



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

UNIDAD IZTAPALAPA

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

POSGRADO EN CIENCIAS (INGENIERÍA QUÍMICA)

“Modelado e intensificación de producción de proteasas por *Yarrowia lipolytica* 2.2ab en fermentación en medio sólido mediante la propuesta de una configuración de reactor que permita mejorar la hidrodinámica, y la transferencia de masa y calor”

Tesis que presenta

Brianda Andrea Rivera Rivero

Matricula

2183802353

Para obtener el grado de

Maestra en Ciencias (Ingeniería Química)

Asesor

Dr. Héctor Felipe López Isunza

Jurado

Dr. Sergio Huerta Ochoa

Dr. Hugo Alberto Velasco Bedrán

Dr. Victor Sánchez Vázquez

Iztapalapa, Ciudad de México, marzo 2022

Resumen

La Fermentación en Medio Sólido (FMS) es un proceso de cultivo de hongos y/o levaduras que permite la producción de metabolitos secundarios como las proteasas, las cuales tienen una demanda creciente en la industria. Este tipo de fermentación brinda mayor rendimiento que la fermentación sumergida y, bajo la concepción de la economía circular, es una técnica de valorización de residuos agroindustriales. Sin embargo, la velocidad de producción en este tipo de cultivo está determinada por una relación entre el microorganismo, su fisiología y comportamiento metabólico, y los procesos de transporte. Una de las grandes desventajas en la implementación a escala industrial de esta tecnología es el impacto negativo de la transferencia de oxígeno y temperatura en el crecimiento del microorganismo y en la producción de metabolitos secundarios. Si bien en la literatura existen diversos trabajos experimentales y de modelado que brindan información sobre la producción de CO_2 , el transporte de agua y el incremento de temperatura a la salida del lecho, es escaso el conocimiento sobre la interacción de los fenómenos de transporte (momento, masa y calor) dentro del lecho y su relación con la producción del metabolito deseado.

En este trabajo se propone un modelo pseudo-continuo heterogéneo que describe el transporte de O_2 , CO_2 y H_2O dentro del lecho, y el transporte de calor entre la fase fluida y sólida para un biorreactor convencional de FMS. Se realizó un análisis de sensibilidad evaluando el efecto de los tiempos característicos sobre el comportamiento de un biorreactor convencional. Con el fin de incrementar la producción de proteasas respecto al caso convencional se propusieron tres casos (A, B y C) de intensificación del biorreactor. Con los cuales se busca disminuir la temperatura dentro del lecho y aumentar la disponibilidad de oxígeno a lo largo del biorreactor. El primer caso consiste en generar un perfil de velocidad dentro del lecho, en el segundo caso en el centro del biorreactor se incorpora una membrana permeable al oxígeno y el tercer caso es una mezcla de los casos anteriores, pues el biorreactor intensificado consiste en un biorreactor con membrana permeable al oxígeno y se genera un perfil de velocidad en el lecho.

En los resultados del caso convencional, la temperatura de la fase sólida en la fase estacionaria de crecimiento del microorganismo alcanzó una temperatura de 51.5°C . A las 12 horas de fermentación se obtuvo una producción acumulada de

0.09 kg_{CO2}/kg_{as}. La máxima velocidad de producción de proteasas a las 12 horas de fermentación tiene un valor de 870 U/kg_{ss} h. Del análisis de tiempos característicos se observó que los cultivos se ven afectados por el incremento de temperatura y el agotamiento de oxígeno, y que el tiempo característico de generación de calor por evaporación domina el aumento de temperatura en el lecho. Para el caso de intensificación A, donde se genera un perfil de velocidad, se obtuvo que la producción acumulada de CO₂ equivalió al 40% del caso convencional. La temperatura de la fase sólida alcanzó un valor máximo de 49 ° C. Debido a que cerca de la pared del biorreactor se obtiene la mayor velocidad de flujo, en el perfil radial se observó que en esa zona del biorreactor la temperatura de la fase fluida tiene un valor máximo de 54 ° C, mientras que la temperatura del sólido permanece en la temperatura favorable al crecimiento del microorganismo, es decir 45 ° C, esto favoreció la velocidad de producción de CO₂ respecto al caso convencional. Al añadir la membrana no se observó mejora en la producción de proteasas respecto al caso convencional.

Índice

Resumen	i
Índice	iii
Lista de Figuras	vii
Lista de Tablas	xvii
Nomenclatura.....	xx
1 Introducción.....	1
2 Antecedentes	3
2.1 Impacto de la dinámica del fluido en la FMS	3
2.2 Transferencia de calor y masa en FMS	5
2.3 Intensificación	10
3 Hipótesis y objetivos.....	12
3.1 Hipótesis	12
3.2 Objetivos	12
3.2.1 General	12
3.2.2 Particulares.....	12
4 Metodología.....	13
4.1 Metodología de modelado.....	13
4.2 Sistema de estudio	16
4.2.1 Caso convencional.....	16
4.2.1.1 Descripción del sistema modelado	16
4.2.1.2 Descripción física del proceso	18
4.2.1.3 Microorganismo	19
4.2.2 Biorreactor intensificado	20

5	Biorreactor convencional	20
5.1	Modelado.....	20
5.1.1	Modelo dimensional	20
5.1.1.1	Estequiometría del crecimiento microbiano	20
5.1.1.2	Modelo cinético.....	21
5.1.1.3	Modelo de transferencia de masa.....	23
5.1.1.4	Modelo de transferencia de calor.....	27
5.1.2	Parámetros de transporte y cinéticos.....	31
5.1.3	Tiempos característicos	34
5.2	Resultados.....	38
5.2.1	Efecto del flujo de alimentación en los tiempos característicos	38
5.2.2	Análisis de sensibilidad	44
5.2.3	Caso convencional.....	44
5.2.4	Efecto de los tiempos característicos	58
5.2.4.1	Tiempo característico de reacción	58
5.2.4.2	Tiempo característico de transporte interfacial de masa	64
5.2.4.3	Tiempo característico en la generación de calor por reacción	71
5.2.4.4	Tiempo característico en la generación de calor por evaporación.....	76
5.2.4.5	Tiempo característico de transferencia interfacial de calor.....	83
5.2.4.6	Tiempo característico de convección	88
5.3	Conclusiones parciales	97
6	Biorreactor intensificado.....	99
6.1	Caso A.....	99
6.1.1	Modelo dimensional	99
6.1.1.1	Modelo hidrodinámico	99
6.1.1.2	Modelo de transferencia de masa.....	102

6.1.1.3 Modelo de transferencia de calor.....	104
6.2 Caso B.....	105
6.2.1 Modelo dimensional.....	105
6.2.1.1 Modelo de transferencia de masa.....	105
6.2.1.2 Modelo de transferencia de calor.....	107
6.3 Caso C.....	108
6.3.1 Modelo dimensional.....	108
6.3.1.1 Modelo hidrodinámico.....	108
6.3.1.2 Modelo de transferencia de masa.....	109
6.3.1.3 Modelo de transferencia de calor.....	110
6.4 Resultados.....	111
6.4.1 Caso A.....	111
6.4.2 Caso B.....	126
6.4.2.1 Efecto de la Permeabilidad.....	126
6.4.2.2 Efecto de la permeabilidad y difusividad.....	134
6.4.3 Caso C.....	141
6.4.4 Conclusiones parciales.....	151
7 Conclusiones generales y trabajo a futuro.....	152
7.1 Conclusiones generales.....	152
7.2 Trabajo a futuro.....	153
Bibliografía.....	154
Apéndices.....	166
Apéndice A. Preparación y caracterización del sustrato orgánico.....	166
Apéndice B. Tasa de crecimiento de biomasa en términos de CO ₂ generado.....	170
Apéndice C. Correlaciones para las Propiedades del Sustrato.....	172
Apéndice D. Tiempos característicos.....	175

Apéndice E. Números adimensionales	179
Apéndice F. Datos de Barrios	184
Apéndice G. Comparación con las proteasas obtenidas por Barrios	185
Apéndice H. Efecto de la concentración de alimentación de oxígeno	187

Lista de Figuras

Figura 4.1 Metodología para comprobar o rechazar la hipótesis propuesta.....	15
Figura 4.2 Diagrama del proceso.....	17
Figura 5.1 Parámetros evaluados a diferentes flujos de alimentación: a) Reynolds de partícula; b) Coeficiente interfacial de transferencia de masa; c) Coeficiente de dispersión axial del fluido; d) Coeficiente de dispersión radial del fluido; e) Conductividad térmica efectiva axial para la fase fluida; f) Conductividad térmica efectiva radial para la fase fluida; g) Coeficiente interfacial de transferencia de calor; h) Coeficiente total de transferencia de calor fluido-pared.....	41
Figura 5.2 Tiempos característicos a diferentes flujos de alimentación: a) Tiempo característico de convección; b) Tiempo característico de transporte interfacial de masa; c) Tiempo característico de dispersión de masa axial del fluido; d) Tiempo característico de masa radial del fluido; e) Tiempo característico de conducción axial del fluido; f) Tiempo característico de conducción radial del fluido; g) Tiempo característico de transporte interfacial de calor del fluido; h) Tiempo característico de transporte interfacial de calor del sólido; i) Tiempo característico de vaporización del fluido; j) Tiempo característico de vaporización del sólido; k) Tiempo característico de transferencia de calor radial hacia la pared para fase fluida; l) Tiempo característico de transferencia de calor radial hacia la pared para fase sólida.....	43
Figura 5.3 Perfiles transitorios de concentración a diferentes alturas del lecho: a) YO_2 ; b) XO_2 ; c) YCO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O	47
Figura 5.4 Perfiles de concentración de CO_2 para ambas fases en unidades volumétricas.....	48
Figura 5.5 Perfiles de concentración axiales a diferentes horas de fermentación: a) YO_2 ; b) YCO_2 ; c) XO_2 ; d) XCO_2	49
Figura 5.6 Perfiles de concentración radiales a diferentes horas de fermentación: a) YO_2 ; b) YCO_2 ; c) XO_2 ; d) XCO_2	50
Figura 5.7 Perfiles de concentración dentro del biorreactor a las 12 horas de fermentación: a) YO_2 ; b) YCO_2 ; c) XO_2 ; d) XCO_2	51

Figura 5.8 Velocidad de reacción a diferentes posiciones axiales: a) Velocidad de consumo de O ₂ ; b) Velocidad de producción de CO ₂ ; c) Velocidad de producción de H ₂ O; d) Velocidad de producción de biomasa; e) Velocidad de consumo de sustrato; f) Velocidad de producción de proteasas.....	53
Figura 5.9 Perfiles de temperatura a distintas posiciones axiales del biorreactor: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida.....	55
Figura 5.10 Perfiles axiales de temperatura a diferentes horas de fermentación: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida.....	57
Figura 5.11 Perfiles radiales de temperatura: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida.....	58
Figura 5.12 Efecto del tiempo característico de reacción en las concentraciones de O ₂ , CO ₂ y H ₂ O a la salida del biorreactor: a) Concentración de O ₂ en la fase fluida; b) Concentración de O ₂ en la fase sólida; c) Concentración de CO ₂ en la fase fluida; d) Concentración de CO ₂ en la fase sólida; e) Concentración de H ₂ O en la fase fluida.....	60
Figura 5.13 Perfiles de temperatura transitorios a la salida del lecho: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida.....	61
Figura 5.14 Perfiles de concentración axiales a diferentes horas de fermentación para XCO ₂ : a) τ_{X1} ; b) τ_{X2} ; c) τ_{X3} ; d) τ_{X4} ; e) τ_{X5} ; f) τ_{X6}	62
Figura 5.15 Velocidad de producción de proteasas en diferentes posiciones axiales: a) τ_{X1} ; a) τ_{X1} ; b) τ_{X2} ; c) τ_{X3} ; d) τ_{X4} ; e) τ_{X5} ; f) τ_{X6}	64
Figura 5.16 Perfiles transitorios de concentración a diferentes alturas del lecho para el efecto de distintos tiempos característicos de transporte interfacial de masa: a) YO ₂ ; b) XO ₂ ; c) CO ₂ ; d) XCO ₂ ; e) YH ₂ O.....	66
Figura 5.17 Perfiles transitorios de temperatura: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida.....	68
Figura 5.18 Perfiles de concentración axiales de XCO ₂ a diferentes tiempos de fermentación para evaluar el efecto distintos tiempos característicos de transporte interfacial de masa: a) $[\tau_{Int1}]_m$; b) $[\tau_{Int2}]_m$; c) $[\tau_{Int3}]_m$; d) $[\tau_{Int4}]_m$	69

Figura 5.19 Perfiles axiales de temperatura del sólido a diferentes horas de fermentación para evaluar el efecto distintos tiempos característicos de transporte interfacial de masa: a) $[\tau_{Int1}]_m$; b) $[\tau_{Int2}]_m$; c) $[\tau_{Int3}]_m$; d) $[\tau_{Int4}]_m$ 70

Figura 5.20 Perfiles axiales de velocidad de producción de proteasas: a) $[\tau_{Int1}]_m$; b) $[\tau_{Int2}]_m$; c) $[\tau_{Int3}]_m$; d) $[\tau_{Int4}]_m$ 71

Figura 5.21 Perfiles de concentración transitorios a la salida del lecho para evaluar el efecto del tiempo característico del calor de reacción: a) YO_2 ; b) XO_2 ; c) YCO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O 72

Figura 5.22 Perfiles de temperatura transitorios a la salida del lecho para evaluar el efecto del tiempo característico del calor de reacción: a) Temperatura de la fase fluida;..... 73

Figura 5.23 Perfiles axiales de temperatura de la fase sólida a diferentes horas de fermentación al evaluar el efecto del tiempo característico del calor de reacción: a) τ_{Rxn1} ; b) τ_{Rxn2} ; c) τ_{Rxn3} ; d) τ_{Rxn4} 74

Figura 5.24 Velocidad de producción de proteasas a diferentes posiciones axiales a diferentes horas de fermentación: a) τ_{Rxn1} ; b) τ_{Rxn2} ; c) τ_{Rxn3} ; d) τ_{Rxn4} 76

Figura 5.25 Perfiles de concentración a diferentes alturas del lecho para evaluar el efecto del tiempo característico de calor de evaporación: a) YO_2 ; b) XO_2 ; c) YCO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O 78

Figura 5.26 Perfiles de temperatura transitorios del biorreactor para evaluar el efecto del tiempo característico de calor de evaporación: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida..... 79

Figura 5.27 Perfiles de concentración axiales para XCO_2 a diferentes horas de fermentación para evaluar el efecto del tiempo característico de calor de evaporación: a) τ_{Vap1} ; b) τ_{Vap2} ; c) τ_{Vap3} ; d) τ_{Vap4} 80

Figura 5.28 Perfiles axiales de temperatura de la fase sólida a diferentes horas de fermentación para evaluar el efecto del tiempo característico de calor de evaporación: a) τ_{Vap1} ; b) τ_{Vap2} ; c) τ_{Vap3} ; d) τ_{Vap4} 81

Figura 5.29 Perfil axial de la velocidad de producción de proteasas a diferentes horas de fermentación para evaluar el efecto del tiempo característico de calor de evaporación: a) τ_{Vap1} ; b) τ_{Vap2} ; c) τ_{Vap3} ; d) τ_{Vap4} 82

Figura 5.30 Perfiles de concentración axiales para XO_2 a diferentes horas de fermentación al evaluar el efecto del tiempo característico del calor de reacción: a) τ_{Vap1} ; b) τ_{Vap2} ; c) τ_{Vap3} ; d) τ_{Vap4}	83
Figura 5.31 Perfiles de concentración transitorios del lecho para evaluar el efecto de distintos tiempos característicos de transporte interfacial de calor: a) YO_2 ; b) XO_2 ; c) YCO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O	84
Figura 5.32 Perfiles transitorios de temperatura para evaluar el efecto de distintos tiempos característicos de transporte interfacial de calor: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida	85
Figura 5.33 Perfiles axiales de temperatura del sólido a diferentes horas de fermentación para evaluar el efecto distintos tiempos característicos de transporte interfacial de masa: a) $[\tau_{Int1}]_c$; b) $[\tau_{Int2}]_c$; c) $[\tau_{Int3}]_c$; d) $[\tau_{Int4}]_c$; e) $[\tau_{Int5}]_c$	86
Figura 5.34 Perfiles axiales de velocidad de producción de proteasas para evaluar el efecto distintos tiempos característicos de transporte interfacial de calor: a) $[\tau_{Int1}]_c$; b) $[\tau_{Int2}]_c$; c) $[\tau_{Int3}]_c$; d) $[\tau_{Int4}]_c$; e) $[\tau_{Int5}]_c$	87
Figura 5.35 Perfiles transitorios de concentración para evaluar distintos tiempos característicos de convección: a) YO_2 ; b) XO_2 ; c) YCO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O	89
Figura 5.36 Producción acumulada de CO_2 al evaluar distintos tiempos característicos de convección	90
Figura 5.37 Perfiles transitorios de temperatura para evaluar distintos tiempos característicos de convección: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida.....	91
Figura 5.38 Perfiles axiales de temperatura de la fase sólida a diferentes horas de fermentación al evaluar el efecto del tiempo característico de convección: a) τ_{Conv1} ; b) τ_{Conv2} ; c) τ_{Conv3}	92
Figura 5.39 Perfiles radiales de temperatura de la fase sólida a diferentes horas de fermentación al evaluar el efecto del tiempo característico de convección: a) τ_{Conv1} ; b) τ_{Conv2} ; c) τ_{Conv3}	93
Figura 5.40 Perfiles de concentración axiales para YO_2 a diferentes horas de fermentación al evaluar el efecto del tiempo característico de convección: a) τ_{Conv1} ; b) τ_{Conv2} ; c) τ_{Conv3}	94

Figura 5.41 Perfiles de concentración axiales para XO_2 a diferentes horas de fermentación al evaluar el efecto del tiempo característico de convección: a) τ_{Conv1} ; b) τ_{Conv2} ; c) τ_{Conv3} 95

Figura 5.42 Perfiles de concentración axiales para XCO_2 a diferentes horas de fermentación al evaluar el efecto del tiempo característico de convección: a) τ_{Conv1} ; b) τ_{Conv2} ; c) τ_{Conv3} 96

Figura 5.43 Perfil axial de la velocidad de producción de proteasas a diferentes horas de fermentación al evaluar el efecto del tiempo característico de convección: a) τ_{Conv1} ; b) τ_{Conv2} ; c) τ_{Conv3} 97

Figura 6.1 Perfil de fracción vacía radial 112

Figura 6.2 Perfil de velocidad axial en el lecho empacado 112

Figura 6.3 Perfiles de concentración transitorios a diferentes alturas del lecho al evaluar el caso A del biorreactor intensificado: a) YO_2 ; b) XO_2 ; c) YCO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O 114

Figura 6.4 Producción acumulada de CO_2 de la fase fluida para el caso convencional y el caso A del biorreactor intensificado 115

Figura 6.5 Perfiles de temperatura transitorios a la salida del lecho para el biorreactor intensificado caso A: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida 116

Figura 6.6 Perfiles de temperatura axiales para el biorreactor intensificado caso A a diferentes horas de fermentación: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida 117

Figura 6.7 Perfiles de temperatura radiales para el caso A del biorreactor intensificado a diferentes horas de fermentación: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida 119

Figura 6.8 Perfiles de concentración axiales para el caso A del biorreactor intensificado a diferentes horas de fermentación: a) YO_2 ; b) YCO_2 ; c) XO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O 120

Figura 6.9 Perfiles de concentración radiales para el caso A del biorreactor intensificado a diferentes horas de fermentación: a) YO_2 ; b) YCO_2 ; c) XO_2 ; d) XCO_2 ; e) H_2O 122

Figura 6.10 Velocidad de reacción a diferentes posiciones axiales para el biorreactor intensificado caso A: a) Velocidad de consumo de O_2 ; b) Velocidad de producción de CO_2 ; c) Velocidad de producción de H_2O ; d) Velocidad de producción de biomasa; e) Velocidad de consumo de sustrato; f) Velocidad de producción de proteasas	123
Figura 6.11 Velocidad de reacción a diferentes posiciones radiales para el biorreactor intensificado caso A: a) Velocidad de consumo de O_2 ; b) Velocidad de producción de CO_2 ; c) Velocidad de producción de H_2O ; d) Velocidad de producción de biomasa; e) Velocidad de consumo de sustrato; f) Velocidad de producción de proteasas	125
Figura 6.12 Perfiles transitorios de concentración a diferentes alturas del lecho para evaluar el efecto de distintos tiempos característicos de permeabilidad: a) YO_2 ; b) XO_2 ; c) YCO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O	127
Figura 6.13 Producción acumulada de CO_2 de la fase fluida para el caso convencional y disantos valores de τ_{Perm}	128
Figura 6.14 Perfiles transitorios de temperatura para evaluar el efecto de distintos tiempos característicos de permeabilidad: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida	129
Figura 6.15 Perfiles de concentración axiales de XO_2 a diferentes tiempos de fermentación para evaluar el efecto distintos tiempos característicos de permeabilidad: a) τ_{Perm1} ; b) τ_{Perm2} ; c) τ_{Perm3} ; d) τ_{Perm4}	130
Figura 6.16 Perfiles de concentración axiales de XCO_2 a diferentes tiempos de fermentación para evaluar el efecto de distintos tiempos característicos de permeabilidad: a) τ_{Perm1} ; b) τ_{Perm2} ; c) τ_{Perm3} ; d) τ_{Perm4}	131
Figura 6.17 Velocidad de reacción a diferentes posiciones axiales para evaluar el efecto de distintos tiempos característicos de permeabilidad: a) τ_{Perm1} ; b) τ_{Perm2} ; c) τ_{Perm3} ; d) τ_{Perm4}	132
Figura 6.18 Velocidad de reacción a diferentes posiciones radiales para evaluar el efecto de distintos tiempos característicos de permeabilidad: a) τ_{Perm1} ; b) τ_{Perm2} ; c) τ_{Perm3} ; d) τ_{Perm4}	133

Figura 6.19 Perfiles de concentración YO_2 a diferentes a diferentes posiciones radiales para evaluar el efecto de distintos tiempos característicos de permeabilidad: a) τ_{Perm1} ; b) τ_{Perm2} ; c) τ_{Perm3} ; d) τ_{Perm4} 134

Figura 6.20 Perfiles de concentración transitorios a diferentes alturas del lecho para evaluar el efecto de la relación $([\tau_{Dif_r}]^f/\tau_{Perm})$: a) YO_2 ; b) XO_2 ; c) YCO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O 136

Figura 6.21 Producción acumulada de CO_2 de la fase fluida para evaluar el efecto de la relación $([\tau_{Dif_r}]^f/\tau_{Perm})$ 137

Figura 6.22 Perfiles de temperatura transitorios a la salida del lecho para evaluar el efecto de la relación $([\tau_{Dif_r}]^f/\tau_{Perm})$: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida 138

Figura 6.23 Perfiles transitorios a diferentes posiciones axiales de YO_2 para evaluar el efecto de la relación $([\tau_{Dif_r}]^f/\tau_{Perm})$: a) $([\tau_{Dif_r}]^f/\tau_{Perm})_1$; b) $([\tau_{Dif_r}]^f/\tau_{Perm})_2$.139

Figura 6.24 Velocidad de producción de proteasas a diferentes posiciones axiales para evaluar el efecto de la relación $([\tau_{Dif_r}]^f/\tau_{Perm})$: a) $([\tau_{Dif_r}]^f/\tau_{Perm})_1$; b) $([\tau_{Dif_r}]^f/\tau_{Perm})_2$; c) $([\tau_{Dif_r}]^f/\tau_{Perm})_3$; d) $([\tau_{Dif_r}]^f/\tau_{Perm})_4$; e) $([\tau_{Dif_r}]^f/\tau_{Perm})_5$; f) $([\tau_{Dif_r}]^f/\tau_{Perm})_6$ 140

Figura 6.25 Perfiles de concentración transitorios a diferentes alturas del lecho al evaluar el caso C del biorreactor intensificado: a) YO_2 ; b) XO_2 ; c) YCO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O 141

Figura 6.26 Producción acumulada de CO_2 de la fase fluida para el caso convencional y el caso C del biorreactor intensificado..... 142

Figura 6.27 Perfiles de temperatura transitorios a la salida del lecho para el biorreactor intensificado caso C: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida 143

Figura 6.28 Perfiles de temperatura axiales para el biorreactor intensificado caso C a diferentes horas de fermentación: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida 144

Figura 6.29 Perfiles de temperatura radiales para el biorreactor intensificado caso C a diferentes horas de fermentación: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida	145
Figura 6.30 Perfiles de concentración axiales para el caso C del biorreactor intensificado a diferentes horas de fermentación: a) Y_{O_2} ; b) Y_{CO_2} ; c) X_{O_2} ; d) X_{CO_2} ; e) H_2O	146
Figura 6.31 Perfiles de concentración radiales para el caso C del biorreactor intensificado a diferentes horas de fermentación: a) Y_{O_2} ; b) Y_{CO_2} ; c) X_{O_2} ; d) X_{CO_2} ; e) H_2O	147
Figura 6.32 Velocidad de reacción a diferentes posiciones axiales para caso C del biorreactor intensificado: a) Velocidad de consumo de O_2 ; b) Velocidad de producción de CO_2 ; c) Velocidad de producción de H_2O ; d) Velocidad de producción de biomasa; e) Velocidad de consumo de sustrato; f) Velocidad de producción de proteasas	149
Figura 6.33 Velocidad de reacción a diferentes posiciones radiales para caso C del biorreactor intensificado: a) Velocidad de consumo de O_2 ; b) Velocidad de producción de CO_2 ; c) Velocidad de producción de H_2O ; d) Velocidad de producción de biomasa; e) Velocidad de consumo de sustrato; f) Velocidad de producción de proteasas	150
Figura A1. Tasa se producción y producción acumulada de CO_2 obtenida por Barrios Nolasco (2015).....	184
Figura A2. Comparación de los resultados obtenidos por Barrios comparados con el caso convencional: a) Velocidad de producción de CO_2 ; b) Velocidad de producción de proteasas.	187
Figura A3. Perfiles dinámicos de concentración a diferentes alturas del lecho: a) Y_{O_2} ; b) X_{O_2} ; c) Y_{CO_2} ; d) X_{CO_2} ; e) Y_{H_2O}	188
Figura A4. Producción acumulada de CO_2 al evaluar distintos tiempos característicos de convección.....	189
Figura A5. Perfiles dinámicos de temperatura a distintas posiciones axiales del biorreactor: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida	190

Figura A6. Perfiles axiales de temperatura a diferentes horas de fermentación: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida.....	191
Figura A7. Perfiles radiales de temperatura: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida	192
Figura A8. Perfiles de concentración axiales a diferentes horas de fermentación: a) Y_{O_2} ; b) Y_{CO_2} ; c) X_{O_2} ; d) X_{CO_2}	193
Figura A9. Perfiles de concentración radiales a diferentes horas de fermentación: a) Y_{O_2} ; b) Y_{CO_2} ; c) X_{O_2} ; d) X_{CO_2}	194
Figura A10. Velocidad de reacción a diferentes posiciones axiales: a) Velocidad de consumo de O_2 ; b) Velocidad de producción de CO_2 ; c) Velocidad de producción de H_2O ; d) Velocidad de producción de biomasa; e) Velocidad de consumo de sustrato; f) Velocidad de producción de proteasas.	195
Figura A11. Velocidad de reacción a diferentes posiciones radiales: a) Velocidad de consumo de O_2 ; b) Velocidad de producción de CO_2 ; c) Velocidad de producción de H_2O ; d) Velocidad de producción de biomasa; e) Velocidad de consumo de sustrato; f) Velocidad de producción de proteasas.	196
Figura A12. Perfiles dinámicos de concentración a diferentes alturas del lecho: a) Y_{O_2} ; b) X_{O_2} ; c) Y_{CO_2} ; d) X_{CO_2} ; e) Y_{H_2O}	198
Figura A13. Perfiles axiales de concentración a diferentes tiempos de fermentación: a) Y_{O_2} ; b) X_{O_2} ; c) Y_{CO_2} ; d) X_{CO_2} ; e) Y_{H_2O}	199
Figura A14. Perfiles radiales de concentración a diferentes tiempos de fermentación: a) Y_{O_2} ; b) X_{O_2} ; c) Y_{CO_2} ; d) X_{CO_2} ; e) Y_{H_2O}	200
Figura A15. Producción acumulada de CO_2 al evaluar la entrada de oxígeno sólo por la membrana.....	201
Figura A16. Perfiles dinámicos de temperatura a distintas posiciones axiales del biorreactor: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida	202
Figura A17. Velocidad de reacción a diferentes posiciones axiales: a) Velocidad de consumo de O_2 ; b) Velocidad de producción de CO_2 ; c) Velocidad de producción	

de H₂O; d) Velocidad de producción de biomasa; e) Velocidad de consumo de sustrato; f) Velocidad de producción de proteasas.204

Figura A18. Velocidad de reacción a diferentes posiciones radiales: a) Velocidad de consumo de O₂; b) Velocidad de producción de CO₂; c) Velocidad de producción de H₂O; d) Velocidad de producción de biomasa; e) Velocidad de consumo de sustrato; f) Velocidad de producción de proteasas.205

Lista de Tablas

Tabla 4.1 Propuestas de Simulación	14
Tabla 4.2 Dimensiones y condiciones de operación del sistema para el caso convencional	17
Tabla 4.3 Condiciones de operación del sistema para las propuestas de intensificación	20
Tabla 5.1 Condiciones iniciales y de frontera para el balance de masa de la fase fluida y sólida para el caso convencional	24
Tabla 5.2 Análisis dimensional del modelo de transferencia de masa para la fase fluida para el caso convencional.	26
Tabla 5.3 Análisis dimensional del modelo de transferencia de masa para la fase sólida para el caso convencional.	26
Tabla 5.4 Condiciones iniciales y de frontera del balance de transferencia de calor para el caso convencional	28
Tabla 5.5 Análisis dimensional del modelo de transferencia de calor para la fase fluida para el caso convencional.	30
Tabla 5.6 Análisis dimensional del modelo de transferencia de calor para la fase sólida para el caso convencional.	30
Tabla 5.7 Correlaciones de los parámetros y variables del caso convencional.	31
Tabla 5.8 Valor de los parámetros utilizados en el modelo de transferencia de masa y calor del caso convencional	32
Tabla 5.9 Condiciones iniciales y de frontera del modelo de transferencia de masa para el caso convencional	35
Tabla 5.10 Condiciones iniciales y de frontera del modelo de transferencia de calor para el caso convencional	36
Tabla 5.11 Tiempos característicos	37
Tabla 5.12 Rango de valores mínimos y máximos en el que se evalúan los tiempos característicos	44

Tabla 6.1 Coeficientes ajustados de la ecuación de Reichelt	100
Tabla 6.2 Condición inicial y de frontera del modelo hidrodinámico para el biorreactor intensificado caso A.....	102
Tabla 6.3 Condición inicial y de frontera del balance de transferencia de masa para el biorreactor intensificado caso A.....	103
Tabla 6.4 Condición inicial y de frontera del balance de transferencia de calor para el biorreactor intensificado caso A.....	104
Tabla 6.5 Tiempo característicos del biorreactor intensificado caso A	105
Tabla 6.6 Condición inicial y de frontera del balance de masa del caso B para la fase sólida y fluida.....	106
Tabla 6.7 Condición inicial y de frontera del balance de calor del caso B para la fase sólida y fluida.....	107
Tabla 6.8 Tiempo característicos del biorreactor intensificado caso B	108
Tabla 6.9 Condición inicial y de frontera del modelo hidrodinámico para el biorreactor intensificado caso C	108
Tabla 6.10 Condición inicial y de frontera del balance de masa del caso C para la fase sólida y fluida.....	109
Tabla 6.11 Condición inicial y de frontera del balance de calor del caso C para la fase sólida y fluida.....	110
Tabla 6.12 Rango de los tiempos característicos de permeabilidad	126
Tabla 6.13 Rango de los tiempos característicos de permeabilidad y difusividad radial	135
Tabla A1. Tamaño de partícula obtenido del número de malla.....	166
Tabla A2. Composición elemental CHN en porcentaje de los componentes de los componentes de frutas	167
Tabla A3. Composición elemental CHN en porcentaje de los componentes del sustrato	167
Tabla A4. Composición de la glucosa.....	168

Tabla A5. Porcentaje de cada elemento que conforma el sustrato.....	168
Tabla A6. Composición en base C-mol del sustrato.....	169
Tabla A7. Coeficientes de rendimiento en unidades de C-mol obtenidos de la ecuación de reacción para el crecimiento de <i>Y. lipolytica</i> 2.2ab.....	171
Tabla A8. Coeficientes de rendimiento en unidades de kilogramos obtenidos de la ecuación de reacción para el crecimiento de <i>Y. lipolytica</i> 2.2ab	172
Tabla A9. Constantes de ley de Henry con agua como solvente.....	172
Tabla A10. Componente porcentual de los residuos agroindustriales, pasta de soya y mezcla de sustrato.....	173
Tabla A11. Ecuaciones de las propiedades térmicas de los componentes del sustrato	174
Tabla A12. Datos de la actividad enzimática de proteasas y velocidad de producción de CO ₂ reportados por Barrios Nolasco (2015).....	185

Nomenclatura

A	Constante cinética, 1/h
a_i	Relación entre la superficie y volumen de una partícula, m_p^2/m_p^3
A_w	Coefficiente de la ecuación de Reichelt
B	Constante cinética adimensional
B_w	Coefficiente de la ecuación de Reichelt
$c_{p_{as}}$	Capacidad calorífica del aire seco, $J/kg_{as} \text{ } ^\circ C$
$c_{p_{H_2O}}$	Capacidad calorífica del agua, $J/kg_{H_2O} \text{ } ^\circ C$
c_{p_s}	Capacidad calorífica del sólido, $J/kg_{ss} \text{ } ^\circ C$
D_{AB}	Coefficiente de difusividad molecular, m^2/h
D_{ax}^f	Coefficiente de dispersión axial del fluido, m^2/h
D_{rad}^f	Coefficiente de dispersión radial del fluido, m^2/h
D_s	Coefficiente de difusión del gas en agua, m^2/h
d_p	Diámetro de partícula equivalente, m
d_t	Diámetro de tubo anular del biorreactor, m
E_{a1}	Energía de activación para la reacción enzimática, kJ/mol
E_{a2}	Energía para la reacción de inactivación enzimática, kJ/mol
G	Flux másico, $kg/m^2 \text{ h}$
g_z	Aceleración de la gravedad, m^2/h
H_i	Constante de solubilidad de la ley de Henry, kg_{ss}/kg_{ss}
h_g	Coefficiente de transferencia de calor interfacial, $J/m^2 \text{ h } ^\circ C$
H_i^{cp}	Constante de solubilidad de la ley de Henry definida a través de la concentración, kg_{ss}/kg_{ss}
HR	Humedad relativa
ΔH_{vap}	Entalpía de vaporización del agua, J/kg_{H_2O}
ΔH_{vap}^\ominus	Entalpía de vaporización del agua a condiciones de referencia, J/kg_{H_2O}
ΔH_{Ri}	Entalpía de reacción, J/kg_i
$\Delta_{sol}H_i$	Entalpía de disolución, J/mol
K	Permeabilidad
K_S	Constante de velocidad media o constante de Monod
K_1	Parámetro de la ecuación de Reichelt
k_{as}	Conductividad del aire seco, $J/m_f \text{ h } ^\circ C$
k_{ax}^f	Conductividad térmica efectiva axial para la fase fluida, $J/m_f \text{ h } ^\circ C$

k_{rad}^f	Conductividad térmica efectiva radial para la fase fluida, $J/m_f \text{ }^\circ\text{C h}$
k_{ax}^s	Conductividad térmica efectiva axial para la fase sólida, $J/m_s \text{ }^\circ\text{C h}$
k_{rad}^s	Conductividad térmica efectiva axial para la fase sólida, $J/m_s \text{ }^\circ\text{C h}$
k_{fs}	Coefficiente interfacial de masa, m_s/h
k_{ss}	Conductividad térmica del sólido, $J/m_s \text{ }^\circ\text{C h}$
k_1	Parámetro de la ecuación de Reichelt
k_2	Parámetro de la ecuación de Reichelt
L	Longitud del biorreactor, m
n	Potencia de la ecuación cinética de Monod
P	Presión total
P_{AS}	Presión parcial del vapor de agua en el aire
Pr	Número adimensional de Prandtl
ΔP	Caída de presión
R	Constante universal de los gases ideales, $J/mol \text{ K}$
R_a	Radio del tubo anular del biorreactor, m
R_e	Radio externo del tubo anular del biorreactor, m
Re_p	Número adimensional Reynolds de partícula
R_i	Tasa de producción o consumo del componente i, $kg_i/kg_{ss0} \text{ h}$
R_i^*	Tasa volumétrica de producción o consumo del componente i, $kg_i/m_R^3 \text{ h}$
r_0	Posición central del radio del biorreactor, m
SSM	Salvado seco mohoso
Sc	Número adimensional de Schmidt
T_b	Temperatura del baño de enfriamiento, $^\circ\text{C}$
T_f	Temperatura de la fase fluida, $^\circ\text{C}$
T_s	Temperatura de la fase sólida, $^\circ\text{C}$
t	Tiempo, h
T^\ominus	Temperatura de referencia, K
T^*	Temperatura absoluta, K
U_w	Coefficiente total de transferencia de calor, $J/m^2 \text{ h }^\circ\text{C}$
v_z	Velocidad del flujo en dirección z, m/h
v_0	Velocidad superficial, L/mín
X_i	Concentración del componente i en la fase sólida, kg_i/kg_{ss}
$X_{m\acute{a}x}$	Concentración máxima de biomasa en el sustrato, $kg_{biomasa}/kg_{ss}$
Y_i	Concentración del componente i en la fase fluida, kg_i/kg_{as}
Y_{ij}	Coefficiente estequiométrico

Y_{iT}	Concentración del componente i en la fase fluida dentro de la membrana, $\text{kg}_i/\text{kg}_{\text{as}}$
Y_i^*	Concentración de saturación del componente i en la fase fluida, $\text{kg}_i/\text{kg}_{\text{as}}$

Letras griegas

γ_f	Temperatura adimensional de la fase fluida
γ_s	Temperatura adimensional de la fase sólida
ε_f	Fracción vacía del fluido, m_{as}^3/m_R^3
$\bar{\varepsilon}_f$	Fracción vacía promedio del fluido, m_{as}^3/m_R^3
ε_s	Fracción vacía del sólido, m_s^3/m_R^3
ζ	Longitud del biorreactor adimensional
μ	Tasa de crecimiento específica del microorganismo, $1/h$
μ_{as}	Viscosidad del aire seco, $\text{kg}/\text{m h}$
μ_{eff}	Viscosidad efectiva, $\text{kg}/\text{m h}$
$\mu_{\text{máx}}$	Tasa de crecimiento específica máxima del microorganismo, $1/h$
ν	Viscosidad cinemática, m^2/h
ξ	Radio del biorreactor adimensional
ρ_{as}	Densidad del aire seco, $\text{kg}_{\text{as}}/m_{\text{as}}^3$
ρ_{ss}	Densidad del sustrato seco, $\text{kg}_{\text{ss}}/m_{\text{ss}}^3$
ρ_w	Densidad del agua, $\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}}/m_{\text{H}_2\text{O}}^3$
ρ_{as}^*	Densidad del aire seco en términos del volumen del reactor, $\text{kg}_{\text{as}}/m_R^3$
ρ_{ss}^*	Densidad del sustrato seco en términos del volumen del reactor, $\text{kg}_{\text{ss}}/m_R^3$
τ	Tiempo característico
υ	Velocidad adimensional
ϕ_i	Concentración adimensional de la fase fluida
χ_i	Concentración adimensional de la fase sólida

Subíndices

a	Anular
c	Característico
c.l.	Caída libre
CO_2	Dióxido de carbono
Cond	Conducción

Conv	Convección
f	Fase fluida
H ₂ O	Agua
i	Especie i
Int	Transporte interfacial
M	Momento
O ₂	Oxígeno
Presión	Caída de presión
r	Dimensión radial
Rxn	Calor de Reacción
S	Sustrato
Vap	Evaporación
χ	Biomasa
z	Dimensión axial
0	Condiciones iniciales

Superíndices

f	fluido
s	Fase sólida

1 Introducción

La mayor parte de los residuos agroindustriales no son tratados ni reutilizados, lo cual genera diversos problemas que impactan en el medio ambiente. Se estima que en México se producen al menos 31 millones de toneladas de pérdida y desperdicio de alimentos al año debido a la explotación agrícola y desperdicio de alimentos proveniente de hogares (A Conceptual Framework for a National Strategy on Food Loss and Waste in Mexico, 2020; CCA, 2019; Forbes, Quested, & O'Connor, 2021; Ng, et al., 2020). Existen diversas estrategias de valorización para los residuos agroindustriales donde el objetivo principal es recuperar ingredientes de alto valor. La fermentación microbiana se considera un enfoque emergente en el modelo de economía circular para convertir los residuos agroindustriales en productos finales útiles, ya que estos tienen una composición nutricional alta pues suelen ser ricos en fuentes de carbono y nitrógeno (Farinas, 2015; Ng, et al., 2020; Webb & Manan, 2017). Existen dos tipos de procesos de fermentación, la fermentación en medio sólido (FMS) y la fermentación líquida (FML). La FMS puede definirse como una técnica de cultivo de microorganismos sobre y dentro de partículas humidificadas (sustrato sólido) en ausencia o casi ausencia de agua en el volumen inter-partícula, sin embargo, el sustrato debe contener suficiente humedad para favorecer el transporte de masa y permitir el crecimiento del microorganismo. Este tipo de fermentación comparada con la FML ofrece numerosas ventajas en la producción de productos químicos y enzimas de alto valor agregado. Entre las principales ventajas económicas y ambientales se encuentran un mayor rendimiento del producto, menor consumo de energía, baja demanda de agua y el uso de residuos agroindustriales como materia prima para sustrato. Además, reproduce los procesos microbiológicos naturales ya que las condiciones en el sólido se asemejan al hábitat natural de hongos filamentosos y levaduras (López-Flores, et al., 2016; Ramana Murthy, Karanth, & Raghava Rao, 1993; Rodríguez Couto & Sanroman, 2006; Roussos & Perraud Gaime, 1996; Webb & Manan, 2017).

La importancia de la enzima proteasa radica en su inclusión en diferentes sectores industriales como la industria alimentaria, industria cosmética, industria de detergentes, industria farmacéutica, industria de la curtiduría, desgomado de seda, recuperación de plata de películas fotográficas y biorremediación. Constituyen uno de los grupos más importantes de las enzimas industriales pues representan casi el 60% de la producción mundial de

enzimas. En 2019 el mercado mundial de enzimas se valoró en \$8,637 millones, y se proyecta que alcance los \$14,508 millones en 2027 (Manjrekar, Wadekar, & Sumant, 2021; Ramkumar, Sivakumar, Gujarathi, & Victor, 2018; Sharma, Kumar, Panwar, & Kumar, 2017). Aunque las proteasas se pueden extraer de plantas y animales, los microorganismos pueden cultivarse en grandes cantidades en un tiempo relativamente corto mediante métodos de fermentación establecidos y requieren menos espacio para el cultivo (Naveed, et al., 2020; Sharma, Kumar, Panwar, & Kumar, 2017).

Si bien en años recientes, la aplicación y desarrollo de la FMS se ha expandido debido a las ventajas que percibe en la producción de varios metabolitos secundarios, también presenta algunas desventajas problemáticas, pues durante el proceso es difícil controlar e identificar las condiciones óptimas de diferentes condiciones de operación como la temperatura, el contenido de humedad y el caudal de aire, así como las interacciones entre estos (Farinas, 2015; Krishna, 2005; Rodríguez Couto & Sanroman, 2006; Soccol, et al., 2017; Webb & Manan, 2017). La velocidad de producción máxima del metabolito de interés no está determinada por los microorganismos, sino que está completamente determinada por procesos limitantes de transporte de materia y energía en el fermentador (Górak & Stankiewicz, 2018; Stankiewicz & Moulijn, 2000). Por lo que, gran parte de la complejidad de diseñar biorreactores de FMS deriva del hecho de que el rendimiento de un biorreactor es el resultado de una interacción compleja entre procesos biológicos y de transporte, de manera que es necesario una comprensión básica de cada uno de estos y su interacción. La mejora significativa en la comprensión del diseño, operación y escalamiento de los biorreactores de FMS ha sido posible mediante la aplicación de técnicas de modelado matemático para describir los fenómenos biológicos y de transporte dentro del sistema (Fredrickson, Megee, & Tsuchiya, 1970; Krishna, 2005). Aunque la mayor parte del trabajo de modelado en biorreactores de lecho empacado en FMS se ha centrado en los gradientes de temperatura, en la mayoría de los modelos no se ha considerado el efecto del transporte del agua en el aumento de temperatura dentro del lecho, lo que requiere modelos que consideren al menos dos fases. Tampoco se ha prestado atención a modelar la transferencia de oxígeno dentro del biorreactor, ni se ha caracterizado la hidrodinámica y su interacción con los mecanismos de transferencia de calor y masa, y su influencia en la obtención del producto deseado. Así, para cumplir con los requisitos de la FMS como tecnología potencial, es necesario diseñar biorreactores a nivel industrial que proporcionen un entorno favorable para la reacción biológica al maximizar la velocidad de formación y el rendimiento del producto deseado (Mitchell, Krieger, & Berovic, 2006; Raghavarao, Ranganathan, & Karanth, 2003).

Por lo tanto, para el caso de estudio, se propone intensificar un biorreactor de lecho empacado donde ocurre el proceso de fermentación en medio sólido por *Yarrowia lipolytica* 2.2ab mediante modelado con el objetivo de aumentar el rendimiento de producción de proteasas. Este trabajo se divide en siete capítulos. El primer capítulo es la introducción donde se menciona la importancia de las proteasas, las ventajas y desventajas de la FMS y se propone la intensificación del biorreactor como una estrategia para aumentar el rendimiento. El capítulo 2 consta de los antecedentes, donde se mencionan los trabajos experimentales y de modelado reportados de la literatura relacionados con el tema de investigación. En el capítulo 3 se presentan la hipótesis y los objetivos. El capítulo 4 consta de la metodología que se sigue en las simulaciones, la descripción del sistema convencional y el intensificado, así como sus condiciones de operación. En el capítulo 5 se muestran los balances de transferencia de masa y calor dimensionales, las metodologías utilizadas para la determinación de los parámetros cinéticos y de transporte, los balances adimensionales y un análisis de los tiempos característicos del proceso. En la sección de resultados se presenta la simulación del caso convencional y un análisis de los tiempos característicos. En el capítulo 6 se muestra el modelo dimensional y adimensional para las tres propuestas de intensificación. En la sección de resultados se realizó un análisis de sensibilidad de la permeabilidad y la dispersión radial. Por último, se presenta el capítulo 7 donde se redactan las conclusiones del trabajo y las perspectivas de trabajo a futuro.

2 Antecedentes

En esta sección de la tesis se realiza una breve descripción de los principales temas que abarca el proyecto de investigación, así como los avances que existen de manera experimental y resultados de modelado.

2.1 Impacto de la dinámica del fluido en la FMS

Ghildyal, Gowthaman, Raghava Rao y Karanth (1994) de manera experimental investigaron el efecto del flujo de aireación en los gradientes de temperatura a lo largo del biorreactor (3.3, 17 y 28 cm), y su efecto en la producción de la enzima amiloglicosidasa por fermentación en medio sólido utilizando *Aspergillus niger* CFTRI 1105. Utilizaron un reactor de columna con un diámetro de 15 cm y 34.5 cm de altura, equipado con chaqueta de enfriamiento y empacado con un tamaño promedio de partícula de 2 mm de salvado de trigo lo que da una relación de diámetro de tubo a partícula, d_t/d_p , de 75. Alimentado con aire

humidificado al 92-95% HR y temperatura de 30 ° C. Los experimentos se realizaron a diferentes flujos de aireación (5, 10, 15, 20 y 25 L/min). Obtuvieron un gradiente máximo de temperatura de 12 ° C a un flujo de aireación de 5 L/min. Observaron que la temperatura del lecho es mayor conforme aumenta la altura del lecho. También evaluaron el efecto de los flujos de aireación en los gradientes de temperatura axiales, obteniendo un gradiente de 0.79 ° C/cm y 0.13 ° C/cm respecto a un flujo de 5 L/min y 25 L/min. Respecto a la producción enzimática se obtuvieron las mayores actividades cerca de la entrada del biorreactor y flujos de 25 L/min, esto debido al aporte que tiene la aireación en la remoción del calor a lo largo del biorreactor. Sin embargo, la actividad empezó a disminuir a partir de la mitad del lecho hacia arriba debido a la pérdida de humedad en el sustrato. Así, aunque el flujo de aireación permite modular los gradientes de temperatura en el lecho, es importante considerar el efecto de otras condiciones de operación críticas como el contenido de humedad para encontrar un valor óptimo donde aumente la actividad enzimática.

Weber, Oostra y Rinzema (2002) validaron un modelo matemático propuesto por Weber, Tramper y Rinzema (1999) que predice la temperatura, humedad y biomasa. Realizaron experimentos en un biorreactor construido a base de propileno con un diámetro interno de 20 cm y una altura de 70 cm, el aire completamente saturado a una temperatura de 18 ° C se alimentaba al reactor por la parte de abajo. No se toman en cuenta gradientes radiales ya que asumen que las pérdidas de calor a través de la pared son despreciables.

Realizaron cultivos en un reactor con paredes aisladas, donde se recolectaron datos de temperatura a diferentes posiciones axiales (5, 15, 25, 35 y 45 cm), observando que a mayor altura del lecho la temperatura del aire incrementa, obteniendo una diferencia de temperatura axial máxima de 6 ° C entre la temperatura del aire a la entrada del biorreactor y la temperatura a la salida del lecho. Al cultivar *A. oryzae* la actividad de agua se mantuvo constante y no afectó la producción de conidias. También se demostró experimentalmente que un efecto negativo de la evaporación es la canalización del lecho de cultivo, ya que el micelio entrelaza las partículas de sustrato dentro del lecho y la pérdida de humedad provoca la contracción del sustrato de tal manera que se forman canales entre la pared del reactor y el lecho del sustrato. Esto provoca que el flujo de aireación se modifique durante el proceso de fermentación y la temperatura aumente en el centro del lecho, de tal forma que el crecimiento del micelio en esa zona del lecho disminuyó respecto al micelio ubicado cerca de la pared del biorreactor donde la temperatura del lecho pudo ser controlada. Debido a que el modelo es homogéneo se consideró que existe equilibrio térmico y másico entre el aire dentro del lecho y el sustrato, por lo cual el modelo no puede predecir el cambio dinámico de

humedad en el sustrato. También falta incluir la respuesta dinámica del hongo frente al aumento de la temperatura.

Ávila, Tarragó-Castellanos y Barrios-González (2017) identificaron el estímulo ambiental que presenta el contacto con el aire y los estímulos en el soporte que inducen a los hongos en FMS a producir metabolitos secundarios, en comparación con el cultivo sumergido. Realizaron pruebas experimentales con el fin de producir lovastatina a partir de *Aspergillus terreus* TUB F-514 utilizando espuma de poliuretano de alta densidad como soporte sólido con un contenido de humedad del 85%. Los resultados confirmaron la importancia del contacto directo con el aire como estímulo inductor del metabolito secundario, pues cuando el contacto directo con el aire se incrementó a 2 horas se mostró un aumento de 1,462.5% en la producción de lovastatina respecto al cultivo expuesto durante 0.8 horas al aire. El estudio concluye que el contacto directo con el aire, así como los estímulos relacionados con el soporte, son las principales señales ambientales que inducen alta producción de metabolitos secundarios.

2.2 Transferencia de calor y masa en FMS

Gowthaman, Raghava Rao, Ghildyal y Karanth (1993) utilizaron un reactor de lecho empacado de 34.5 cm de altura y diámetro de 15 cm para la producción de amiloglucosidasa utilizando *Aspergillus niger* CFTRI 1105, como sustrato se utilizó salvado de trigo con un tamaño de partícula de 0.2 cm y humedad inicial del 51% (p/p), así la relación d_t/d_p es de 75. Se realizaron experimentos a diferentes flujos de aireación (5, 10, 15, 20 y 25 L/min). Se obtuvo un gradiente de temperatura máximo de 12 ° C respecto a la temperatura óptima de fermentación. Al evaluar todos los flujos de aireación se obtuvo que en la parte baja del biorreactor la temperatura del lecho era prácticamente la temperatura de entrada del aire. Al incrementar el flujo de aireación de 5 L/min a 25 L/min los gradientes de temperatura en algunas zonas del biorreactor durante la fermentación disminuyeron de 0.75 ° C a 0.07 ° C respectivamente.

La actividad enzimática también mostró un aumento a lo largo del lecho al incrementar el flujo de aireación, pues al incrementar el flujo de aireación de 5 L/min a 25 L/min en la posición más baja del lecho durante el pico de temperatura se obtuvo que la actividad enzimática incremento de 2500 U/g SSM hasta 6800 U/g SSM. Sin embargo, a un flujo de 25 L/min se presentó una disminución de la actividad enzimática de la mitad del lecho hacia arriba, esto se atribuyó a que en esa zona se obtuvo la menor humedad del lecho, pues esta disminuyó hasta 21% (p/p).

Gowthaman, Raghava Rao, Ghildyal y Karanth (1993) complementaron el trabajo anterior al investigar de manera experimental la interacción de las resistencias de transporte en los gradientes de concentración de O_2 y CO_2 a lo largo del biorreactor (3.3, 8, 17 y 28 cm), y su efecto en la producción de amiloglucosidasa. Se utilizó un reactor de columna alimentado con aire humidificado a diferentes flujos de aireación (5, 10, 15, 20 y 25 L/min). Obtuvieron que los gradientes de O_2 a lo largo del biorreactor son mayores al incrementarse la altura. En las posiciones cerca de la entrada del lecho, no se presentan gradientes de concentración significativos. Para el CO_2 se mostró una tendencia opuesta al O_2 , así, a mayor altura del biorreactor se incrementó la concentración de CO_2 y los gradientes de concentración son más pronunciados. Para ambos gases los gradientes de concentración se redujeron considerablemente al incrementar el flujo de aire. A las 24 horas de fermentación con un flujo de 5 L/min el gradiente de concentración de O_2 fue de 0.07% (v/v), mientras que a 25 L/min se registró un gradiente de 0.007% (v/v). Por otra parte, la actividad de la enzima fue mayor cerca de la entrada del biorreactor, este efecto se atribuye a la disminución de gradientes de temperatura en esa zona, ya que se supone que la concentración de oxígeno a lo largo del biorreactor no es limitante para el proceso de fermentación. También se observó que el incremento del flujo de aireación aumentó la actividad enzimática a lo largo del biorreactor. Concluyeron que es más fácil minimizar los gradientes de concentración que los gradientes de temperatura, la cual presenta un incremento en la parte superior del biorreactor independientemente del flujo de aireación.

Saucedo-Castañeda, Gutiérrez-Rojas, Bacquet, Raimbault y Viniegra-González (1990) propusieron un modelo pseudo homogéneo de dos dimensiones que involucra coeficientes globales con el fin de evaluar los mecanismos fundamentales de transferencia de calor en un biorreactor de FMS describiendo los procesos fisiológicos como el crecimiento de biomasa, consumo de sustrato y producción de CO_2 en función de la temperatura. El balance de energía toma en cuenta la acumulación, conducción de calor radial, convección axial y generación de calor metabólico. El modelo se validó con resultados experimentales obtenidos en un biorreactor de 1 L con 6 cm de radio y 35 cm de alto, equipado con chaqueta de enfriamiento mantenida a 35 ° C y empaquetado con partículas de yuca de tamaño promedio de 0.4-0.5 cm, por lo cual, la relación d_t/d_p fue alrededor de 13. Se alimentó aire a un flujo de aireación de 1.5 L/min.

En los resultados experimentales, se mostró que alrededor de las 18 horas iniciado el proceso de fermentación se presentó el mayor incremento de temperatura, el cual presentó una diferencia aproximada de 10 ° C entre el centro y la pared del biorreactor, siendo esta

primera ubicación la de mayor temperatura. También se mostró que el gradiente de temperatura axial fue de 0.17° C/cm , mientras que el gradiente de temperatura radial fue de 5° C/cm . Por lo cual, en el modelo se despreció el gradiente axial de temperatura, así, se eliminó el término convectivo del modelo debido al bajo flujo de aireación. A partir de un mismo conjunto de datos se estimaron cinco parámetros (coeficiente de mantenimiento de la biomasa, concentración inicial de biomasa, número de Peclet, número de Damköhler y número de Biot). Aunque los números adimensionales permitieron identificar las resistencias que dominan en transporte de calor, no se tiene certidumbre sobre el valor de cada parámetro. Tampoco se consideró el efecto de la evaporación en el transporte de calor y no se presentó un análisis completo de la transferencia de masa para el oxígeno, dióxido de carbono y agua.

Sangsurasak y Mitchell (1995) utilizaron como sistema un biorreactor cilíndrico de lecho empacado con partículas esféricas de almidón y chaqueta de enfriamiento para el crecimiento de *Rhizopus oligosporus*. Se propuso un modelo pseudo homogéneo con propiedades promediadas del sustrato y del fluido. En el modelo utilizado para la descripción del transporte de calor se consideran las direcciones axial y radial, así como la producción de calor metabólico. El fluido sólo se mueve en dirección axial y su temperatura a la entrada del biorreactor es constante. Para el modelo cinético se considera el efecto de temperatura en la tasa específica de crecimiento del microorganismo. Se realizan simulaciones variando distintos parámetros como la velocidad del flujo de entrada, la temperatura del aire a la entrada y la altura del lecho. Se consideró velocidad superficial constante. Se observa que la convección es el mecanismo dominante de transferencia de masa, donde los mayores gradientes de temperatura son más pronunciados en la parte alta de la columna del biorreactor. También se evaluó el efecto de la velocidad de flujo, se encontró que a flujos bajos el incremento de temperatura es muy alto ocasionando la muerte de los microorganismos. Mientras que a mayores velocidades los gradientes de temperatura son menores favoreciendo el crecimiento del microorganismo, sin embargo, no se incluyó un balance de agua que considere la pérdida de humedad en el sustrato por el fenómeno de vaporización.

Sangsurasak y Mitchell (1998) extendieron el modelo de transferencia de calor propuesto por Sangsurasak y Mitchell (1995) al adicionar el término de vaporización en el flujo convectivo que transita por el biorreactor. El balance macroscópico de energía incluye el término de acumulación, el término convectivo de remoción de calor, el término de vaporización, la conducción de calor radial y axial y la generación de calor debido al

crecimiento del microorganismo. En el término convectivo se consideró la capacidad calorífica del vapor. El sistema modelado consiste en un biorreactor cilíndrico de lecho empacado con chaqueta de enfriamiento y aireación por debajo del reactor. El lecho se consideró como pseudo homogéneo con propiedades promediadas del aire y del sustrato, de manera que la temperatura del sólido humedecido y del aire saturado es la misma. Se asume una velocidad constante en todo el biorreactor y no consideran un balance de transferencia de masa. Para validar el modelo se utilizaron los datos experimentales de Saucedo-Castañeda, Gutiérrez-Rojas, Bacquet, Raimbault y Viniegra-González (1990), y Ghildyal, N., Gowthaman, M., Raghava Rao, K. y Karanth, N. (1994). Observaron que durante la producción de calor en el pico de temperatura la contribución del enfriamiento convectivo es 1027 W/m^3 y la contribución evaporativa del enfriamiento es de 5174 W/m^3 , lo cual representa una contribución del 16% y 78% respectivamente. Así, la evaporación hace una contribución significativa en la remoción de calor.

Von Meien y Mitchell (2002) propusieron el primer modelo heterogéneo de dos fases para la transferencia de calor y agua en un biorreactor de FMS con agitación intermitente y aireación forzada, con el propósito de describir el cambio de la actividad de agua en el sustrato, pues se reconoce la estrecha relación entre la evaporación de agua en el sólido y la transferencia de calor. El sistema modelado consistió en un biorreactor de lecho empacado suficientemente ancho sin chaqueta de enfriamiento, de tal manera que se desprecia la transferencia de calor por la pared y solo se considera la transferencia de calor en la dirección axial. El aire en la entrada del biorreactor está saturado a la temperatura de 35° C . La longitud modelada del biorreactor es de 2.5 m. En ambas fases, el balance de masa para el agua considera el transporte interfacial entre la concentración de agua en el sólido y la concentración de agua en equilibrio con la fase gas. Además, en la fase sólida se añade el agua producida debido al crecimiento de biomasa y el consumo de sustrato. En los balances de energía se considera la capacidad calorífica del gas húmedo, en la fase sólida se considera la pérdida de energía debido a la evaporación del agua hacia la fase gas y el calor añadido por el crecimiento del microorganismo. Para describir el crecimiento de biomasa se utiliza la ecuación logística, donde la tasa específica de crecimiento está en función de la temperatura del sólido y de la actividad de agua, los parámetros se obtuvieron del artículo de Saucedo-Castañeda et al. (1990). En el término convectivo se utiliza la velocidad superficial del fluido a la entrada del lecho. El resultado indica que aun logrando disminuir los gradientes de temperatura, el crecimiento del microorganismo disminuirá si la actividad de agua no se encuentra cercana a valores óptimos.

Casciadori, Bück, Thoméo y Tsotsas (2016) proponen un modelo pseudo heterogéneo de dos fases con el fin de predecir gradientes de temperatura y humedad para un biorreactor de lecho empacado. Presentan los balances de masa y calor sólo para el agua en la fase sólida y fluida. Se afirma que este modelo incluye la mayor parte de los mecanismos de transporte para ambas fases en direcciones axial y radial. Se considera que el biorreactor es lo suficientemente angosto (7.6 cm) de tal manera que la chaqueta contribuye de manera importante al enfriamiento. El balance de masa para el agua está conformado por el término transitorio, el flujo de vapor en el fluido debido a la convección, la transferencia de agua por medio del transporte interfacial y la difusión axial y radial del vapor en la fase fluida. En la fase sólida la dispersión de agua ocurre por capilaridad y se añade el agua producida por el microorganismo. El balance de energía en la fase fluida considera la acumulación de calor, la transferencia de calor por convección, interfacial, por vaporización y la difusión de calor. El balance de calor de la fase sólida también considera el calor metabólico producido debido al crecimiento del microorganismo. Las simulaciones del modelo matemático permiten predecir como los parámetros de velocidad, humedad relativa y temperatura del flujo de entrada afectan la temperatura y humedad del sustrato dentro del lecho, así como el crecimiento microbiano, ya que la tasa específica de crecimiento se describe como función de la temperatura. Se considera que el aire a la entrada del biorreactor humidificado a 85% HR tiene una velocidad superficial constante. La relación d_t/d_p es de aproximadamente 25.

En los resultados se obtiene que el perfil de contenido de humedad en el sólido fue más bajo en la parte inferior del biorreactor donde se alimenta el aire, lo que ocasionó menor crecimiento de biomasa y consumo de sustrato en esa zona. Dado que la temperatura cercana a la entrada del lecho se mantuvo en el valor óptimo para el crecimiento microbiano, la reducción de biomasa se debe al bajo contenido de humedad en el sustrato. También se evalúa el efecto de la velocidad de flujo de entrada en los gradientes de temperatura y humedad del sólido. Para la velocidad más baja ($v_0 = 0.0073$ m/s) la fase sólida tardó más en alcanzar los valores críticos de actividad de agua, sin embargo, una velocidad baja puede representar una restricción de oxígeno a las necesidades microbianas. Por lo tanto, se hizo hincapié en equilibrar ambos fenómenos para encontrar el caudal de aire más apropiado. Así, se concluye que es necesario que el modelo describa los intercambios de gases (absorción de oxígeno y liberación de dióxido de carbono) y su efecto en el crecimiento del microorganismo.

2.3 Intensificación

De acuerdo con la revisión bibliográfica es importante que se integren las variables que están directamente relacionadas con el crecimiento de microorganismos, entre éstas se incluyen la temperatura, el contenido de humedad y la velocidad del flujo de aire. La temperatura dentro del lecho aumenta debido al calor metabólico producido durante el crecimiento y la resistencia a la transferencia de calor debido a la baja conductividad del sustrato, ocasionando la reducción de la producción del metabolito de interés (Mandenius, 2016; Raghavarao, Ranganathan, & Karanth, 2003; Ramana Murthy, Karanth, & Raghava Rao, 1993; Soccol, et al., 2017; Webb & Manan, 2017). Aunque la evaporación de agua del medio de cultivo puede tener un efecto de enfriamiento considerable, también los cambios entre patrones de flujo tienen impacto en las velocidades de transferencia de masa y calor (Górak & Stankiewicz, 2018; Reay, Ramshaw, & Harvey, 2013). Son pocos los trabajos donde se especifica la relación de d_t/d_p , pero en todos estos se mostró una alta relación de diámetro de tubo a partícula, por lo que se considera flujo pistón. Sin embargo, dependiendo del diseño de reactor la relación d_t/d_p puede variar. Para reactores con una relación de $d_t/d_p < 8$ se generan variaciones en la fracción vacía dentro del lecho, lo que genera un perfil de velocidad, esto define la forma en que el calor y la masa se transfieren a través del lecho (Borkink & Westerterp, 1992; Dixon A. G., 1988; Papageorgiou & Froment, 1995). Pues la presencia de un empaquetamiento más ordenado cerca de la pared del tubo ocasiona que la fracción vacía se incremente en esa zona y la velocidad de flujo sea mayor, esto propicia mayor transferencia de calor por convección hacia la pared del biorreactor.

Aunque en la mayor parte de trabajos de FMS se muestran resultados sobre la transferencia de calor y perfiles de CO_2 a la salida del biorreactor, existe una escasez de trabajos que muestren el perfil de O_2 y perfiles de concentración en el interior del lecho, por lo cual no se tiene entendimiento sobre cómo afecta el agotamiento de O_2 en la producción del metabolito deseado. El transporte de O_2 ocurre entre las fases fluida y sólida, pues el oxígeno en la fase fluida que entra al biorreactor se transporta hacia la fase sólida al transportarse en el agua con la que se humedece el sustrato, de tal forma que la concentración máxima que se puede disolver está determinada por la termodinámica. Por otra parte, es importante considerar el balance de agua en ambas fases, ya que el transporte de agua interfacial afecta la temperatura del sistema y el transporte de los componentes. Considerando que los procesos de fermentación aeróbica están limitados por la disponibilidad de oxígeno, estos son susceptibles a la intensificación de la transferencia de masa (Górak & Stankiewicz, 2018; Stankiewicz & Moulijn, 2000).

La intensificación de procesos (IP) surge debido a la creciente competencia mundial pues se requieren grandes cambios en la forma de diseñar las plantas bajo una concepción de sostenibilidad y un modelo de economía circular, de tal manera que se cumplan con los requisitos fundamentales del proceso químico y al mismo tiempo satisfacer las necesidades comerciales al contribuir significativamente a la competitividad de las industrias de procesos en todo el mundo al hacerlas más rápidas, más eficientes, más seguras, y menos perjudiciales para el medio ambiente mientras se logra un objetivo de producción determinado y se disminuyen costos de producción (Drioli, Stankiewicz, & Macedonio, 2011; Segovia Hernández & Bonilla Petriciolet, 2016; Stankiewicz & Moulijn, 2000).

Existen diversas definiciones sobre la intensificación de procesos, sin embargo, todas coinciden en dos palabras clave, la innovación y la mejora sustancial. En general, la IP consiste en el desarrollo de aparatos y técnicas novedosas que, en comparación con las que se usan comúnmente en la actualidad, se espera brinden mejoras en la fabricación y el procesamiento bioquímico, disminuyendo sustancialmente el tamaño del equipo, consumo de energía o producción de residuos, limitaciones de transporte, costos de producción y/o aumentar el rendimiento. La IP tiene como objetivo reducir drásticamente el consumo de energía y el costo de los procesos al utilizar la sinergia entre fenómenos multifuncionales en diferentes escalas temporales y espaciales y mejorar las tasas de transferencia de masa, calor y momento (Sitter, Chen, & Grossmann, 2019; Stankiewicz & Moulijn, 2004; Tian, 2018; Van Gerven & Stankiewicz, 2009).

El uso de conceptos de diseño ha permitido incorporar nuevas operaciones en unidades intensificadas que exploten mecanismos relacionados con la transferencia de calor y masa (Segovia Hernández & Bonilla Petriciolet, 2016). Una estrategia de intensificación es la ingeniería de membranas, las cuales pueden separar un reactante proveniente de una corriente mezclada para ser alimentado al reactor. Los procesos de membrana abordan los objetivos de IP porque eliminan un proceso de separación adicional para obtener el reactivo, tienen el potencial de reemplazar las técnicas convencionales para lograr el transporte selectivo y eficiente de componentes específicos y así mejorar el rendimiento de los procesos (Brunetti, Zito, Giorno, & Barbieri, 2018; Drioli, Stankiewicz, & Macedonio, 2011). Los reactores se pueden equipar con una membrana permeable al oxígeno para la separación in situ de oxígeno del aire y obtenerlo como reactivo. Otra ventaja de este tipo de reactores de membrana es que permiten controlar la distribución de un reactivo a lo largo de la dirección del flujo del reactor para optimizar la selectividad y reactividad, lo que afecta la distribución del calor de reacción, el perfil de temperatura en el reactor y la producción del metabolito deseado (Lin J. , 2018).

Para el caso de estudio, se propone intensificar el biorreactor de lecho empacado donde ocurre el proceso de fermentación en medio sólido por *Yarrowia lipolytica* 2.2ab mediante el modelado de dos propuestas de intensificación. La primera propuesta consiste en generar distintos perfiles de velocidad y evaluar su efecto en la transferencia de calor en el biorreactor, de tal manera que se genere un perfil de velocidad para que a lo largo del lecho los esfuerzos de corte viscosos debidos al sustrato sean menores y se minimicen las resistencias interfaciales de transporte, lo que generaría una mayor producción de proteasas. La segunda propuesta consiste en implementar una membrana polimérica dentro del biorreactor de tal manera que se alimente oxígeno a lo largo del biorreactor mejorando su disponibilidad para el microorganismo, lo que se espera aumente la producción de proteasas.

3 Hipótesis y objetivos

3.1 Hipótesis

Al mejorar la transferencia de calor y masa mediante la generación de diferentes perfiles de velocidad y la alimentación de oxígeno a lo largo de un biorreactor donde tiene lugar una FMS se obtendrá una mayor producción de proteasas respecto a su producción en un biorreactor convencional, logrando así su intensificación.

3.2 Objetivos

3.2.1 General

Intensificar un biorreactor de lecho empacado donde tiene lugar una FMS mediante la generación de perfiles de velocidad y su impacto en la transferencia de calor, así como mediante la alimentación de oxígeno a través de una membrana.

3.2.2 Particulares

- Desarrollar modelos pseudo-continuos heterogéneos que permitan describir y entender la interacción entre la dinámica de fluidos, la transferencia de calor y masa para O_2 , CO_2 y H_2O , y los procesos cinéticos macroscópicos que tienen lugar en el microorganismo durante una FMS.
- Evaluar la transferencia de calor y la producción de proteasas al utilizar diferentes tamaños de partícula.

- Evaluar el efecto del transporte de oxígeno a través de una membrana en la producción de proteasas.
- Evaluar el efecto del incremento de la disponibilidad de oxígeno mediante su transporte a través de una membrana en la producción de proteasas.

4 Metodología

4.1 Metodología de modelado

Se realizan simulaciones de cuatro diferentes casos que permitirán comprobar o refutar la hipótesis. De tal manera que se comparará la producción de proteasas obtenida en el sistema convencional contra tres propuestas de intensificación del biorreactor mostradas en la Figura 4.1 cuyas particularidades se muestran en la Tabla 4.1.

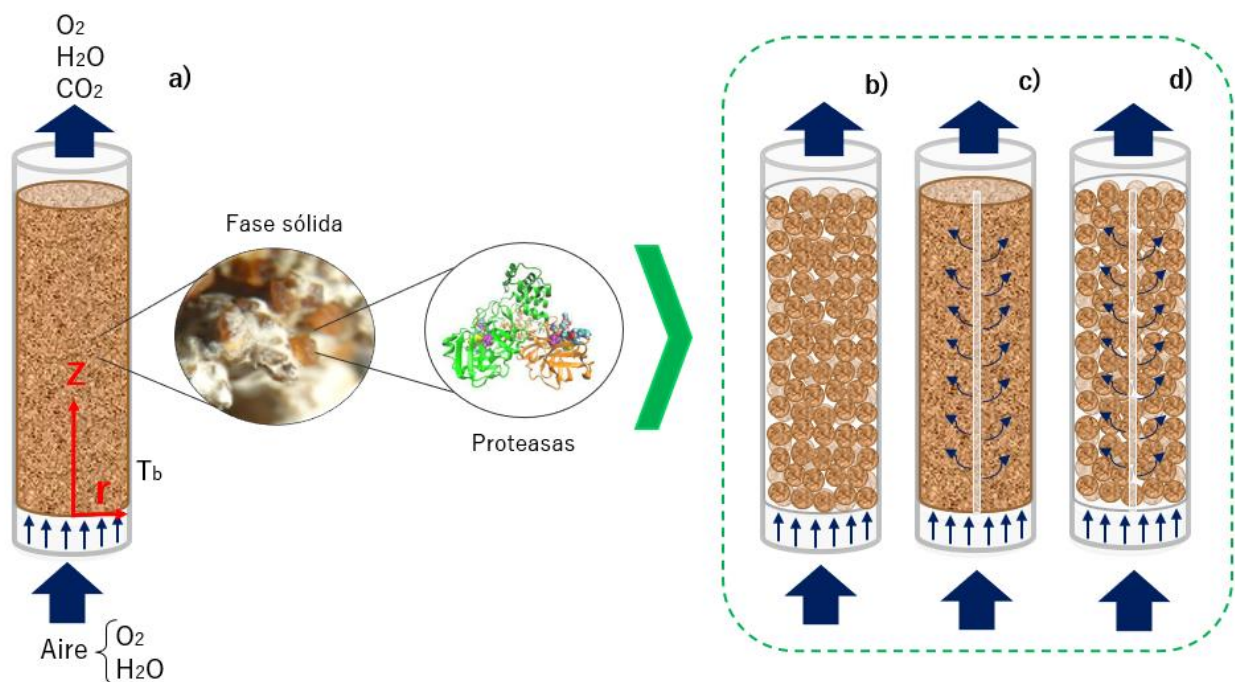


Figura 4.1 Esquema del sistema convencional y las tres propuestas de intensificación: a) Caso convencional; b) Caso A; c) Caso B; d) Caso C

Tabla 4.1 Propuestas de Simulación

		Relación d_t/d_p	Hidrodinámica	Membrana permeable al oxígeno
Caso convencional		> 8	Flujo pistón	No
Propuestas de intensificación	Caso A	< 8	Perfil de velocidad	No
	Caso B	> 8	Flujo pistón	Sí
	Caso C	< 8	Perfil de velocidad	Sí

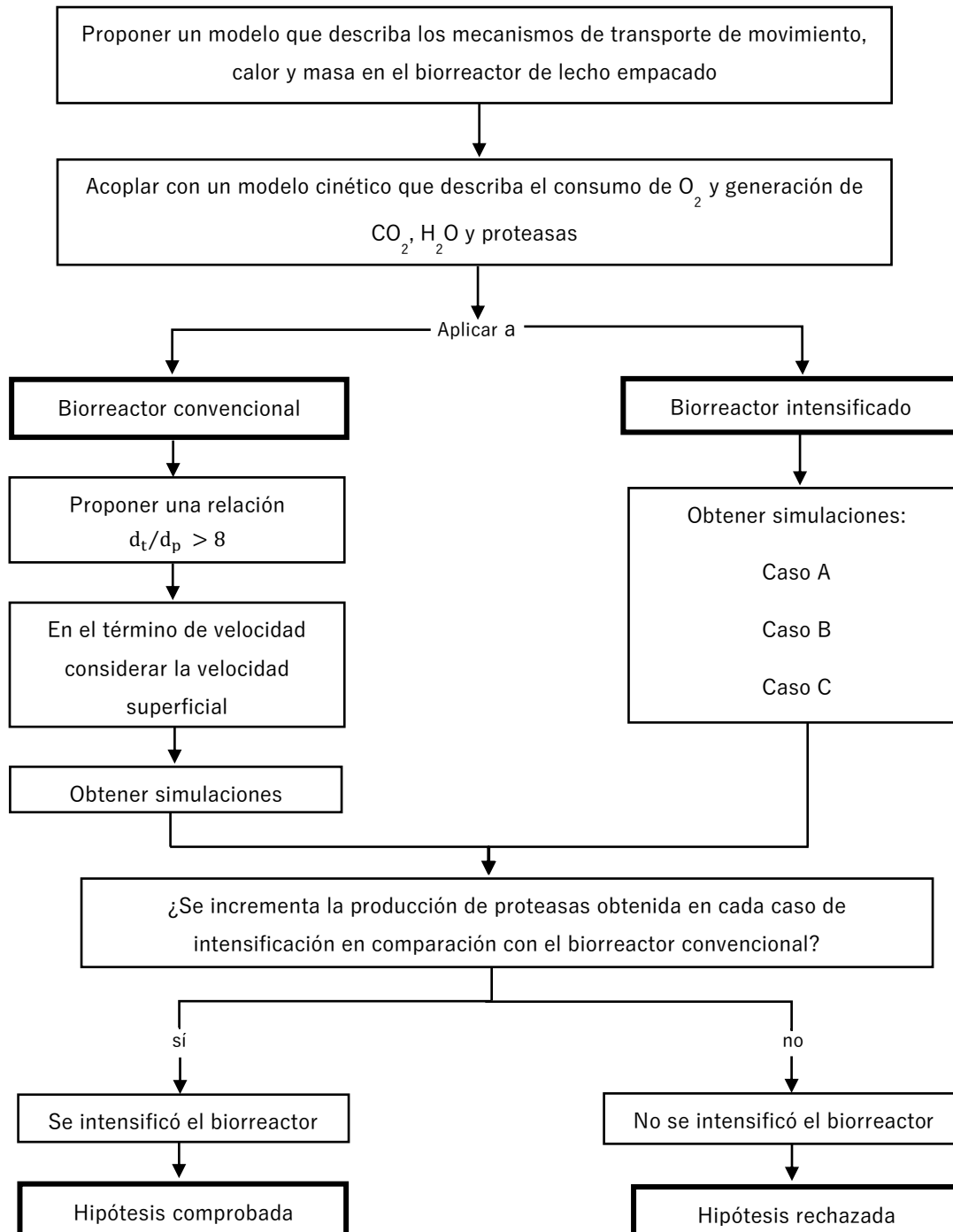


Figura 4.2 Metodología para comprobar o rechazar la hipótesis propuesta

4.2 Sistema de estudio

4.2.1 Caso convencional

4.2.1.1 Descripción del sistema modelado

En la Figura 4.3 se muestra el biorreactor de lecho empacado con chaqueta de enfriamiento donde se realiza la fermentación en medio sólido. Se escogió esta configuración de biorreactor debido a que ya está construido en el laboratorio (Edificio T-254, Laboratorio de Ingeniería de Reactores Aplicada a Sistemas Químicos y Biológicos). El biorreactor consiste en un tubo de acrílico de 30 cm de longitud, empacado con el sustrato de residuos agroindustriales húmedo e inoculado. La columna interna de acrílico tiene un radio interno (R_a) de 2.5 cm y radio externo (R_e) de 3 cm. La columna externa de acrílico que actúa como chaqueta de enfriamiento tiene un radio interno (R_{c_a}) de 5 cm y un radio externo (R_{c_e}) de 5.6 cm. Dentro de la columna externa circula agua destilada que actúa como refrigerante, la cual pasa a través de la chaqueta de enfriamiento desde la parte inferior de la columna hasta la parte superior de esta, y se vuelve a recircular. El aire se alimenta al biorreactor por la parte inferior del lecho y esta humedecido hasta su punto de saturación para evitar la menor pérdida de humedad durante el proceso de fermentación. El biorreactor está equipado con 11 termopozos ubicados a lo largo que permiten medir la temperatura u obtener una muestra del lecho fermentado, un rotámetro (Cole-Parmer) para medir el caudal volumétrico, dos sensores de presión barométrica BMP180 de alta precisión, una bomba que está conectada a la parte inferior de la chaqueta de enfriamiento y una cámara de gases equipada con sensores de O_2 y CO_2 .

