una fase respiratoria. El número de muestras de la ventana Hamming es igual al número de muestras de la señal respiratoria simulada. Los rangos de frecuencia utilizados en las simulaciones se



seleccionaron de acuerdo a trabajos de investigación relacionados con el estudio de las señales de sonido respiratorio y ruido cardíaco [8], [17], [20]; por ejemplo, las señales respiratorias torácicas bajo condiciones de respiración normal presentan un contenido espectral de menos de 500 Hz [8].

El segundo conjunto de datos para la evaluación de los esquemas propuestos ROKF y multiresolución JTDSE está formado por señales respiratorias adquiridas en un sujeto sano y en un paciente asmático. Estas señales respiratorias representan condiciones de evaluación complementarias para los esquemas propuestos, dado que el sonido respiratorio se modifica en presencia de enfermedades pulmonares y depende de la posición de registro. El sonido respiratorio se registró con un micrófono subminiatura omnidireccional tipo “electret” montado en la campana metálica de un estetoscopio. El sistema para la adquisición de los sonidos respiratorios, constituido por el micrófono, campana y amplificador, presenta una respuesta en frecuencia plana hasta los 3000 Hz. La maniobra respiratoria realizada por los sujetos consistió de una secuencia de apnea-respiración-apnea, con la etapa de respiración constituida por la fase inspiratoria o espiratoria. En forma simultánea para controlar la respiración, se registró el flujo respiratorio mediante un pneumotacógrafo. La señal correspondiente al primer caso fue adquirida a nivel de tráquea en un sujeto sin evidencia de enfermedades pulmonares o problemas cardíacos. La señal adquirida en el sujeto sano corresponde a la fase inspiratoria, con un flujo pico inspiratorio de 0.5 l/seg. En el caso del paciente asmático, el sonido respiratorio se registró a nivel del ápex cardíaco indicándole al sujeto realizar una espiración hasta alcanzar un flujo de 1.5 l/seg. Las señales respiratorias adquiridas se discretizaron mediante un convertidor A/D de 12 bits a una frecuencia de

muestreo de 2 y 4 KHz, respectivamente. La auscultación de los sonidos pulmonares a nivel de tráquea es de utilidad en la evaluación clínica de problemas obstructivos mientras que la auscultación de los sonidos en cualquier otra región de la pared torácica, incluyendo el precordio, la superficie sobre el corazón, es de utilidad para el diagnóstico de problemas pulmonares obstructivos y restrictivos. Los registros a nivel del apex cardíaco están orientados a incrementar la presencia de los ruidos cardíacos en los sonidos respiratorios.

### **VI.2.2. Evaluación de los Esquemas Propuestos en Señales Sintetizadas.**

En la generación de las diferentes condiciones de simulación se consideró relevante modificar los siguientes parámetros en las señales respiratorias sintetizadas: la relación señal a interferencia (SIR), el número de ruidos cardíacos presentes en la sección respiratoria y la relación temporal entre los ruidos cardíacos involucrados. Las condiciones de adquisición de la señal respiratoria, como por ejemplo el sitio de registro, tórax o tráquea, y variaciones del flujo respiratorio, provocan que el valor del SIR se incremente o decremente, presentando en muchas ocasiones valores que afectan el desempeño de los esquemas de eliminación de interferencias. Por otro lado, y dependiendo por ejemplo de la maniobra respiratoria que realice el paciente y de su frecuencia cardíaca, es posible que uno o más ruidos cardíacos estén presentes en la sección respiratoria adquirida. En consecuencia, es deseable contar con múltiples ruidos cardíacos en la sección respiratoria simulada de las señales sintetizadas. Por último, para analizar los efectos de la relación temporal entre los componentes cardíacos, es importante evaluar los esquemas propuestos bajo condiciones de simulación en donde se varíe la distancia entre ellos.

### VI.2.2.1. Filtro de Kalman de Orden Reducido(ROKF)

En el caso del esquema ROKF, se propone estimar primeramente la señal de ruido cardíaco presente en la sección respiratoria considerando la señal respiratoria como un ruido de interferencia coloreado. El objetivo de las diferentes condiciones de simulación generadas es analizar el desempeño del esquema ante un incremento en la magnitud de la señal respiratoria simulada y evaluar su impacto en la estimación del ruido cardíaco. En consecuencia, para la evaluación del esquema se generaron siete casos sintetizados en donde solamente se modificó el parametro SIR, multiplicando la señal respiratoria simulada por diversos factores para obtener los valores reportados en la Tabla VI.1. En todos los casos sintetizados se consideró solamente un ciclo cardíaco, es decir, un primer y un segundo ruidos cardiacos, manteniendo constante la distancia temporal entre ellos. Las señales sintetizadas presentan valores de SIR en una rango de -6 dB hasta 3 dB permitiendo la evaluación del esquema propuesto mediante decrementos graduales de la energía de la señal respiratoria simulada, manteniendo constante la energía de la señal cardíaca insertada; la varianza de la señal respiratoria se decrementa desde 6200 hasta 771, mientras que la varianza de la señal cardíaca permanece constante en 1500. Los casos simulados presentan valores de SIR representativos de los valores que se pueden generar en diferentes condiciones de adquisición de senales respiratorias.

Para el análisis del desempeño del esquema ROKF, un modelo AR de orden 15 se establece para los ruidos cardiacos de referencia mediante el criterio del error final de predicción “final prediction error (FPE)”. Los coeficientes del modelo AR y la varianza  $\sigma_u^2$  del proceso de entrada al modelo se calculan mediante el método de Burg [25]. Además, con

el propósito de incorporar posibles cambios en la morfología de los ruidos cardiacos, varios ciclos cardiacos se utilizan para generar la información estadística necesaria para cálculo de los parámetros del modelo. Los ciclos cardiacos se seleccionan manualmente de las secciones libres de sonido respiratorio, anteriores o posteriores a la respiración, de señales respiratorias adquiridas. Para la señal respiratoria sintetizada se utiliza un modelo AR de segundo orden, calculando los coeficientes correspondientes por medio del método de Burg.

El desempeño del esquema ROKF se compara con el desempeño de un esquema de cancelación de interferencias basado en un filtro adaptable RLS standard de orden 32 [25]. La señal de referencia del esquema adaptable se forma seleccionando uno de los ciclos cardiacos utilizados en la formación de las señales respiratorias simuladas. La alineación temporal entre la señal de referencia y la señal sintetizada se efectúa mediante el método de correlación cruzada, método que es comúnmente empleado para este propósito[22]. El desempeño de ambos esquemas se evalúa en términos del error cuadrático (SE), definido como la diferencia al cuadrado entre la señal original y la señal estimada; el SE es un parámetro que se utiliza frecuentemente para medir el grado de similitud entre dos secuencias. El índice SE se selecciona en lugar del SIR, debido a que el propósito de las simulaciones es medir la posible distorsión de los ruidos cardiacos y señal respiratoria simulada en el proceso de estimación. El índice SIR tiene la desventaja de que un valor alto no siempre refleja un estimado adecuado de la señal deseada. Para los siete casos simulados se calcula el índice SE entre los ruidos cardiacos conocidos y los estimados por el esquema ROKF. Con el objetivo de obtener una medida de distorsión en el dominio de la frecuencia, un proceso similar se efectúa con los espectros de potencia de las señales involucradas. Lo anterior, es importante

para la evaluación de la estimación de la señal respiratoria después del proceso de cancelación de los ruidos cardíacos.

#### VI.2.2.2. Esquema de Multiresolución JTDSE

El primer paso en el proceso de cancelación de interferencias en el esquema JTDSE es determinar la posición de cada uno de los componentes cardíacos en la señal respiratoria adquirida. El objetivo de los experimentos con señales sintetizadas es evaluar la capacidad del esquema JTDSE para detectar la posición de varios componentes cardíacos en la sección respiratoria, en condiciones adversas de SIR. En este caso se sintetizaron seis casos con valores de SIR por debajo de los utilizados para la evaluación del ROKF y se consideró la presencia de múltiples ruidos cardíacos. Los valores de SIR son representativos de los obtenidos en condiciones de adquisición de señales respiratorias. El modelo matemático utilizado en la generación de la señal respiratoria sintetizada se expresa como:

$$z(n) = \sum_{i=1}^M A_i x(n - \Delta_i) + v(n), \quad (\text{VI.1})$$

en donde  $z(n)$  es la señal respiratoria sintetizada,  $x(n)$  es el ruido cardíaco adquirido,  $v(n)$  es la señal respiratoria simulada,  $\Delta_i$  y  $A_i$  representan el retraso temporal y la amplitud asociada con el  $i$ -ésimo componente cardíaco y  $M$  representa el número de componentes cardíacos involucrados. El efecto de la multiplicidad se evaluó al insertar dos o cuatro ruidos cardíacos en la señal respiratoria simulada, disminuyendo la separación de los componentes cardíacos. Los valores de SIR utilizados, así como el número, posición y tipo de ruido cardíaco insertados en la señal respiratoria simulada se reportan en la Tabla VI.2. El primer y segundo casos de la Tabla VI.2 contienen dos segundos ruidos cardíacos en idénticas posiciones sin

embargo, el segundo caso considera una SNR menor; estos casos permiten evaluar el desempeño del esquema JTDSE bajo condiciones de deterioro de la SNR. Los casos 3, 4 y 5 presentan cuatro segundos ruidos cardiacos, disminuyendo la distancia temporal entre pares de ruidos cardiacos y manteniendo una SNR constante por debajo de 0 dB. Estos casos permiten evaluar la capacidad del esquema JTDSE para detectar componentes múltiples y cercanos, de hecho en el caso 5 sólo existe una separación de 60 muestras entre los componentes cardiacos, permitiendo el traslape temporal de los componentes. A pesar de que en situaciones reales, los componentes cardiacos no presentan la separación temporal utilizada en el quinto caso, este caso se incluye en la evaluación del JTDSE para determinar la capacidad del esquema para separar componentes traslapados. En el sexto caso de la Tabla VI.2 se insertaron un primer y un segundo ruidos cardiacos, es decir, un ciclo cardiaco completo en la señal respiratoria simulada; este caso permite evaluar el esquema ante la presencia de componentes cardiacos diferentes.

### **VI.2.3 Estimación de los Retrasos Temporales mediante el esquema JTDSE**

En base al análisis de las curvas MSE proporcionadas por el esquema de multiresolución JTDSE, en cada nivel de descomposición, se estiman los retrasos temporales  $\Delta_i$  correspondientes a los retrasos temporales de los componentes cardíacos. El procedimiento para la selección de los retrasos estimados a partir de diferentes niveles de resolución se basa en las siguientes dos suposiciones:

- A consecuencia de la descomposición por multiresolución, en los niveles bajos de la descomposición (escalas de resolución fina) existe un incremento en la exactitud de la

estimación del retraso en comparación con los niveles altos de descomposición (escalas de baja resolución).

- La correlación entre las muestras de las secuencias en los niveles de descomposición altos es menor a la que presentan las muestras de las secuencias en los niveles bajos, mejorando la convergencia de la regla de adaptación para el retraso temporal, conforme se desciende en la descomposición.

En base a las suposiciones anteriores, se genera una regla de decisión para seleccionar los retrasos temporales estimados entre dos niveles. Si el número de mínimos es el mismo entre dos niveles, el valor de los retrasos se obtiene en el nivel bajo, en otro caso, los retrasos se estiman en el nivel alto de descomposición. La selección de los mínimos en cada subbanda se efectúa por medio de una operación de umbral sobre la curva de MSE. El valor del umbral se determina en base al histograma de la curva de MSE, ordenando los valores de la curva de menor a mayor, asumiendo que los valores correspondientes a los mínimos de la curva presentan una baja probabilidad de ocurrencia. En consecuencia, los mínimos se detectan y se ubican en un vector de acuerdo a su importancia en magnitud. Un criterio por distancia permite evaluar si un nuevo punto en la curva de MSE corresponde a un mínimo.

Los valores de retraso estimados en base a los mínimos de las curvas de MSE,  $l_i$ , se corrigen por el retraso introducido por el peso del filtro adaptable BFTF de mayor valor absoluto  $q_i$ . El resultado se multiplica por  $2^N$ , en donde  $N$  indica el nivel de descomposición, para generar los retrasos estimados  $\Delta_i$  al nivel de resolución más fina, es decir, el valor del retraso estimado en el dominio original de la señal está dado por  $\Delta_i = 2^N(l_i - q)$ .

Los ruidos cardiacos  $x(n)$  y la señal sintetizada  $z(n)$  se aplican al esquema JTDSE, que

utiliza un filtro adaptable BFTF de octavo orden. La descomposición por multiresolución se realiza en tres niveles utilizando la ondilla de Daubechies [29]. Los efectos de borde “edge effects” en el cálculo de los coeficientes DWT para secuencias de longitud finita se consideraron mediante la extensión simétrica de las secuencias originales.

### VI.3. Filtro de Kalman de Orden Reducido (ROKF)

#### VI.3.1. Resultados en Datos Sintetizados

La Tabla VI.1 muestra los valores del índice SE normalizado, por la energía de los ruidos cardíacos utilizados y la señal respiratoria sintetizada, para los siete casos simulados con valores de SIR desde -6 dB hasta 3 dB. Los valores de SIR reportados en la tabla se calculan considerando que en la formulación del problema de cancelación cardíaca mediante el ROKF, la señal cardíaca es la señal a ser estimada y la señal respiratoria se considera como un ruido de interferencia coloreado. Los resultados del esquema adaptable RLS standard también se reportan en la Tabla VI.1. Los valores del índice SE para los ruidos cardíacos estimados en

**TABLA VI.I. VALORES SE PARA LOS SONIDOS CARDIACOS Y RESPIRATORIOS EN TIEMPO Y FRECUENCIA.**

SIR(dB) [dB]	SE <sub>TD</sub> (ROKF)	SE <sub>FD</sub> (ROKF)	SE <sub>FDR</sub> (ROKF)	SE <sub>TD</sub> (RLS)	SE <sub>FD</sub> (RLS)	SE <sub>FDR</sub> (RLS)
-6	0.61	0.33	0.15	1.44	1	0.56
-4	0.53	0.29	0.19	1.22	0.86	0.43
-3	0.47	0.25	0.26	1	0.78	1.15
-1	0.4	0.21	0.33	0.97	0.72	1.72
0	0.35	0.17	0.40	0.89	0.68	2.72
2	0.29	0.14	0.47	0.83	0.65	4.47
3	0.25	0.11	0.54	0.80	0.63	763



el dominio del tiempo ( $SE_{TD}$ ) y de la frecuencia ( $SE_{FD}$ ), para los esquemas ROKF y RLS standard, se reportan en las columnas 2, 3, 5 y 6 de la Tabla VI.1. Las columnas 4 y 7 muestran los valores SE para el sonido respiratorio estimado en el dominio de la frecuencia ( $SE_{FDR}$ ) para los esquemas ROKF y RLS standard, respectivamente. Los valores claramente indican un mejor desempeño del ROKF en comparación con el desempeño del RLS standard. Los valores SE para los ruidos cardiacos estimados obtenidos con el esquema RLS, reportados en las columnas 5 y 6, son aproximadamente tres veces los valores SE obtenidos por el esquema ROKF, reportados en las columnas 2 y 3. El mejor desempeño del ROKF en la estimación de los sonidos respiratorios, se puede observar también en los valores reportados en las columnas 4 y 7. El incremento en los valores SE se debe a la reducción de la información respiratoria conforme se incrementa el SIR.

Las Figuras VI.1(a) y VI.1(b) muestran los ruidos cardiacos originales utilizados en las simulaciones y la señal respiratoria sintetizada correspondiente a -6dB. Las Figuras VI.1(c) y (d) presentan el ruido cardíaco estimado y la señal respiratoria estimada mediante el esquema ROKF. Las Figuras VI.1(e) y (f) muestran los ruidos cardiacos estimados y la señal respiratoria estimada mediante el esquema adaptable RLS. Como puede observarse de los resultados y de la comparación con la señal cardíaca original en Figura VI.1(a), existe una alteración de la morfología de la señal cardíaca estimada mediante el esquema adaptable RLS standard. Lo anterior, es consecuencia de la dependencia de la exactitud en la alineación temporal, obtenida por el método de correlación cruzada, de las condiciones SIR en las señales involucradas, las características morfológicas de la señal de referencia y de la señal cardíaca contenida en la sección respiratoria. Por consiguiente, aún cuando existe un

procedimiento de alineación por medio de la correlación cruzada, no se consideran posibles alteraciones temporales entre el primer y segundo ruido cardíaco. Por otro lado, el esquema ROKF genera estimados de la señal cardíaca que poseen una mayor similitud en morfología

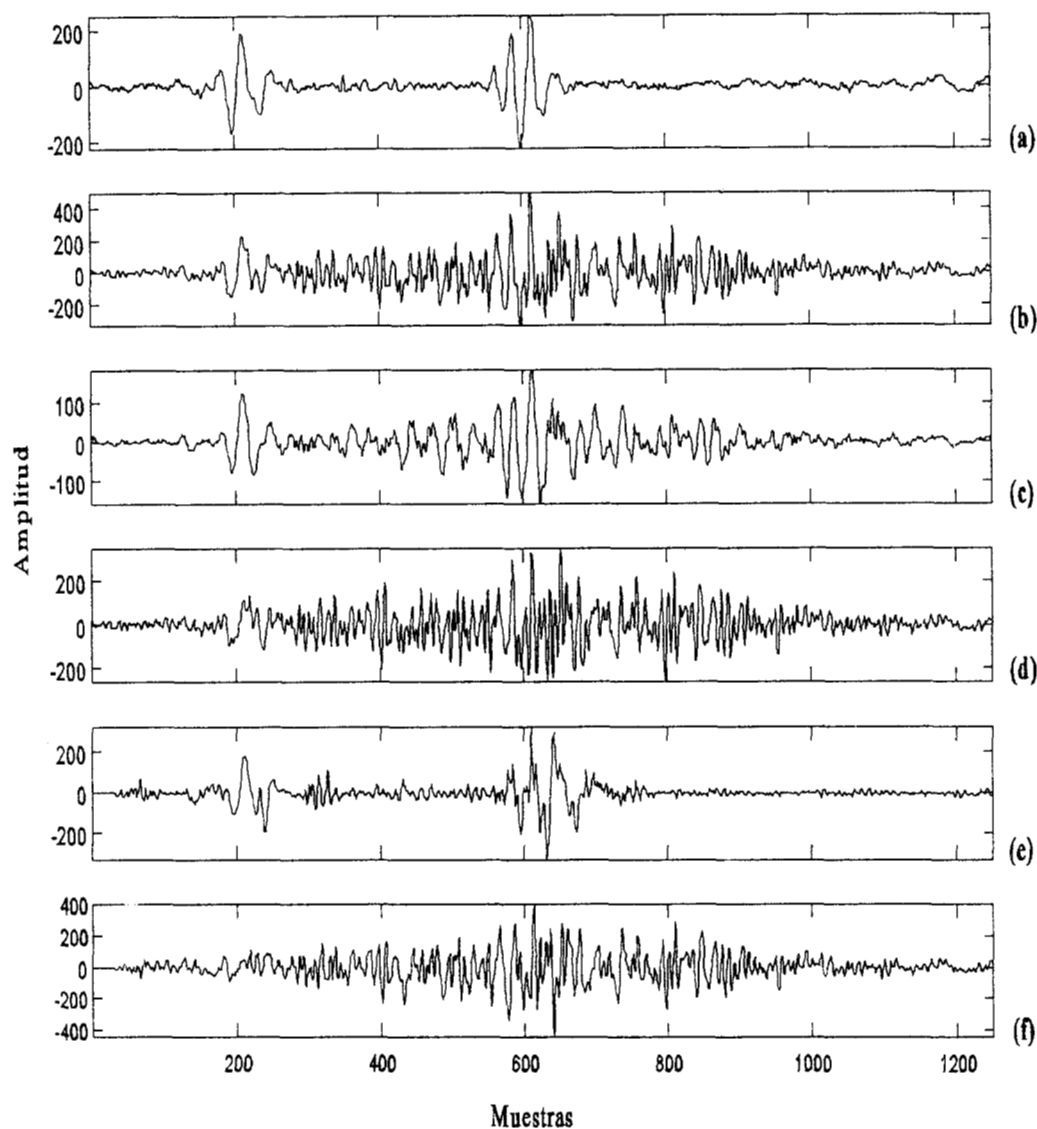


Figura VI.1. (a) Ciclo cardíaco adquirido conteniendo primero y segundo ruidos cardíacos, (b) señal respiratoria sintetizada (SNR = - 6 dB), (c) ruidos cardíacos estimados por el esquema ROKF, (d) sonido respiratorio estimado por el ROKF, (e) ruidos cardíacos estimados por el esquema RLS standard, (f) sonido respiratorio estimado por RLS standard.

con los ruidos cardiacos originales de Figura VI.1(a). La presencia de artefactos en el resultado de la Figura VI.1(c) se debe a que el método ROKF proporciona los estimados en base a la información estadística de las señales, sin requerir la posición temporal de los ruidos

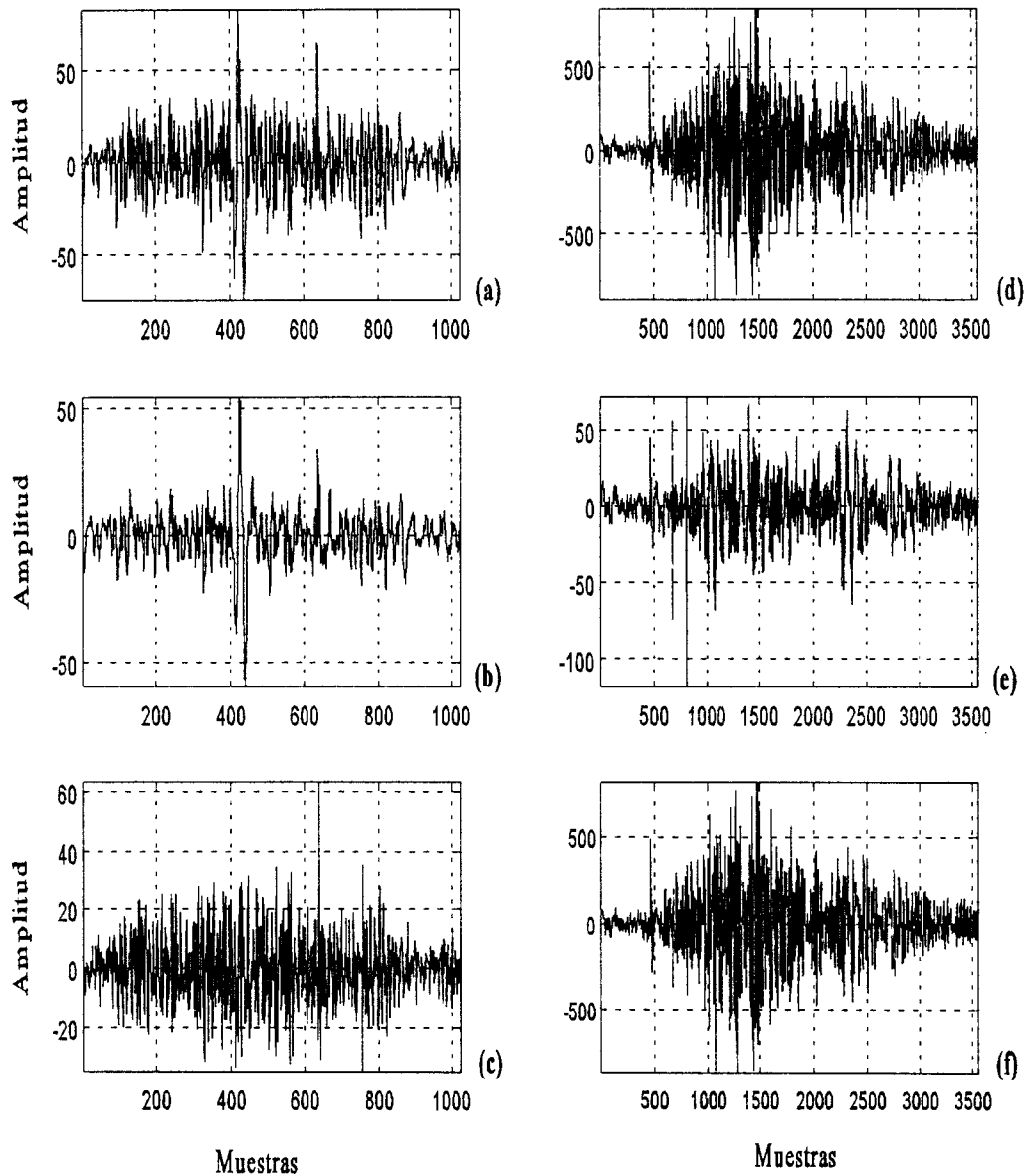


Figura VI.2. (a) Sección respiratoria para un sujeto sano, (b) y (c) ruidos cardiacos y sonido respiratorio estimado por ROKF para la señal en (a), (d) sección respiratoria para un paciente asmático, (e) y (f) ruidos cardiacos y sonido respiratorio estimados por ROKF para la señal en (d).

cardiacos.

### **VI.3.2. Resultados en Datos Reales**

EL esquema ROKF se aplica a las señales adquiridas presentadas en las Figuras VI.2(a) y (d), considerando un modelo AR de orden 15 para los ruidos cardiacos y un modelo AR de segundo orden para la señal respiratoria. Las Figuras VI.2(b) y (e) presentan los ruidos cardiacos estimados, mientras que las Figuras VI.2(c) y (f) presentan las señales respiratorias estimadas para el sujeto sano y asmático, respectivamente. En el caso de la señal proveniente del sujeto sano, el ROKF proporciona estimados adecuados del ruido cardíaco y de la señal respiratoria. Sin embargo, conforme la SIR se decrementa, como sucede en el caso del sujeto asmático, el desempeño del ROKF se degrada en la estimación de los ruidos cardiacos, proporcionando un estimado inadecuado de los sonidos respiratorios. Los artefactos o espigas presentes en la Figura VI.2(e) se deben probablemente a que un modelo AR de segundo orden no es capaz de caracterizar adecuadamente la señal respiratoria a eliminar. En el caso del sujeto asmático no es posible determinar, a partir de la señal estimada, el número de ruidos cardiacos presentes en la sección respiratoria. Como será evidente, el esquema JTDSE mejora notablemente los resultados obtenidos por el esquema ROKF.

### **VI.3.3. Discusiones**

En el problema de cancelación de interferencia cardíaca, el esquema ROKF se formula en el contexto de estimación de señales, en donde la señal cardíaca corresponde a la señal a ser estimada. Los ruidos cardiacos estimados se utilizan posteriormente para separar la señal

respiratoria. Se analiza el desempeño del esquema ROKF en términos del índice SE, en el dominio del tiempo y la frecuencia, demostrándose que el desempeño del esquema ROKF es superior al desempeño del esquema adaptable RLS standard. Con datos reales, el desempeño del esquema ROKF se deteriora en ambientes con una SIR baja y ante la presencia de múltiples ruidos cardíacos. Una desventaja del esquema ROKF reside en la necesidad de establecer modelos matemáticos para los ruidos cardíacos y para el sonido respiratorio. Además, el esquema ROKF posee una complejidad computacional  $O(12M^3)$ , en donde  $M$  representa el orden del modelo AR, comparado con  $O(M^2)$  del esquema RLS standard. Es importante señalar que el esquema basado en un filtro adaptable no requiere información *a priori* acerca del modelo de la señal bajo estudio, sin embargo, el esquema adaptable requiere la incorporación de esquemas de alineación temporal.

#### **VI.4. Esquema Multiresolución JTDSE vía el Algoritmo GD**

El primer paso en el proceso de cancelación de interferencias es determinar la posición de cada uno de los componentes cardíacos en la señal respiratoria adquirida. Una vez efectuada la estimación de la posición, se realiza la alineación temporal de las señales primaria y de referencia, para posteriormente filtrar en subbandas la señal de interferencia. El desempeño del esquema JTDSE utilizando el algoritmo gradiente descendente (GD-JTDSE) se analiza en señales sintetizadas y reales. En señales sintetizadas, el objetivo es analizar el desempeño del esquema GD-JTDSE considerando diferentes SNR y múltiples ruidos cardíacos. En el caso de señales reales el objetivo es investigar la utilidad del esquema con datos provenientes de un sujeto sano y un sujeto asmático. Los resultados son comparados

con los obtenidos por el método clásico de la correlación cruzada en combinación con un filtrado adaptable convencional. El método de correlación cruzada se utiliza para determinar las posiciones temporales de los componentes cardíacos en la sección respiratoria simulada mientras que el filtro adaptable se emplea en la cancelación de la señal de interferencia.

#### **VI.4.1. Resultados en Datos Sintetizados**

Los datos sintetizados se generan utilizando ruidos cardíacos adquiridos y una señal respiratoria simulada. Múltiples ruidos cardíacos con diferentes amplitudes y retrasos se insertan en el sonido respiratorio originando diferentes condiciones de SNR. Las señales respiratorias simulada,  $v(n)$ , y sintetizada,  $z(n)$ , se generan mediante los procedimientos descritos en la sección de metodología. Las Figuras VI.3(a) y (b) muestran la señal respiratoria simulada  $v(n)$  y la señal cardíaca adquirida  $x(n)$  a insertarse en diferentes posiciones. Se sintetizaron siete casos insertando dos o cuatro ruidos cardíacos en la señal respiratoria simulada, manteniendo la SNR con un valor menor a 0 dB. Las Figuras VI.3(c) y (d) presentan dos de los casos simulados con SNR de -13.5 y -19.5dB. La Tabla VI.2 presenta la información referente a los retrasos originales, los retrasos estimados y los valores de SNR de los casos analizados, la segunda columna indica el tipo de ruido cardíaco insertado en la señal respiratoria simulada. Los ruidos cardíacos  $x(n)$  y la señal sintetizada  $z(n)$  se aplican al esquema GD-JTDSE utilizando un filtro adaptable BFTF de octavo orden. La descomposición por multiresolución se realiza en tres niveles utilizando la ondilla de Daubechies [29]. Los efectos de borde “edge effects” en el cálculo de los coeficientes DWT para secuencias de longitud finita se consideraron mediante la extensión simétrica de las

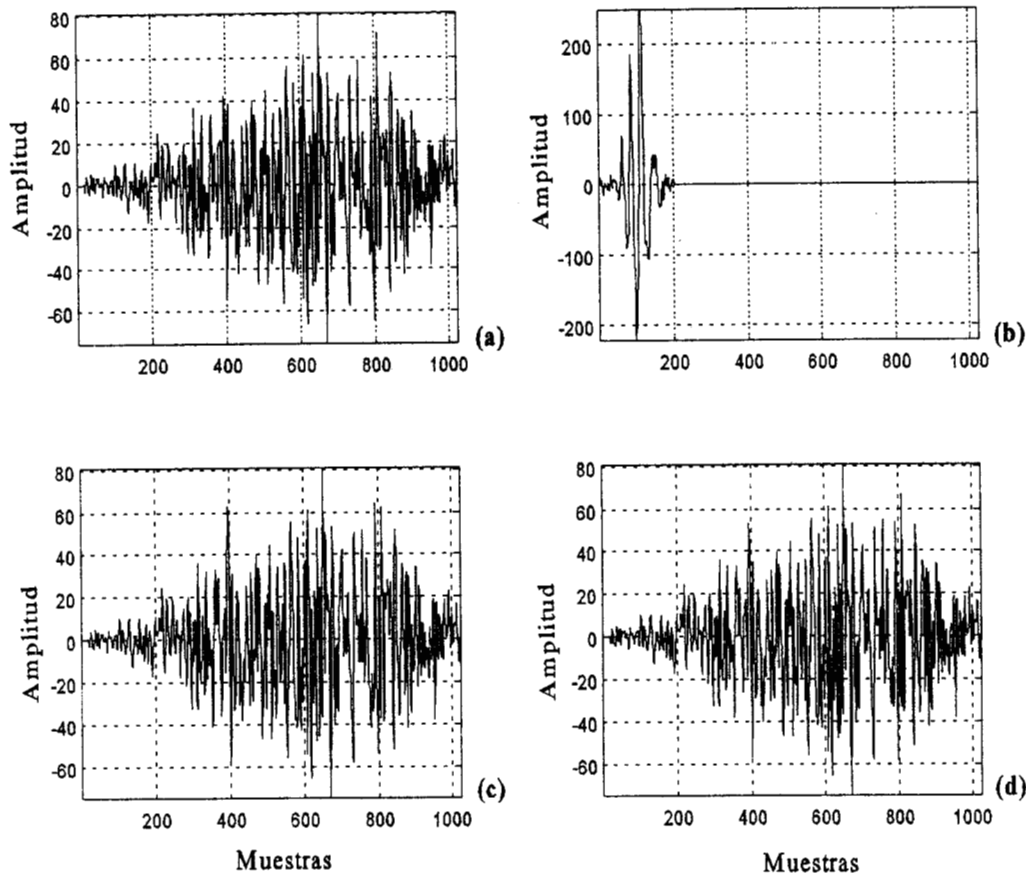


Figura VI.3. (a) Señal respiratoria simulada  $v(n)$ , (b) ruido cardíaco adquirido  $x(n)$ , (c) señal sintetizada  $z(n)$  (SNR = -13.5 dB), (d) señal sintetizada  $z(n)$  (SNR = -19.5 dB).

TABLA VI.2. RETRASOS TEMPORALES ORIGINALES Y ESTIMADOS PARA DIFERENTES VALORES SNR.

Caso	Ruido Cardíaco	SNR (dB)	Retrasos Temporales Estimados Esquema Multiresolución JTDSE	Retrasos Temporales Estimados Método de Correlación Cruzada
1	Segundo	-13,5	Original: 280, 680 Estimado: <b>280, 680</b>	Original: 280, 680 Estimado: <b>279</b>
2	Segundo	-19,5	Original: 280, 680 Estimado: <b>272, 672</b>	Original: 280, 680 Estimado: <b>383</b>
3	Segundo	-13,5	Original: 280, 424, 544, 680 Estimado: <b>280, 424, 544, 680</b>	Original: 280, 424, 544, 680 Estimado: <b>544</b>
4	Segundo	-13,5	Original: 280, 390, 570, 680 Estimado: <b>280, 392, 568, 680</b>	Original: 280, 390, 570, 680 Estimado: <b>390</b>
5	Segundo	-13,5	Original: 280, 340, 610, 680 Estimado: <b>280, 336, 608, 680</b>	Original: 280, 340, 610, 680 Estimado: <b>279</b>
6	Primero y Segundo	-13,5	Original: 280, 680 Estimado: <b>280, 680</b>	Original: 280, 680 Estimado: <b>649, 218</b>

secuencias originales. Como se mencionó en el capítulo V, el algoritmo GD depende del valor del parámetro  $\mu$ , el valor utilizado en las simulaciones reportadas en la Tabla VI.2 se fijó en un valor de  $5 \times 10^{-8}$ .

Las Figuras VI.4 y VI.5 presentan los resultados para el primer y segundo caso mostrados en la Tabla VI.2. Los retrasos originales de los componentes cardiacos son 280 y 680, mientras que el valor de SNR es de -13.5 dB y -19.5 dB, respectivamente. Las Figuras VI.4(a) y VI.5(a) presentan las curvas MSE al tercer nivel de descomposición y para la secuencia de aproximación de menor resolución. La primera curva presenta mínimos bien definidos en las posiciones  $l_1 = 39$  y  $l_2 = 90$ . Para el segundo caso, a pesar del valor de la SNR (-19.5 dB), el esquema identifica dos mínimos prominentes en las posiciones  $l_1 = 40$  y  $l_2 = 89$ . Los valores estimados de los retrasos temporales se extraen de las curvas de MSE aplicando una operación de umbral. Estos valores se corrigen por el retraso introducido por el peso del filtro adaptable BFTF de mayor valor absoluto,  $q_1 = 4$  y  $q_2 = 5$  para el primer caso y  $q_1 = 6$  y  $q_2 = 5$  para el segundo caso. Los resultados se multiplican por  $2^N$  para generar los retrasos estimados  $\Delta_i$ , presentados en la Tabla VI.2, es decir,  $\Delta_i = 2^N(l_i - q)$ , en donde  $N=3$ . Para el primer caso, los retrasos se estimaron con exactitud, mientras que para el segundo caso los valores se estiman con una muestra de diferencia en el tercer nivel de descomposición debido al valor de SNR. Una vez que se estiman los retrasos, se efectúa la alineación temporal para realizar el filtrado en subbandas y la señal resultante se reconstruye hacia la escala de resolución más fina. Las Figuras VI.4(b), (c) y VI.5(b), (c) presentan los estimados de los sonidos respiratorios y de los ruidos cardiacos mediante el esquema GD-JTDSE. Las Figuras VI.4(d) y VI.5(d) presentan el resultado de la correlación cruzada entre  $x(n)$  y  $z(n)$ , método



que es comúnmente usado para propósitos de alineación temporal [22]. En el segundo caso, el valor máximo de la secuencia de correlación cruzada, que provee el estimado del retraso