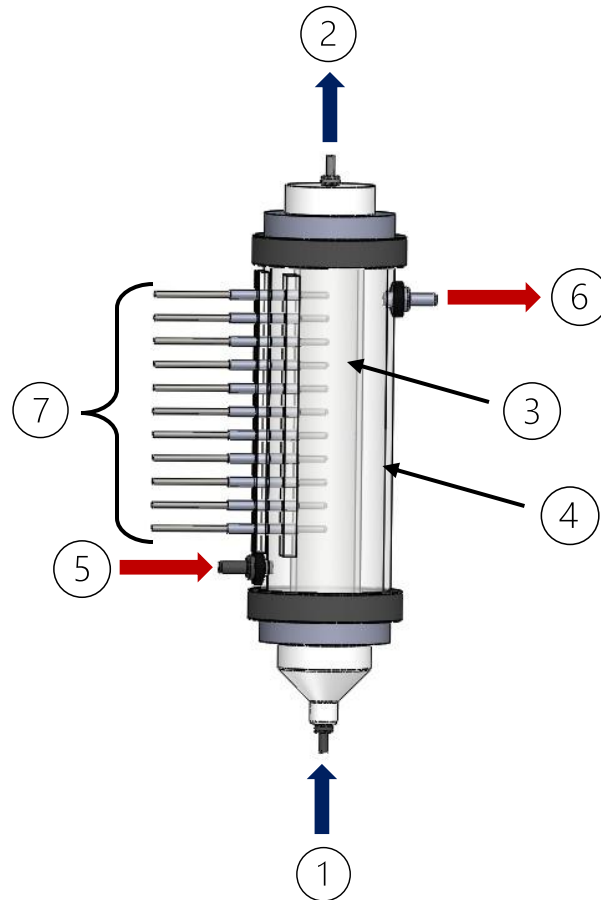


Figura 4.3 Biorreactor para FMS con chaqueta de enfriamiento: 1) Entrada del aire; 2) Salida del aire; 3) Depósito del sustrato; 4) Chaqueta de enfriamiento; 5) Entrada de agua a la chaqueta; 6) Salida de agua de la chaqueta; 7) Termopozos

En la Tabla 4.2 se resumen las propiedades del biorreactor y las condiciones de operación consideradas.

Tabla 4.2 Dimensiones y condiciones de operación del sistema para el caso convencional

Dimensiones del reactor	
Longitud del lecho	30 cm
Diámetro del tubo anular del lecho	5 cm
Diámetro del tubo externo del lecho	10 cm
Condiciones de operación	
Temperatura del agua del baño	40-45 ° C

Temperatura del aire de entrada	20-25 ° C
Humedad del aire de entrada	100 % HR
Humedad del sustrato	60 % p/p
Flujo del aire de entrada	1 L/min
Diámetro de partícula efectivo	1.5 mm
	10 mm

4.2.1.2 Descripción física del proceso

A la entrada del lecho se alimenta aire húmedo a cierta velocidad. El fluido tiene una viscosidad definida y una densidad constante, este se mueve en dirección axial debido a las fuerzas normales, las cuales son mayores que la fuerza volumétrica ejercida por la gravedad que tiene dirección contraria a la dirección del movimiento del fluido. Dentro del sistema, el fluido se transporta debido a fuerzas inerciales y entre cada capa de fluido se ejercen fuerzas tangenciales debido al esfuerzo de corte ocasionado por el sustrato empacado en el lecho y por la pared del tubo. El fluido interactúa con el mismo fluido, las partículas sólidas y la pared del tubo mediante diferentes mecanismos como son cantidad de movimiento inercial, cantidad de movimiento viscoso y resistencias a la cantidad de movimiento viscoso.

El fluido está compuesto por aire y vapor de agua. Mientras este fluido se transporta por el biorreactor, el O_2 se transfiere del aire hacia el agua que se encuentra en el sustrato humedecido. El microorganismo (*Yarrowia lipolytica*) que se encuentra inoculado sobre el sustrato, se alimenta del sustrato y del O_2 transportado en éste, convirtiendo las macromoléculas del sustrato en micromoléculas y así poder realizar sus actividades metabólicas. Para que ocurra la reacción biológica, también es necesario aumentar la temperatura del lecho hasta la temperatura deseada para conseguir el crecimiento del microorganismo. A su vez, como producto de la reacción biológica el microorganismo produce CO_2 , H_2O , biomasa y calor. El CO_2 y parte del H_2O se transportan a la interfase sólido-fluido, y posteriormente son transportados por el flujo de aire en dirección axial del biorreactor. De tal manera que a la salida del biorreactor la composición de O_2 , CO_2 y H_2O en el fluido varía respecto a la composición a la entrada del biorreactor. La temperatura del sistema aumenta durante el transcurso de la fermentación debido a la reacción exotérmica del metabolismo. Parte del calor generado se transporta por el fluido debido al mecanismo de convección y el efecto de evaporación, y también se transporta hacia la chaqueta de enfriamiento, permitiendo que disminuya la temperatura dentro del lecho.

4.2.1.3 Microorganismo

Para los estudios bióticos se utiliza la levadura *Yarrowia lipolytica* 2.2ab (Colección de cepas PP4, UAMI). Las características fisiológicas especiales de *Y. lipolytica* y la aceptación de su estado reconocido generalmente como seguro (GRAS) por la Administración de Alimentos y Medicamentos de los Estados Unidos (FDA) hacen que esta levadura sea significativa en aplicaciones biotecnológicas. *Y. lipolytica* es una levadura dimórfica, tiene capacidad para crecer como células de levadura o en forma de micelio dependiendo de las condiciones ambientales (Madzak, Gaillardin, & Beckerich, 2004). Por ejemplo, Ruiz-Herrera y Sentandreu (2002) evaluaron el efecto que tienen diferentes factores ambientales en el dimorfismo de las cepas *Y. lipolytica* W29 y PO1a. En ambas cepas, el pH fue el factor más importante que regula la transición dimórfica. Otros factores importantes para la formación de micelio son las fuentes de carbono y nitrógeno, y el estrés anaeróbico.

La morfología de las colonias de las cepas de *Y. lipolytica* es diversa según los antecedentes genéticos, la composición del medio y las condiciones de crecimiento, ésta puede variar desde suave y brillante hasta muy mate (Barth & Gaillardin, 1997). *Y. lipolytica* puede asimilar y fermentar diferentes fuentes de carbono, como materiales hidrófilos (glucosa, glicerol, alcoholes y acetato) y sustratos hidrófobos (ácidos grasos, triacilgliceroles y alcanos), y producir importantes metabolitos. Las enzimas extracelulares son una de las proteínas más importantes secretadas por este microorganismo, entre estas se incluyen las lipasas, proteasas alcalinas o ácidas, fosfatasas e inulinasa. Entre las aplicaciones potenciales del microorganismo están el mejorar el sabor de los alimentos en la maduración de quesos y embutidos, biorremediación de suelos contaminados con aceite pues es un degradador eficaz de hidrocarburos y biosorbente ya que tolera metales pesados (Bankar, Kumar, & Zinjarde, 2009; Liu, Ji, & Huang, 2015).

Y. lipolytica es una levadura estrictamente aeróbica, ya que no puede crecer ni fermentar sin oxígeno. El consumo dependerá de las distintas fases de crecimiento del microorganismo. La baja disponibilidad de oxígeno reduce fuertemente la tasa de crecimiento (Barth G., 2013; Gonçalves, Colen, & Takahashi, 2014). Como resultado la cantidad de oxígeno disponible es un parámetro importante. De igual manera se ve afectada por el pH del medio de crecimiento, pues *Y. lipolytica* segrega proteasas ácidas y alcalinas (proteasa alcalina extracelular (AEP) y proteasa extracelular ácida (AXP)). La producción de proteasas también está controlada por el consumo de carbono, nitrógeno y azufre (Darvishi Harzevili, 2014). Para la cepa que se utilizará en este trabajo la mayor producción de proteasas bajo

condiciones a nivel laboratorio aparentes desde un punto de vista cinético se obtiene a una temperatura de 45 ° C y una relación C/N de 10 (López Flores, et al., 2016).

4.2.2 Biorreactor intensificado

Para el caso convencional y los casos de intensificación las dimensiones del biorreactor con chaqueta de enfriamiento son las mismas y están establecidas en la Tabla 4.2. Para los casos B y C definidos en esta tabla, en el centro del biorreactor se añade una membrana permeable al oxígeno, la cual permea oxígeno a lo largo del biorreactor. En todos los casos el sustrato se inocula con *Y. lipolytica* y el aire húmedo se alimenta a la entrada del lecho a cierta velocidad. El fluido se mueve en dirección axial dentro del biorreactor y la membrana. Las condiciones de operación para cada caso propuesto a intensificar se especifican en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3 Condiciones de operación del sistema para las propuestas de intensificación

Condiciones de operación	CASO A	CASO B	CASO C
Temperatura del agua del baño		40-45 ° C	
Temperatura del aire de entrada		20-25 ° C	
Humedad del aire de entrada		100 % HR	
Humedad del sustrato		60 %	
Flujo del aire de entrada		1 L/min	
Diámetro de partícula efectivo	10 mm	1.5 mm	10 mm

5 Biorreactor convencional

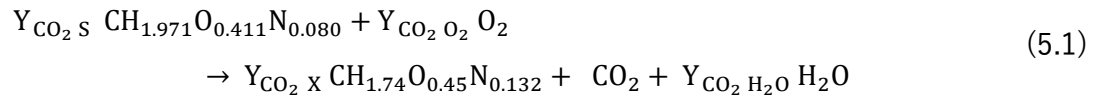
5.1 Modelado

5.1.1 Modelo dimensional

5.1.1.1 Estequiometría del crecimiento microbiano

Se propone una biorreacción aplicando el modelo de caja negra para el crecimiento del microorganismo, donde solo se consideran los componentes que se intercambian con el

medio de cultivo. Esta ecuación representa la suma de múltiples reacciones involucradas en el metabolismo microbiano. La biorreacción se expresa mediante la ecuación (5.1), en la cual, la estequiometría describe cuantitativamente cuanto sustrato y oxígeno se consume para producir un mol de CO₂.



En la ecuación anterior, los compuestos que contienen carbono están expresados en base C-mol, los coeficientes estequiométricos se expresan como rendimientos, la composición elemental para *Y. lipolytica* 2.2ab es CH_{1.74}O_{0.45}N_{0.132} (Ochoa-Estopier & Guillouet, 2014) y la composición elemental para el sustrato empleado en la fermentación es CH_{1.908} O_{0.411} N_{0.080} (Ver Apéndice A).

5.1.1.2 Modelo cinético

La cinética microbiana representa la descripción matemática de los procesos metabólicos realizados por microorganismos que están contenidos en un fermentador. Estos modelos cinéticos se clasifican según la descripción de las células microbianas. En este trabajo se utiliza un modelo cinético de caja negra, el cual es un modelo no estructurado ni segregado, o modelo macroscópico. Para calcular la tasa de producción o consumo solo se necesita conocer las entradas y salidas de sustratos y productos (Muloiwaa, Nyende Byakikab, & Dinkab, 2020; Villadsen, Nielsen, & Lidén, 2011).

El modelo cinético se basa en las siguientes consideraciones:

- Solo actúa un tipo de microorganismo.
- Se considera que la composición de los distintos componentes de la biomasa y del sustrato permanecen constantes durante el proceso de fermentación.
- La estequiometría y los rendimientos se mantienen fijos durante todo el proceso de fermentación.
- El único sustrato limitante es el O₂.

El modelo cinético que se utilizará para describir el crecimiento del microorganismo es una ecuación empírica híbrida entre el modelo logístico y el modelo de Monod.

$$R_x = \frac{dX}{dt} = \mu_{\text{máx}} X \left(\frac{X_S}{K_S + X_S} \right) \left(1 - \frac{X}{X_{\text{máx}}} \right)^n \quad (5.2)$$

Este modelo logra describir la transición del crecimiento celular para condiciones limitadas por el agotamiento de sustrato o condiciones limitadas por auto inhibición. Ya que, el término $X_{\text{máx}}$ está determinado por la capacidad de carga del sistema y la ecuación logística puede captar el crecimiento de la fase lag. Mientras que el término K_S de la ecuación de Monod relaciona la concentración del sustrato limitante con el crecimiento del microorganismo (Levenspiel O. , 1980; Xu P. , 2019).

Estimar la biomasa en FMS presenta dificultades ya que el micelio penetra en las partículas de sustrato. Por ello, se utilizan metodologías indirectas que permiten estimarla a través del monitoreo en línea continuo del crecimiento microbiano, entre los cuales destaca la producción de dióxido de carbono. (Desgranges, Georges, Vergoignan, & Durand, 1991; Ooijkaas, Tramper, & Buitelaar, 1998). A partir de la estequiometría de la reacción, la tasa de crecimiento de biomasa se puede asociar con la tasa de formación de CO_2 por medio del coeficiente de rendimiento $Y_{\text{CO}_2 X}$, el cual relaciona la cantidad de biomasa formada a partir de una cantidad de CO_2 producida por el microorganismo (Ver procedimiento en Apéndice B). Considerando al oxígeno en la fase sólida como único sustrato limitante, la ecuación que describe la tasa de producción de CO_2 es:

$$R_{\text{CO}_2} = \frac{dX_{\text{CO}_2}}{dt} = \mu_{\text{máx}} X_{\text{CO}_2} \left(\frac{X_{\text{O}_2}}{K_{\text{O}_2} + X_{\text{O}_2}} \right) \left(1 - \frac{X_{\text{CO}_2}}{X_{\text{CO}_2 \text{máx}}} \right)^n \quad (5.3)$$

La velocidad de formación o consumo de las especies involucradas en la biorreacción (5.1) se puede calcular por medio de los coeficientes de rendimiento (Y_{ij}), los cuales se definen como la velocidad de formación o consumo del componente j relativo a la velocidad de formación del componente i . El coeficiente de rendimiento se obtiene por medio de los balances estequiométricos al conocer la velocidad de formación de una de las especies, ver Apéndice B (Villadsen, Nielsen, & Lidén, 2011; Villadsen, Lee, Nielsen, & Stephanopo, 2016). Así las tasas de producción o consumo se describen por la ecuación:

$$R_j = Y_{ij} R_i \quad (5.4)$$

$$j = \text{O}_2, \text{H}_2\text{O}, \text{S}, X \text{ y } P \quad (5.5)$$

$$i = \text{CO}_2 \quad (5.6)$$

5.1.1.3 Modelo de transferencia de masa

Se propone un modelo pseudo-continuo heterogéneo que considera los distintos mecanismos de transporte y/o reacción en la fase fluida y la fase sólida. Se basa en las siguientes suposiciones:

- La densidad del aire seco se considera promedio y constante.
- La densidad del sólido seco se considera promedio y constante, pues se supone que la degradación y aumento de la masa del empaque debido al crecimiento del microorganismo son insignificantes.
- La fracción vacía es constante.
- El coeficiente de Henry sólo depende de la temperatura.
- Se tiene conservación de masa a lo largo del lecho.
- La dispersión en el sólido es isotrópica.

Fase fluida:

Para $i = \text{O}_2, \text{CO}_2$

$$\rho_{as}^* \frac{\partial Y_i}{\partial t} + \rho_{as}^* v_z \frac{\partial Y_i}{\partial z} = \rho_{as}^* D_{ax}^f \frac{\partial^2 Y_i}{\partial z^2} + \rho_{as}^* D_{rad}^f \left(\frac{1}{r} \frac{\partial Y_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 Y_i}{\partial r^2} \right) + k_{fs} a_i \rho_{as}^* (H_i X_i - Y_i) \quad (5.7)$$

Para $i = \text{H}_2\text{O}$

$$\rho_{as}^* \frac{\partial Y_i}{\partial t} + \rho_{as}^* v_z \frac{\partial Y_i}{\partial z} = \rho_{as}^* D_{ax}^f \frac{\partial^2 Y_i}{\partial z^2} + \rho_{as}^* D_{rad}^f \left(\frac{1}{r} \frac{\partial Y_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 Y_i}{\partial r^2} \right) + k_{fs} a_i \rho_{as}^* (Y_i^* - Y_i) \quad (5.8)$$

Fase sólida:

Para $i = \text{O}_2, \text{CO}_2$

$$\rho_{ss}^* \frac{\partial X_i}{\partial t} = \rho_{ss}^* D_s \frac{\partial^2 X_i}{\partial z^2} + \rho_{ss}^* D_s \left(\frac{1}{r} \frac{\partial X_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 X_i}{\partial r^2} \right) - k_{fs} a_i \rho_{as}^* (H_i X_i - Y_i) \pm \mathcal{R}_i^* \quad (5.9)$$

Para $i = \text{H}_2\text{O}$

$$\rho_{ss}^* \frac{\partial X_i}{\partial t} = \rho_{ss}^* D_s \frac{\partial^2 X_i}{\partial z^2} + \rho_{ss}^* D_s \left(\frac{1}{r} \frac{\partial X_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 X_i}{\partial r^2} \right) - k_{fs} a_i \rho_{as}^* (Y_i^* - Y_i) + \mathcal{R}_i^* \quad (5.10)$$

Donde la densidad del aire seco y sólido seco en términos del volumen del reactor se obtiene de:

$$\rho_{as}^* = \rho_{as} \varepsilon_f \quad (5.11)$$

$$\rho_{ss}^* = \rho_{ss} \varepsilon_s \quad (5.12)$$

Las condiciones iniciales y de frontera se especifican en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1 Condiciones iniciales y de frontera para el balance de masa de la fase fluida y sólida para el caso convencional

	Fase fluida		Fase sólida	
$t = 0 \rightarrow$	$Y_i = 0$	(5.13)	$X_i = 0$ $X_{H_2O} = X_{H_2O,0}$	(5.14)
$z = 0 \rightarrow$	$v_0 Y_{i,0} = v_z \varepsilon_f Y_i - D_{ax}^f \varepsilon_f \frac{\partial Y_i}{\partial z}$	(5.15)	$\frac{\partial X_i}{\partial z} = 0$	(5.16)
$z = L \rightarrow$	$\frac{\partial Y_i}{\partial z} = 0$	(5.17)	$\frac{\partial X_i}{\partial z} = 0$	(5.18)
$r = r_0 \rightarrow$	$\frac{\partial Y_i}{\partial r} = 0$	(5.19)	$\frac{\partial X_i}{\partial r} = 0$	(5.20)
$r = R_a \rightarrow$	$\frac{\partial Y_i}{\partial r} = 0$	(5.21)	$\frac{\partial X_i}{\partial r} = 0$	(5.22)

En el balance de masa para la fase fluida correspondiente a la ecuación (5.7), el primer término del lado izquierdo indica el cambio de concentración en el tiempo para cada componente de la fase fluida. El segundo término indica el gradiente de concentración de una especie al ser transportada por el movimiento del fluido. Para el caso del biorreactor convencional se considera flujo pistón, es decir la velocidad es la velocidad superficial a la entrada del lecho. El primer término del lado derecho es el término dispersivo axial, el cual considera contribuciones estáticas y dinámicas como la difusión y el retromezclado ocasionado por mezclado axial debido al movimiento del fluido. El segundo término es la dispersión en la coordenada radial debido al enfriamiento en la pared del reactor, lo que genera gradientes de temperatura en esa dirección y, por lo tanto, gradientes de concentración en la misma dirección. Como resultado, la velocidad de reacción también dependerá de la posición radial. En un reactor de lecho fijo, la dispersión radial es causada por la redistribución del fluido como resultado de la colisión del fluido con las partículas sólidas al moverse hacia arriba a través del lecho. En la dirección radial domina el mecanismo

de difusión, ya que el efecto del mecanismo de convección es despreciable. No existe gradiente de concentración en la coordenada angular pues se considera simetría, por lo tanto, no existe flux dispersivo en esa dirección. El último término describe el transporte de masa interfacial, representa el flujo másico del compuesto que sale o entra a la interfase, este término conecta la transferencia de masa entre la fase fluida con la fase sólida. El transporte se basa en la teoría de las dos resistencias, en la cual se considera la conservación de flux difusivo entre fluido, la interfase y el sólido. Se supone que en la interfaz no existe resistencia a la transferencia de masa del componente que se difunde, de tal manera que el equilibrio termodinámico indica la concentración de saturación que existe en esa zona. El factor de proporcionalidad que relaciona ambas fases es llamado la constante de solubilidad de Henry (H_i), establecido por la ley de Henry, y es función de la temperatura. Así la concentración de una especie i en la fase sólida es proporcional a la concentración de la interfase. De tal manera que el término interfacial indica la diferencia de concentración entre la máxima concentración del gas en el sólido ($H_i X_i$) y el fluido. El coeficiente de masa interfacial representa las resistencias a la transferencia de masa que existen en ambas fases debido a la capa límite que se genera por los esfuerzos de corte ocasionados por el sustrato.

En el balance de agua, el término interfacial en la ecuación (5.8) indica la ganancia o pérdida de humedad de la fase fluida. Donde Y_i^* es la concentración de saturación de vapor en la fase fluida. Representa la cantidad de vapor que está en equilibrio con el líquido que humedece al sólido, es función de la temperatura del gas.

En los balances de la fase sólida ecuaciones (5.9) y (5.10) el término del lado izquierdo indica la acumulación de concentración para cada componente de la fase sólida. El primer y segundo término del lado derecho son los términos dispersivo axial y dispersivo radial del sólido, respectivamente. En el sólido la difusión está dominada por el mecanismo de capilaridad. El tercer término describe el transporte de masa interfacial. El último término representa la tasa volumétrica de producción o consumo del componente i . El análisis dimensional de cada término de los balances se presenta en la Tabla 5.2 y Tabla 5.3.

En la Tabla 5.1 se establecen las condiciones de frontera, donde se aprecia en la ecuación (5.14) que al inicio del proceso de fermentación la fase sólida tiene una humedad inicial establecida. Según la ecuación (5.15), que representa una condición de frontera tipo Danckwerts, el aire entra al lecho en dirección axial con una concentración conocida y constante de O_2 , CO_2 y H_2O , dentro del lecho parte del O_2 , CO_2 y H_2O del aire se transporta axialmente por convección en la fracción vacía de fluido, por lo cual se utiliza la velocidad intersticial donde $v_0 = \epsilon_f v_z$, y otra parte de los componentes del aire se dispersan axialmente. Conforme las ecuaciones (5.19) y (5.20) en el centro del radio se cumple la

condición de simetría. Para las demás condiciones de frontera tipo Neumann se cumple la condición de no flux, es decir, el flux difusivo es cero, por lo cual el gradiente de concentración es cero.

El análisis dimensional del balance de transferencia de masa para la fase fluida y sólida se presenta en las siguientes tablas:

Tabla 5.2 Análisis dimensional del modelo de transferencia de masa para la fase fluida para el caso convencional.

Término	Unidades	
$\rho_{as} * \frac{\partial Y_i}{\partial t}$	$\frac{kg_{as}}{m_R^3} \frac{kg_i}{kg_{as} h}$	$\frac{kg_i}{m_R^3 h}$ (5.23)
$\rho_{as} * v_z \frac{\partial Y_i}{\partial z}$	$\frac{m_R}{h} \frac{kg_{as}}{m_R^3} \frac{kg_i}{kg_{as} m_R}$	$\frac{kg_i}{m_R^3 h}$ (5.24)
$\rho_{as} * D_{ax} * \frac{\partial^2 Y_i}{\partial z^2}$	$\frac{kg_{as}}{m_R^3} \frac{m_R^2}{h} \frac{kg_i}{kg_{as} m_R^2}$	$\frac{kg_i}{m_R^3 h}$ (5.25)
$\rho_{as} * D_{rad} * \left(\frac{1}{r} \frac{\partial Y_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 Y_i}{\partial r^2} \right)$	$\frac{kg_{as}}{m_R^3} \frac{m_R^2}{h} \left(\frac{1}{m_R} \frac{kg_i}{kg_{as} m_R} + \frac{kg_i}{kg_{as} m_R^2} \right)$	$\frac{kg_i}{m_R^3 h}$ (5.26)
$k_{fs} a_i \rho_{as} * (H_i X_i - Y_i)$	$\frac{m_p}{h} \frac{m_p^2}{m_p^3} \frac{kg_{as}}{m_R^3} \left(\frac{kg_{ss}}{kg_{as}} \frac{kg_i}{kg_{ss}} - \frac{kg_i}{kg_{as}} \right)$	$\frac{kg_i}{m_R^3 h}$ (5.27)
$k_{fs} a_i \rho_{as} * (Y_i^* - Y_i)$	$\frac{m_p}{h} \frac{m_p^2}{m_p^3} \frac{kg_{as}}{m_R^3} \left(\frac{kg_i}{kg_{as}} - \frac{kg_i}{kg_{as}} \right)$	$\frac{kg_i}{m_R^3 h}$ (5.28)

Tabla 5.3 Análisis dimensional del modelo de transferencia de masa para la fase sólida para el caso convencional.

Término	Unidades	
$\rho_{ss} * \frac{\partial X_i}{\partial t}$	$\frac{kg_{ss}}{m_R^3} \frac{kg_i}{kg_{ss} h}$	$\frac{kg_i}{m_R^3 h}$ (5.29)
$D_s \rho_{ss} * \frac{\partial^2 X_i}{\partial z^2}$	$\frac{m_R^2}{h} \frac{kg_{ss}}{m_R^3} \frac{kg_i}{kg_{ss} m_R^2}$	$\frac{kg_i}{m_R^3 h}$ (5.30)
$D_s \rho_{ss} * \left(\frac{1}{r} \frac{\partial X_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 X_i}{\partial r^2} \right)$	$\frac{m_R^2}{h} \frac{kg_{ss}}{m_R^3} \left(\frac{1}{m_R} \frac{kg_i}{kg_{ss} m_R} + \frac{kg_i}{kg_{ss} m_R^2} \right)$	$\frac{kg_i}{m_R^3 h}$ (5.31)

$$k_{fs} a_i \rho_{as}^* (H_i X_i - Y_i) \quad \frac{m_p}{h} \frac{m_p^2}{m_p^3} \frac{kg_{as}}{m_R^3} \left(\frac{kg_{ss}}{kg_{as}} \frac{kg_i}{kg_{ss}} - \frac{kg_i}{kg_{as}} \right) \quad \frac{kg_i}{m_R^3 h} \quad (5.32)$$

$$k_{fs} a_i \rho_{as}^* (Y_i^* - Y_i) \quad \frac{m_p}{h} \frac{m_p^2}{m_p^3} \frac{kg_{as}}{m_R^3} \left(\frac{kg_i}{kg_{as}} - \frac{kg_i}{kg_{as}} \right) \quad \frac{kg_i}{m_R^3 h} \quad (5.33)$$

$$\mathcal{R}_i^* \quad \frac{kg_i}{m_R^3 h} \quad \frac{kg_i}{m_R^3 h} \quad (5.34)$$

5.1.1.4 Modelo de transferencia de calor

El balance de transferencia de calor para la fase fluida y la fase s3lida se basa en las siguientes suposiciones:

- La temperatura del agua dentro de la chaqueta de enfriamiento se encuentra a un valor constante.
- Las capacidades calor3ficas del aire y del agua son promedio y constantes.
- La conductividad t3rmica de la fase s3lida es isotr3pica.

Fase Fluida:

$$\begin{aligned} & \rho_{as}^* (c_{p_{as}} + Y_{H_2O} c_{p_{H_2O}}) \frac{\partial T_f}{\partial t} + \rho_{as}^* v_z (c_{p_{as}} + Y_{H_2O} c_{p_{H_2O}}) \frac{\partial T_f}{\partial z} \\ & = k_{ax}^f \varepsilon_f \frac{\partial^2 T_f}{\partial z^2} + k_{rad}^f \varepsilon_f \left(\frac{\partial^2 T_f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_f}{\partial r} \right) - h_g a_i \varepsilon_s (T_f - T_s) \\ & + \Delta H_{vap} k_{fs} a_i \rho_{as}^* (Y_i^* - Y_i) \end{aligned} \quad (5.35)$$

Fase S3lida:

$$\begin{aligned} & \rho_{ss}^* (c_{p_{ss}} + X_{H_2O} c_{p_{H_2O}}) \frac{\partial T_s}{\partial t} \\ & = k_{ss} \varepsilon_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} + k_{ss} \varepsilon_s \left(\frac{\partial^2 T_s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) + h_g a_i \varepsilon_s (T_f - T_s) \\ & - \Delta H_{vap} k_{fs} a_i \rho_{as}^* (Y_i^* - Y_i) + \sum_{i=1}^N \Delta H_R \mathcal{R}_i^* \end{aligned} \quad (5.36)$$

Las condiciones iniciales y de frontera se encuentran en la siguiente tabla.

Tabla 5.4 Condiciones iniciales y de frontera del balance de transferencia de calor para el caso convencional

	Fase fluida		Fase sólida	
$t = 0 \rightarrow$	$T_f = T_b$	(5.37)	$T_s = T_b$	(5.38)
$z = 0 \rightarrow$	$v_0 T_0 = v_z \varepsilon_f T_f - k_{ax}^f \varepsilon_f \frac{\partial T_f}{\partial z}$	(5.39)	$\frac{\partial T_s}{\partial z} = 0$	(5.40)
$z = L \rightarrow$	$\frac{\partial T_f}{\partial z} = 0$	(5.41)	$\frac{\partial T_s}{\partial z} = 0$	(5.42)
$r = r_0 \rightarrow$	$\frac{\partial T_f}{\partial r} = 0$	(5.43)	$\frac{\partial T_s}{\partial r} = 0$	(5.44)
$r = R_a \rightarrow$	$-k_{rad}^f \frac{\partial T_f}{\partial r} = U_w (T_f - T_b)$	(5.45)	$-k_{ss} \frac{\partial T_s}{\partial r} = U_w (T_s - T_b)$	(5.46)

El primer término del lado izquierdo de la ecuación (5.35) indica la acumulación de energía en la fase gas durante el proceso de fermentación, también indica que tan rápido gana o pierde calor sensible la fase fluida y que tan rápido se llega al estado estacionario. En el término de calor sensible se utiliza el calor húmedo $(c_{p_{as}} + Y_{H_2O} c_{p_{H_2O}})$, el cual es la cantidad de calor requerido para elevar en un grado la temperatura de un kilogramo de aire seco más el vapor de agua presente. El segundo término es el flujo de energía que acarrea el fluido mediante el mecanismo de convección. El primer y segundo término del lado derecho indican la conducción de calor en la fase fluida en dirección axial y radial. Se considera la dirección axial debido a la dirección del flujo del fluido y la dirección radial debido al efecto de la chaqueta de enfriamiento, la cual genera gradientes de temperatura en esa dirección. El tercer término representa el flujo de calor en la interfase sólido-fluido, debido a que la reacción ocurre en la fase sólida, el calor generado en el sólido se transporta de manera interfacial hacia la fase fluida. El cuarto término representa la energía liberada por vaporización del agua que humedece al sólido hacia el fluido. Este término relaciona la transferencia simultánea de calor y masa, pues debido al fenómeno de evaporación se transfiere parte del agua que humedece al sólido hacia el fluido, el calor liberado resulta en enfriamiento de la temperatura del sólido y como consecuencia un incremento de energía en la fase fluida. Donde ΔH_{vap} representa el calor latente de vaporización, el cual indica la cantidad de energía necesaria para que una unidad de masa pase completamente del estado líquido al estado gaseoso a presión constante y sin cambio alguno de temperatura. Este término se utiliza cuando existe vaporización de un líquido y la difusión de este vapor se

transfiere al gas. La fuerza impulsora es la diferencia de concentraciones entre la fase sólida y la interfase, pues si ambas concentraciones se encuentran en equilibrio entonces no hay transferencia de masa y, por lo tanto, tampoco se libera calor por evaporación.

El último término del balance de transferencia de calor para la fase sólida ecuación (5.36), indica el flujo de calor volumétrico generado por la energía liberada durante la reacción. La entalpía de reacción representa el total del calor liberado a los alrededores por la reacción bioquímica al convertir el sustrato en diferentes productos (CO_2 , H_2O , proteasas, etc.). Para una reacción exotérmica ΔH_R es negativa debido a que el calor fluye del sistema a sus alrededores.

En las condiciones de frontera (5.37) y (5.38) se aprecia que al inicio de la fermentación todo el lecho se encuentra a la temperatura de la chaqueta de enfriamiento. Conforme a la ecuación (5.39) el fluido a la entrada del lecho tiene una temperatura constante T_0 que equivale a la temperatura ambiente. Las condiciones de frontera tipo Neumann, ecuaciones (5.41) y (5.42) para ambas fases a la salida del lecho del biorreactor representan la condición de no flux de calor. Para ambas fases en la posición radial en el centro del biorreactor se tiene la condición de simetría térmica, es decir, la distribución de temperatura en una de las mitades radiales será igual a la de la otra mitad. En la posición radial cerca de la pared del biorreactor las condiciones de frontera tipo Cauchy, ecuaciones (5.45) y (5.46), expresan que la velocidad de conducción de calor es igual a la velocidad de calor que fluye por convección. Ya que la reacción es exotérmica, el calor generado en el lecho se conduce radialmente hacia la pared de la chaqueta de enfriamiento, de ahí fluye a la misma velocidad hacia el interior de la chaqueta para eliminarse debido al proceso de convección. El lado izquierdo de las ecuaciones (5.45) y (5.46) representa la conducción de calor radial en la fase fluida y en la fase sólida respectivamente. El término de lado derecho de ambas ecuaciones representa la tasa de transferencia de calor entre dos corrientes coaxiales de fluido con temperaturas específicas, separadas por la pared de la chaqueta de enfriamiento. El coeficiente U_w engloba todas las resistencias térmicas involucradas en la transferencia de calor entre el lecho y la chaqueta de enfriamiento.

El análisis dimensional del balance de transferencia de calor para la fase fluida y sólida se presenta en las siguientes tablas:

Tabla 5.5 Análisis dimensional del modelo de transferencia de calor para la fase fluida para el caso convencional.

Términos	Unidades	
$\rho_{as}^* (c_{p_{as}} + Y_{H_2O} c_{p_{H_2O}}) \frac{\partial T_f}{\partial t}$	$\frac{kg_{as}}{m_R^3} \left(\frac{J}{kg_{as} \text{ } ^\circ C} + \frac{kg_{H_2O}}{kg_{as}} \frac{J}{kg_{H_2O} \text{ } ^\circ C} \right) \frac{^\circ C}{h}$	$\frac{J}{m_R^3 h}$ (5.47)
$\rho_{as}^* v_z (c_{p_{as}} + Y_{H_2O} c_{p_{H_2O}}) \frac{\partial T_f}{\partial z}$	$\frac{kg_{as}}{m_R^3} \frac{m_R}{h} \left(\frac{J}{kg_{as} \text{ } ^\circ C} + \frac{kg_{H_2O}}{kg_{as}} \frac{J}{kg_{H_2O} \text{ } ^\circ C} \right) \frac{^\circ C}{m_R}$	$\frac{J}{m_R^3 h}$ (5.48)
$k_{ax}^f \varepsilon_f \frac{\partial^2 T_f}{\partial z^2}$	$\frac{J}{m_f \text{ } ^\circ C h} \frac{m_f^3 \text{ } ^\circ C}{m_R^3 m_f^2}$	$\frac{J}{m_R^3 h}$ (5.49)
$k_{rad}^f \varepsilon_f \left(\frac{\partial^2 T_f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_f}{\partial r} \right)$	$\frac{J}{m_f \text{ } ^\circ C h} \frac{m_f^3}{m_R^3} \left(\frac{^\circ C}{m_f^2} + \frac{1}{m_f} \frac{^\circ C}{m_f} \right)$	$\frac{J}{m_R^3 h}$ (5.50)
$h_g a_i \varepsilon_s (T_f - T_s)$	$\frac{J}{m_s^2 \text{ } ^\circ C h} \frac{m_s^2}{m_s^3} \frac{m_s^3}{m_R^3} \text{ } ^\circ C$	$\frac{J}{m_R^3 h}$ (5.51)
$\Delta H_{vap} k_{fs} a_i \rho_{as}^* (Y_i^* - Y_i)$	$\frac{J}{kg_{H_2O}} \frac{m_s}{h} \frac{m_s^2}{m_s^3} \frac{kg_{as}}{m_R^3} \left(\frac{kg_i}{kg_{as}} - \frac{kg_i}{kg_{as}} \right)$	$\frac{J}{m_R^3 h}$ (5.52)

Tabla 5.6 Análisis dimensional del modelo de transferencia de calor para la fase sólida para el caso convencional.

Términos	Unidades	
$(c_{p_{ss}} + X_{H_2O} c_{p_{H_2O}}) \rho_s^* \frac{\partial T_s}{\partial t}$	$\left(\frac{J}{kg_{ss} \text{ } ^\circ C} + \frac{kg_{H_2O}}{kg_{ss}} \frac{J}{kg_{H_2O} \text{ } ^\circ C} \right) \frac{kg_{ss}}{m_R^3} \frac{^\circ C}{h}$	$\frac{J}{m_R^3 h}$ (5.53)
$k_{ss} \varepsilon_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2}$	$\frac{J}{m_s \text{ } ^\circ C h} \frac{m_s^3 \text{ } ^\circ C}{m_R^3 m_s^2}$	$\frac{J}{m_R^3 h}$ (5.54)
$k_{ss} \varepsilon_s \left(\frac{\partial^2 T_s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_s}{\partial r} \right)$	$\frac{J}{m_s \text{ } ^\circ C h} \frac{m_s^3}{m_R^3} \left(\frac{^\circ C}{m_s^2} + \frac{1}{m_s} \frac{^\circ C}{m_s} \right)$	$\frac{J}{m_R^3 h}$ (5.55)
$h_g a_i \varepsilon_s (T_f - T_s)$	$\frac{J}{m_s^2 \text{ } ^\circ C h} \frac{m_s^2}{m_s^3} \frac{m_s^3}{m_R^3} \text{ } ^\circ C$	$\frac{J}{m_R^3 h}$ (5.56)
$\Delta H_{vap} k_{fs} a_i \rho_{as}^* (Y_i^* - Y_i)$	$\frac{J}{kg_{H_2O}} \frac{m_s}{h} \frac{m_s^2}{m_s^3} \frac{kg_{as}}{m_R^3} \left(\frac{kg_i}{kg_{as}} - \frac{kg_i}{kg_{as}} \right)$	$\frac{J}{m_R^3 h}$ (5.57)
$\sum_{i=1}^N \Delta H_R \mathcal{R}_i^*$	$\frac{J}{kg_i} \frac{kg_i}{m_R^3 h}$	$\frac{J}{m_R^3 h}$ (5.58)

5.1.2 Parámetros de transporte y cinéticos

En la Tabla 5.7 se muestran las correlaciones de los parámetros a utilizar en los modelos de transferencia de calor y masa para el caso convencional.

Tabla 5.7 Correlaciones de los parámetros y variables del caso convencional.

Parámetro	Ecuación	Fuente
Reynolds de partícula	$Re_p = \frac{\rho v_0 d_p}{\mu} \quad (5.59)$	
Coeficiente de dispersión axial del fluido	$D_{ax}^f = [1 - (1 - \varepsilon_f)^{1/2}] D_{AB} + \frac{Re_p}{2} v \quad (5.60)$	(Casciatori, Bück, Thoméo, & Tsotsas, 2016)
Coeficiente de dispersión radial del fluido	$D_{rad}^f = [1 - (1 - \varepsilon_f)^{1/2}] D_{AB} + \frac{Re_p}{8} v \quad (5.61)$	(Casciatori, Bück, Thoméo, & Tsotsas, 2016)
Coeficiente de transferencia de masa interfacial	$k_{fs} = \frac{(2 + 1.1 Re^{0.6} Sc^{1/3}) D_{AB}}{d_p} \quad (5.62)$	(Wakao, Kaguei, & Funazkri, 1979)
Conductividad térmica axial del fluido	$k_{ax}^f = [1 - (1 - \varepsilon_f)^{1/2}] D_{AB} + \frac{Re_p}{2} v \quad (5.63)$	(Casciatori, Bück, Thoméo, & Tsotsas, 2016)
Conductividad térmica radial del fluido	$k_{rad}^f = [1 - (1 - \varepsilon_f)^{1/2}] D_{AB} + \frac{Re_p}{8} v \quad (5.64)$	(Casciatori, Bück, Thoméo, & Tsotsas, 2016)
Coeficiente de transferencia de calor interfacial	$h_g = \frac{(2 + 1.1 Re^{0.6} Pr^{1/3}) k_{as}}{d_p} \quad (5.65)$	(Wakao, Kaguei, & Funazkri, 1979)
Coeficiente de transferencia de calor en la pared	$U_w = \frac{0.17 Re^{0.79} k_{as}}{d_p} \quad (5.66)$	(Casciatori, Bück, Thoméo, & Tsotsas, 2016)
Entalpía de reacción	$\Delta H_R = \Delta H_{Cb} - (Y_{CO_2S}) \Delta H_{cSS} \quad (5.67)$	(Barrios Nolasco, 2015)
Humedad de saturación del aire	$Y_i^* = \frac{18.0152}{28.9647} \left(\frac{P_{AS}}{P - P_{AS}} \right) \quad (5.68)$	(McCabe, Smith, & Harriot, 2007)

Entalpía de vaporización del agua	$\Delta H_{\text{vap}} = \left(\frac{1 - (T_s^*/647.1)}{1 - (T_{s1}^*/647.1)} \right)^{0.38} \Delta H_{\text{vap}_1} \quad (5.69)$	(Smith, Van Ness, & Abbott, 2007)
Tasa específica de crecimiento en función de la temperatura	$\mu_{\text{máx}} = \frac{A e^{(-E_{a1}/RT^*)}}{1 + B e^{(-E_{a2}/RT^*)}} \quad (5.70)$	(Esener, Roels, & Kossen, 1981)
Coefficiente de Henry en función de la temperatura	$H_i^{\text{cc}} = H_i(T)^{\text{cp}} \times RT \quad (5.71)$	(Sander, 2015)
Densidad del sustrato	$\rho_{\text{ss}} = \frac{1}{\sum x_c / \rho_c} \quad (5.72)$	(Rao, Rizvi, Ashim, & Jasim, 2014)
Capacidad calorífica del sustrato	$c_{p_{\text{ss}}} = \sum x_c c_{p_c} \quad (5.73)$	(Rao, Rizvi, Ashim, & Jasim, 2014)
Conductividad térmica del sustrato	$k_{\text{ss}} = \sum k_c x_c^v \quad (5.74)$	(Rao, Rizvi, Ashim, & Jasim, 2014)

En el Apéndice C se muestran ciertos términos de las correlaciones. En la Tabla 5.8 se muestran los valores que adquieren los parámetros utilizados en el modelo.

Tabla 5.8 Valor de los parámetros utilizados en el modelo de transferencia de masa y calor del caso convencional

Parámetro	Valor	Fuente
Propiedades del fluido (a 45 ° C)		
ρ_{as}	1.109 kg/m ³	(Çengel Y. , 2007)
k_{as}	97.16 J/m h °C	(Çengel Y. , 2007)
μ_{as}	1.941×10^{-5} kg/m s	(Çengel Y. , 2007)
$c_{p_{\text{as}}}$	1007 J/kg °C	(Çengel Y. , 2007)
Propiedades del lecho y del sustrato		
ε_f	$0.37 m_{\text{as}}^3 / m_{\text{R}}^3$	
ρ_{ss}	1049.1 kg/m ³	

k_{ss}	515.5 J/m h °C	
$c_{p_{ss}}$	2104.4 J/kg °C	
Propiedades del agua		
ρ_{H_2O}	990.2 kg/m ³	(Çengel Y. , 2007)
$c_{p_{H_2O}}$	4180 J/kg °C	(Çengel Y. , 2007)
c_{p_v}	1892 J/kg °C	
ΔH_{vap}	2.39×10^6 J/kg	(Smith, Van Ness, & Abbott, 2007)
Parámetros cinéticos		
A	1.02×10^{14} 1/h	
B	1.04×10^{46}	
E_{a1}	7.02×10^4 J/mol	(Saucedo-Castañeda, Gutiérrez-Rojas, Bacquet, Raimbault, & Viniegra-González, 1990)
E_{a2}	2.83×10^5 J/mol	(Saucedo-Castañeda, Gutiérrez-Rojas, Bacquet, Raimbault, & Viniegra-González, 1990)
R	8.31 J/mol K	
T^*	318 K	
T^\ominus	298.15 K	
K_S	1×10^{-6} kg _{O₂} /kg _{ss}	
$X_{CO_2 máx}$	2.3×10^{-5} kg _{CO₂} /kg _{ss}	
n	1.5	
$Y_{CO_2 s}$	1.25 kg _S / kg _{CO₂}	
$Y_{CO_2 O_2}$	0.99 kg _{O₂} / kg _{CO₂}	
$Y_{CO_2 x}$	0.80 kg _x / kg _{CO₂}	
$Y_{CO_2 H_2O}$	0.44 kg _{H₂O} / kg _{CO₂}	
Parámetros de transporte		
\mathcal{D}_{AB}	0.083 m ² /h	
D_S	$D_{S_{H_2O}} = 540 \times 10^{-9}$ m ² /h	(Casciatori, Bück, Thoméo, & Tsotsas, 2016)

	$D_{sO_2} = 10.98 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{h}$	(Han & Bartels, 1996)
	$D_{sCO_2} = 10.57 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{h}$	(Tamimi, Rinker, & Sandall, 1994)
D_{ax}^f	0.040 m ² /h	
D_{rad}^f	0.023 m ² /h	
k_{fs}	15.6542 m/h	
k_{ax}^f	102.5484 J/m h °C	
k_{rad}^f	40.6689 J/m h °C	
h_g	547259 kg/m ² h	
U_w	8565 J/m ² h °C	
ΔH_R	-16347955 J/kg _{ss}	

5.1.3 Tiempos característicos

El análisis de régimen teórico se divide en análisis de régimen basado en tiempos característicos y análisis de sensibilidad del biorreactor a los parámetros del modelo. Los tiempos característicos son una medida cuantitativa de la importancia de un mecanismo.

El conocimiento de la magnitud relativa de los mecanismos involucrados en un proceso dinámico permite determinar el proceso particular que lo limita, así como reducir la complejidad de los modelos matemáticos al enfocarse en segmentos de tiempo relevantes y estimar el rendimiento de los fermentadores a escala de producción (Lykoudis, 1990; Rasmuson, Andersson, Olsson, & Andersson, 2014; Rehage & Kind, 2021; Sweere, Luyben, & Kossen, 1987). El procedimiento detallado para obtener los tiempos característicos se encuentra en el Apéndice D.

Balace de transferencia de masa

Fase fluida:

Para $i = O_2, CO_2$

$$\frac{\partial Y_i}{\partial t} + \frac{1}{\tau_{Conv_z}} \frac{\partial Y_i}{\partial \zeta} = \frac{1}{[\tau_{Dif_z}]^f} \frac{\partial^2 Y_i}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{[\tau_{Dif_r}]^f} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial Y_i}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 Y_i}{\partial \xi^2} \right) + \frac{1}{[\tau_{Int}]_m} (H_i X_i - Y_i) \quad (5.75)$$

Para $i = H_2O$

$$\frac{\partial Y_i}{\partial t} + \frac{1}{\tau_{Conv_z}} \frac{\partial Y_i}{\partial \zeta} = \frac{1}{[\tau_{Dif_z}]^f} \frac{\partial^2 Y_i}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{[\tau_{Dif_r}]^f} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial Y_i}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 Y_i}{\partial \xi^2} \right) + \frac{1}{[\tau_{Int}]_m} (Y_i^* - Y_i) \quad (5.76)$$

Fase sólida:

Para $i = O_2, CO_2$

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = \frac{1}{[\tau_{Dif_z}]^s} \frac{\partial^2 X_i}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{[\tau_{Dif_r}]^s} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial X_i}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 X_i}{\partial \xi^2} \right) - \frac{1}{[\tau_{Int}]_m} \frac{\rho_{as}^*}{\rho_{ss}^*} (H_i X_i - Y_i) \pm \frac{1}{\tau_X} (X_{CO_2}) \left(\frac{X_{O_2}}{K_S + X_{O_2}} \right) \left(1 - \frac{X_{CO_2}}{X_{CO_2\text{máx}}} \right)^n \quad (5.77)$$

Para $i = H_2O$

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = \frac{1}{[\tau_{Dif_z}]^s} \frac{\partial^2 X_i}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{[\tau_{Dif_r}]^s} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial X_i}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 X_i}{\partial \xi^2} \right) - \frac{1}{[\tau_{Int}]_m} \frac{\rho_{as}^*}{\rho_{ss}^*} (Y_i^* - Y_i) \pm \frac{1}{\tau_X} (X_{CO_2}) \left(\frac{X_{O_2}}{K_S + X_{O_2}} \right) \left(1 - \frac{X_{CO_2}}{X_{CO_2\text{máx}}} \right)^n \quad (5.78)$$

Tabla 5.9 Condiciones iniciales y de frontera del modelo de transferencia de masa para el caso convencional

	Fase fluida		Fase sólida	
$t = 0 \rightarrow$	$Y_i = 0$	(5.79)	$X_i = 0$	(5.80)
			$X_{H_2O} = X_{H_2O,0}$	
$z = 0 \rightarrow$	$v_0 Y_{i,0} = v_z \varepsilon_f Y_i - D_{ax}^f \varepsilon_f \frac{\partial Y_i}{\partial \zeta}$	(5.81)	$\frac{\partial X_i}{\partial \zeta} = 0$	(5.82)
$z = L \rightarrow$	$\frac{\partial Y_i}{\partial \zeta} = 0$	(5.83)	$\frac{\partial X_i}{\partial \zeta} = 0$	(5.84)
$r = r_0 \rightarrow$	$\frac{\partial Y_i}{\partial \xi} = 0$	(5.85)	$\frac{\partial X_i}{\partial \xi} = 0$	(5.86)
$r = R_a \rightarrow$	$\frac{\partial Y_i}{\partial \xi} = 0$	(5.87)	$\frac{\partial X_i}{\partial \xi} = 0$	(5.88)

Balace de transferencia de calor

Fase fluida:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial T_f}{\partial t} + \frac{1}{\tau_{\text{Conv}_z}} \frac{\partial T_f}{\partial \zeta} \\
= \frac{1}{[\tau_{\text{Cond}_z}]^f} \frac{\partial^2 T_f}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{[\tau_{\text{Cond}_r}]^f} \left(\frac{\partial^2 T_f}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial T_f}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{[\tau_{\text{Int}}]_c^f} (T_f - T_s) \\
+ \frac{T_b}{[\tau_{\text{Vap}}]_f} (Y_i^* - Y_i)
\end{aligned} \quad (5.89)$$

Fase sólida:

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{1}{[\tau_{\text{Cond}_z}]^s} \frac{\partial^2 T_s}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{[\tau_{\text{Cond}_r}]^s} \left(\frac{\partial^2 T_s}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial T_s}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{[\tau_{\text{Int}}]_c^s} (T_f - T_s) - \frac{T_b}{[\tau_{\text{Vap}}]_s} (Y_i^* - Y_i) + \frac{T_b}{[\tau_{\text{Rxn}}]} \quad (5.90)$$

Tabla 5.10 Condiciones iniciales y de frontera del modelo de transferencia de calor para el caso convencional

	Fase fluida		Fase sólida	
$t = 0 \rightarrow$	$T_s = T_b$	(5.91)	$T_s = T_b$	(5.92)
$z = 0 \rightarrow$	$v_0 T_0 = v_z \varepsilon_f T_f - k_{ax}^f \varepsilon_f \frac{\partial T_f}{\partial \zeta}$	(5.93)	$\frac{\partial T_s}{\partial \zeta} = 0$	(5.94)
$z = L \rightarrow$	$\frac{\partial T_f}{\partial \zeta} = 0$	(5.95)	$\frac{\partial T_s}{\partial \zeta} = 0$	(5.96)
$r = r_0 \rightarrow$	$\frac{\partial T_f}{\partial \xi} = 0$	(5.97)	$\frac{\partial T_s}{\partial \xi} = 0$	(5.98)
$r = R_a \rightarrow$	$\frac{\partial T_f}{\partial \xi} = - \frac{[\tau_{\text{Cond}_r}]^f}{[\tau_{\text{transporte}}]_c^f} (T_f - T_b)$	(5.99)	$\frac{\partial T_s}{\partial \xi} = - \frac{[\tau_{\text{Cond}_r}]^s}{[\tau_{\text{transporte}}]_c^s} (T_s - T_b)$	(5.100)

En la Tabla 5.11 se muestran los tiempos característicos obtenidos en los balances de transferencia de masa y calor:

Tabla 5.11 Tiempos característicos

Tiempo característico	Términos
$[\tau_{\text{Cond}_r}]^f$	$\frac{\rho_{\text{as}} (C_{p_{\text{as}}} + Y_{\text{H}_2\text{O}} C_{p_{\text{H}_2\text{O}}}) R_a^2}{k_{\text{rad}}^f}$ (5.101)
$[\tau_{\text{Cond}_z}]^f$	$\frac{\rho_{\text{as}} (C_{p_{\text{as}}} + Y_{\text{H}_2\text{O}} C_{p_{\text{H}_2\text{O}}}) L^2}{k_{\text{ax}}^f}$ (5.102)
$[\tau_{\text{Cond}_r}]^s$	$\frac{R_a^2 \rho_{\text{ss}} (c_{p_{\text{ss}}} + X_{\text{H}_2\text{O}} C_{p_{\text{H}_2\text{O}}})}{k_{\text{ss}}}$ (5.103)
$[\tau_{\text{Cond}_z}]^s$	$\frac{L^2 \rho_{\text{ss}} (c_{p_{\text{ss}}} + X_{\text{H}_2\text{O}} C_{p_{\text{H}_2\text{O}}})}{k_{\text{ss}}}$ (5.104)
τ_{Conv_z}	$\frac{L}{v_z}$ (5.105)
$[\tau_{\text{Dif}_r}]^f$	$\frac{R_a^2}{D_{\text{rad}}^f}$ (5.106)
$[\tau_{\text{Dif}_z}]^f$	$\frac{L^2}{D_{\text{ax}}^f}$ (5.107)
$[\tau_{\text{Dif}_r}]^s$	$\frac{R_a^2}{D_s}$ (5.108)
$[\tau_{\text{Dif}_z}]^s$	$\frac{L^2}{D_s}$ (5.109)
$[\tau_{\text{Int}}]_c^f$	$\frac{\rho_{\text{as}}^* (C_{p_{\text{as}}} + Y_{\text{H}_2\text{O}} C_{p_{\text{H}_2\text{O}}})}{h_g a_i \epsilon_s}$ (5.110)
$[\tau_{\text{Int}}]_c^s$	$\frac{\rho_{\text{ss}} (C_{p_{\text{ss}}} + X_{\text{H}_2\text{O}} C_{p_{\text{H}_2\text{O}}})}{h_g a_i}$ (5.111)
$[\tau_{\text{Int}}]_m$	$\frac{1}{k_{\text{fs}} a_i}$ (5.112)
τ_{Perm}	$\frac{R_a}{K}$ (5.113)
$[\tau_{\text{Rxn}}]$	$\frac{(c_{p_{\text{ss}}} + X_{\text{H}_2\text{O}} C_{p_{\text{H}_2\text{O}}}) T_b}{\sum_{i=1}^N \Delta H_R \mathcal{R}_i}$ (5.114)

$[\tau_{\text{transporte}}]_c^f$	$\frac{\rho_{as} (C_{p_{as}} + Y_{H_2O} C_{p_{H_2O}}) R_a}{U_w}$	(5.115)
$[\tau_{\text{transporte}}]_c^s$	$\frac{\rho_{ss} (C_{p_{ss}} + X_{H_2O} C_{p_{H_2O}}) R_a}{U_w}$	(5.116)
$[\tau_{\text{vap}}]^f$	$\frac{(C_{p_{as}} + Y_{H_2O} C_{p_{H_2O}}) T_b}{\Delta H_{\text{vap}} k_{fs} a_i}$	(5.117)
$[\tau_{\text{vap}}]^s$	$\frac{\rho_{ss}^* (c_{p_s} + X_{H_2O} C_{p_{H_2O}}) T_b}{\rho_{as}^* \Delta H_{\text{vap}} k_{fs} a_i}$	(5.118)
τ_x	$\frac{1}{\mu_{\text{máx}}}$	(5.119)

Los números adimensionales se conforman por las relaciones de los tiempos característicos de dos procesos, estas relaciones proporcionan información sobre cuál de los dos procesos está dominando. Los balances adimensionales, los números resultantes y el análisis dimensional se muestran en el Apéndice D.

5.2 Resultados

5.2.1 Efecto del flujo de alimentación en los tiempos característicos

En la Figura 5.1 se aprecia el efecto del flujo en los diferentes parámetros de transporte. En el inciso a) se aprecia que el valor de Reynolds de partícula a los diferentes flujos de alimentación evaluados indica que el flujo permanece en régimen laminar ($Re_p < 10$).

En el inciso b) se aprecia que la transferencia de masa interpartícula aumenta conforme el flujo de alimentación es mayor. Esto se debe a que el fluido en fase gas que se transporta por el lecho forma una capa límite al contacto con las partículas de sustrato. Esta capa delgada de fluido está en flujo laminar por lo que el proceso de transferencia de masa en dirección normal al flujo se da únicamente por difusión molecular y por convección en el seno del fluido. El grosor de esta capa disminuye al incrementar la velocidad del fluido, así la resistencia a la transferencia de masa entre la partícula y el fluido en movimiento es menor, por lo tanto, el intercambio másico se incrementa mientras el flujo sea mayor. Este coeficiente de transporte interfacial de masa cuantifica indirectamente la rapidez del transporte de materia en la capa límite y engloba las resistencias de transporte entre las fases.

En el inciso c) se muestra el coeficiente de dispersión másica axial del fluido. La dispersión describe cualquier flujo no ideal que se encuentre entre el flujo pistón y el flujo perfectamente mezclado. Cuando un fluido fluye a través de un lecho empacado se observa la dispersión del fluido como consecuencia de los efectos combinados de difusión molecular y convección en los espacios vacíos entre las partículas. A nivel macroscópico la combinación de estos efectos se define mediante la ley de Fick. La dispersión de masa a lo largo de la dirección axial es causada por el retomezclado, es decir, el mezclado axial entre partículas fluidas con diferentes tiempos de residencia. La dispersión se conforma por la adición del término difusivo y convectivo. Conforme aumenta la velocidad del fluido, la contribución de la dispersión convectiva se vuelve dominante sobre la de la difusión molecular y el valor de la dispersión aumenta como puede observarse en la figura.

En el inciso d) se muestra el coeficiente de dispersión másica radial para la fase fluida, la dispersión radial surge por los gradientes térmicos radiales debido a la chaqueta de enfriamiento, lo que ocasiona distribuciones de concentración en esa dirección, generando que la velocidad de reacción dependa de la ubicación radial. En lechos empacados la dispersión radial también es causada por la redistribución del fluido como resultado de la colisión de este con las partículas sólidas mientras se desplaza hacia arriba del biorreactor. La dispersión radial se describe de manera análoga a la dispersión axial, así que al aumentar la velocidad del fluido el valor de la dispersión también aumenta.

En el inciso e) se observa que entre mayor sea la velocidad del fluido que se transporta por el lecho mayor será el valor de la conductividad. Esto se debe a que el proceso de transferencia de calor en un lecho empacado entre el sólido y el fluido involucra diferentes mecanismos. Entre los puntos de contacto entre partículas y el fluido adyacente estático, la conducción juega un rol importante en la transferencia de calor. Debido al flujo de aire dentro del lecho y los gradientes de temperatura entre este y el sólido, existe transferencia de calor por convección. Estos mecanismos de transporte de calor dependientes e independientes del flujo se engloban en la conductividad térmica efectiva axial, la cual se ejemplifica por la dispersión térmica axial en el empaquetamiento de partículas sólidas. La conductividad térmica se expresa como la suma de dos términos, el término que representa la conductividad efectiva cuando el fluido está en reposo y un segundo término que toma en consideración la influencia de la corriente del fluido, donde la contribución dinámica es función del número de Reynolds.

En el inciso f) se muestra la conductividad térmica efectiva radial, cuyo análisis es análogo al inciso e). Este coeficiente describe los mecanismos dependientes e

independientes del flujo en el transporte de calor radial debido a los gradientes de temperatura generados por el transporte de calor a través de la chaqueta de enfriamiento.

En el inciso g) se aprecia el coeficiente de calor por transporte interfacial a diferentes flujos de alimentación. Este parámetro no es una propiedad del fluido, se determina de forma experimental o mediante correlaciones. Se describe de manera similar al coeficiente de transferencia de masa interfacial. Se genera debido a la presencia de superficies sólidas que afectan el flujo de un fluido, pues el fluido se detiene por completo en la superficie del sólido debido a la condición de no deslizamiento, o esfuerzos de corte que genera el sólido sobre el fluido, esto ocasiona una capa límite. El mecanismo de transferencia de calor entre la capa límite es la conducción a través de las capas de fluido cercanas a la superficie. Esta película de fluido es la resistencia controladora a la transferencia de calor por convección, la cual se representa por el coeficiente h_g . Este coeficiente es directamente proporcional al número de Reynolds, por lo tanto, a mayores flujos el valor del coeficiente será mayor, esto implica que se aumenta la transferencia de calor de la fase sólida a la fase fluida, o viceversa.

En el inciso h) se presenta el coeficiente total de transferencia de calor a diferentes flujos de alimentación. Representa el intercambio de calor en una situación que involucra una combinación de mecanismos. Para el caso donde la reacción libera calor, este coeficiente expresa el calor dentro del lecho (fase fluida y sólida) que se transfiere hacia la pared del biorreactor por el mecanismo de convección, después se conduce a través de la pared de la chaqueta de enfriamiento y, por último, se transporta por convección de la pared hacia el fluido más frío que está dentro de la chaqueta de enfriamiento. Así, engloba el efecto combinado de la serie de resistencias a través de las cuales fluye el calor, comprende dos resistencias relacionadas con la capa límite interna y externa a la pared del biorreactor y una resistencia a la conducción de la pared. Las resistencias para la transferencia de calor entre el lecho y la pared se concentran principalmente en la capa límite, cuyo grosor disminuye entre mayor sea el flujo del fluido, así las resistencias a la transferencia de calor fluido-pared disminuyen y el coeficiente total de transferencia de calor fluido-pared aumenta como se aprecia en la figura.

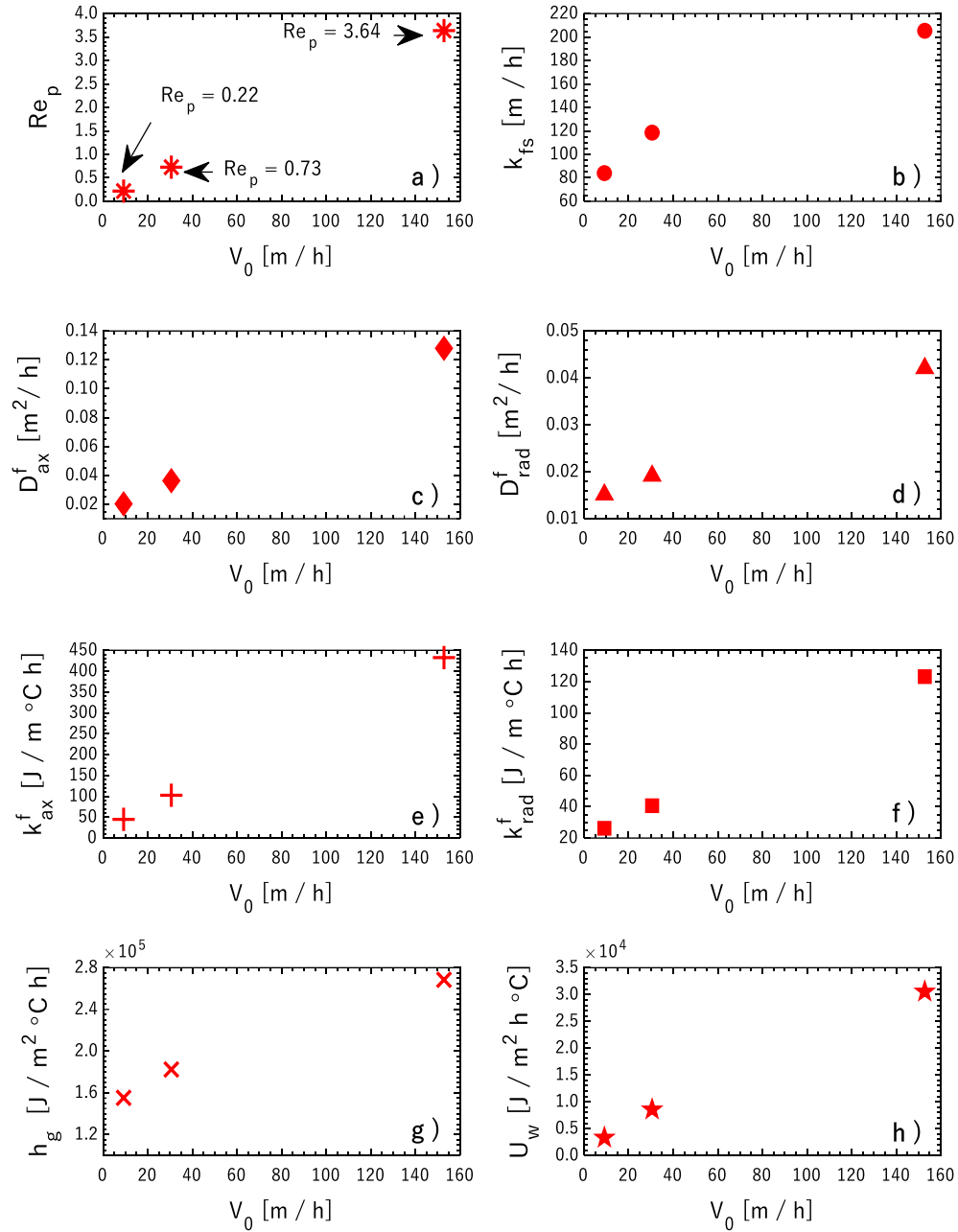


Figura 5.1 Parámetros evaluados a diferentes flujos de alimentación: a) Reynolds de partícula; b) Coeficiente interfacial de transferencia de masa; c) Coeficiente de dispersión axial del fluido; d) Coeficiente de dispersión radial del fluido; e) Conductividad térmica efectiva axial para la fase fluida; f) Conductividad térmica efectiva radial para la fase fluida; g) Coeficiente interfacial de transferencia de calor; h) Coeficiente total de transferencia de calor fluido-pared

En la Figura 5.2 se muestran todos los tiempos característicos resultantes de los balances de masa y calor, así como las condiciones de frontera que cambian en función de la velocidad de flujo. Para los cálculos la concentración de agua en el sustrato se consideró como la inicial ($0.6 \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}}/\text{kg}_{\text{ss}}$) y la concentración de agua en la fase fluida inicial corresponde a la concentración de saturación de vapor en el fluido a una temperatura de 45° C ($0.08713 \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}}/\text{kg}_{\text{as}}$). Los incisos a-j muestran los tiempos característicos de los balances de calor y masa, en estos se observa que el tiempo característico disminuyó al incrementar la velocidad de flujo de entrada. Entre menor sea el valor del tiempo característico el mecanismo es más rápido. Para mecanismos que ocurren en paralelo, la velocidad general del proceso está determinada por el proceso con el tiempo característico menor, es decir, el proceso que ocurre más rápido. En este caso para el transporte de calor esos procesos son el tiempo característico de vaporización y el tiempo característico de transporte de interfacial de calor de la fase fluida.

Para los incisos k y l se observa que el valor del tiempo característico de las condiciones de frontera aumenta conforme aumenta la velocidad del fluido, esto indica que al aumentar el flujo de aireación el tiempo característico más lento es el de conductividad radial respecto al tiempo característico de transporte de calor fluido-pared.

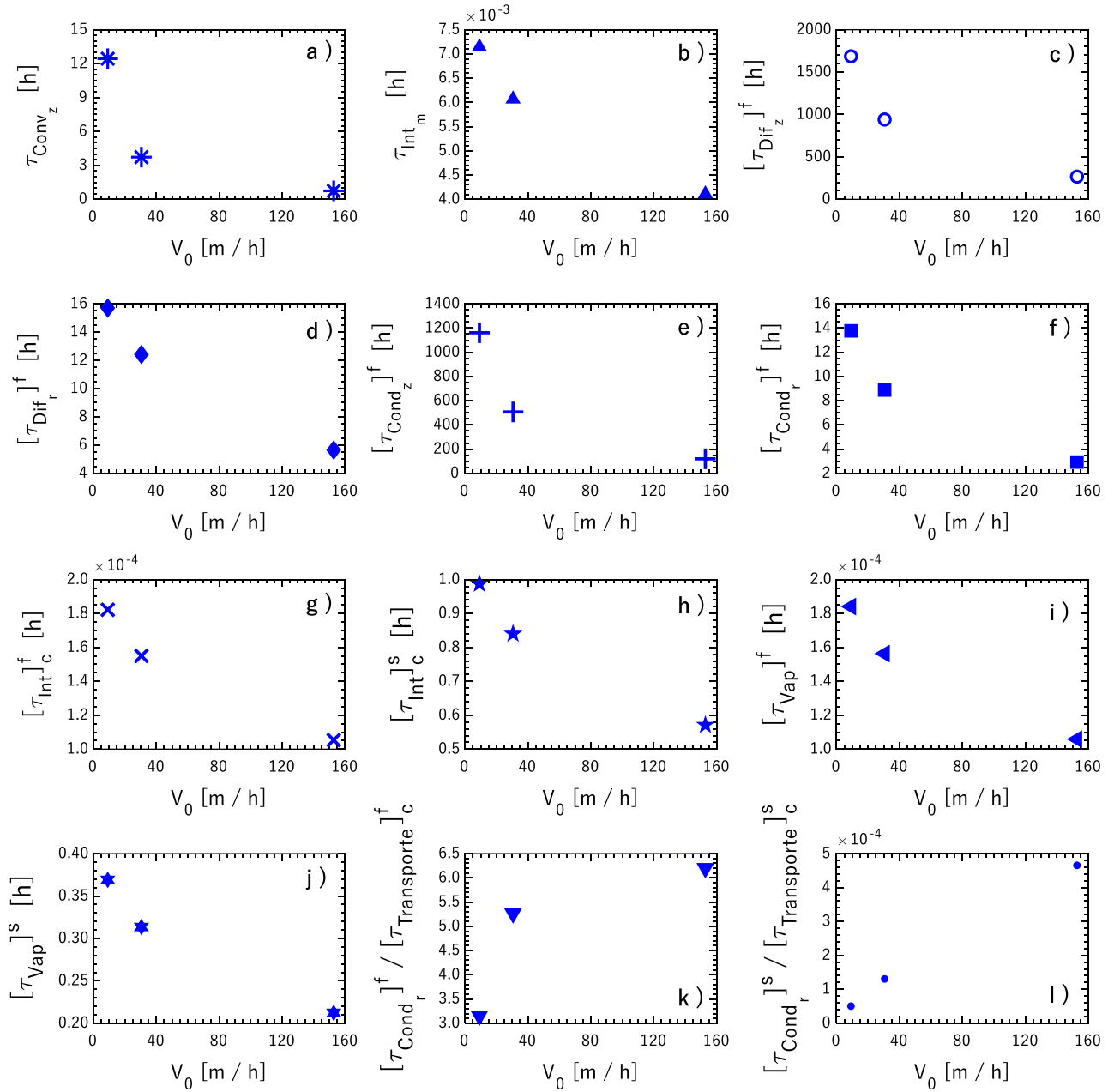


Figura 5.2 Tiempos característicos a diferentes flujos de alimentación: a) Tiempo característico de convección; b) Tiempo característico de transporte interfacial de masa; c) Tiempo característico de dispersión de masa axial del fluido; d) Tiempo característico de masa radial del fluido; e) Tiempo característico de conducción axial del fluido; f) Tiempo característico de conducción radial del fluido; g) Tiempo característico de transporte interfacial de calor del fluido; h) Tiempo característico de transporte interfacial de calor del sólido; i) Tiempo característico de vaporización del fluido; j) Tiempo característico de vaporización del sólido; k) Tiempo característico de transferencia de calor radial hacia la pared para fase fluida; l) Tiempo característico de transferencia de calor radial hacia la pared para fase sólida

5.2.2 Análisis de sensibilidad

El análisis de sensibilidad en esta investigación permite medir los impactos de las fluctuaciones en los parámetros de un modelo o sistema matemático sobre las salidas o el rendimiento del sistema. En la Tabla 5.12 se muestra el rango de valores en los que se evalúan ciertos parámetros del modelo.

Tabla 5.12 Rango de valores mínimos y máximos en el que se evalúan los tiempos característicos

Tiempo característico	Valor mínimo (h)	Valor máximo (h)
$[\tau_{\text{Int}}]_{\text{m}}$	6.1×10^{-3}	6.07
$[\tau_{\text{Cond}_z}]^{\text{f}}$	50.71	5.07×10^4
$[\tau_{\text{Cond}_r}]^{\text{f}}$	0.89	888.04
τ_{Conv_z}	0.002	0.032
$[\tau_{\text{Int}}]_{\text{c}}^{\text{f}}$	4.65×10^{-6}	1.55×10^{-4}
$[\tau_{\text{Int}}]_{\text{c}}^{\text{s}}$	0.03	0.84
$[\tau_{\text{Vap}}]^{\text{f}}$	1.1×10^{-4}	1.56×10^{-2}
$[\tau_{\text{Vap}}]^{\text{s}}$	0.22	31.34
$[\tau_{\text{Rxn}}]$	0.34	344.62
τ_{X}	0.06	0.60

5.2.3 Caso convencional

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para la simulación del caso convencional. Los resultados se presentan hasta las 12 horas de fermentación, pues es el tiempo en el que el sistema alcanza la máxima producción de CO_2 y llega al estado estacionario, lo que corresponde al inicio de la fase de crecimiento estacionario del

microorganismo. Para tiempos posteriores es necesario incluir la muerte del microorganismo en el modelo cinético.

En el inciso a) de la Figura 5.3 se observa al inicio del proceso que la concentración de YO_2 a la entrada del biorreactor ($z=0$ cm) aumenta hasta alcanzar el valor de la concentración en el aire. De igual manera, en el inciso b) se aprecia que en la misma posición del lecho la concentración del O_2 en sólido aumenta hasta llegar a un límite, el cual está establecido por la constante de Henry, y se mantiene en ese valor durante las 12 horas de fermentación pues el valor de YO_2 también se mantiene constante en esa posición, así las concentraciones de la fase fluida están ligadas con el comportamiento del sólido. Se muestra que al inicio de la fermentación la concentración de YO_2 dentro del lecho es muy baja debido al transporte interfacial y consumo del microorganismo, y a un cierto tiempo va incrementando hasta alcanzar valores cercanos a la concentración de entrada, sin embargo, menores. De manera que la concentración de O_2 disminuye a lo largo del lecho. Por ejemplo, para una altura de 5 cm, en un inicio del proceso el valor de YO_2 es muy bajo al igual que en XO_2 , esto implica que el oxígeno de la fase fluida que entra al biorreactor se transporta hacia el sólido donde es consumido por el microorganismo prácticamente en su totalidad. Aproximadamente a las 0.5 horas, la concentración en la fase sólida comienza a aumentar hasta alcanzar un valor de concentración en equilibrio con la fase fluida. Una tendencia similar se observa en todas las posiciones del lecho.

En el inciso d) se muestra la concentración de CO_2 en la fase sólida, la cual se empieza a producir al mismo tiempo o después del mayor consumo de O_2 . Se aprecia que conforme aumenta la longitud del biorreactor la concentración de CO_2 también aumenta, esto debido al término de dispersión axial. La producción de CO_2 en la fase sólida se transporta hacia la fase fluida, representada en el inciso c), donde se aprecia que la concentración de CO_2 es mayor a la salida del lecho, esto se debe a la dispersión axial y la convección del fluido.

Para comprobar que la concentración de CO_2 es mayor en la fase sólida donde es producido por el microorganismo, los resultados obtenidos de la concentración de CO_2 en ambas fases se convirtieron a las mismas unidades. En la Figura 5.4 se comprueba que en la fase estacionaria la concentración máxima de XCO_2 ($0.0198 \text{ kg}_{CO_2}/\text{kg}_R$) es mayor que el valor máximo de YO_2 ($0.0123 \text{ kg}_{CO_2}/\text{kg}_R$).

Barrios Nolasco (2015) estimó parámetros cinéticos aparentes a partir del ajuste de los datos experimentales del crecimiento de *Y. lipolytica* usando el modelo logístico. Estos

datos sirvieron de referencia para las simulaciones. El tratamiento de los datos reportados por Barrios Nolasco (2015) para obtenerlos en las unidades requeridas se encuentra en el Apéndice F. En el inciso c) se muestra la concentración de CO_2 obtenida a la salida del lecho (30 cm) y la concentración obtenida por Barrios Nolasco (2015), se aprecia que ambos resultados están en el mismo orden de magnitud. Las diferencias en el perfil se deben al tipo de biorreactor utilizado. En el perfil de Y_{CO_2} a la salida del lecho se observa que la fase lag dura las primeras 6 horas de fermentación, las siguientes 6 horas se lleva a cabo la fase de crecimiento exponencial del microorganismo.

En el inciso e) se observa que en la entrada del lecho la humedad del aire es igual a la concentración de saturación a la temperatura de entrada y se mantiene constante durante todo el proceso de fermentación. Para posiciones posteriores dentro del lecho, el contenido de agua en la fase fluida aumenta hasta la concentración de saturación de vapor en el aire ($0.12 \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}}/\text{kg}_{\text{as}}$) establecida por la temperatura de la fase fluida mostrada en la Figura 5.10, y se mantiene constante. El aumento de la concentración de vapor en la fase fluida hasta llegar a un valor constante ocurre en la primer media hora del proceso de fermentación.

Durante todo el proceso de fermentación la concentración de agua en la fase sólida se mantiene a un valor constante de $0.6 \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}}/\text{kg}_{\text{ss}}$ en todas las posiciones del biorreactor. Esto puede deberse a que la corriente de aire humedecido hasta su punto de saturación se alimenta de manera continua, y aunque el líquido de la fase sólida se evapora continuamente, también el microorganismo produce agua como producto de la fermentación, además de que solo se simuló 12 horas del proceso de fermentación.

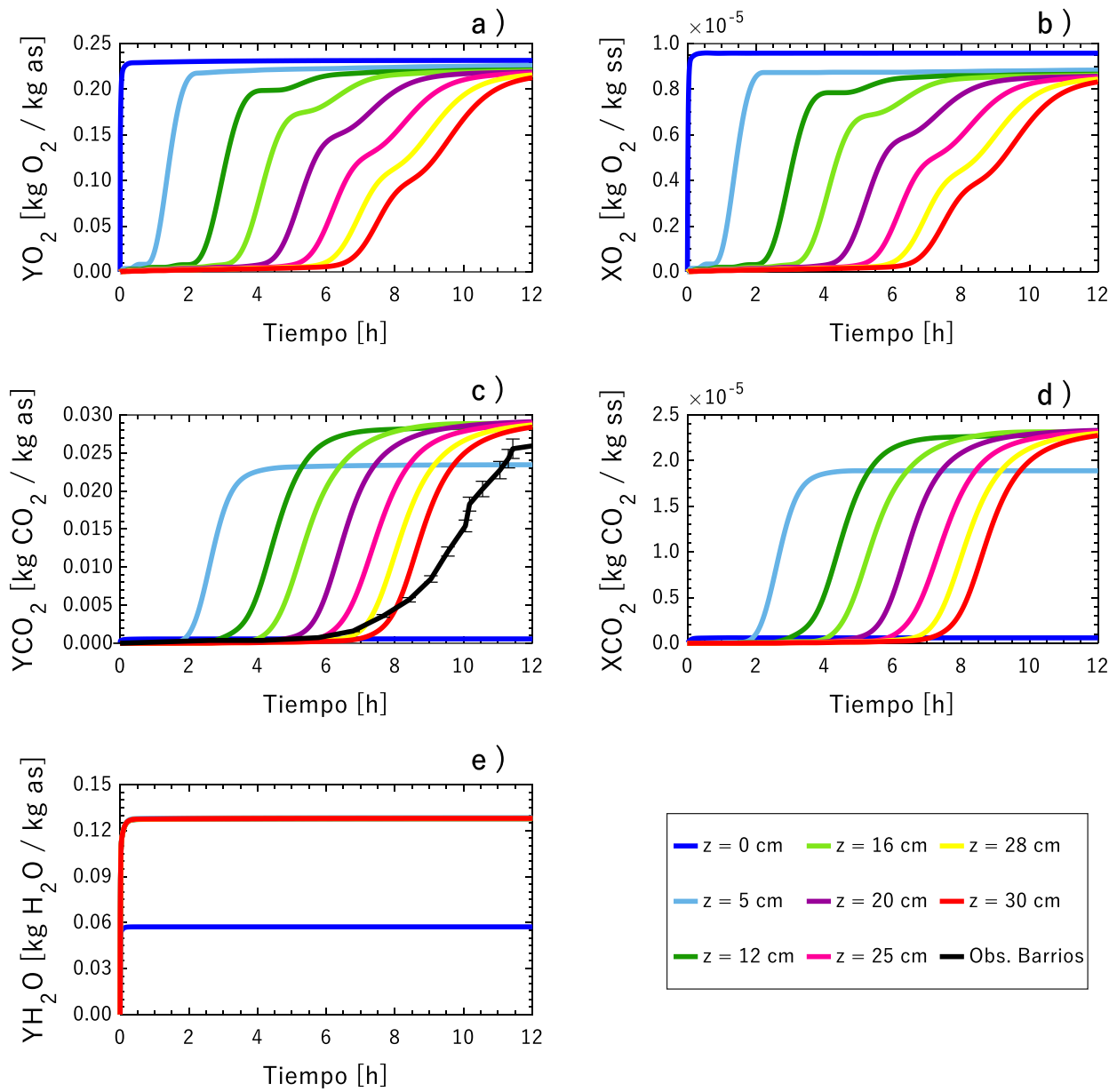


Figura 5.3 Perfiles transitorios de concentración a diferentes alturas del lecho: a) YO_{2i} ; b) XO_{2i} ; c) YCO_{2i} ; d) XCO_{2i} ; e) YH_2O

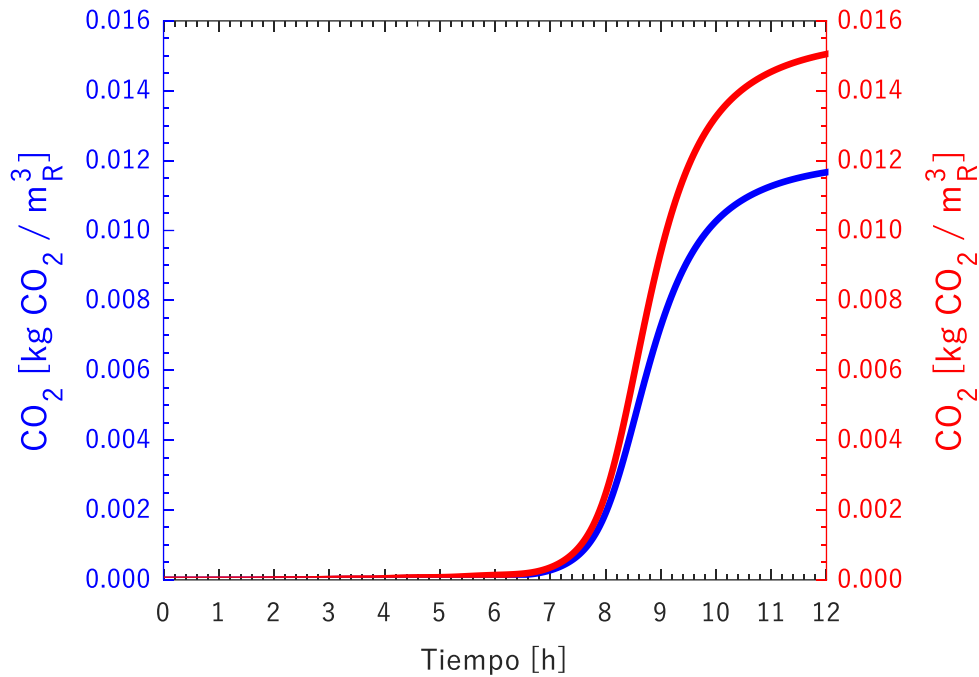


Figura 5.4 Perfiles de concentración de CO_2 para ambas fases en unidades volumétricas

En el inciso a) de la Figura 5.5 se presentan los perfiles de concentración axiales en el centro del lecho, donde se observa que al inicio de la fermentación la concentración de oxígeno en la entrada del lecho aumenta hasta llegar a la concentración de O_2 en el aire y disminuye a lo largo del lecho. El mismo fenómeno se observa en el inciso b), pues el máximo valor de X_{O_2} se obtiene a la entrada del lecho donde se alimenta el aire y está determinado por el coeficiente de Henry. En las primeras horas de fermentación el valor de X_{O_2} es mayor cerca de la entrada del biorreactor debido al constante flujo de aireación, mientras que cerca de la salida del lecho la concentración de O_2 es menor pues prácticamente se agota, esto debido al consumo del microorganismo. También se observa que conforme transcurre el proceso de fermentación el perfil de concentración se recorre a lo largo del biorreactor y el consumo de oxígeno es menor. Por ejemplo, en las primeras 2 horas de fermentación el oxígeno se consume a lo largo del lecho, hasta prácticamente agotarse a partir de los 20 cm del lecho, mientras que a las 4 horas la concentración de O_2 en la fase sólida se agota a partir de los 25 cm del lecho.

En el inciso d) se observa que conforme aumenta el tiempo, el valor de X_{CO_2} se incrementa y el punto de mayor concentración de CO_2 se mueve a lo largo del lecho. Por ejemplo, a las 2 horas de fermentación solo se produce CO_2 en los primeros 8 cm del biorreactor, donde el máximo valor de X_{CO_2} se obtiene a los 4 cm. Mientras que a las 4 horas

el CO_2 se produce en los primeros 18 cm del lecho, y la máxima producción se obtiene a los 7 cm del lecho. En el estado estacionario el perfil muestra que en los primeros 15 cm del lecho la producción de CO_2 se va incrementando y a partir de los 15 cm en adelante la producción máxima es constante.

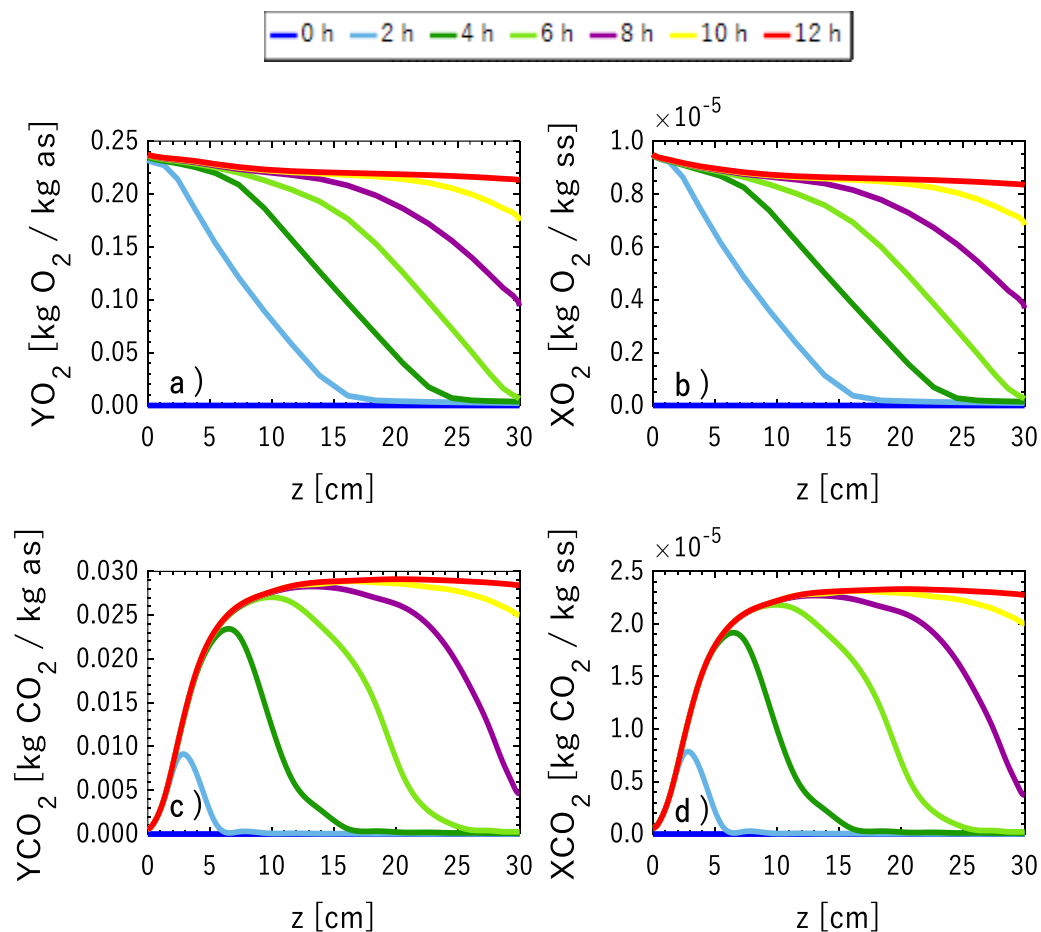


Figura 5.5 Perfiles de concentración axiales a diferentes horas de fermentación: a) Y_{O_2} ; b) Y_{CO_2} ; c) X_{O_2} ; d) X_{CO_2}

En el perfil radial de la Figura 5.6 obtenido a la mitad de la altura del lecho, se aprecia que las concentraciones aumentan conforme el tiempo, pero su valor no cambia radialmente.

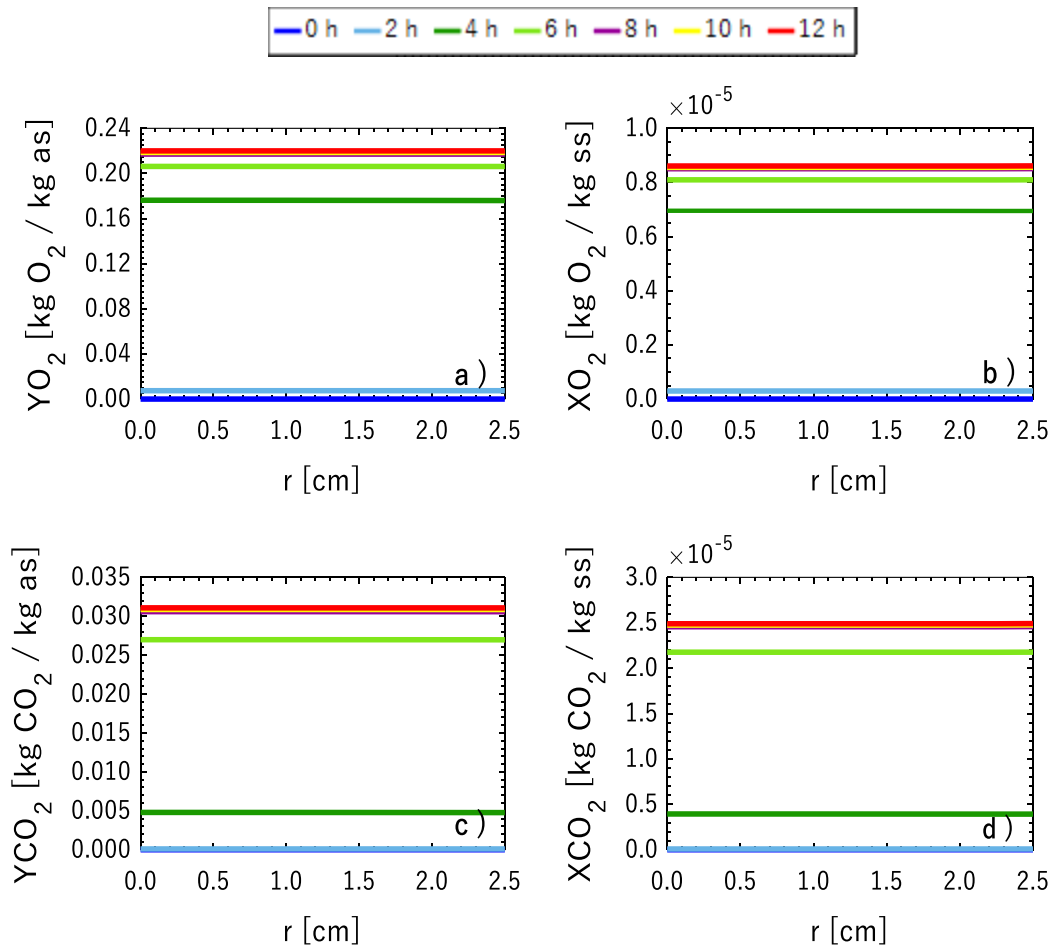


Figura 5.6 Perfiles de concentración radiales a diferentes horas de fermentación: a) Y_{O_2} ; b) Y_{CO_2} ; c) X_{O_2} ; d) X_{CO_2}

En la Figura 5.7 se muestran los perfiles espaciales de concentración en el estado estacionario en donde la concentración de Y_{O_2} es mayor en la entrada del lecho y a lo largo del lecho disminuye. Este comportamiento es semejante al del sólido, pues se muestra que el mayor valor de X_{O_2} es mayor en la entrada del lecho. En el inciso d) se aprecia que X_{CO_2} incrementa conforme la altura y a partir de los primeros 10 cm la concentración es constante. Lo mismo se refleja en la fase fluida.

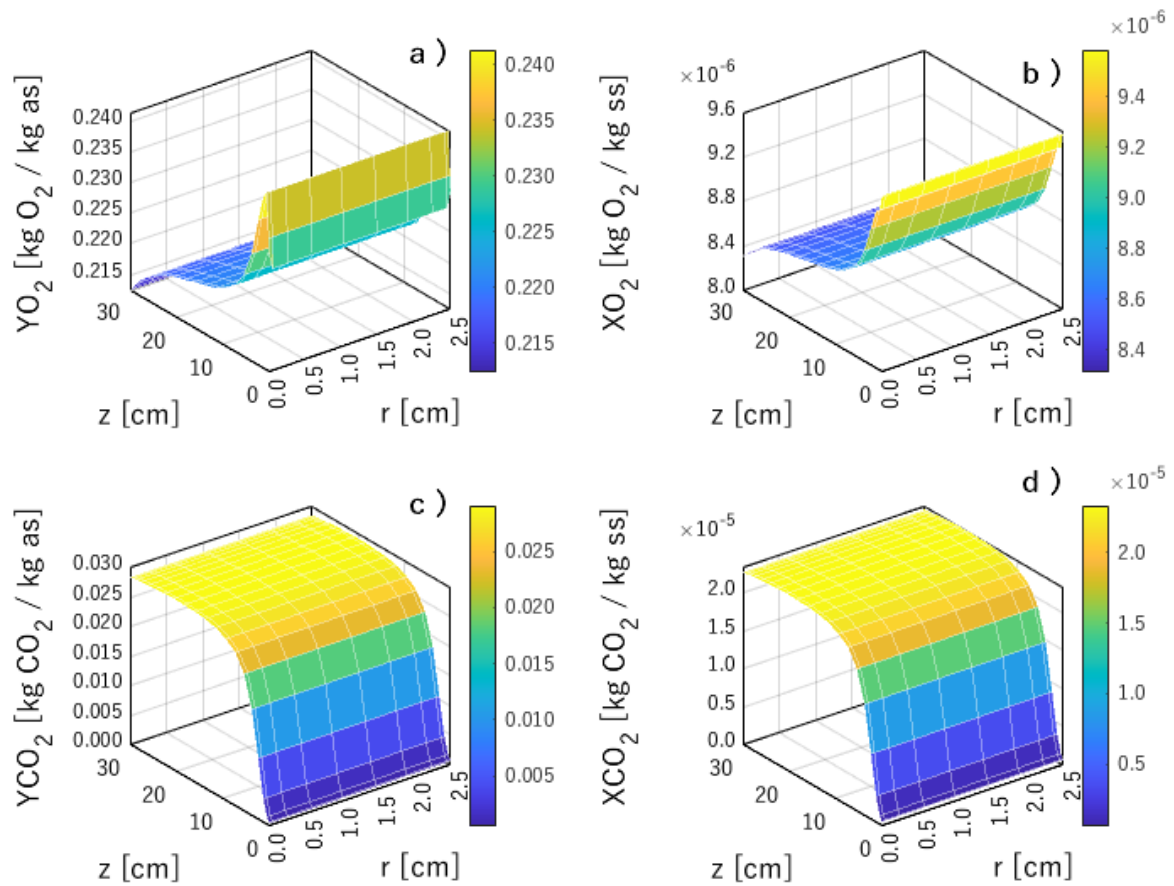


Figura 5.7 Perfiles de concentración dentro del biorreactor a las 12 horas de fermentación: a) YO_2 ; b) YCO_2 ; c) XO_2 ; d) XCO_2

En la Figura 5.8 se muestran las velocidades de reacción a diferentes posiciones axiales del lecho. La velocidad de reacción es la cantidad de reactivo o producto que se consume o produce por unidad de masa y tiempo. Estos resultados son importantes ya que se puede cuantificar el efecto de ciertas condiciones de operación, reactivos, productos, etc., esto permite identificar la manera de aumentar el rendimiento. Las velocidades de reacción para el O_2 , H_2O , X, S y P se obtienen a partir de la velocidad de producción de CO_2 y los coeficientes estequiométricos, por lo cual, todos los perfiles tienen el mismo comportamiento. En el inciso b) se muestra la velocidad de producción de CO_2 , donde se observa que la mayor velocidad de reacción se obtuvo a las 2 horas de fermentación con valor de $0.013 \text{ kg}_{CO_2}/\text{kg}_{ss} \text{ h}$ y disminuyó a tiempos posteriores, tal que en el estado estacionario alcanza un valor máximo de $0.01 \text{ kg}_{CO_2}/\text{kg}_{ss} \text{ h}$. Un posible motivo es la temperatura del sólido, ya que el modelo cinético captura la tasa de crecimiento del microorganismo en función de

la temperatura del sustrato. La temperatura que favorece el crecimiento del microorganismo es de 45 ° C, a mayores o menores temperaturas la tasa de crecimiento disminuye, lo que afecta directamente a la producción o consumo de reactivos. En la Figura 5.9 se muestra que la temperatura del sólido a las 2 horas de fermentación tiene un valor de 49 ° C, mientras que a las 12 horas la temperatura es de 51.5 ° C.

En el inciso b) también se aprecia que en el estado estacionario la mayor velocidad de producción de CO₂ ocurre cerca de la entrada del biorreactor, sin embargo, en la Figura 5.5 se observa que para la misma hora y zona del lecho la concentración de CO₂ en el sólido es menor, y lo mismo ocurre para la misma especie en la fase gas. Esto se debe a que en la zona de entrada al lecho la producción de CO₂ es mayor, y como consecuencia la concentración de CO₂ es mayor, por lo tanto, existe un gradiente de concentración entre la entrada del lecho y la salida del lecho, donde la producción de CO₂ es más baja, además de la contribución de los términos de dispersión en el fluido y en el sólido que permiten que el CO₂ se transporte a zonas con menor concentración, aunado a que el flujo de aireación constante transporta el CO₂ producido a la salida del lecho.

En el inciso f) se representa la velocidad de producción de proteasas, el perfil muestra que a las 2 horas de fermentación la máxima velocidad tiene un valor de 1200 U/kg_{ss} h, mientras que a las 12 horas tiene un valor de 870 U/kg_{ss} h. También se aprecia que al tomar como referencia la longitud axial existen zonas en donde la velocidad de producción de proteasas es mayor, esto puede estar relacionado con la disponibilidad de oxígeno (reactivo) lo cual también es capturado por el modelo cinético. Pues a las 2 horas se aprecia que la mayor velocidad de reacción se da en los primeros 7 cm del lecho, pues en esa zona la disponibilidad de oxígeno es mayor debido a la entrada de aire al lecho, lo cual se observa en la Figura 5.5. Para las 12 horas de fermentación, la velocidad de reacción también es mayor en esa zona, y concuerda con la mayor concentración de O₂ en la fase sólida como se aprecia en la Figura 5.8. Los valores obtenidos de la velocidad de producción de proteasas se compararon con los obtenidos por Barrios, ver Apéndice G.

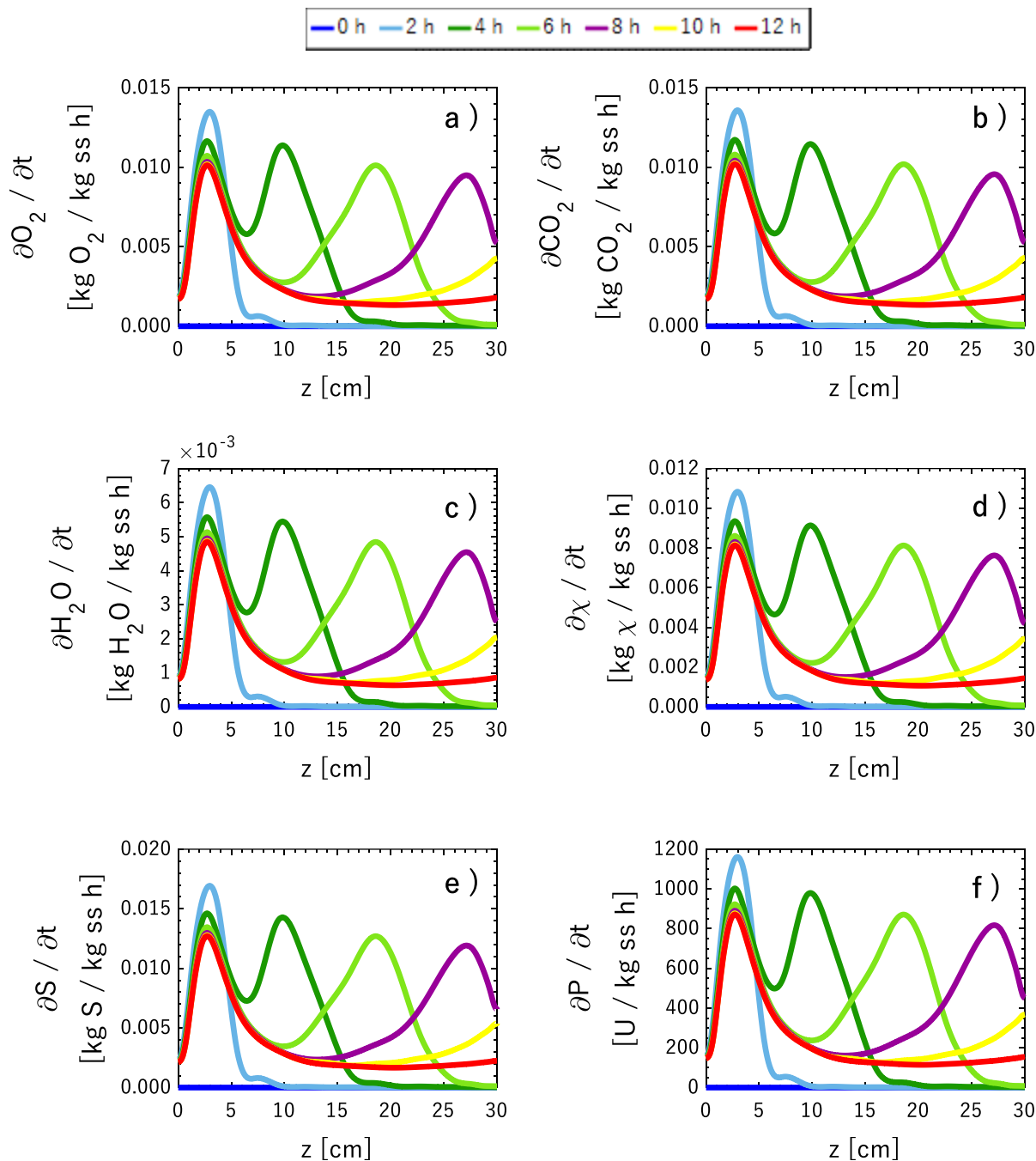


Figura 5.8 Velocidad de reacción a diferentes posiciones axiales: a) Velocidad de consumo de O_2 ; b) Velocidad de producción de CO_2 ; c) Velocidad de producción de H_2O ; d) Velocidad de producción de biomasa; e) Velocidad de consumo de sustrato; f) Velocidad de producción de proteasas

En la Figura 5.9 se muestra la temperatura de la fase fluida y la fase sólida en distintas posiciones axiales del biorreactor. En el inciso a) se aprecia que la temperatura de la fase

fluida en la entrada del biorreactor permanece a la temperatura del aire de entrada durante todo el proceso. Para todas las demás posiciones axiales desde el inicio de la fermentación alcanzan una temperatura de 51.5°C y permanece invariable en todo el proceso.

En el inciso b) se percibe que la temperatura del sólido aumenta de manera más lenta comparada con la del fluido. Esto puede deberse a que la reacción ocurre en la fase sólida generando un aumento de temperatura, parte del calor generado se transfiere a la fase fluida, además de que la fase sólida pierde calor debido al efecto de evaporización. Para analizar como contribuyen estos fenómenos en el aumento de temperatura de ambas fases es necesario realizar simulaciones para analizar el efecto que tienen ciertos parámetros como son el calor de vaporización, el calor de reacción, el calor interfacial, entre otros.

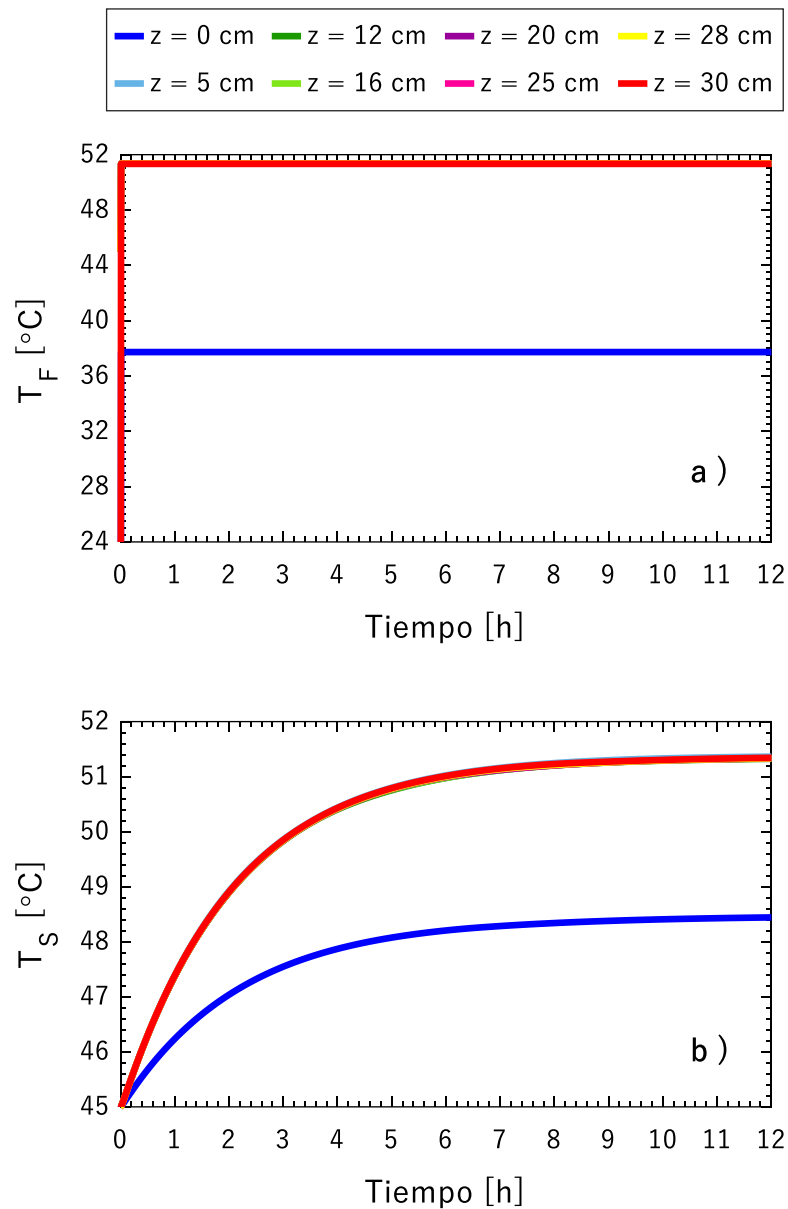


Figura 5.9 Perfiles de temperatura a distintas posiciones axiales del biorreactor: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

En la Figura 5.10 se muestran los perfiles de temperatura axial a diferentes tiempos de fermentación, en el inciso a) se observa la temperatura de la fase fluida, la cual en el tiempo inicial tiene un valor de 45 $^{\circ}\text{C}$, para los tiempos posteriores la temperatura aumenta hasta llegar a 51.5 $^{\circ}\text{C}$ y toma un valor constante a lo largo del lecho, esto se debe a que la evaporación es un mecanismo dominante conforme al análisis de tiempos característicos. Al

inicio del proceso el aire saturado que se alimenta tiene una temperatura de 25 ° C, entra en contacto con el lecho que se encuentra a una temperatura de 45 ° C, por lo tanto, se intercambia calor y esto genera que las fases no se encuentren en equilibrio, ocasionando que se transfiera agua de la fase sólida a la fase fluida hasta que alcance la saturación. El calor de vaporización del líquido permite que cierta cantidad de agua se transforme a vapor y con ello, el calor liberado también se transfiere a la fase gas, el cual es el mayor contribuyente al aumento de temperatura en la fase fluida. Este proceso ocurre de manera cíclica debido al continuo flujo de aireación.

En el inicio b) se representa la temperatura del sólido donde se observa como aumenta de manera gradual conforme transcurre el tiempo de fermentación en comparación con la fase fluida, desde una temperatura inicial de 45 ° C hasta 51.5 ° C. La temperatura aumenta debido a la liberación de energía generada por el crecimiento del microorganismo, la cual se libera hacia la fase fluida por conducción, convección y evaporación. En los primeros 2 cm del biorreactor la temperatura es 1.5 ° C más baja del valor que adquiere en las demás posiciones del lecho, donde es un valor constante. Esto posiblemente se debe al flujo de aireación que entra al lecho a temperatura ambiente. Al tiempo estacionario donde se produce la mayor cantidad de CO₂, ambas fases se encuentran a la misma temperatura.

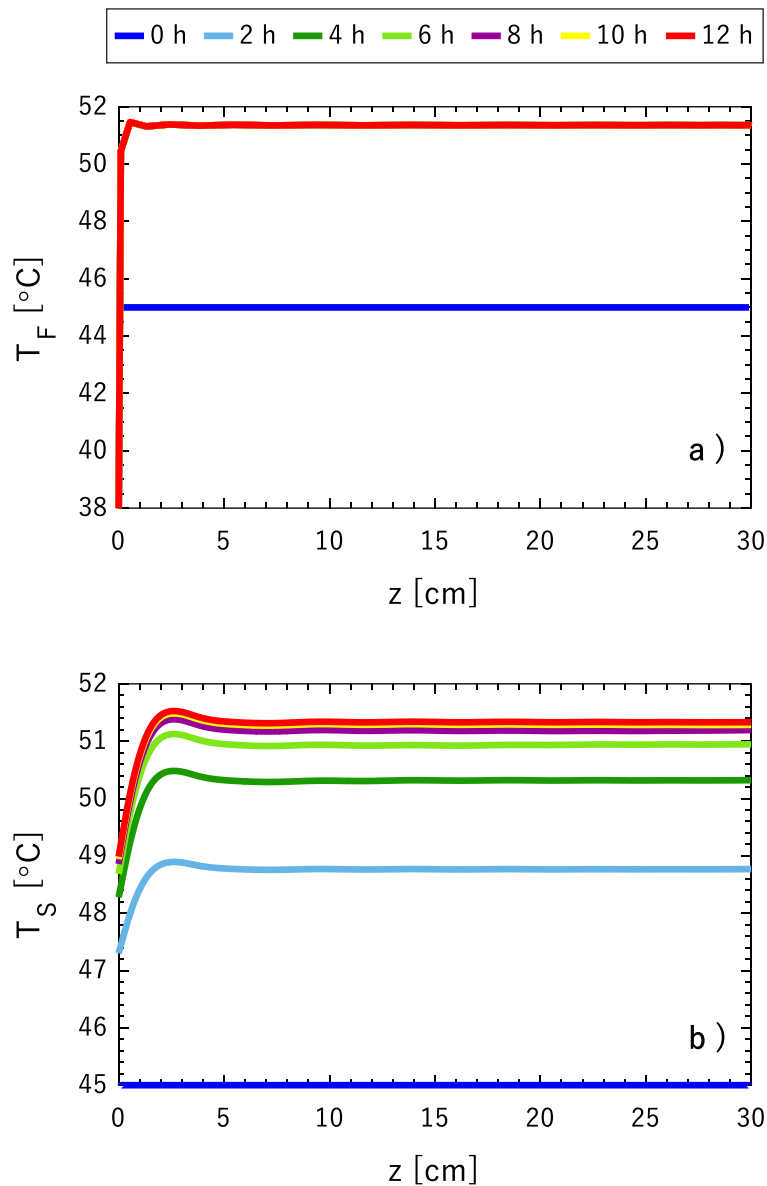


Figura 5.10 Perfiles axiales de temperatura a diferentes horas de fermentación: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

En la Figura 5.11 se muestran los perfiles de temperatura radiales para la fase sólida y la fase fluida tomados a la mitad del lecho. En el inciso a) se aprecia que la temperatura de la fase fluida disminuye 0.5°C justo al tocar la pared del biorreactor. En el inciso b) se observa que la temperatura de la fase sólida permaneció con un valor constante radialmente. Por lo cual, se puede considerar que la temperatura de ambas fases fue uniforme radialmente.

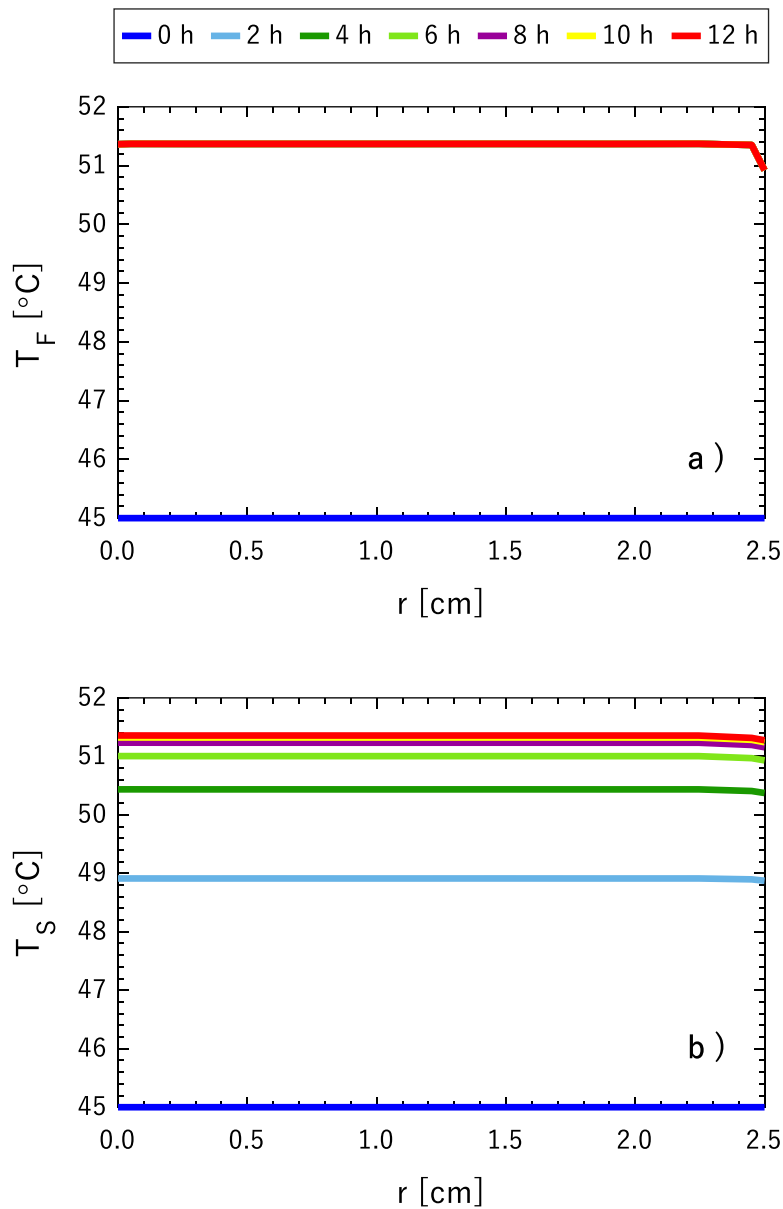


Figura 5.11 Perfiles radiales de temperatura: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

5.2.4 Efecto de los tiempos característicos

5.2.4.1 Tiempo característico de reacción

En la Figura 5.12 se muestra el efecto del tiempo característico de reacción en las concentraciones de O_2 , CO_2 y H_2O a la salida del lecho. El tiempo característico de reacción es el inverso a la tasa de crecimiento específica, la tasa de crecimiento específica representa

la velocidad de incremento en el número de células por unidad de número de células. En el inciso d) se aprecia el efecto del tiempo característico de reacción en las concentraciones de CO_2 obtenidas en el sólido. Se muestra que, al aumentar la tasa de crecimiento específica, es decir, entre menor sea el valor de tiempo característico de reacción el perfil sigmoideal se recorre hacia la izquierda, lo que indica que la producción de CO_2 es más rápida, por lo tanto, las células se reproducen más rápidamente. El valor mínimo de tiempo característico de reacción evaluado es τ_{x1} y el máximo τ_{x6} . Para τ_{x6} se observa que la producción de CO_2 a las 12 horas de fermentación es la más baja de los casos evaluados. El mismo comportamiento se observa para el CO_2 en la fase fluida.

En el inciso b) se observa la concentración de O_2 en la fase sólida, donde se aprecia que el perfil de O_2 varía según la producción de CO_2 . Para el caso τ_{x6} donde se presentó la menor producción de CO_2 a las 12 horas de fermentación, la concentración de O_2 en la fase sólida es la mayor, por lo tanto, el consumo de O_2 fue el mínimo. También se observa que la tasa de crecimiento específico tiene efecto en el consumo de O_2 , pues dependiendo del valor de τ_x el perfil puede mostrar mesetas donde el consumo es constante a ciertos tiempos.

Conforme el inciso d) se muestra que la concentración de vapor en la fase fluida no presenta cambios al evaluar distintos valores de τ_x , pues la temperatura de la fase fluida es la misma para todos los valores evaluados de τ_x , como se observa en la Figura 5.13.

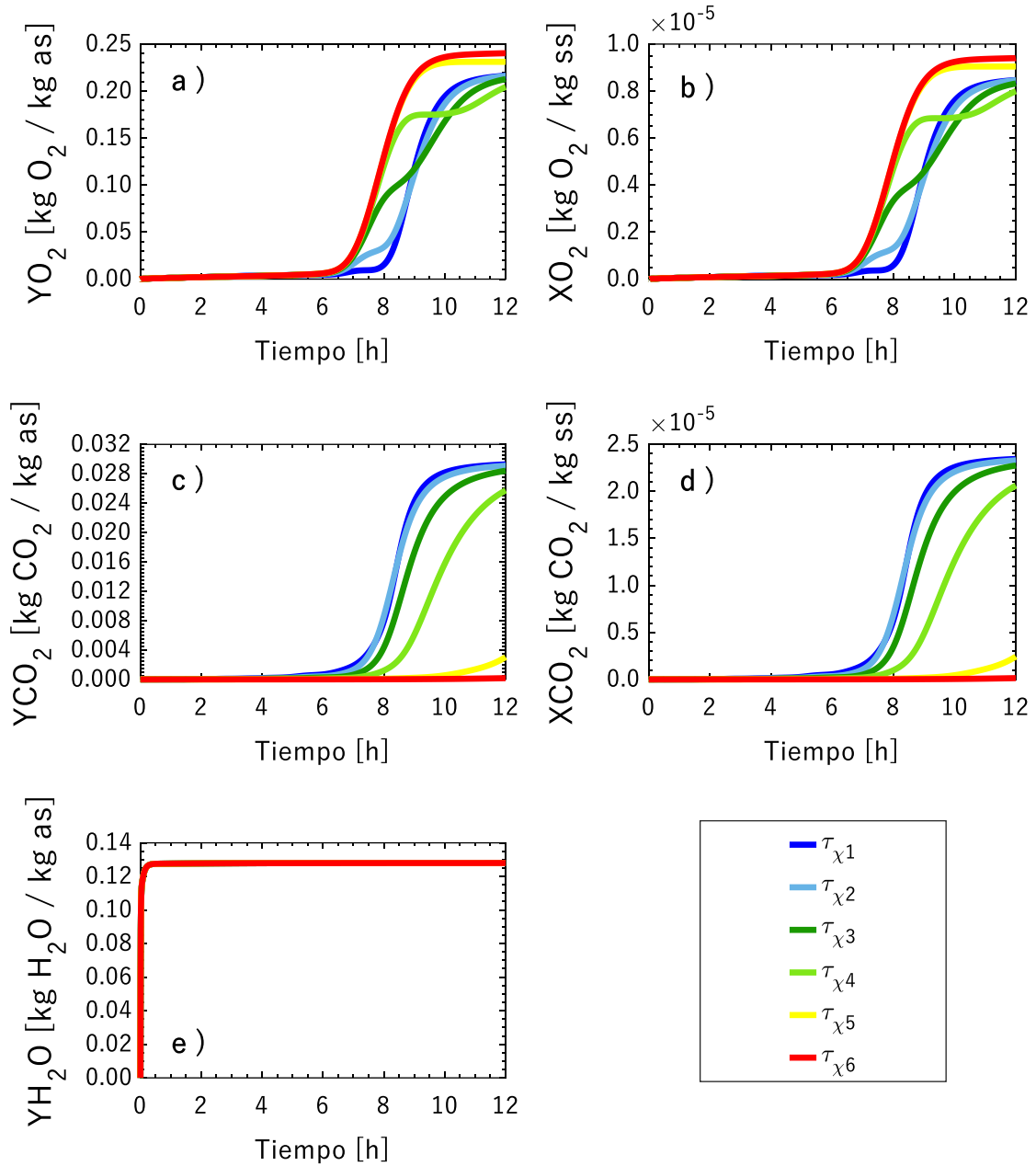


Figura 5.12 Efecto del tiempo característico de reacción en las concentraciones de O_2 , CO_2 y H_2O a la salida del biorreactor: a) Y_{O_2} ; b) X_{O_2} ; c) Y_{CO_2} ; d) X_{CO_2} ; e) Y_{H_2O}

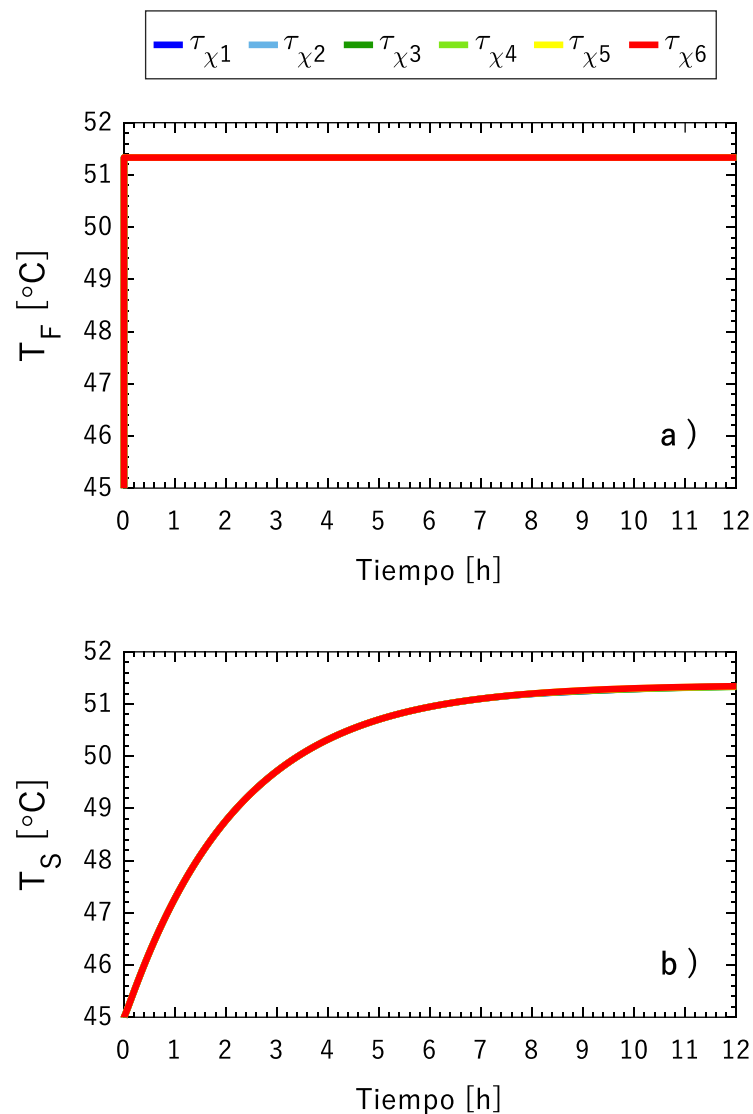


Figura 5.13 Perfiles de temperatura transitorios a la salida del lecho: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

Los perfiles axiales y radiales de temperatura fueron iguales para todos los tiempos característicos de reacción evaluados, y los perfiles axiales y radiales tienen la misma tendencia que los obtenidos en el caso convencional.

En la Figura 5.14 Perfiles de concentración axiales a diferentes horas de fermentación para XCO_2 : a) $\tau_{\chi 1}$; b) $\tau_{\chi 2}$; c) $\tau_{\chi 3}$; d) $\tau_{\chi 4}$; e) $\tau_{\chi 5}$; f) $\tau_{\chi 6}$ muestran los perfiles axiales de XCO_2 , conforme aumenta el tiempo de fermentación se aprecia que la concentración axial también aumenta, y conforme se aumenta el valor de τ_{χ} los perfiles axiales disminuyen. Para el inciso a) se evaluó el menor valor de τ_{χ} , en este caso se obtuvieron las mayores concentraciones

axiales de CO_2 en el sólido, y en el estado estacionario la mayor concentración se obtiene a la salida del lecho. Mientras que para el inciso f) se evaluó el valor más grande de τ_x obteniendo la menor concentración axial.

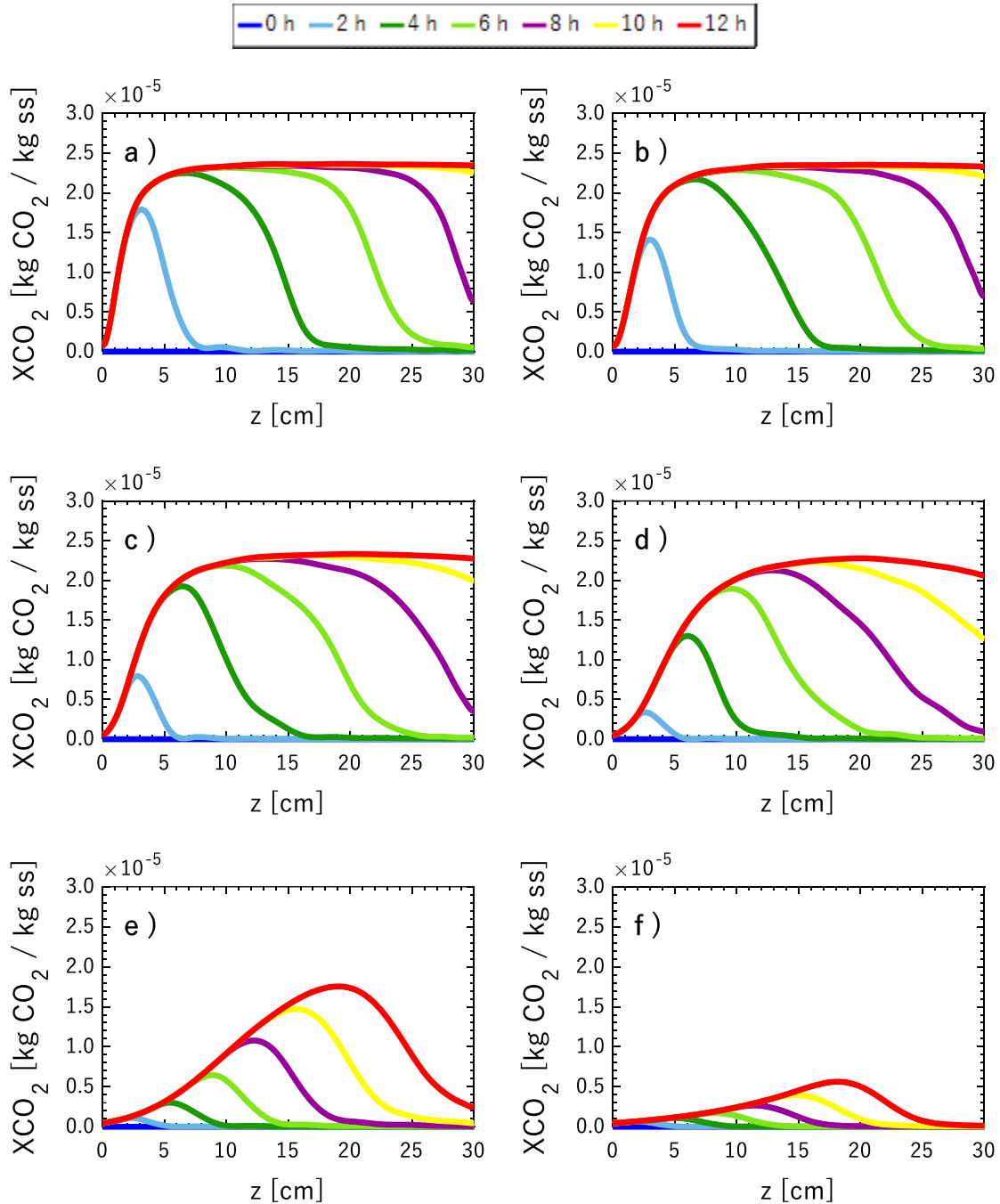


Figura 5.14 Perfiles de concentración axiales a diferentes horas de fermentación para XCO_2 : a) τ_{x1} ; b) τ_{x2} ; c) τ_{x3} ; d) τ_{x4} ; e) τ_{x5} ; f) τ_{x6}

En la Figura 5.15 se muestra el efecto del tiempo característico de reacción en la velocidad de producción de proteasas. A las dos horas de fermentación se observa que la mayor velocidad de producción se obtiene en los casos τ_{x1} , τ_{x2} y τ_{x3} en los primeros 10 cm de entrada al biorreactor. Al evaluar la velocidad de reacción a las 12 horas de fermentación se observa que para los tiempos τ_{x1} hasta τ_{x4} el comportamiento del perfil es similar, obteniendo en todos los casos valores de velocidad máximos aproximados a los 900 U/kg_{ss} h cerca de la entrada al biorreactor, mientras que para longitudes posteriores la velocidad disminuye hasta 100 U/kg_{ss} h. Para el tiempo τ_{x5} el perfil de velocidad en la mayor parte del lecho alcanza valores cercanos a los 800 U/kg_{ss} h. Y para el caso τ_{x6} se obtuvo la menor velocidad de producción con valor máximo de 700 U/kg_{ss} h a los 20 cm del lecho.

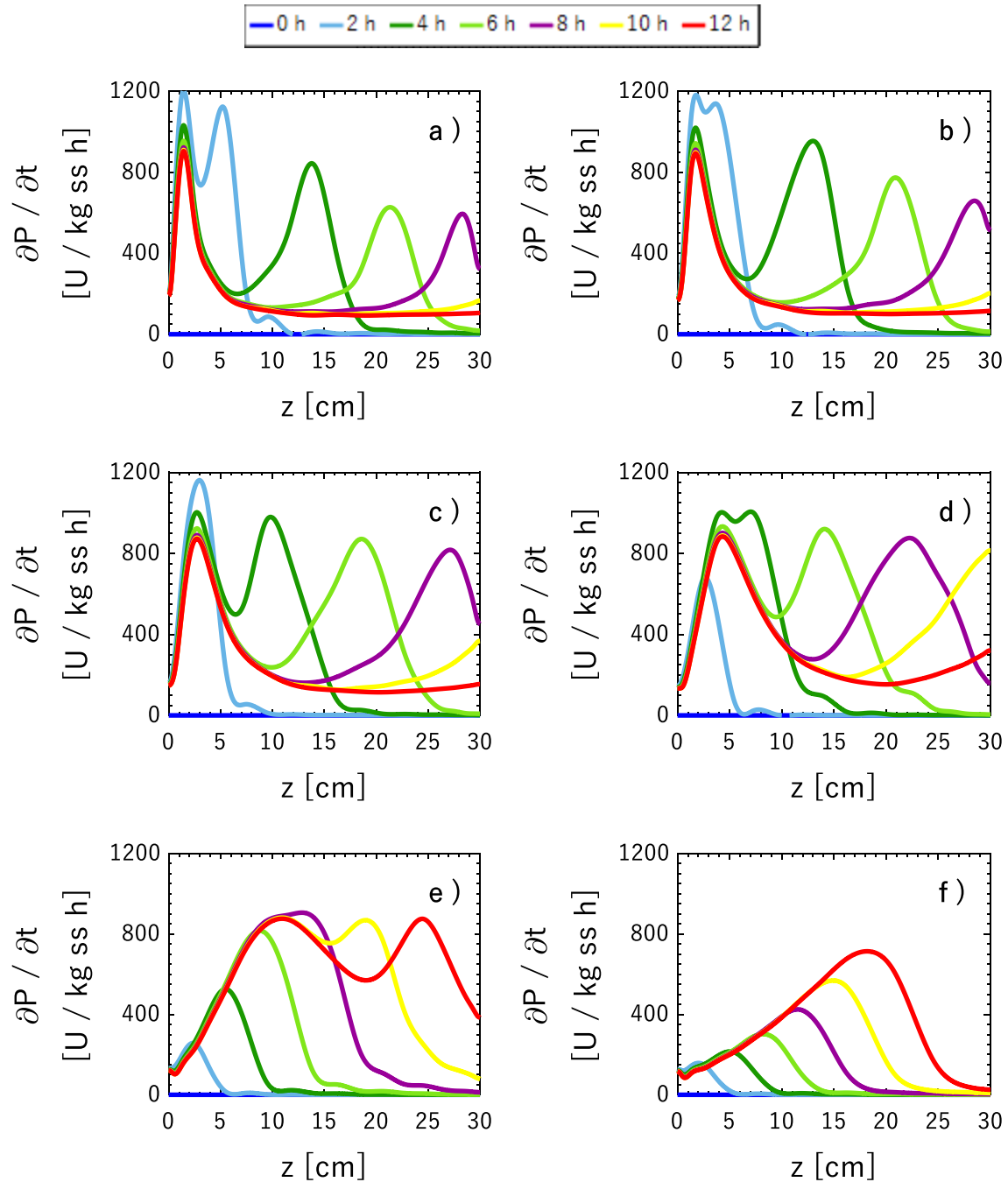


Figura 5.15 Velocidad de producción de proteasas en diferentes posiciones axiales: a) τ_{x1} ; b) τ_{x2} ; c) τ_{x3} ; d) τ_{x4} ; e) τ_{x5} ; f) τ_{x6}

5.2.4.2 Tiempo característico de transporte interfacial de masa

En la Figura 5.16 se muestra el perfil de concentraciones para evaluar el efecto de diferentes valores de tiempo característico de transporte interfacial de masa, donde $[\tau_{Int1}]_m$

es el valor mínimo y $[\tau_{Int4}]_m$ el valor máximo. En el inciso d) se aprecia que los perfiles de producción de CO_2 en la fase sólida son similares.

El efecto más notorio se muestra en el inciso e) donde se representa el contenido de agua en la fase fluida. En el perfil obtenido para $[\tau_{Int1}]_m$ y $[\tau_{Int2}]_m$ el contenido de vapor alcanza un valor constante de $0.13 \text{ kg H}_2\text{O}/\text{kg}_{ss}$ en los primeros minutos de fermentación. Mientras que para $[\tau_{Int3}]_m$ se obtiene la misma concentración de vapor en aproximadamente 2 horas y posteriormente se mantiene constante. Para $[\tau_{Int4}]_m$ se observa que el contenido de agua en la fase fluida tarda aproximadamente 5 horas en llegar a un valor constante de $0.09 \text{ kg H}_2\text{O}/\text{kg}_{ss}$ que corresponde al contenido de humedad de saturación en la fase fluida a la temperatura de 45° C observada en la Figura 5.17. Por lo tanto, entre más pequeño sea el tiempo característico de transporte interfacial de masa, el transporte de agua de la fase sólida a la fase fluida será más rápido. Para todos los tiempos característicos de transporte interfacial de masa la concentración de agua en la fase sólida se mantuvo constante durante todo el proceso de fermentación.

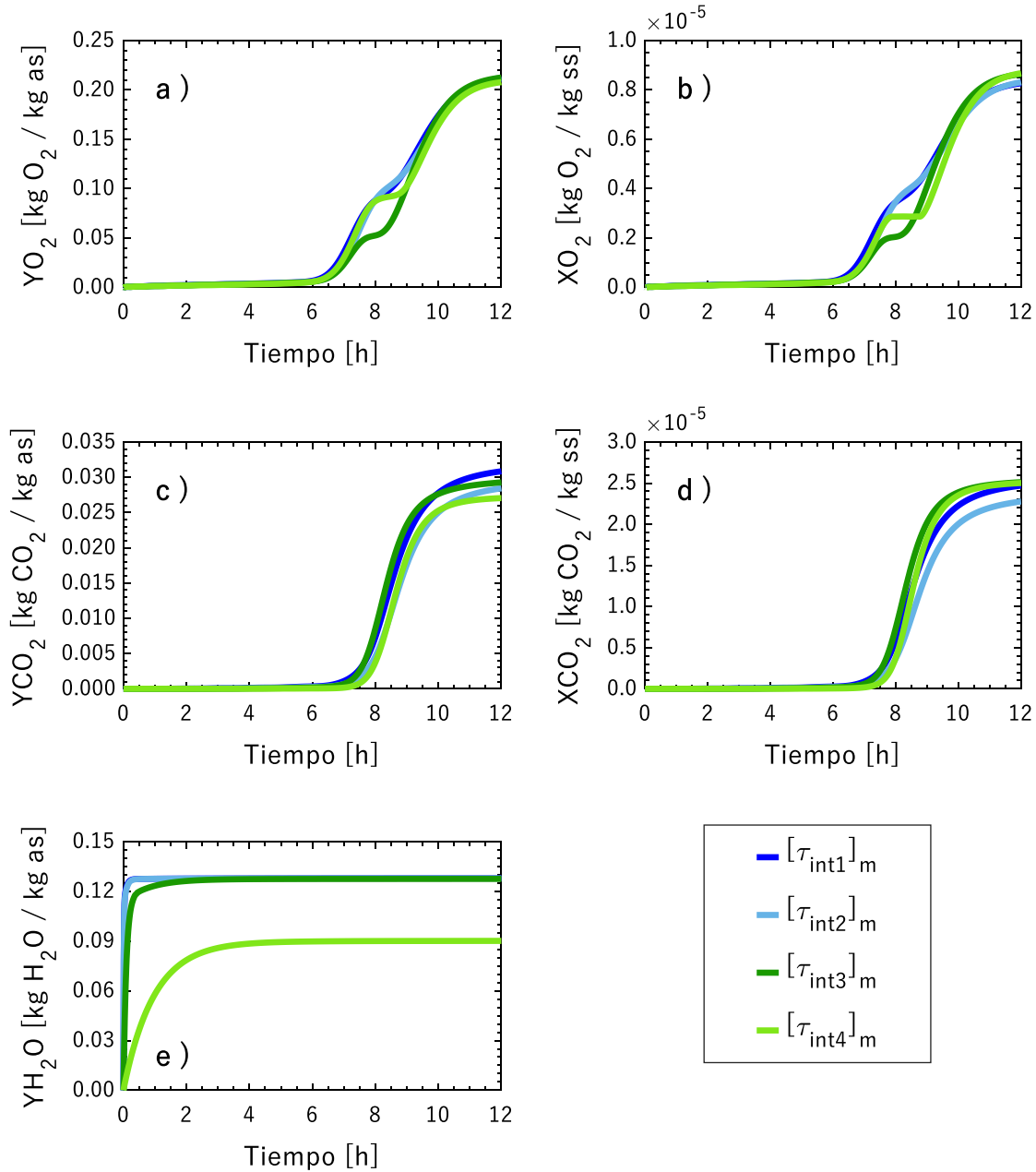


Figura 5.16 Perfiles transitorios de concentración a diferentes alturas del lecho para el efecto de distintos tiempos característicos de transporte interfacial de masa: a) YO_2 ; b) XO_2 ; c) CO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O

Los perfiles transitorios de temperatura de la fase fluida y la fase sólida se muestran en la Figura 5.17, donde se aprecia que el tiempo característico de transporte interfacial de masa tiene efecto en la temperatura de la fase sólida. Para el caso $[\tau_{Int4}]_m$ se observa que la temperatura de ambas fases permanece cercana a la temperatura inicial de fermentación.

Para $[\tau_{Int3}]_m$ la temperatura de la fase sólida mostrada en el inciso b) aumenta de manera lineal desde 45°C hasta alcanzar 48°C a las 12 horas de fermentación, mientras que la temperatura de la fase fluida desde el inicio del proceso aumenta hasta una temperatura de 51.5°C . Para $[\tau_{Int1}]_m$ y $[\tau_{Int2}]_m$ la temperatura de la fase sólida alcanza un valor constante hasta las 10 horas, a las 12 horas de fermentación ambas fases alcanzan una temperatura de 51.5°C . Para $[\tau_{Int1}]_m$, $[\tau_{Int2}]_m$ y $[\tau_{Int3}]_m$ la temperatura del fluido alcanzó los 51.5°C en los primeros minutos de fermentación y el perfil se mantuvo constante en dirección axial y radial.

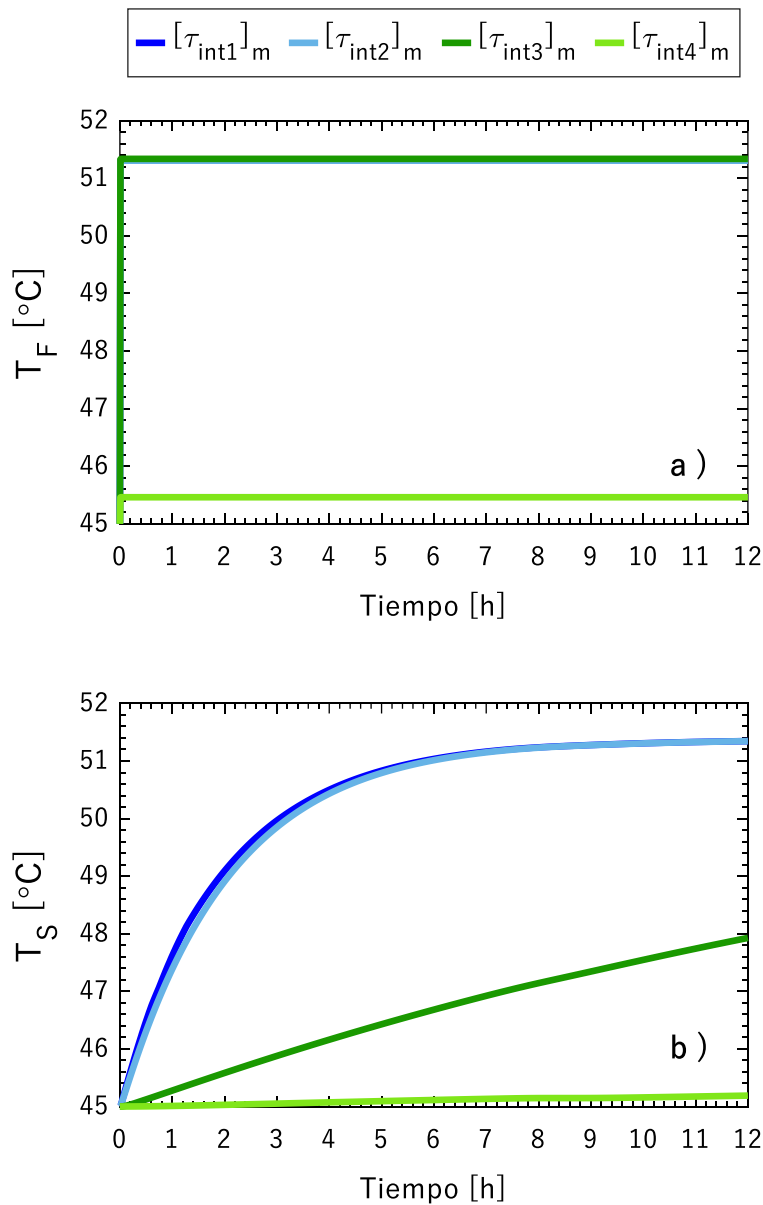


Figura 5.17 Perfiles transitorios de temperatura: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

En la Figura 5.18 se presentan los perfiles axiales de la concentración de CO_2 en la fase sólida, se observa en el inciso a) que para $[\tau_{Int4}]_m$ a la entrada del lecho se obtiene mayor producción de CO_2 comparado con los demás tiempos característicos evaluados. Esto puede deberse al efecto de la temperatura de la fase sólida, ya que para $[\tau_{Int4}]_m$ la temperatura permanece igual a la temperatura óptima en todas las posiciones del lecho según la Figura

5.19. Diferentes tiempos característicos de transporte interfacial de masa no mostraron un cambio en la concentración de oxígeno no ejerce un efecto, pues el perfil de concentración de O_2 en la fase sólida mostró un comportamiento similar en todos los tiempos característicos evaluados.

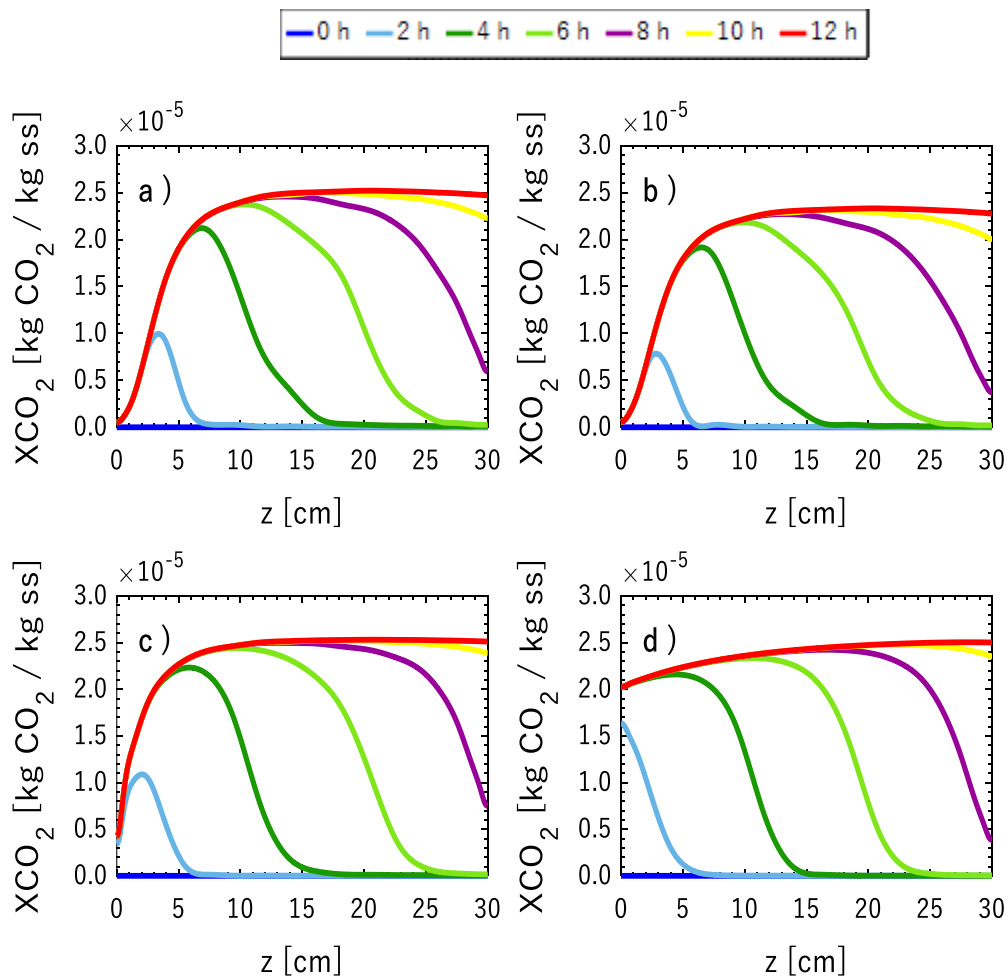


Figura 5.18 Perfiles de concentración axiales de XCO_2 a diferentes tiempos de fermentación para evaluar el efecto distintos tiempos característicos de transporte interfacial de masa: a) $[\tau_{Int1}]_m$; b) $[\tau_{Int2}]_m$; c) $[\tau_{Int3}]_m$; d) $[\tau_{Int4}]_m$

En los perfiles axiales de la fase sólida mostrados en la Figura 5.19 se aprecia que la temperatura del sólido disminuye conforme aumenta valor de $[\tau_{Int}]_m$. Para $[\tau_{Int1}]_m$ y $[\tau_{Int2}]_m$ los perfiles obtenidos son iguales, la temperatura alcanza un valor de $51.5^\circ\ C$, y se aprecia que, debido al flujo de aireación el cual está a temperatura ambiente, cerca de la entrada del

lecho la temperatura del sólido es menor al valor máximo que alcanza en las demás posiciones axiales. Para $[\tau_{Int3}]_m$ la temperatura alcanza un valor de 48 ° C, en el inciso b) se observa que la temperatura aumenta conforme transcurre el tiempo de fermentación. Y para $[\tau_{Int4}]_m$ la temperatura del sólido permanece igual a la temperatura inicial del proceso de fermentación en todas las posiciones del lecho. En la longitud radial no se presentaron cambios en la temperatura del sólido.

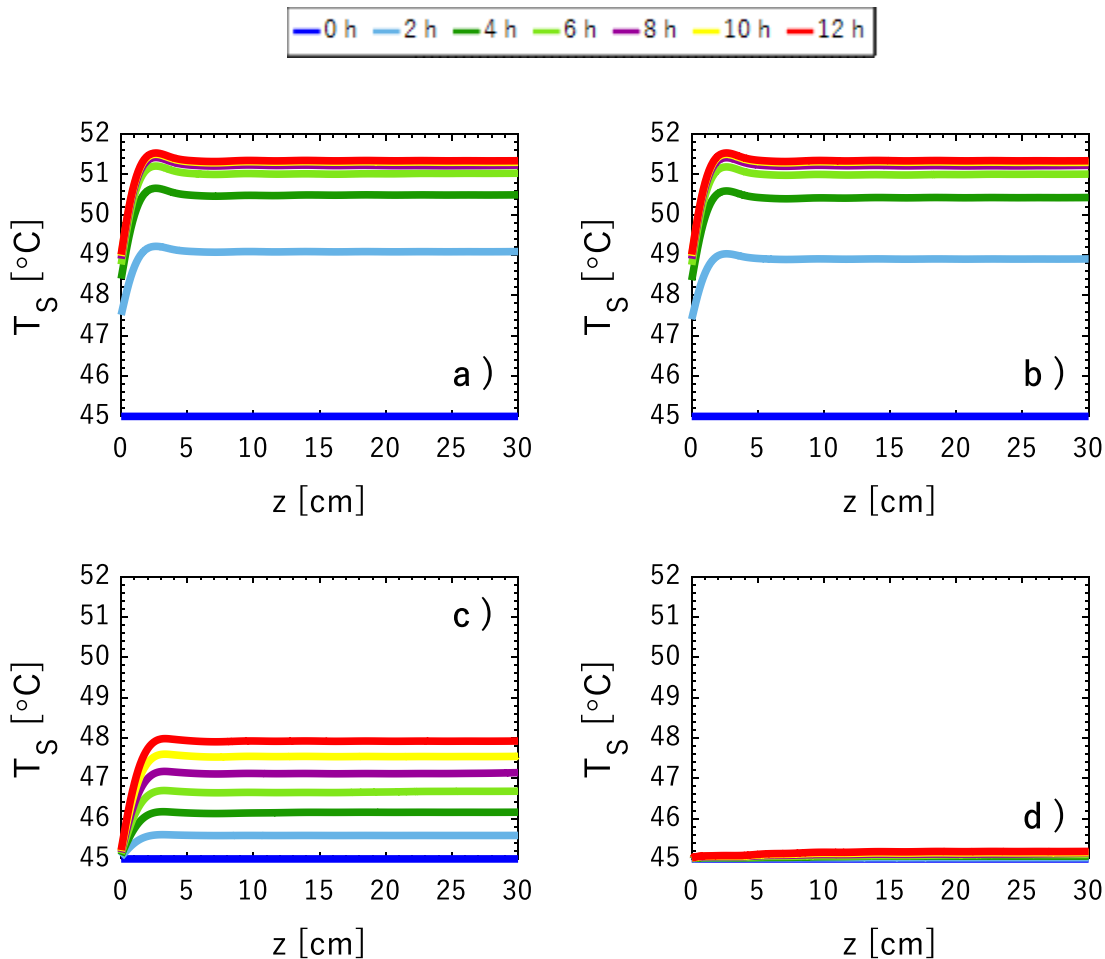


Figura 5.19 Perfiles axiales de temperatura del sólido a diferentes horas de fermentación para evaluar el efecto distintos tiempos característicos de transporte interfacial de masa: a) $[\tau_{Int1}]_m$; b) $[\tau_{Int2}]_m$; c) $[\tau_{Int3}]_m$; d) $[\tau_{Int4}]_m$

El efecto del tiempo característico de transferencia de masa interfacial en la velocidad de producción de proteasas a las 12 horas de fermentación se evalúa en la Figura 5.20, tiempo correspondiente al estado estacionario para el caso convencional, donde $[\tau_{Int3}]_m$ alcanza un

valor máximo de 1400 U/kg_{ss} h en la entrada al lecho, mientras que $[\tau_{Int4}]_m$ presenta el menor valor de velocidad de reacción correspondiente a 600 U/kg_{ss} h. Se observa el efecto de la temperatura del sólido en la velocidad de producción de proteasas, pues para $[\tau_{Int1}]_m$ y $[\tau_{Int2}]_m$ donde se presentan mayores temperaturas en la fase sólida se obtienen las menores velocidades de producción de proteasas.