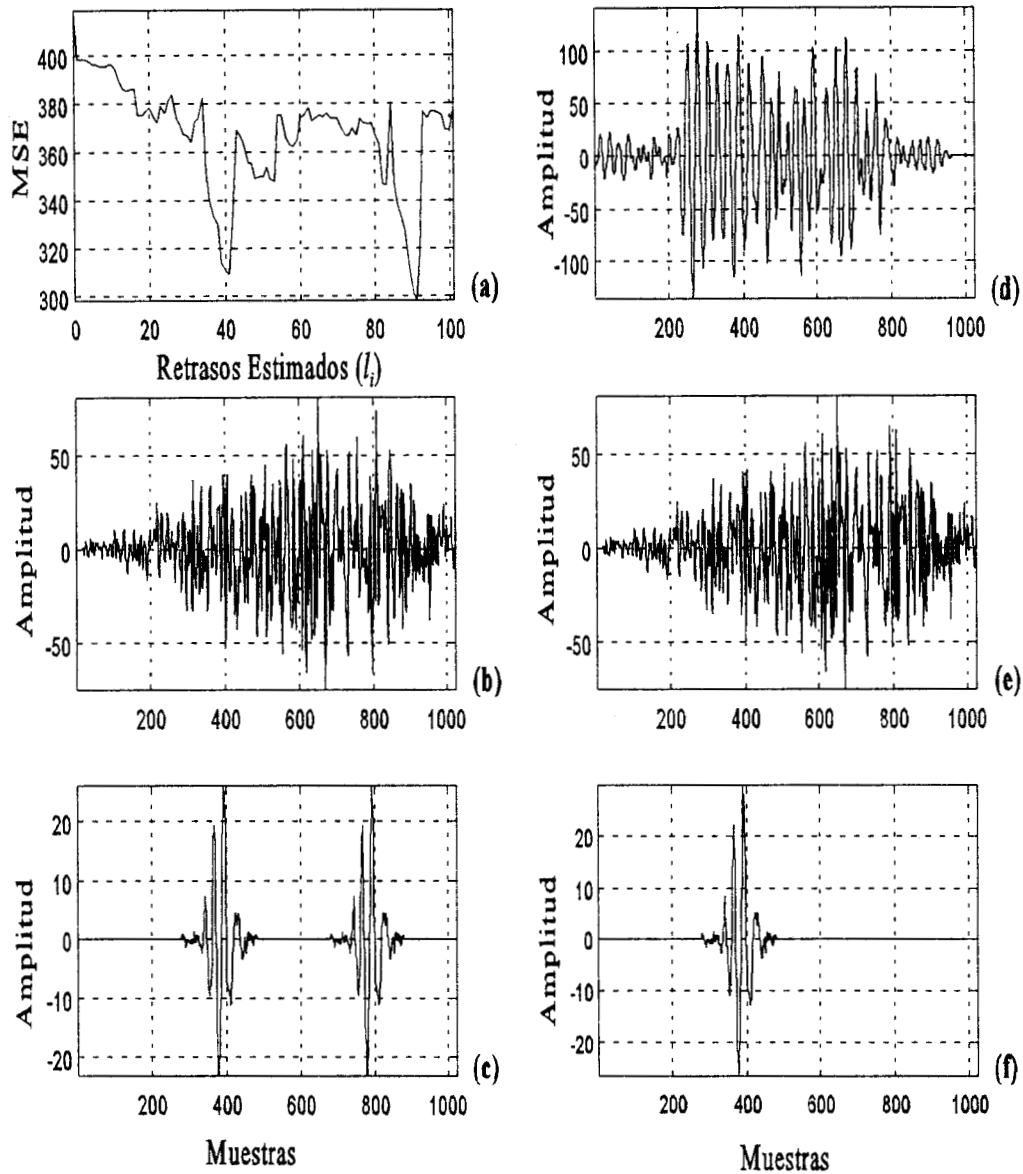


Figura VI.4. Primer caso simulado en Tabla VI.2 (SNR=-13.5 dB). (a) Curva MSE por el esquema JTDSE, (b) señal respiratoria estimada por JTDSE, (c) ruidos cardiacos estimados por JTDSE, (d) resultado de la correlación cruzada, (e) señal respiratoria estimada por correlación cruzada, (f) ruidos cardiacos estimados por correlación cruzada.

temporal, no se encuentra bien definido. Los retrasos temporales estimados utilizando este método son 279 y 383 para el primer y segundo caso, respectivamente. Por consiguiente,

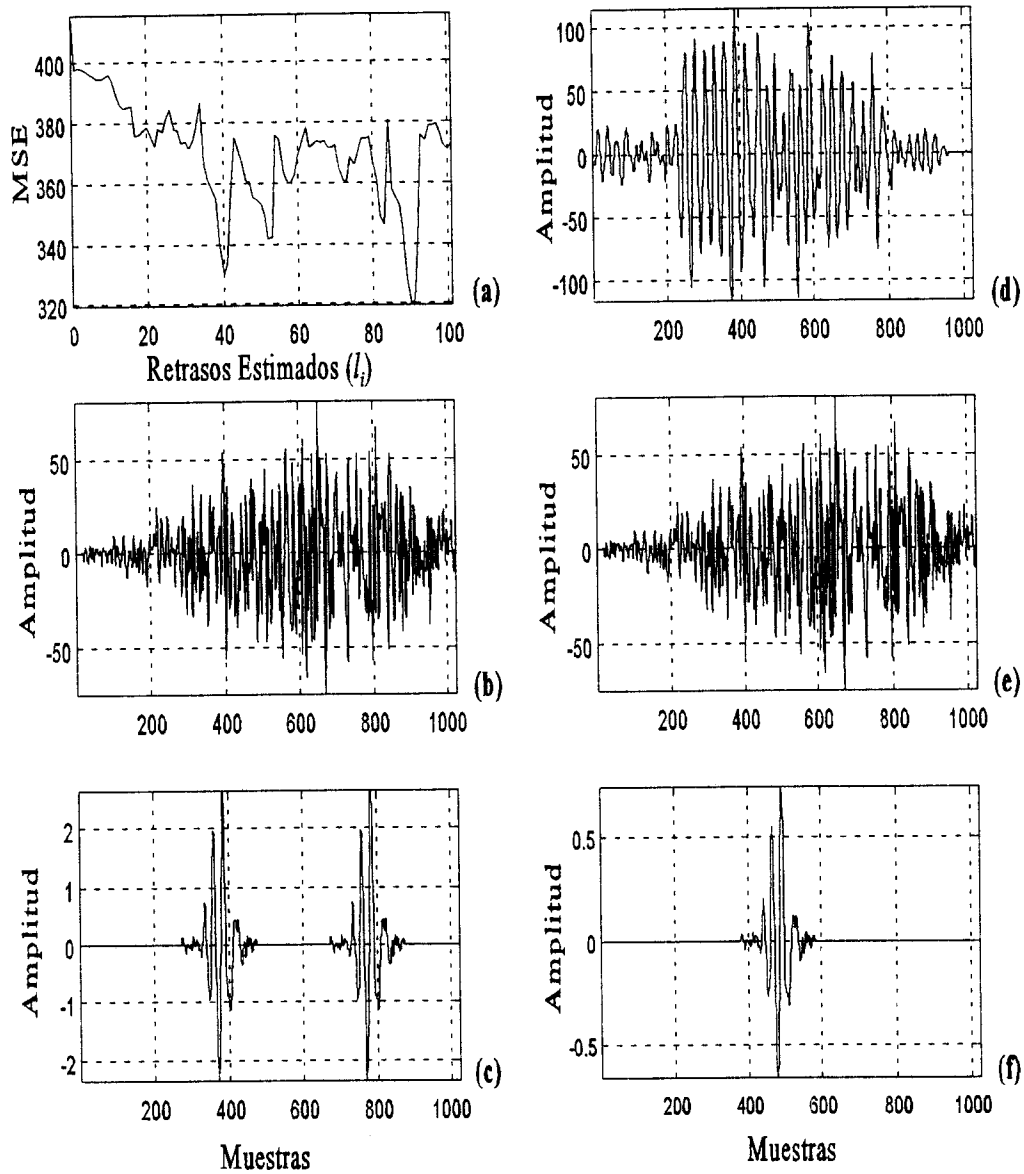


Figura VI.5. Segundo caso sintetizado de Tabla VI.2 (SNR=-19.5 dB). (a) curva MSE por el esquema JTDSE, (b) señal respiratoria estimada por JTDSE, (c) ruidos cardiacos estimados por JTDSE, (d) resultado de la correlación cruzada, (e) señal respiratoria estimada por correlación cruzada, (f) ruidos cardiacos estimados por correlación cruzada.

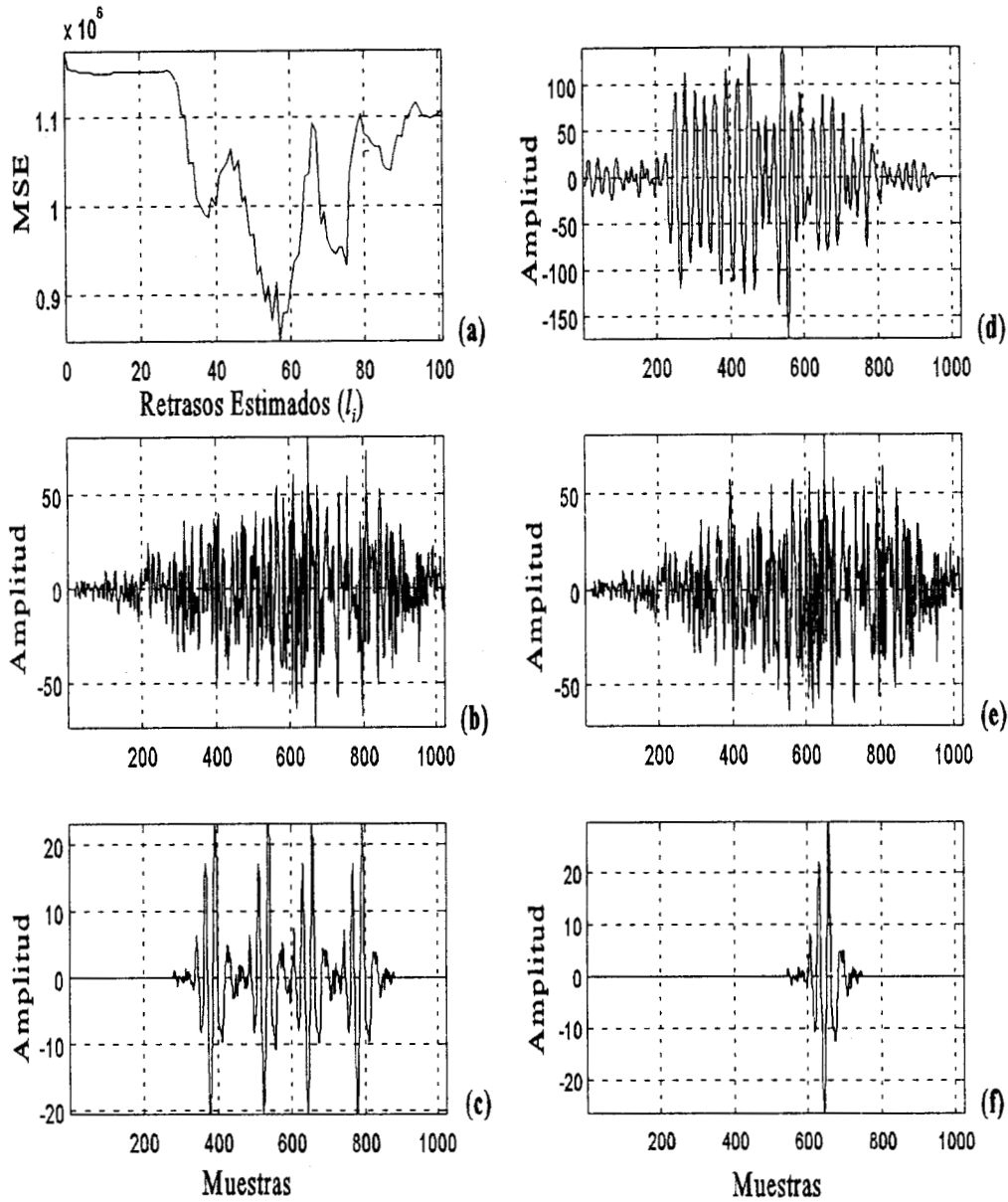


Figura VI.6. Tercer caso sintetizado de Tabla VI.2. (a) curva MSE para el esquema JTDSE, (b) señal respiratoria estimada por JTDSE, (c) ruidos cardiacos estimados por JTDSE, (d) resultado de la correlación cruzada, (e) señal respiratoria estimada por correlación cruzada, (f) ruidos cardiacos estimados por correlación cruzada.

utilizando el método de correlación cruzada no es posible estimar, en ambos casos, el segundo retraso original. Con los estimados obtenidos se efectúa la alineación temporal y el filtrado

adaptable convencional se realiza para proporcionar el estimado de la señal respiratoria. Las Figuras VI.4(e), VI.5 (e), VI.4(f) y VI.5(f) muestran los estimados de los sonidos

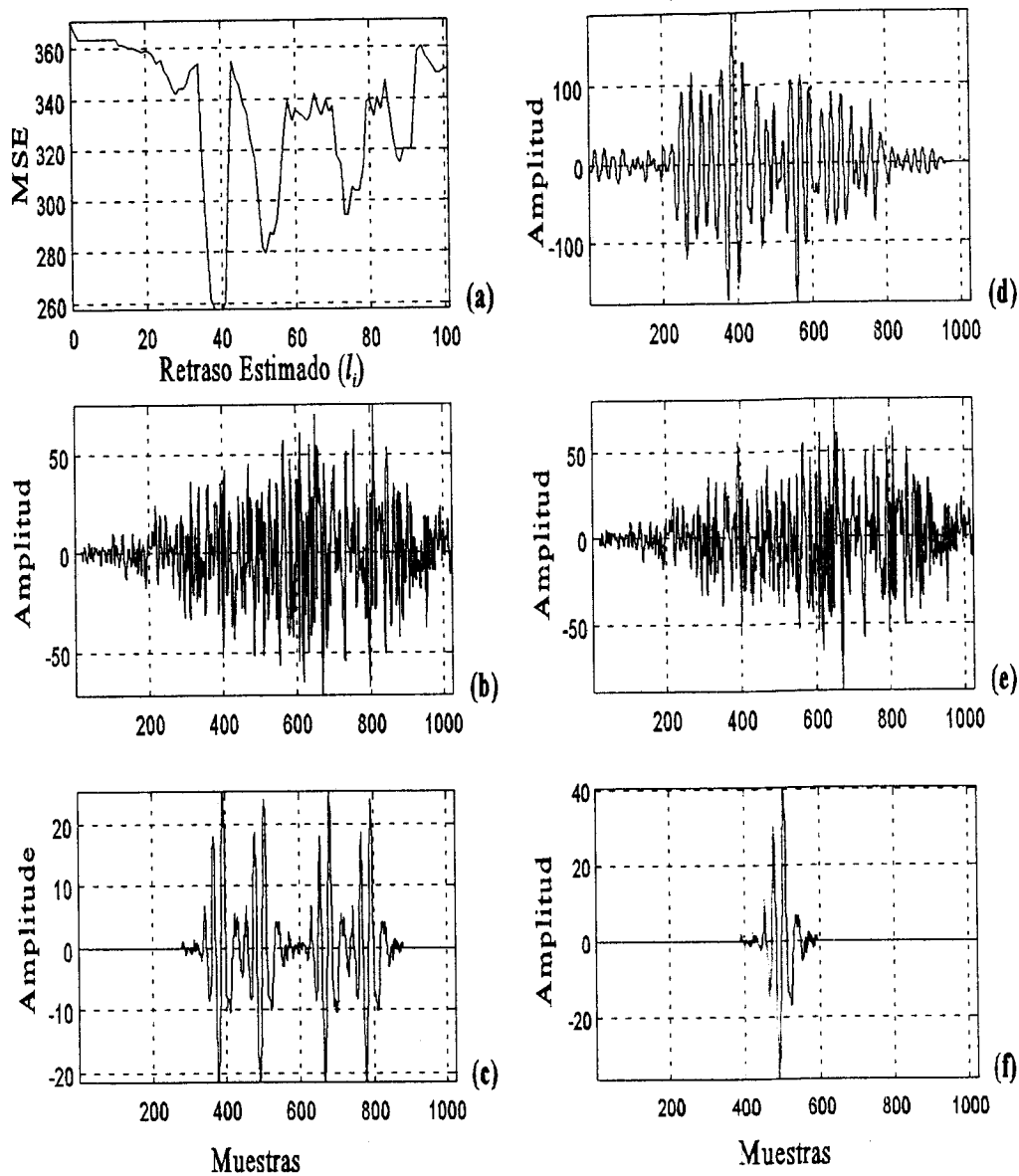


Figura VI.7. Cuarto caso sintetizado de Table VI.2. (a) curva MSE para el esquema JTDSE, (b) señal respiratoria estimada por JTDSE, (c) señal cardíaca estimada por JTDSE, (d) resultado de la correlación cruzada, (e) señal respiratoria estimada por correlación cruzada, (f) ruido cardíaco estimado por correlación cruzada.

respiratorios y ruidos cardiacos, respectivamente, para el método de correlación cruzada.

Note que los estimados cardiacos generados por la combinación del método de correlación

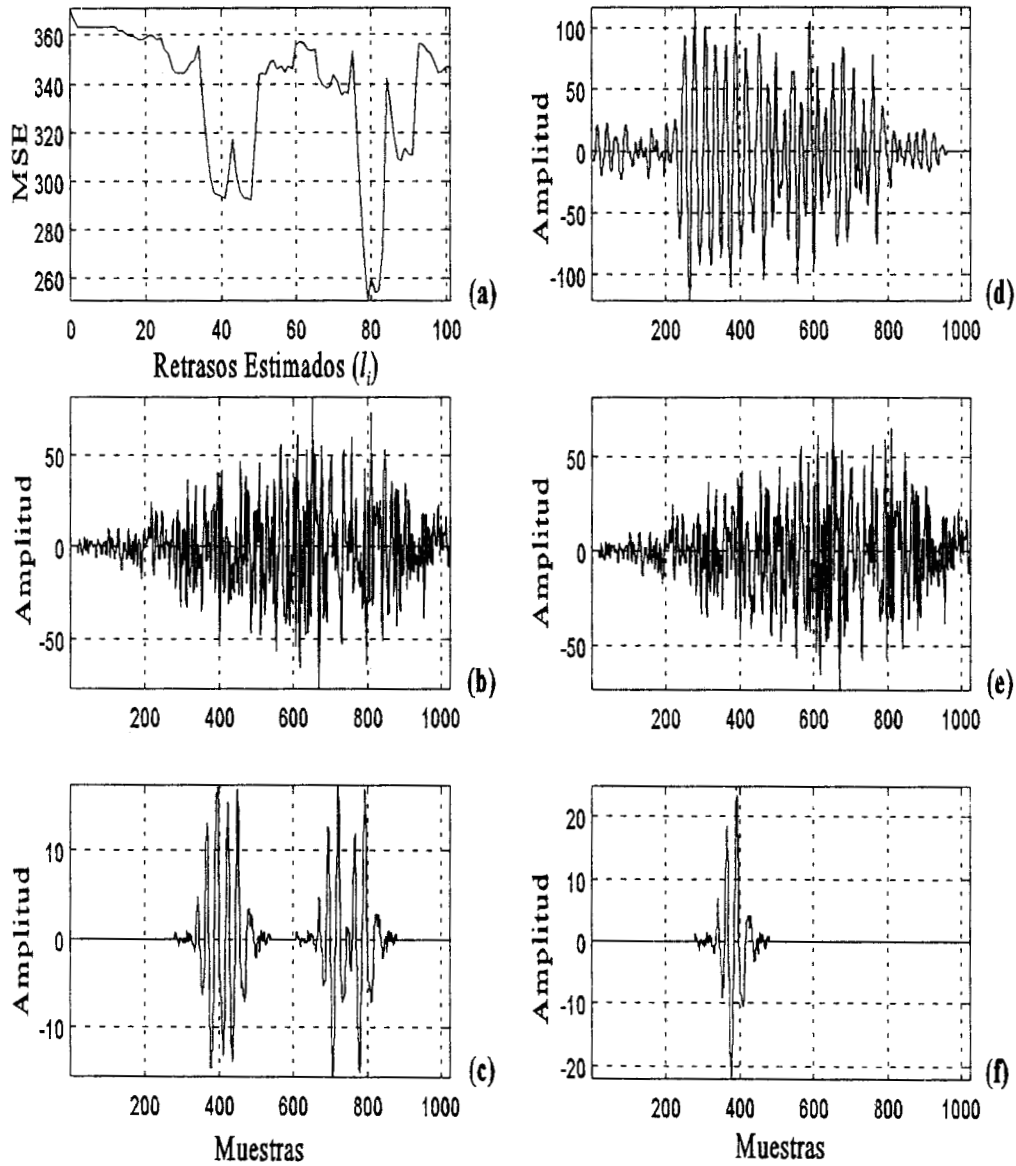


Figura VI.8. Quinto caso sintetizado de Tabla VI.2. (a) curva MSE para el esquema JTDSE, (b) señal respiratoria estimada para JTDSE, (c) señal cardíaca estimada para JTDSE, (d) resultado de correlación cruzada, (e) señal respiratoria estimada para correlación cruzada, (f) ruido cardíaco estimado para correlación cruzada.

cruzada y el filtro adaptable convencional no son adecuados, especialmente en el segundo caso, dado que la posición estimada para el primer retraso es inexacta y el segundo ruido cardíaco no fue detectado. Los resultados indican que conforme se incrementa el número de ruidos cardíacos presentes en la señal sintetizada  $z(n)$ , el método de correlación cruzada no puede estimar la posición y el número de componentes cardíacos involucrados. El comportamiento del esquema basado en la correlación cruzada se refleja en los retrasos estimados proporcionados en la Tabla VI.2

A continuación, el desempeño de los esquemas GD-JTDSE y de correlación cruzada se analiza en condiciones de componentes cardíacos cada vez más cercanos, conservando constante la SNR en las señales sintetizadas, las Figuras VI.6, VI.7 y VI.8 muestran los casos 3, 4 y 5 de Tabla VI.2. Como se observa, las curvas MSE del esquema GD-JTDSE en los tres casos indican la presencia de cuatro componentes cardíacos mediante cuatro mínimos bien definidos. Las Figuras VI.8 (a)-(d) presentan los resultados para el quinto caso, en donde los ruidos cardíacos se encuentran más cercanos. El esquema GD-JTDSE aún es capaz de identificar los componentes cardíacos mediante cuatro mínimos bien definidos, como se muestra en la Figura VI.8(a). A pesar de que en situaciones reales, los componentes cardíacos no presentan la separación temporal utilizada en el quinto caso, los resultados se presentan para demostrar la potencialidad del esquema GD-JTDSE en separar componentes muy cercanos. En todos los casos, el esquema GD-JTDSE genera excelentes estimados de las posiciones de todos los componentes cardíacos presentes en la señal simulada, como puede corroborarse en la Tabla VI.2. Por otro lado, el método de correlación cruzada presenta un desempeño pobre debido a que sólo estima uno de los retrasos y en forma imprecisa. En

consecuencia, el ruido cardíaco estimado por el filtro adaptable convencional presenta una mayor amplitud en comparación con el estimado proporcionado por el GD-JTDSE.

El esquema GD-JTDSE también se analiza considerando la presencia de ruidos cardiacos diferentes en la señal respiratoria sintetizada. En situaciones en donde múltiples ruidos cardiacos se encuentran presentes en la sección respiratoria, dos señales de referencia correspondientes al primer y segundo ruido cardíaco se utilizan en el esquema GD-JTDSE. El último renglón de la Tabla VI.2 corresponde a la condición en donde existe un primer y

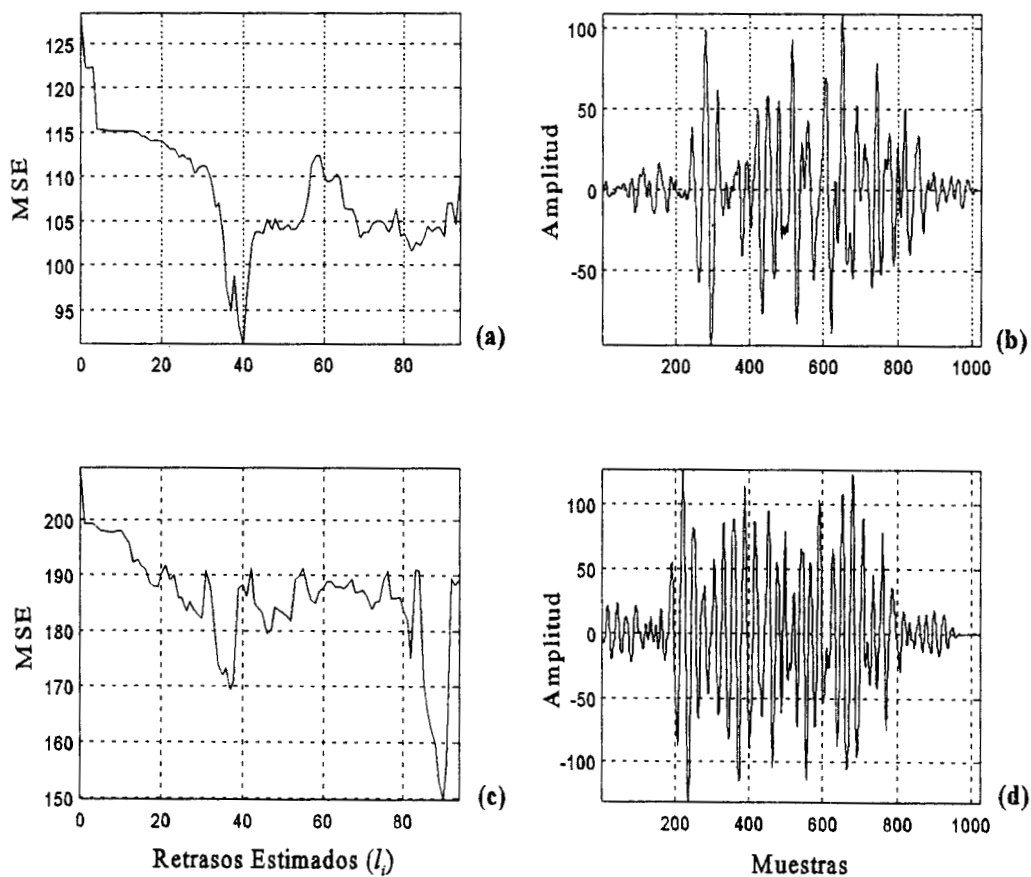


Figura VI.9. (a) curva MSE para el esquema JTDSE utilizando un primer ruido cardíaco como referencia, (b) resultado de la correlación cruzada con un primer ruido cardíaco, (c) curva MSE para JTDSE utilizando un segundo ruido cardíaco como referencia, (d) resultado de la correlación cruzada con un segundo ruido cardíaco.

segundo ruido cardíaco en la señal respiratoria simulada. Para este caso, las Figuras VI.9(a) y (c) muestran las curvas MSE generadas por el esquema GD-JTDSE al tercer nivel de descomposición, las curvas presentan mínimos bien definidos en  $l_1 = 40$  y  $l_2 = 90$ , indicando la presencia de un primer y un segundo ruido cardíaco en la señal sintetizada. Los retrasos estimados se calculan mediante  $\Delta_i = 2^N(l_i - q)$ , con  $q_1 = 5$ ,  $q_2 = 5$  y se presentan en la Tabla VI.2. Las Figuras VI.9(b) y (d) muestran los resultados de la correlación cruzada con retrasos estimados en 649, para el primer ruido cardíaco, y en 218 para el segundo ruido cardíaco.

Finalmente, se explora la ventaja del esquema GD-JTDSE al proporcionar información relativa al retraso a estimar en diferentes subbandas. El esquema propuesto considera que la información relacionada con el retraso temporal entre las señales de referencia y primaria es

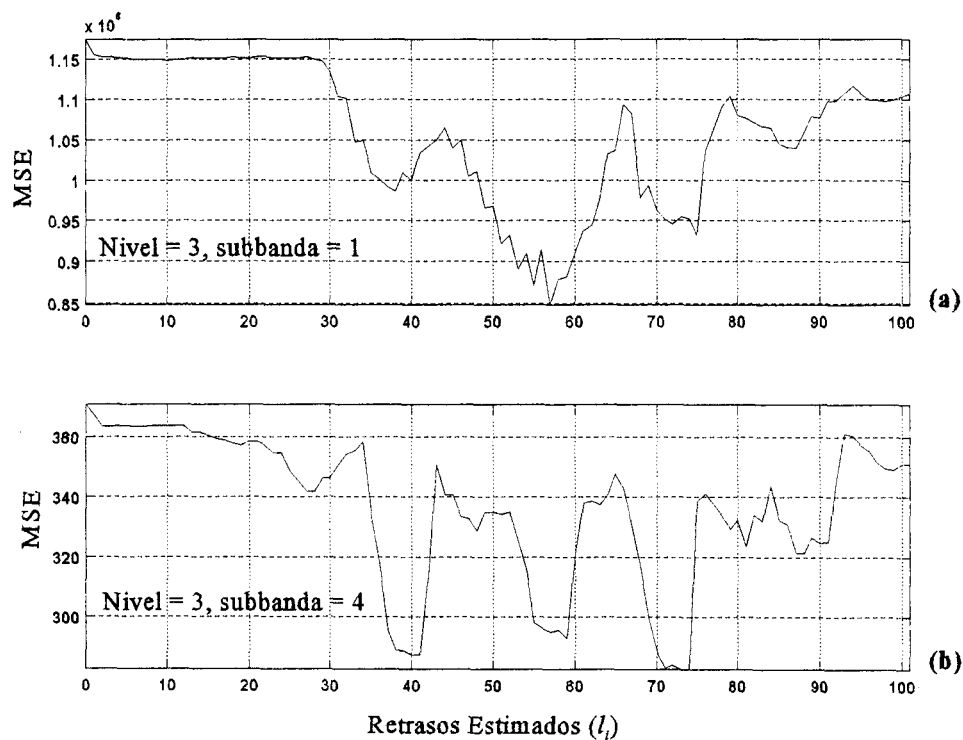


Figura VI.10. Curvas MSE en el tercer nivel de descomposición para la primera y cuarta subbanda.



común a todas las escalas y subbandas de la descomposición por multiresolución. Para mostrar lo anterior, considere las curvas MSE presentadas en las Figuras VI.10(a) y (b) al tercer nivel de descomposición correspondientes a una señal sintetizada  $z(n)$  que contiene cuatro componentes cardiacos en las posiciones 280, 424, 544 y 680, con una SNR = -13.5 dB. La Figura VI.10(a) presenta la curva MSE para la primera subbanda, mientras que la Figura VI.10(b) presenta la curva MSE para la cuarta subbanda. El número de mínimos es igual en ambas subbandas, indicando que la señal sintetizada realmente contiene cuatro componentes cardiacos. Sin embargo, los mínimos en la curva MSE en la cuarta subbanda están más definidos y la curva es menos ruidosa. Por consiguiente, incrementando el número de subbandas relevantes en el esquema GD-JTDSE se puede incrementar la exactitud en los retrasos estimados.

#### **VI.4.2 Resultados en Datos Reales**

El segundo conjunto de datos utilizado en el análisis del esquema GD-JTDSE consiste de sonidos respiratorios reales adquiridos en un sujeto sano y un paciente asmático. En los resultados que a continuación se presentan se realiza una segmentación manual para extraer la sección respiratoria y los ruidos cardiacos de referencia bajo estudio. Sin embargo, es posible implementar un esquema automático de segmentación en base a señales adicionales como el flujo de aire o los cambios de la impedancia eléctrica torácica en el ciclo cardíaco [50]. Las Figuras VI.11(a) y (b) muestran las señales respiratorias adquiridas incluyendo varios ruidos cardiacos. En la señal del sujeto sano es posible observar el componente

cardíaco en la sección respiratoria debido a que la SNR es alta en contraste con el caso asmático. Se considera el caso del sujeto sano para verificar que bajo condiciones de una SNR alta, los resultados del esquema GD-JTDSE y de la correlación cruzada son similares. En

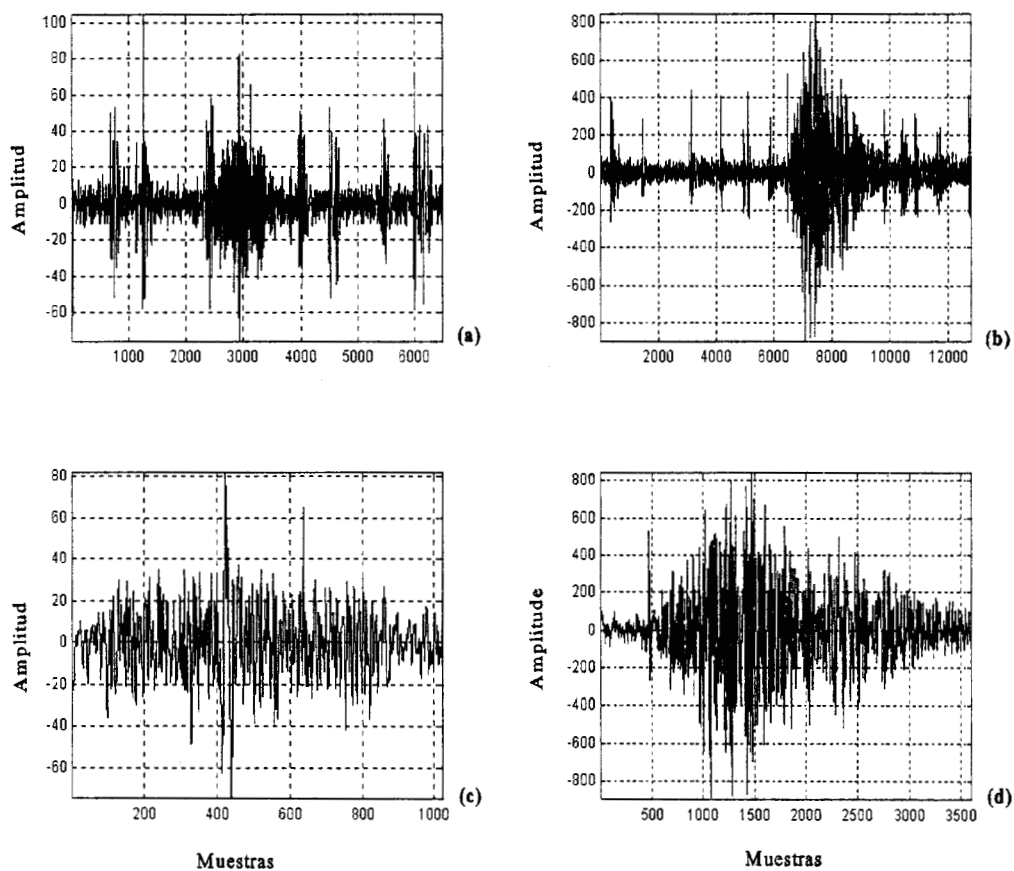


Figura VI.11. (a) señal adquirida de un sujeto sano, (b) señal adquirida de un paciente asmático, (c) sección respiratoria seleccionada manualmente de la señal en (a), (d) sección respiratoria seleccionada manualmente de la señal en (b).

contraste, el caso asmático mostrado en la Figura VI.11(b) y (d) es complicado debido a varios factores tal como la SNR baja y la presencia de múltiples ruidos cardíacos. Las Figuras VI.11(c) y (d) muestran los segmentos respiratorios bajo análisis para el sujeto sano y para

el sujeto asmático.

En general, en casos reales se puede esperar la presencia de múltiples primeros y segundos ruidos cardíacos en la sección respiratoria. Por consiguiente, para lograr una mayor exactitud en los retrasos temporales estimados es necesario analizar los resultados del esquema GD-JTDSE cuando se utilizan como señales de referencia un primer y un segundo ruido cardíaco en forma independiente. Posteriormente, los resultados obtenidos por ambas referencias se pueden combinar para efectos de filtrado de la señal cardíaca.

La Figura VI.12(a) muestra la curva MSE proporcionada por el esquema GD-JTDSE, utilizando un segundo ruido cardíaco como señal de referencia y un filtro adaptable BFTF de octavo orden, para el caso de la Figura VI.11(c). Se presentan únicamente los resultados con el segundo ruido cardíaco debido a que se obtiene una mayor correlación con esta señal de referencia. La curva MSE correspondiente a un primer ruido cardíaco como referencia produce un mínimo aproximadamente en la misma localización que el mostrado en la Figura VI.12(a), es decir, ambas curvas muestran la presencia de un sólo ruido cardíaco. La Figura VI.12(d) muestra el resultado de la correlación cruzada entre la señal mostrada en Figura VI.11(c) y el segundo ruido cardíaco de referencia para este caso. Como se observa, a partir de la curva MSE y del resultado de la correlación cruzada, la localización del ruido cardíaco para la señal respiratoria del sujeto sano se detecta fácilmente. El retraso temporal estimado es de 372 muestras en ambos métodos. Las Figuras VI.12(b), (e), (c) y (f) presentan los estimados respiratorios y cardíacos para ambos esquemas. En términos del TDE de los componentes cardíacos, se considera que este caso es sencillo dado que el ruido cardíaco es prominente en la sección respiratoria. Ambos esquemas proporcionan el mismo valor del

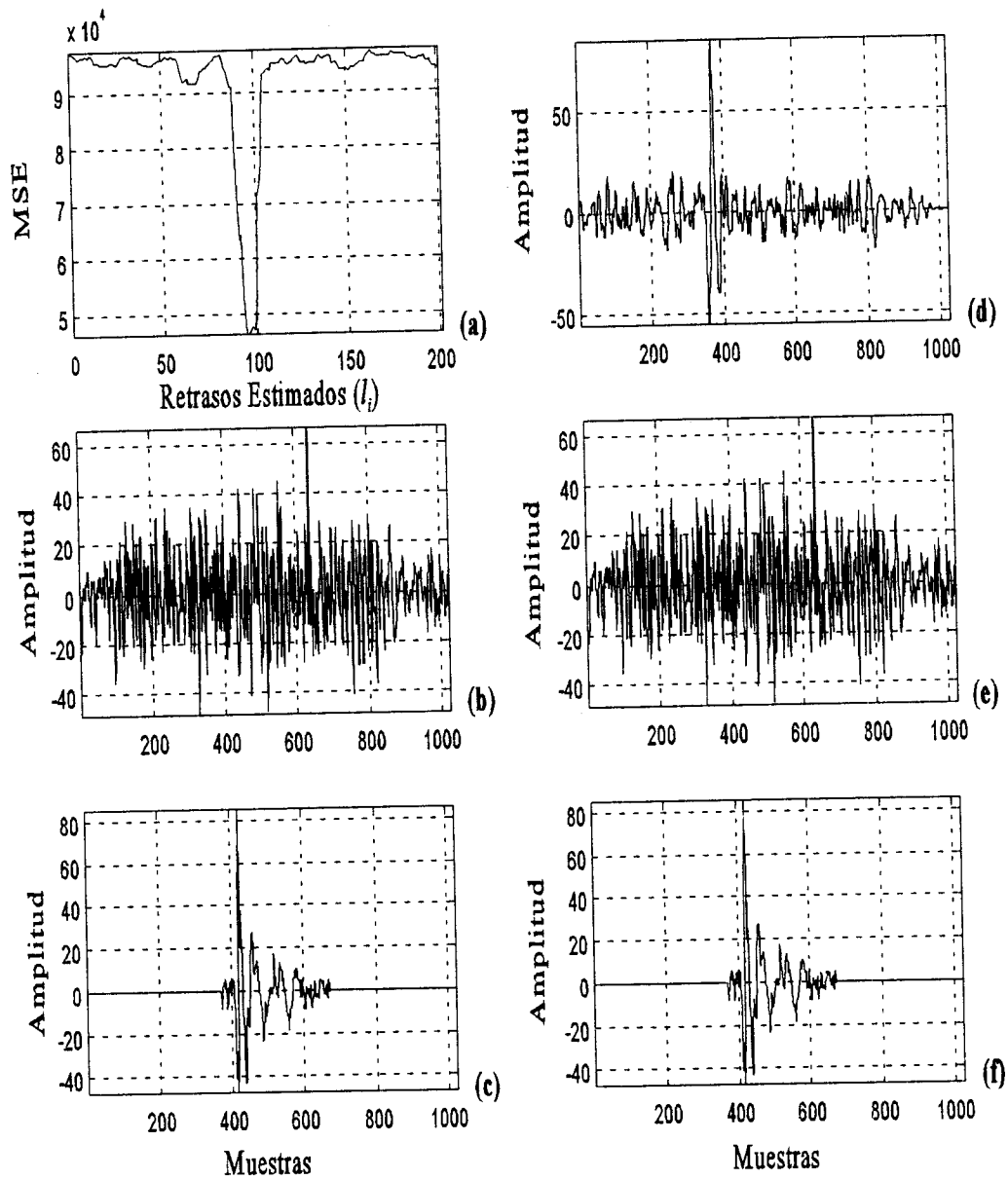


Figura VI.12. (a) curva MSE por JTDSE para un sujeto sano, (b) señal respiratoria estimada por JTDSE, (c) señal cardíaca estimada por JTDSE, (d) resultado de correlación cruzada, (e) señal respiratoria estimada por correlación cruzada, (f) señal cardíaca estimada por correlación cruzada.

retraso estimado y en consecuencia estimados similares de la respiración y del ruido cardíaco involucrados.