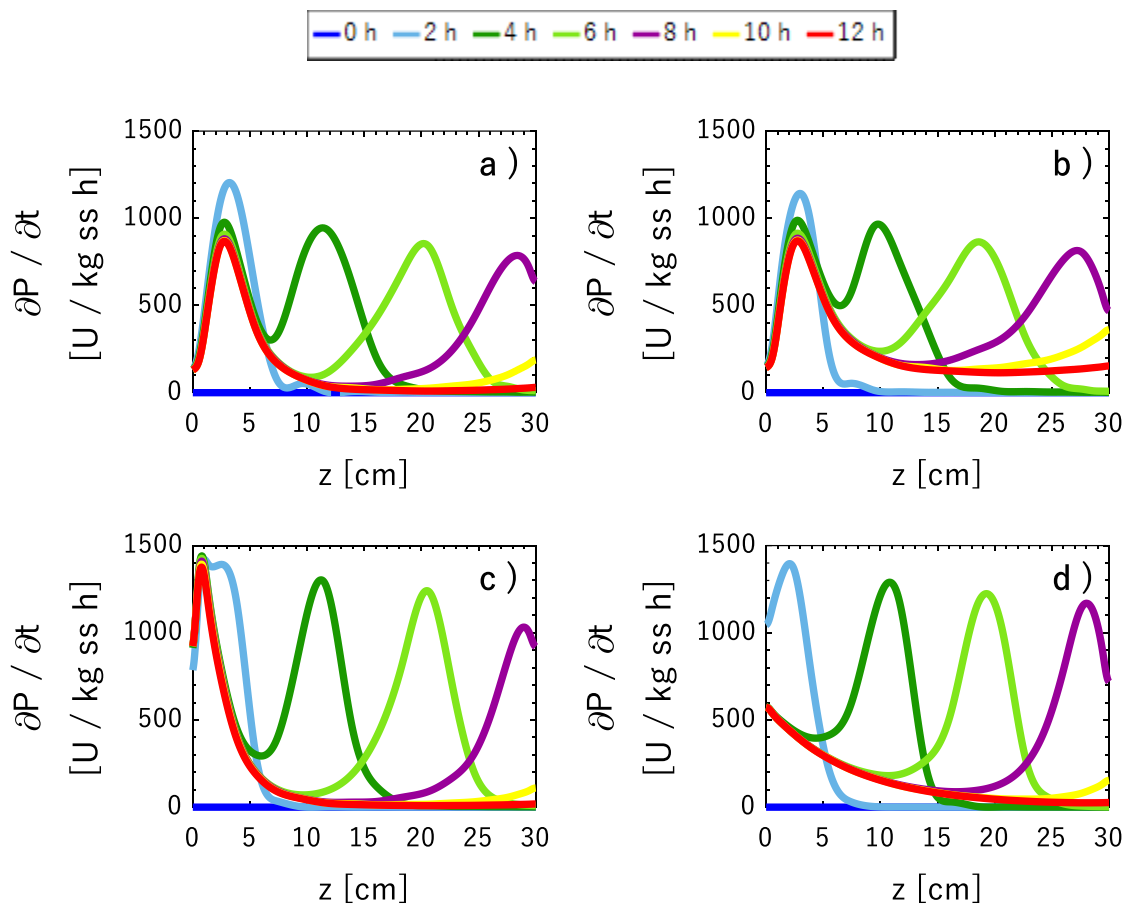


Figura 5.20 Perfiles axiales de velocidad de producción de proteasas: a) $[\tau_{Int1}]_m$; b) $[\tau_{Int2}]_m$; c) $[\tau_{Int3}]_m$; d) $[\tau_{Int4}]_m$

5.2.4.3 Tiempo característico en la generación de calor por reacción

En la Figura 5.21 se aprecian distintos perfiles de concentración, donde τ_{Rnx1} representa el valor mínimo y τ_{Rnx4} representa el valor máximo. Se aprecia que distintos tiempos característicos en la generación de entalpía de reacción no generan un cambio en los perfiles de concentración de ambas fases para las especies O_2 y H_2O .

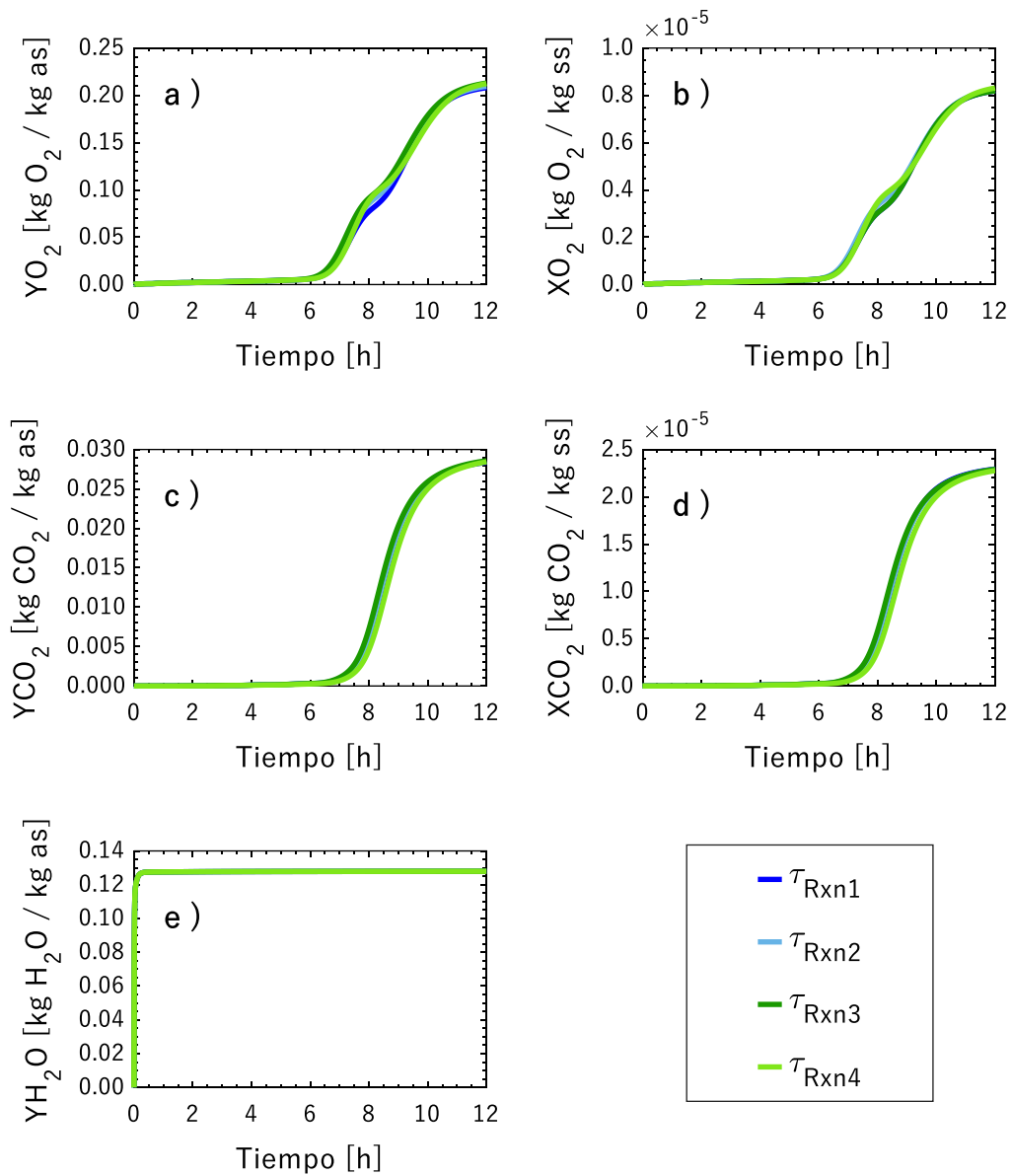


Figura 5.21 Perfiles de concentración transitorios a la salida del lecho para evaluar el efecto del tiempo característico en la generación de calor por reacción: a) YO_2 ; b) XO_2 ; c) YCO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O

En la Figura 5.22 se aprecia que distintos valores de τ_{Rnx} no mostraron un cambio significativo de temperatura en el sistema pues la temperatura de la fase sólida, donde crece el microorganismo, presentó un aumento menor a un grado centígrado entre τ_{Rnx1} y τ_{Rnx4} obteniendo la temperatura más baja para τ_{Rnx1} .

Por otro lado, en el inciso a) se aprecia que la temperatura del fluido se mantiene constante para todos los tiempos característicos de entalpía de reacción evaluados. Respecto a la temperatura de la fase fluida, no se presentaron cambios en los perfiles axiales ni radiales.

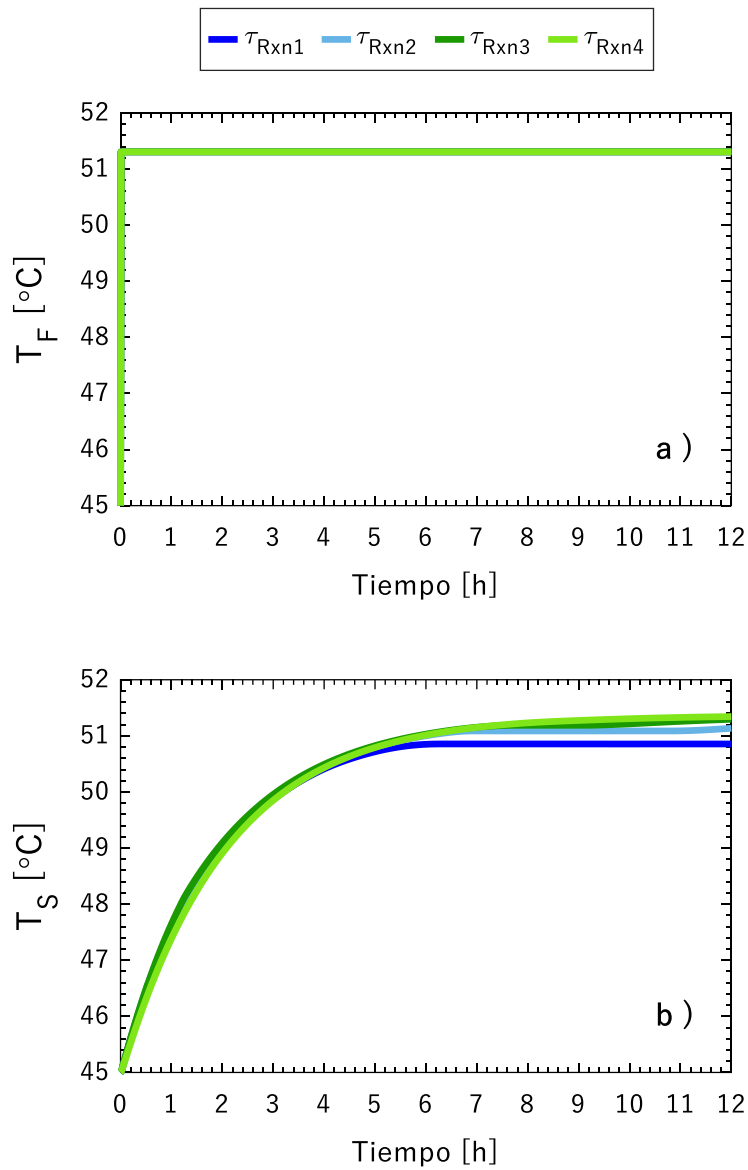


Figura 5.22. Perfiles de temperatura transitorios a la salida del lecho para evaluar el efecto del tiempo característico en la generación de calor por reacción: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

En la Figura 5.23 se muestra el perfil axial de temperatura para la fase sólida, se observa el efecto de los diferentes τ_{RnX} . En todos los perfiles se observa que la temperatura aumenta conforme transcurre el tiempo de fermentación. En el inciso a) se observa el efecto de τ_{Rxn1} en la temperatura del sólido. En el perfil se observa que la temperatura del sólido al inicio del proceso se encuentra en la temperatura que favorece el crecimiento del microorganismo, y durante el proceso de fermentación en la entrada del lecho el sustrato permanece a esa temperatura. Mientras que a longitudes posteriores del lecho la temperatura del sólido incrementa paulatinamente en comparación con los incisos c) y d), en los cuales la temperatura toma un valor constante a partir de los primeros 5 cm del lecho. Sin embargo, la temperatura del sólido a la salida del lecho adquiere el mismo valor para todos los rangos evaluados de calor de reacción. Los perfiles radiales de temperatura de la fase sólida permanecieron constantes.

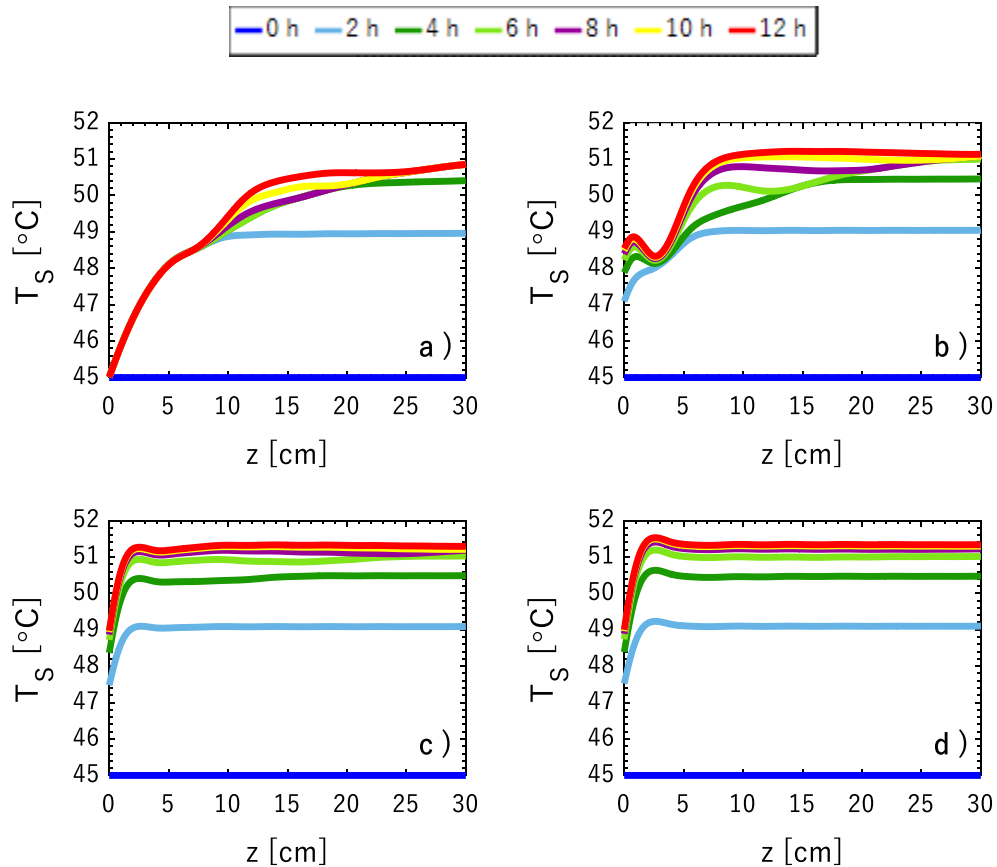


Figura 5.23 Perfiles axiales de temperatura de la fase sólida a diferentes horas de fermentación al evaluar el efecto del tiempo característico en la generación de calor por reacción: a) τ_{Rxn1} ; b) τ_{Rxn2} ; c) τ_{Rxn3} ; d) τ_{Rxn4}

En la Figura 5.24 se presentan los perfiles axiales de velocidad de producción de proteasas a diferentes horas de fermentación, se observa como la velocidad de producción de proteasas se ve afectada por los tiempos característicos de calor de reacción, pues los perfiles axiales varían dependiendo del valor de τ_{Rxn} . Por ejemplo, en el inciso a) se obtienen las mayores velocidades de producción de proteasas. En todos los casos se observa que en primeros 5 cm del lecho la velocidad de producción es mayor respecto al resto de la longitud axial del lecho, este efecto se debe a la temperatura del sólido que se encuentra más cercana a la temperatura óptima de crecimiento del microorganismo, pues los perfiles axiales para XO_2 y XCO_2 no mostraron cambios en la concentración al evaluar distintos tiempos característicos de calor de reacción. Para el inciso a) donde se evalúa τ_{Rxn1} la velocidad de producción a las 12 horas de fermentación alcanza un valor cercano a los $1350 \text{ U} / \text{kg}_{SS} \text{ h}$. Para los perfiles de los demás incisos se muestra como la velocidad de reacción va disminuyendo pues la temperatura del sólido cada vez es mayor en esa zona. De tal manera que para el inciso d) a las 12 horas de fermentación cerca de la entrada del lecho la máxima velocidad de producción alcanza un valor de $880 \text{ U} / \text{kg}_{SS} \text{ h}$. Para todos los valores evaluados de τ_{Rxn} , se observa que, en la zona cercana a la salida del lecho, correspondiente a los últimos 15 cm del lecho, las velocidades de producción son las mismas, debido a que el valor de la temperatura en esa zona es similar para todos los casos.

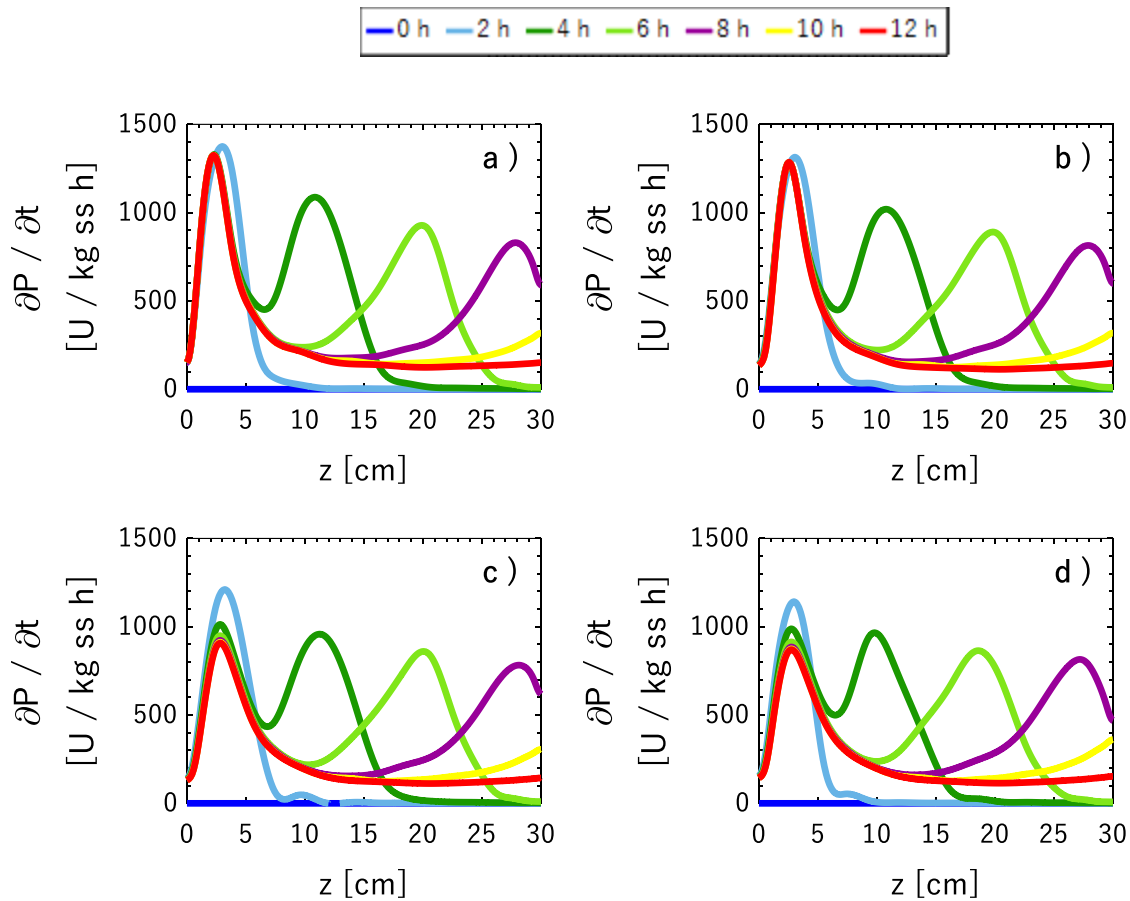


Figura 5.24 Velocidad de producción de proteasas a diferentes posiciones axiales a diferentes horas de fermentación: a) τ_{Rxn1} ; b) τ_{Rxn2} ; c) τ_{Rxn3} ; d) τ_{Rxn4}

5.2.4.4 Tiempo característico en la generación de calor por evaporación

En la Figura 5.25 se observa el efecto del tiempo característico en la generación de calor por evaporación en los perfiles de concentración. Se observa en el inciso d) que para el menor tiempo característico de evaporación evaluado (τ_{vap1}), la concentración de CO_2 en la fase sólida es menor y la fase lag se alargó hasta 8 horas. Este comportamiento está asociado con el perfil de temperatura de la fase sólida mostrado en la Figura 5.26, donde en el inciso b) se observa que la temperatura del sustrato llega hasta un valor de $58^\circ C$, lo cual afecta negativamente a la tasa de crecimiento del microorganismo, por lo tanto, el proceso de fermentación se vuelve más lento. Se observa que la fase lag más corta se obtuvo en el tiempo característico τ_{vap4} , pues en este caso la temperatura del sólido se mantuvo en la temperatura óptima para el crecimiento del microorganismo. Así mismo, en el inciso a) se

observa que para el caso τ_{vap1} se consume menor cantidad de O_2 . En el inciso b) se puede observar el efecto de la temperatura en el coeficiente de Henry que determina la concentración de O_2 en la fase sólida, pues en el estado estacionario la máxima cantidad de O_2 disuelto en la fase sólida varía dependiendo de la temperatura del sólido. Para los casos τ_{vap1} y τ_{vap2} donde el aporte del calor de evaporación genera una mayor temperatura, la máxima concentración de O_2 disuelta en el líquido que humedece al sólido (X_{O_2}) es menor.

El inciso e) también muestra el efecto del tiempo característico de generación de calor por evaporación, pues se aprecia que entre menor sea el valor del del tiempo característico, se obtienen mayores concentraciones de vapor en la fase fluida. Por ejemplo, en la Figura 5.26 inciso a) para τ_{vap1} se muestra que la temperatura de la fase fluida dentro del lecho alcanza los 58°C al inicio de la fermentación, este aumento de temperatura ocasiona que el flujo entrante no se encuentre saturado y por lo tanto se transfiera agua hacia la fase fluida hasta el punto de saturación hasta alcanzar una concentración de $0.19 \text{ kg H}_2\text{O/kg as}$, valor que se mantiene constante al igual que la temperatura de la fase fluida. De manera que el proceso de transferencia de masa y calor se encuentran ligados.

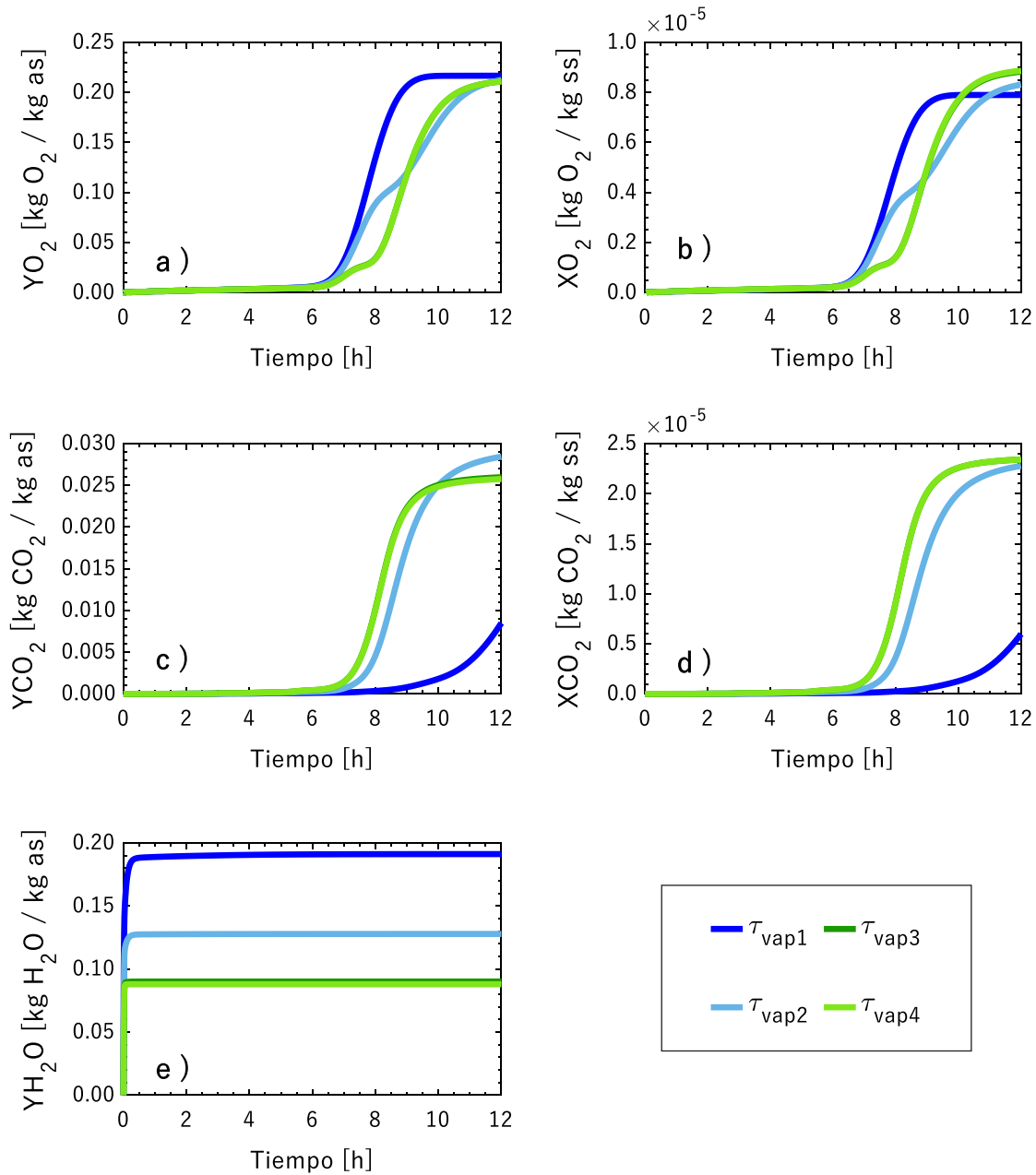


Figura 5.25 Perfiles de concentración a diferentes alturas del lecho para evaluar el efecto del tiempo característico en la generación de calor por evaporación: a) YO_{2i} ; b) XO_{2i} ; c) YCO_{2i} ; d) XCO_{2i} ; e) YH_2O

En la Figura 5.26 se muestran los perfiles transitorios de temperatura para evaluar el efecto del tiempo característico de evaporación. Se muestra que entre menor sea el tiempo característico en la generación de calor por evaporación, es mayor la temperatura de la fase fluida y sólida. En el inciso a) se muestra que la temperatura de la fase fluida aumenta en

cuanto inicia el proceso de fermentación y se mantiene constante. En el inciso b) se observa que la temperatura de la fase sólida aumenta de manera más lenta que en la fase fluida. Para $\tau_{\text{vap}1}$ la temperatura de la fase sólida a las 12 horas de fermentación llega a un valor de 58 ° C, mientras que para $\tau_{\text{vap}4}$ no se aprecia aumento de temperatura respecto a la temperatura óptima para el crecimiento del microorganismo.

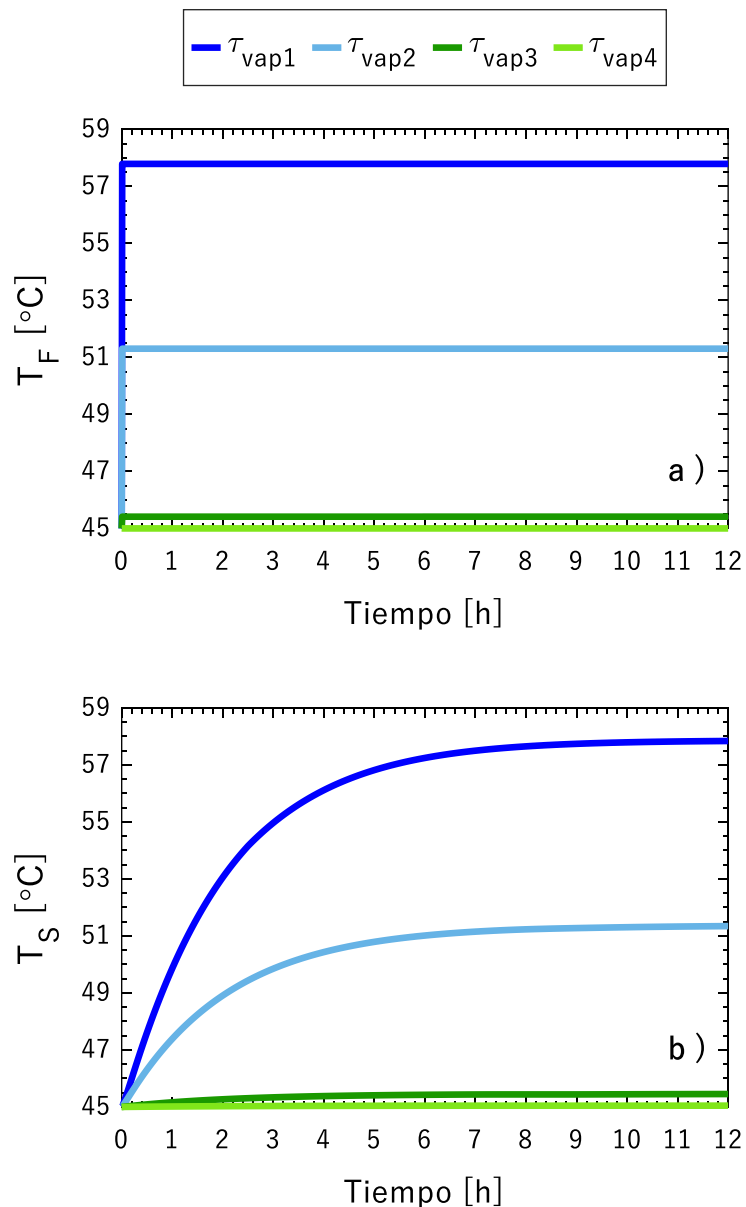


Figura 5.26. Perfiles de temperatura transitorios del biorreactor para evaluar el efecto del tiempo característico en la generación de calor por evaporación: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

En la Figura 5.27 se muestra el perfil de concentración axial de CO_2 en la fase sólida, se aprecia que la concentración obtenida en el inciso a) es menor que en los demás casos evaluados de τ_{Vap} .

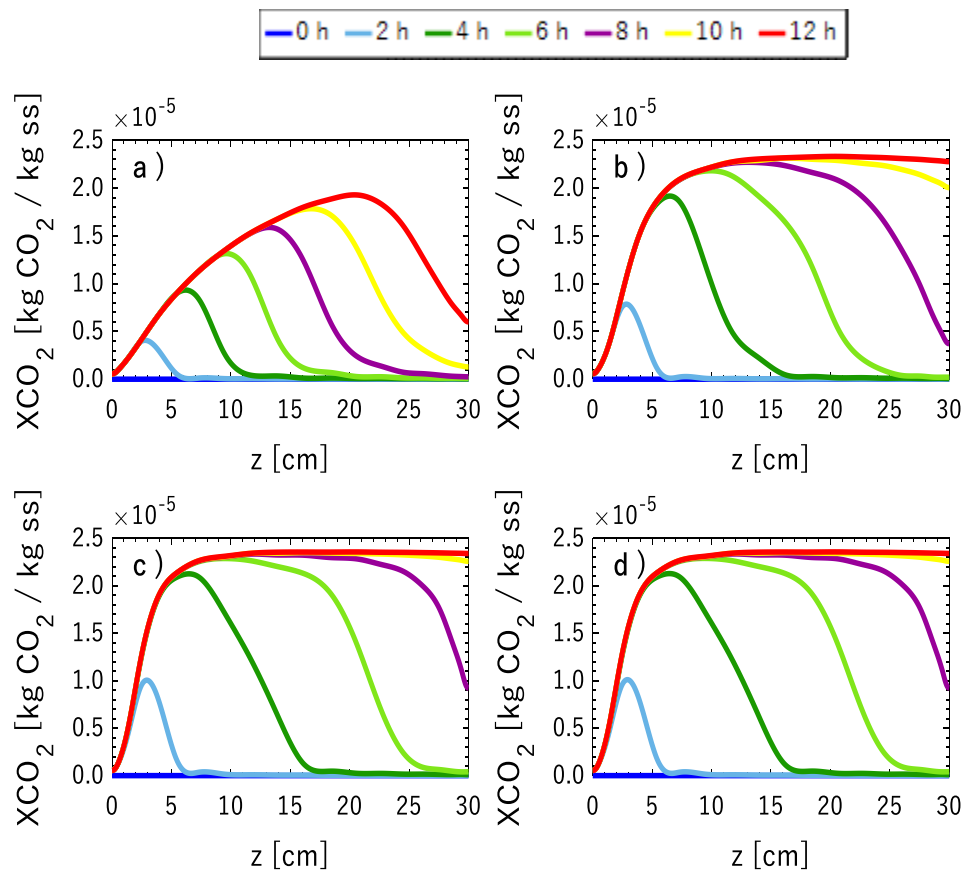


Figura 5.27 Perfiles de concentración axiales para X_{CO_2} a diferentes horas de fermentación para evaluar el efecto del tiempo característico en la generación de calor por evaporación: a) $\tau_{\text{Vap}1}$; b) $\tau_{\text{Vap}2}$; c) $\tau_{\text{Vap}3}$; d) $\tau_{\text{Vap}4}$

En los perfiles axial y radial de temperatura de la fase fluida a diferentes tiempos de fermentación se observó que al iniciar el proceso de fermentación la temperatura aumenta desde los 45°C hasta la temperatura mostrada en la Figura 5.26 y permaneció a un valor constante. Para la temperatura sólida, el perfil axial de la Figura 5.28 muestra que para $\tau_{\text{Vap}1}$, $\tau_{\text{Vap}2}$ y $\tau_{\text{Vap}3}$ la temperatura aumenta conforme transcurre el tiempo de fermentación. En los primeros 5 centímetros de entrada al lecho la temperatura es menor debido al flujo de aireación. A partir de los 5 centímetros hasta la salida del lecho la temperatura del sólido

permanece constante. El perfil radial de la fase sólida a diferentes tiempos de fermentación permaneció a un valor constante en todas las posiciones radiales para cada tiempo de fermentación.

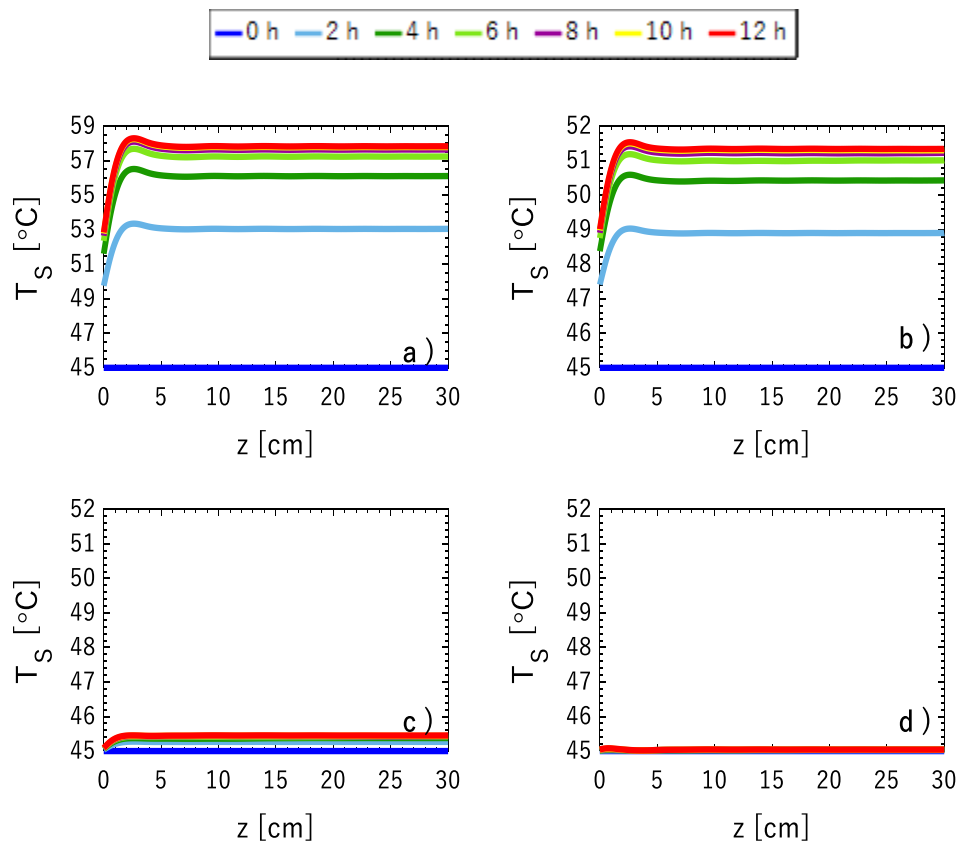


Figura 5.28 Perfiles axiales de temperatura de la fase sólida a diferentes horas de fermentación para evaluar el efecto del tiempo característico en la generación de calor por evaporación: a) τ_{vap1} ; b) τ_{vap2} ; c) τ_{vap3} ; d) τ_{vap4}

Los perfiles axiales de velocidad de producción de proteasas se muestran en la Figura 5.29, se observa en el inciso a) que la velocidad de producción de proteasas fue la menor de todos los casos evaluados de τ_{vap} alcanzando un valor aproximado de 300 U/kg_{SS} h debido a la temperatura a la que llega la fase sólida. Y conforme el valor de τ_{vap} es mayor, la velocidad de reacción se incrementa. De manera que para el inciso d) la velocidad de reacción aumentó hasta 1380 U/kg_{SS} h pues la temperatura del sólido permanece en la temperatura que favorece el crecimiento del microorganismo. En todos los perfiles se muestra que la mayor velocidad de producción de proteasas se obtiene en las primeras posiciones del lecho. La

velocidad de reacción puede ser afectada por la concentración de reactivos o la temperatura del sistema. Sin embargo, en el inciso d) la temperatura se mantiene constante al valor de la temperatura deseable en todas las posiciones axiales. Analizando la Figura 5.30 se observa que la concentración de O_2 en la fase sólida es mayor en la entrada del lecho, por lo tanto, en este caso se observa el efecto de la disponibilidad de O_2 en la fase sólida sobre la velocidad de producción de proteasas.

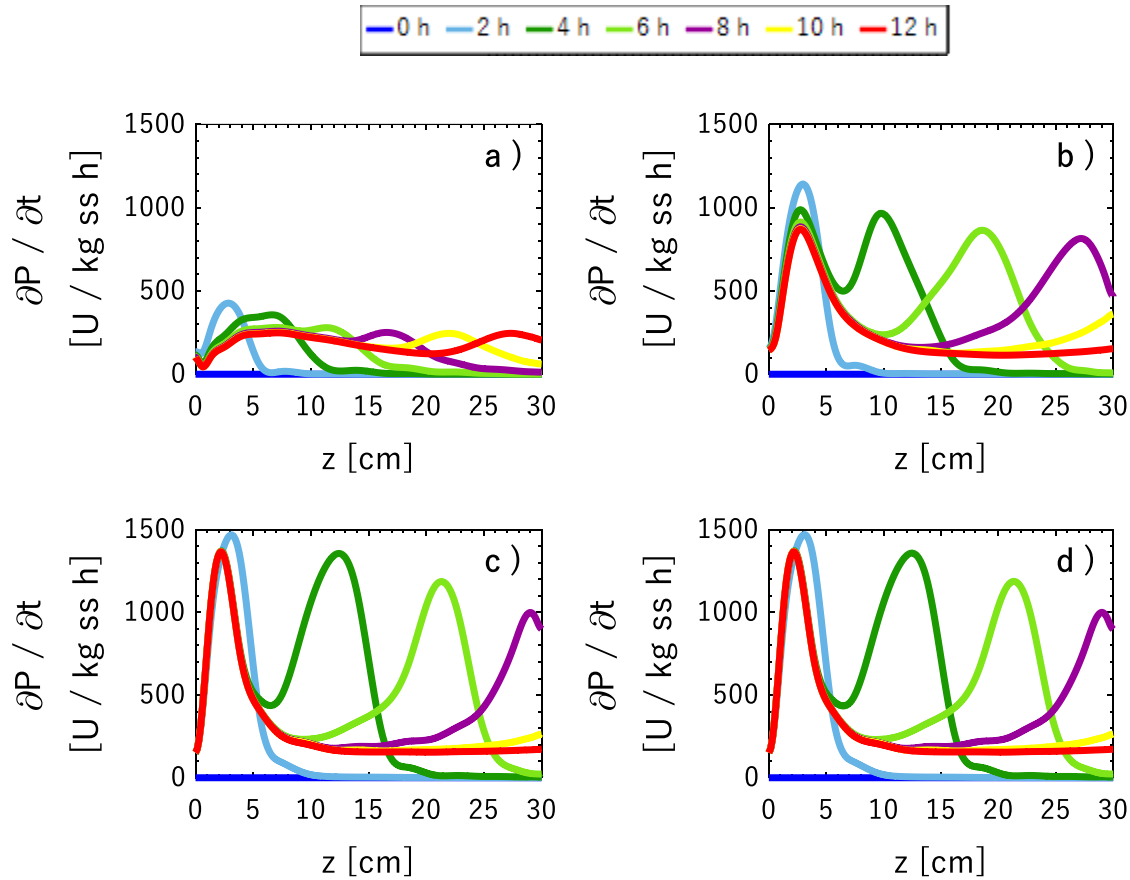


Figura 5.29 Perfil axial de la velocidad de producción de proteasas a diferentes horas de fermentación para evaluar el efecto del tiempo característico en la generación de calor por evaporación: a) τ_{vap1} ; b) τ_{vap2} ; c) τ_{vap3} ; d) τ_{vap4}

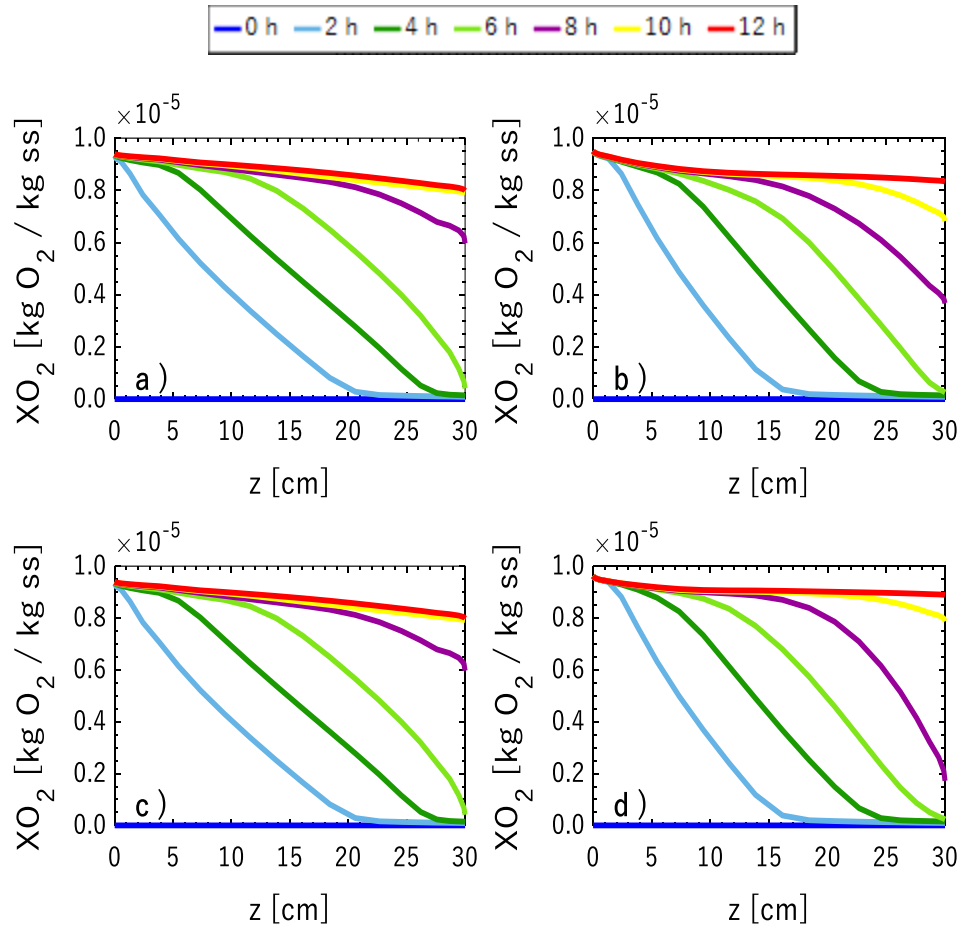


Figura 5.30 Perfiles de concentración axiales para XO_2 a diferentes horas de fermentación al evaluar el efecto del tiempo característico en la generación de calor por evaporación: a) τ_{vap1} ; b) τ_{vap2} ; c) τ_{vap3} ; d) τ_{vap4}

5.2.4.5 Tiempo característico de transferencia interfacial de calor

En la Figura 5.31 se muestran los perfiles transitorios de concentración, donde se aprecia según el inciso c) que la fase lag más corta se obtiene para $[\tau_{Int1}]_c$ y $[\tau_{Int2}]_c$. El mayor efecto del tiempo característico de transporte interfacial de calor se observa en el inciso e) donde se muestra la concentración de agua en la fase fluida, pues para $[\tau_{Int5}]_c$ se obtiene la mayor concentración de vapor mientras que para $[\tau_{Int1}]_c$ se obtiene el menor valor de concentración de vapor, este caso representa el menor valor del tiempo característico evaluado. La concentración de vapor está determinada por la temperatura de la fase fluida.

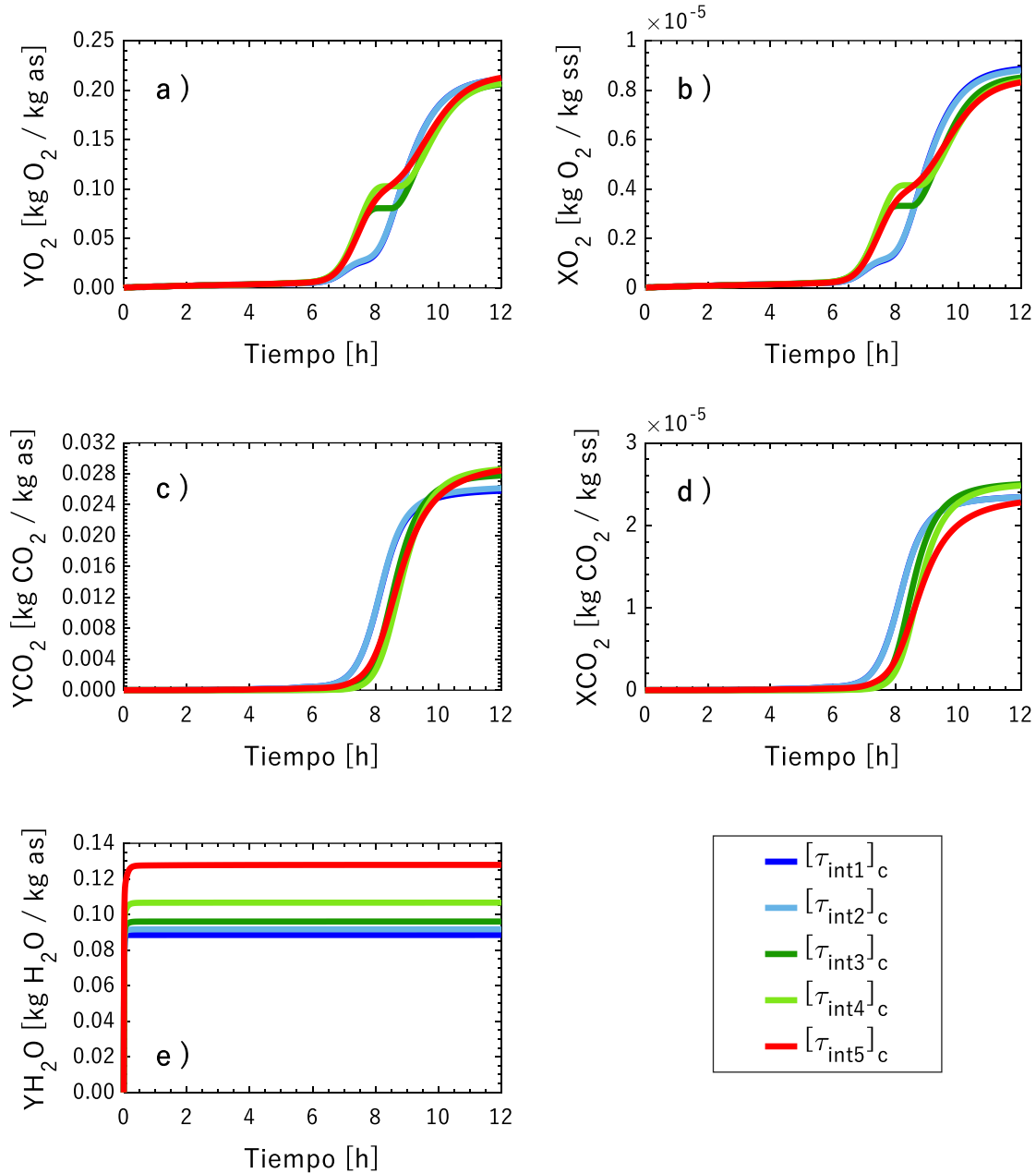


Figura 5.31 Perfiles de concentración transitorios del lecho para evaluar el efecto de distintos tiempos característicos de transporte interfacial de calor: a) YO_2 ; b) XO_2 ; c) YCO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O

En la Figura 5.32 se observan los perfiles transitorios de la temperatura de la fase fluida y la fase sólida obtenidos al evaluar diferentes valores de tiempos característicos de transporte interfacial de calor, donde se muestra que entre mayor sea el valor del tiempo característico, la temperatura de la fase sólida y fluida aumenta. Se aprecia que la fase fluida

al inicio de la fermentación aumenta hasta cierto valor y permanece en ese valor durante toda la fermentación. Sin embargo, para la fase sólida se observa que entre mayor sea el valor de $[\tau_{\text{Int}}]_c$ aumenta el tiempo que tarda la fase sólida en alcanzar una temperatura constante.

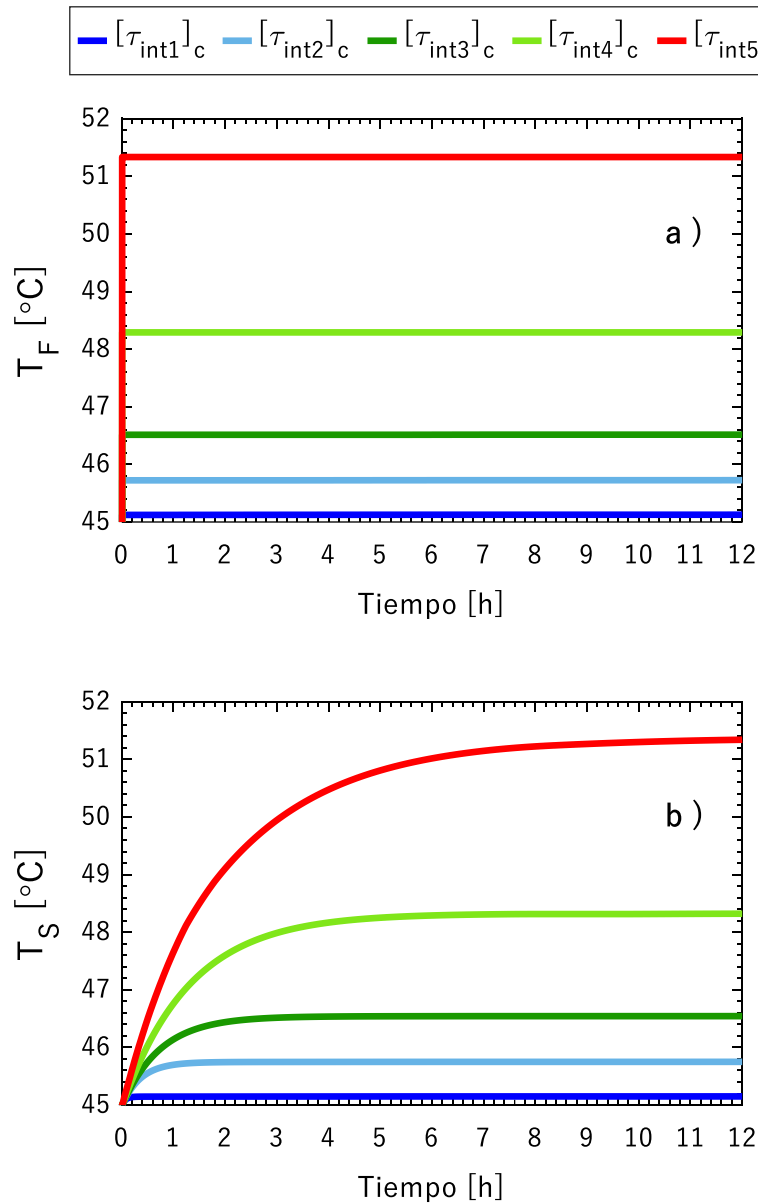


Figura 5.32 Perfiles transitorios de temperatura para evaluar el efecto de distintos tiempos característicos de transporte interfacial de calor: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

En la Figura 5.33 se muestra que para los tiempos característicos $[\tau_{Int3}]_c$ y $[\tau_{Int4}]_c$ la temperatura de la fase sólida empieza a aumentar en la entrada del biorreactor, el efecto se observa en los primeros 5 centímetros y de ahí en adelante permanece constante en las demás posiciones axiales.

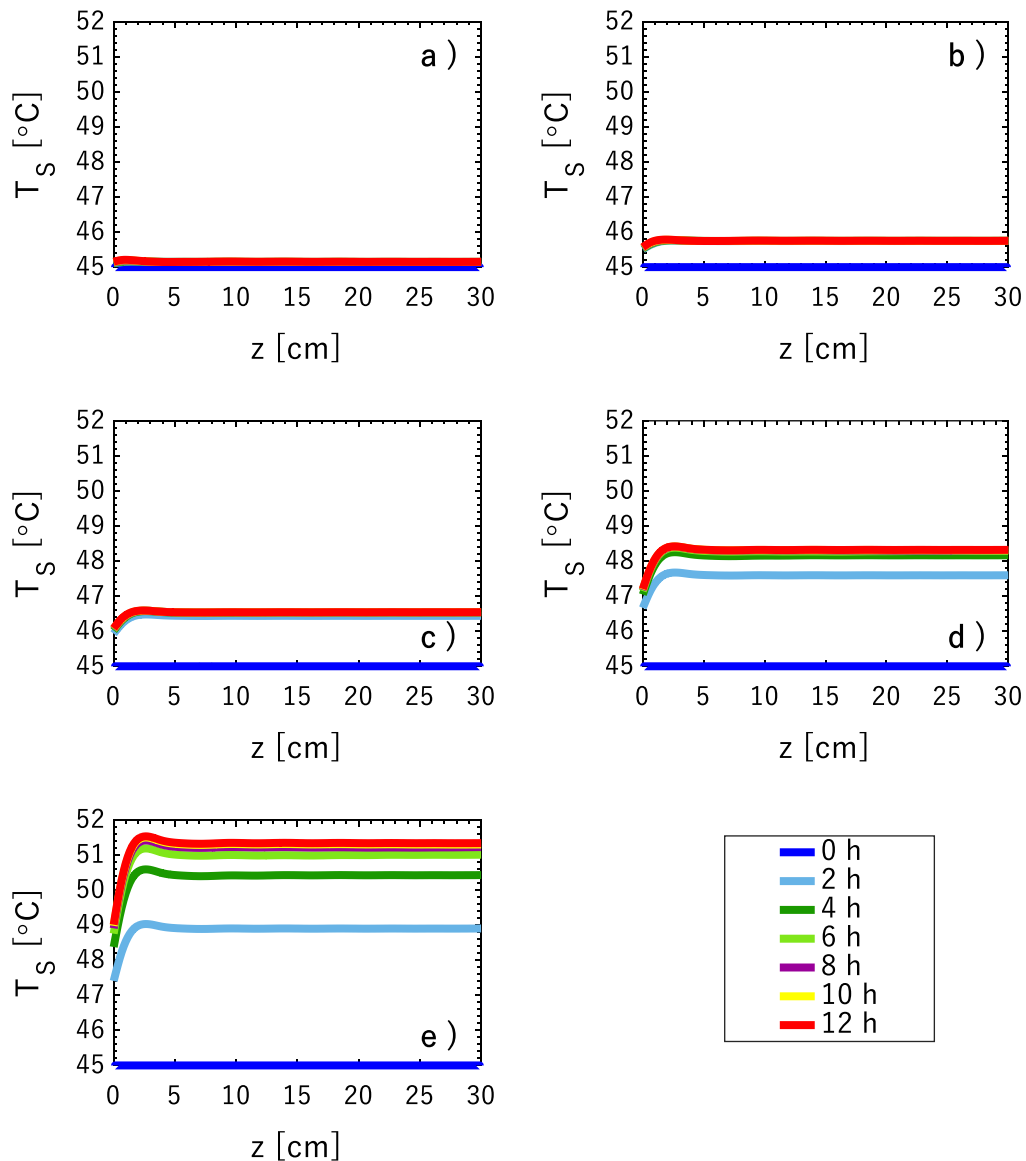


Figura 5.33 Perfiles axiales de temperatura del sólido a diferentes horas de fermentación para evaluar el efecto distintos tiempos característicos de transporte interfacial de masa: a) $[\tau_{Int1}]_c$; b) $[\tau_{Int2}]_c$; c) $[\tau_{Int3}]_c$; d) $[\tau_{Int4}]_c$; e) $[\tau_{Int5}]_c$

Los perfiles axiales de velocidad de producción de proteasas se muestran en la Figura 5.34 donde se aprecia que para $[\tau_{Int1}]_c$ y $[\tau_{Int2}]_c$ se obtiene la mayor velocidad de producción, mientras que para $[\tau_{Int4}]_c$ se obtiene la menor velocidad, lo cual se debe a la temperatura de la fase sólida.

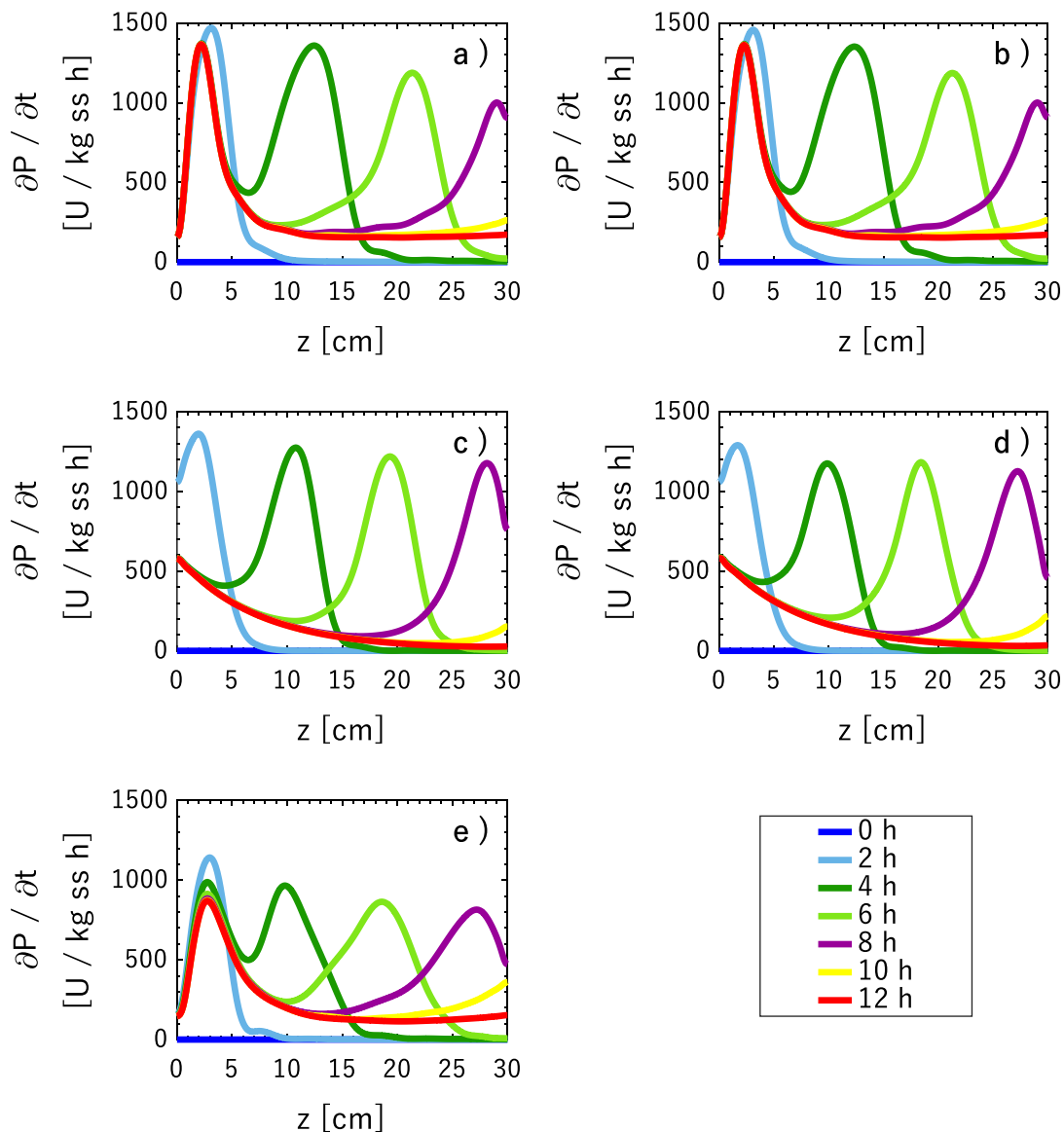


Figura 5.34 Perfiles axiales de velocidad de producción de proteasas para evaluar el efecto distintos tiempos característicos de transporte interfacial de calor: a) $[\tau_{Int1}]_c$; b) $[\tau_{Int2}]_c$; c) $[\tau_{Int3}]_c$; d) $[\tau_{Int4}]_c$; e) $[\tau_{Int5}]_c$

5.2.4.6 Tiempo característico de convección

En la Figura 5.35 se aprecia que entre menor sea el tiempo característico de convección la fase lag es más corta y la producción de CO_2 es mayor como se puede corroborar en la Figura 5.36, ya que un flujo mayor de aireación incrementa el valor de los parámetros de transporte de masa y calor conforme los resultados mostrados en la Figura 5.1 lo que favorece el transporte interfacial de masa y calor. El perfil del contenido de agua en la fase fluida (YH_2O) es idéntico en todos los tiempos característicos de convección evaluados. El contenido de agua en el sustrato durante todo el proceso permaneció con el mismo valor que al inicio de la fermentación.

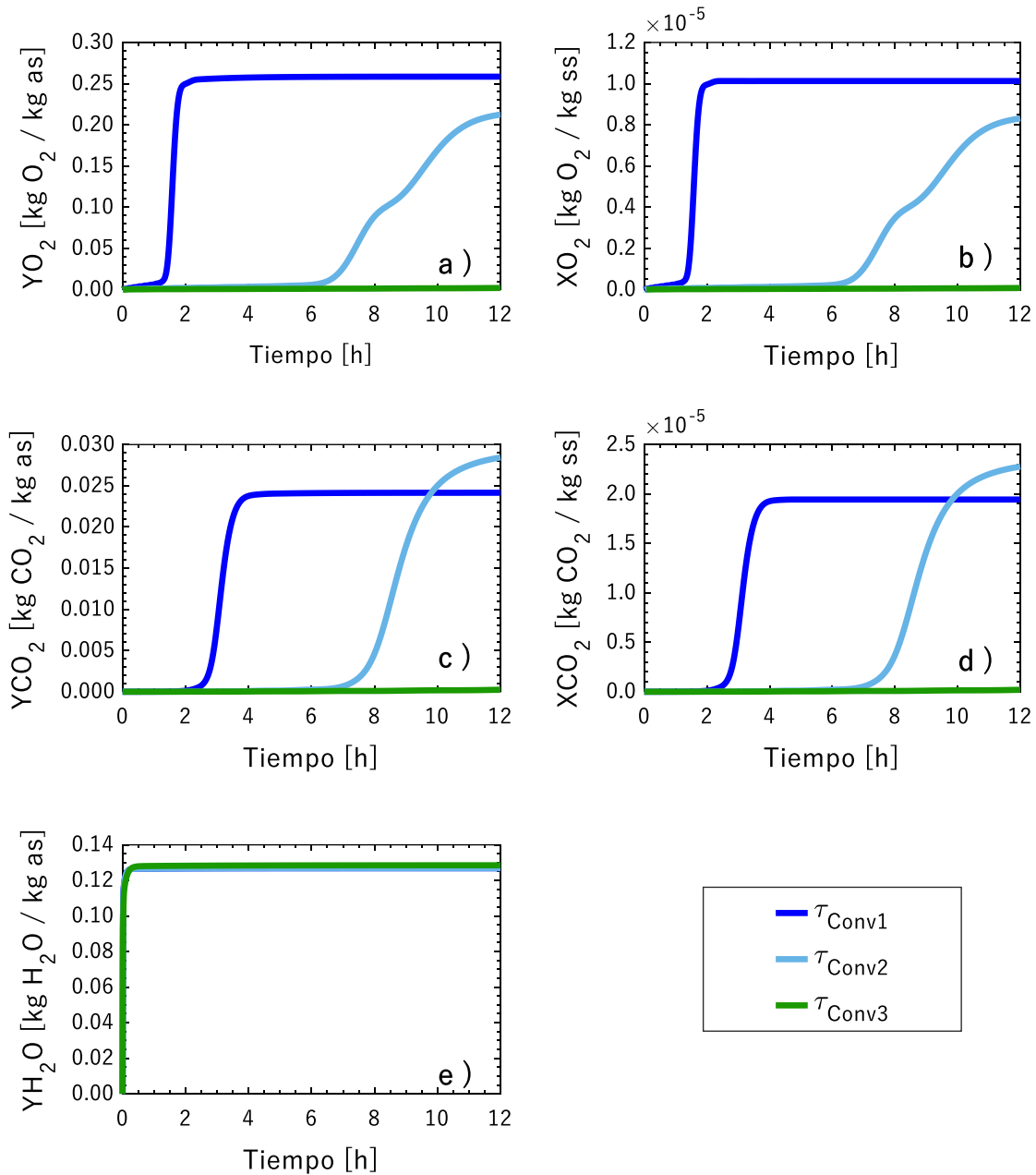


Figura 5.35 Perfiles transitorios de concentración para evaluar distintos tiempos característicos de convección: a) YO_2 ; b) XO_2 ; c) YCO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O

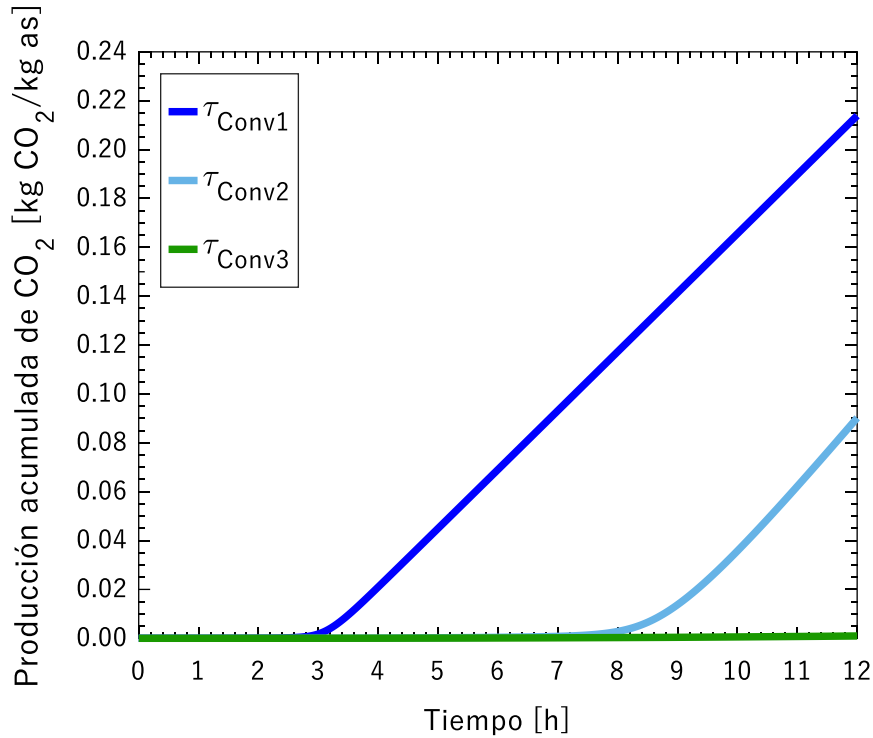


Figura 5.36 Producción acumulada de CO₂ al evaluar distintos tiempos característicos de convección

En la Figura 5.37 se observa que el perfil transitorio de temperatura de la fase fluida es el mismo para los diferentes tiempos característicos de convección. Sin embargo, en el inciso b) se aprecia en el perfil de la fase sólida que entre mayor sea el tiempo característico de convección, la temperatura del sólido requiere más tiempo para alcanzar un valor constante. También se aprecia en el perfil axial de la fase sólida, Figura 5.38, que a menores valores de τ_{Conv} la temperatura cerca de la entrada del biorreactor es más cercana a la temperatura óptima del crecimiento del microorganismo, esto debido a que un mayor flujo de aireación favorece el transporte de calor interfacial y mejora el transporte de calor por convección, el mismo efecto se ocasiona por una menor longitud de empaquetamiento. En el perfil radial de la Figura 5.39 se observa que a menores valores de τ_{Conv} la temperatura del sólido cerca de la pared del biorreactor disminuye respecto a las demás posiciones radiales. La temperatura de la fase fluida fue constante radial y axialmente.

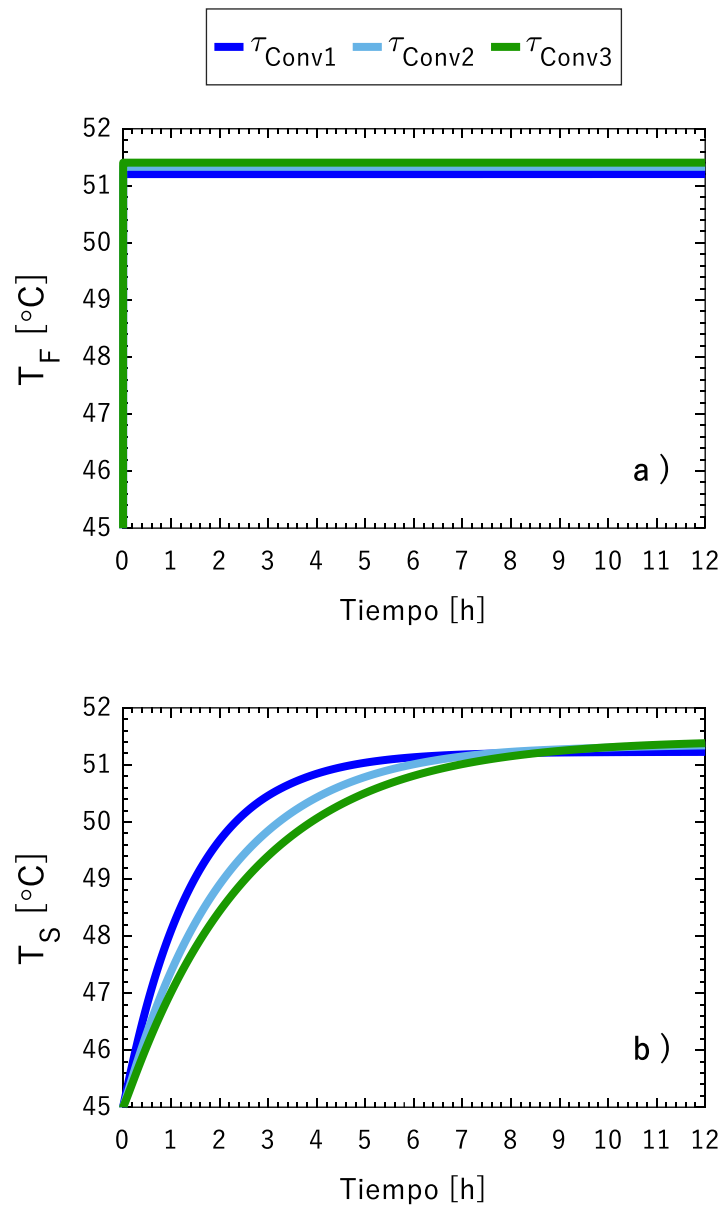


Figura 5.37 Perfiles transitorios de temperatura para evaluar distintos tiempos característicos de convección: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

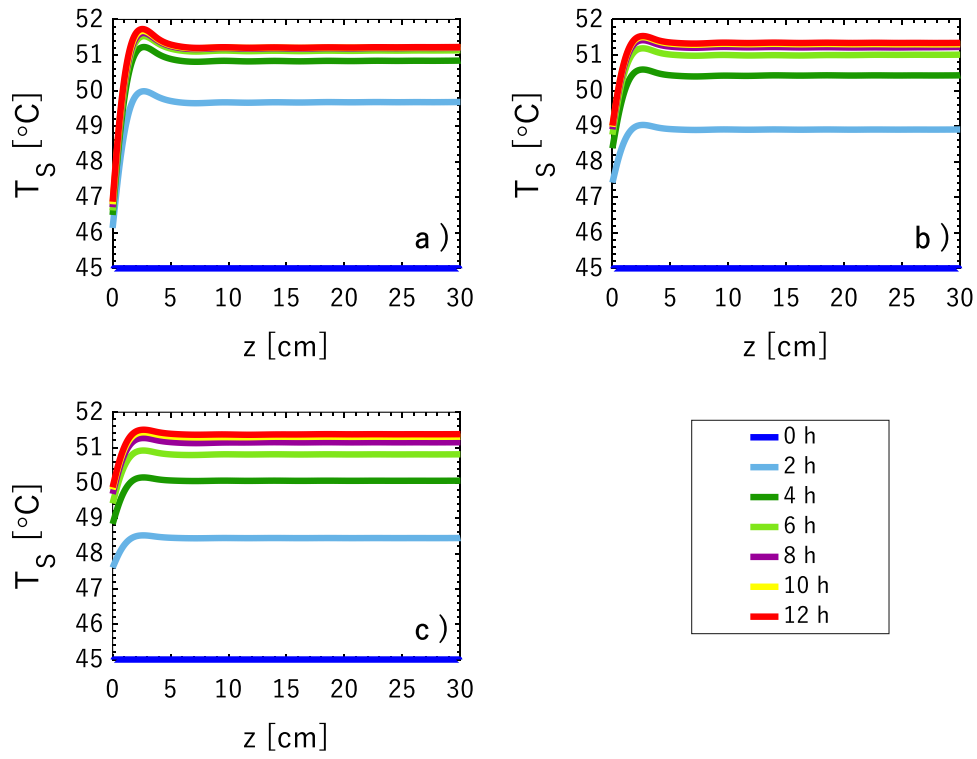


Figura 5.38 Perfiles axiales de temperatura de la fase sólida a diferentes horas de fermentación al evaluar el efecto del tiempo característico de convección: a) τ_{Conv1} ; b) τ_{Conv2} ; c) τ_{Conv3}

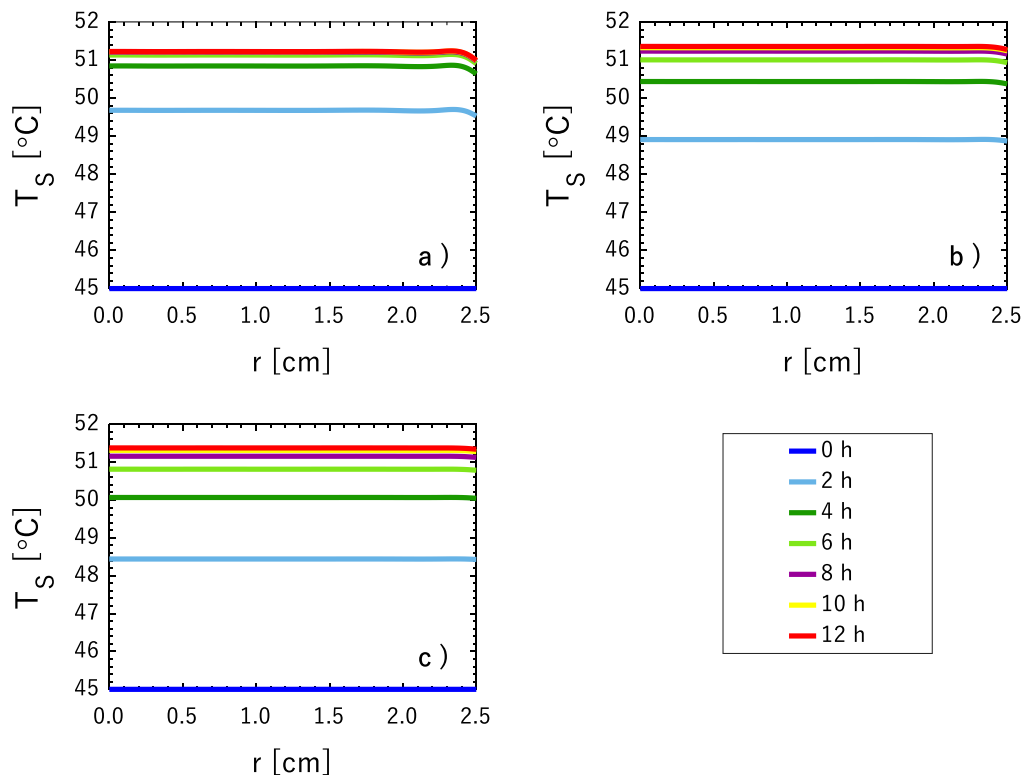


Figura 5.39 Perfiles radiales de temperatura de la fase sólida a diferentes horas de fermentación al evaluar el efecto del tiempo característico de convección: a) τ_{Conv1} ; b) τ_{Conv2} ; c) τ_{Conv3}

En la Figura 5.40 se observa que a un menor valor de τ_{Conv} la concentración de YO_2 se incrementa a lo largo del biorreactor. Para el inciso a) donde se muestran los resultados de τ_{Conv1} , la concentración YO_2 dentro del lecho es mayor incluso que el contenido de O_2 en el aire de entrada, y a partir de los primeros 5 cm tiene un valor constante a lo largo del lecho. Para τ_{Conv2} y τ_{Conv3} la concentración de O_2 disminuye a lo largo del lecho debido al consumo del microorganismo, entre mayor sea el valor de τ_{Conv} la disponibilidad de O_2 en la fase fluida es menor, pues para τ_{Conv3} se observa que a las 12 horas de fermentación la concentración de O_2 en la fase fluida a la entrada del lecho es $0.229 \text{ kg}_{O_2}/\text{kg}_{as}$ y a los 20 cm del lecho la concentración disminuye hasta un valor de $0.004 \text{ kg}_{O_2}/\text{kg}_{as}$. Debido al transporte interfacial se aprecia que los perfiles en la fase sólida, Figura 5.41, tienen la misma tendencia.