En contraste, el caso asmático mostrado en Figuras VI.11(b) y (d) es complicado debido a los factores mencionados. En este caso, debido a la SNR considerablemente baja, el orden del filtro BFTF se incrementa a 20. La Figura VI.13 (a) muestra la curva MSE obtenida mediante el esquema GD-JTDSE cuando se utiliza un primer ruido cardíaco como referencia. La curva MSE presenta mínimos prominentes indicados por *A* y *B* con retrasos estimados,

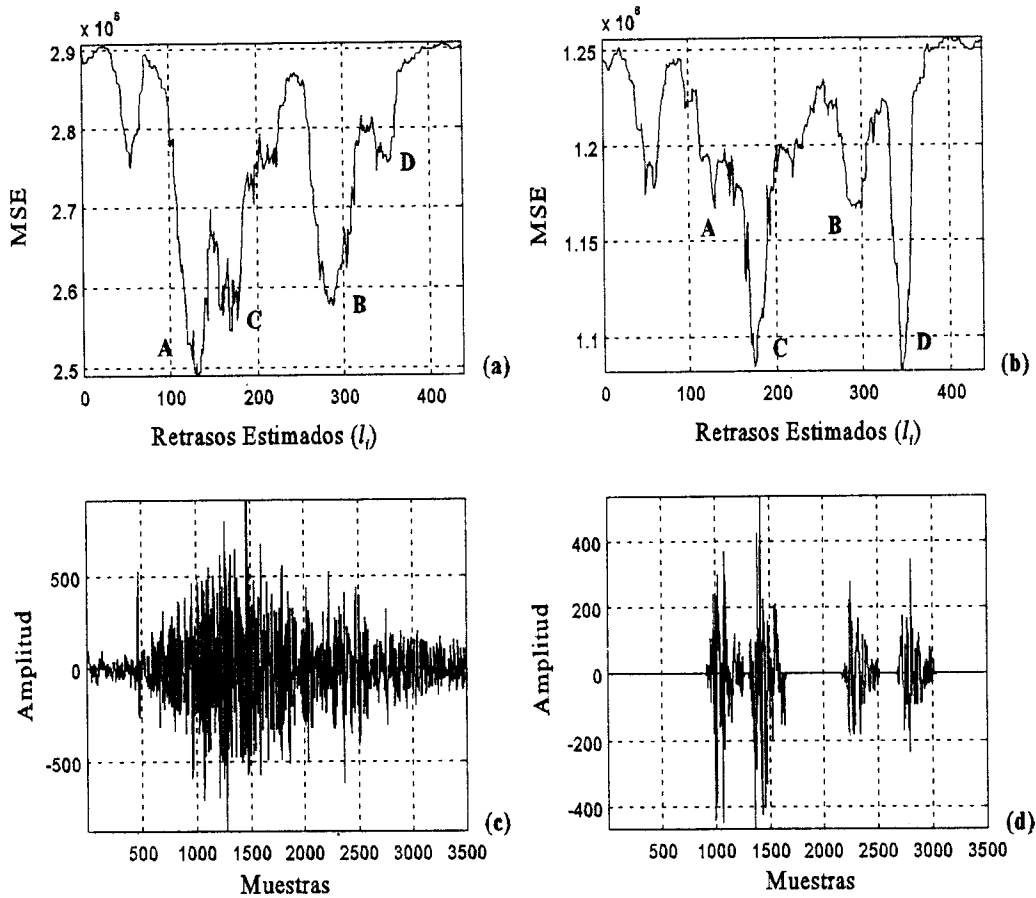


Figura VI.13. (a) curva MSE por JTDSE utilizando un primer ruido cardíaco, (b) curva MSE por JTDSE utilizando un segundo ruido cardíaco, (c) señal respiratoria estimada por JTDSE, (d) ruidos cardíacos estimados por JTDSE.

en la escala de resolución más fina, de 920 y 2168, respectivamente. La Figura VI.14(a) muestra el resultado de la correlación cruzada entre la señal de la Figura VI.11(d) y el primer

ruido cardíaco de referencia seleccionado. En comparación con los resultados del esquema GD-JTDSE, el método de correlación cruzada provee únicamente un retraso temporal en la posición 947. La Figura VI.13(b) presenta la curva MSE cuando un segundo ruido cardíaco se utiliza como señal de referencia para el esquema JTDSE. La curva presenta dos mínimos bien definidos en las posiciones señaladas por *C* y *D* con retrasos temporales estimados en 1312 y 2680. Las posiciones *A*, *B*, *C* y *D* se indican en ambas curvas MSE de las Figuras VI.13(a) y (b) para propósitos de comparación. Considerando las características de las curvas

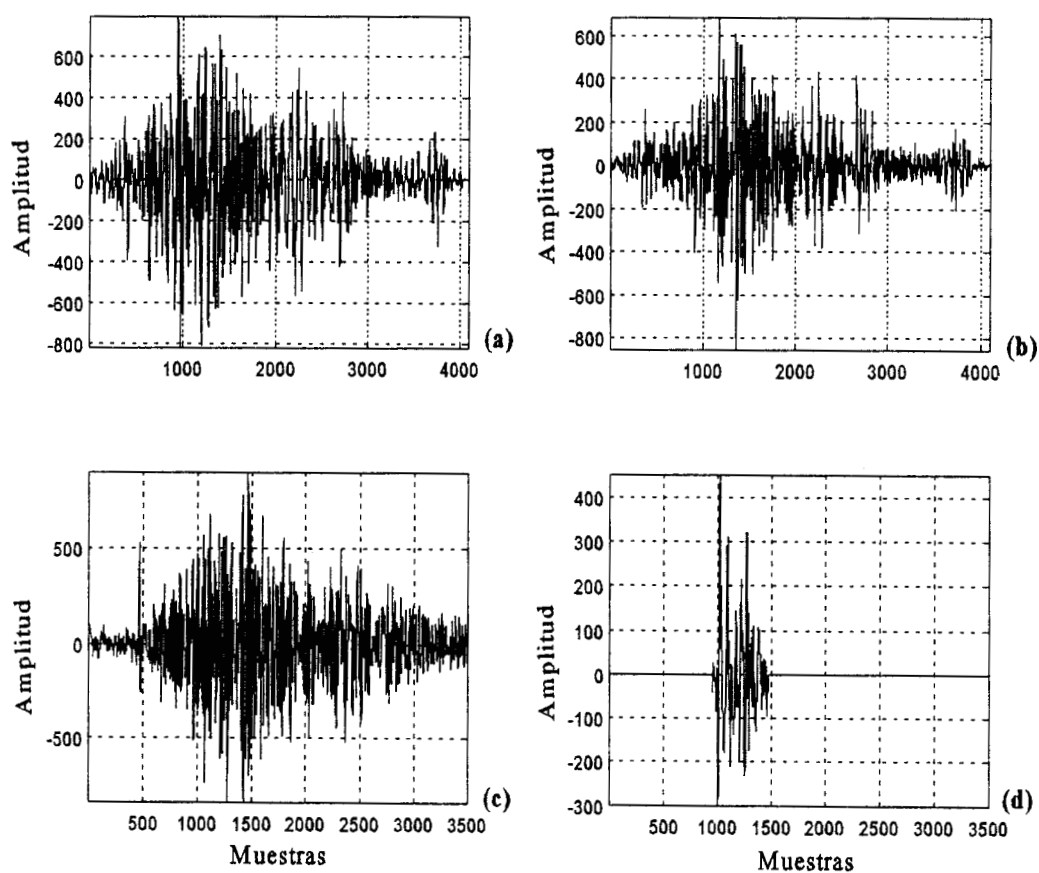


Figura VI.14. (a) correlación cruzada utilizando un primer ruido cardíaco, (b) correlación cruzada utilizando un segundo ruido cardíaco, (c) señal respiratoria estimada por correlación cruzada (d) señal cardíaca estimada por correlación cruzada.

GD. Los resultados con señales sintetizadas demuestran que el esquema propuesto proporciona estimados confiables de los retrasos temporales en ambientes con una SNR baja y ante la presencia de múltiples componentes cardíacos. La capacidad del esquema para resolver componentes cardíacos cercanos también queda demostrado en esta sección. El desempeño del esquema JTDSE se compara con un esquema convencional de filtrado adaptable en conjunto con el método de correlación cruzada. La correlación cruzada provee estimados de los retrasos temporales involucrados, mientras que el filtro adaptable se utiliza con propósitos de separación. Los resultados demuestran que la correlación cruzada no puede minimizar los efectos de los componentes cardíacos en la señal sintetizada, debido a que el número y posición de los componentes se estiman en forma imprecisa, particularmente en ambientes de una SNR baja. Los resultados en datos reales muestran que el esquema representa una alternativa prometedora en aplicaciones prácticas. Se consideran dos casos reales, en el primer caso, la señal adquirida en un sujeto sano presenta un ruido cardíaco prominente en la sección respiratoria. Ambos esquemas, el JTDSE y la correlación cruzada, proporcionan el mismo retraso temporal estimado. Para el segundo caso, correspondiente a un paciente asmático, únicamente el esquema JTDSE provee los estimados de las posiciones de los diferentes ruidos cardíacos.

#### **VI.5. Esquema JTDSE vía el algoritmo LM**

En esta investigación, se propone un segundo algoritmo para la adaptación del retraso temporal que posee la propiedad de interpolar entre los pasos de adaptación del algoritmo de Gauss-Newton y del GD. El algoritmo seleccionado, el LM, se estableció en términos del

MSE, se observa que cuando el primer ruido cardíaco se utiliza como referencia ocurren dos mínimos prominentes en las posiciones *A* y *B*, indicando una mayor correlación en esas posiciones, mientras que los mínimos en las posiciones *C* y *D* son menos prominentes. Por otro lado, cuando se utiliza un segundo ruido cardíaco como referencia, los mínimos en las posiciones *C* y *D* llegan a ser prominentes mientras que aquellos en *A* y *B* se reducen en magnitud para esta señal de referencia. Considerando los cambios y similitudes en las posiciones de los mínimos, se concluye que existen dos primeros y dos segundos ruidos cardíacos en la señal respiratoria bajo estudio mostrada en la Figura VI.11(d). En contraste, la Figura VI.14(b) presenta el resultado de la correlación cruzada, utilizando el segundo ruido cardíaco como referencia, indicando la presencia de un sólo componente cardíaco en la posición 1170.

El proceso de separación de señales se efectúa mediante el esquema GD-JTDSE y el esquema formado por la combinación de la correlación y el filtrado adaptable convencional. Las Figuras VI.13(c) y (d) muestran los estimados respiratorios y cardíacos para el esquema GD-JTDSE, mientras que las Figuras VI.14(c) y (d) presentan los estimados correspondientes al método de correlación cruzada. Como se puede observar, el estimado del ruido cardíaco proporcionado por la combinación de la correlación cruzada y el filtro adaptable, presenta una amplitud considerable debido a que la correlación cruzada no detecta las posiciones de múltiples componentes cardíacos.

### **VI.4.3. Discusiones**

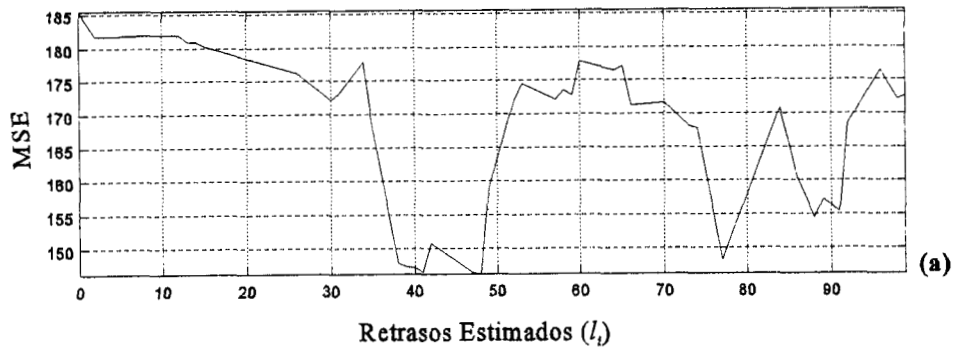
En esta sección, la adaptación del retraso en el esquema JTDSE se basa en el algoritmo



problema de cancelación de interferencias considerado por el esquema JTDSE. El esquema LM-JTDSE se analiza con señales sintetizadas y reales, comparando sus resultados con los obtenidos por el esquema GD-JTDSE. Para generar la señal sintetizada se utiliza el procedimiento explicado en la introducción de este capítulo. El conjunto de datos reales es igual al utilizado en el análisis del esquema GD-JTDSE.

### VI.5.1. Resultados en Datos Sintetizados

Esta sección se limita a la discusión del quinto caso de la Tabla VI.2, en donde se consideran componentes cardiacos cercanos en la señal respiratoria simulada. En el capítulo VII se proporcionan ejemplos adicionales utilizando el esquema LM-JTDSE en problemas relacionados con la detección submarina de objetos. La Figura VI.15(a) presenta la curva MSE al tercer nivel de descomposición para el quinto caso. La curva presenta cuatro mínimos bien definidos en las posiciones temporales  $l_1 = 40$ ,  $l_2 = 47$ ,  $l_3 = 77$  y  $l_4 = 88$ . Los retrasos estimados se calculan mediante  $\Delta_i = 2^N(l_i - q)$  con  $q_1 = 5$ ,  $q_2 = 5$ ,  $q_3 = 1$  y  $q_4 = 3$  generando los valores estimados, en la escala de resolución más fina, 280, 336, 608 y 680, respectivamente. Comparando la Figura VI.15(a) con la Figura VI.8(a), se observa que ambas curvas presentan cuatro mínimos bien definidos, sin embargo, en el caso del esquema LM-JTDSE la aproximación a los mínimos de la curva es más suave e involucra menos pasos de adaptación. En otras palabras, el algoritmo GD requiere de un número mayor de valores estimados para alcanzar los mismos valores finales que el algoritmo LM. Para este caso, el número de pasos de adaptación requeridos por el LM son menos del 50% de los requeridos por el algoritmo GD. En general, las curvas obtenidas por el GD-JTDSE presentan un mayor



Retraso estimado ( $l_t$ ):	40	47	77	88
Posición del máximo peso ( $q$ ):	5	5	1	3
Retraso estimado final ( $\Delta_t$ ):	280	336	608	680

(b)

Figura VI.15. (a) curva MSE para el esquema JTDSE utilizando el algoritmo LM en la adaptación del retraso, (b) retrasos estimados, posiciones del máximo peso del filtro y valores estimados finales.

nivel de ruido que las curvas obtenidas por el LM-JTDSE, una situación que es relevante para la selección de los mínimos y en consecuencia, para la estimación de los retrasos temporales.

### VI.5.2. Resultados en Datos Reales

El conjunto de datos reales en esta sección es igual al utilizado con el esquema GD-JTDSE. La Figura VI.16(a) muestra la sección respiratoria seleccionada manualmente de la señal adquirida en un sujeto sano (Figuras VI.11(a) y (c)). La Figura VI.16(b) muestra la curva MSE obtenida con el esquema LM-JTDSE con un filtro adaptable BFTF de octavo orden y un segundo ruido cardíaco utilizado como referencia. La curva MSE presenta un

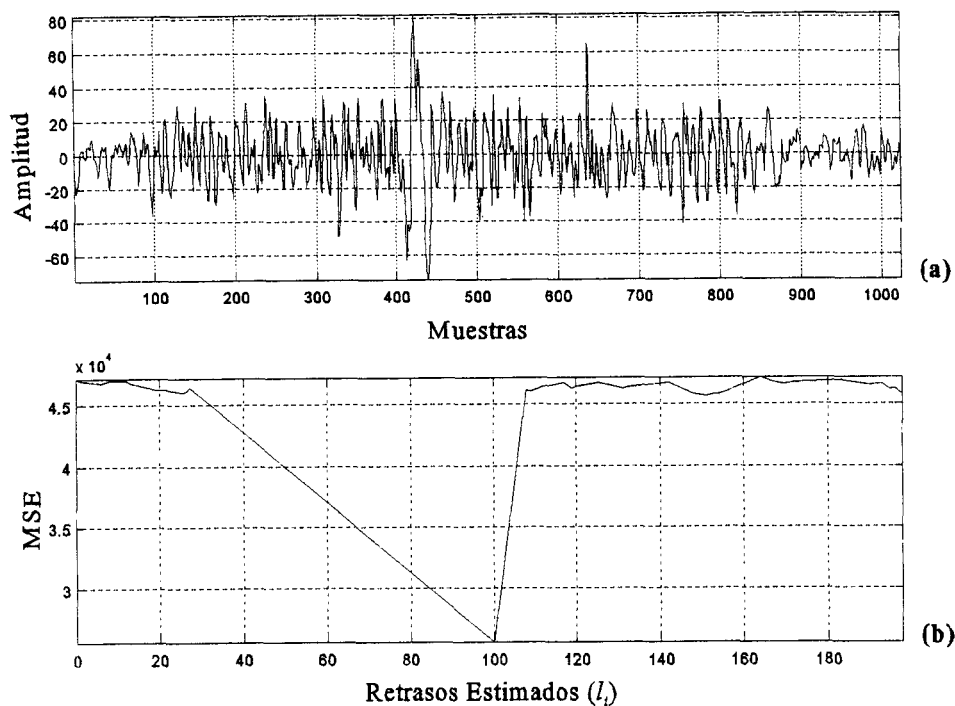


Figura VI.16. (a) sección respiratoria, (b) curva MSE obtenida con el esquema LM-JTDSE.

mínimo prominente indicando la presencia de un ruido cardíaco. En este caso los resultados de ambos esquemas, GD y LM-JTDSE, coinciden en la localización del retraso temporal. Sin embargo, el esquema LM-JTDSE requiere menos del 25% de los pasos de adaptación requeridos por el esquema GD-JTDSE

La Figura VI.17 muestra el segundo de los casos reales correspondiente a un paciente asmático. La Figura VI.17(a) muestra la curva MSE obtenida por el esquema LM-JTDSE, cuando se utiliza como referencia un primer ruido cardíaco. La curva MSE presenta mínimos prominentes en las posiciones indicadas por *A* y *B* con retrasos estimados en 936 y 2208, respectivamente. La Figura VI.17(b) presenta la curva MSE cuando se utiliza un segundo ruido cardíaco como señal de referencia. En este caso, la curva MSE presenta dos mínimos

bien definidos en las posiciones señaladas por *C* y *D*, con retrasos temporales estimados en 1304 y 2688. Los mínimos prominentes en *A* y *B*, en la Figura VI.17(a), indican un incremento en la similitud entre las señales de referencia e interferencia en esas posiciones, mientras que los mínimos en las posiciones *C* y *D* son menos prominentes. Por otro lado, cuando se utiliza un segundo ruido cardíaco como referencia, los dos mínimos en *C* y *D* llegan a ser más prominentes que los localizados en las posiciones *A* y *B*. En consecuencia, se concluye que en la sección respiratoria bajo análisis existen dos primeros y dos segundos ruidos cardíacos. Además, al comparar las curvas MSE mostradas en la Figura VI.17(a) y (b) con las obtenidas por el esquema GD-JTDSE en la Figuras VI.13(a) y (b), es posible observar

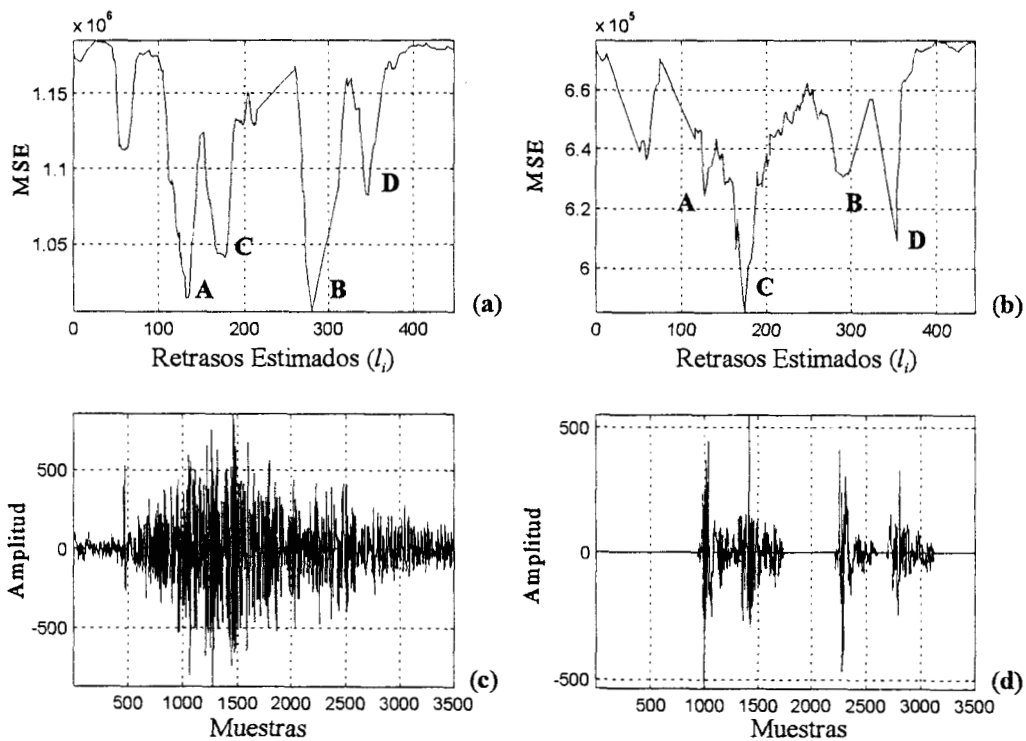


Figura VI.17. (a) curva MSE por el esquema LM-JTDSE utilizando un primer ruido cardíaco como referencia, (b) curva MSE por el esquema LM-JTDSE utilizando un segundo ruido cardíaco como referencia, (c) señal respiratoria estimada, (d) señal cardíaca estimada.

que existe un incremento en la definición de los mínimos en la Figura VI.17 obtenidos con el esquema LM-JTDSE, así como una disminución del ruido al evitar pasos de adaptación del retraso innecesarios. Este incremento en la definición morfológica de los mínimos impacta directamente en la estimación de los retrasos temporales. La Figura VI.17(c) y (d) presentan los estimados de la señal respiratoria y señal cardíaca para este segundo caso real. Se observa una mejor estimación de las amplitudes de los ruidos cardiacos en Figura VI.17(d) en comparación a los estimados de la Figura VI.13(d).

### VI.5.3. Discusiones

El esquema multiresolución JTDSE, utilizando el algoritmo de Levenberg-Marquardt (LM) para la adaptación del retraso temporal, se analiza utilizando señales respiratorias sintetizadas y adquiridas. Se observa que con señales sintetizadas, el esquema propuesto proporciona una estimación confiable de los retrasos temporales en ambientes de baja SNR y múltiples componentes cardiacos presentes en la señal respiratoria. La capacidad del esquema para determinar la posición temporal de componentes cardiacos cercanos es evidente. La reducción en el número de pasos de adaptación requeridos por el algoritmo LM en comparación con el algoritmo GD no necesariamente indica una reducción en el tiempo de procesamiento. Sin embargo, el aspecto de mayor relevancia del algoritmo LM en el esquema de multiresolución JTDSE radica en que no existe la necesidad de seleccionar un parámetro de adaptación en la determinación del retraso  $\Delta V_p$ , en contraste con el algoritmo GD el cual depende fuertemente del parámetro  $\mu$  seleccionado. Por otro lado, los resultados con datos reales muestran que el esquema LM-JTDSE representa un alternativa prometedora en

problemas prácticos.

## VI.6. Conclusiones

El algoritmo LM se propone como una alternativa para evitar las desventajas relacionadas con la búsqueda del mínimo presentadas por el algoritmo GD. Las características del algoritmo LM lo sitúan como una técnica atractiva para la adaptación del retraso en el esquema de multiresolución JTDSE. Una desventaja del algoritmo GD es la selección del parámetro  $\mu$ ; un valor considerable puede provocar inestabilidad en el esquema GD-JTDSE, y en consecuencia no detectar los mínimos. En contraste, un valor pequeño de  $\mu$  incrementa el tiempo requerido por el algoritmo para encontrar los valores mínimos.

Los resultados del LM-JTDSE indican que el esquema representa una alternativa relevante en aplicaciones que requieren la estimación del retraso temporal y la cancelación de interferencias. Los resultados en datos reales, en contraste con los resultados del ROKF y del GD-JTDSE, muestran que el esquema LM-JTDSE presenta un mejor desempeño en la detección de múltiples fuentes de interferencia. El esquema LM-JTDSE, en comparación con el esquema GD-JTDSE, muestra además una mejor definición de la morfología de la curva MSE evitando pasos de adaptación del retraso innecesarios, impactando directamente la estimación de los retrasos temporales.

Posiblemente la aplicación clínica del esquema requiera su diseño en circuitería, que incorpore las bondades del procesamiento en paralelo, inherente al análisis por multiresolución. Señales biomédicas como el flujo de aire y la impedancia eléctrica torácica pueden usarse para la segmentación automática del sonido respiratorio de la señal adquirida.

## CAPITULO VII

### APLICACION DEL ESQUEMA DE MULTIRESOLUCION JTDSE EN OTRAS AREAS: DETECCION SUBMARINA DE OBJETOS (UTD)

#### VII.1. Introducción

El problema de detección acústica de objetos elásticos bajo el agua ha recibido considerable atención en la última década. Se ha demostrado que a ciertas frecuencias las señales acústicas de retorno “acoustic backscatter signal” (ABS) contienen información acerca de las señales relacionadas con la señal incidente “specular signals” (SS) y el comportamiento resonante, que depende de las propiedades físicas del objeto [55]. Sin embargo, el separar los componentes resonantes de los componentes SS en la señal de ABS adquirida, es un problema difícil, especialmente en presencia de ruido.

Diversos esquemas de procesamiento se han propuesto para la extracción de información resonante de objetos de forma esférica o cilíndrica sumergidos en agua, a partir de la señal acústica de retorno [51]-[54]. El análisis tiempo-frecuencia, mediante la distribución de Wigner-Ville, de la respuesta a impulso de objetos esféricos se ha utilizado para caracterizar las ondas acústicas generadas por la superficie del objetos [51]. En [52] la transformada de ondillas, mediante una “mother wavelet” formada por cinco ciclos de la ondilla Gaussiana modulada cosenoidalmente, se utilizó en el análisis de la respuesta a impulso de objetos

esféricos de grosor diferente. Telfer y colaboradores [53] desarrollaron un clasificador basado en la transformada de ondillas, empleando una red neuronal, para discriminar adaptablemente información relativa al objeto en términos de la localización, tamaño y pesos de funciones Gaussianas en el tiempo. De Billy utiliza la STFT para determinar el espectro de la señal resonante de objetos cilíndricos [54]. En [55] se desarrolla un esquema de filtrado adaptable, en base al algoritmo RLS, para la separación de los componentes resonantes y SS en la señal acústica de retorno originados por objetos de forma arbitraria. A diferencia de los métodos previos, el esquema no requiere de suposiciones relativas al modelo del retorno acústico del objeto elástico, así como de información estadística *a priori* de la señales involucradas. Además, el método propuesto en [55] ofrece robustez en presencia de ruido, un buen desempeño para señales ABS relativamente estacionarias y es adecuado para procesamiento en línea. Sin embargo, los resultados indican que para ciertos ángulos de la señal incidente en donde la señal ABS exhibe comportamiento no estacionario, el sistema intenta seguir las variaciones de la señal. El problema puede disminuirse si la capacidad de seguimiento “tracking” del algoritmo de adaptación puede modificarse dependiendo de la presencia o ausencia de la señal resonante. En [56], bajo la premisa de que existe un retraso temporal entre los componentes resonantes y SS en la señal ABS, se sugirió un esquema basado en algoritmo BFTF modificado, algoritmo que posee una capacidad de “tracking” flexible y mecanismos para la transferencia del vector de pesos del filtro entre bloques. La implementación del esquema utilizando el BFTF original se consideró en [45]. La comparación de resultados entre el esquema propuesto y el esquema en base al RLS, indican una mejora notable en la estimación de los componentes resonantes y SS. Sin embargo, la



principal limitación del esquema propuesto en [56], y en general de los esquemas adaptables en el dominio del tiempo, es que su desempeño depende notablemente de la alineación temporal entre la señal incidente y la señal acústica de retorno. Además, el esquema propuesto en [56] es ineficiente en la identificación y separación de múltiples componentes SS.

Para separar múltiples componentes relacionados con la señal incidente (SS) a partir de la señal acústica de retorno (ABS) es imprescindible la estimación exacta de los retrasos temporales involucrados, es decir, es necesario determinar los retrasos temporales en los cuales ocurre cada retorno SS. En problemas reales, los métodos convencionales para el TDE han demostrado un éxito limitado, especialmente en presencia de niveles de ruido considerables [13].

## **VII.2. Resultados en Señales Acústicas de Retorno (ABS)**

### **VII.2.1 Metodología**

En este capítulo, el esquema en subbandas LM-JTDSE se aplica a problemas de detección submarina mediante señales acústicas de retorno (ABS) sintetizadas y adquiridas, con el objetivo de analizar la efectividad del esquema para resolver múltiples retornos SS. La señal de referencia corresponde a la señal ABS, mientras que la señal deseada corresponde a la señal incidente. En el caso de señales sintetizadas, los parámetros de simulación relevantes incluyen componentes SS de baja amplitud, variación de las separaciones temporales y diversas condiciones de la relación señal a ruido (SNR) [55]. Sean  $y(n)$  y  $x(n)$  la señal ABS sintetizada y la señal incidente respectivamente, el modelo matemático para  $y(n)$  que consiste de múltiples retornos SS, componentes resonantes y ruido de medición está dado por:

$$y(n) = \sum_{i=1}^M A_i x(n - \Delta_i) + v(n), \quad (\text{VII.1})$$

en donde el primer término representa el efecto de  $M$  retornos SS con amplitudes  $A_i$ , y retrasos  $\Delta_i$ , y el segundo término representa colectivamente los efectos de componentes resonantes y ruido aditivo. Las señales de retorno SS se obtienen directamente a partir de la señal incidente en el modelo (VII.1) dado que ambas señales se encuentran fuertemente correlacionadas [55]. En la Tabla VII.1 se muestran los retrasos y las correspondientes amplitudes de cada componente SS, así como las condiciones de SNR. Las señales ABS en los casos 1 y 3 contienen cuatro componentes con una separación temporal de más de 100 muestras, sin embargo, los componentes en el tercer caso presentan una amplitud menor. El caso 2 contiene componentes con únicamente 40 muestras de separación, mientras que el caso 4 contiene tres componentes con más de 100 muestras de separación, sin embargo, el primer componente presenta un retraso temporal diferente de cero. Los casos 1 a 4 mantienen la SNR constante mientras que en los casos 5 y 6 se simula un deterioro de la relación SNR del caso 4. Es importante señalar, que los valores de SNR reportados en la Tabla VII.1 no reflejan las condiciones particulares de amplitud de cada componente SS, para los cuales se obtendrían SNR bastante menores; los valores de SNR se obtienen considerando la participación global de los componentes SS involucrados.

El esquema LM-JTDSE se utiliza para estimar los retrasos  $\Delta_i$  y separar los componentes SS a partir de la señal ABS. Las señales sintetizadas se descomponen en tres niveles de multiresolución mediante la DWT utilizando la ondilla de Daubechies [29]. Los efectos de borde “edge effects” en el cálculo de los coeficientes de la DWT para señales de longitud finita, se consideran mediante las extensiones simétricas de las señales originales. En todos

los casos, se utiliza un filtro transversal rápido a bloques (BFTF) de octavo orden dentro del esquema LM-JTDSE. La tarea del filtro adaptable BFTF es enfatizar las secciones de la señal ABS similares en forma a la señal incidente, incrementando su correlación o similitud cuando el MSE alcanza su valor mínimo. Los retrasos  $\Delta_i$  de los componentes SS se determinan en base al análisis de las curvas del error cuadrático medio (MSE) producidas por el esquema propuesto seleccionando los mínimos relevantes mediante el procedimiento descrito en la sección de metodología del capítulo VI.

### VII.2.2. Resultados en Datos Sintetizados

Para propósitos de la evaluación del esquema propuesto se sintetizaron seis señales ABS, con los retrasos temporales y amplitudes mostrados en la Tabla VII.1 para cada componente SS. La Tabla VII.1 también muestra las condiciones de SNR de los casos sintetizados. Los

TABLA VII.I. AMPLITUD Y RETRASOS ORIGINALES PARA SEÑALES ACOUSTICAS DE RETORNO (ABS) SIMULADAS.

Caso	SNR(dB)	Amplitud	Retrasos Originales	Retrasos Estimados
1	15	1, 0.5, 0.4, 0.5	0, 150, 280, 420	0, 144, 288, 428
2	15	1, 0.8, 0.7, 0.5	0, 220, 360, 400	0, 240, 368, 408
3	15	1, 0.2, 0.3, 0.2	0, 150, 270, 370	0, 144, 368
4	15	1, 0.5, 0.7	60, 300, 422	60, 300, 420
5	10	1, 0.5, 0.7	60, 300, 422	60, 292, 416
6	2	1, 0.5, 0.7	60, 300, 422	60, 308, 428

retrasos temporales estimados por el esquema LM-JTDSE se muestran en la quinta columna de la Tabla VII.1. Las Figuras VII.1(a)-VII.1(d) presentan la señal incidente y tres ejemplos de la señales simuladas ABS, correspondientes al primer, cuarto y sexto casos de la Tabla

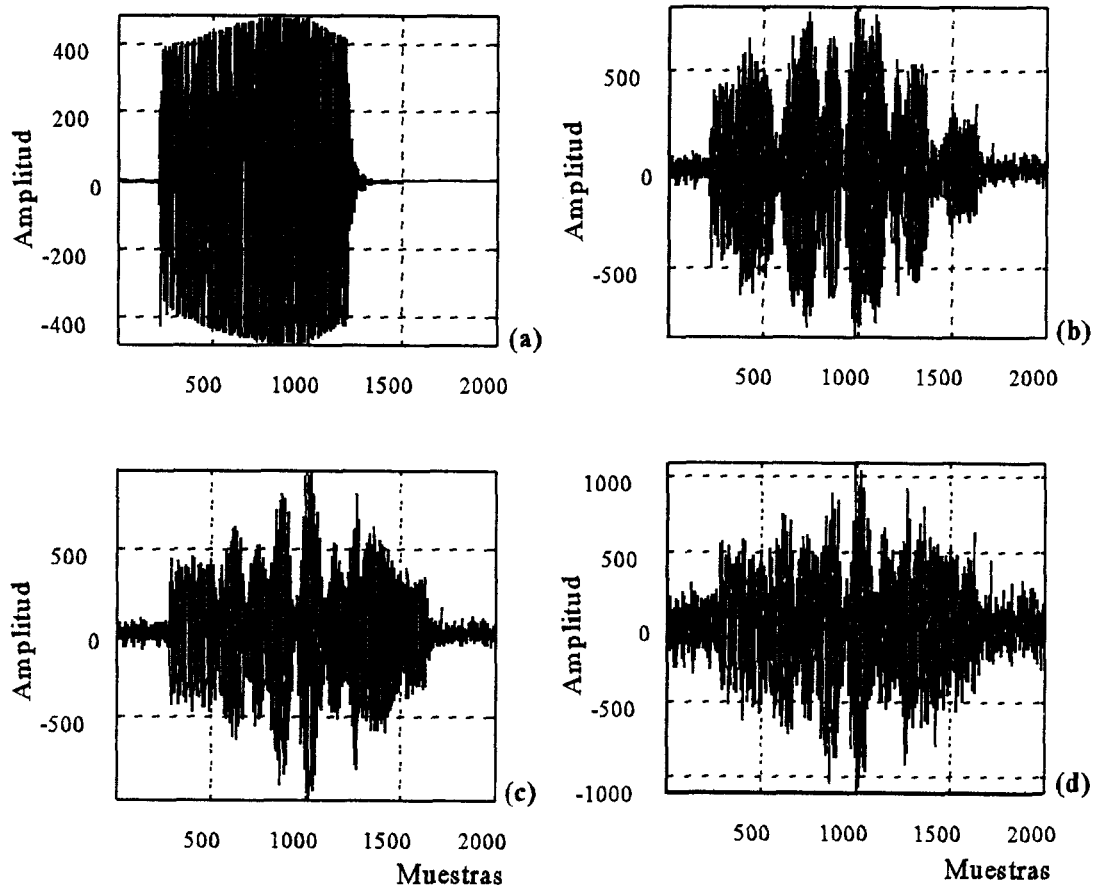


Figura VII.1. (a) Señal FM incidente, (b) y (c) señales sintetizadas ABS para el primer y cuarto caso de Tabla VII.1 (SNR=15 dB), (d) señal sintetizada ABS para el sexto caso (SNR=2 dB).