La disponibilidad de O_2 en la fase sólida afecta la producción de CO_2 , pues en la Figura 5.42 se observa en el inciso c) que para τ_{Conv3} la mayor producción de CO_2 ocurre a la entrada

del lecho, en los primeros 20 cm. Para τ_{Conv1} se observa que la producción de CO_2 aumenta conforme la altura del lecho, en la entrada del biorreactor se produce $5 \times 10^{-7} \text{ kg}_{CO_2}/\text{kg}_{SS}$ y a la salida se obtiene la concentración máxima de $1.9 \times 10^{-5} \text{ kg}_{CO_2}/\text{kg}_{SS}$, y a partir de las 4 horas de fermentación el perfil es el mismo en todos los tiempos.

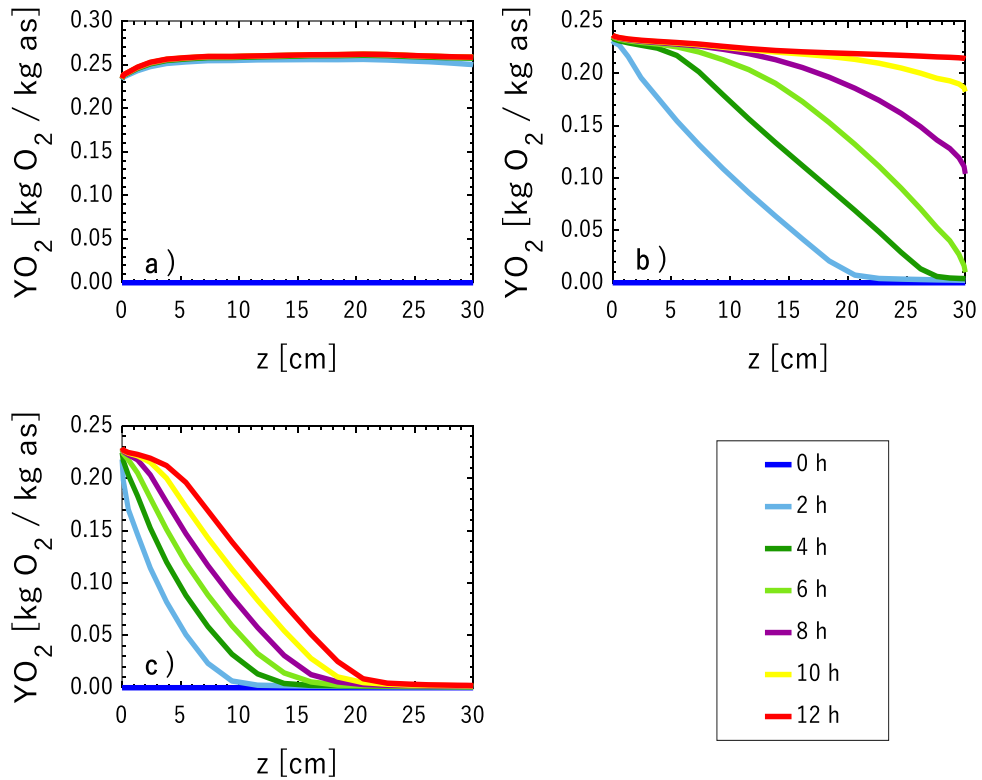


Figura 5.40 Perfiles de concentración axiales para YO_2 a diferentes horas de fermentación al evaluar el efecto del tiempo característico de convección: a) τ_{Conv1} ; b) τ_{Conv2} ; c) τ_{Conv3}

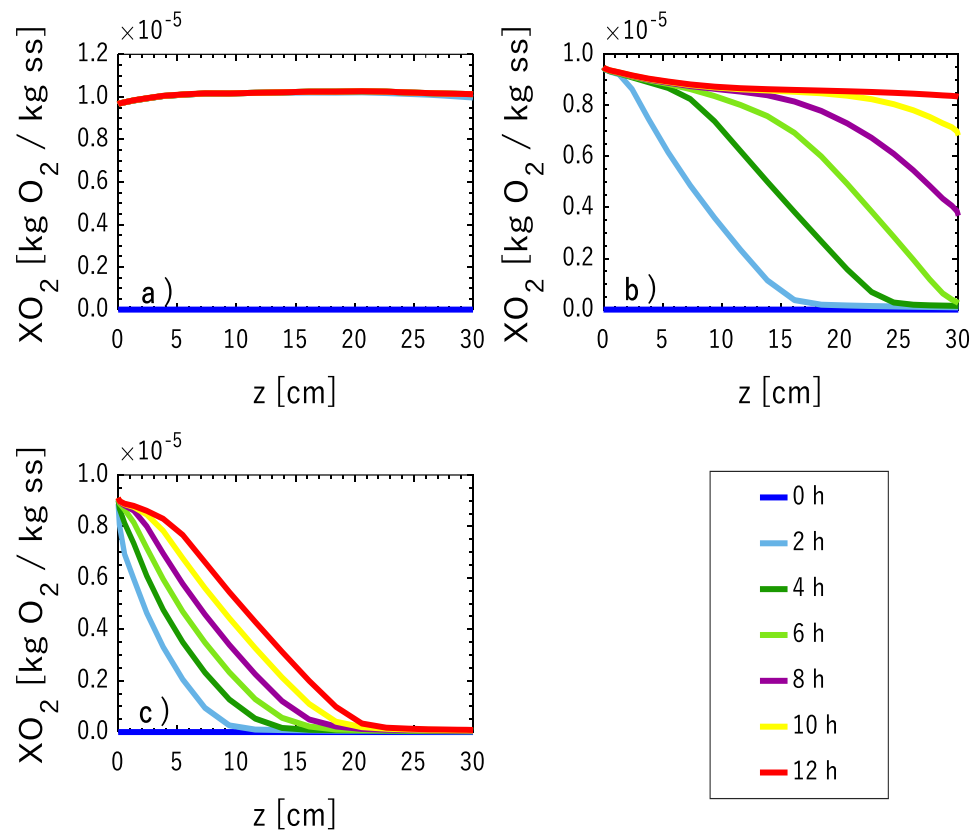


Figura 5.41 Perfiles de concentración axiales para XO_2 a diferentes horas de fermentación al evaluar el efecto del tiempo característico de convección: a) τ_{Conv1} ; b) τ_{Conv2} ; c) τ_{Conv3}

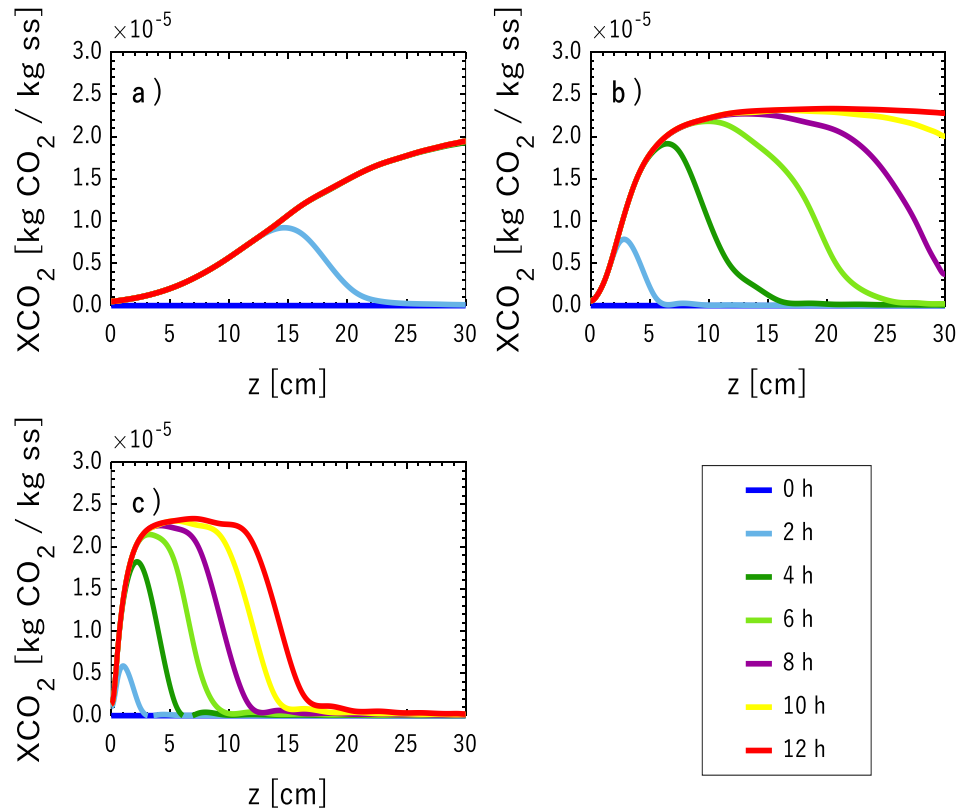


Figura 5.42 Perfiles de concentración axiales para XCO_2 a diferentes horas de fermentación al evaluar el efecto del tiempo característico de convección: a) τ_{Conv1} ; b) τ_{Conv2} ; c) τ_{Conv3}

Conforme el análisis anterior, en la Figura 5.43 se muestra la velocidad de producción de proteasas, donde se observa que la velocidad de producción es mayor a menores valores de τ_{Conv} . También se observa que a las 12 horas de fermentación la máxima velocidad de producción de proteasas para τ_{Conv2} y τ_{Conv3} se obtiene en la entrada del lecho, pues en esa zona el valor de XO_2 es mayor.

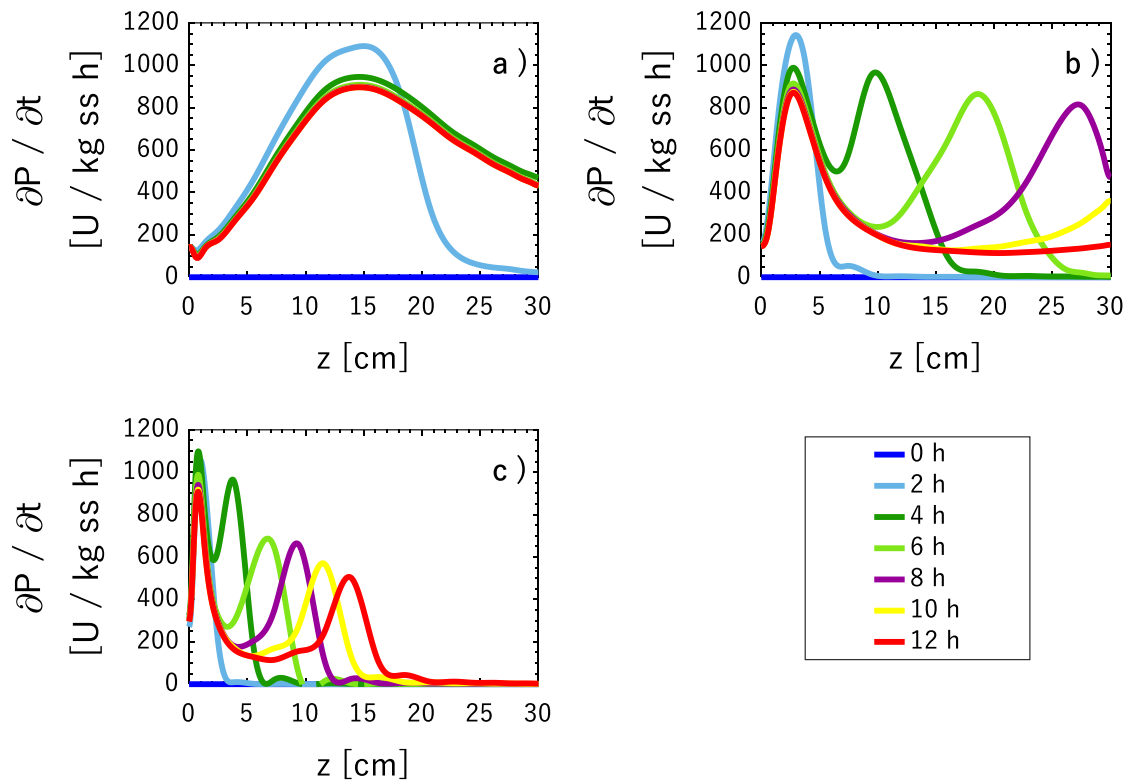


Figura 5.43 Perfil axial de la velocidad de producción de proteasas a diferentes horas de fermentación al evaluar el efecto del tiempo característico de convección: a) τ_{Conv1} ; b) τ_{Conv2} ; c) τ_{Conv3}

5.3 Conclusiones parciales

El caso convencional en el estado estacionario presentó un aumento de siete grados respecto a la temperatura que favorece el crecimiento del microorganismo, alcanzando una temperatura máxima de 51.5°C en el lecho. El análisis de tiempos característicos permitió explicar los fenómenos de transferencia de masa y calor dominantes en el lecho. Los perfiles de concentración y temperatura en el interior del sistema permitieron elucidar la relación entre la disponibilidad de oxígeno y la temperatura de la fase sólida con la velocidad de producción de proteasas dentro del lecho.

A partir del análisis de sensibilidad se obtuvo lo siguiente:

- Al evaluar el efecto de la tasa específica de crecimiento se mostró que entre menor sea el valor del tiempo característico de reacción el crecimiento del microorganismo

ocurre más rápido pues la fase lag es más corta, la producción de CO_2 es mayor y se incrementa la velocidad de producción de proteasas. Se observó que diferentes valores de τ_x no generaron efectos sobre la temperatura de la fase fluida ni de la fase sólida.

- Entre más pequeño sea el tiempo característico de transporte interfacial de masa el transporte de agua de la fase sólida a la fase fluida será más rápido. Al incrementarse el valor de $[\tau_{\text{Int}}]_m$ la temperatura de la fase sólida disminuye, lo cual se refleja en un aumento en la velocidad de producción de proteasas.
- Aunque la biorreacción es exotérmica se observó que el rango evaluado para distintos tiempos característicos en la generación de calor por reacción no mostró aumento de temperatura del lecho, ya que los otros procesos de transferencia de calor fueron dominantes. No obstante, a menores valores de τ_{Rxn} la temperatura del sólido es menor cerca de la entrada del lecho, incluso en algunos casos disminuyó hasta la temperatura que favorece el crecimiento del microorganismo. Sin embargo, se observó que a la salida del lecho la temperatura de ambas fases fue de 51.5°C independientemente del valor de τ_{Rxn} evaluado.
- Al evaluar distintos tiempos característicos de evaporación, se observó que entre menor sea el tiempo característico la concentración de CO_2 en la fase sólida es menor, la fase lag se alarga y la concentración de vapor en la fase fluida aumenta. Este comportamiento está asociado con el aumento de temperatura en la fase fluida, lo cual afecta negativamente a la tasa de crecimiento del microorganismo, generando que el proceso de fermentación se vuelva más lento y disminuya la velocidad de producción de proteasas.
- Al evaluar distintos tiempos característicos de transporte interfacial de calor se observó que a mayores tiempos característicos la fase lag es mayor y se obtiene mayor concentración de vapor en la fase fluida, esto se debe a que la temperatura de la fase fluida incrementa y por lo tanto requiere más cantidad de vapor para saturarse. Una de las posibles causas para el incremento de la temperatura se debe a que el transporte interfacial de calor es más lento, así al incrementar el valor de $[\tau_{\text{Int}}]_c$ la temperatura de

la fase sólida tarda más en llegar al estado estacionario. El aumento en la temperatura del sólido provocó que la velocidad de producción de proteasas disminuyera.

- Para observar el efecto de la velocidad de aireación se evaluaron distintos tiempos característicos de convección, se observó que entre menor sea el tiempo característico la fase lag es más corta, la producción de CO_2 se incrementa, la temperatura del sólido alcanza un valor constante más rápido y la concentración de O_2 en ambas fases se incrementa a lo largo del biorreactor.

6 Biorreactor intensificado

6.1 Caso A

6.1.1 Modelo dimensional

6.1.1.1 Modelo hidrodinámico

A continuación, se muestran las suposiciones con las que se estableció el modelo:

- Fluido newtoniano e incompresible.
- Régimen de flujo en estado estacionario.
- La única componente de velocidad es axial, ya que el aporte de las coordenadas radial y angular en la transferencia de movimiento es insignificante.

Caída de presión

El efecto de la pared del tubo del biorreactor sobre la caída de presión fue determinado por Einfeld y Schnitzlein (2001). Para ello, utilizaron más de 2300 datos experimentales obtenidos de la literatura, los cuales cubren un amplio rango de condiciones de operación (ε_f , d_t/d_p , Re_p y forma de la partícula). Observaron que la caída de presión debido al efecto de la pared incrementa a bajos números de Reynolds (régimen laminar) y $d_t/d_p < 10$. Para mejorar la predicción de la caída de presión a bajas relaciones d_t/d_p , los autores analizaron los datos extraídos de la literatura comparando 24 correlaciones de caída de presión, obteniendo que

la correlación de Reichelt (1972) para la caída de presión fue la que mejor describió los resultados de los datos experimentales, esta se define como:

$$\frac{\Delta P}{L} = K_1 A_w^2 \frac{\mu_{as} v_0}{d_p^2} \frac{(1 - \bar{\epsilon}_f)^2}{\bar{\epsilon}_f^3} + \frac{A_w}{B_w} \frac{\rho_{as} v_0^2 (1 - \bar{\epsilon}_f)}{d_p \bar{\epsilon}_f^3} \quad (6.1)$$

Donde los términos A_w y B_w que realizan una corrección del efecto de la pared en la caída de presión se expresan como:

$$A_w^2 = 1 + \frac{2}{3 \left(\frac{d_t}{d_p} \right) (1 - \bar{\epsilon}_f)} \quad (6.2)$$

$$B_w = \left[k_1 \left(\frac{d_p}{d_t} \right)^2 + k_2 \right]^2 \quad (6.3)$$

El coeficiente A_w describe la contribución del efecto de fricción de la pared en la caída de presión, y B_w describe el efecto de la fracción vacía cerca de la pared para números de Reynolds altos. Einfeld & Schnitzlein (2001) estimaron los parámetros K_1 , k_1 y k_2 que incorporan los efectos de la caída de presión utilizando la base de datos experimentales, los resultados se muestran en la Tabla 6.1:

Tabla 6.1 Coeficientes ajustados de la ecuación de Reichelt

Forma de la partícula	Coeficientes		
	K_1	k_1	k_2
Esferas	154	1.15	0.87
Cilindros	190	2.00	0.77
Todas las partículas	155	1.42	0.83

Los resultados anteriores son válidos para número de Reynolds de $0.01 \leq Re_p \leq 17635$, relación diámetro de tubo y de partícula $1.624 \leq d_t/d_p \leq 250$ y una fracción vacía promedio de $0.330 \leq \bar{\epsilon}_f \leq 0.882$.

Perfil de fracción vacía

El perfil de fracción vacía para esferas de igual tamaño en función del radio del biorreactor se obtuvo de la correlación de De Klerk (2003) la cual describe el perfil en dos regiones; la región cerca de la pared del biorreactor donde las partículas están mejor ordenadas descrita por la ecuación (6.4) y la región que ocupa el resto del lecho presentada en la ecuación (6.5).

$$\varepsilon_f(r) = 2.14z^2 - 2.53z + 1 \quad z \leq 0.637 \quad (6.4)$$

$$\varepsilon_f(r) = \bar{\varepsilon}_f + 0.29 \exp(-0.6z) \cdot \cos[(2.3\pi(z - 0.16))] + 0.15 \exp(-0.9z) \quad (6.5)$$

$$z > 0.637$$

Donde:

$$z = (R_T - r)/d_p \quad (6.6)$$

Para un fluido newtoniano con ρ_{as} y μ_{as} constantes considerando coordenadas cilíndricas, la ecuación de continuidad es:

$$\frac{\partial}{\partial z} v_z = 0 \quad (6.7)$$

La ecuación de transporte de movimiento es:

$$\begin{aligned} & \rho_{as} \frac{\partial \varepsilon_f v_z}{\partial t} + \varepsilon_f v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ & = \mu_{as} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial \varepsilon_f v_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varepsilon_f v_z}{\partial r^2} \right] + \varepsilon_f \frac{\Delta P}{L} + \rho_{as} * g_z - K_1 A_w^2 \frac{\mu_{as} v_z}{d_p^2} \frac{(1 - \varepsilon_f)^2}{\varepsilon_f^2} \\ & - \frac{A_w}{B_w} \frac{\rho_{as} v_z^2 (1 - \varepsilon_f)}{d_p \varepsilon_f} \end{aligned} \quad (6.8)$$

Las condiciones iniciales y de frontera para el modelo hidrodinámico son:

Tabla 6.2 Condición inicial y de frontera del modelo hidrodinámico para el biorreactor intensificado caso A

$t = 0$	\rightarrow	$v_z = 0 _{\text{arranque}}$	(6.9)
$z = 0$	\rightarrow	$v_z = \frac{v_0}{\epsilon_f}$	(6.10)
$z = L$	\rightarrow	$\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$	(6.11)
$r = r_0$	\rightarrow	$\frac{\partial v_z}{\partial r} = 0$	(6.12)
$r = R_a$	\rightarrow	$v_z = 0$	(6.13)

El término del lado izquierdo de la ecuación (6.8) es el término transitorio de la transferencia de cantidad de momento, indica como cambia la velocidad intersticial en el tiempo. El primer término del lado derecho representa el término viscoso, que relaciona el efecto de la pared del sistema al interactuar con el fluido. El segundo término es la caída de presión, el cual es el término fuente. El tercer término indica las fuerzas externas aplicadas sobre el fluido, en este caso es la fuerza gravitacional, la cual es una fuerza volumétrica que tiene signo negativo pues su dirección es opuesta al movimiento del fluido ($g_z = -g$). Los últimos dos términos representan las resistencias viscosas e inerciales ocasionadas por las partículas en el empaque del reactor.

6.1.1.2 Modelo de transferencia de masa

Las suposiciones para el modelo de transferencia de masa son:

- La densidad del aire seco y del sólido seco se considera promedio y constante.
- La fracción vacía se considera constante.
- El coeficiente de Henry solo depende de la temperatura.

Balance de Transferencia de Masa para la Fase Fluida

El balance de transferencia de masa para la fase fluida se expresa como:

Para $i = O_2, CO_2$

$$\rho_{as} \frac{\partial Y_i}{\partial t} + \rho_{as} v_z \frac{\partial Y_i}{\partial z} = \rho_{as} D_{ax} \frac{\partial^2 Y_i}{\partial z^2} + \rho_{as} D_{rad} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial Y_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 Y_i}{\partial r^2} \right) + k_{fs} a_i \rho_{as} (H_i X_i - Y_i) \quad (6.14)$$

Para $i = \text{H}_2\text{O}$

$$\rho_{as}^* \frac{\partial Y_i}{\partial t} + \rho_{as}^* v_z \frac{\partial Y_i}{\partial z} = \rho_{as}^* D_{ax}^f \frac{\partial^2 Y_i}{\partial z^2} + \rho_{as}^* D_{rad}^f \left(\frac{1}{r} \frac{\partial Y_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 Y_i}{\partial r^2} \right) + k_{fs} a_i \rho_{as}^* (Y_i^* - Y_i) \quad (6.15)$$

Balance de Transferencia de Masa para la Fase Sólida

Para $i = \text{O}_2, \text{CO}_2$

$$\rho_{ss}^* \frac{\partial X_i}{\partial t} = \rho_{ss}^* D_s \frac{\partial^2 X_i}{\partial z^2} + \rho_{ss}^* D_s \left(\frac{1}{r} \frac{\partial X_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 X_i}{\partial r^2} \right) - k_{fs} a_i \rho_{as}^* (H_i X_i - Y_i) \pm \mathcal{R}_i^* \quad (6.16)$$

Para $i = \text{H}_2\text{O}$

$$\rho_{ss}^* \frac{\partial X_i}{\partial t} = \rho_{ss}^* D_s \frac{\partial^2 X_i}{\partial z^2} + \rho_{ss}^* D_s \left(\frac{1}{r} \frac{\partial X_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 X_i}{\partial r^2} \right) - k_{fs} a_i \rho_{as}^* (Y_i^* - Y_i) + \mathcal{R}_i^* \quad (6.17)$$

El segundo término de lado izquierdo de la ecuación (6.14) y (6.15) es la conexión con el modelo hidrodinámico, en este caso se incorpora el perfil de velocidad el cual es función de la posición radial. Las condiciones iniciales y de frontera para el balance de transferencia de masa para la fase fluida y sólida son:

Tabla 6.3 Condición inicial y de frontera del balance de transferencia de masa para el biorreactor intensificado caso A

	Fase fluida		Fase sólida	
$t = 0 \rightarrow$	$Y_i = 0$	(6.18)	$X_i = 0$	(6.19)
			$X_{\text{H}_2\text{O}} = X_{\text{H}_2\text{O},0}$	
$z = 0 \rightarrow$	$v_0 Y_{i,0} = v_z \varepsilon_f Y_i - D_{ax}^f \varepsilon_f \frac{\partial Y_i}{\partial z}$	(6.20)	$\frac{\partial X_i}{\partial z} = 0$	(6.21)
$z = L \rightarrow$	$\frac{\partial Y_i}{\partial z} = 0$	(6.22)	$\frac{\partial X_i}{\partial z} = 0$	(6.23)
$r = r_0 \rightarrow$	$\frac{\partial Y_i}{\partial r} = 0$	(6.24)	$\frac{\partial X_i}{\partial r} = 0$	(6.25)
$r = R_a \rightarrow$	$\frac{\partial Y_i}{\partial r} = 0$	(6.26)	$\frac{\partial X_i}{\partial r} = 0$	(6.27)

6.1.1.3 Modelo de transferencia de calor

Balance de Transferencia de Calor para la Fase Fluida

$$\begin{aligned}
 & \rho_{as}^* (c_{p_{as}} + Y_{H_2O} c_{p_{H_2O}}) \frac{\partial T_f}{\partial t} + \rho_{as}^* v_z \varepsilon_f (c_{p_{as}} + Y_{H_2O} c_{p_{H_2O}}) \frac{\partial T_f}{\partial z} \\
 & = k_{ax}^f \varepsilon_f \frac{\partial^2 T_f}{\partial z^2} + k_{rad}^f \varepsilon_f \left(\frac{\partial^2 T_f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_f}{\partial r} \right) - h_g a_i \varepsilon_s (T_f - T_s) \\
 & + \Delta H_{vap} k_{fs} a_i \rho_{as}^* (Y_i^* - Y_i)
 \end{aligned} \tag{6.28}$$

Balance de Transferencia de Calor para la Fase Sólida

$$\begin{aligned}
 & (c_{p_s} + X_{H_2O} c_{p_{H_2O}}) \rho_{ss}^* \frac{\partial T_s}{\partial t} + (c_{p_s} + X_{H_2O} c_{p_{H_2O}}) T_s \frac{\partial \rho_{ss}^*}{\partial t} \\
 & = k_{ss} \varepsilon_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} + k_{ss} \varepsilon_s \left(\frac{\partial^2 T_s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) + h_g a_i \varepsilon_s (T_f - T_s) \\
 & - \Delta H_{vap} k_{fs} a_i \rho_{as}^* (Y_i^* - Y_i) + \sum_{i=1}^N \Delta H_R \mathcal{R}_i^*
 \end{aligned} \tag{6.29}$$

El segundo término de lado izquierdo de la ecuación (6.28) es la conexión con el modelo hidrodinámico. Las condiciones iniciales y de frontera para el balance de transferencia de calor fase fluida y sólida del caso A son:

Tabla 6.4 Condición inicial y de frontera del balance de transferencia de calor para el biorreactor intensificado caso A

	Fase fluida		Fase sólida	
$t = 0 \rightarrow$	$T_s = T_b$	(6.30)	$T_s = T_b$	(6.31)
$z = 0 \rightarrow$	$v_0 T_0 = v_z \varepsilon_f T_f - k_{ax}^f \varepsilon_f \frac{\partial Y_i}{\partial z}$	(6.32)	$\frac{\partial T_s}{\partial z} = 0$	(6.33)
$z = L \rightarrow$	$\frac{\partial T_f}{\partial z} = 0$	(6.34)	$\frac{\partial T_s}{\partial z} = 0$	(6.35)
$r = r_0 \rightarrow$	$\frac{\partial T_f}{\partial r} = 0$	(6.36)	$\frac{\partial T_s}{\partial r} = 0$	(6.37)
$r = R_a \rightarrow$	$-k_{rad}^f \frac{\partial T_f}{\partial r} = U_w (T_f - T_b)$	(6.38)	$-k_{rad}^s \frac{\partial T_s}{\partial r} = U_w (T_s - T_b)$	(6.39)

Los tiempos característicos resultantes están expresados en la Tabla 5.11 y Tabla 6.5.

Tabla 6.5 Tiempo característicos del biorreactor intensificado caso A

Tiempo característico (h)	Términos	
τ_M	$\frac{R_a^2}{\mu_{as}}$	(6.40)
$\tau_{Presión}$	$\frac{1}{L} \left(\frac{\Delta P}{\rho_{as}} \right)^{1/2}$	(6.41)
$\tau_{C.L.}$	$\frac{g}{v_z}$	(6.42)

6.2 Caso B

6.2.1 Modelo dimensional

6.2.1.1 Modelo de transferencia de masa

Las suposiciones para el modelo de transferencia de masa son:

- La densidad del aire seco y del sólido seco se considera constante.
- La fracción vacía se considera constante.
- El coeficiente de Henry solo depende de la temperatura.
- La membrana sólo es permeable al oxígeno.

Balance de Transferencia de Masa para la Fase Fluida

El balance de transferencia de masa para la fase fluida se expresa como:

Para $i = O_2, CO_2$

$$\rho_{as} \frac{\partial Y_i}{\partial t} + \rho_{as} v_z \frac{\partial Y_i}{\partial z} = \rho_{as} D_{ax} \frac{\partial^2 Y_i}{\partial z^2} + \rho_{as} D_{rad} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial Y_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 Y_i}{\partial r^2} \right) + k_{fs} a_i \rho_{as} (H_i X_i - Y_i) \quad (6.43)$$

Para $i = H_2O$

$$\rho_{as} \frac{\partial Y_i}{\partial t} + \rho_{as} v_z \frac{\partial Y_i}{\partial z} = \rho_{as} D_{ax} \frac{\partial^2 Y_i}{\partial z^2} + \rho_{as} D_{rad} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial Y_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 Y_i}{\partial r^2} \right) + k_{fs} a_i \rho_{as} (Y_i^* - Y_i) \quad (6.44)$$

Balance de Transferencia de Masa para la Fase Sólida

Para $i = O_2, CO_2$

$$\rho_{ss} \frac{\partial X_i}{\partial t} = \rho_{ss} D_s \frac{\partial^2 X_i}{\partial z^2} + \rho_{ss} D_s \left(\frac{1}{r} \frac{\partial X_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 X_i}{\partial r^2} \right) - k_{fs} a_i \rho_{as} (H_i X_i - Y_i) \pm \mathcal{R}_i^* \quad (6.45)$$

Para $i = H_2O$

$$\rho_{ss} \frac{\partial X_i}{\partial t} = \rho_{ss} D_s \frac{\partial^2 X_i}{\partial z^2} + \rho_{ss} D_s \left(\frac{1}{r} \frac{\partial X_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 X_i}{\partial r^2} \right) - k_{fs} a_i \rho_{as} (Y_i^* - Y_i) + \mathcal{R}_i^* \quad (6.46)$$

Tabla 6.6 Condición inicial y de frontera del balance de masa del caso B para la fase sólida y fluida

	Fase fluida		Fase sólida	
$t = 0 \rightarrow$	$Y_i = 0$	(6.47)	$X_i = 0$	(6.48)
			$X_{H_2O} = X_{H_2O,0}$	
$z = 0 \rightarrow$	$v_0 Y_{i,0} = v_z \varepsilon_f Y_i - D_{ax}^f \varepsilon_f \frac{\partial Y_i}{\partial z}$	(6.49)	$\frac{\partial X_i}{\partial z} = 0$	(6.50)
$z = L \rightarrow$	$\frac{\partial Y_i}{\partial z} = 0$	(6.51)	$\frac{\partial X_i}{\partial z} = 0$	(6.52)
	Para $i = O_2$	(6.53)		
$r = r_0 \rightarrow$	$K(Y_i - Y_{i,T}) = -\varepsilon_f D_{rad}^f \frac{\partial Y_i}{\partial r}$		$\frac{\partial X_i}{\partial r} = 0$	(6.54)
	Para $i = CO_2, H_2O$	(6.55)		
	$\frac{\partial Y_i}{\partial r} = 0$			
$r = R_a \rightarrow$	$\frac{\partial Y_i}{\partial r} = 0$	(6.56)	$\frac{\partial X_i}{\partial r} = 0$	(6.57)

La ecuación (6.53) representa la condición de frontera para el transporte de masa en el centro del lecho, representa la igualdad entre la cantidad de oxígeno que se permea a través de la membrana hacia el lecho y la cantidad de oxígeno que se dispersa radialmente dentro del lecho. La ecuación (6.55) representa la condición de simetría radial para las concentraciones de CO_2 y H_2O en la fase fluida.

6.2.1.2 Modelo de transferencia de calor

Balance de Transferencia de Calor para la Fase Fluida

$$\begin{aligned}
 & \rho_{as}^* (c_{p_{as}} + Y_{H_2O} c_{p_{H_2O}}) \frac{\partial T_f}{\partial t} + \rho_{as}^* v_z (c_{p_{as}} + Y_{H_2O} c_{p_{H_2O}}) \frac{\partial T_f}{\partial z} \\
 & = k_{ax}^f \varepsilon_f \frac{\partial^2 T_f}{\partial z^2} + k_{rad}^f \varepsilon_f \left(\frac{\partial^2 T_f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_f}{\partial r} \right) - h_g a_i \varepsilon_s (T_f - T_s) \\
 & + \Delta H_{vap} k_{fs} a_i \rho_{as}^* (Y_i^* - Y_i)
 \end{aligned} \tag{6.58}$$

Balance de Transferencia de Calor para la Fase Sólida

$$\begin{aligned}
 & (c_{p_s} + X_{H_2O} c_{p_{H_2O}}) \rho_{ss}^* \frac{\partial T_s}{\partial t} + (c_{p_s} + X_{H_2O} c_{p_{H_2O}}) T_s \frac{\partial \rho_{ss}^*}{\partial t} \\
 & = k_{ss} \varepsilon_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} + k_{ss} \varepsilon_s \left(\frac{\partial^2 T_s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) + h_g a_i \varepsilon_s (T_f - T_s) \\
 & - \Delta H_{vap} k_{fs} a_i \rho_{as}^* (Y_i^* - Y_i) + \sum_{i=1}^N \Delta H_R \mathcal{R}_i^*
 \end{aligned} \tag{6.59}$$

Tabla 6.7 Condición inicial y de frontera del balance de calor del caso B para la fase sólida y fluida

	Fase fluida	Fase sólida
$t = 0 \rightarrow$	$T_s = T_b$ (6.60)	$T_s = T_b$ (6.61)
$z = 0 \rightarrow$	$v_0 T_0 = v_z \varepsilon_f T_f - k_{ax}^f \varepsilon_f \frac{\partial Y_i}{\partial z}$ (6.62)	$\frac{\partial T_s}{\partial z} = 0$ (6.63)
$z = L \rightarrow$	$\frac{\partial T_f}{\partial z} = 0$ (6.64)	$\frac{\partial T_s}{\partial z} = 0$ (6.65)
$r = r_0 \rightarrow$	$\frac{\partial T_f}{\partial r} = 0$ (6.66)	$\frac{\partial T_s}{\partial r} = 0$ (6.67)
$r = R_a \rightarrow$	$-k_{rad}^f \frac{\partial T_f}{\partial r} = U_w (T_f - T_b)$ (6.68)	$-k_{rad}^s \frac{\partial T_s}{\partial r} = U_w (T_s - T_b)$ (6.69)

Los tiempos característicos resultantes están expresados en la Tabla 5.11 y Tabla 6.8.

Tabla 6.8 Tiempo característicos del biorreactor intensificado caso B

Tiempo característico (h)	Términos
τ_{Perm}	$\frac{R_a}{K}$ (6.70)

6.3 Caso C

6.3.1 Modelo dimensional

6.3.1.1 Modelo hidrodinámico

La ecuación de transporte de movimiento es:

$$\begin{aligned} \rho_{as} \frac{\partial \varepsilon_f v_z}{\partial t} + \varepsilon_f v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ = \mu_{as} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial \varepsilon_f v_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varepsilon_f v_z}{\partial r^2} \right] + \varepsilon_f \frac{\Delta P}{L} + \rho_{as} * g_z - K_1 A_w^2 \frac{\mu_{as} v_0}{d_p^2} \frac{(1 - \bar{\varepsilon}_f)^2}{\bar{\varepsilon}_f^3} \\ + \frac{A_w}{B_w} \frac{\rho_{as} v_0^2 (1 - \bar{\varepsilon}_f)}{d_p \bar{\varepsilon}_f^3} \end{aligned} \quad (6.71)$$

Las condiciones iniciales y de frontera para el modelo hidrodinámico son:

Tabla 6.9 Condición inicial y de frontera del modelo hidrodinámico para el biorreactor intensificado caso C

$t = 0$	\rightarrow	$v_z = 0 _{\text{arranque}}$	(6.72)
$z = 0$	\rightarrow	$v_z = \frac{v_0}{\varepsilon_f}$	(6.73)
$z = L$	\rightarrow	$\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$	(6.74)
$r = r_0$	\rightarrow	$\frac{\partial v_z}{\partial r} = 0$	(6.75)
$r = R_a$	\rightarrow	$v_z = 0$	(6.76)

6.3.1.2 Modelo de transferencia de masa

Las suposiciones para el modelo de transferencia de masa son:

- La densidad del aire seco y del sólido seco se considera constante.
- La fracción vacía se considera constante.
- El coeficiente de Henry solo depende de la temperatura.
- La membrana solo es permeable al oxígeno.

Balance de Transferencia de Masa para la Fase Fluida

El balance de transferencia de masa para la fase fluida se expresa como:

Para $i = O_2, CO_2$

$$\rho_{as}^* \frac{\partial Y_i}{\partial t} + \rho_{as}^* v_z \frac{\partial Y_i}{\partial z} = \rho_{as}^* D_{ax}^f \frac{\partial^2 Y_i}{\partial z^2} + \rho_{as}^* D_{rad}^f \left(\frac{1}{r} \frac{\partial Y_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 Y_i}{\partial r^2} \right) + k_{fs} a_i \rho_{as}^* (H_i X_i - Y_i) \quad (6.77)$$

Para $i = H_2O$

$$\rho_{as}^* \frac{\partial Y_i}{\partial t} + \rho_{as}^* v_z \frac{\partial Y_i}{\partial z} = \rho_{as}^* D_{ax}^f \frac{\partial^2 Y_i}{\partial z^2} + \rho_{as}^* D_{rad}^f \left(\frac{1}{r} \frac{\partial Y_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 Y_i}{\partial r^2} \right) + k_{fs} a_i \rho_{as}^* (Y_i^* - Y_i) \quad (6.78)$$

Balance de Transferencia de Masa para la Fase Sólida

Para $i = O_2, CO_2$

$$\rho_{ss}^* \frac{\partial X_i}{\partial t} = \rho_{ss}^* D_s \frac{\partial^2 X_i}{\partial z^2} + \rho_{ss}^* D_s \left(\frac{1}{r} \frac{\partial X_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 X_i}{\partial r^2} \right) - k_{fs} a_i \rho_{as}^* (H_i X_i - Y_i) \pm \mathcal{R}_i^* \quad (6.79)$$

Para $i = H_2O$

$$\rho_{ss}^* \frac{\partial X_i}{\partial t} = \rho_{ss}^* D_s \frac{\partial^2 X_i}{\partial z^2} + \rho_{ss}^* D_s \left(\frac{1}{r} \frac{\partial X_i}{\partial r} + \frac{\partial^2 X_i}{\partial r^2} \right) - k_{fs} a_i \rho_{as}^* (Y_i^* - Y_i) + \mathcal{R}_i^* \quad (6.80)$$

Tabla 6.10 Condición inicial y de frontera del balance de masa del caso C para la fase sólida y fluida

		Fase fluida		Fase sólida	
$t = 0$	\rightarrow	$Y_i = 0$	(6.81)	$X_i = 0$	(6.82)
				$X_{H_2O} = X_{H_2O,0}$	
$z = 0$	\rightarrow	$v_0 Y_{i,0} = v_z \epsilon_f Y_i - D_{ax}^f \epsilon_f \frac{\partial Y_i}{\partial z}$	(6.83)	$\frac{\partial X_i}{\partial z} = 0$	(6.84)

$z = L$	\rightarrow	$\frac{\partial Y_i}{\partial z} = 0$	(6.85)	$\frac{\partial X_i}{\partial z} = 0$	(6.86)
Para $i = O_2$					
			(6.87)		
$r = r_0$	\rightarrow	$K(Y_i - Y_{iT}) = -\epsilon_f D_{rad} \frac{\partial Y_i}{\partial r}$		$\frac{\partial X_i}{\partial r} = 0$	(6.88)
Para $i = CO_2, H_2O$					
			(6.89)		
		$\frac{\partial Y_i}{\partial r} = 0$			
$r = R_a$	\rightarrow	$\frac{\partial Y_i}{\partial r} = 0$	(6.90)	$\frac{\partial X_i}{\partial r} = 0$	(6.91)

6.3.1.3 Modelo de transferencia de calor

Balance de Transferencia de Calor para la Fase Fluida

$$\begin{aligned}
 & \rho_{as}^* (c_{pas} + Y_{H_2O} c_{p_{H_2O}}) \frac{\partial T_f}{\partial t} + \rho_{as}^* v_z (c_{pas} + Y_{H_2O} c_{p_{H_2O}}) \frac{\partial T_f}{\partial z} \\
 & = k_{ax}^f \epsilon_f \frac{\partial^2 T_f}{\partial z^2} + k_{rad}^f \epsilon_f \left(\frac{\partial^2 T_f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_f}{\partial r} \right) - h_g a_i \epsilon_s (T_f - T_s) \\
 & + \Delta H_{vap} k_{fs} a_i \rho_{as}^* (Y_i^* - Y_i)
 \end{aligned} \tag{6.81}$$

Balance de Transferencia de Calor para la Fase Sólida

$$\begin{aligned}
 & (c_{ps} + X_{H_2O} c_{p_{H_2O}}) \rho_{ss}^* \frac{\partial T_s}{\partial t} + (c_{ps} + X_{H_2O} c_{p_{H_2O}}) T_s \frac{\partial \rho_{ss}^*}{\partial t} \\
 & = k_{ss} \epsilon_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} + k_{ss} \epsilon_s \left(\frac{\partial^2 T_s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) + h_g a_i \epsilon_s (T_f - T_s) \\
 & - \Delta H_{vap} k_{fs} a_i \rho_{as}^* (Y_i^* - Y_i) + \sum_{i=1}^N \Delta H_R \mathcal{R}_i^*
 \end{aligned} \tag{6.82}$$

Tabla 6.11 Condición inicial y de frontera del balance de calor del caso C para la fase sólida y fluida

		Fase fluida		Fase sólida	
$t = 0$	\rightarrow	$T_s = T_b$	(6.83)	$T_s = T_b$	(6.84)

$z = 0$	\rightarrow	$v_0 T_0 = v_z \varepsilon_f T_f - k_{ax}^f \varepsilon_f \frac{\partial Y_i}{\partial z}$ (6.85)	$\frac{\partial T_s}{\partial z} = 0$ (6.86)
$z = L$	\rightarrow	$\frac{\partial T_f}{\partial z} = 0$ (6.87)	$\frac{\partial T_s}{\partial z} = 0$ (6.88)
$r = r_0$	\rightarrow	$\frac{\partial T_f}{\partial r} = 0$ (6.89)	$\frac{\partial T_s}{\partial r} = 0$ (6.90)
$r = R_a$	\rightarrow	$-k_{rad}^f \frac{\partial T_f}{\partial r} = U_w(T_f - T_b)$ (6.91)	$-k_{rad}^s \frac{\partial T_s}{\partial r} = U_w(T_s - T_b)$ (6.92)

Los tiempos característicos resultantes están expresados en la Tabla 5.11 y Tabla 6.8.

6.4 Resultados

6.4.1 Caso A

En este caso de intensificación del biorreactor convencional se evalúa el efecto de generar un perfil de velocidad dentro del lecho al utilizar un sustrato con diámetro de partícula de un centímetro para que se cumpla la relación $d_t/d_p < 8$ y se genere un perfil de fracción vacía. En la Figura 6.2 se muestra el perfil de velocidad, el cual incorpora el perfil de fracción vacía de la Figura 6.1. La velocidad del flujo de entrada al lecho es equivalente a 31 m/h. En el perfil de velocidad se observa que en la pared la velocidad del fluido es cero debido a la condición de no deslizamiento, y cerca de la pared se alcanza la velocidad de flujo máximo, esto se debe a que la fracción vacía es mayor cerca de la pared debido al acomodo de las partículas. A mayor cercanía con el centro del biorreactor la amplitud de la onda de velocidad disminuye, el mismo efecto se observa en el perfil de fracción vacía.

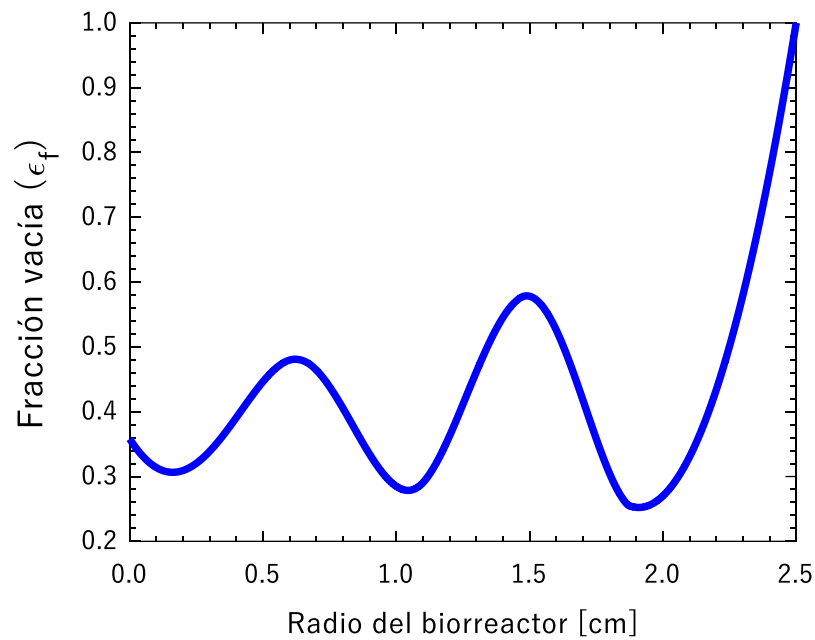


Figura 6.1 Perfil de fracción vacía radial

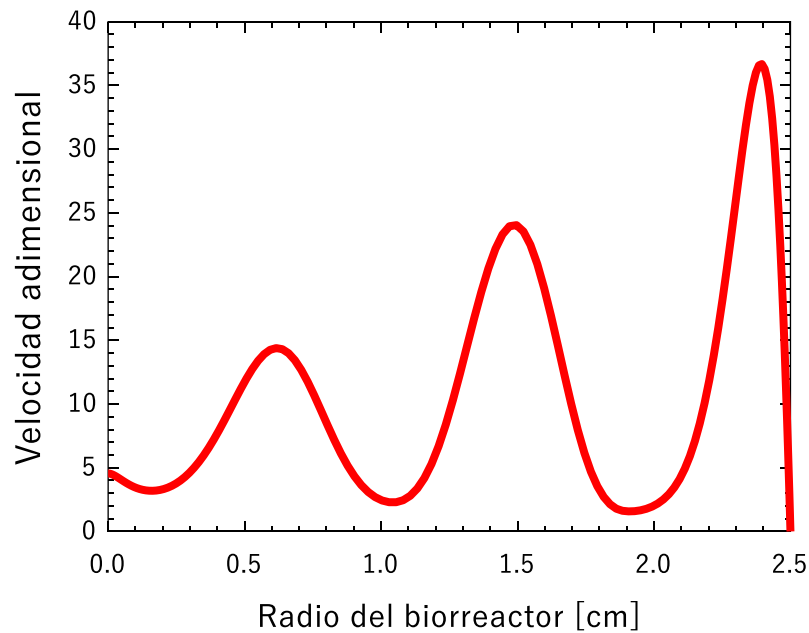


Figura 6.2 Perfil de velocidad axial adimensional en el lecho empacado

En la Figura 6.3 inciso d) se aprecia el perfil de concentración transitorio de la producción de CO_2 en la fase sólida, donde se distingue que se comienza a producir CO_2 desde el inicio de la fermentación, sin embargo, la producción es más baja comparada con el caso

convencional. En el inciso c) se muestra el perfil de concentración de CO_2 para la fase fluida, donde se aprecia que la producción de CO_2 aumenta conforme incrementa la altura del biorreactor. Para evaluar el efecto de esta propuesta de intensificación en la producción de CO_2 se obtuvo el acumulado de la concentración en la fase fluida a la salida del lecho desde el inicio de la fermentación hasta las 12 horas, y se comparó con la producción de CO_2 obtenida en el caso convencional. En la Figura 6.4 se muestra que a las 12 horas la producción acumulada de Y_{CO_2} para el caso convencional es $0.09 \text{ kg}_{\text{CO}_2}/\text{kg}_{\text{as}}$, mientras que para el caso A se obtuvo $0.042 \text{ kg}_{\text{CO}_2}/\text{kg}_{\text{as}}$ lo cual representa el 47% de producción de CO_2 respecto al caso convencional. En el inciso a) se muestra que la concentración de O_2 en el inicio de la fermentación aumenta hasta el valor de O_2 en el aire y permanece en ese valor para todos los tiempos y todas las posiciones del lecho, esto ocasiona que el contenido de O_2 en la fase sólida no se agote. La baja producción de CO_2 para el caso A se debe a la disminución del área interfacial, pues el contenido de O_2 en el sólido no se agotó y la temperatura del sólido fue menor que la obtenida para el caso convencional según la Figura 6.5. El área interfacial determina la cantidad de masa transferida debido a mecanismos como la convección, pues entre mayor sea el área interfacial mayor será la cantidad de masa que se transfiere. Al aumentar el diámetro de partícula el área específica del sustrato disminuye, y como consecuencia la transferencia de masa es menor. Realizando un análisis con los tiempos característicos al utilizar un diámetro de partícula equivalente a 0.0015 m se obtiene un $[\tau_{\text{Int}}]_{\text{m}} = 0.0061 \text{ h}$, mientras que con un diámetro de partícula equivalente a 0.01 m se obtiene un $[\tau_{\text{Int}}]_{\text{m}} = 0.0290 \text{ h}$. Por lo tanto, al aumentar el diámetro de partícula el tiempo característico de transferencia de masa interfacial incrementa, lo cual se traduce en que el proceso de transferencia de masa interfacial es más lento.

En el inciso e) se muestra la concentración de vapor en la fase fluida. En la entrada del biorreactor la concentración de vapor es $0.027 \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}}/\text{kg}_{\text{as}}$ y se observa que la concentración de vapor incrementa según aumenta la altura del biorreactor. La saturación de vapor en la fase fluida depende de la temperatura de la fase fluida, pues en la Figura 6.6 se observa que la temperatura de la fase fluida varía en las posiciones axiales. En el centro del lecho, posición donde se tomaron los datos de la Figura 6.3, la velocidad tiene un valor de 1280 m/h , así $\tau_{\text{Conv}} = 0.089 \text{ h}$ y $[\tau_{\text{Dif}_z}]^{\text{f}} = 5.33 \text{ h}$, por lo tanto, domina el transporte convectivo.

El contenido de agua en la fase sólida se mantuvo constante durante toda la fermentación al mismo valor de la humedad inicial.

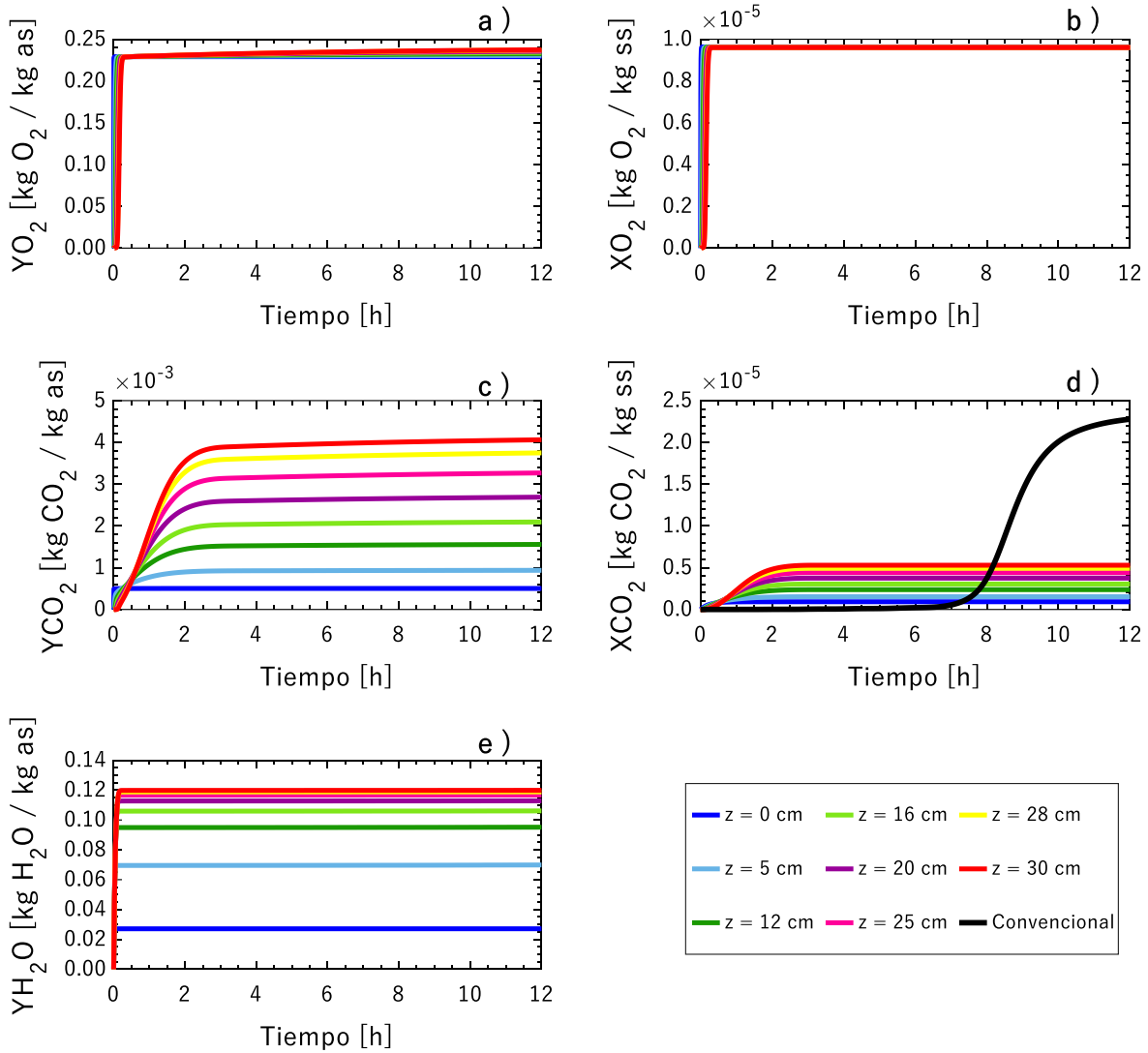


Figura 6.3 Perfiles de concentración transitorios a diferentes alturas del lecho al evaluar el caso A del biorreactor intensificado: a) Y_{O_2} ; b) X_{O_2} ; c) Y_{CO_2} ; d) X_{CO_2} ; e) Y_{H_2O}

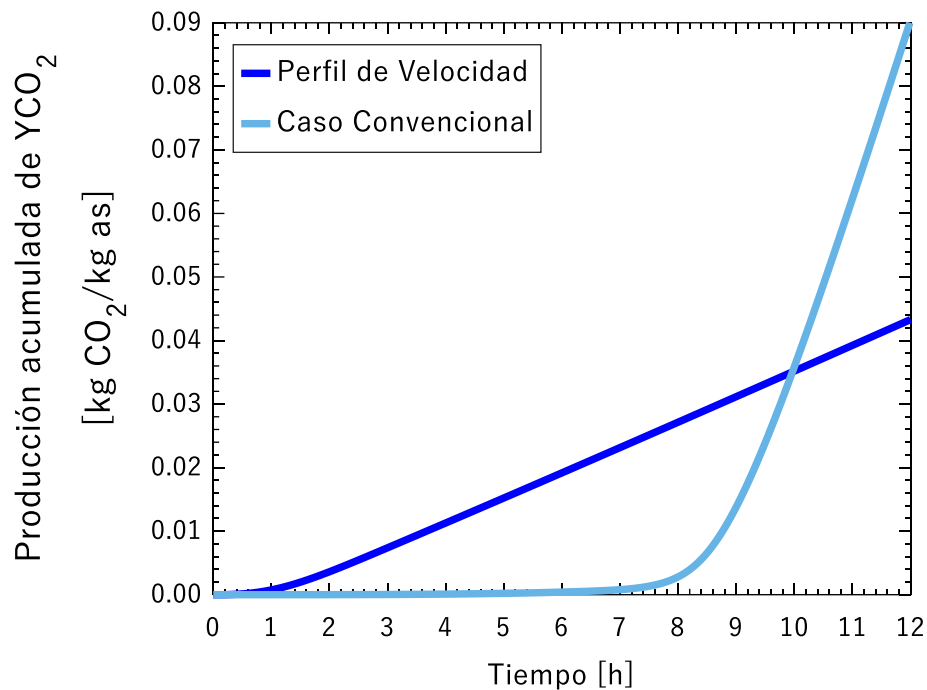


Figura 6.4 Producción acumulada de CO₂ de la fase fluida para el caso convencional y el caso A del biorreactor intensificado

En la Figura 6.5 se observa que en la entrada del lecho la temperatura de la fase fluida aumenta de 25 ° C que equivale a la temperatura de entrada del aire, hasta 35 ° C y se mantiene en esa temperatura durante las 12 horas de fermentación. Para las demás posiciones axiales, la temperatura de la fase fluida aumenta desde el inicio de la fermentación hasta un valor de 51 ° C y se mantiene constante, esto debido a que a que el tiempo característico de vaporización de la fase fluida tiene un valor de $[\tau_{vap}]^f = 7.47 \times 10^{-4} \text{ h}$, por lo cual $[\tau_{vap}]^f$ es uno de los tiempos característicos que domina en la transferencia de calor, así el incremento de temperatura hacia la fase fluida debido a la evaporación es muy rápido, y ocurre en los primeros minutos de la fermentación.

En el inciso b) se aprecia la temperatura de la fase sólida en la cual se observa que aumenta conforme se incrementan las posiciones del lecho. En la entrada del biorreactor la temperatura de la fase sólida es de 45 ° C y la salida del lecho la temperatura de la fase sólida a las 12 horas es de 49 ° C, así la temperatura del sólido solo aumento 4 ° C respecto a la temperatura inicial. Lo que implica una disminución de 3 ° C respecto a la temperatura máxima obtenida a las 12 horas de fermentación para el caso convencional de la Figura 5.9.

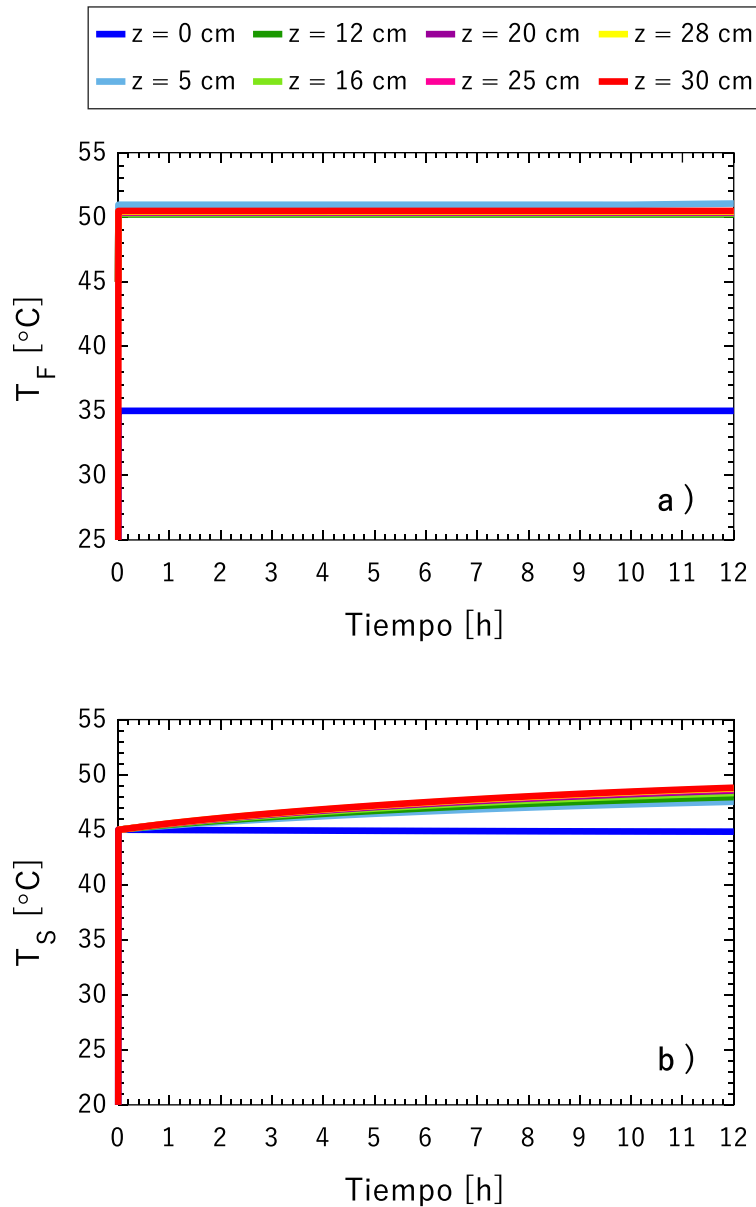


Figura 6.5 Perfiles de temperatura transitorios a la salida del lecho para el biorreactor intensificado caso A: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

En la Figura 6.6 se aprecia el perfil axial de temperatura dentro del lecho. En el inciso a) se observa que la temperatura de la fase fluida aumenta en la entrada del lecho hasta alcanzar un valor de 55 ° C, para posiciones axiales posteriores la temperatura desciende y forma pequeñas fluctuaciones hasta alcanzar 51 ° C. En el inciso b) la temperatura del sólido al inicio de la fermentación es de 45 ° C y aumenta conforme transcurre el tiempo de fermentación. También se observa que a la entrada del lecho la temperatura del sólido es

cercana a la que favorece el crecimiento del microorganismo y aumenta conforme se incrementa la altura del lecho.

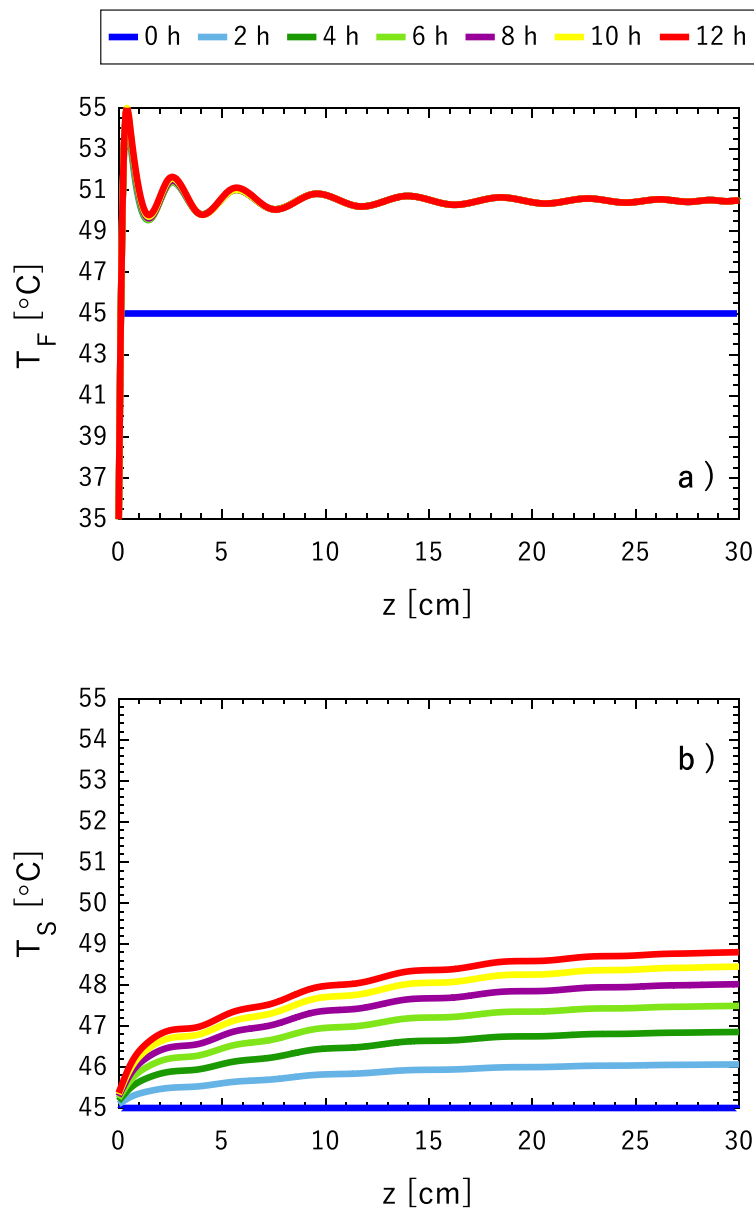


Figura 6.6 Perfiles de temperatura axiales para el biorreactor intensificado caso A a diferentes horas de fermentación: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

En la Figura 6.7 se observan los perfiles radiales de temperatura, donde se aprecia que la temperatura de la fase fluida fluctúa entre 50 $^{\circ}\text{C}$ y 51 $^{\circ}\text{C}$, y cerca de la pared del biorreactor la temperatura aumenta hasta llegar a un valor de 54 $^{\circ}\text{C}$, también se aprecia que el perfil es constante durante el proceso de fermentación. Lo cual está ligado con el perfil de

temperatura de la fase sólida, pues en el inciso b) se observa que la temperatura del sólido al inicio del proceso parte de 45°C y va aumentando conforme se incrementa el tiempo de fermentación. También se observan fluctuaciones de temperatura en la dirección radial debido a la velocidad del flujo de aireación dentro del lecho. Por ende, cerca de la pared del biorreactor la temperatura del sólido disminuye, a los 2 cm del radio la temperatura del sólido tiene un valor de 49°C y a los 2.5 cm la temperatura disminuye hasta la temperatura óptima de 45°C .

Por lo tanto, se aprecia el efecto que tiene la velocidad de flujo en la temperatura del sistema, pues cerca de la pared del biorreactor se obtiene la velocidad máxima dentro del lecho según la Figura 6.2, la temperatura del sólido disminuye hasta los 45°C cediendo calor hacia la temperatura de la fase fluida.

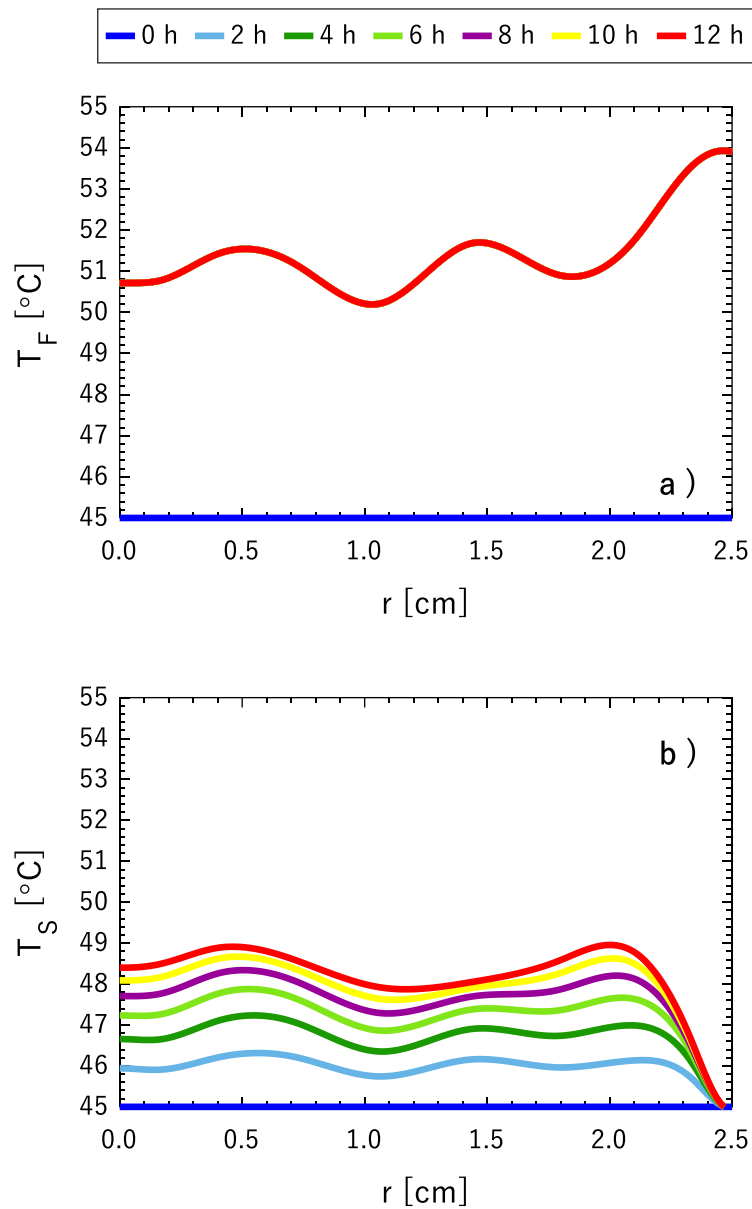


Figura 6.7 Perfiles de temperatura radiales para el caso A del biorreactor intensificado a diferentes horas de fermentación: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

En el perfil axial para las concentraciones de la fase fluida y sólida de la Figura 6.8 se muestra en el inciso a) que la concentración de YO_2 se mantiene al valor de concentración de O_2 en el aire de entrada en todas las posiciones axiales del lecho y durante las 12 horas de fermentación. Así el perfil del O_2 en la fase sólida también se mantiene constante a una

concentración determinada por el coeficiente de Henry y no se agota a lo largo del lecho en comparación con los perfiles axiales del caso convencional de la Figura 5.5. En el inciso d) se muestra que la producción de CO_2 aumenta conforme se incrementa la longitud axial del biorreactor, este mismo perfil se presenta en el CO_2 de la fase fluida. En el inciso e) se muestra el contenido de vapor en la fase fluida, donde se observa el mismo perfil en todo el proceso, se aprecia que la concentración aumenta a lo largo del lecho, llegando al valor de saturación de vapor en la fase fluida determinado por la temperatura de la fase fluida.

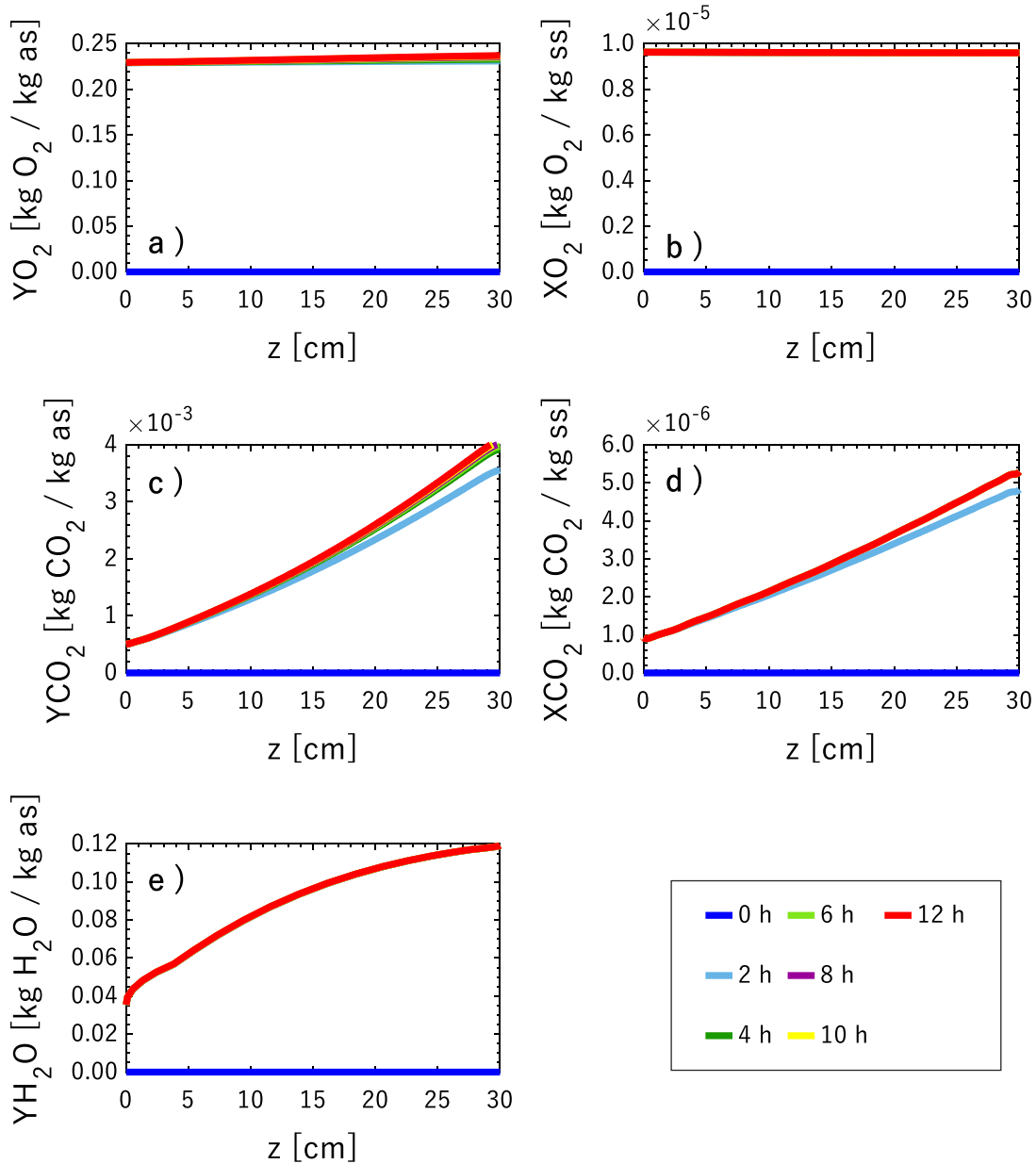


Figura 6.8 Perfiles de concentración axiales para el caso A del biorreactor intensificado a diferentes horas de fermentación: a) YO_2 ; b) YCO_2 ; c) XO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O

En la Figura 6.9 se muestra el perfil radial de las concentraciones de la fase fluida y sólida, se observa que la concentración de O_2 en la fase fluida y sólida permaneció constante en la dirección radial, al igual que el contenido de agua en la fase fluida. Con respecto a la concentración de CO_2 en la fase sólida, inciso d), se aprecia que la producción de CO_2 fluctúa en la dirección radial siguiendo el perfil de la velocidad de producción de CO_2 mostrada en la Figura 6.11. También se aprecia que la concentración de CO_2 varía radialmente, pues cerca de la pared del biorreactor la concentración disminuye, esto puede ser consecuencia de que la máxima velocidad del flujo se encuentra cerca de la pared.