VII.1. Para las señales en Figuras VII.1 (b) y (c), el valor de SNR es de 15 dB, mientras que para la señal en Figura VII.(d) es de 2 dB.

Las curvas MSE para los casos 1 al 4 de Tabla VII.1, generadas en base a las secuencias de aproximación pasa baja en la descomposición de multiresolución, se muestran en la Figura VII.2. Las Figuras VII.2(a) y (d) presentan las curvas MSE al segundo nivel de descomposición para el primer y cuarto casos, mientras que las Figuras VII.2(b) y (c) presentan las curvas MSE al tercer nivel de descomposición para el segundo y tercer casos.

El motivo de seleccionar un nivel diferente para el segundo y tercer casos se discute posteriormente. Las curvas MSE en todos los casos indican la presencia de varios componentes en la señal ABS, como es evidente por la existencia de diferentes mínimos, siendo el primero el más prominente.

Para el primer caso mostrado en la Figura VII.2(a), la curva de MSE presenta cuatro mínimos bien definidos en el segundo nivel de descomposición por multiresolución, con retrasos estimados  $l_1 = 1$ ,  $l_2 = 36$ ,  $l_3 = 72$  y  $l_4 = 113$ . Los retrasos se corrigen mediante el retraso correspondiente al peso del filtro BFTF de máximo valor absoluto, es decir,  $q_1 = 1$ ,  $q_2 = 0$ ,  $q_3 = 0$  y  $q_4 = 6$ , respectivamente. Los retrasos estimados corregidos se multiplican por  $2^N$ , es decir,  $2^N(l_i - q)$ , en donde  $N=2$ , proporciona los retrasos estimados de  $\Delta_i$ , mostrados en

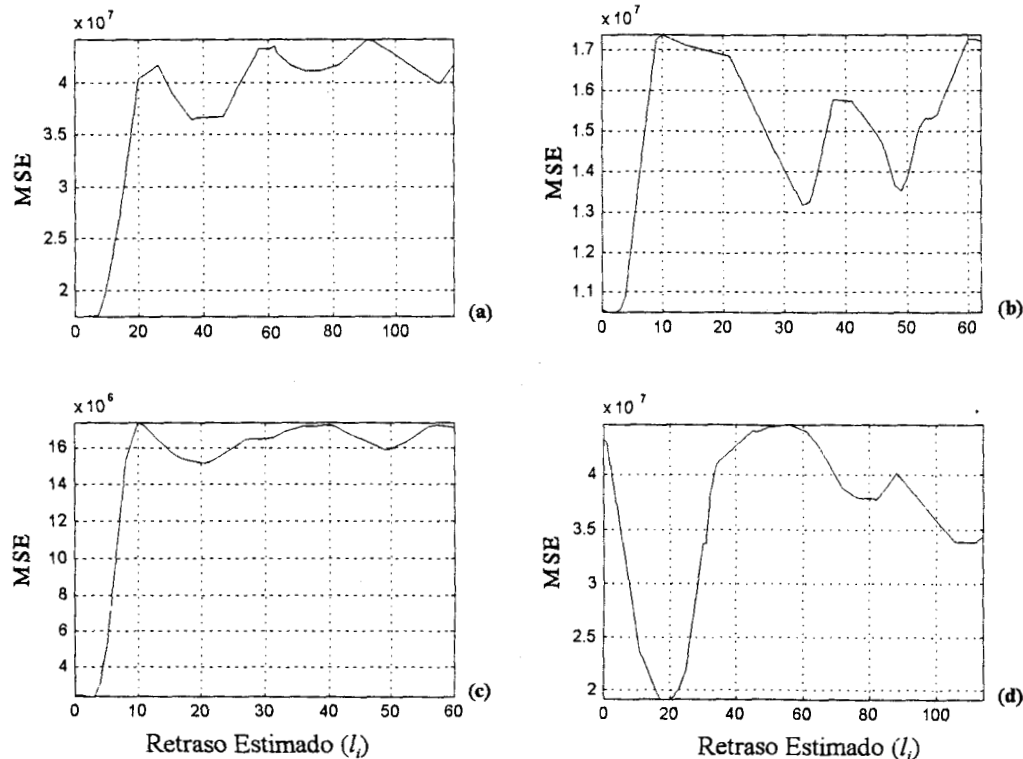


Figura VII.2. (a), (b), (c) y (d) representan las curvas MSE para los casos 1-4 de Tabla VII.1.

la Tabla VII.1. Debido a que las curvas MSE en el segundo y tercer nivel de descomposición concuerdan en el número de mínimos presentes en la señal ABS, la estimación del retraso temporal se efectúa en el segundo nivel de acuerdo a las reglas de selección previamente establecidas. El retraso en la posición 0 se estimó en forma exacta, mientras que los estimados para el segundo, tercer y cuarto retrasos temporales se obtuvieron con un error  $\leq 2$  muestras, comparados con los valores originales en el segundo nivel de descomposición. La inexactitud en la estimación del segundo retraso es atribuible a que el valor original del retraso no es divisible por 4.

Para el segundo y tercer casos de Tabla VII.1, se requirió utilizar un tercer nivel de descomposición debido a que el número de mínimos no coinciden con el número de mínimos en el segundo nivel. Como consecuencia de la descomposición de multiresolución, las secuencias en los niveles de descomposición altos están menos correlacionadas que las secuencias en los niveles bajos, proporcionando una mejor separación de los componentes SS en la señal ABS. Lo anterior, mejora la convergencia del algoritmo LM. La Figura VII.2(b) presenta la curva MSE para el segundo caso de la Tabla VII.1, en donde se observan tres mínimos bien definidos en los retrasos temporales  $l_1 = 2$ ,  $l_2 = 33$  y  $l_3 = 49$ . El cuarto mínimo en la posición  $l_4 = 54$  no es prominente como el resto, sin embargo, el esquema LM-JTDSE aún puede detectarlo. Los valores de  $l_i$  se corrigen mediante el retraso del peso del filtro BFTF de máximo valor absoluto  $q_1 = 2$ ,  $q_2 = 3$ ,  $q_3 = 3$  y  $q_4 = 3$ , respectivamente. El primer retraso se estima en forma exacta, mientras que la inexactitud en el estimado del segundo retraso se atribuye a que el valor original del retraso no es divisible por 8. Los estimados del tercer y cuarto retrasos difirieron en una muestra con los retrasos originales en el tercer nivel

de descomposición.

La Figura VII.2(c) presenta la curva MSE para el tercer caso de Tabla VII.1. En este caso se presentan tres mínimos bien definidos con retrasos estimados en la escala de resolución más fina de 0, 144 y 368, estimados a partir de las posiciones al tercer nivel de descomposición  $l_1 = 1$ ,  $l_2 = 21$  y  $l_3 = 49$ . Los retrasos introducidos por el filtro son  $q_1 = 1$ ,  $q_2 = 3$  y  $q_3 = 3$ , respectivamente. El primer retraso se estima en forma precisa. El segundo y tercer retrasos originales no son divisibles por 8, en cuyo caso el esquema LM-JTDSE proporciona el estimado más cercano localizados en las posiciones 144 y 368. El tercer componente SS con un retraso original de 270 no se detectó, debido posiblemente a su baja amplitud e interacción con el resto de los componentes SS.

La Figura VII.2(d) presenta la curva MSE para el cuarto caso de Tabla VII.1; la curva MSE en el segundo nivel de descomposición presenta tres mínimos bien definidos. Las curvas MSE del segundo y tercer nivel de descomposición coinciden en el número de mínimos detectados. El primer y segundo retraso se estiman exactamente en las posiciones 60 y 300, con retrasos  $l_i$  en el segundo nivel de descomposición  $l_1 = 17$  y  $l_2 = 81$  corregidos por los retrasos del filtro  $q_1 = 2$  y  $q_2 = 6$ , respectivamente. Para el tercer retraso en este caso, el esquema LM-JTDSE proporciona un valor estimado de 420, en comparación con el valor original de 422.

El quinto y sexto casos de Tabla VII.1 muestran la robustez del esquema LM-JTDSE en ambientes con una SNR baja. Ambos casos se generan a partir de los retrasos originales del cuarto caso de Tabla VII.1 con una SNR de 10 y 2 dB, respectivamente. Las Figuras VII.3(a) y (b) presentan las curvas MSE en estos dos casos para el segundo nivel de descomposición.

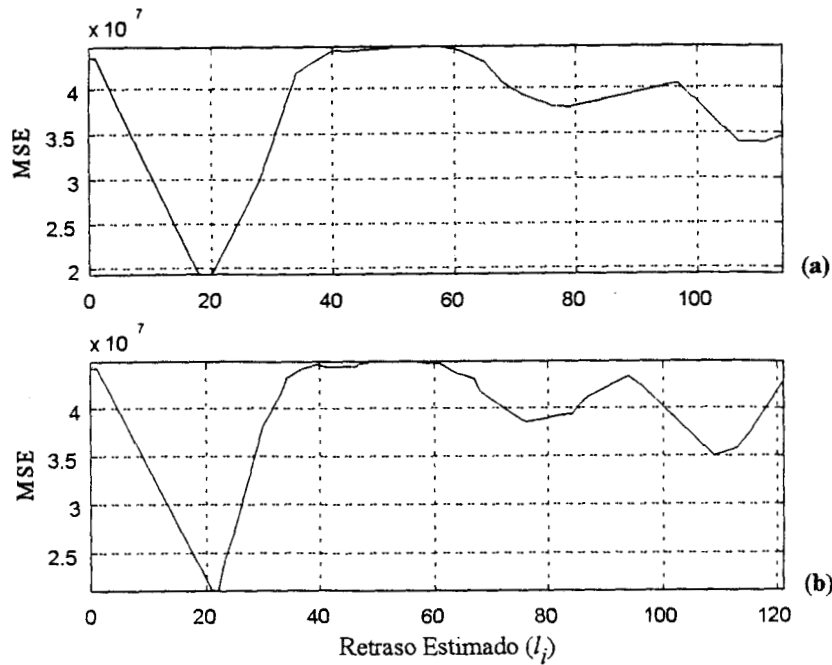


Figura VII.3. (a) curva MSE para el quinto caso de Tabla VII.1 (SNR = 10 dB), (b) curva MSE para el sexto caso (SNR = 2 dB).

Ambas curvas MSE muestran tres mínimos bien definidos, con una diferencia en la estimación del retraso de  $\leq 2$  muestras en comparación con los retrasos originales, en el segundo nivel de descomposición. Los retrasos estimados para el quinto caso corresponden a 60, 292 y 416, mientras que para el sexto caso los retrasos estimados son 60, 308 y 428.

Finalmente, el desempeño del algoritmo LM para la adaptación del retraso  $l_i$  en el esquema JTDSE se compara con el desempeño del algoritmo GD. Como se mencionó en el capítulo V, el algoritmo GD es un método sencillo para la adaptación de  $l_i$ . En este caso, la señal sintetizada ABS correspondiente al quinto caso de Tabla VII.1 se considera como la señal deseada del esquema JTDSE. La Figura VII.3(a) y la Figura VII.4 presentan las curvas MSE al segundo nivel de descomposición para el esquema LM-JTDSE y para el GD-JTDSE, respectivamente. Ambas curvas muestran tres mínimos bien definidos, sin embargo, la curva



MSE del algoritmo LM en Figura VII.3(a) se muestra menos ruidosa que la curva MSE correspondiente al algoritmo GD. Como resultado, existe una clara definición de la curva LM-MSE para la selección de los mínimos en comparación con la curva GD-MSE. Los retrasos estimados por ambos algoritmos son 60, 292 y 416, sin embargo, en ambientes con

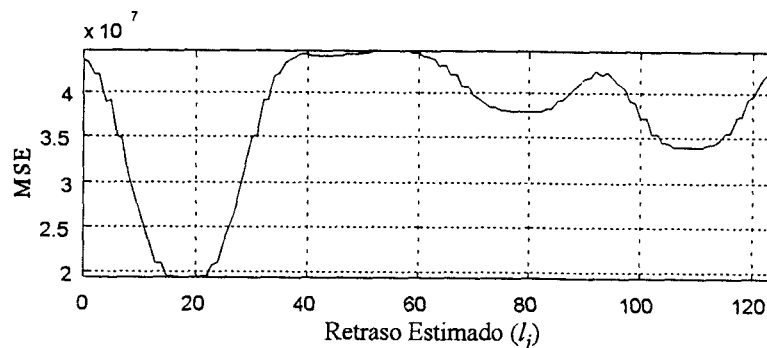


Figura VII.4. Curva de MSE del esquema GD-JTDSE.

mayor nivel de ruido el esquema LM-JTDSE posee una mayor definición de los mínimos de la curva MSE. El tiempo de procesamiento requerido por ambos algoritmos en una computadora pentium de 90 MHz se cronometró en 20 segundos para el LM y 26 segundos para el GD. Sin embargo, la reducción en el tiempo requerido por el algoritmo LM de un 23% con respecto al tiempo requerido por el algoritmo GD puede variar de acuerdo con la información presente en las señales involucradas.

### VII.2.3. Resultados en Datos Reales

El esquema de multiresolución JTDSE, basado en el algoritmo de Levenberg-Marquardt (LM), se analiza con señales acústicas de retorno producidas por una señal incidente de haz ancho "broad-beam". El conjunto de datos consiste de una señal incidente y la señal acústica

de retorno (ABS) de un objeto cilíndrico sumergido en agua. Debido al tipo de la señal incidente, es inevitable la presencia de múltiples componentes SS en la señal ABS. Las Figuras VII.5(a), (b) y (c) presentan las señales ABS adquiridas en los ángulos de incidencia

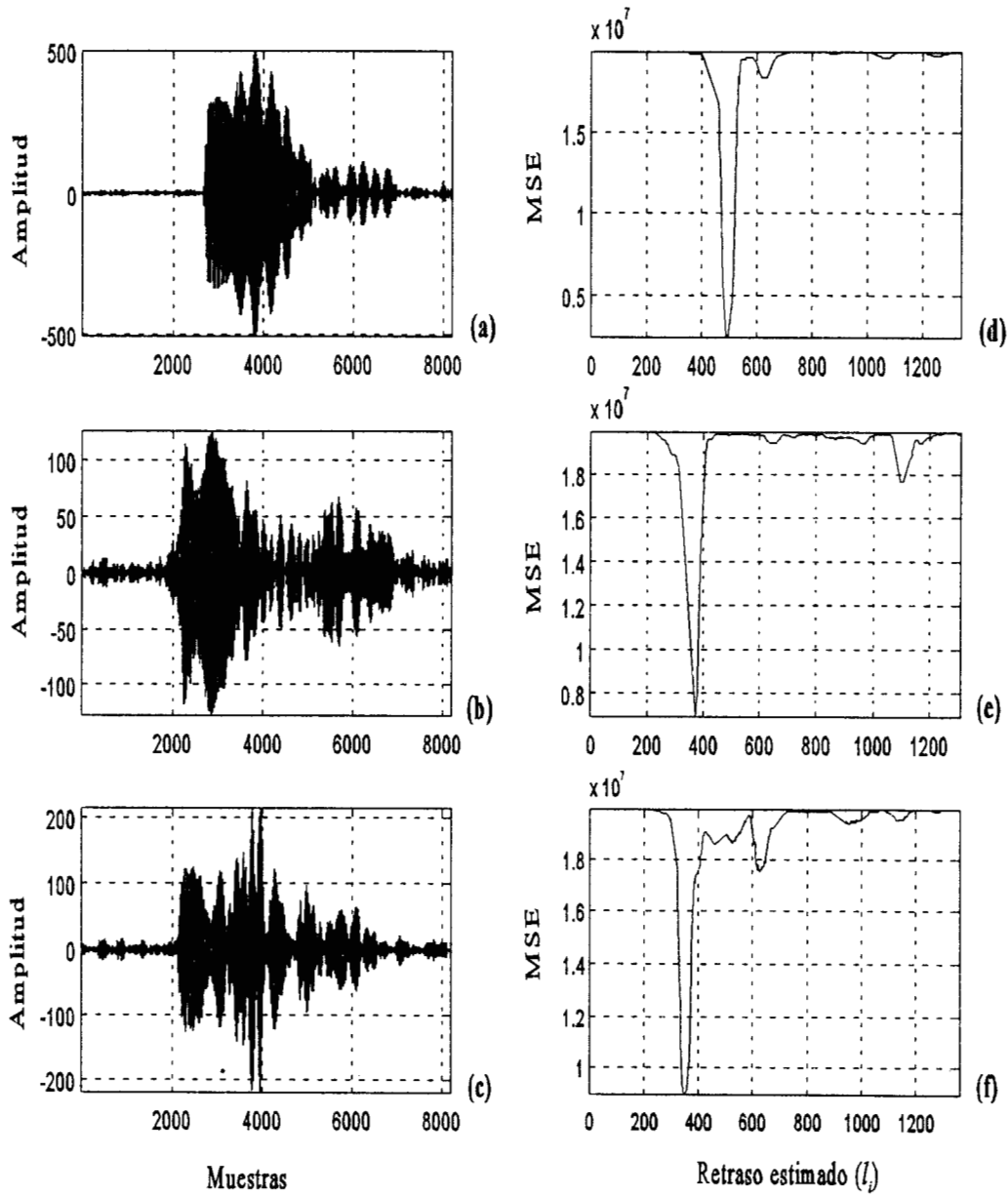


Figura VII.5. (a), (b) y (c) Señales ABS para ángulos de 0, 45 y 200 grados, (d), (e) y (f) corresponden a las curvas MSE.

0, 45 y 200 grados, respectivamente. Los resultados del error cuadrático medio (MSE), obtenidas en el segundo nivel de la descomposición por multiresolución, se muestran en las Figuras VII.5(d), (e) y (f). En todos los casos, las curvas MSE presentan dos mínimos bien definidos, indicando la presencia de dos retornos SS principales, siendo el primero el más prominente. Los retrasos temporales estimados se ubican en las posiciones 1964 y 2484 para el caso de 0 grados, en 1460 y 4400 para el caso de 45 grados y en las posiciones 1376 y 2484, para el caso de 200 grados.

### **VII.3. Conclusiones**

Los resultados muestran que el esquema propuesto LM-JTDSE representa una alternativa prometedora en la identificación de múltiples componentes SS en la señal ABS. Se estudiaron diferentes casos sintetizados y reales; el esquema es capaz de resolver componentes SS con amplitudes considerablemente pequeñas y con un espaciamiento temporal reducido. Los resultados de la comparación de los esquemas GD-JTDSE y LM-JTDSE indican que el esquema LM-JTDSE posee características atractivas como el incremento en la definición de los mínimos de la curva MSE, que afecta directamente la estimación de los retrasos temporales. El esquema LM-JTDSE evita la selección del parámetro de paso  $\mu$ , el cual puede causar inestabilidad con la posible pérdida de los mínimos, o tiempos de adaptación prolongados, que puede ser relevante en aplicaciones prácticas.

## CAPITULO VIII

### DISCUSIONES Y CONCLUSIONES

La auscultación pulmonar es una técnica clínica primordial en la evaluación y seguimiento de enfermedades pulmonares. En un intento por extraer información relevante acerca de la condición patológica del pulmón diversos esquemas se han propuesto para la caracterización de los sonidos respiratorios. Sin embargo, los ruidos cardiacos representan una fuente de interferencia ineludible, que comparten posición temporal y características en frecuencia con el sonido respiratorio. La investigación en el campo de cancelación de interferencias indica que para cualquier sistema adaptable de cancelación, una etapa fundamental es la estimación del retraso temporal (TDE) entre las señales de referencia e interferencia. Como resultado del análisis de diversos trabajos, el filtro de Kalman de orden reducido (ROKF) se utiliza en un esquema, en donde no se requiere un procedimiento de alineación temporal entre los sonidos respiratorios y ruidos cardiacos. El problema de cancelación de interferencias se formula en el contexto de estimación de señales, con la señal cardíaca estimada a partir de la señal respiratoria adquirida; los ruidos cardiacos estimados se utilizan posteriormente para separar la señal respiratoria. El análisis del esquema ROKF en señales sintetizadas y reales, indica que su desempeño se deteriora significativamente en ambientes con una SNR baja y ante la

presencia de múltiples ruidos cardiacos. Como consecuencia del desempeño del ROKF, y la necesidad de establecer un modelo de los sonidos respiratorios y ruidos cardiacos, surge nuevamente el problema de alineación temporal entre las señales involucradas.

La necesidad de estimar el retraso temporal no se limita a la cancelación de la interferencia cardíaca, ni se circunscribe al campo de procesamiento de señales biomédicas. En aplicaciones como la detección submarina de objetos, el TDE es importante para la separación de componentes relacionados con la señal incidente (SS) y resonantes presentes en la señal acústica de retorno (ABS) adquirida. El TDE resulta difícil de realizar en ambientes con una SNR baja y ante la presencia de múltiples fuentes de interferencia, condiciones encontradas frecuentemente en situaciones reales.

En la presente investigación, se propone un nuevo esquema multiresolución de estimación conjunta del retraso y la señal (JTDSE), en donde el análisis de multiresolución de las señales involucradas se realiza mediante la transformada discreta de ondillas (DWT). El esquema propuesto determina el retraso temporal entre dos secuencias y posteriormente realiza un filtrado en subbandas de la señal de interferencia. El principio fundamental del esquema JTDSE considera que la información del retraso temporal entre dos secuencias es común en todas las escalas y subbandas de la descomposición por multiresolución. El esquema posee beneficios importantes como la incorporación de múltiple información complementaria, robustez en presencia de ruido, un procedimiento de validación de los retrasos temporales estimados y la posibilidad de minimizar el efecto de múltiples fuentes de interferencia. En el proceso de TDE, un filtro adaptable en cada subbanda incrementa la capacidad para detectar las posiciones de la señal de interferencia, a través de la minimización del error cuadrático

entre las señales de referencia e interferencia. El análisis de multiresolución en conjunto con el desempeño del filtro adaptable proporciona una estimación robusta del retraso temporal en ambientes con una SNR baja. Una vez que se estiman los retrasos temporales, se efectúa el filtrado en subbandas de la señal de interferencia. Posteriormente, el esquema propuesto realiza la reconstrucción de la señal filtrada a la escala de resolución más fina.

El esquema multiresolución JTDSE incluye mecanismos de adaptación para el retraso temporal y el proceso de filtrado. La adaptación del retraso temporal se efectúa vía el algoritmo de Levenberg-Marquardt (LM) o del gradiente descendente (GD), mientras que el proceso de filtrado se basa en el filtro transversal rápido (BFTF) a bloques. La sencillez del algoritmo GD fue la característica atractiva para su utilización con propósitos de TDE, sin embargo, el algoritmo converge linealmente y puede ser ineficiente conforme se aproxima al mínimo de la función de costo. Por otro lado, el algoritmo LM proporciona la posibilidad de interpolar entre los pasos de adaptación del método de Gauss-Newton y del algoritmo GD, de acuerdo a la proximidad del mínimo de la función de costo; el algoritmo LM provee pasos de adaptación sobre una aproximación cuadrática de la función de costo. En el caso del proceso de filtrado se utiliza el BFTF, dado que posee características atractivas como la velocidad de convergencia y requerimientos computacionales reducidos, en comparación con otros esquemas LS.

Una diferencia notable entre el esquema multiresolución JTDSE propuesto y otros esquemas para el TDE, reside en que la adaptación del retraso temporal es dependiente de la función de costo, es decir, el retraso se actualiza con pasos de adaptación variables a diferencia de otros esquemas, en donde la actualización se realiza unitariamente.

El esquema JTDSE se analiza con señales sintetizadas y reales. El análisis demuestra que con señales sintetizadas, el esquema propuesto proporciona retrasos temporales estimados confiables en ambientes con una SNR baja y ante la presencia de múltiples componentes de interferencia. Se demuestra la capacidad del esquema para resolver componentes de interferencia localizados muy cerca uno del otro. El desempeño del esquema JTDSE, en señales respiratorias, se compara con el desempeño del método clásico de correlación cruzada utilizada en conjunto con un filtro adaptable convencional; la correlación cruzada se utiliza para proveer un estimado de los retrasos temporales. Los resultados demuestran que el esquema basado en la correlación cruzada no puede remover eficientemente los efectos de los ruidos cardiacos, debido a que sus posiciones temporales y el número de componentes cardiacos de interferencia se estiman en forma incorrecta, particularmente en condiciones de una SNR baja. Por otro lado, los resultados del esquema propuesto en aplicaciones reales demuestran que el esquema representa una alternativa prometedora para propósitos de TDE y cancelación de interferencias. Además, el esquema JTDSE se analiza en señales relacionadas con la detección submarina de objetos. El esquema es capaz de identificar múltiples componentes SS, resolviendo componentes próximos y con una amplitud baja, presentes en la señal acústica de retorno (ABS).

Las comparaciones realizadas entre los esquemas GD-JTDSE y LM-JTDSE indican que el esquema LM-JTDSE proporciona un incremento en la definición de los mínimos de la curva MSE, impactando directamente la selección de los valores de retrasos temporales estimados. Adicionalmente, el esquema LM-JTDSE evita la selección del parámetro  $\mu$ , que puede causar inestabilidad en el algoritmo GD-JTDSE y en consecuencia no detectar los

mínimos de la función de costo o generar procesos de adaptación prolongados, que puede ser relevante en aplicaciones prácticas.

El desempeño del esquema JTDSE presenta una mejora sustancial en la detección de múltiples fuentes de interferencia en contraste con el desempeño del esquema ROKF, en donde no se requiere un procedimiento para el TDE.

En la presente investigación, se propuso un esquema multiresolución JTDSE. Sin embargo, el esquema JTDSE sólo contribuye parcialmente a solucionar los problemas que se presentan en el campo de la cancelación de interferencias. En investigaciones futuras relacionadas con la estimación de los retrasos temporales y cancelación de interferencias, en un marco de análisis de multiresolución, se requiere estudiar diferentes aspectos:

- La formulación matemática del esquema propuesto JTDSE se puede generalizar minimizando el error cuadrático medio considerando la información contenida en los diferentes niveles de descomposición y subbandas.
- Investigar diferentes criterios para la selección de las subbandas y los niveles de descomposición relevantes para la estimación del retraso temporal.
- Considerar los diferentes modos de operación del filtro transversal rápido a bloques (BFTF), diferentes tamaños de bloques y transferencia de información entre bloques, puede ser de utilidad para seguir las variaciones de las señales, impactando probablemente la estimación del retraso temporal (TDE) y el proceso de filtrado.



- Los resultados presentados en la evaluación del esquema JTDSE, para la detección de los retrasos temporales y cancelación de interferencias cardiacas, se obtuvieron aplicando la versión programada del esquema propuesto. Probablemente, su aplicación clínica requiera el desarrollo de su versión en circuitería que incluya el procesamiento en paralelo inherente al análisis por multiresolución.

## REFERENCIAS

- [1] P. Strobach, K. Abraham-Fuchs, and W. Harer, "Event cancellation of heart interference in biomedical signals," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 41(4), pp: 343-350, April 1994.
- [2] Y. T. Zhang, R. M. Rangayyan, C. B. Frank, and G. D. Bell, "Adaptive cancellation of muscle contraction interference in vibroarthrographic signals," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 41(2), pp: 181-190, February 1994.
- [3] E.R. Ferrara, and B. Widrow, "Fetal electrocardiogram enhancement by time-sequenced adaptive filtering," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 29(6), pp:458-460, June 1982.
- [4] Y. Ploysongsang, V. Iyer, and P. Ramamoorthy, "Reproducibility of vesicular breath sounds in normal subjects," *Respiration* vol. 58, pp: 158-162, 1991.
- [5] R.G. Loudon, "Lung Sounds," *Current Pulmonology*, vol. 9, 1988.
- [6] R.L Murphy, "Auscultation of the lung: past lessons, future possibilities," *Thorax* vol. 36, pp: 99-107, 1981.
- [7] A. Jones, "A brief overview of the analysis of respiratory sounds," *Physioteraphy*, vol. 81(1), pp:41:57, January 1995.
- [8] M.J. Mussell, "The need for standards in recording and analysis of respiratory sounds," *Med. & Biol. Eng. & Comput.* vol. 30, pp. 129-139, 1992.
- [9] M. Malone, N.D. Black, M. Lydon, and M. Cinnamond, "Acoustic analysis of infantil stridor: a review," *Med. & Biol. Eng. & Comput.* vol. 31, pp: 85-96, 1993.
- [10] H. Pasterkamp, C. Carson, and D. Daien, "Digital Respirosonography," *Chest*, vol. 96, pp: 1505-1512, 1989.
- [11] A. H. Quazi, "An overview on the time delay estimate in active and passive systems for target localization," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 29(3), pp:527-533, June 1981.

- [12] K.U. Simmer, P. Kuczynski, and A. Wasiljeff, "Time delay compensation for adaptive multichannel speech enhancement systems," Proc. ISSSE 1992, pp: 660-663, September 1992.
- [13] G. C. Carter, *Coherence and time delay estimation. An applied tutorial for research, development, test and evaluation engineers.* Piscataway, NJ. IEEE Press 1993.
- [14] R. L. Murphy, S. K. Holford, and W. C. Knowler, "Visual lung-sound characterization by time-expanded wave-form analysis," N Engl. J. Med. 296, pp: 968-971, 1977.
- [15] P. E. Bettencourt, E. A. Del Bono, D. Spiegelman, E. Hertzmark, and R. L. Murphy, "Clinical utility of chest auscultation in common pulmonary diseases," Am. J. Respir. Crit. Care Med. 150, pp: 1291-1297, 1994.
- [16] S. W. Banham, R. B. Urquhart, J. E. S. Macleod, and F. Moran, "Alteration in the low frequency lung sounds in respiratory disorders associated with crackles," Eur J Respir Dis, vol. 65, pp: 58-63, 1984.
- [17] H. Pasterkamp, R. Fenton, A. Tal, and V. Chernick, "Interference of cardiovascular sounds with phonopneumography in children," Am Rev Respir Dis vol. 131, pp: 61-64, 1985.
- [18] T. Katila, R. Piirila, K. Kallio, E. Paajanen, T. Rosqvist, and A. R. A. Sovijarvi, "Original waveform of lung sound crackles: a case study of the effect of high-pass filtration," J. Appl. Physiol. Vol. 71(6), pp: 2173-2177, 1991.
- [19] S. Kraman, "New tools in lung sound research," Seminars in respiratory medicine, vol. 6 (3), January 1985.
- [20] V.K. Iyer, P. Ramamoorthy, H. Fan, and Y. Ploysongsang, "Reduction of heart sounds from lung sounds by adaptive filtering," IEEE Trans. Biomed. Eng., vol. 33(12), pp.:1141-1148, 1986.
- [21] M. Kompis, and E. Russi "Adaptive heart-noise reduction of lung sounds recorded by a single microphone," Proc. 14th Annual Inter. Conf. IEEE Eng. Med. and Biol. Soc., pp.:691-692, 1992.
- [22] G. Sod-Moriah, O. Gelber, G. Gurman, and A. Cohen, "On line ventilation monitoring during anesthesia and respiratory intensive care," in The Eighteenth Convention of Electrical and Electronics Engineers, Israel, 1995.
- [23] S. Charleston, and M.R. Azimi-Sadjadi, "Reduced order Kalman filtering for the enhancement of respiratory sounds," IEEE Trans. Biomed. Eng., vol 43(4), pp.: 421-

424, April 1996.

- [24] M. Akay, J.L. Semmlow, and W. Welkowitz, "Detection of coronary occlusions using autoregressive modeling of diastolic heart sounds," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 37, pp.: 366-373, 1990.
- [25] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1996.
- [26] J.M. Mendel, *Lessons in digital estimation theory*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1987.
- [27] G. H. van der Vliet, and J. Holsheimer, "Calculation of the conduction velocity of short nerves fibres," *Med. and Biol. Eng. and Comput.*, vol. 18(6), pp:749-757, November 1980.
- [28] B. Harris, I. Gath, G. Rondouin, and C. Feuerstein, "On time delay estimation of epileptic EEG," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 41(9), pp.: 820-829, 1994.
- [29] B. G. Ferguson, "Improved time-delay estimates of underwater acoustic signals using beamforming and prefiltering techniques," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 14(3), pp: 238-244, July 1989.
- [30] C. H. Knapp, and G. C. Carter, "The generalized correlation method for estimation of time delay," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 24 (4), pp:320-327, August 1976.
- [31] A. O. Hero, and S. C. Schwartz, "A new generalized cross correlator," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 33(1), pp: 38-45, February 1985.
- [32] Y. T. Chan, J. M. Riley, and J. B. Plant, "A parameter estimation approach to time-delay estimation and signal detection," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 28 (1), pp.: 8-15, February 1980.
- [33] K. C. Ho, and P. C. Ching, "A new constrained lest mean square time-delay estimation system," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. 37(8), pp: 1060-1064, August 1990.
- [34] D. M. Etter, and S. D. Stearns, "Adaptive estimation of time delays in sampled data systems," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 29 (3), pp. 582-587, June 1981.
- [35] D. Boudreau, and P. Kabal, "Joint time-delay estimation and adaptive recursive least squares filtering," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 41 (2), pp. 592-600, February 1993.

- [36] J. T. Karhunen, and J. Joutsenalo, "Sinusoidal frequency estimation by signal subspace approximation," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 40 (12), pp. 2961-2972, December 1992.
- [37] J. M. Cioffi, and T. Kailath, "Fast, recursive-least-squares transversal filters for adaptive filtering," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 32 (2), pp. 304-337, April 1984.
- [38] N. Kalouptsidis, G. Carayannis, and D. G. Manolakis, "Fast design of multichannel FIR least-squares filters with optimum lag," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 32 (1), pp. 48-58, February 1984.
- [39] M. Vetterli, and J. Kovacevic, *Wavelets and subband coding*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1995.
- [40] S. G. Mallat, "A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation," *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 11 (7), pp. 674: 693, July 1989.
- [41] I. Daubechies, *Ten lectures on wavelets*, CBMS-NSF Series in Appl. Math, SIAM, 1992.
- [42] M. Vetterli, "Wavelets and filter banks: theory and design," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 40 (9), pp. 2207:2232, September 1992.
- [43] O. Rioul, and M. Vetterli, "Wavelets and signal processing," *IEEE Signal Processing Magazine*, pp: 14-38, October 1991.
- [44] I. Daubechies, "The wavelet transform: a method for time-frequency localization," in *Advances in Spectrum Analysis and Array Processing*, vol I, S. Haykin, Editor. Prentice-Hall, 1991, Englewood Cliffs, NJ 07632.
- [45] J. M. Cioffi, "The block-processing FTF adaptive algorithm," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 34 (1), pp. 77-90, February 1986.
- [46] J. Dennis, and R. Schnabel, *Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1983.
- [47] S. Kollias, and D. Anastassiou, "An adaptive least squares algorithm for the efficient training of artificial neural networks", *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. 36(8), pp: 1092-1101, August 1989.
- [48] T. R. Cuthbert, *Optimization using personal computers*, Wiley-Interscience 1987.

- [49] A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer, Digital signal processing, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1989.
- [50] D.A. Paulus, "Clinical and electronic airway monitoring," *Anesthesiology Clinics of North America*, vol. 13(2), Jun 1995.
- [51] J. P. Sessarego, J. Sageloli and M. Zakharia, "Time-frequency analysis of signals related to scattering problems in acoustics-part I: Wigner-Ville analysis of echoes scattered by spherical shell," in *Wavelets* by J. M. Combes, A. Grossmann and Ph. Tchamitchian. Springer-Verlag Series, 1987.
- [52] J. Wilbur, and S.G. Kargl, "Application of wavelets to acoustic resonance-elastic targets surrounded by biologics," *Proc. IEEE Inter. Conf. on Acoustic. Speech and Signal Process. ICASSP'93*, pp. IV.492-495, Minneapolis, MN, April 1993.
- [53] B. Telfer, H. Szu, and G. Dobeck, "Adaptive wavelet classification of acoustic backscatter," *SPIE (Wavelet Applications)*, vol. 2242, pp. 661-668, 1994
- [54] M. De Billy, "Determination of the resonance spectrum of elastic bodies via the use of short pulses and Fourier Transform theory," *J. Acoustic. Soc. Am.* 79(2), February 1986.
- [55] M.R. Azimi-Sadjadi, J. Wilbur, and G. Dobeck, "Isolation of resonance in acoustic backscatter from elastic targets using adaptive estimation schemes," *IEEE Journal on Ocean Engineering*, vol. 20, pp. 346-353, October 1995.
- [56] M. Hassan, M.R. Azimi-Sadjadi, and S. Charleston, "A modified block FTF adaptive algorithm with application to underwater target detection," *Proceedings of 1996 of IEEE Inter. Symp. on Circuits and Systems (ISCAS'96)*, Atlanta, May 1996.