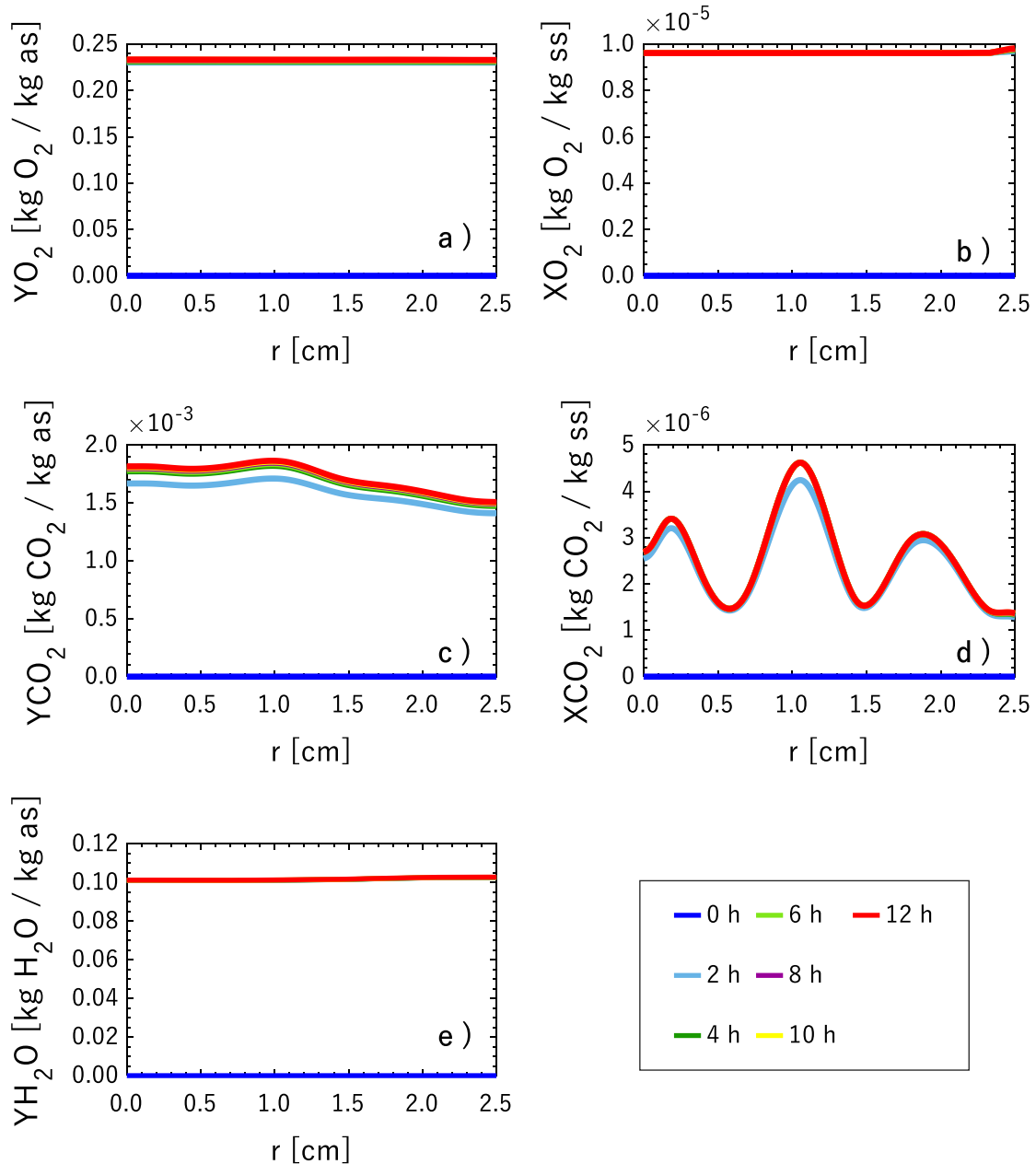


Figura 6.9 Perfiles de concentración radiales para el caso A del biorreactor intensificado a diferentes horas de fermentación: a) YO_{2i} ; b) YCO_{2i} ; c) XO_{2i} ; d) XCO_{2i} ; e) H_2O

En la Figura 6.10 se observa el perfil de velocidad de reacción en la dirección axial para O_2 , CO_2 , H_2O , biomasa, sustrato y proteasas. Para todas las especies se muestra que la velocidad de producción es mayor a la salida del lecho. También se observa que la velocidad de reacción disminuye conforme transcurre el tiempo de fermentación, esto se relaciona con el aumento de temperatura en la fase sólida. En el inciso f) se muestra la velocidad de producción de proteasas a las 12 horas de fermentación para el caso A comparado con el

caso convencional. Se observa que en el caso A se obtuvo mayor velocidad de producción, alcanzando una velocidad máxima de 920 U/kg_{ss} h, mientras que para el caso convencional se obtuvo 870 U/kg_{ss} h.

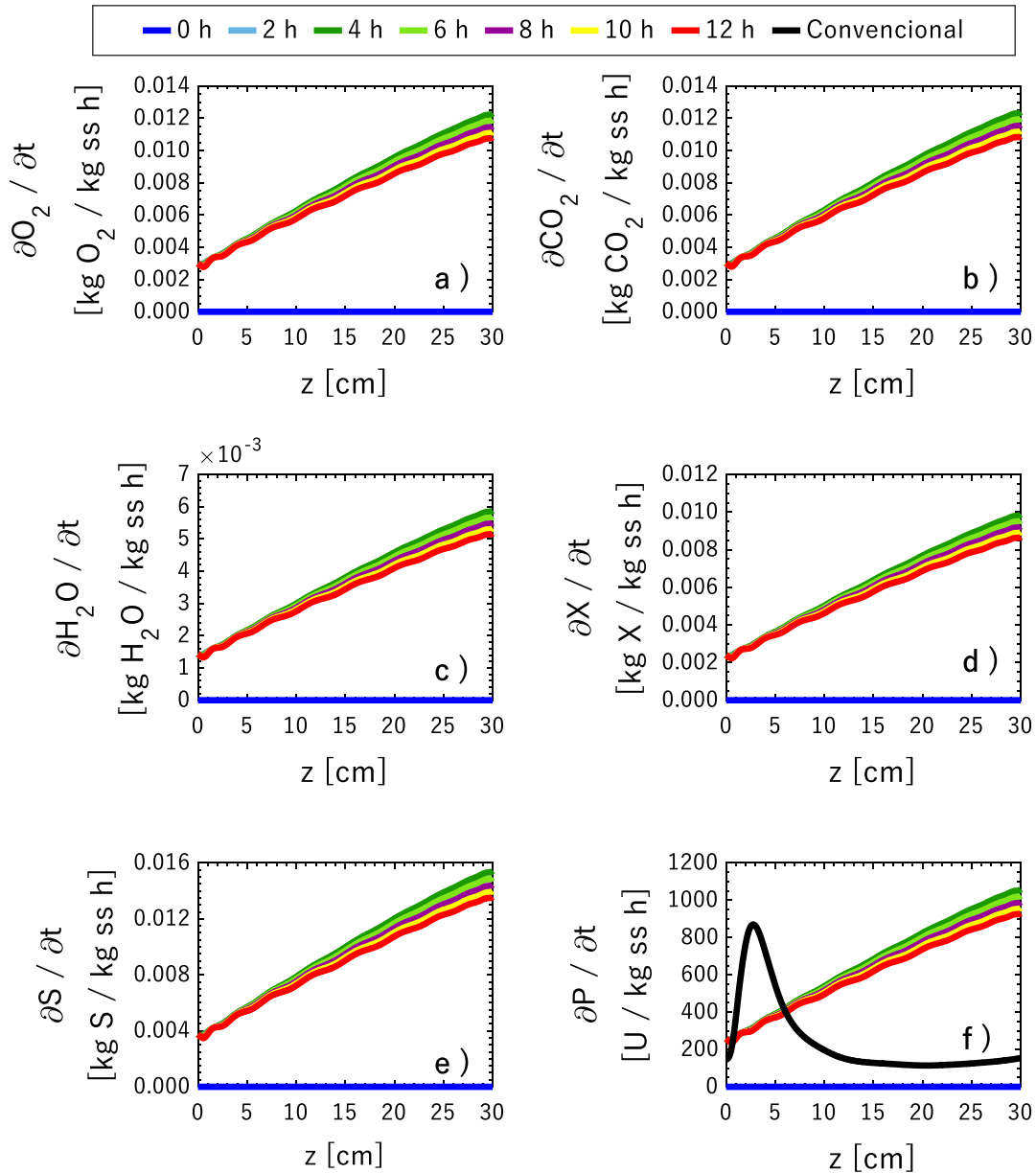


Figura 6.10 Velocidad de reacción a diferentes posiciones axiales para el biorreactor intensificado caso A: a) Velocidad de consumo de O_2 ; b) Velocidad de producción de CO_2 ; c) Velocidad de producción de H_2O ; d) Velocidad de producción de biomasa; e) Velocidad de consumo de sustrato; f) Velocidad de producción de proteasas

En la Figura 6.11 se muestran los resultados para la velocidad de reacción en la dirección radial para O_2 , CO_2 , H_2O , biomasa, sustrato y proteasas, para todas las especies se muestran fluctuaciones en la velocidad de reacción obteniendo la menor velocidad cerca de la pared del lecho. En el inciso f) se muestra la velocidad de producción de proteasas a las 12 horas de fermentación para el caso A comparado con el caso convencional. Se observa que en el caso A se obtuvo mayor velocidad de producción, alcanzando una velocidad máxima de $920 \text{ U/kg}_{ss} \text{ h}$, mientras que para el caso convencional se obtuvo una velocidad de $140 \text{ U/kg}_{ss} \text{ h}$.

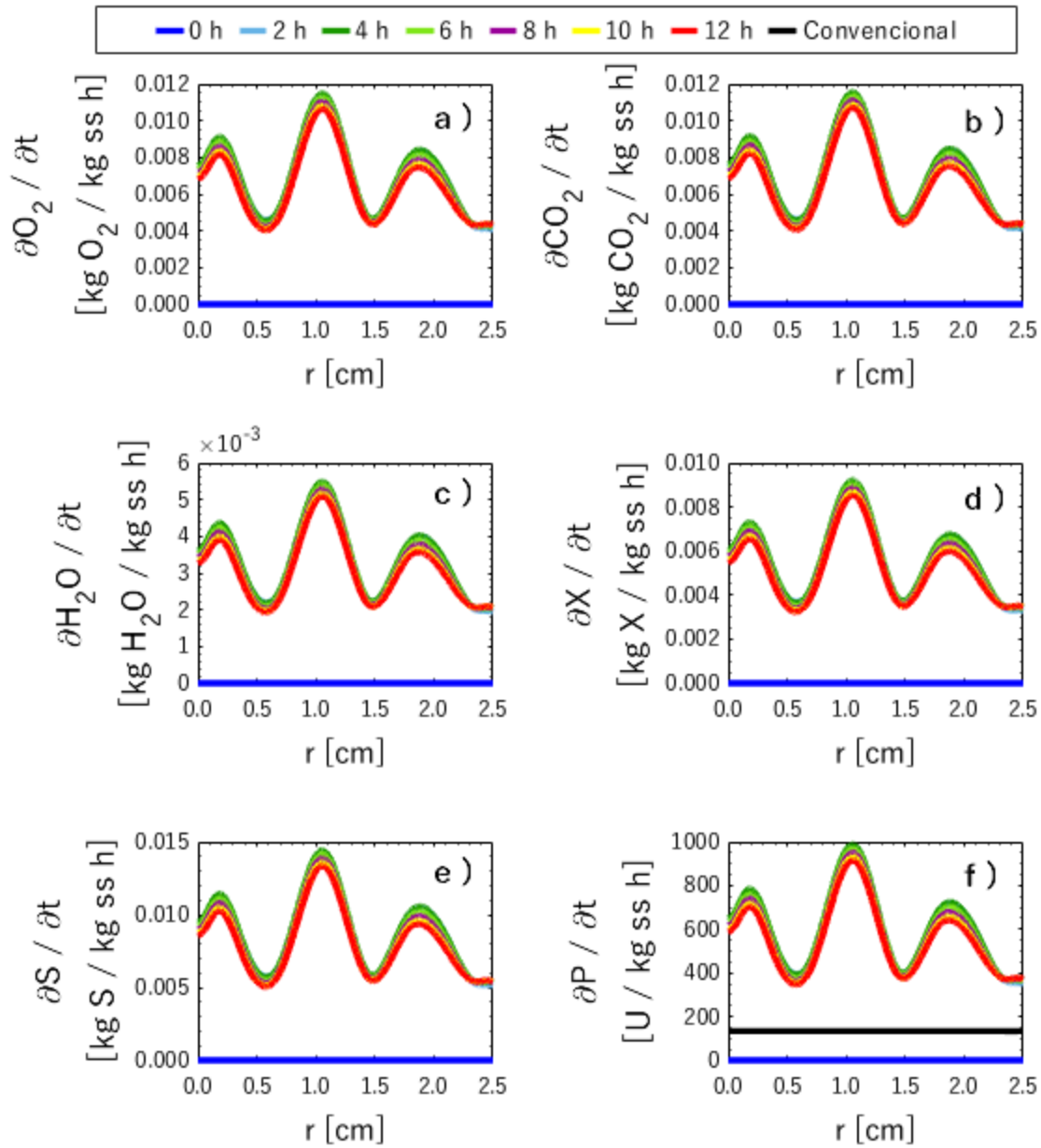


Figura 6.11 Velocidad de reacción a diferentes posiciones radiales para el biorreactor intensificado caso A: a) Velocidad de consumo de O_2 ; b) Velocidad de producción de CO_2 ; c) Velocidad de producción de H_2O ; d) Velocidad de producción de biomasa; e) Velocidad de consumo de sustrato; f) Velocidad de producción de proteasas

6.4.2 Caso B

6.4.2.1 Efecto de la Permeabilidad

En esta sección se evalúa el efecto de diferentes tiempos característicos de permeabilidad para evaluar el impacto de la alimentación de oxígeno sobre la producción de proteasas. En la Tabla 6.12 se muestran los rangos de τ_{Perm} a evaluar.

Tabla 6.12 Rango de los tiempos característicos de permeabilidad

Tiempo característico	Valor mínimo (h)	Valor máximo (h)
τ_{Perm}	6.58×10^{-18}	6.58×10^{-5}

En la Figura 6.12 se muestra el perfil de las concentraciones dinámicas en el centro del lecho para las especies O_2 , CO_2 y H_2O . En el inciso a) se muestran los perfiles de O_2 en la fase fluida a la salida del lecho, para todos los casos donde se evalúa τ_{Perm} se aprecia que debido al uso de la membrana la concentración de YO_2 aumenta respecto al caso convencional. También se observó que la termodinámica juega un papel importante en la concentración de la fase sólida, ya que el oxígeno disuelto en agua obedece la ley de Henry, y aunque la concentración de oxígeno en la fase fluida se incrementó el reflejo en la fase sólida es mínimo, ya que el oxígeno es poco soluble en agua, mientras que el CO_2 es aproximadamente 20 veces más soluble. El valor de XO_2 aumentó a $2.28 \times 10^{-7} \text{ kg O}_2/\text{kg}_{\text{SS}}$ respecto a $9.44 \times 10^{-9} \text{ kg O}_2/\text{kg}_{\text{SS}}$ del caso convencional. En el Apéndice H se puede observar el efecto que tiene alimentación de aire a una concentración mayor de oxígeno.

Para la producción de CO_2 en el inciso c) se muestra que para $\tau_{\text{Perm}1}$, $\tau_{\text{Perm}2}$ y $\tau_{\text{Perm}3}$ el perfil es el mismo, y la fase lag dura siete horas. También se observa que para todos los casos evaluados de τ_{Perm} a las 12 horas de fermentación la concentración de CO_2 en el sólido es mayor a la obtenida en el caso convencional. En la Figura 6.13 se aprecia que la mayor concentración de CO_2 se obtiene para $\tau_{\text{Perm}4}$. Para todos los casos evaluados de τ_{Perm} el contenido de agua en la fase fluida aumentó desde el inicio de la fermentación hasta un valor de $0.13 \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}}/\text{kg}_{\text{as}}$ y permanece constante. La humedad del sólido permaneció al valor de humedad inicial.

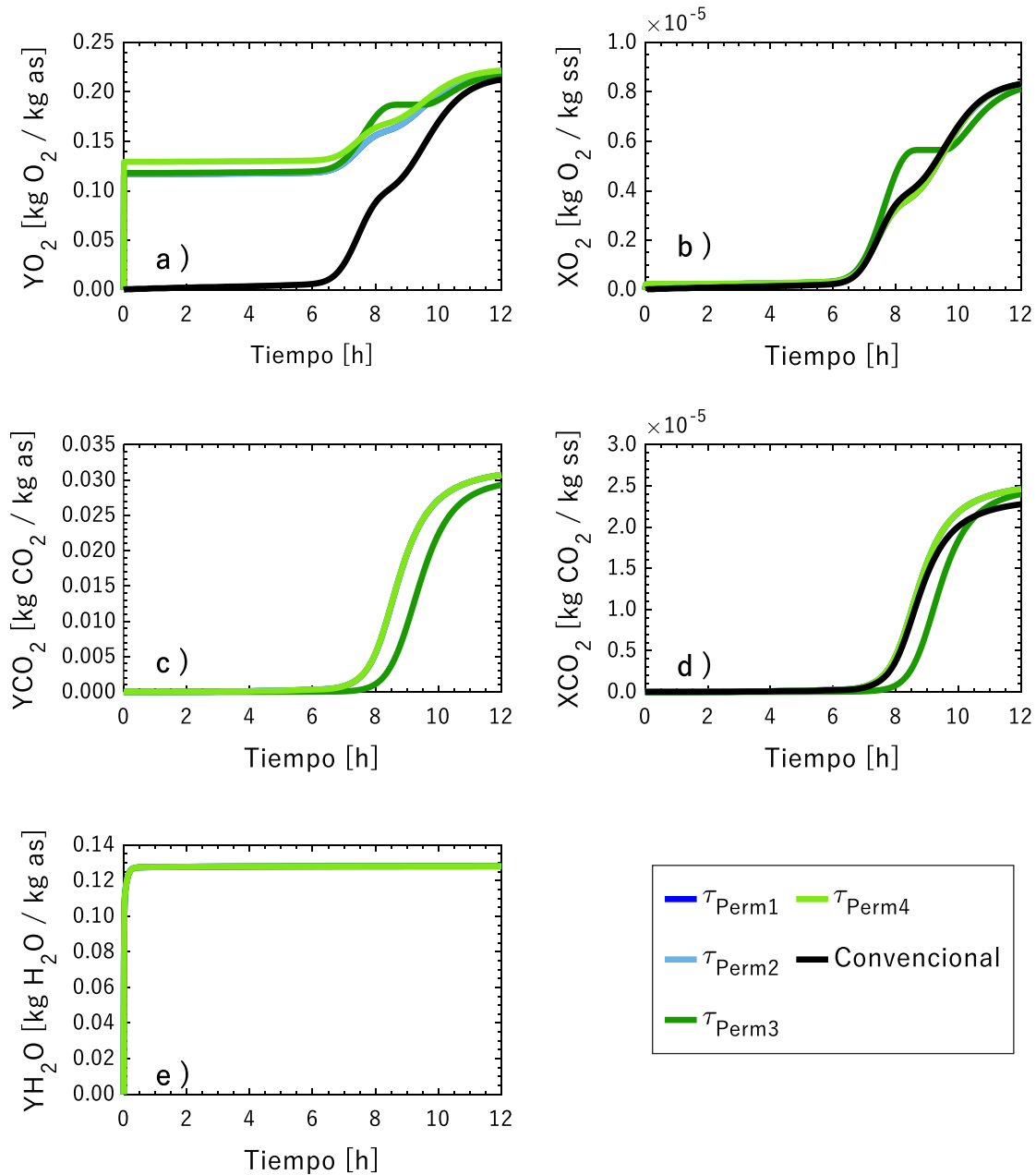


Figura 6.12 Perfiles transitorios de concentración a diferentes alturas del lecho para evaluar el efecto de distintos tiempos característicos de permeabilidad: a) Y_{O_2} ; b) X_{O_2} ; c) Y_{CO_2} ; d) X_{CO_2} ; e) Y_{H_2O}

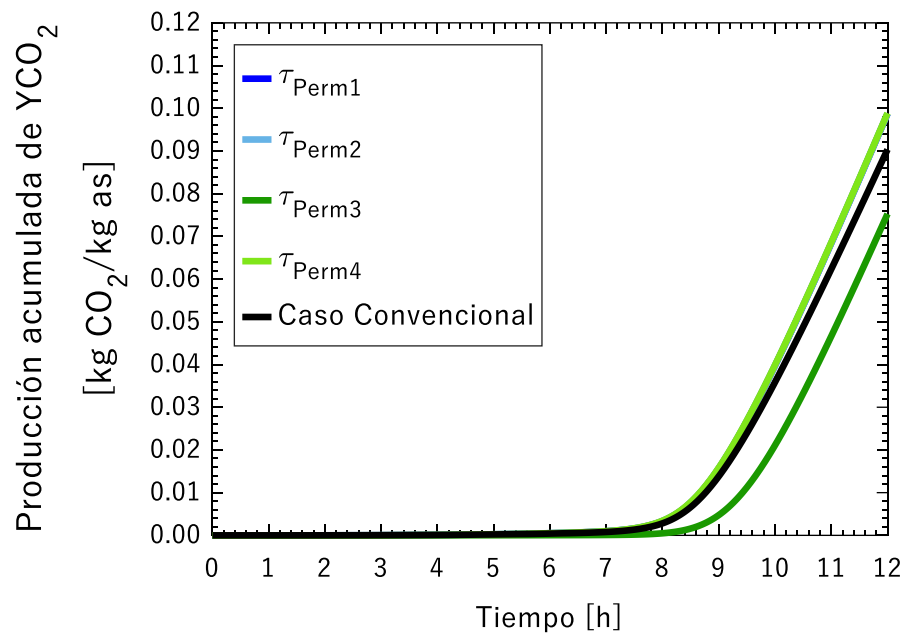


Figura 6.13 Producción acumulada de CO_2 de la fase fluida para el caso convencional y distintos valores de τ_{perm}

En la Figura 6.14 se observa que no se presentaron cambios en la temperatura respecto al caso convencional al evaluar distintos valores de τ_{perm} .

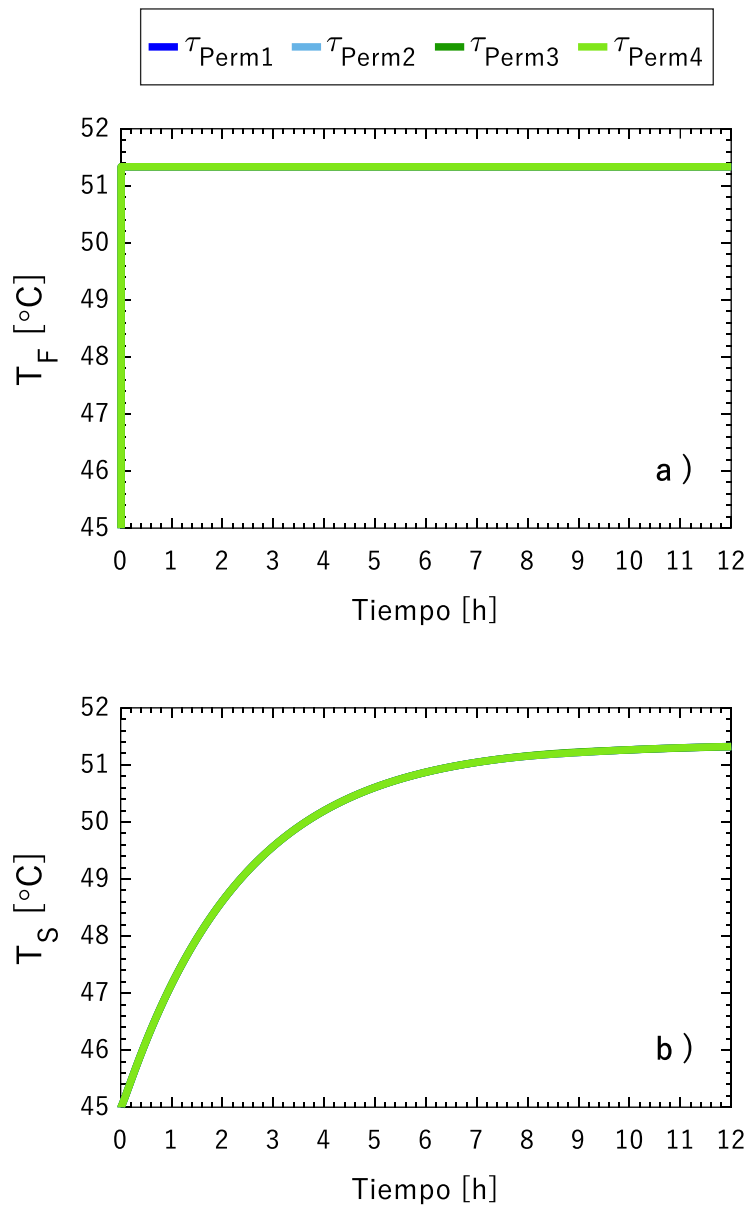


Figura 6.14 Perfiles transitorios de temperatura para evaluar el efecto de distintos tiempos característicos de permeabilidad: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

En la Figura 6.15 se muestra el perfil axial de X_{O_2} , se observa que las mayores concentraciones se obtienen a la entrada del lecho, también se aprecia que para τ_{Perm3} el perfil muestra mayores concentraciones de O_2 desde el tiempo que inicia el proceso hasta las 8 horas de fermentación. Comparando con el caso convencional todos los perfiles a las 2 y 4 horas presentan mayores concentraciones a la salida del biorreactor. En la Figura 6.16 se

muestra la concentración de CO_2 en el sólido, se aprecia que para $\tau_{\text{Perm}2}$, $\tau_{\text{Perm}3}$ y $\tau_{\text{Perm}4}$ la concentración de CO_2 a la entrada del lecho es mayor comparada con el caso convencional.

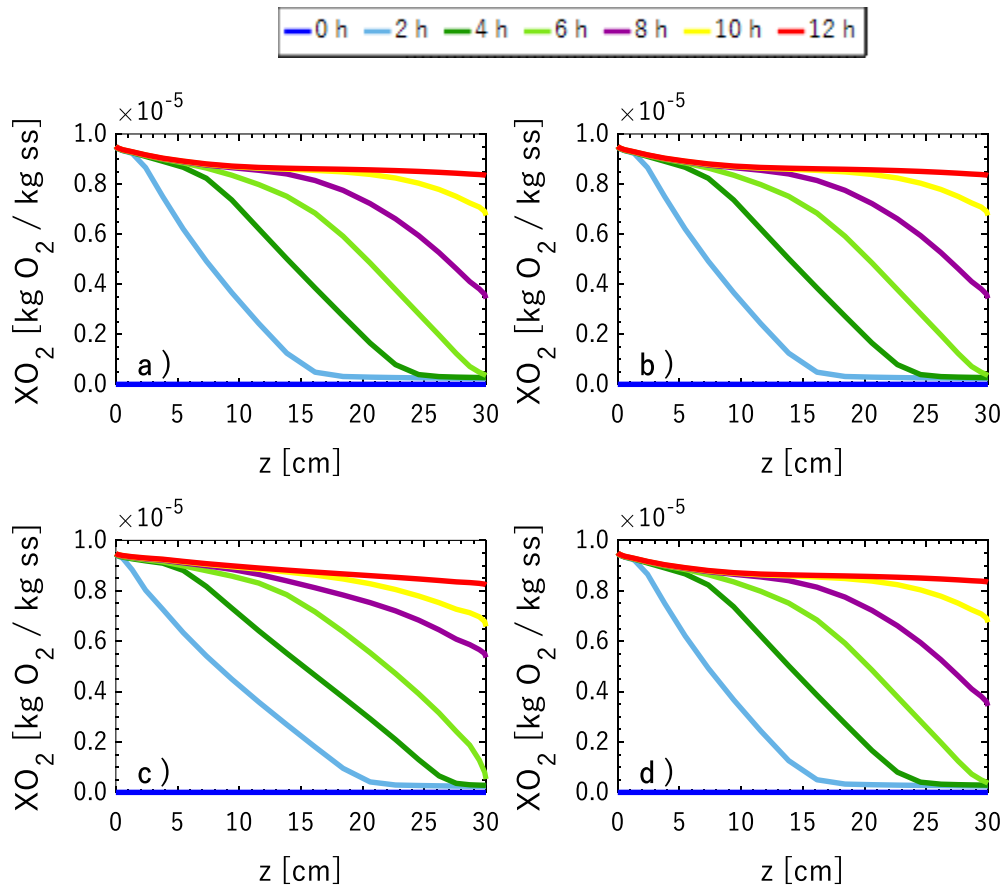


Figura 6.15 Perfiles de concentración axiales de XO_2 a diferentes tiempos de fermentación para evaluar el efecto distintos tiempos característicos de permeabilidad: a) $\tau_{\text{Perm}1}$; b) $\tau_{\text{Perm}2}$; c) $\tau_{\text{Perm}3}$; d) $\tau_{\text{Perm}4}$

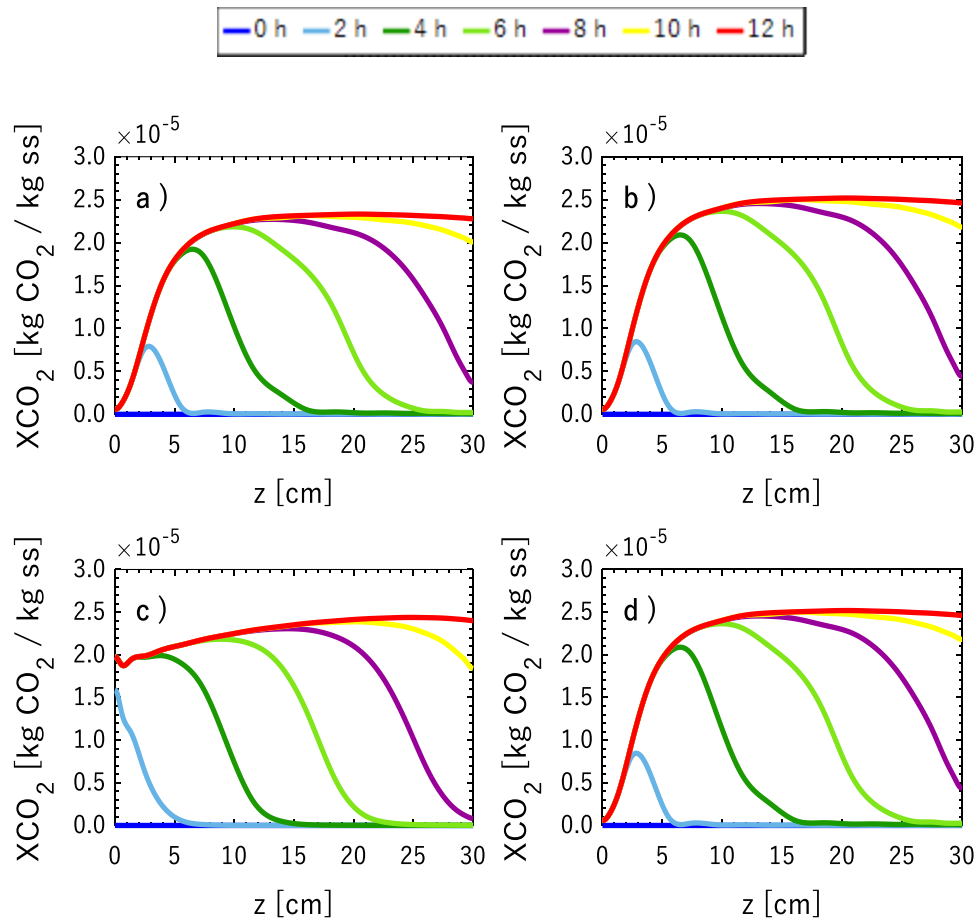


Figura 6.16 Perfiles de concentración axiales de XCO_2 a diferentes tiempos de fermentación para evaluar el efecto de distintos tiempos característicos de permeabilidad: a) τ_{perm1} ; b) τ_{perm2} ; c) τ_{perm3} ; d) τ_{perm4}

En la Figura 6.17 se observa el perfil axial velocidad de producción obtenida para cada τ_{perm} . Para todos los casos se observa que la velocidad de producción de proteasas es mayor en la entrada del biorreactor. A las 12 horas de fermentación se aprecia que la máxima velocidad de producción de proteasas para τ_{perm1} , τ_{perm2} y τ_{perm4} es igual a la obtenida en el caso convencional, sin embargo, para τ_{perm3} la velocidad de producción fue menor. En la Figura 6.18 se observa el perfil radial de velocidad de producción de proteasas. Comparando los resultados para cada τ_{perm} a las 12 horas de fermentación con el caso convencional se observa que para τ_{perm1} , τ_{perm2} y τ_{perm4} las velocidades de producción de proteasas son menores que la obtenida para el caso convencional, excepto para τ_{perm3} donde se obtuvo el mismo valor y a ciertos tiempos de fermentación se muestran fluctuaciones en la velocidad de producción. Aunque en los perfiles axiales de XO_2 se mostró una mayor concentración

respecto al caso convencional no se generó un impacto en el aumento de la velocidad de producción de proteasas, obteniendo resultados similares a los reportados para el caso convencional en la velocidad de reacción y temperatura de la fase sólida y fluida.

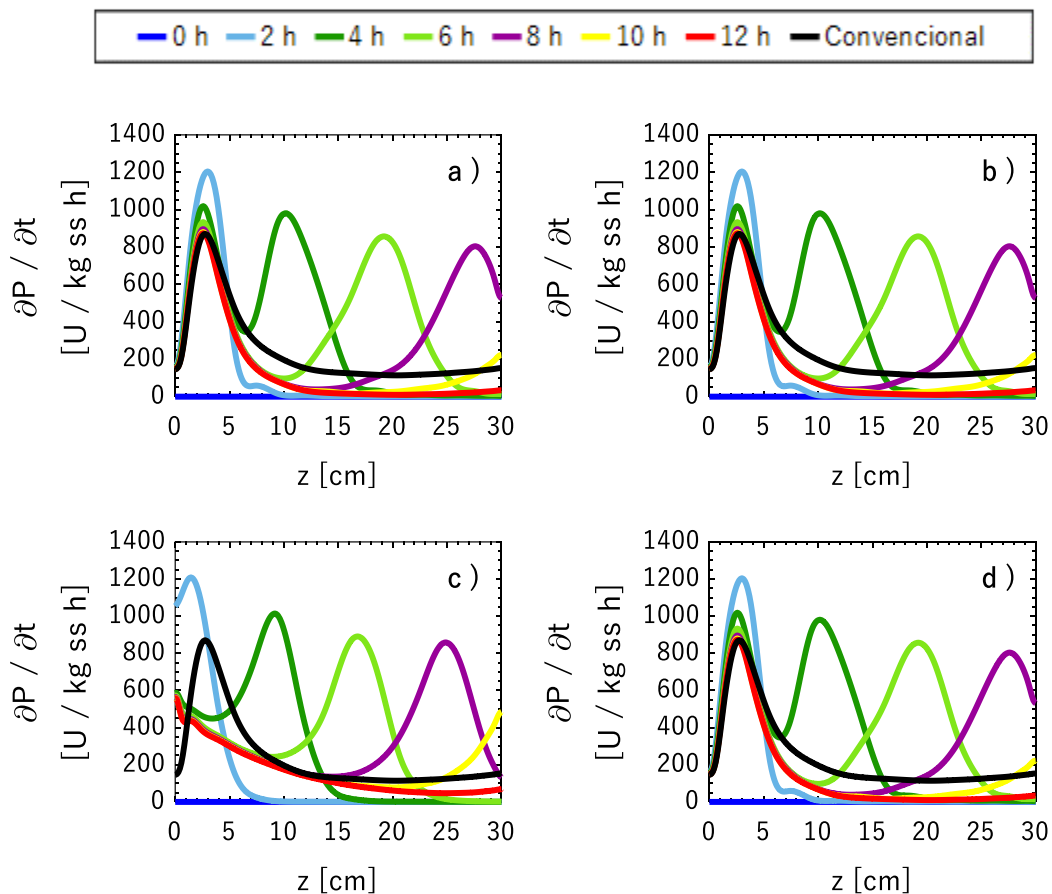


Figura 6.17 Velocidad de reacción de producción de proteasas a diferentes posiciones axiales para evaluar el efecto de distintos tiempos característicos de permeabilidad: a) τ_{Perm1} ; b) τ_{Perm2} ; c) τ_{Perm3} ; d) τ_{Perm4}

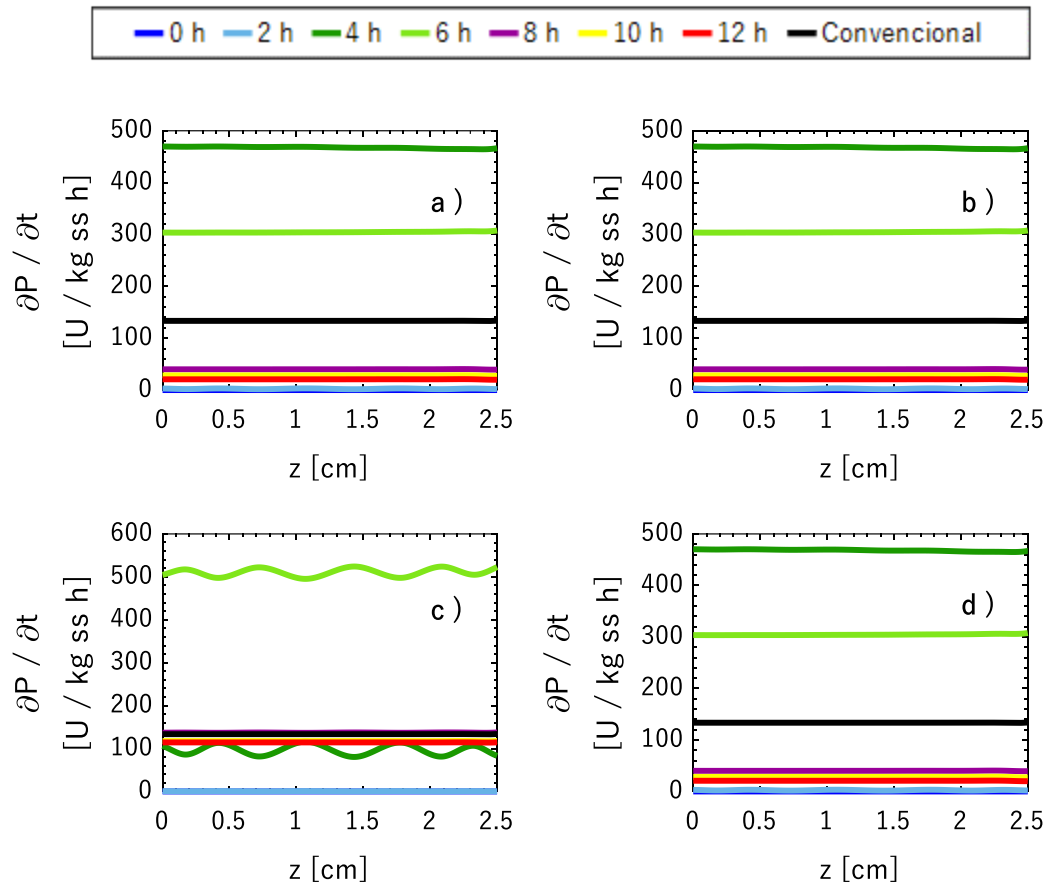


Figura 6.18 Velocidad de reacción de producción de proteasas a diferentes posiciones radiales para evaluar el efecto de distintos tiempos característicos de permeabilidad: a) τ_{Perm1} ; b) τ_{Perm2} ; c) τ_{Perm3} ; d) τ_{Perm4}

Los resultados anteriores muestran que a pesar de la alimentar O_2 a través de la membrana ubicada en el centro del biorreactor la velocidad de producción de proteasas no se incrementó. No se observaron cambios en los perfiles radiales de la concentración de O_2 en la fase sólida. Por lo tanto, en la Figura 6.19 se muestra la concentración de YO_2 a diferentes posiciones radiales para observar cómo se distribuye la alimentación de oxígeno de la membrana hacia el lecho. Se aprecia para los cuatro casos evaluados de τ_{Perm} que en el centro del hay un aumento en la concentración de O_2 en la fase fluida comparado con el caso convencional, sin embargo, en las demás posiciones radiales no se muestra un aumento de O_2 en la fase fluida, por el contrario, los perfiles muestran el mismo comportamiento que en el caso convencional. Esto se puede explicar mediante los tiempos característicos, pues se observa que el proceso de convección es más rápido que el proceso de dispersión radial, pues $[\tau_{Dif_r}]^f = 0.147$ y $\tau_{Conv_z} = 0.089$, en consecuencia, el O_2 que permea la membrana no se

dispersa radialmente más allá del centro del lecho pues el flujo de aireación lo arrastra hacia la salida del lecho. Para corroborar los resultados en el Apéndice H se puede observar los resultados obtenidos de una simulación al considerar que el oxígeno sólo se alimenta por la membrana ubicada en el centro del biorreactor.

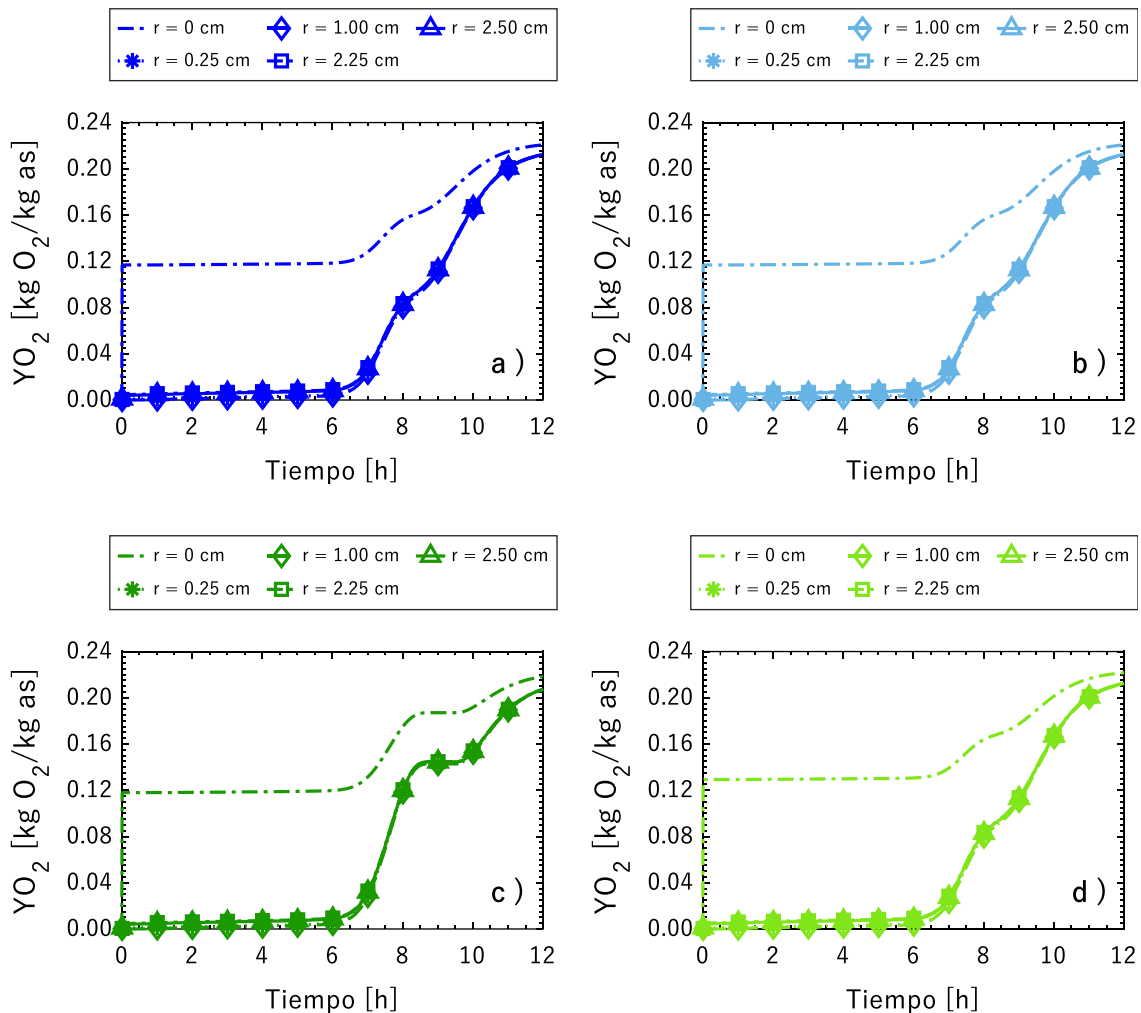


Figura 6.19 Perfiles de concentración YO_2 a diferentes a diferentes posiciones radiales para evaluar el efecto de distintos tiempos característicos de permeabilidad: a) τ_{Perm1} ; b) τ_{Perm2} ; c) τ_{Perm3} ; d) τ_{Perm4}

6.4.2.2 Efecto de la permeabilidad y difusividad

Para conocer el efecto que tiene la dispersión radial de oxígeno en la producción de proteasas, se propusieron distintos valores de la relación de tiempos característicos

$\left([\tau_{\text{Dif}_r}]^f/\tau_{\text{Perm}}\right)$, donde $\left([\tau_{\text{Dif}_r}]^f/\tau_{\text{Perm}}\right)_1$ es el valor mínimo evaluado y $\left([\tau_{\text{Dif}_r}]^f/\tau_{\text{Perm}}\right)_6$ el valor máximo. El rango del valor de los tiempos característicos a evaluar es:

Tabla 6.13 Rango de los tiempos característicos de permeabilidad y difusividad radial

Tiempo característico	Valor mínimo (h)	Valor máximo (h)
$\frac{[\tau_{\text{Dif}_r}]^f}{\tau_{\text{Perm}}}$	0.0011	1.0941×10^5

En la Figura 6.20 se muestran los perfiles transitorios en el centro del lecho para las especies O_2 , CO_2 y H_2O . Se observa que para $\left([\tau_{\text{Dif}_r}]^f/\tau_{\text{Perm}}\right)_3$ se obtiene la mayor concentración de YO_2 y empieza a descender hasta las 8 horas de fermentación, esto ocasiona que la producción de CO_2 en la fase sólida sea más rápida lo que disminuye la fase lag, pues para $\left([\tau_{\text{Dif}_r}]^f/\tau_{\text{Perm}}\right)_3$ se observa una la fase lag con duración de 3 horas. En la Figura 6.21 se observa que para este caso se obtiene la mayor producción de CO_2 .

En el inciso d) se observa que el contenido de vapor en la fase fluida es constante para todas las relaciones de tiempos característicos evaluadas, pues la temperatura de la fase fluida permanece constante según la Figura 6.22.

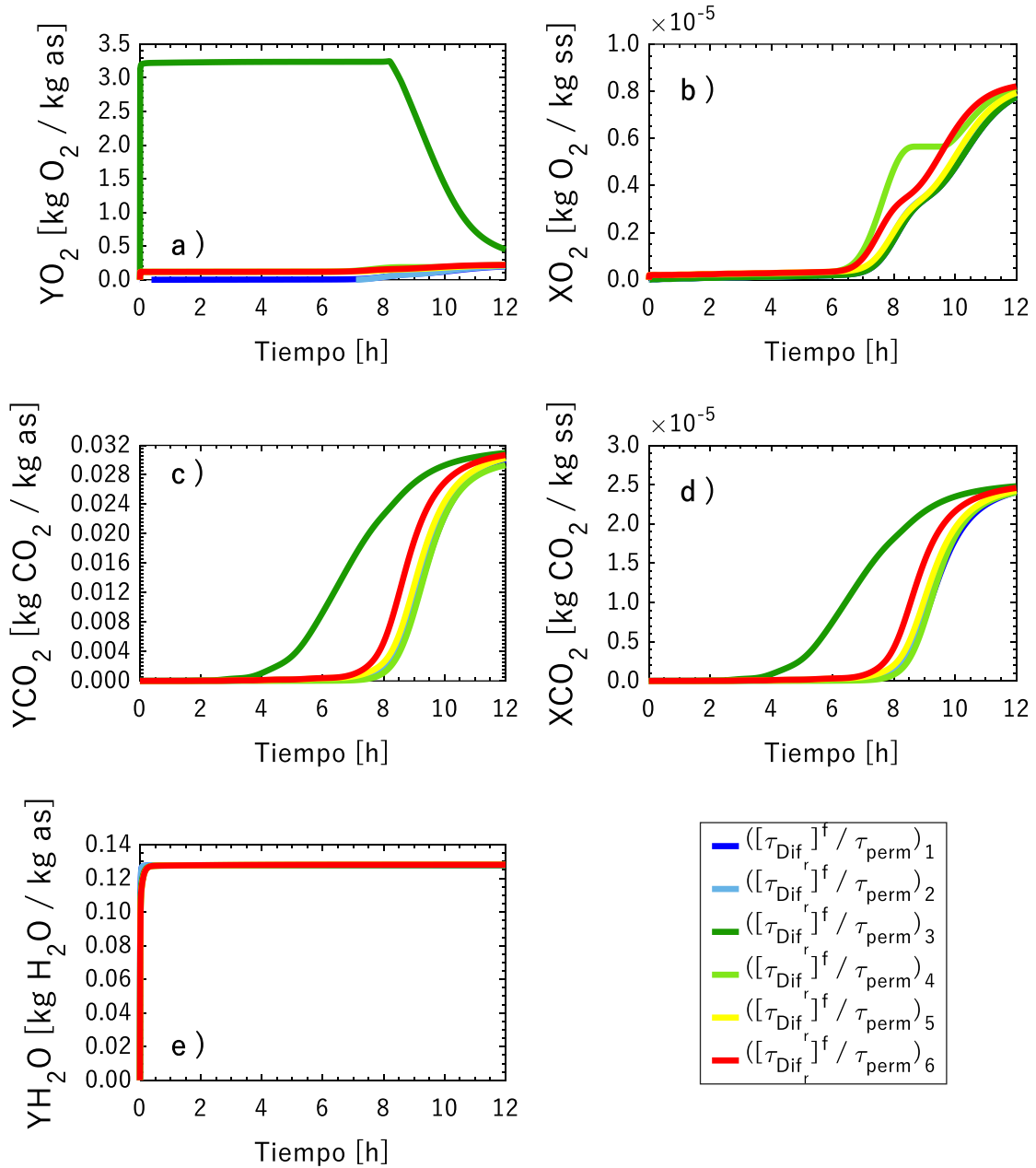


Figura 6.20 Perfiles de concentración transitorios a diferentes alturas del lecho para evaluar el efecto de la relación $([\tau_{Dif}^r] / \tau_{perm})$: a) YO_2 ; b) XO_2 ; c) YCO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O

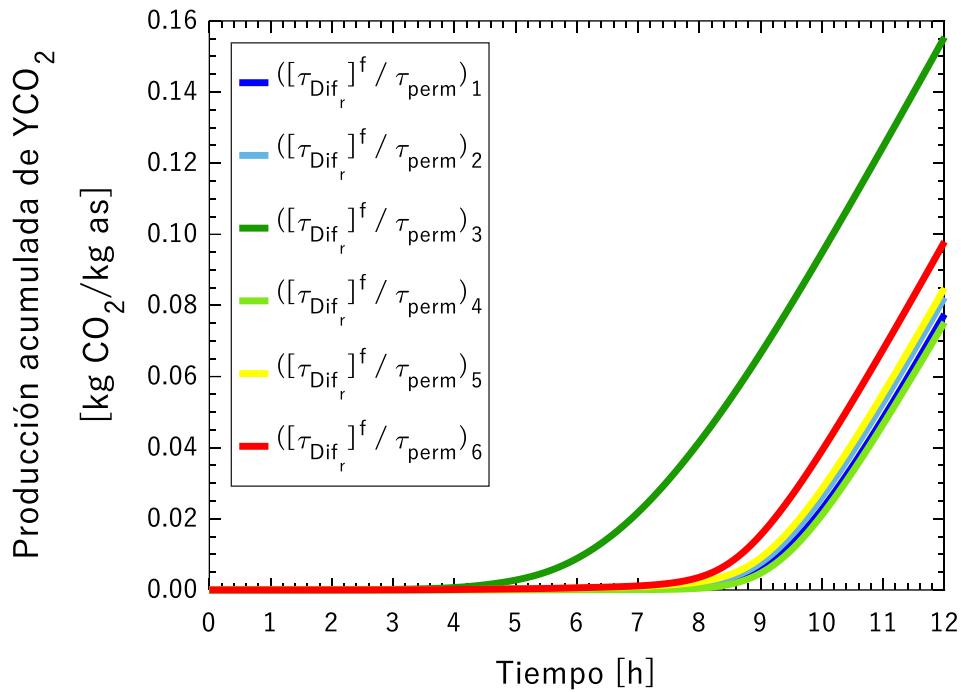


Figura 6.21 Producción acumulada de CO_2 de la fase fluida para evaluar el efecto de la relación $([\tau_{Dif_r}]^f / \tau_{perm})$

En la Figura 6.22 se observa que el perfil de temperatura de la fase fluida es igual para todos los casos y el aumento de temperatura ocurre al inicio del proceso. En el inciso b) se observa que para todas las relaciones de tiempo característico la temperatura de la fase sólida en el estado estacionario tiene un valor de 51.5°C . En dirección axial y radial las temperaturas de ambas fases tienen el mismo perfil que el obtenido en el caso convencional.

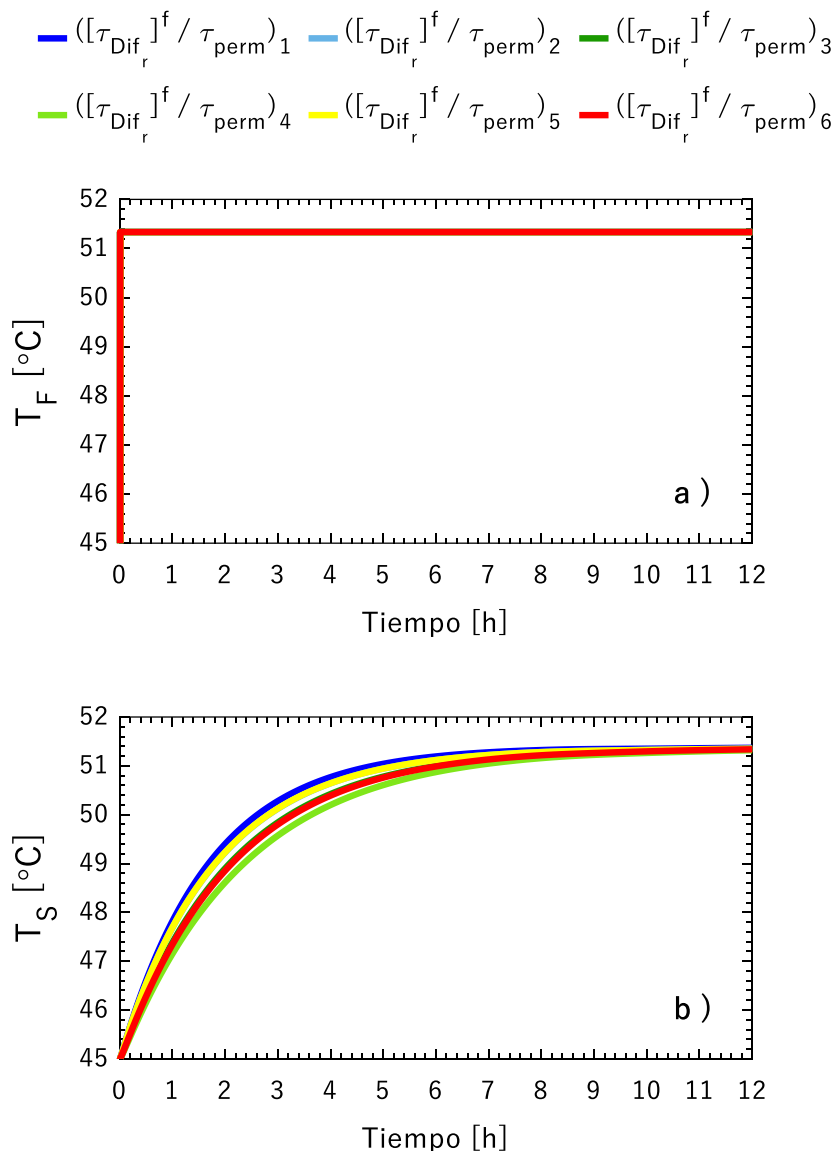


Figura 6.22 Perfiles de temperatura transitorios a la salida del lecho para evaluar el efecto de la relación $([\tau_{Dif_r}]^f / \tau_{perm})$: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

En la Figura 6.23 se observa el perfil transitorio para O_2 en la fase fluida a distintas posiciones radiales, se muestra que para los incisos a) y b) la concentración de O_2 en el centro del lecho no aumentó. A partir del inciso c) se observa un incremento en la concentración de oxígeno en el centro del lecho respecto al perfil del caso convencional, sin embargo, en las demás posiciones radiales la concentración de oxígeno no aumentó. Para XO_2 no se registró cambio en la concentración radial.

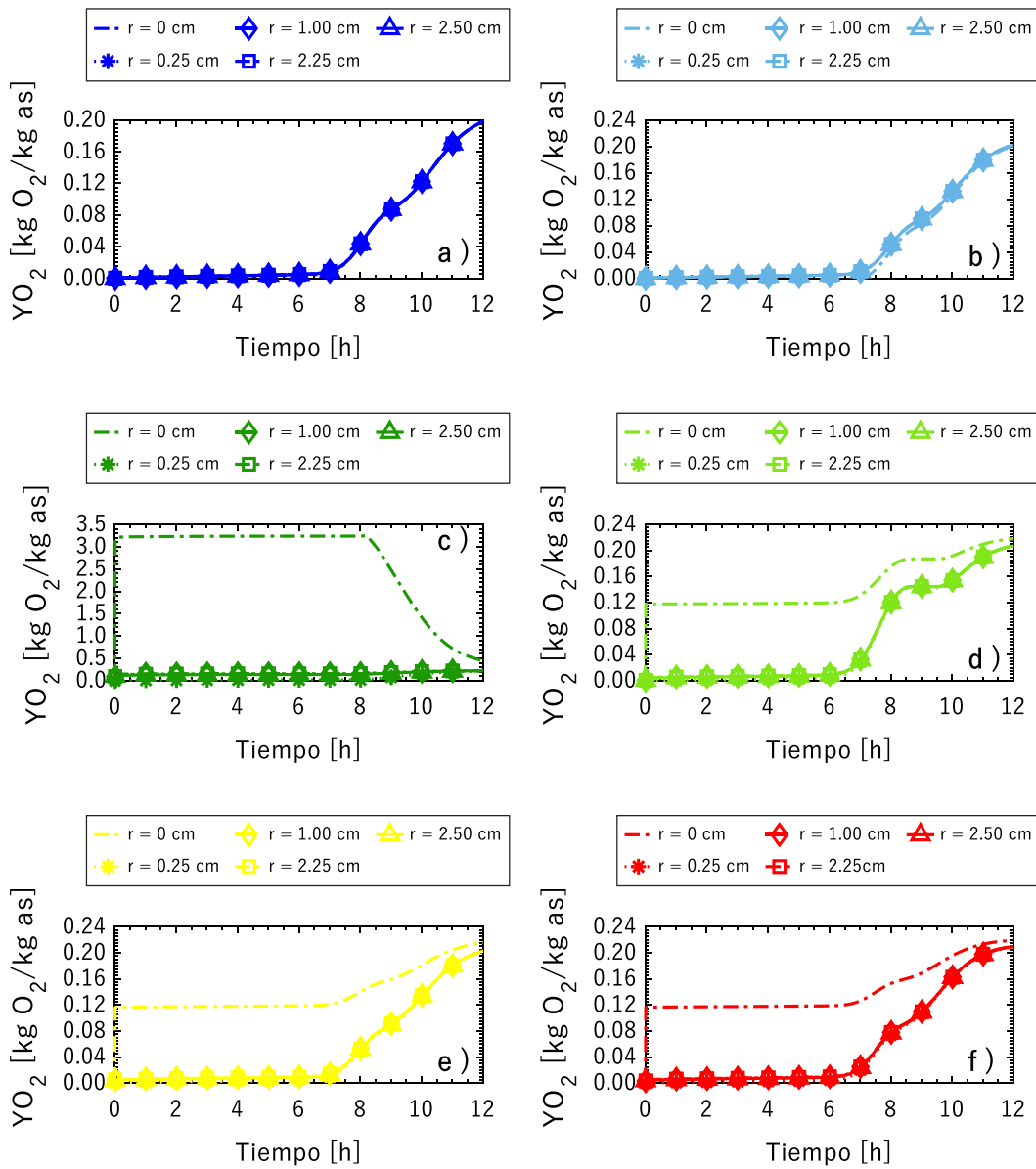


Figura 6.23 Perfiles transitorios a diferentes posiciones axiales de YO_2 para evaluar el efecto de la relación $([\tau_{Dif_r}]^f / \tau_{Perm})$: a) $([\tau_{Dif_r}]^f / \tau_{Perm})_1$; b) $([\tau_{Dif_r}]^f / \tau_{Perm})_2$; c) $([\tau_{Dif_r}]^f / \tau_{Perm})_3$; d) $([\tau_{Dif_r}]^f / \tau_{Perm})_4$; e) $([\tau_{Dif_r}]^f / \tau_{Perm})_5$; f) $([\tau_{Dif_r}]^f / \tau_{Perm})_6$

En la Figura 6.24 se observan las velocidades de producción de proteasas para cada $([\tau_{Dif_r}]^f / \tau_{Perm})$, ninguna de las velocidades obtenida a las 12 horas mostró un incremento respecto al caso convencional, donde la máxima velocidad de producción de proteasas

equivale a 870 U/kg_{ss} h. Para todos los casos los valores más altos de producción de proteasas se obtienen en la entrada al lecho.

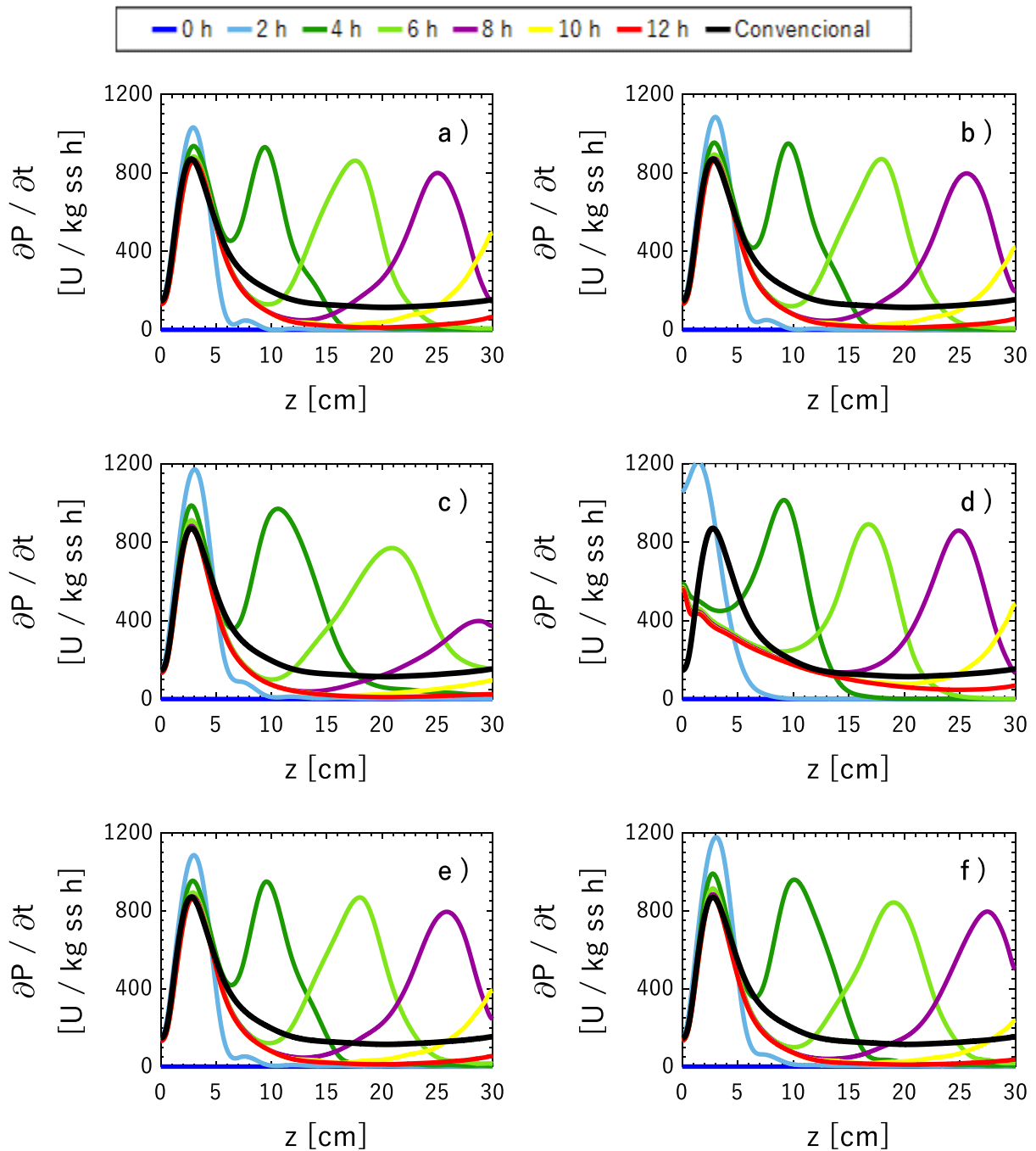


Figura 6.24 Velocidad de producción de proteasas a diferentes posiciones axiales para evaluar el efecto de la relación $([\tau_{Dif_r}]^f / \tau_{Perm})$: a) $([\tau_{Dif_r}]^f / \tau_{Perm})_1$; b) $([\tau_{Dif_r}]^f / \tau_{Perm})_2$; c) $([\tau_{Dif_r}]^f / \tau_{Perm})_3$; d) $([\tau_{Dif_r}]^f / \tau_{Perm})_4$; e) $([\tau_{Dif_r}]^f / \tau_{Perm})_5$; f) $([\tau_{Dif_r}]^f / \tau_{Perm})_6$

6.4.3 Caso C

Conforme los resultados de la sección anterior, la membrana no tiene un aporte en el aumento de la producción de proteasas, por lo cual, al generar el perfil de velocidad en el biorreactor equipado con la membrana, los resultados obtenidos son similares a los del caso A. Por ejemplo, en la Figura 6.25 se muestran los perfiles transitorios de concentración, los cuales son iguales a los obtenidos en la Figura 6.3. En la Figura 6.26 se muestra la producción acumulada de YCO_2 que tiene el mismo valor que la obtenida para el caso A.

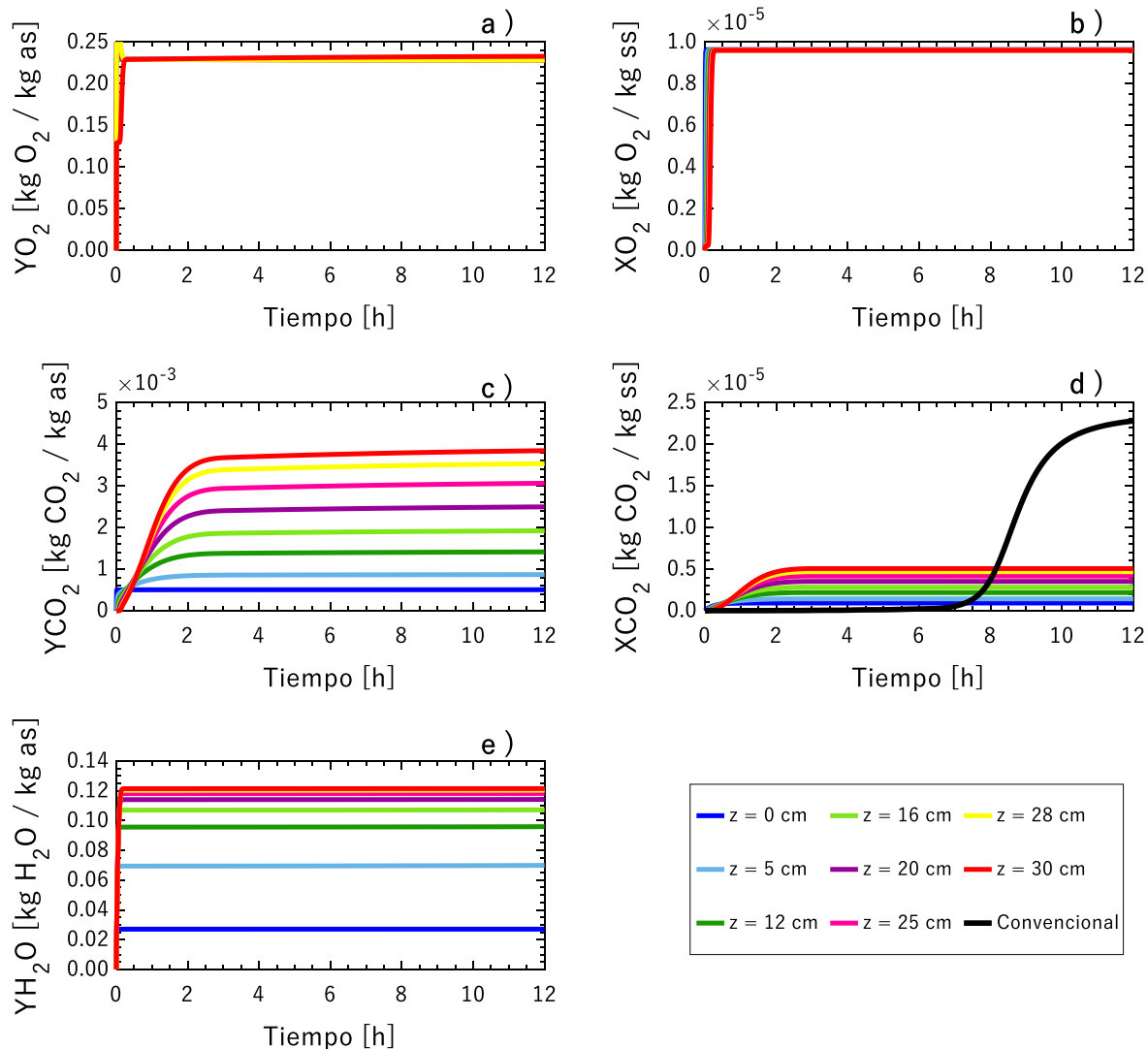


Figura 6.25 Perfiles de concentración transitorios a diferentes alturas del lecho al evaluar el caso C del biorreactor intensificado: a) YO_2 ; b) XO_2 ; c) YCO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O

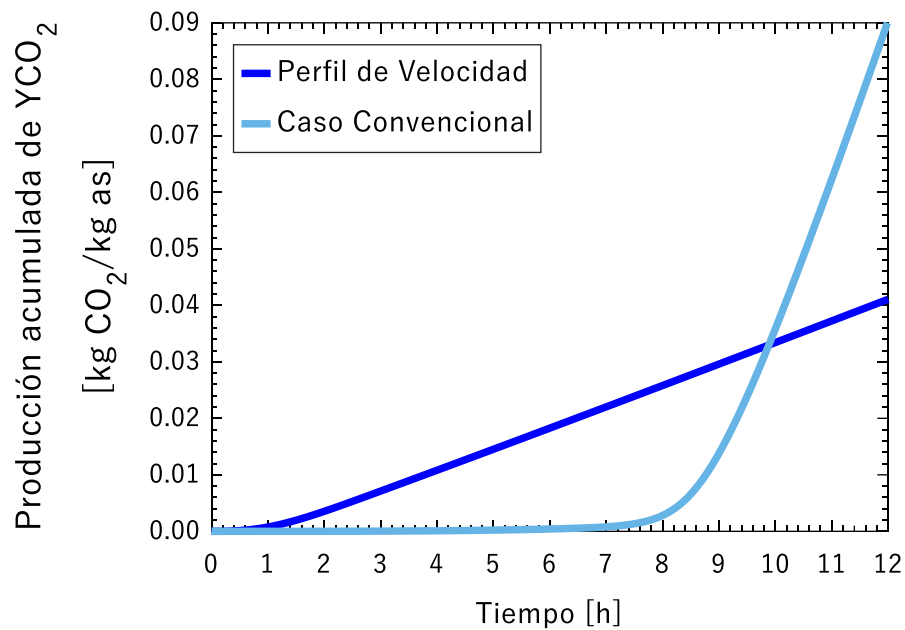


Figura 6.26 Producción acumulada de CO_2 de la fase fluida para el caso convencional y el caso C del biorreactor intensificado

En la Figura 6.27 se muestra el perfil transitorio de temperatura donde se aprecia que la temperatura de la fase fluida aumenta desde el inicio de la fermentación y se mantiene a $51.5^\circ C$ durante todo el proceso. En la entrada al biorreactor la temperatura de la fase fluida es de $35^\circ C$ debido al flujo de aireación. La temperatura de la fase sólida incrementa en el tiempo hasta llegar a un valor de $49^\circ C$ a las 12 horas de fermentación.

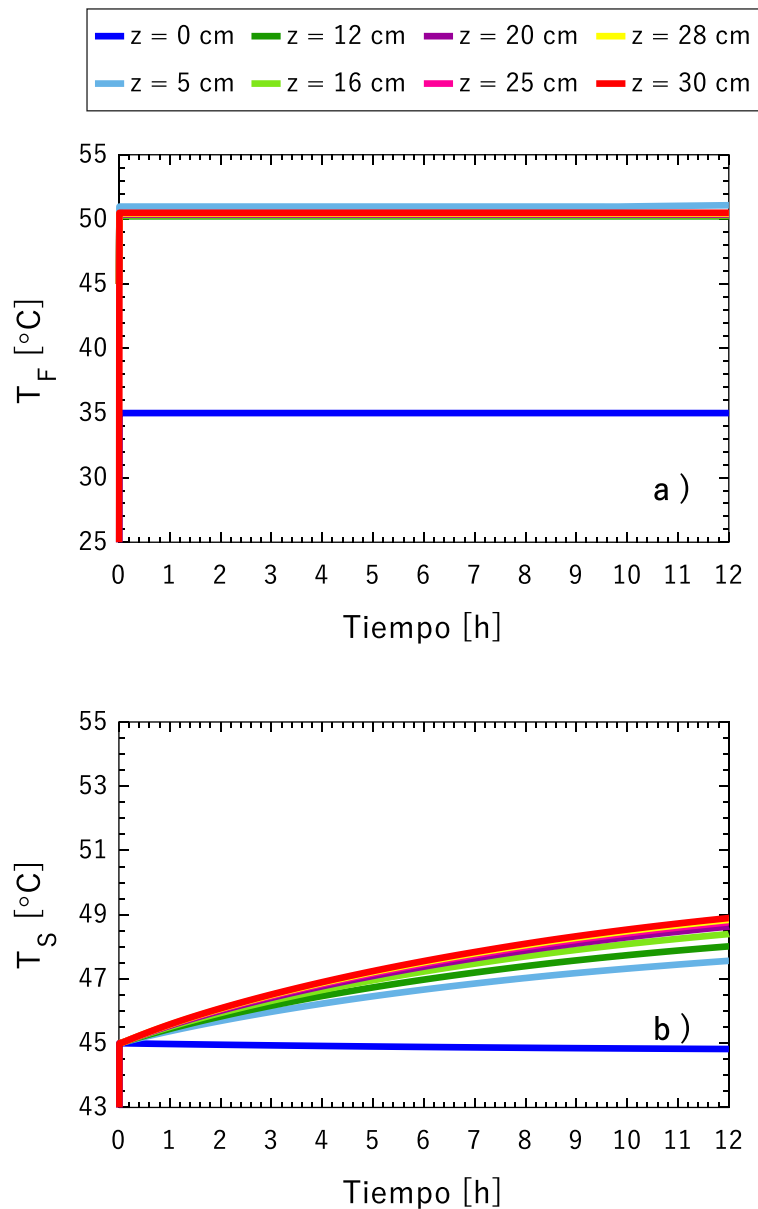


Figura 6.27 Perfiles de temperatura transitorios a la salida del lecho para el biorreactor intensificado caso C: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

En la Figura 6.28 se observa el perfil de temperatura axial en donde se aprecia que a las 12 horas de fermentación la temperatura de la fase sólida alcanza un valor de 50 ° C, mientras que en el caso A la temperatura obtenida fue de 49 ° C.

En la Figura 6.29 se muestra el perfil radial de temperatura de la fase sólida, donde se aprecia que la temperatura cerca de la pared del biorreactor desciende de 50 ° C hasta la

temperatura óptima de operación. Mientras que la fase fluida en la misma sección radial aumenta de 51°C hasta 54°C .

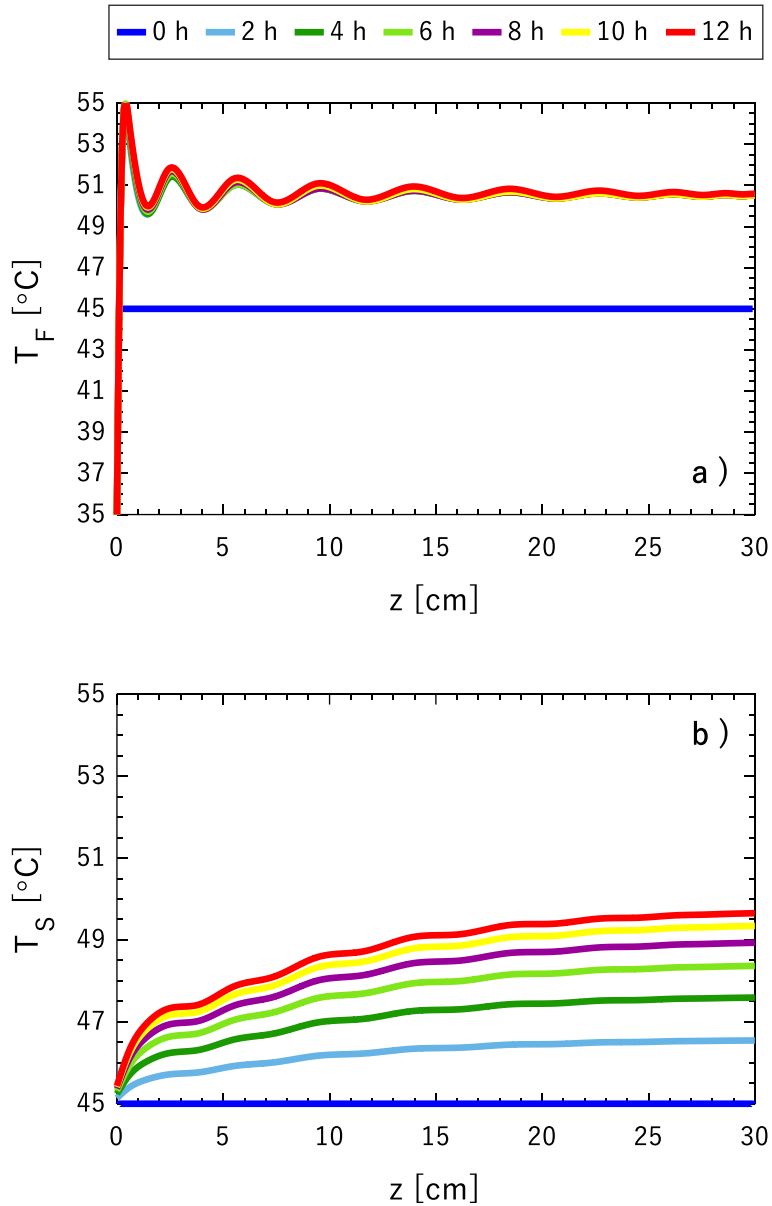


Figura 6.28 Perfiles de temperatura axiales para el biorreactor intensificado caso C a diferentes horas de fermentación: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

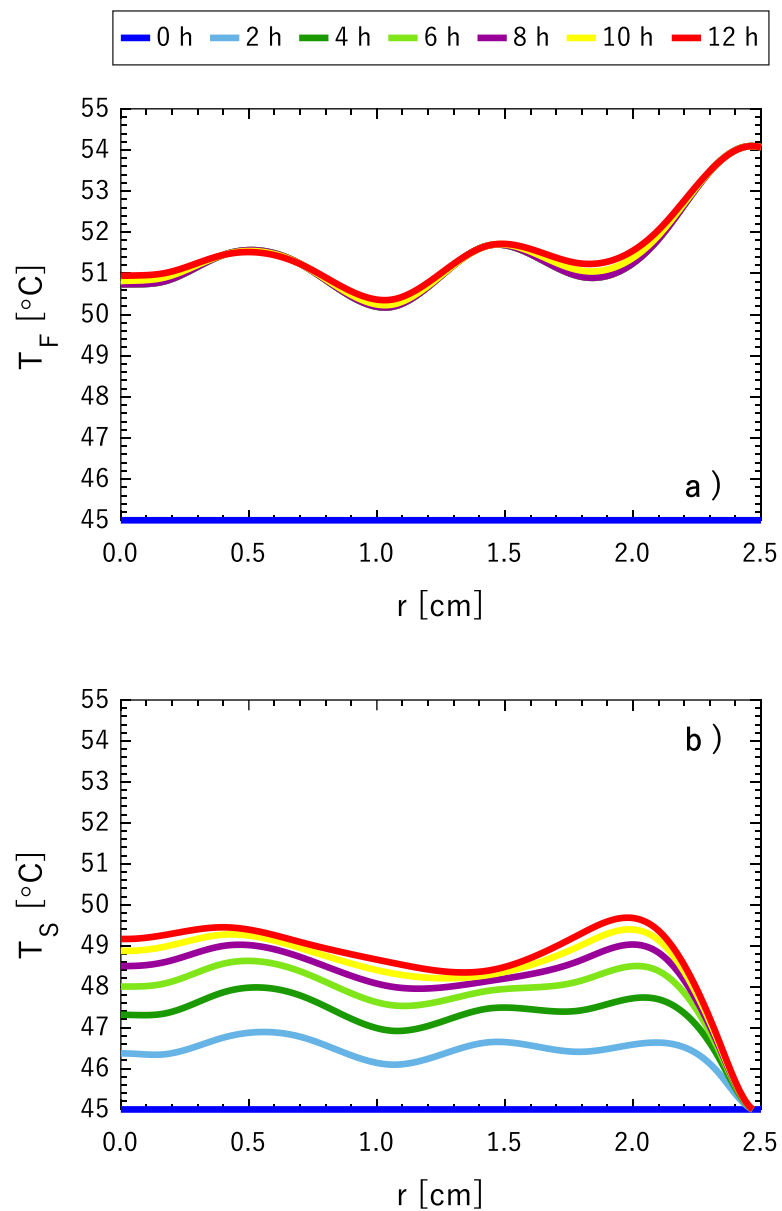


Figura 6.29 Perfiles de temperatura radiales para el biorreactor intensificado caso C a diferentes horas de fermentación: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

En la Figura 6.30 se muestra el perfil axial de las concentraciones de la fase fluida y sólida, se observa que la concentración de O_2 en la fase fluida y sólida permaneció constante en la dirección axial. Mientras que la concentración de CO_2 y agua aumenta conforme la longitud axial del biorreactor.

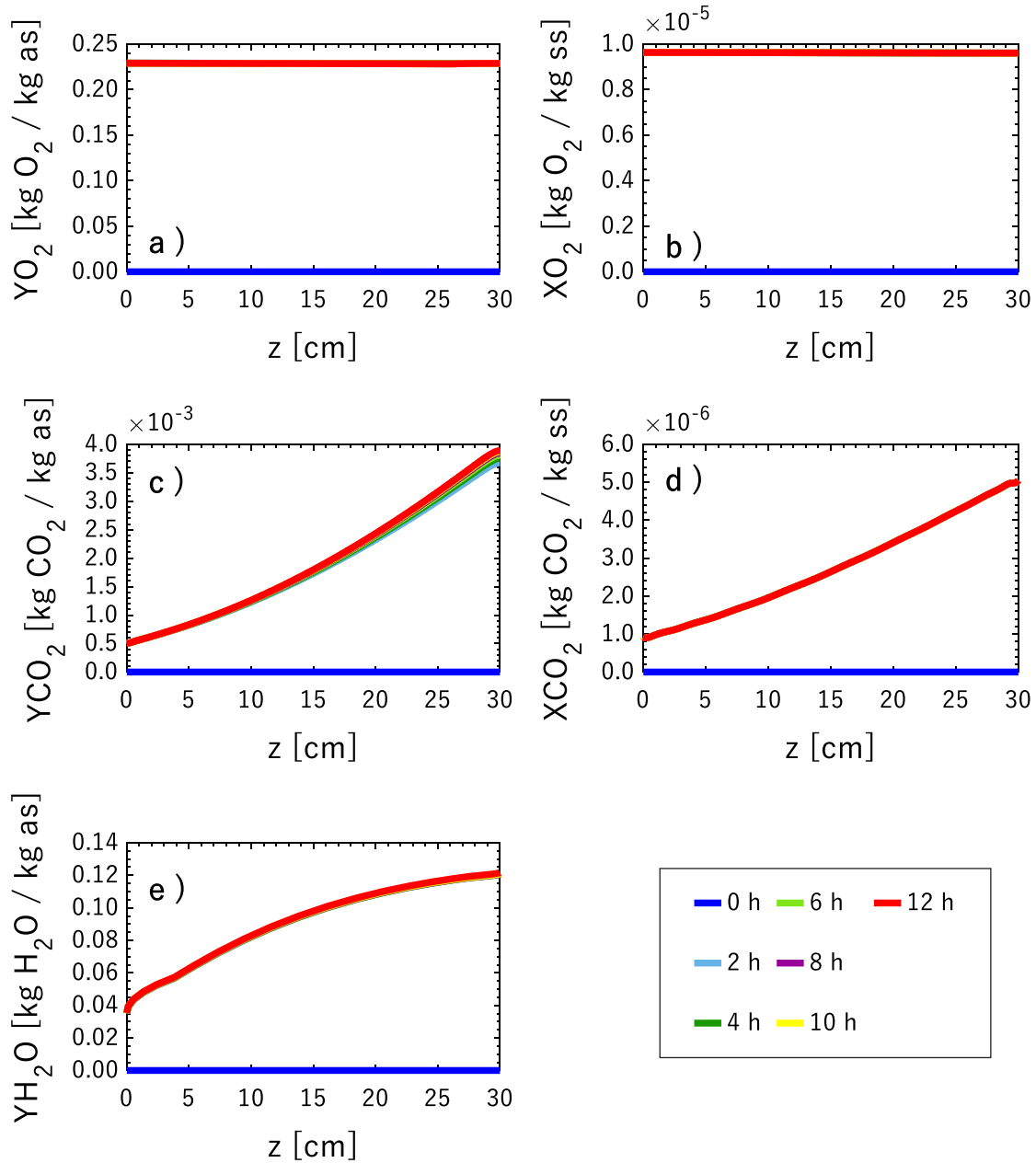


Figura 6.30 Perfiles de concentración axiales para el caso C del biorreactor intensificado a diferentes horas de fermentación: a) Y_{O_2} ; b) Y_{CO_2} ; c) X_{O_2} ; d) X_{CO_2} ; e) H_2O

En la Figura 6.31 se muestra el perfil radial de las concentraciones de la fase fluida y sólida, se observa que la concentración de O_2 en la fase fluida y sólida permaneció constante en la dirección radial, al igual que la concentración de CO_2 en la fase fluida y el contenido de agua en la fase fluida. Con respecto a la concentración de CO_2 en la fase sólida, inciso d), se

aprecia que la producción de CO₂ fluctúa en la dirección radial siguiendo el mismo perfil que la velocidad de producción de CO₂ mostrada en la Figura 6.11, donde se muestra que la menor concentración de CO₂ se obtiene cerca de la pared del biorreactor.

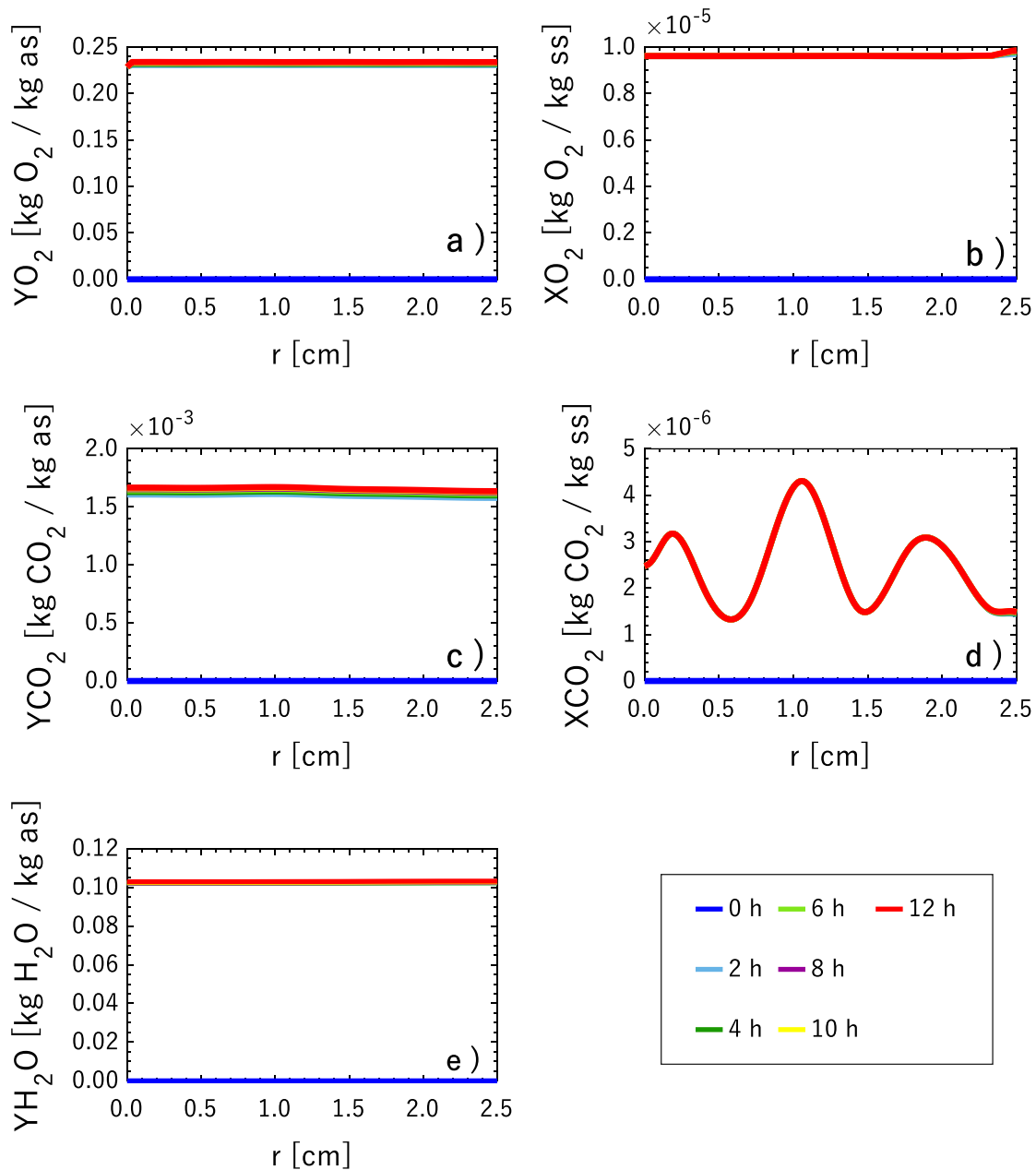


Figura 6.31 Perfiles de concentración radiales para el caso C del biorreactor intensificado a diferentes horas de fermentación: a) YO_{2i} ; b) YCO_{2i} ; c) XO_{2i} ; d) XCO_{2i} ; e) H_2O

En la Figura 6.32 se muestra el perfil de velocidad de reacción en la dirección axial para O_2 , CO_2 , H_2O , biomasa, sustrato y proteasas. Para todas las especies se muestra que la velocidad de producción es mayor a la salida del lecho. También se observa que la velocidad de reacción disminuye conforme transcurre el tiempo de fermentación, lo cual está relacionado con el aumento de temperatura en la fase sólida. En el inciso f) se muestra la velocidad de producción de proteasas a las 12 horas de fermentación, para el caso C la velocidad máxima de producción de proteasas fue $850 \text{ U/kg}_{ss} \text{ h}$, para el caso convencional se obtuvo $870 \text{ U/kg}_{ss} \text{ h}$, mientras que para el caso A se la velocidad fue de $920 \text{ U/kg}_{ss} \text{ h}$. La diferencia de velocidad de producción entre el caso A y el caso C se origina por el mayor aumento de temperatura en el caso C. En la Figura 6.33 se muestran los perfiles radiales de velocidad de reacción, en el inciso f) se muestra que la velocidad de producción de proteasas es seis veces mayor que en el caso convencional.

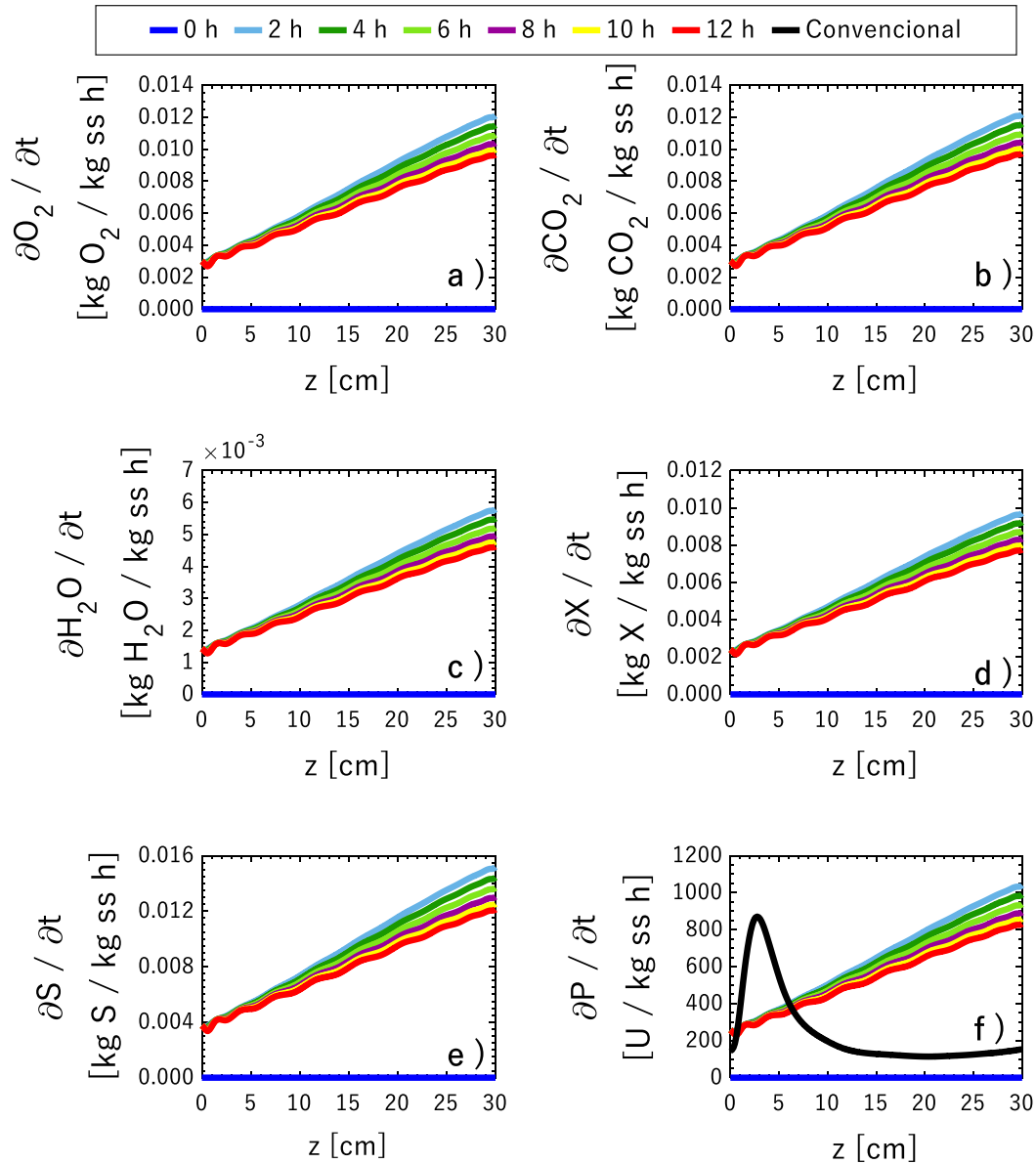


Figura 6.32 Velocidad de reacción a diferentes posiciones axiales para caso C del biorreactor intensificado: a) Velocidad de consumo de O_2 ; b) Velocidad de producción de CO_2 ; c) Velocidad de producción de H_2O ; d) Velocidad de producción de biomasa; e) Velocidad de consumo de sustrato; f) Velocidad de producción de proteasas

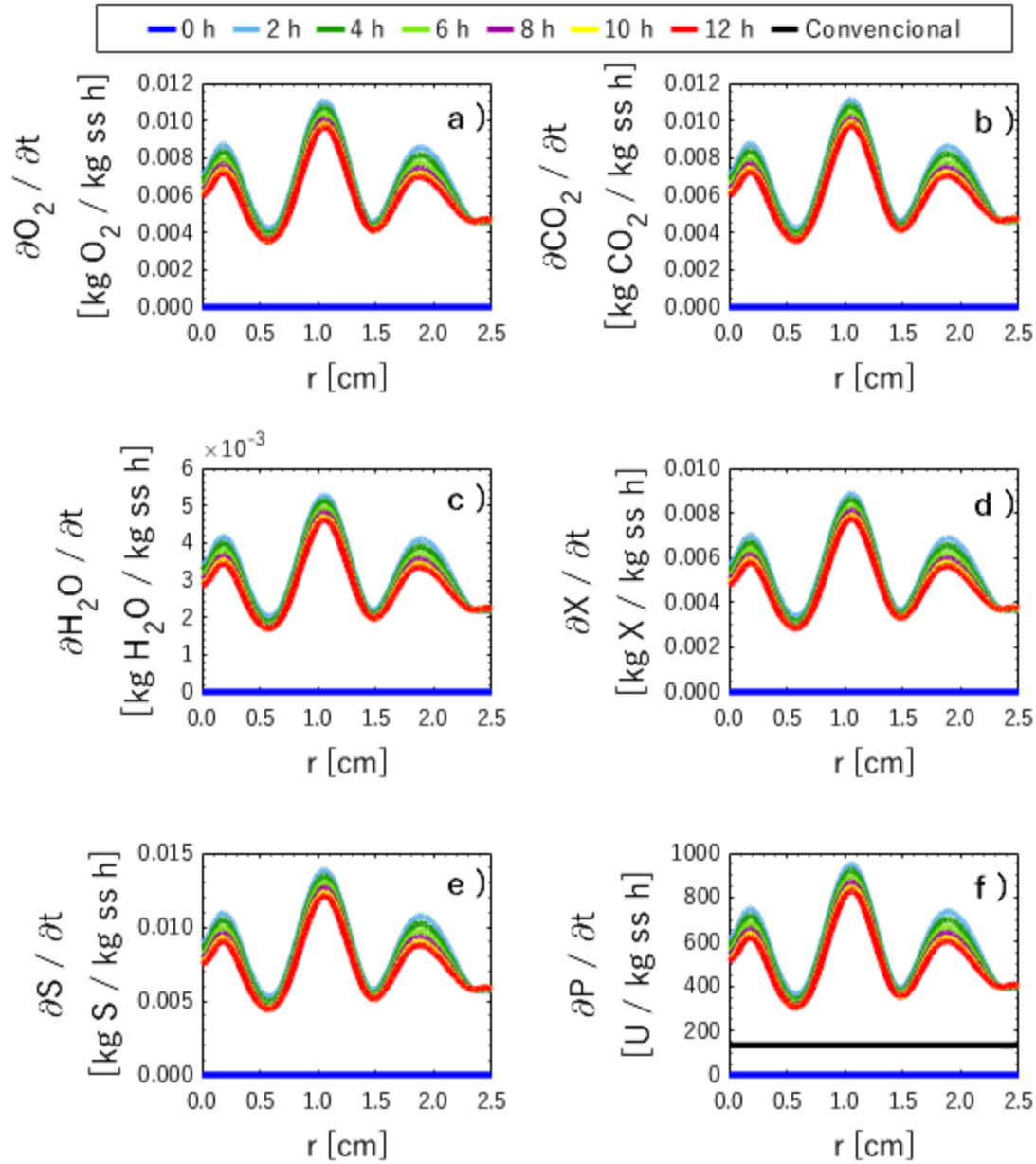


Figura 6.33 Velocidad de reacción a diferentes posiciones radiales para caso C del biorreactor intensificado: a) Velocidad de consumo de O_2 ; b) Velocidad de producción de CO_2 ; c) Velocidad de producción de H_2O ; d) Velocidad de producción de biomasa; e) Velocidad de consumo de sustrato; f) Velocidad de producción de proteasas

6.4.4 Conclusiones parciales

En el caso A se generó un perfil de velocidad dentro del lecho, y se observó que la producción acumulada de CO_2 en la fase fluida fue más baja que la obtenida para el caso convencional, de manera que solo se produjo el 47% de CO_2 , esto debido a la disminución del área interfacial. El resultado más sobresaliente del caso A consistió en que la generación del perfil de velocidad favoreció el transporte de calor, de manera que la temperatura máxima dentro del lecho solo aumentó cuatro grados centígrados respecto a la temperatura que favorece el crecimiento del microorganismo, comparado con los siete grados centígrados que aumentó la temperatura en el caso convencional. Además, la alta velocidad de flujo facilitó el transporte de calor por el mecanismo de convección y disminuyó las resistencias interfaciales entre el lecho y la pared del biorreactor, como consecuencia cerca de la pared del biorreactor la temperatura de la fase sólida disminuyó hasta 45°C . La velocidad de flujo dentro del lecho permitió que no se agotara el O_2 en la fase sólida. Tanto la temperatura como la disponibilidad de O_2 favoreció la velocidad de producción de proteasas, obteniendo valores mayores comparados con el caso convencional.

En el caso B se evaluaron distintos valores de permeabilidad de la membrana para observar su efecto en la producción de proteasas. Los resultados mostraron que, en el centro del lecho, donde se ubica la membrana la concentración de O_2 en la fase fluida y sólida aumenta respecto al caso convencional, sin embargo, en las demás posiciones radiales no se identifica un incremento de concentración. Esto se debe a que el proceso de convección es más rápido que el proceso de dispersión radial, por lo tanto, el oxígeno que permea la membrana es arrastrado por el flujo de aireación. En la fase sólida solo se registró aumento de O_2 en centro del lecho, sin embargo, debido a la termodinámica la disolución de O_2 en agua es baja, lo cual no originó un incremento en la velocidad de producción de proteasas. Como la temperatura de ambas fases fue igual al caso convencional se obtuvieron las mismas velocidades de reacción que en el caso convencional.

Para observar el efecto de la difusividad se evaluaron distintos valores de la relación $([\tau_{\text{Dif}_r}]^f / \tau_{\text{Perm}})$. Se observó que en el centro del lecho la concentración de O_2 aumentó, pero no se observó el mismo efecto en las demás posiciones radiales. Sin embargo, el incremento de la concentración de O_2 en la fase fluida se reflejó en la disminución de la duración de la fase lag, lo cual ocasiona que se obtenga mayor producción de CO_2 . La velocidad de

producción de proteasas en el estado estacionario fue igual a la obtenida en el caso convencional.

En el caso C la producción acumulada de CO_2 en la fase fluida tuvo el mismo valor que en el caso A. Se obtuvo una temperatura máxima en la fase sólida de 50°C . La mínima temperatura de la fase sólida se obtuvo en la posición radial cerca de la pared del biorreactor. La máxima velocidad de producción de proteasas se obtuvo a la salida del lecho y es cercana a la obtenida para el caso convencional. Radialmente la velocidad de producción de proteasas osciló en la dirección radial, pero en todas las posiciones fue mayor que la obtenida para el caso convencional.

7 Conclusiones generales y trabajo a futuro

7.1 Conclusiones generales

Aunque la FMS brinda ciertos beneficios como alto rendimiento del metabolito deseado y el uso de residuos agroindustriales como sustrato, existe poco conocimiento sobre la relación de ciertos parámetros con la producción de proteasas, así como estrategias que disminuyan el incremento de temperatura dentro del lecho. Este trabajo trata de responder mediante simulaciones si la intensificación de un biorreactor al generar un perfil de velocidad dentro del lecho y equiparlo con una membrana permeable al oxígeno producirá mayor producción de proteasas. Como resultado se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- Se modeló el proceso de FMS en un biorreactor cilíndrico utilizando un modelo pseudo heterogéneo para describir el consumo de O_2 y la producción de CO_2 , H_2O y proteasas.
- Se realizó un análisis de tiempos característicos para conocer los fenómenos limitantes en el proceso. Se observó que el proceso de evaporación es uno de los mecanismos dominantes en la transferencia de calor y desde el inicio del proceso determina la temperatura de la fase fluida. El aumento de temperatura en el lecho se debe al calor de evaporación, pues el calor de reacción tiene una contribución menor.
- Se evaluó la producción de proteasas para tres casos de intensificación del biorreactor comparando los resultados obtenidos con el biorreactor convencional. El caso A de

intensificación del biorreactor mostró menor producción de CO_2 y mayor velocidad de producción de proteasas comparada con el caso convencional, lo más importante es que la temperatura del sólido sólo aumento 4°C arriba de la temperatura que favorece el crecimiento del microorganismo. Considerando que sólo se hicieron simulaciones hasta 12 horas de fermentación, este resultado muestra una alternativa prometedora para obtener mayor producción de proteasas a un tiempo de fermentación mayor. Al incorporar la membrana dentro del biorreactor no se obtuvieron mejores resultados que en el caso convencional.

- Una mayor concentración de oxígeno respecto al caso convencional hizo que la duración de la fase lag disminuyera, sin embargo, se observó que el mayor efecto en el incremento de la producción de proteasas es la disminución en la temperatura del sólido.

7.2 Trabajo a futuro

Este trabajo es un punto de partida para elucidar el efecto de la hidrodinámica y la disponibilidad de oxígeno en la producción de proteasas. Algunas de las sugerencias que pueden brindar más información se muestran a continuación:

- Estimar parámetros cinéticos intrínsecos para evitar considerar las resistencias de calor, masa e hidrodinámica en el valor de los parámetros.
- Considerar el efecto del tamaño del sustrato en el crecimiento del microorganismo.
- Realizar experimentos de transporte de calor y masa a diferentes condiciones geométricas para obtener el valor de los parámetros y validar el modelo.
- Considerar el crecimiento del microorganismo, la variación de la fracción vacía y el efecto en el perfil de velocidad.

Bibliografía

- (2020). *A Conceptual Framework for a National Strategy on Food Loss and Waste in Mexico*. Report. Retrieved from <https://wrap.org.uk/resources/report/conceptual-framework-national-strategy-food-loss-and-waste-mexico>
- Ávila, N., Tarragó-Castellanos, M. R., & Barrios-González, J. (2017). Environmental cues that induce the physiology of solid medium: a study on lovastatin production by *Aspergillus terreus*. *Journal of Applied Microbiology*, *122*(4), 1029–1038. doi:10.1111/jam.13391
- Bankar, A., Kumar, A., & Zinjarde, S. (2009). Aplicaciones ambientales e industriales de *Yarrowia lipolytica*. *Applied Microbiology and Biotechnology*, *84*(5), 847–865. doi:10.1007/s00253-009-2156-8
- Barrios Nolasco, A. (2015). *Design, start-up and characterization of a tray bioreactor for fermentation in a solid medium*. Metropolitan Autonomous University.
- Barth, G. (Ed.). (2013). *Yarrowia lipolytica Genetics, Genomics, and Physiology* (Vol. 24). Springer. doi:10.1007/978-3-642-38320-5
- Barth, G., & Gaillardin, C. (1997). Physiology and genetics of the dimorphic fungus *Yarrowia lipolytica*. *FEMS Microbiology Review*, *19*(4), 219–237. doi:10.1111/j.1574-6976.1997.tb00299.x
- Bhunia, B., Basak, B., Bhattacharya, P., & Dey, A. (2013). Process engineering studies to investigate the effect of temperature and pH on kinetic parameters of alkaline protease production. *Journal of Bioscience and Bioengineering*, *115*(1), 86–89. doi:10.1016/j.jbiosc.2012.08.003
- Borkink, J., & Westerterp, K. (1992). Influence of tube and particle diameter on heat transport in packed beds. *AIChE Journal*, *38*(5), 703–715. doi:10.1002/aic.690380507
- Brunetti, A., Zito, P., Giorno, L., & Barbieri, G. (2018). Membrane reactors for low temperature applications: An overview. *Chemical Engineering and Processing - Process Intensification*, *124*, 282–307. doi:10.1016/j.cep.2017.05.002

- Casciadori, F., Bück, A., Thoméo, J., & Tsotsas, E. (2016). Two-phase and two-dimensional model describing heat and water transfer during solid-state fermentation within a packed-bed bioreactor. *Chemical Engineering Journal*, 103–116. doi:10.1016/j.cej.2015.10.108
- CCA. (2019). *Quantification of food loss and waste and its effects*. Informe técnico, Commission for Environmental Cooperation, Montreal.
- Çengel, Y. (2007). *Heat and Mass Transfer: Fundamentals and Applications* (3rd ed.). McGraw-Hill.
- Chen, H. (2013). Modern Solid State Fermentation. doi:10.1007/978-94-007-6043-1
- Chen, H., & Wang, L. (2016). *Technologies for Biochemical Conversion of Biomass*. Academic Press.
- Darvishi Harzevili, F. (2014). *Biotechnological Applications of the Yeast *Yarrowia lipolytica**. Springer Briefs in Microbiology. doi:10.1007/978-3-319-06437-6
- De Castro, R., & Sato, H. (2015). Enzyme Production by Solid State Fermentation: General Aspects and an Analysis of the Physicochemical Characteristics of Substrates for Agro-industrial Wastes Valorization. *Waste and Biomass Valorization*. *Waste Biomass Valor*, 6(6), 1085–1093. doi:10.1007/s12649-015-9396-x
- De Klerk, A. (2003). Voidage variation in packed beds at small column to particle diameter ratio. *AIChE Journal*, 49(8), 2022–2029. doi:10.1002/aic.690490812
- Delgado, J. M. (2005). A critical review of dispersion in packed beds. *Heat and Mass Transfer*, 42(4), 279–310. doi:10.1007/s00231-005-0019-0
- Dentz, M., Icardi, M., & Hidalgo, J. (2018). Mechanisms of dispersion in a porous medium. *Journal of Fluid Mechanics*, 841, 851–882. doi:10.1017/jfm.2018.120
- Desgranges, C., Georges, M., Vergoignan, C., & Durand, A. (1991). Biomass estimation in solid state fermentation II. On-line measurements. *Applied Microbiology and Biotechnology*, 35(2), 206–209. doi:10.1007/bf00184687

- Dixon, A. (1988). Correlations for wall and particle shape effects on fixed bed bulk voidage. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 66(5), 705–708. doi:10.1002/cjce.5450660501
- Drioli, E., Stankiewicz, A., & Macedonio, F. (2011). Membrane engineering in process intensification—An overview. *Journal of Membrane Science*, 380(1-2), 1-8. doi:10.1016/j.memsci.2011.06.043
- Eisfeld, B., & Schnitzlein, K. (2001). The influence of confining walls on the pressure drop in packed beds. *Chemical Engineering Science*, 56(14), 4321–4329. doi:10.1016/s0009-2509(00)00533-9
- Esener, A., Roels, J., & Kossen, N. (1981). The influence of temperature on the maximum specific growth rate of *Klebsiella pneumoniae*. *Biotechnology and Bioengineering*, 23(6), 1401–1405. doi:10.1002/bit.2602
- Farinas, C. S. (2015). Developments in solid-state fermentation for the production of biomass-degrading enzymes for the bioenergy sector. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 52, 179–188. doi:10.1016/j.rser.2015.07.092
- Flores Estrella, R. A., González Figueredo, C., & Rojas Rejón, O. (2019). Fermentación: metabolismo, modelos cinéticos y bioprocesamiento. In *Current Topics in Biochemical Engineering*. IntechOpen. doi:10.5772/intechopen.82195
- Forbes, H., Quested, T., & O'Connor, C. (2021). *Food Waste Index Report 2021*. Report, United Nations Environment Program, Nairobi. Retrieved from <https://www.unep.org/es/resources/informe/indice-de-desperdicio-de-alimentos-2021>
- Fredrickson, A., Megee, R., & Tsuchiya, H. (1970). Mathematical models for fermentation processes. *Advances in applied microbiology*, 13, 419-465. doi:10.1016/s0065-2164(08)70413-1
- Froment, G., Bischoff, K., & De Wilde, J. (2011). *Chemical Reactor Analysis and Design* (3rd ed.). John Wiley & Sons,.
- Ghildyal, N., Gowthaman, M., Raghava Rao, K., & Karanth, N. (1994). Interaction of transport resistances with biochemical reaction in packed-bed solid-state fermentors: Effect of

- temperature gradients. *Enzyme and Microbial Technology*, 16(3), 253–257. doi:10.1016/0141-0229(94)90051-5
- Gonçalves, F., Colen, G., & Takahashi, J. (2014). *Yarrowia lipolytica* and its multiple applications in the biotechnology industry. *The Scientific World Journal*, 1-14. doi:10.1155/2014/476207
- Górak, A., & Stankiewicz, A. (2018). Intensification of Biobased Processes. *The Royal Society of Chemistry, Green Chemistry Series*.
- Gowthaman, M., Ghildyal, N., Rao, K., & Karanth, N. (1992). Interaction of transport resistances with biochemical reaction in packed bed solid state fermenters: The effect of gaseous concentration gradients. *Journal of Chemical Technology & Biotechnology*, 56(3), 233-239. doi:10.1002/jctb.280560303
- Gowthaman, M., Raghava Rao, K., Ghildyal, N., & Karanth, N. (1993). Gas concentration and temperature gradients in a packed bed solid state fermentor. *Biotechnology Advances*, 11(3), 611–620. doi:10.1016/0734-9750(93)90030-q
- Gumbira-Sa'id, E., Greenfield, P., Mitchell, D., & Doelle, H. (1993). Operational parameters for packed beds in solid-state cultivation. *Biotechnology Advances*, 11(3), 599–610. doi:10.1016/0734-9750(93)90029-m
- Han, P., & Bartels, D. (1996). Temperature Dependence of Oxygen Diffusion in H₂O and D₂O. *The Journal of Physical Chemistry*, 100(13), 5597–5602. doi:10.1021/jp952903y
- John Villadsen (Editor), S. Y., Villadsen, J., Lee, S., Nielsen, J., & Stephanopoulos, G. (2016). *Fundamental Bioengineering*. Wiley-Blackwell.
- Keil, F. (2018). Process intensification. *Reviews in Chemical Engineering*, 34(2), 135–200. doi:10.1515/revce-2017-0085
- Kim Sam Sun, P. Y. (2000). Influence of Temperature, Oxygen, m - Chlorophenylhydrazone, Cerulenin, and Quinacrine on the Production of Extracellular Proteases in *Bacillus cereus*. *Journal Microbiology Biotechnology*, 103-106.
- Krishna, C. (2005). Solid-State Fermentation Systems—An Overview. 25(1-2), 1–30. doi:10.1080/07388550590925383

- Levenspiel, O. (1980). The monod equation: A revisit and a generalization to product inhibition situations. *Biotechnology and Bioengineering*, 22(8), 1671–1687. doi:10.1002/bit.260220810
- Levenspiel, O. (2013). *Chemical Reaction Engineering* (Third ed.). Limusa Wiley.
- Li, S. (2017). *Reaction Engineering*. Butterworth-Heinemann.
- Lin, J. (2018). Inorganic Membranes for Process Intensification: Challenges and Perspective. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 58(15), 5787–5796. doi:10.1021/acs.iecr.8b04539
- Liu, H., Ji, X., & Huang, H. (2015). Biotechnological applications of *Yarrowia lipolytica*: Past, present and future. *Biotechnology Advances*, 33(8), 1522–1546. doi:10.1016/j.biotechadv.2015.07.
- Lizardi-Jiménez, M., & Hernández-Martínez, R. (2017). Solid state fermentation (SSF): diversity of applications to valorize waste and biomass. *3 Biotech*, 7(1). doi:10.1007/s13205-017-0692-y
- Lopes Perez, C., Casciatori, F., & Thoméo, J. (2019). Strategies for scaling-up packed-bed bioreactors for solid-state fermentation: the case of cellulolytic enzymes production by a thermophilic fungus. *Chemical Engineering Journal*, 361, 1142–1151. doi:10.1016/j.cej.2018.12.169
- López Flores, A., Luna Urban, C., Buenrostro Figueroa, J., Hernández Martínez, S., Huerta Ochoa, S., Escalona Buendía, H., & Prado Barragán, L. (2016). Effect of pH, temperature and protein and carbohydrate source on the production of proteases by *Yarrowia lipolytica* in solid culture. *Mexican Journal of Chemical Engineering*, 15(1), 57-67.
- Lykoudis, P. S. (1990). Non-dimensional numbers as ratios of characteristic times. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 33(7), 1568–1570. doi:10.1016/0017-9310(90)90053-w
- Madzak, C., Gaillardin, C., & Beckerich, J.-M. (2004). Heterologous protein expression and secretion in the non-conventional yeast *Yarrowia lipolytica*: a review. *Journal of Biotechnology*, 109(1-2), 63–81. doi:10.1016/j.jbiotec.2003.10.027

- Mandenijs, C.-F. (Ed.). (2016). *Bioreactors: Design, Operation and Novel Applications*. Wiley - VCH. doi:10.1002/9783527683369
- Manjrekar, S., Wadekar, T., & Sumant, O. (2021, March). *Enzymes Market Type, Source, Reaction Type, and Application - Global Opportunity Analysis and Industry Forecast, 2020–2027*. Retrieved from Allied Market Research: <https://www.alliedmarketresearch.com/enzymes-market>
- McCabe, W., Smith, J., & Harriot, P. (2007). *Unit Operations of Chemical Engineering* (7 ed.). McGraw-Hill.
- Mitchell, D., Krieger, N., & Berovic, M. (Eds.). (2006). *Solid-State Fermentation Bioreactors*. Mitchell, D. A., Berovič, M., & Krieger, N. (Eds.): Springer-Verlag Berlin Heidelberg. doi:10.1007/3-540-31286-2
- Muloiwaa, M., Nyende Byakikab, S., & Dinkab, M. (2020). Comparación de modelos de crecimiento bacteriano cinético no estructurado. *South African Journal of Chemical Engineering*. doi:10.1016/j.sajce.2020.07.006
- Naveed, M., Nadeem, F., Mehmood, T., Bilal, M., Anwar, Z., & Amjad, F. (2020). Protease-A Versatile and Ecofriendly Biocatalyst with Multi-Industrial Applications: An Updated Review. *Catalysis Letters*. doi:10.1007/s10562-020-03316-7
- Nayaka, A., & Bhushanb, B. (2019). An overview of the recent trends on the waste valorization techniques for food wastes. *Journal of Environmental Management*, 233, 352–370. doi:10.1016/j.jenvman.2018.12.041
- Ng, H. S., Kee, P. E., Yim, H. S., Chen, P.-T., Wei, Y.-H., & Chi-Wei Lan, J. (2020). Recent advances on the sustainable approaches for conversion and reutilization of food wastes to valuable bioproducts. *Bioresource Technology*, 302. doi:10.1016/j.biortech.2020.122889
- Nielsen, J., Villadsen, J., & Lidén, G. (2011). *Bioreaction Engineering Principles*. doi:10.1007/978-1-4419-9688-6
- Nijemeisland, M., & Dixon, A. (2004). CFD study of fluid flow and wall heat transfer in a fixed bed of spheres. *AIChE Journal*, 50(5). doi:10.1002/aic.10089

- Nolasco, A. B. (2015). *Design, start-up and characterization of a tray bioreactor for fermentation in a solid medium*. Metropolitan Autonomous University.
- Ochoa-Estopier, A., & Guillouet, S. (2014). D-stat culture for studying the metabolic shifts from oxidative metabolism to lipid accumulation and citric acid production in *Yarrowia lipolytica*. *Journal of Biotechnology*, *170*, 35–41. doi:10.1016/j.jbiotec.2013.11.008
- Ogrydziak, D. (1993). Yeast Extracellular Proteases. *Critical Reviews in Biotechnology*, *13*(1), 1-55. doi:10.3109/07388559309069197
- Ooijkaas, L., Tramper, J., & Buitelaar, R. (1998). Biomass Estimation of *Coniothyrium Minitans* in Solid-State Fermentation. *Enzyme and Microbial Technology*, *22*(6), 480–486. doi:10.1016/s0141-0229(97)00246-9
- Pandey, A. (1992). Recent process developments in solid-state fermentation. *Process Biochemistry*, *27*(2), 109–117. doi:10.1016/0032-9592(92)80017-w
- Papageorgiou, J., & Froment, G. (1995). Simulation models accounting for radial voidage profiles in fixed-bed reactors. *Chemical Engineering Science*, *50*(19), 3043–3056. doi:10.1016/0009-2509(95)00138-u
- Pessoa, D., Finkler, A., Machado, A., Luz, L., & Mitchell, D. (2016). Fluid Dynamics Simulation of a Pilot-Scale Solid-State Fermentation Bioreactor. *Chemical Engineering Transactions*, *49*, 49-54. doi:10.3303/CET1649009
- Pirt, J. (1975). *Principles of Microbe and Cell Cultivation*. Blackwell Scientific Publications.
- Raghavarao, K. S., Ranganathan, T., & Karanth, N. (2003). Some engineering aspects of solid-state fermentation. *Biochemical Engineering Journal*, *13*(2-3), 127–135. doi:10.1016/s1369-703x(02)00125-0
- Ramana Murthy, M., Karanth, N., & Raghava Ra. (1993). Biochemical Engineering Aspects of Solid-State Fermentation. *Advances in Applied Microbiology*, 99–147. doi:10.1016/s0065-2164(08)70215-6
- Ramkumar, A., Sivakumar, N., Gujarathi, A., & Victor, R. (2018). Production of thermotolerant, detergent stable alkaline protease using the gut waste of *Sardinella longiceps* as a

- substrate: Optimization and characterization. *Scientific Reports*, 8(1). doi:10.1038/s41598-018-30155-9
- Rao, M., Rizvi, S., Ashim, D., & Jasim, A. (Eds.). (2014). *Engineering Properties of Food* (4th ed.). CRC Press.
- Rasmuson, A., Andersson, B., Olsson, L., & Andersson, R. (2014). *Mathematical Modeling in Chemical Engineering*. United Kingdom: Cambridge University Press.
- Razzaq, A., Shamsi, S., Ali, A., Ali, Q., Sajjad, M., Malik, A., & Ashraf, M. (2019). Microbial Proteases Applications. *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*, 7. doi:10.3389/fbioe.2019.00110
- Reay, D., Ramshaw, C., & Harvey, A. (2013). *Process Intensification Engineering for efficiency, sustainability and flexibility* (2nd ed.). Butterworth-Heinemann.
- Rehage, H., & Kind, M. (2021). The First Damköhler Number and Its Importance for Characterizing the Influence of Mixing on Competitive Chemical Reactions. *Chemical Engineering Science*, 229, 1-11. doi:10.1016/j.ces.2020.116007
- Reichert, W. (1972). To calculate the pressure loss of single-phase flow through spherical and cylinder beds. *Chemical Engineer Technology - CIT*, 44(18), 1068-1071. doi:10.1002 / cite.330441806
- Rodríguez Couto, S., & Sanroman, M. Á. (2006). Application of solid-state fermentation to food industry—A review. *Journal of Food Engineering*, 76(3), 291–302. doi:10.1016/j.jfoodeng.2005.05.022
- Roussos, S., & Perraud Gaime, I. (1996). Physiology and biochemistry of microorganisms used in fermentation processes in solid medium. (G. E, Ed.) *Frontiers in biotechnology and bioengineering*, 341-348.
- Ruiz-Herrera, J., & Sentandreu, R. (2002). Different effectors of dimorphism in *Yarrowia lipolytica*. *Archives of Microbiology*, 178(6), 477–483. doi:10.1007/s00203-002-0478-3
- Sabater, C., Ruiz, L., Delgado, S., & Ruas, P. (2020). Valorization of Vegetable Food Waste and By-Products Through Fermentation Processes. *Frontiers in Microbiology*, 11. doi:10.3389/fmicb.2020.581997

- Sadh, P., Duhan, S., & Duhan, J. (2018). Agro-industrial wastes and their utilization using solid state fermentation: a review. *Bioresources and Bioprocessing*, 5(1). doi:10.1186/s40643-017-0187-z
- Sadh, P., Kumar, S., & Chawl, P. (2018). Fermentation: A Boon for Production of Bioactive Compounds by Processing of Food Industries Wastes (By-Products). *Molecules*, 23(10). doi:10.3390/molecules23102560
- Sander, R. (2015). Compilation of Henry's law constants (version 4.0) for water as solvent. *Atmospheric Chemistry and Physics*, 15(8), 4399–4981. doi:10.5194/acp-15-4399-2015
- Sangsurasak, P., & Mitchell, D. (1995). Incorporation of death kinetics into a 2-dimensional dynamic heat transfer model for solid state fermentation. *Journal of Chemical Technology and Biotechnology*, 64(3), 253–260. doi:10.1002/jctb.280640307
- Sangsurasak, P., & Mitchell, D. (1998). Validation of a model describing two-dimensional heat transfer during solid-state fermentation in packed bed bioreactors. *Biotechnology and Bioengineering*, 60(6), 739–749. doi:10.1002/(sici)1097-0290(19981220)60:6<739::aid-bit10>3.0.co;2-u
- Saucedo-Castañeda, G., Gutiérrez-Rojas, M., Bacquet, G., Raimbault, M., & Viniegra-González, G. (1990). Heat transfer simulation in solid substrate fermentation. *Biotechnology and Bioengineering*, 35(8), 802–808. doi:10.1002/bit.260350808
- Segovia Hernández, J., & Bonilla Petriciolet, A. (Eds.). (2016). *Process Intensification in Chemical Engineering, Design Optimization and Control*. Springer International Publishing. doi:10.1007/978-3-319-28392-0
- Sharma, K., Kumar, R., Panwar, S., & Kumar, A. (2017). Microbial alkaline proteases: Optimization of production parameters and their properties. *Journal of Genetic Engineering and Biotechnology*, 15(1), 115–126. doi:10.1016/j.jgeb.2017.02.001
- Sharma, M., Gat, Y., Arya, S., Kumar, V., Panghal, A., & Kumar, A. (2019). A Review on Microbial Alkaline Protease: An Essential Tool for Various Industrial Approaches. *Industrial Biotechnology*, 15(2), 69–78. doi:10.1089/ind.2018.0032

- Sitter, S., Chen, Q., & Ignacio, G. (2018). An Overview of Process Intensification Methods. *Process Systems Engineering: Process Intensification, Current Opinion in Chemical Engineering*. doi:0.1016/j.coche.2018.12.006
- Sitter, S., Chen, Q., & Grossmann, I. (2019). An overview of process intensification methods. *Current Opinion in Chemical Engineering*, 25, 87–94. doi:10.1016/j.coche.2018.12.006
- Smith, J., Van Ness, H., & Abbott, M. (2007). *Introduction to Thermodynamics in Chemical Engineering* (7 ed.). McGraw-Hill Interamericana.
- Socol, C., Costa, E., Letti, L., Karp, S., Woiciechowski, A., & Vandenberghe, L. (2017). Recent developments and innovations in solid state fermentation. *Biotechnology Research and Innovation*, 1(1), 52–71. doi:10.1016/j.biori.2017.01.002
- Stankiewicz, A., & Moulijn, J. (Eds.). (2004). *Reengineering the Chemical Process Plant: Process Intensification*. CRC Press.
- Stankiewicz, A., & Moulijn, J. (2000). Process Intensification: Transforming Chemical Engineering. *Chemical Engineering Progress*, 96(1), 22–33.
- Stankiewicz, A., & Moulijn, J. (2002). Process Intensification. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 41(8), 1920–1924. doi:10.1021/ie011025p
- Sweere, A., Luyben, K., & Kossen, N. (1987). Regime analysis and scale-down: Tools to investigate the performance of bioreactors. *Enzyme and Microbial Technology*, 9(7), 386–398. doi:10.1016/0141-0229(87)90133-5
- Tamimi, A., Rinker, E., & Sandall, O. (1994). Diffusion Coefficients for Hydrogen Sulfide, Carbon Dioxide, and Nitrous Oxide in Water over the Temperature Range 293–368 K. *Journal of Chemical & Engineering Data*, 39(2), 330–332. doi:10.1021/je00014a0
- Tian, Y. D. (2018). An Overview of Process Systems Engineering Approaches for Process Intensification: State of the Art. *Chemical Engineering and Processing - Process Intensification*. *Chemical Engineering and Processing - Process Intensification*. doi:doi:10.1016/j.cep

- Valdés-Parada, F., Ochoa-Tapia, J., Salinas-Rodríguez, E., Gómez-Torres, S., & Hernández, M. (2014). Upscaled model for dispersive mass transfer in a tubular porous membrane separator. *Mexican Journal of Chemical Engineering*, *13*(1), 237-257.
- Van Gerven, T., & Stankiewicz, A. (2009). Structure, Energy, Synergy, Time The Fundamentals of Process Intensification. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, *48*(5), 2465–2474. doi:10.1021/ie801501y
- Vandenberghe, L., Pandey, A., Carvalho, J., Letti, L., Woiciechowski, A., Karp, S., Soccol, C. (2020). Solid-state fermentation technology and innovation for the production of agricultural and animal feed bioproducts. *Systems Microbiology and Biomanufacturing*, *1*, 142–165. doi:10.1007/s43393-020-00015-7
- Villadsen, J., Lee, S., Nielsen, J., & Stephanopo, G. (Eds.). (2016). *Fundamental Bioengineering* (Vol. 1). Wiley. doi:10.1002/9783527697441.ch04
- Villadsen, J., Nielsen, J., & Lidén, G. (2011). *Bioreaction Engineering Principles* (3 ed.). Springer. doi:10.1007/978-1-4419-9688-6
- Von Meien, O., & Mitchell, D. (2002). A two-phase model for water and heat transfer within an intermittently-mixed solid-state fermentation bioreactor with forced aeration. *Biotechnology and Bioengineering*, *79*(4), 416–428. doi:10.1002/bit.10268
- Wakao, N., Kaguei, S., & Funazkri, T. (1979). Effect of fluid dispersion coefficients on particle-to-fluid heat transfer coefficients in packed beds. *Chemical Engineering Science*, *34*(3), 325–336. doi:10.1016/0009-2509(79)85064-2
- Webb , C., & Manan, M. (2017). Aspectos de diseño de la fermentación en estado sólido aplicados al bioprosesamiento microbiano. *Journal of Applied Biotechnology & Bioengineering*, *4*(1), 511-532. doi:10.15406/jabb.2017.04.00094
- Weber, F., Oostra, J., Tamper, J., & Rinzema, A. (2002). Validation of a model for process development and scale-up of packed-bed solid-state bioreactors. *Biotechnology and Bioengineering*, *77*(4). doi:10.1002/bit.10087
- Weber, F., Tramper, J., & Rinzema, A. (1999). A simplified material and energy balance approach for process development and scale-up of *Coniothyrium minitans* conidia production by solid-state cultivation in a packed-bed reactor. *Biotechnology and*

Bioengineering, 65(4), 447–458. doi:10.1002/(sici)1097-0290(19991120)65:4<447::aid-bit9>3.0.co;2-k

Wood, M., & Green, A. (2000). A methodological approach to process intensification. *Icheme Symposium Series*(144), 405-416.

Woodley, J. M. (2017). Bioprocess intensification for the effective production of chemical products. *Computers & Chemical Engineering*(105), 297–307. doi:10.1016/j.compchemeng.2017.01.015

Xu, P. (2019). Analytical solution for a hybrid Logistic - Monod cell growth model in batch and CSTR culture. *Biotechnology and Bioengineering*, 117, 873-878. doi:10.1002/bit.27230

Apéndices

Apéndice A. Preparación y caracterización del sustrato orgánico

Preparación del sustrato

Para la elaboración del sustrato compuesto de materia orgánica (subproductos de frutas y pasta de soya) se recolectaron subproductos frescos de frutas (SF) en fruterías alrededor de la UAM, los cuales se fraccionaron en pedazos pequeños utilizando tijeras y posteriormente se deshidrataron utilizando un flujo de aire a 40 ° C en un secador tipo charola durante 24 horas. La materia seca se trituroó en un procesador de alimentos con el objetivo de reducir el tamaño de partícula. Tanto los subproductos de frutas como la pasta de soya se tamizaron y separaron según el tamaño de partícula deseado especificado en la tabla A1 utilizando un separador mecánico.

Tabla A1. Tamaño de partícula obtenido del número de malla

No. de malla	Tamaño de partícula (mm)	Tamaño de partícula promedio (mm)
12-14	1.68 >TP > 1.41	1.54

Composición elemental de los subproductos de frutas

El sustrato utilizado está compuesto de subproductos de frutas pretratadas, pasta de soya y glucosa, los cuales proveen la fuente de carbono y nitrógeno necesaria para el crecimiento del microorganismo. Con base en estudios previos del equipo de trabajo, la relación óptima carbono-nitrógeno del sustrato que propicia mayor producción de proteasas alcalinas corresponde a C/N \approx 10. Para realizar la mezcla en las proporciones correspondientes de cada uno de los componentes del sustrato, es necesario conocer su composición elemental. Por lo cual, se utilizó el equipo analizador elemental CHN (Perkin Elmer 2400 Serie II CHNS/O Analyzer, USA) que permitió determinar el contenido total de carbono, hidrógeno y nitrógeno.

Tabla A2. Composición elemental CHN en porcentaje de los componentes de los componentes de frutas

Elemento	% Subproductos de frutas
C	40.610
H	6.170
O	51.420
N	1.800

Con base en la composición elemental de la Tabla A2 se determinó la fórmula empírica en base C-mol para los subproductos de frutas ($\text{CH}_{1.837} \text{O}_{0.841} \text{N}_{0.085}$).

Debido a la pandemia de COVID-19, no se pudo continuar con la parte experimental. Por lo cual, se utilizaron los datos de composición elemental de sustrato y producción de CO_2 reportados por Barrios Nolasco (2015), los cuales servirán de guía para las simulaciones.

Composición elemental del sustrato

Barrios Nolasco (2015) presenta la fórmula empírica del sustrato sin considerar la glucosa del medio de cultivo como componente del sustrato. A partir de las composiciones elementales de subproductos de frutas y pasta de soya que presenta y la formulación del medio de cultivo se obtiene la composición elemental del sustrato.

Tabla A3. Composición elemental CHN en porcentaje de los componentes del sustrato

Elemento	% Subproductos de frutas	% Pasta de soya B
C	66.72	44.20
H	11.58	6.83
O	18.90	41.54
N	2.80	7.43

Con base en la composición elemental de la Tabla A3 se determinó la fórmula empírica en base C-mol para los subproductos de frutas ($\text{CH}_{2.083} \text{O}_{0.212} \text{N}_{0.036}$) y la pasta de soya ($\text{CH}_{1.854} \text{O}_{0.750} \text{N}_{0.144}$). Barrios propuso una mezcla de sustrato orgánico compuesta por 46.7% de subproductos de frutas y verduras y un 53.3% de pasta de soya. A partir de estos

porcentajes se obtuvo el porcentaje total de cada elemento en la mezcla de sustrato. Suponiendo una base de cálculo de sustrato se obtuvieron los gramos de cada elemento en la mezcla.

Tabla A4. Composición de la glucosa

Elemento	Moles	Peso molecular (g/mol)	Gramos
C	6	12.0107	72.064
H	12	1.00794	12.095
O	6	15.9994	95.9966

Para los gramos totales se sumaron los gramos de carbono provenientes de la glucosa en el medio de cultivo, contemplando que el medio de cultivo contiene 30 g de glucosa por litro. El peso molecular de la glucosa ($C_6H_{12}O_6$) es de 180.16 g/mol. Así:

$$1 \text{ mol} \rightarrow 180 \text{ g Glucosa}$$

$$\frac{72.064 \text{ g C}}{180.16 \text{ g Glucosa}} \times \frac{30 \text{ g Glucosa}}{\text{L}} = 12.01 \frac{\text{g C}}{\text{L}}$$

El reactor se empacó con 400 g de sustrato húmedo a 60%, conformado así por 160g de sustrato seco y 240 ml de agua. Así:

$$12.01 \frac{\text{g C}}{\text{L}} \times 0.240 \text{ L} = 2.88 \text{ g C}$$

Según lo reportado en la tesis de Barrios, la composición de los componentes de la mezcla de sustrato orgánico tiene una proporción de 53.3 % de subproductos de frutas y 46.7 % de pasta de soya. A partir de esta composición de los componentes del sustrato se obtiene el porcentaje de cada elemento (C, H, O, N) que contiene la mezcla de sustrato.

Tabla A5. Porcentaje de cada elemento que conforma el sustrato

Elemento	% Subproductos de frutas	% Pasta de soya B	(% Elemento) _{mezcla}
C	66.72	44.20	54.717
H	11.58	6.83	9.048

O	18.90	41.54	30.967
N	2.80	7.43	5.268

Se toma una base de 100 g de sustrato sin glucosa, el cual está conformado por 53.3 g de subproductos de frutas y 46.7 g de pasta de soya.

$$(\% \text{ Elemento})_{\text{mezcla}} = \frac{(\% \text{ Elemento}_{\text{Subproductos}} \times 53.3 \text{ g}) + (\% \text{ Elemento}_{\text{Pasta de soyas}} \times 46.7 \text{ g})}{100 \text{ g}}$$

Para conocer los gramos de elemento en la mezcla de sustrato considerando la aportación de la glucosa se utiliza la siguiente ecuación:

$$g_{\text{elemento}} = \frac{(\% \text{ Elemento})_{\text{mezcla}} \times 160 \text{ g}}{100 \%} + g_{\text{glucosa}}$$

Considerando que el sustrato está húmedo al 60%. Para una masa total de 400 g se utilizan 160g de sustrato y 240 g de medio de cultivo. Ejemplificando para el elemento de carbono, se tiene:

$$(\% \text{ C})_{\text{mezcla}} = \frac{(66.72 \% \times 53.3 \text{ g}) + (44.20 \% \times 46.7 \text{ g})}{100 \text{ g}} = 54.717 \%$$

$$g_{\text{C}} = \frac{(54.717 \%)_{\text{mezcla}} \times 160 \text{ g}}{100 \%} + 2.88 \text{ g} = 90.427 \text{ g}$$

Con el peso molecular de cada compuesto se obtiene los moles. Para obtener la composición C-mol se dividen los moles de cada compuesto entre los moles obtenidos para el carbono.

Tabla A6. Composición en base C-mol del sustrato

Elemento	(% Elemento) _{mezcla}	Gramos mezcla	Moles	C-mol
C	54.717	90.427	7.529	1.000
H	9.048	14.957	14.839	1.971
O	30.967	49.547	3.097	0.411
N	5.268	8.428	0.602	0.080

La fórmula empírica en base C-mol para el sustrato fue $\text{CH}_{1.908} \text{O}_{0.411} \text{N}_{0.080}$ con una relación C/N de 10.729.

Apéndice B. Tasa de crecimiento de biomasa en términos de CO_2 generado

La tasa de crecimiento de biomasa se puede asociar con la tasa de formación de CO_2 , considerando que el rendimiento de formación de biomasa relacionado con la producción de CO_2 ($Y_{\text{CO}_2 X}$) es constante. Al definir la concentración de la biomasa $X = Y_{X \text{CO}_2} \text{CO}_2$ y la concentración máxima de la biomasa como $X_{\text{máx}} = Y_{X \text{CO}_2} \text{CO}_{2\text{máx}}$ y sustituir en la ecuación (5.2) se obtiene:

$$\frac{d Y_{\text{CO}_2 X} X_{\text{CO}_2}}{dt} = \mu_{\text{máx}} Y_{\text{CO}_2 X} X_{\text{CO}_2} \left(\frac{X_S}{K_S + X_S} \right) \left(1 - \frac{Y_{\text{CO}_2 X} X_{\text{CO}_2}}{Y_{\text{CO}_2 X} X_{\text{CO}_2\text{máx}}} \right)^n$$

Al dividir la ecuación por el coeficiente de rendimiento se obtiene:

$$\frac{dX_{\text{CO}_2}}{dt} = \mu_{\text{máx}} X_{\text{CO}_2} \left(\frac{X_S}{K_S + X_S} \right) \left(1 - \frac{X_{\text{CO}_2}}{X_{\text{CO}_2\text{máx}}} \right)^n$$

El oxígeno en la fase sólida se considera el sustrato limitante, de tal manera que la ecuación que describe la tasa de producción de CO_2 es:

$$R_{\text{CO}_2} = \frac{dX_{\text{CO}_2}}{dt} = \mu_{\text{máx}} X_{\text{CO}_2} \left(\frac{X_{\text{O}_2}}{K_{\text{O}_2} + X_{\text{O}_2}} \right) \left(1 - \frac{X_{\text{CO}_2}}{X_{\text{CO}_2\text{máx}}} \right)^n$$

$$\frac{\text{kg}_{\text{CO}_2}}{\text{kg}_{\text{SS0}} \text{ h}} = \frac{1 \text{ kg}_{\text{CO}_2}}{\text{h kg}_{\text{SS0}}} \left(\frac{\text{kg}_{\text{O}_2}/\text{kg}_{\text{SS0}}}{\text{kg}_{\text{O}_2}/\text{kg}_{\text{SS0}}} \right) \left(1 - \frac{\text{kg}_{\text{CO}_2}/\text{kg}_{\text{SS0}}}{\text{kg}_{\text{CO}_2}/\text{kg}_{\text{SS0}}} \right)^n$$

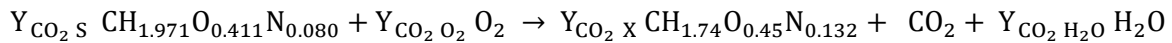
En términos del volumen del reactor, la reacción se define como:

$$R_{\text{CO}_2}^* = \rho_{\text{SS}}^* R_{\text{CO}_2} [=] \frac{\text{kg}_{\text{SS0}}}{\text{m}_R^3} \frac{\text{kg}_{\text{CO}_2}}{\text{kg}_{\text{SS0}} \text{ h}} = \frac{\text{kg}_{\text{CO}_2}}{\text{m}_R^3 \text{ h}}$$

De esta manera la tasa de generación de CO_2 describe el crecimiento del microorganismo, ya que la densidad del sólido contempla la fracción de sustrato ($\rho_{\text{SS}}^* = \epsilon_s \rho_{\text{SS}}$).

Coefficientes Estequiométricos

A partir de la biorreacción se realiza un balance por especie:



$$\text{Balance de C} \rightarrow Y_{\text{CO}_2 \text{ S}} = Y_{\text{CO}_2 \text{ X}} + 1$$

$$\text{Balance de H} \rightarrow (1.971) Y_{\text{CO}_2 \text{ S}} = (1.74) Y_{\text{CO}_2 \text{ X}} + (2) Y_{\text{CO}_2 \text{ H}_2\text{O}}$$

$$\text{Balance de O} \rightarrow (0.411) Y_{\text{CO}_2 \text{ S}} + (2) Y_{\text{CO}_2 \text{ O}_2} = (1.74) Y_{\text{CO}_2 \text{ X}} + 2 + (2) Y_{\text{CO}_2 \text{ H}_2\text{O}}$$

$$\text{Balance de N} \rightarrow (0.080) Y_{\text{CO}_2 \text{ S}} = (0.132) Y_{\text{CO}_2 \text{ X}}$$

Resolviendo los balances se obtiene los siguientes resultados:

Tabla A7. Coeficientes de rendimiento en unidades de C-mol obtenidos de la ecuación de reacción para el crecimiento de Y. lipolytica 2.2ab

Coeficiente de rendimiento	Valor	Unidades
$Y_{\text{CO}_2 \text{ S}}$	2.538	C – mol S / mol CO_2
$Y_{\text{CO}_2 \text{ O}_2}$	1.365	mol O_2 / mol CO_2
$Y_{\text{CO}_2 \text{ X}}$	1.538	C – mol X / mol CO_2
$Y_{\text{CO}_2 \text{ H}_2\text{O}}$	1.083	mol H_2O / mol CO_2

Utilizando los pesos moleculares se obtienen los coeficientes de rendimiento en unidades de $\text{kg}_i / \text{kg}_{\text{CO}_2}$:

Tabla A8. Coeficientes de rendimiento en unidades de kilogramos obtenidos de la ecuación de reacción para el crecimiento de *Y. lipolytica* 2.2ab

Coeficiente de rendimiento	Valor	Unidades
$Y_{CO_2 S}$	1.246	kg _S / kg _{CO₂}
$Y_{CO_2 O_2}$	0.990	kg _{O₂} / kg _{CO₂}
$Y_{CO_2 X}$	0.797	kg _X / kg _{CO₂}
$Y_{CO_2 H_2O}$	0.443	kg _{H₂O} / kg _{CO₂}

Apéndice C. Correlaciones para las Propiedades del Sustrato

Coeficiente de Henry

Para convertir el coeficiente de Henry de unidades de concentración (H_i^{cp}) a un valor adimensional (H_i^{cc}) suponiendo gas ideal, se utiliza la siguiente ecuación:

$$H_i^{cc} = H_i(T)^{cp} \times RT = \left[H_i^{cp\ominus} \times \exp \left(\frac{d(\ln H_i^{cp})}{d(1/T)} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T^\ominus} \right) \right) \right] \times RT$$

Sander (2015) estableció los valores de los parámetros a temperatura estándar (T^\ominus) se muestran en la siguiente tabla:

Tabla A9. Constantes de ley de Henry con agua como solvente

Sustancia	H_i^{cp} a T^\ominus [$\frac{\text{mol}}{\text{m}^3 \text{ Pa}}$]	H_i^{cc} a T^\ominus [$\frac{C_n \text{ acuosa}}{C_n \text{ gas}}$]	H_i^{cc} a T^\ominus [$\frac{\text{kg}_{\text{aire}}}{\text{kg}_{\text{SS}}}$]	$\frac{d(\ln H_i)}{d(1/T)}$ [K]
O ₂	1.3×10^{-5}	0.0322	0.000057	1500
CO ₂	3.3×10^{-4}	0.8180	0.001456	2400

Las unidades en las que se reporta son:

$$H_i^{cc} = \frac{C_{n\text{ acuosa}}}{C_{n\text{ gas}}} = \frac{\text{mol}_n/\text{m}_{\text{agua}}^3}{\text{mol}_n/\text{m}_{\text{aire}}^3} = \frac{\text{m}_{\text{aire}}^3}{\text{m}_{\text{agua}}^3}$$

Como los gases O_2 y CO_2 solo se difunden en el agua que humedece el sustrato, el cual esta humedecido en un 60% p/p, es necesario utilizar esa relación para obtener el coeficiente en las unidades necesarias, de tal manera que la ecuación final a utilizar es:

$$H_i = H_i^{cc}(T) \times \rho_{as} \times \frac{1}{\rho_{H_2O}} \times \frac{0.6 \text{ kg}_{\text{agua}}}{0.4 \text{ kg}_{\text{ss}}}$$

$$\left[\frac{\text{m}_{\text{aire}}^3}{\text{m}_{\text{agua}}^3} \times \frac{\text{kg}_{\text{aire}}}{\text{m}_{\text{aire}}^3} \times \frac{\text{m}_{\text{agua}}^3}{\text{kg}_{\text{agua}}} \times \frac{\text{kg}_{\text{agua}}}{\text{kg}_{\text{ss}}} = \frac{\text{kg}_{\text{aire}}}{\text{kg}_{\text{ss}}} \right]$$

Correlaciones para las Propiedades del Sustrato

A partir de la composición de residuos agroindustriales y pasta de soya reportada por Barrios Nolasco (2015) se obtiene la composición del sustrato, considerando que está formado por una mezcla de 46.7% de subproductos agroindustriales y 53.3% de pasta de soya.

Tabla A10. Componente porcentual de los residuos agroindustriales, pasta de soya y mezcla de sustrato

Componente porcentual (c_c)	Frutas y verduras	Pasta de soya	Sustrato
Humedad	5.09	6.91	6.06
Proteínas	7.07	32.33	20.53
Carbohidratos	69.50	48.65	58.39
Grasa	1.92	1.27	1.58
Fibra	10.59	4.96	7.59
Ceniza	6.07	6.33	6.21

Se obtienen las propiedades térmicas de la Tabla A11 para cada componente del sustrato obtenidas de (Rao, Rizvi, Ashim, & Jasim, 2014).

Tabla A11. Ecuaciones de las propiedades térmicas de los componentes del sustrato

Propiedad térmica	Componente del sustrato	Ecuación de la propiedad térmica	Rango de temperatura
Densidad [$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$]	Agua	$\rho = 997.18 + 3.1439 \times 10^{-3}T - 3.7574 \times 10^{-3}T^2$	$-40 \leq T \leq 150 \text{ } ^\circ\text{C}$
	Proteína	$\rho = 1.3299 \times 10^3 - 5.1840 \times 10^{-1}T$	
	Grasas	$\rho = 9.2559 \times 10^2 - 4.1757 \times 10^{-1}T$	
	Carbohidratos	$\rho = 1.5991 \times 10^3 - 3.1046 \times 10^{-1}T$	
	Fibras	$\rho = 1.3115 \times 10^3 - 3.6589 \times 10^{-1}T$	
	Cenizas	$\rho = 2.4238 \times 10^3 - 2.8063 \times 10^{-1}T$	
Capacidad calorífica [$\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$]	Agua	$c_p = 4176.2 + 0.0909T + 5.4731 \times 10^{-3}T^2$	$-40 \leq T \leq 150 \text{ } ^\circ\text{C}$
	Proteína	$c_p = 2008.2 + 1.2089T - 1.3129 \times 10^{-3}T^2$	
	Grasas	$c_p = 1984.2 + 1.4733T - 4.8008 \times 10^{-3}T^2$	
	Carbohidratos	$c_p = 1548.8 + 1.9625T - 5.9399 \times 10^{-3}T^2$	
	Fibras	$c_p = 1845.9 + 1.8306T - 4.6509 \times 10^{-3}T^2$	
	Cenizas	$c_p = 1092.6 + 1.8896T - 3.6817 \times 10^{-3}T^2$	
Conductividad térmica [$\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}$]	Agua	$k = 0.57109 + 1.762 \times 10^{-3}T - 6.7036 \times 10^{-6}T^2$	$0 \leq T \leq 90 \text{ } ^\circ\text{C}$
	Proteína	$k = 0.17881 + 1.1958 \times 10^{-3}T - 2.7178 \times 10^{-6}T^2$	
	Grasas	$k = 0.18071 - 2.7604 \times 10^{-3}T - 1.7749 \times 10^{-7}T^2$	
	Carbohidratos	$k = 0.20141 + 1.3874 \times 10^{-3}T - 4.3312 \times 10^{-6}T^2$	
	Fibras	$k = 0.18331 + 1.2497 \times 10^{-3}T - 3.1683 \times 10^{-6}T^2$	
	Cenizas	$k = 0.32961 + 1.4011 \times 10^{-3}T - 2.9069 \times 10^{-6}T^2$	

A partir de la fracción másica considerando la composición porcentual de la mezcla de sustrato se obtiene la fracción másica de cada componente del sustrato al utilizar la siguiente formula:

$$x_c = \frac{c_c}{\sum c_c}$$

La fracción volumétrica de cada componente del sustrato se obtiene a partir de la densidad de cada componente:

$$x_c^v = \frac{x_c/\rho_c}{\sum x_c/\rho_c}$$

Apéndice D. Tiempos característicos

Tiempos Característicos de las Condiciones de Frontera para el Balance de Transferencia de Calor en $r = R_i$

Fase fluida:

$$-k_{rad}^f \frac{\partial T_f}{\partial r} = U_w(T_f - T_b) \quad \rightarrow \quad \left[\frac{J}{m_R \text{ } ^\circ\text{C h}} \frac{^\circ\text{C}}{m_R} = \frac{J}{m_R^2 \text{ h } ^\circ\text{C}} \text{ } ^\circ\text{C} \right]$$

Sustituir la variable característica:

$$-k_{rad}^f \frac{\partial T_f}{\partial \xi R_a} = U_w(T_f - T_b)$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial \xi} = -\frac{R_a U_w}{k_{rad}^f} (T_f - T_b) \quad \rightarrow \quad \left[\frac{^\circ\text{C}}{m_R} = \frac{\frac{J}{m_R^2 \text{ } ^\circ\text{C h}} m_R}{\frac{J}{m_R \text{ } ^\circ\text{C h}}} \text{ } ^\circ\text{C} \right]$$

Como los términos $\frac{R_a U_w}{k_{rad}^f}$ son adimensionales, por lo tanto, están representados por la relación de dos tiempos característicos, representados por:

$$\frac{\partial T_f}{\partial \xi} = -\frac{[\tau_{Cond_r}]^f}{[\tau_{transporte}]_c} (T_f - T_b)$$

Donde:

$$[\tau_{Cond_r}]^f = \frac{\rho_{as} (C_{p_{as}} + Y_{H_2O} C_{p_{H_2O}}) R_a^2}{k_{rad}^f} \quad ; \quad [\tau_{transporte}]_c = \frac{\rho_{as} (C_{p_{as}} + Y_{H_2O} C_{p_{H_2O}}) R_a}{U_w}$$

Al sustituir los términos correspondientes a los tiempos característicos se obtiene:

$$\frac{\partial T_f}{\partial \xi} = -\left(\frac{\rho_{as} (C_{p_{as}} + Y_{H_2O} C_{p_{H_2O}}) R_a^2 U_w}{\rho_{as} (C_{p_{as}} + Y_{H_2O} C_{p_{H_2O}}) R_a k_{rad}^f} \right) (T_f - T_b) = -\frac{R_a U_w}{k_{rad}^f} (T_f - T_b)$$

Fase sólida:

El mismo procedimiento se realiza para la condición de frontera de la fase sólida.

$$-k_{\text{rad}}^s \frac{\partial T_s}{\partial \xi} R_a = U_w (T_s - T_b)$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial \xi} = -\frac{R_a U_w}{k_{\text{ss}}} (T_f - T_b)$$

Los dos tiempos característicos que conforman la relación de términos $\frac{R_a U_w}{k_{\text{ss}}}$ son:

$$\frac{\partial T_s}{\partial \xi} = -\frac{[\tau_{\text{Cond}_r}]^s}{[\tau_{\text{transporte}}]_c^s} (T_s - T_b)$$

Donde:

$$[\tau_{\text{Cond}_r}]^s = \frac{R_a^2 \rho_{\text{ss}} (c_{p_s} + X_{\text{H}_2\text{O}} C_{p_{\text{H}_2\text{O}}})}{k_{\text{ss}}} \quad ; \quad [\tau_{\text{transporte}}]_c^s = \frac{\rho_{\text{ss}} (c_{p_s} + X_{\text{H}_2\text{O}} C_{p_{\text{H}_2\text{O}}}) R_a}{U_w}$$

Se sustituyen los términos de los tiempos característicos, tal que:

$$\frac{\partial T_s}{\partial \xi} = -\left(\frac{R_a^2 \rho_{\text{ss}} (c_{p_s} + X_{\text{H}_2\text{O}} C_{p_{\text{H}_2\text{O}}}) U_w}{\rho_{\text{ss}} (c_{p_s} + X_{\text{H}_2\text{O}} C_{p_{\text{H}_2\text{O}}}) R_a k_{\text{ss}}} \right) (T_s - T_b) = -\frac{R_a U_w}{k_{\text{ss}}} (T_f - T_b)$$

Tiempos Característicos de las Condiciones de Frontera para el Balance de Transferencia de Masa

Para el modelo intensificado, la condición de frontera para $r = r_0$ del balance de masa para la fase fluida de la especie $i = \text{O}_2$ es:

$$K (Y_i - Y_{i_T}) = -\varepsilon_f D_{\text{rad}}^f \frac{\partial Y_i}{\partial r}$$

$$\left[\frac{\text{m kg}_i}{\text{h kg}_{\text{as}}} = \frac{\text{m}^3 \text{ m}^2 \text{ kg}_i}{\text{m}^3 \text{ h kg}_{\text{as}} \text{ m}} \right]$$

Al sustituir la variable característica se tiene:

$$K (Y_i - Y_{i_T}) = -\varepsilon_f D_{\text{rad}}^f \frac{\partial Y_i}{\partial \xi} R_a$$

$$\frac{\partial Y_i}{\partial \xi} = -\frac{K R_a}{\varepsilon_f D_{rad}^f} (Y_i - Y_{iT})$$

El término $\frac{K R_a}{D_{rad}^f}$ es adimensional, por lo cual representa la relación de dos tiempos característicos.

$$\frac{\partial Y_i}{\partial \xi} = -\frac{[\tau_{Dif_r}]^f}{\tau_{Perm}} \frac{1}{\varepsilon_f} (Y_i - Y_{iT})$$

Donde:

$$[\tau_{Dif_r}]^f = \frac{R_a^2}{D_{rad}^f} \quad ; \quad \tau_{Perm} = \frac{R_a}{K}$$

Se sustituyen los términos de los tiempos característicos, tal que:

$$\frac{\partial Y_i}{\partial \xi} = -\left(\frac{R_a^2}{D_{rad}^f}\right) \left(\frac{K}{R_a}\right) \frac{1}{\varepsilon_f} (Y_i - Y_{iT}) = \frac{K R_a}{D_{rad}^f} \frac{1}{\varepsilon_f} (Y_i - Y_{iT})$$

El término $\frac{K R_a}{D_{rad}^f}$ representa el número adimensional modificado de Sherwood, el cual puede ser desarrollado como:

$$Sh = \frac{K R_a}{D_{rad}^f} = \frac{K \ell}{D_{eff}} \frac{D_{eff}}{D_{rad}^f} \frac{R_a}{\ell}$$

Donde el término $\frac{K \ell}{D_{eff}}$ se identifica como el número de Sherwood de membrana, donde D_{eff} es la difusividad efectiva de oxígeno en la membrana porosa (Valdés-Parada, Ochoa-Tapia, Salinas-Rodríguez, Gómez-Torres, & Hernández, 2014).

Análisis Dimensional

BALANCE DE TRANSFERENCIA DE MASA

Fase fluida

$$\frac{1}{\tau_{Conv_z}} = \frac{v_z}{L} [=] \frac{m_R}{h} \frac{1}{m_R} = \frac{1}{h}$$

$$\frac{1}{[\tau_{Dif_z}]^f} = \frac{D_{ax}^f}{L^2} [=] \frac{m_R^2}{h} \frac{1}{m_R^2} = \frac{1}{h}$$

$$\frac{1}{[\tau_{\text{Dif}_r}]^f} = \frac{D_{\text{rad}}^f}{R_a^2} [=] \frac{m_R^2}{h} \frac{1}{m_R^2} = \frac{1}{h}$$

$$\frac{1}{[\tau_{\text{Int}}]_m} = k_{fs} a_i [=] \frac{m_s}{h} \frac{m_s^2}{m_s^3} = \frac{1}{h}$$

Fase sólida

$$\frac{1}{[\tau_{\text{Dif}_z}]^s} = \frac{D_{\text{ax}}^s}{L^2} [=] \frac{m_R^2}{h} \frac{1}{m_R^2} = \frac{1}{h}$$

$$\frac{1}{[\tau_{\text{Dif}_r}]^s} = \frac{D_{\text{rad}}^s}{R_a^2} [=] \frac{m_R^2}{h} \frac{1}{m_R^2} = \frac{1}{h}$$

$$\frac{1}{[\tau_{\text{Int}}]_m} = k_{fs} a_i [=] \frac{m_s}{h} \frac{m_s^2}{m_s^3} = \frac{1}{h}$$

$$\frac{1}{\tau_x} = \mu_{\text{máx}} [=] \frac{1}{h}$$

BALANCE DE TRANSFERENCIA DE CALOR

Fase fluida

$$\frac{1}{\tau_{\text{Conv}_z}} = \frac{v_z}{L} [=] \frac{m_R}{h} \frac{1}{m_R} = \frac{1}{h}$$

$$\frac{1}{[\tau_{\text{Cond}_z}]^f} = \frac{k_{\text{ax}}^f}{\rho_{\text{as}} (C_{p_{\text{as}}} + Y_{\text{H}_2\text{O}} C_{p_{\text{H}_2\text{O}}}) L^2} [=] \frac{\text{J}}{m_{\text{as}} \text{ } ^\circ\text{C h}} \frac{m_{\text{as}}^3}{\text{kg}_{\text{as}}} \left(\frac{\text{kg}_{\text{as}} \text{ } ^\circ\text{C}}{\text{J}} + \frac{\text{kg}_{\text{as}} \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}} \text{ } ^\circ\text{C}}{\text{J}} \right) \frac{1}{m_{\text{as}}^2}$$

$$= \frac{1}{h}$$

$$\frac{1}{[\tau_{\text{Cond}_r}]^f} = \frac{k_{\text{rad}}^f}{\rho_{\text{as}} (C_{p_{\text{as}}} + Y_{\text{H}_2\text{O}} C_{p_{\text{H}_2\text{O}}}) R_a^2} [=] \frac{\text{J}}{m_{\text{as}} \text{ } ^\circ\text{C h}} \frac{m_{\text{as}}^3}{\text{kg}_{\text{as}}} \left(\frac{\text{kg}_{\text{as}} \text{ } ^\circ\text{C}}{\text{J}} + \frac{\text{kg}_{\text{as}} \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}} \text{ } ^\circ\text{C}}{\text{J}} \right) \frac{1}{m_{\text{as}}^2}$$

$$= \frac{1}{h}$$

$$\frac{1}{[\tau_{\text{Int}}]_c^f} = \frac{h_g a_i \varepsilon_s}{\rho_{\text{as}}^* (C_{p_{\text{as}}} + Y_{\text{H}_2\text{O}} C_{p_{\text{H}_2\text{O}}})} [=] \frac{\text{J}}{m_s^2 \text{ } ^\circ\text{C h}} \frac{m_s^2}{m_s^3} \frac{m_R^3}{m_R^3 \text{ kg}_{\text{as}}} \left(\frac{\text{kg}_{\text{as}} \text{ } ^\circ\text{C}}{\text{J}} + \frac{\text{kg}_{\text{as}} \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}} \text{ } ^\circ\text{C}}{\text{J}} \right)$$

$$= \frac{1}{h}$$

$$\frac{1}{[\tau_{\text{Vap}}]^f} = \frac{\Delta H_{\text{vap}} k_{fs} a_i}{(C_{p_{\text{as}}} + Y_{\text{H}_2\text{O}} C_{p_{\text{H}_2\text{O}}}) T_b} [=] \frac{\text{J}}{\text{kg}_{\text{gas}}} \frac{m_s}{h} \frac{m_s^2}{m_s^3} \left(\frac{\text{kg}_{\text{as}} \text{ } ^\circ\text{C}}{\text{J}} + \frac{\text{kg}_{\text{as}} \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}} \text{ } ^\circ\text{C}}{\text{J}} \right) \frac{1}{^\circ\text{C}} = \frac{1}{h}$$

Fase sólida

$$\frac{1}{[\tau_{\text{Cond}_z}]^s} = \frac{k_{\text{ax}}^s}{\rho_{\text{ss}} (c_{p_s} + X_{\text{H}_2\text{O}} c_{p_{\text{H}_2\text{O}}}) L^2} [=] \frac{\text{J}}{\text{m}_{\text{ss}} \text{ } ^\circ\text{C h kg}_{\text{ss}}} \left(\frac{\text{kg}_{\text{ss}} \text{ } ^\circ\text{C}}{\text{J}} + \frac{\text{kg}_{\text{ss}} \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}} \text{ } ^\circ\text{C}}{\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}} \text{ J}} \right) \frac{1}{\text{m}_{\text{ss}}^2}$$

$$= \frac{1}{h}$$

$$\frac{1}{[\tau_{\text{Cond}_r}]^s} = \frac{k_{\text{rad}}^s}{\rho_{\text{ss}} (c_{p_s} + X_{\text{H}_2\text{O}} c_{p_{\text{H}_2\text{O}}}) R_a^2} [=] \frac{\text{J}}{\text{m}_{\text{ss}} \text{ } ^\circ\text{C h kg}_{\text{ss}}} \left(\frac{\text{kg}_{\text{ss}} \text{ } ^\circ\text{C}}{\text{J}} + \frac{\text{kg}_{\text{ss}} \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}} \text{ } ^\circ\text{C}}{\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}} \text{ J}} \right) \frac{1}{\text{m}_{\text{ss}}^2}$$

$$= \frac{1}{h}$$

$$\frac{1}{[\tau_{\text{Int}}]_c^s} = \frac{h_g a_i}{\rho_{\text{ss}} (c_{p_s} + X_{\text{H}_2\text{O}} c_{p_{\text{H}_2\text{O}}})} [=] \frac{\text{J}}{\text{m}_{\text{ss}}^2 \text{ } ^\circ\text{C h}} \frac{\text{m}_{\text{ss}}^2}{\text{m}_{\text{ss}}^3} \frac{\text{m}_{\text{ss}}^3}{\text{kg}_{\text{ss}}} \left(\frac{\text{kg}_{\text{ss}} \text{ } ^\circ\text{C}}{\text{J}} + \frac{\text{kg}_{\text{ss}} \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}} \text{ } ^\circ\text{C}}{\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}} \text{ J}} \right) = \frac{1}{h}$$

$$\frac{1}{[\tau_{\text{Vap}}]^s} = \frac{\Delta H_{\text{vap}} k_{\text{fs}} a_i \rho_{\text{as}}^*}{\rho_{\text{ss}}^* (c_{p_s} + X_{\text{H}_2\text{O}} c_{p_{\text{H}_2\text{O}}}) T_b} [=] \frac{\text{J}}{\text{kg}_{\text{gas}} \text{ h}} \frac{\text{m}_{\text{ss}}}{\text{m}_{\text{ss}}^3} \frac{\text{m}_{\text{ss}}^2 \text{ kg}_{\text{as}} \text{ m}_R^3}{\text{m}_{\text{ss}}^3 \text{ m}_R^3 \text{ kg}_{\text{ss}}} \left(\frac{\text{kg}_{\text{ss}} \text{ } ^\circ\text{C}}{\text{J}} \right.$$

$$\left. + \frac{\text{kg}_{\text{ss}} \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}} \text{ } ^\circ\text{C}}{\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}} \text{ J}} \right) \frac{1}{^\circ\text{C}} = \frac{1}{h}$$

$$\frac{1}{[\tau_{\text{Rxn}}]} = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta H_{R_i} \mathcal{R}_i}{(c_{p_s} + X_{\text{H}_2\text{O}} c_{p_{\text{H}_2\text{O}}}) T_b} [=] \frac{\text{J}}{\text{kg}_i \text{ kg}_{\text{ss}} \text{ h}} \left(\frac{\text{kg}_{\text{ss}} \text{ } ^\circ\text{C}}{\text{J}} + \frac{\text{kg}_{\text{ss}} \text{ kg}_{\text{H}_2\text{O}} \text{ } ^\circ\text{C}}{\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}} \text{ J}} \right) \frac{1}{^\circ\text{C}} = \frac{1}{h}$$

Apéndice E. Números adimensionales

Las variables adimensionales establecidas a partir de los valores de referencia (t_c , v_0 , L , R_a) son

$$\tau = \frac{t}{t_c} ; \quad \phi_i = \frac{Y_i}{Y_{i_c}} ; \quad \chi_i = \frac{X_i}{X_{i_c}} ; \quad v = \frac{v_z}{v_0} ; \quad \xi = \frac{r}{R_a} ; \quad \zeta = \frac{z}{L} ; \quad \gamma_f = \frac{T_f}{T_{f_c}} ; \quad \gamma_s = \frac{T_s}{T_{s_c}}$$

Al sustituir las variables adimensionales en los balances se obtiene:

BALANCE HIDRODINÁMICO

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = - \frac{L}{\text{Re } R_a} \left[\frac{1}{\xi} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} \right] + \text{Eu} + \frac{1}{\text{Fr}} - K_1 A_w^2 \frac{L \mu_{\text{as}} v}{v_0 \rho_{\text{as}} d_p^2} \frac{(1 - \varepsilon_f)^2}{\varepsilon_f^3}$$

$$- \frac{A_w}{B_w} \frac{L v^2 (1 - \varepsilon_f)}{d_p \varepsilon_f^2}$$

 BALANCE DE TRANSFERENCIA DE MASA

 Fase fluida

 Para $i = O_2, CO_2$

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial \tau} + \frac{t_c v_0}{L} v \frac{\partial \phi_i}{\partial \zeta} = \frac{D_{ax}^f t_c}{L^2} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \zeta^2} + \frac{D_{rad}^f t_c}{R_a^2} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial \phi_i}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \xi^2} \right) + \frac{t_c k_{fs} a_i}{Y_{ic}} (H_i \chi_i X_{ic} - \phi_i Y_{ic})$$

 Para $i = H_2O$

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial \tau} + \frac{t_c v_0}{L} v \frac{\partial \phi_i}{\partial \zeta} = \frac{D_{ax}^f t_c}{L^2} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \zeta^2} + \frac{D_{rad}^f t_c}{R_a^2} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial \phi_i}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \xi^2} \right) + \frac{t_c k_{fs} a_i}{Y_{ic}} (\phi_i^* Y_{ic}^* - \phi_i Y_{ic})$$

 Fase sólida

 Para $i = O_2, CO_2$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi_i}{\partial \tau} = & \frac{t_c D_{ax}^s}{L^2} \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial \zeta^2} + \frac{t_c D_{rad}^s}{R_a^2} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial \chi_i}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial \xi^2} \right) - \frac{t_c k_{fs} a_i \rho_{as}^*}{\rho_{ss}^* X_{ic}} (H_i \chi_i X_{ic} - \phi_i Y_{ic}) \\ & \pm t_c \frac{A e^{(-\psi_1)} e^{(\psi_1)(1-\frac{1}{Y_s})}}{1 + B e^{\frac{(\psi_2)}{Y_s}}} (\chi_{CO_2}) \left(\frac{\chi_{O_2} X_{ic}}{K_S + \chi_{O_2} X_{ic}} \right) \left(1 - \frac{\chi_{CO_2}}{\chi_{CO_2 \text{máx}}} \right)^n \end{aligned}$$

 Para $i = H_2O$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi_i}{\partial \tau} = & \frac{t_c D_{ax}^s}{L^2} \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial \zeta^2} + \frac{t_c D_{rad}^s}{R_a^2} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial \chi_i}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \chi_i}{\partial \xi^2} \right) - \frac{t_c k_{fs} a_i \rho_{as}^*}{\rho_{ss}^* X_{ic}} (\phi_i^* Y_{ic}^* - \phi_i Y_{ic}) \\ & \pm t_c \frac{A e^{(-\psi_1)} e^{(\psi_1)(1-\frac{1}{Y_s})}}{1 + B e^{\frac{(\psi_2)}{Y_s}}} (\chi_{CO_2}) \left(\frac{\chi_{O_2} X_{ic}}{K_S + \chi_{O_2} X_{ic}} \right) \left(1 - \frac{\chi_{CO_2}}{\chi_{CO_2 \text{máx}}} \right)^n \end{aligned}$$

 BALANCE DE TRANSFERENCIA DE CALOR

 Fase fluida

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \gamma_f}{\partial \tau} + \frac{t_c v_0}{L} v_z^* \frac{\partial \gamma_f}{\partial \zeta} \\
&= \frac{t_c k_{ax}^f}{L^2 \rho_{as} (C_{p_{as}} + Y_{H_2O} C_{p_{H_2O}})} \frac{\partial^2 \gamma_f}{\partial \zeta^2} \\
&+ \frac{t_c k_{rad}^f}{Ra^2 \rho_{as} (C_{p_{as}} + Y_{H_2O} C_{p_{H_2O}})} \left(\frac{\partial^2 \gamma_f}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \gamma_f}{\partial \xi} \right) \\
&- \frac{t_c h_g a_i \varepsilon_s}{\rho_{as}^* T_{fc} (C_{p_{as}} + Y_{H_2O} C_{p_{H_2O}})} (\gamma_f T_{fc} - \gamma_s T_{sc}) \\
&+ \frac{t_c \Delta H_{vap} k_{fs} a_i}{T_{fc} (C_{p_{as}} + Y_{H_2O} C_{p_{H_2O}})} (\phi_i^* Y_{ic} - \phi_i Y_{ic})
\end{aligned}$$

Fase sólida

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \gamma_s}{\partial \tau} &= \frac{t_c k_{ss}}{L^2 \rho_{ss} (C_{p_s} + X_{H_2O} C_{p_{H_2O}})} \frac{\partial^2 \gamma_s}{\partial \zeta^2} + \frac{t_c k_{ss}}{Ra^2 \rho_{ss} (C_{p_s} + X_{H_2O} C_{p_{H_2O}})} \left(\frac{\partial^2 \gamma_s}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \gamma_s}{\partial \xi} \right) \\
&+ \frac{t_c h_g a_i}{\rho_{ss} T_{sc} (C_{p_s} + X_{H_2O} C_{p_{H_2O}})} (\gamma_f T_{fc} - \gamma_s T_{sc}) \\
&- \frac{t_c \Delta H_{vap} k_{fs} a_i \rho_{as}^*}{\rho_{ss}^* T_{sc} (C_{p_s} + X_{H_2O} C_{p_{H_2O}})} (\phi_i^* Y_{ic} - \phi_i Y_{ic}) \\
&+ \frac{t_c \sum_{i=1}^N \Delta H_{R_i} A e^{(-\psi_i)} e^{(\psi_i)(1-\frac{1}{\gamma_s})}}{T_{sc} (C_{p_s} + X_{H_2O} C_{p_{H_2O}}) e^{(\psi_i)(1-\frac{1}{\gamma_s})}} (\chi_{CO_2}) \left(\frac{\chi_{O_2} X_{ic}}{K_S + \chi_{O_2} X_{ic}} \right) \left(1 - \frac{\chi_{CO_2}}{\chi_{CO_2 \text{ máx}}} \right)^n
\end{aligned}$$

Comparación de los Tiempos Característicos con los Números Adimensionales

Tiempo característico

Número adimensional

Balance de transferencia de masa fase fluida

$$\tau_{Conv_z} = \frac{L}{v_z}$$

$$\frac{t_c v_z}{L}$$

$[\tau_{Dif_z}]^f = \frac{L^2}{D_{ax}^f}$	$Peclet_m = \frac{D_{ax}^f t_c}{L^2}$
$[\tau_{Dif_r}]^f = \frac{R_a^2}{D_{rad}^f}$	$Peclet_m = \frac{D_{rad}^f t_c}{R_a^2}$
$[\tau_{Int}]_m = \frac{1}{k_{fs} a_i}$	$Stanton = t_c k_{fs} a_i$
Balance de transferencia de masa fase s3lida	
$[\tau_{Dif_z}]^s = \frac{L^2}{D_s}$	$Peclet_m = \frac{D_s t_c}{L^2}$
$[\tau_{Dif_r}]^s = \frac{R_a^2}{D_s}$	$Peclet_m = \frac{D_s t_c}{R_a^2}$
$[\tau_{Int}]_m = \frac{1}{k_{fs} a_i}$	$Stanton_m = t_c k_{fs} a_i$
$\tau_X = \frac{1}{\mu_{m\acute{a}x}}$	$t_c A e^{(-\Psi_1)}$
Balance de transferencia de la fase fluida	
$\tau_{Conv_z} = \frac{L}{v_z}$	$\frac{t_c v_0}{L}$
$[\tau_{Cond_z}]^f = \frac{\rho_{as} (C_{p_{as}} + Y_{H_2O} C_{p_{H_2O}}) L^2}{k_{ax}^f}$	$Peclet_c = \frac{t_c k_{ax}^f}{L^2 \rho_{as} (C_{p_{as}} + Y_{H_2O} C_{p_{H_2O}})}$
$[\tau_{Cond_r}]^f = \frac{\rho_{as} (C_{p_{as}} + Y_{H_2O} C_{p_{H_2O}}) R_a^2}{k_{rad}^f}$	$Peclet_c = \frac{t_c k_{rad}^f}{R_a^2 \rho_{as} (C_{p_{as}} + Y_{H_2O} C_{p_{H_2O}})}$
$[\tau_{Int}]_c^f = \frac{\rho_{as}^* (C_{p_{as}} + Y_{H_2O} C_{p_{H_2O}})}{h_g a_i \varepsilon_s}$	$Stanton_c = \frac{t_c h_g a_i}{\rho_{as}^* (C_{p_{as}} + Y_{H_2O} C_{p_{H_2O}})}$
$[\tau_{Vap}]^f = \frac{(C_{p_{as}} + Y_{H_2O} C_{p_{H_2O}}) T_b}{\Delta H_{vap} k_{fs} a_i}$	$Jakob = \frac{t_c \Delta H_{vap} k_{fs} a_i}{T_{fc} (C_{p_{as}} + Y_{H_2O} C_{p_{H_2O}})}$
Balance de transferencia de calor fase s3lida	
$[\tau_{Cond_z}]^s = \frac{L^2 \rho_{ss} (C_{p_{ss}} + X_{H_2O} C_{p_{H_2O}})}{k_{ss}}$	$Peclet_c = \frac{t_c k_{ss}}{L^2 \rho_{ss} (C_{p_{ss}} + X_{H_2O} C_{p_{H_2O}})}$

$$[\tau_{\text{Cond}_r}]^s = \frac{R_a^2 \rho_{ss} (c_{p_{ss}} + X_{\text{H}_2\text{O}} c_{p_{\text{H}_2\text{O}}})}{k_{ss}}$$

$$\text{Peclet}_c = \frac{t_c k_{ss}}{R_a^2 \rho_{ss} (c_{p_{ss}} + X_{\text{H}_2\text{O}} c_{p_{\text{H}_2\text{O}}})}$$

$$[\tau_{\text{Int}}]_c^s = \frac{\rho_{ss} (c_{p_{ss}} + X_{\text{H}_2\text{O}} c_{p_{\text{H}_2\text{O}}})}{h_g a_i}$$

$$\text{Stanton}_c = \frac{t_c h_g a_i}{\rho_{ss} (c_{p_{ss}} + X_{\text{H}_2\text{O}} c_{p_{\text{H}_2\text{O}}})}$$

$$[\tau_{\text{Vap}}]^s = \frac{\rho_{ss}^* (c_{p_{ss}} + X_{\text{H}_2\text{O}} c_{p_{\text{H}_2\text{O}}}) T_b}{\Delta H_{\text{vap}} k_{fs} a_i \rho_{as}^*}$$

$$\text{Jakob} = \frac{t_c \Delta H_{\text{vap}} k_{fs} a_i}{T_{s_c} (c_{p_{ss}} + X_{\text{H}_2\text{O}} c_{p_{\text{H}_2\text{O}}})}$$

$$[\tau_{\text{Rxn}}] = \frac{(c_{p_{ss}} + X_{\text{H}_2\text{O}} c_{p_{\text{H}_2\text{O}}}) T_b}{\sum_{i=1}^N \Delta H_{R_i} \mathcal{R}_i}$$

$$\text{Damkohler}_{\text{III}} = \frac{t_c \sum_{i=1}^N \Delta H_{R_i} \mathcal{R}_i}{T_{s_c} (c_{p_{ss}} + X_{\text{H}_2\text{O}} c_{p_{\text{H}_2\text{O}}})}$$

Condiciones de frontera

$$\frac{[\tau_{\text{Cond}_r}]^f}{[\tau_{\text{transporte}}]_c^f} = \frac{U_w R_a}{k_{\text{rad}}^f}$$

$$\text{Biot} = \frac{U_w R_a}{k_{\text{rad}}^f}$$

$$\frac{[\tau_{\text{Cond}_r}]^s}{[\tau_{\text{transporte}}]_c^s} = \frac{U_w R_a}{k_{ss}}$$

$$\text{Biot} = \frac{U_w R_a}{k_{ss}}$$

$$\frac{[\tau_{\text{Dif}_r}]^f}{\tau_{\text{perm}}} = \frac{K R_a}{D_{\text{rad}}^f}$$

$$\text{Sherwood}_{\text{modificado}} = \frac{K R_a}{D_{\text{rad}}^f}$$

Apéndice F. Datos de Barrios

Barrios Nolasco (2015) reporta los datos de la tasa de producción de CO₂ en mg CO₂/g_{MS} h, los cuales se aprecian en la Figura A1:

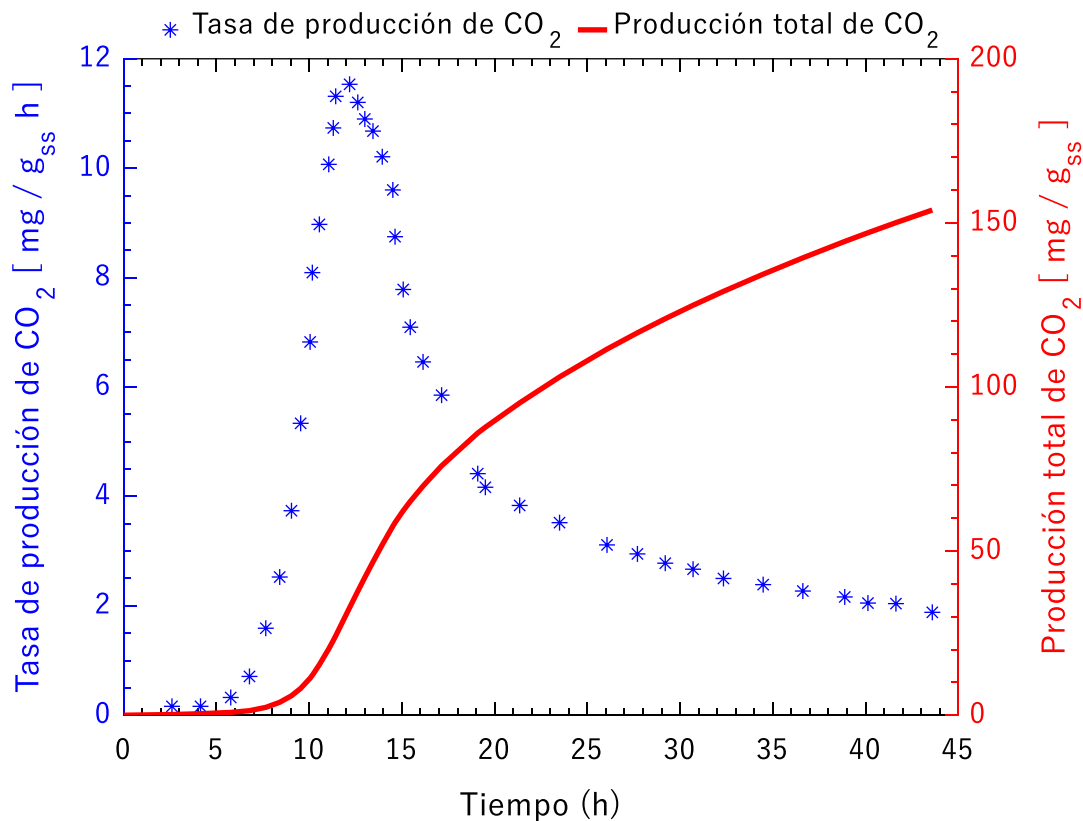


Figura A1. Tasa de producción y producción acumulada de CO₂ obtenida por Barrios Nolasco (2015)

Para convertir estas unidades en las unidades necesarias (kg CO₂ /kg as) primero se necesita regresar a las unidades reportadas por el sensor de gas de CO₂, las cuales se obtienen en por ciento (ml de gas/100 ml de aire). Para la fermentación se pesaron 160 g de medio poroso y se suministró aire saturado a un flujo de 300 ml/mín. Así:

$$\frac{\text{mg}}{\text{g ss}_0 \text{ hr}} * 160 \text{ g ss}_0 * \frac{1 \times 10^6 \text{ ml}}{1 \text{ m}^3} * \frac{\text{m}^3}{1.916 \text{ kg CO}_2} * \frac{1 \text{ kg}}{1 \times 10^6 \text{ mg}} * \frac{\text{mín}}{300 \text{ ml aire}} * \frac{1 \text{ hr}}{60 \text{ mín}} = \frac{\text{ml CO}_2}{\text{ml aire}}$$

Donde:

$$\frac{\text{ml CO}_2}{\text{ml aire}} = \frac{\text{m}^3\text{CO}_2}{\text{m}^3\text{aire}}$$

Así:

$$\frac{\text{m}^3\text{CO}_2}{\text{m}^3\text{aire}} \times \frac{1}{\rho_{\text{aire}}} \times \rho_{\text{CO}_2} = \frac{\text{m}^3\text{CO}_2}{\text{m}^3\text{aire}} \times \frac{\text{m}^3}{1.109 \text{ kg aire}} \times \frac{1.6926 \text{ kg CO}_2}{\text{m}^3} = \frac{\text{kg CO}_2}{\text{kg aire}}$$

Apéndice G. Comparación con las proteasas obtenidas por Barrios

Los datos obtenidos de la tesis de Barrios Nolasco (2015) se muestran a continuación:

Tabla A12. Datos de la actividad enzimática de proteasas y velocidad de producción de CO₂ reportados por Barrios Nolasco (2015)

1	2	3	4
Tiempo (h)	Proteasas U/kg _{sss}	$\frac{d\text{CO}_2}{dt}$	$\frac{dP}{dt}$
0	0	3.93×10^{-4}	34.477
12	19700	2.21×10^{-2}	2099.667
20	21778	3.66×10^{-4}	301.769
24	22860	3.64×10^{-5}	274.323
36	40000	3.54×10^{-8}	271.291

A partir de los datos reportados en la columna 1, 2 y 3 se obtiene el coeficiente de rendimiento ($Y_{\text{CO}_2 P}$) y de mantenimiento (m_P) se obtiene a partir de la regresión de la ecuación de Luedeking and Piret.

$$P(X_{\text{CO}_2}) = P_0 + Y_{\text{CO}_2 P} (X_{\text{CO}_2} - X_{\text{CO}_2 0}) + \frac{m_P X_{\text{CO}_2}}{\mu_{\text{máx}}} \ln \left(\frac{X_{\text{CO}_2} - X_{\text{CO}_2 0}}{X_{\text{CO}_2 \text{máx}} - X_{\text{CO}_2}} \right)$$

Obteniendo:

$$Y_{\text{CO}_2 P} = 85438.84 \text{ U/kgCO}_2$$

$$m_P = 1267.70 \text{ U/kgCO}_2 \text{ h}$$

La velocidad de producción de proteasas reportada en la columna 4 se obtiene de la ecuación:

$$\frac{dP}{dt} = Y_{CO_2 P} \frac{dCO_2}{dt} + m_P (X_{CO_2})$$

Para comparar la velocidad de producción de proteasas obtenida en el caso convencional respecto a los resultados de Barrios, es necesario aplicar el mismo tratamiento a los datos obtenidos en el caso convencional basado en el apéndice E. Pues solo se puede comparar velocidad de producción de CO₂ y proteasas.

A partir de los datos de CO₂ en la fase gas a la salida del biorreactor se debe convertir a las mismas unidades de Barrios (normalizar respecto a la cantidad de sustrato utilizado en el lecho), utilizando el flujo de aireación de 1 L/min y la cantidad de sustrato inicial en el lecho empacado (0.150 kg ss₀).

$$\frac{\text{kg CO}_2}{\text{kg aire}} \times \frac{1.109 \text{ kg aire}}{\text{m}^3} \times \frac{1 \text{ m}^3}{1 \times 10^6 \text{ ml}} \times \frac{1000 \text{ ml aire}}{\text{mín}} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ hr}} \times \frac{1}{0.150 \text{ kg ss}_0} = \frac{\text{kg CO}_2}{\text{kg ss}_0}$$

La velocidad de producción de CO₂ se obtiene con:

$$\frac{dCO_2}{dt} = \mu X_{CO_2} \left(1 - \frac{X_{CO_2}}{X_{CO_2\text{máx}}} \right)$$

Con el rendimiento obtenido de los datos experimentales de la actividad enzimática de las proteasas se obtiene la velocidad de producción de proteasa:

$$\frac{dP}{dt} = Y_{CO_2 P} \frac{dCO_2}{dt}$$

En la siguiente figura se muestra la comparación de velocidades de consumo de CO₂ en la fase gas y la velocidad de producción de proteasas. Se observa que en ambos incisos la velocidad de producción de CO₂ y la velocidad de producción de proteasas obtenida en la simulación del caso convencional están en los mismos ordenes de magnitud que los reportados por Barrios.

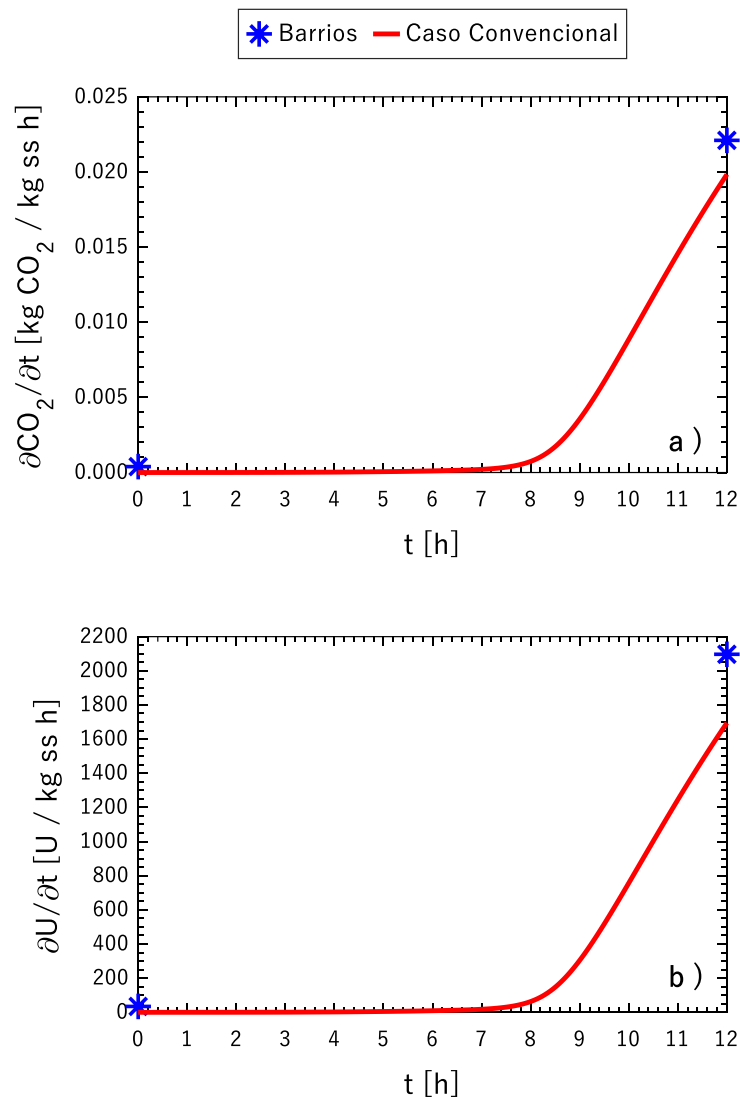


Figura A2. Comparación de los resultados obtenidos por Barrios comparados con el caso convencional: a) Velocidad de producción de CO₂; b) Velocidad de producción de proteasas.

Apéndice H. Efecto de la concentración de alimentación de oxígeno

Efecto de la concentración de alimentación de oxígeno para el caso convencional

Se realizó una simulación del caso convencional considerando que el flujo de alimentación a la entrada del lecho tiene una concentración de oxígeno equivalente a 1 kg O₂/kg as, esto para observar el efecto en la producción de proteasas que genera un flujo axial con mayor concentración de oxígeno que el aire. En la Figura A3 se muestra el perfil dinámico de

concentraciones, donde se aprecia que a la salida del lecho las concentraciones de oxígeno en la fase fluida y sólida son mayores que las obtenidas en el caso convencional. Esto ocasiona que la producción de CO_2 en el sólido ocurra en un menor tiempo, se aprecia en el inciso d) una disminución de la fase lag. Esto se refleja en una mayor producción de CO_2 , pues la Figura A4 muestra la producción acumulada de YCO_2 , donde se aprecia que para este caso se incrementa la concentración de CO_2 en un 38% respecto al caso convencional. No se mostraron cambios en la concentración de vapor en la fase fluida.

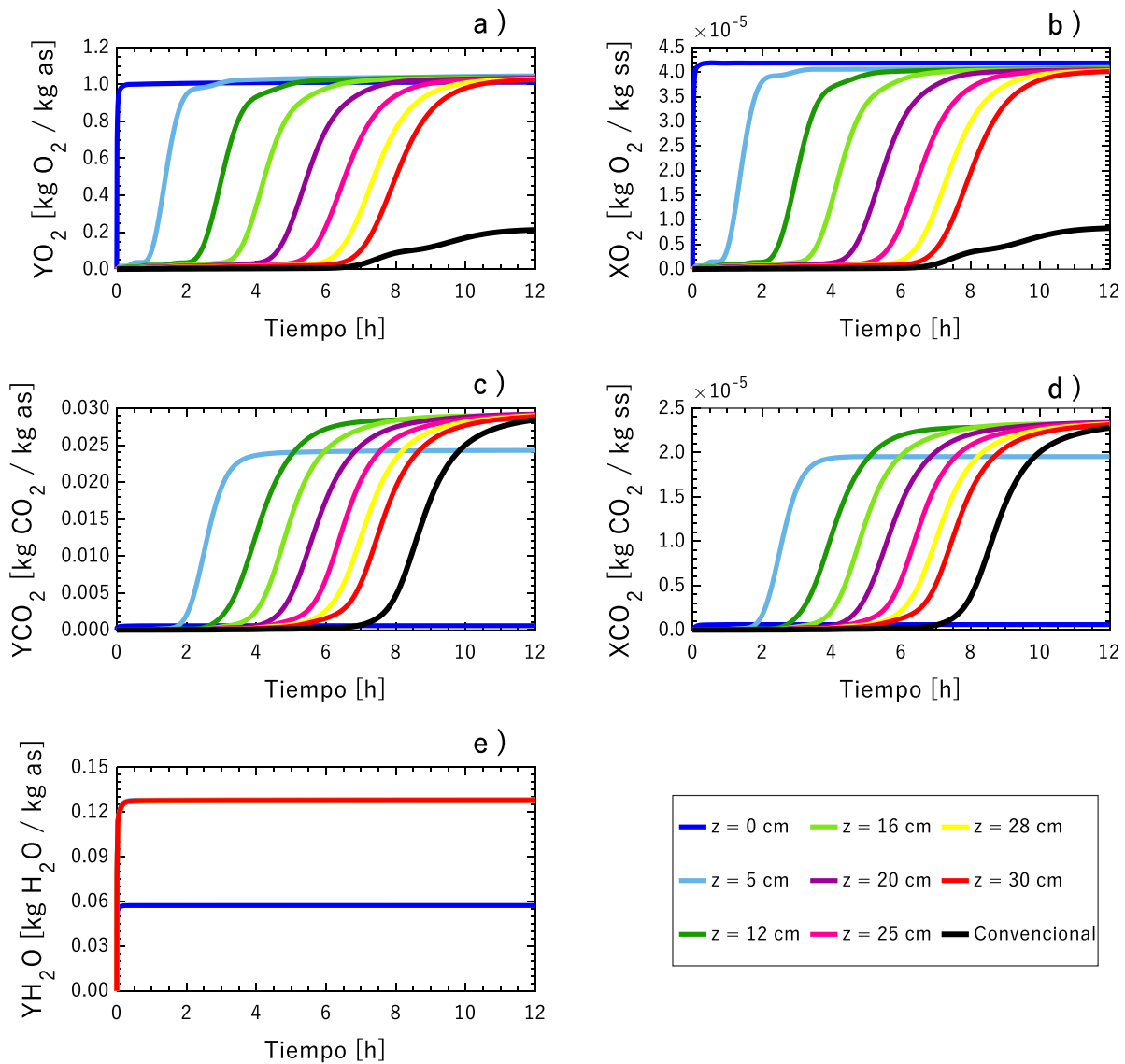


Figura A3. Perfiles dinámicos de concentración a diferentes alturas del lecho: a) YO_2 ; b) XO_2 ; c) YCO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O

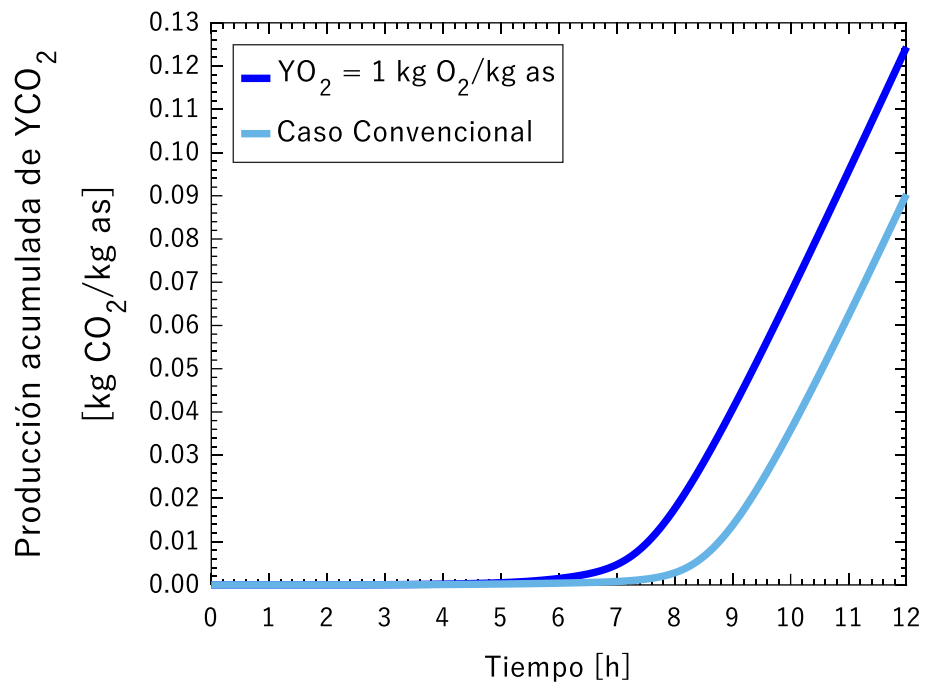


Figura A4. Producción acumulada de CO_2 al evaluar distintos tiempos característicos de convección

En las Figuras A5, A6 y A7 se muestran los perfiles de temperatura, donde se aprecia que los perfiles obtenidos son iguales a los del caso convencional.

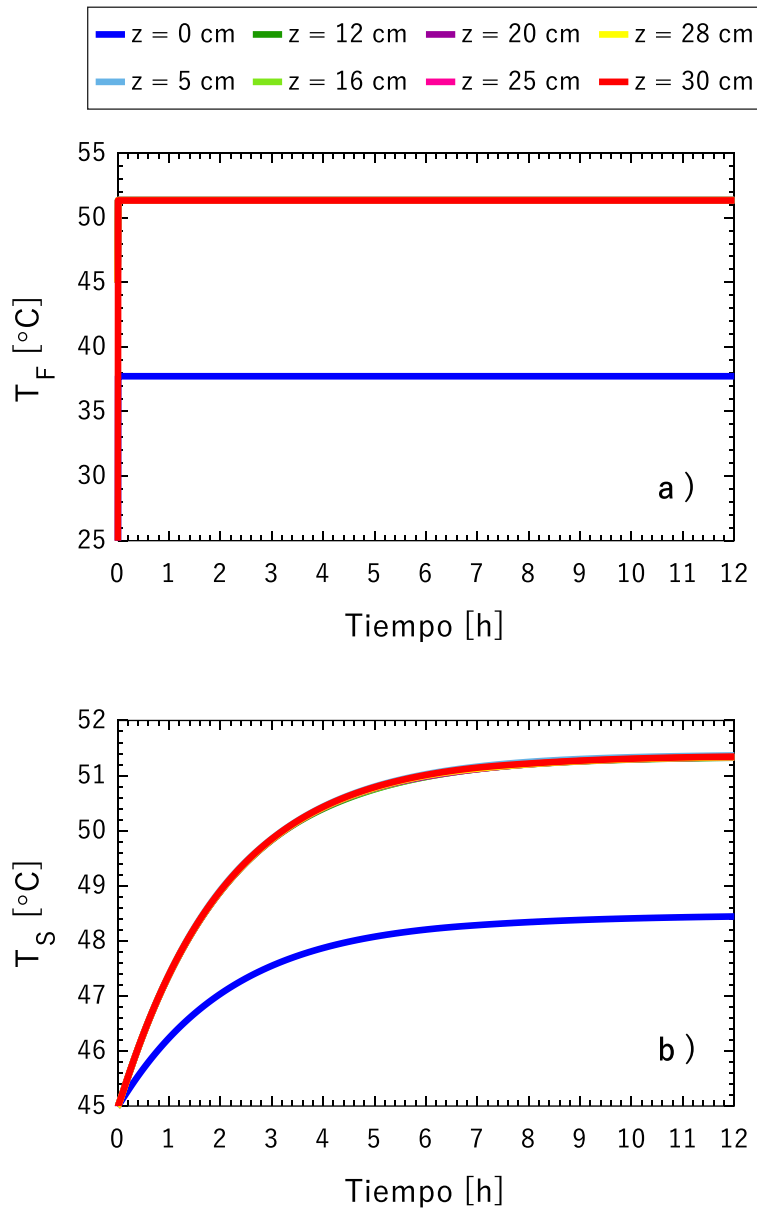


Figura A5. Perfiles dinámicos de temperatura a distintas posiciones axiales del biorreactor: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

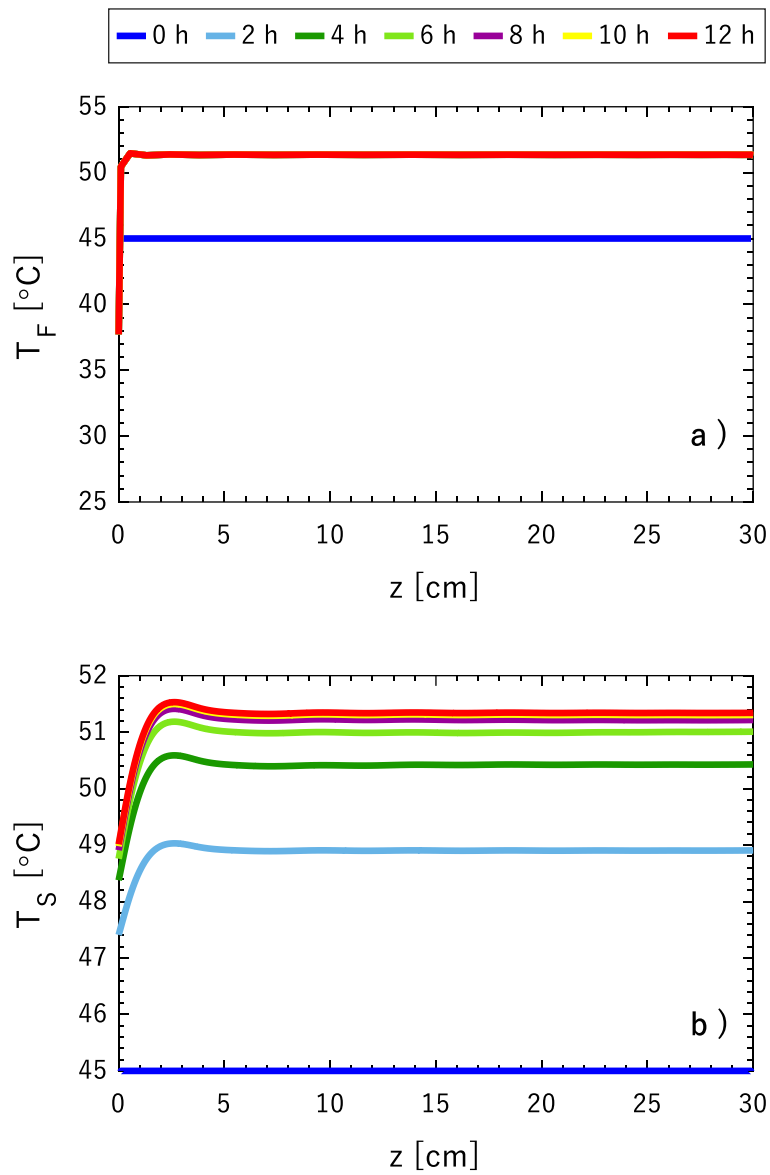


Figura A6. Perfiles axiales de temperatura a diferentes horas de fermentación: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

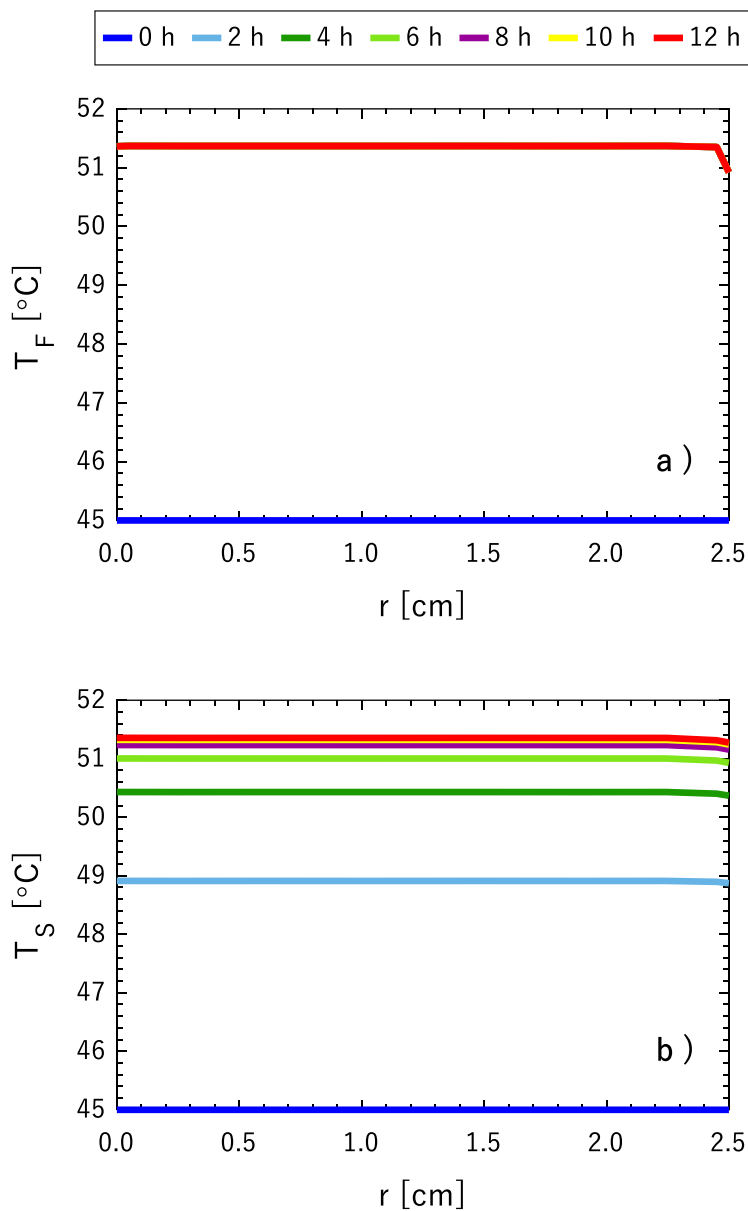


Figura A7. Perfiles radiales de temperatura: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

En la Figura A8 se muestra que el valor de Y_{O_2} en la entrada del biorreactor es igual a $1 \text{ kg O}_2/\text{kg}_{\text{as}}$, y en la fase sólida se muestra la concentración determinada por el coeficiente de Henry, la cual corresponde a un valor de $4.2 \times 10^{-5} \text{ kg O}_2/\text{kg}_{\text{SS}}$. Se observa un aumento respecto al caso convencional donde se obtuvo $0.92 \times 10^{-5} \text{ kg O}_2/\text{kg}_{\text{SS}}$. Las concentraciones obtenidas para el CO_2 en la fase sólida y fluida son iguales al caso convencional. Se aprecia

que en el estado estacionario la concentración de oxígeno en ambas fases es constante a lo largo del biorreactor. En la Figura A9 se presenta el perfil radial, se aprecia que la concentración aumenta con el tiempo y es constante en todas las posiciones radiales.

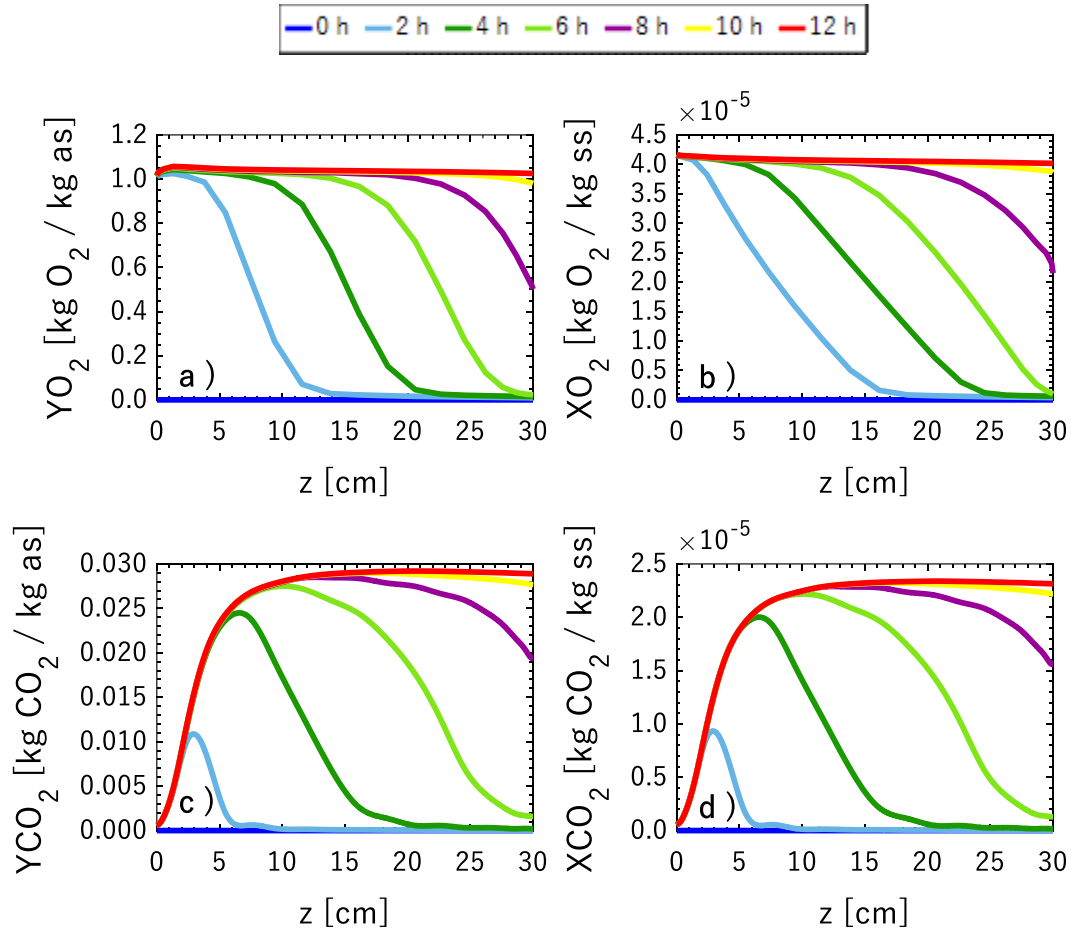


Figura A8. Perfiles de concentración axiales a diferentes horas de fermentación: a) YO_2 ; b) YCO_2 ; c) XO_2 ; d) XCO_2

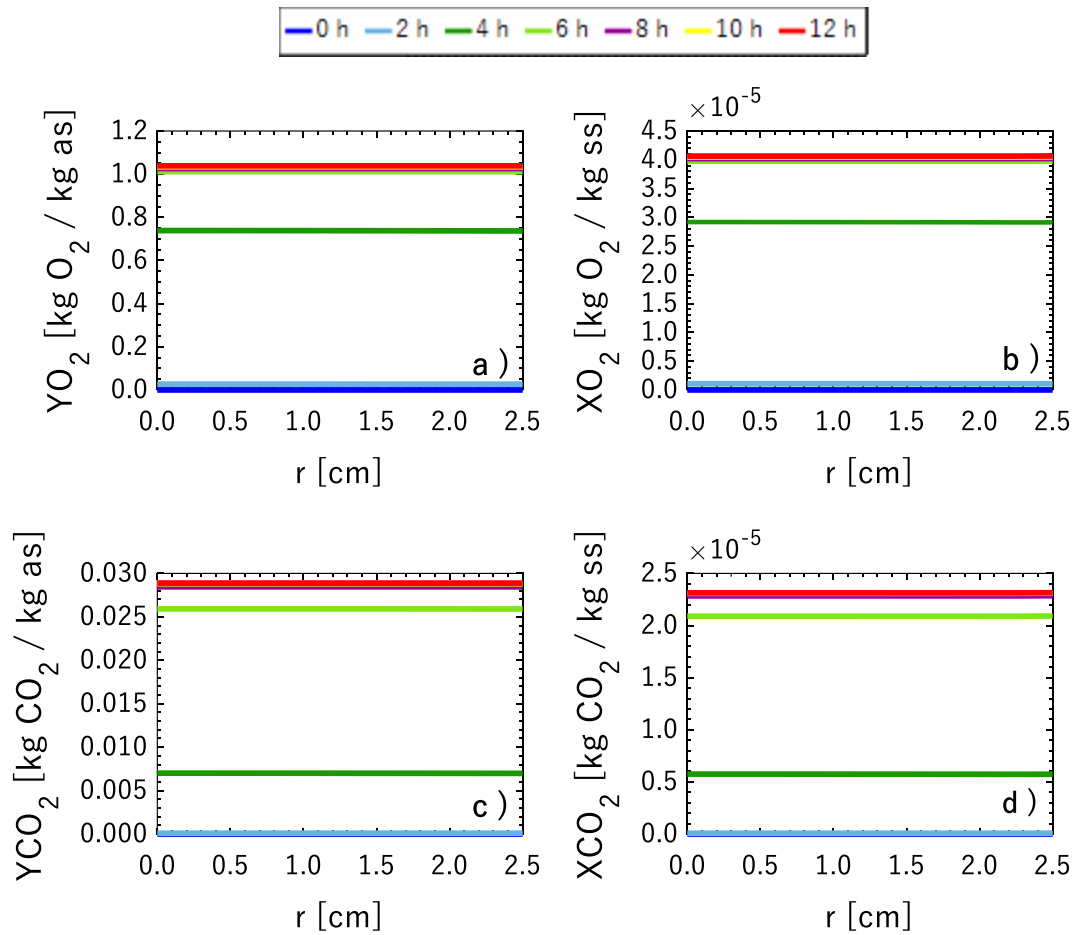


Figura A9. Perfiles de concentración radiales a diferentes horas de fermentación: a) YO_2 ; b) YO_2 ; c) XO_2 ; d) XCO_2

En la Figura A10 se observa el perfil axial de velocidad de producción de proteasas comparada con la obtenida en el caso convencional. Se aprecia que la velocidad de producción es mayor en la entrada del biorreactor y alcanza un valor de $950 \text{ U/kg}_{\text{ss}} \text{ h}$, mientras que en el caso convencional la velocidad máxima fue de $870 \text{ U/kg}_{\text{ss}} \text{ h}$.

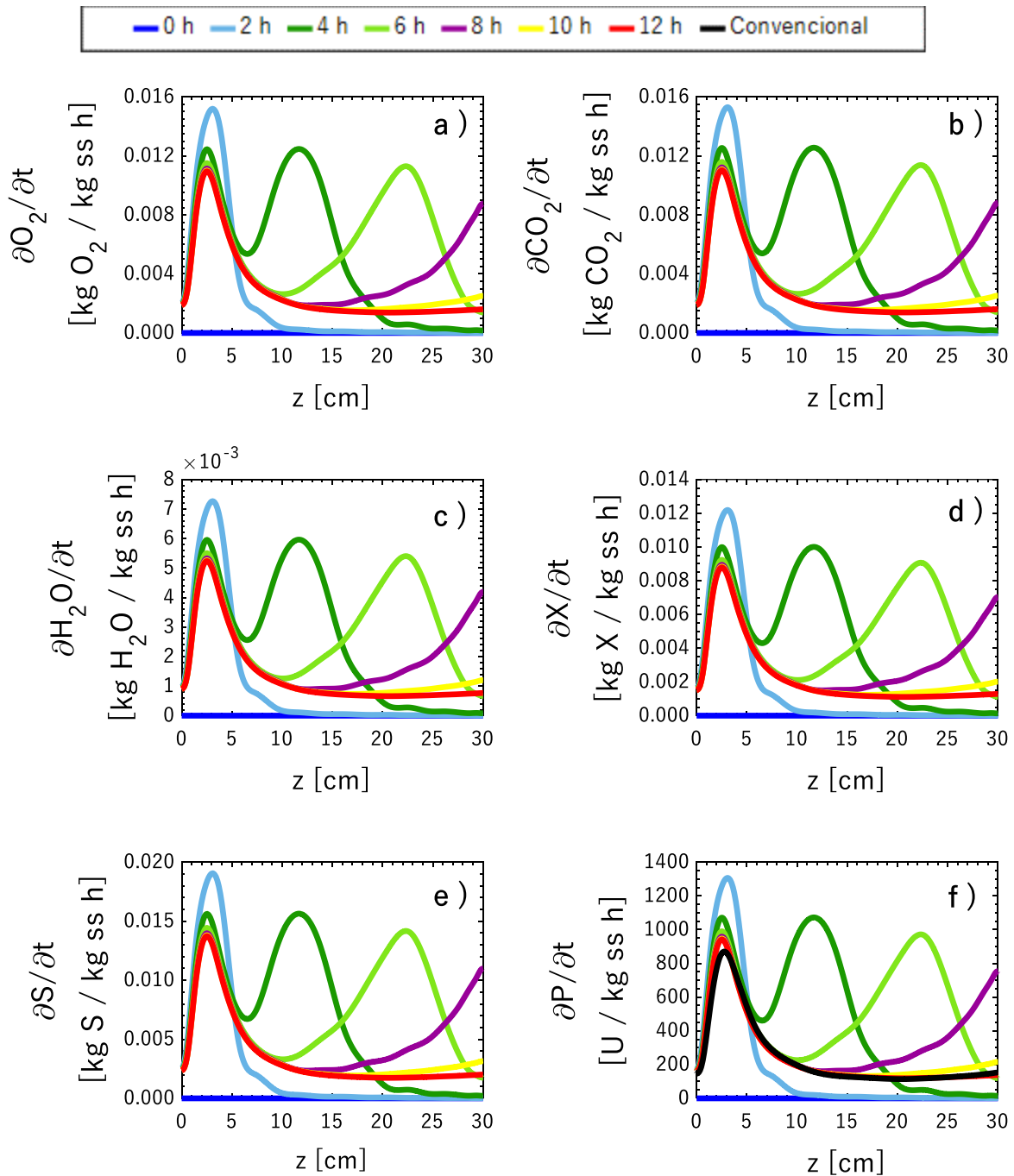


Figura A10. Velocidad de reacción a diferentes posiciones axiales: a) Velocidad de consumo de O_2 ; b) Velocidad de producción de CO_2 ; c) Velocidad de producción de H_2O ; d) Velocidad de producción de biomasa; e) Velocidad de consumo de sustrato; f) Velocidad de producción de proteasas.

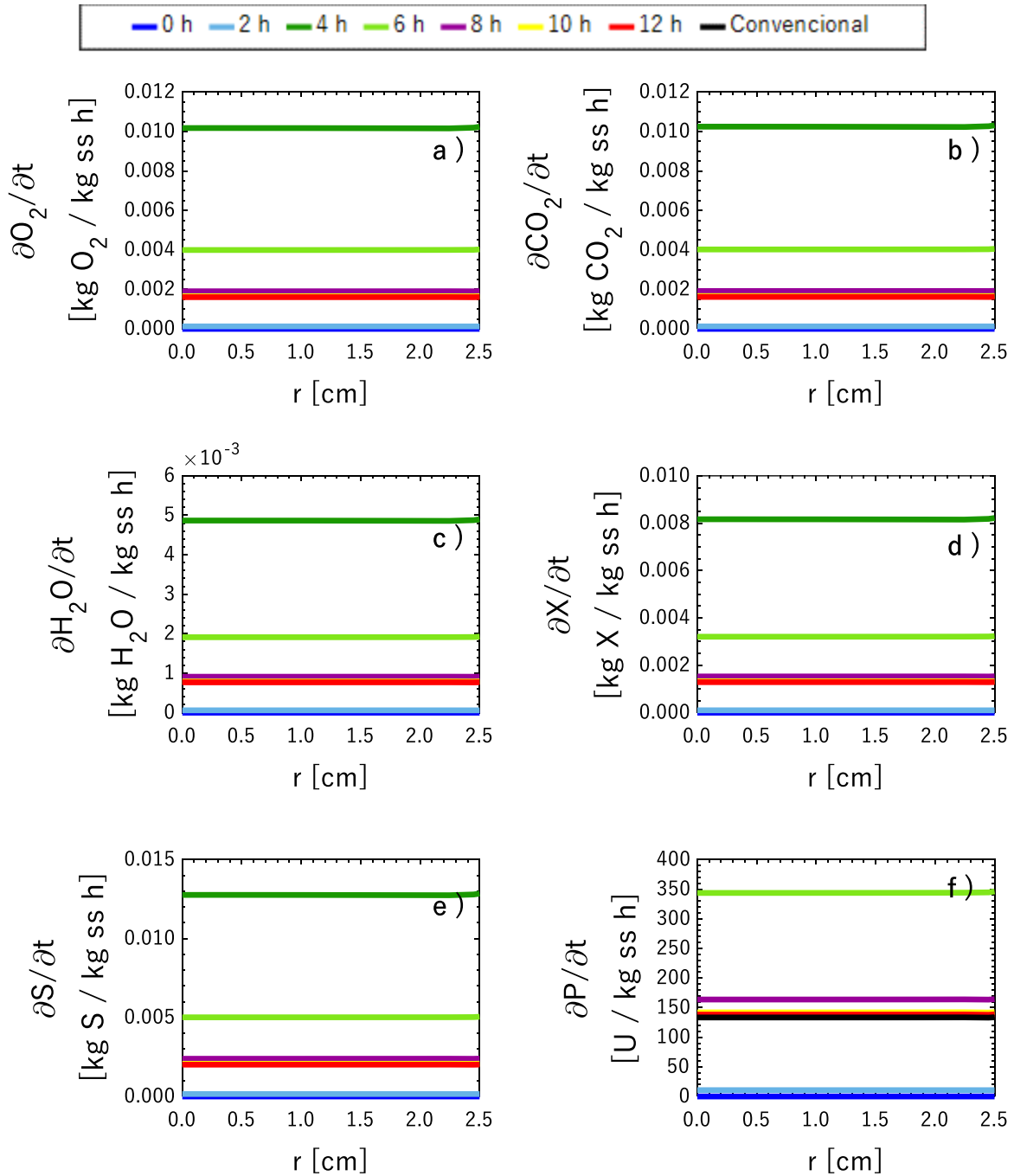


Figura A11. Velocidad de reacción a diferentes posiciones radiales: a) Velocidad de consumo de O_2 ; b) Velocidad de producción de CO_2 ; c) Velocidad de producción de H_2O ; d) Velocidad de producción de biomasa; e) Velocidad de consumo de sustrato; f) Velocidad de producción de proteasas.

Efecto de la concentración de alimentación de oxígeno sólo por la membrana

Para comprobar que el O_2 es permeado a través de la membrana hacia el lecho, se realizó una simulación considerando que a la entrada del lecho entra N_2 mientras que el oxígeno que entra al lecho es permeado a través de la membrana. En la Figura A12 se muestra los perfiles transitorios de la concentración en el centro del lecho. Se observa que la concentración de O_2 en la fase fluida aumenta hasta el valor de la concentración de oxígeno en el aire, la misma concentración obtenida en el caso convencional. Sin embargo, la concentración de O_2 en la fase sólida disminuyó respecto al valor del caso convencional. Lo cual genera que la producción de CO_2 disminuya respecto al caso convencional. En el perfil axial de la Figura A14 se observa que la concentración de YO_2 en el centro del lecho es igual a la concentración de O_2 en el aire para todas las posiciones axiales y la concentración de CO_2 aumenta conforme se incrementa la altura del lecho. Sin embargo, en la Figura A15 donde se muestra el perfil radial de concentración, se observa que la concentración de O_2 en la fase fluida sólo incrementó en el centro del lecho, mientras que para las demás posiciones radiales la concentración de O_2 es menor. Esto genera que la producción de CO_2 acumulado sea mucho menor que la obtenida para el caso convencional.

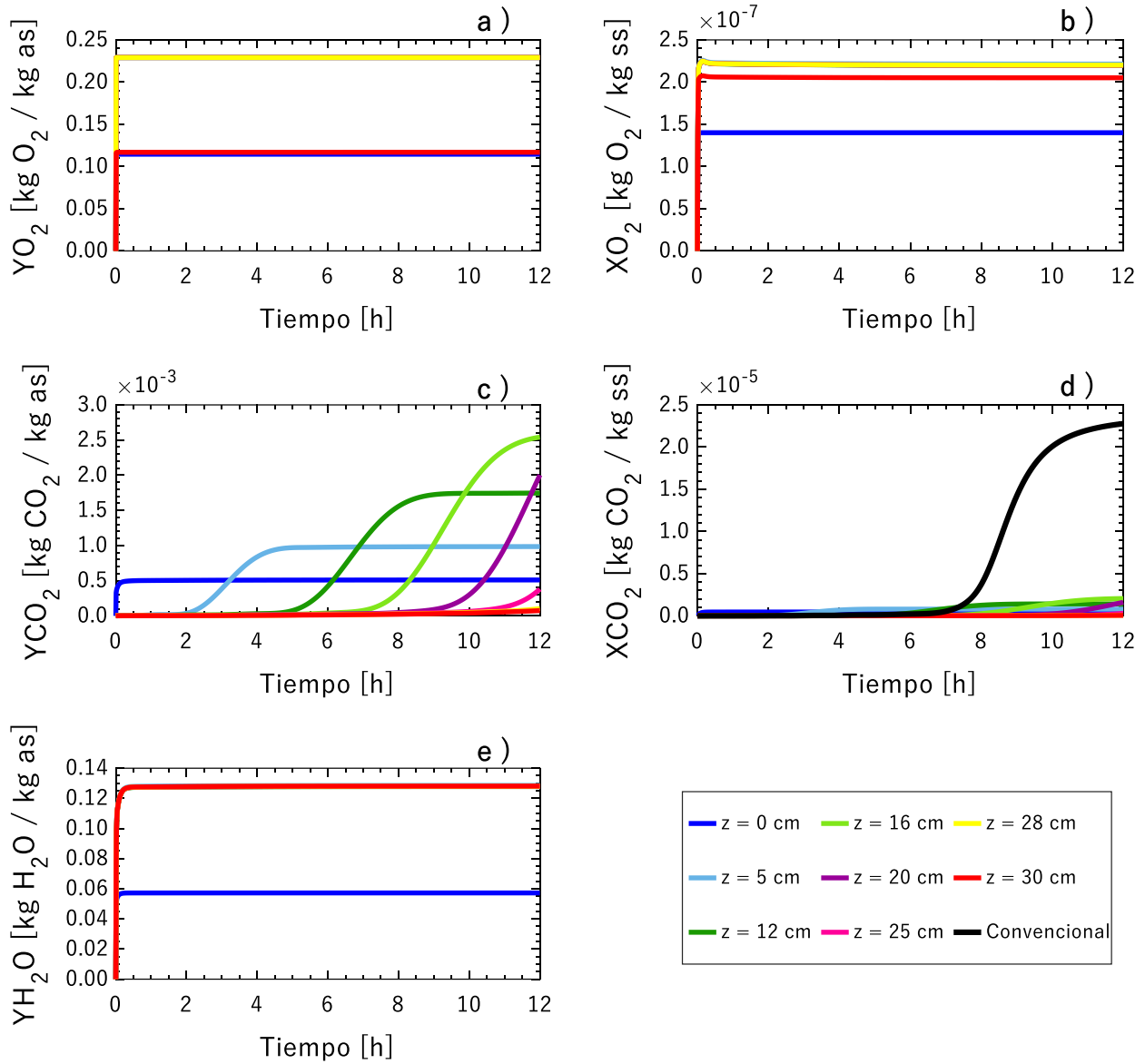


Figura A12. Perfiles dinámicos de concentración a diferentes alturas del lecho: a) YO_2 ; b) XO_2 ; c) YCO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O

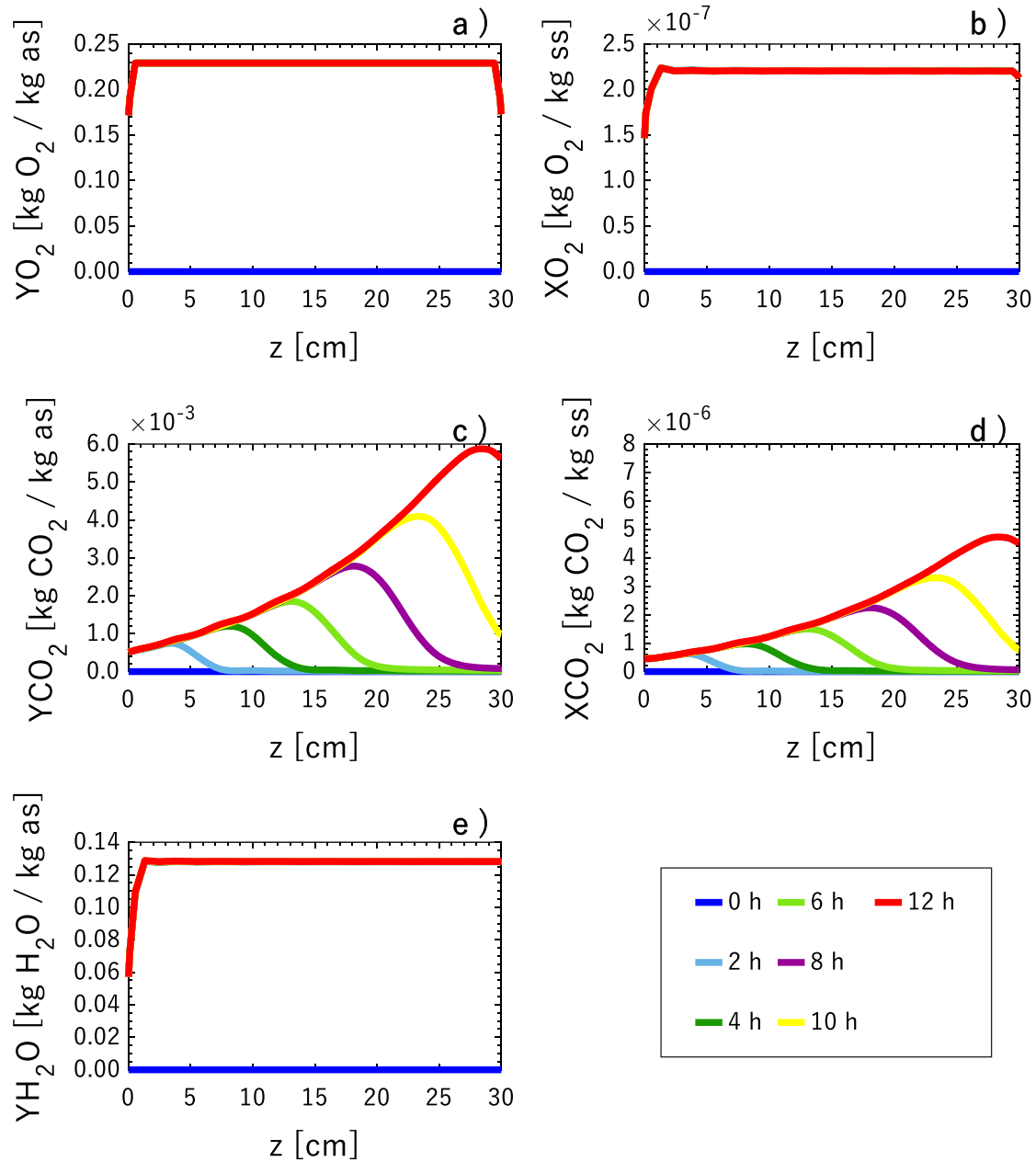


Figura A13. Perfiles axiales de concentración a diferentes tiempos de fermentación: a) YO_2 ; b) XO_2 ; c) YCO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O

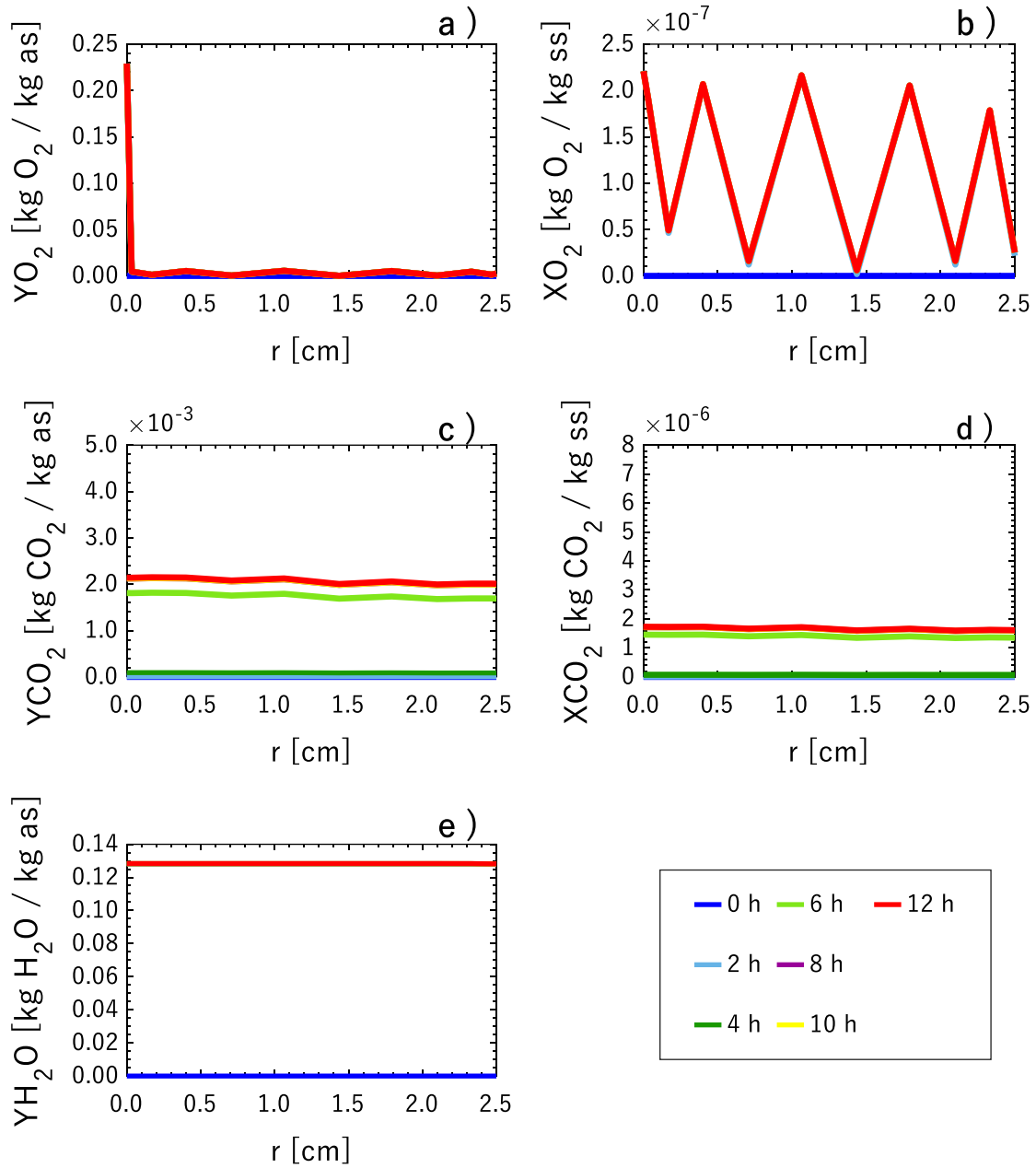


Figura A14. Perfiles radiales de concentración a diferentes tiempos de fermentación: a) YO_2 ; b) XO_2 ; c) YCO_2 ; d) XCO_2 ; e) YH_2O

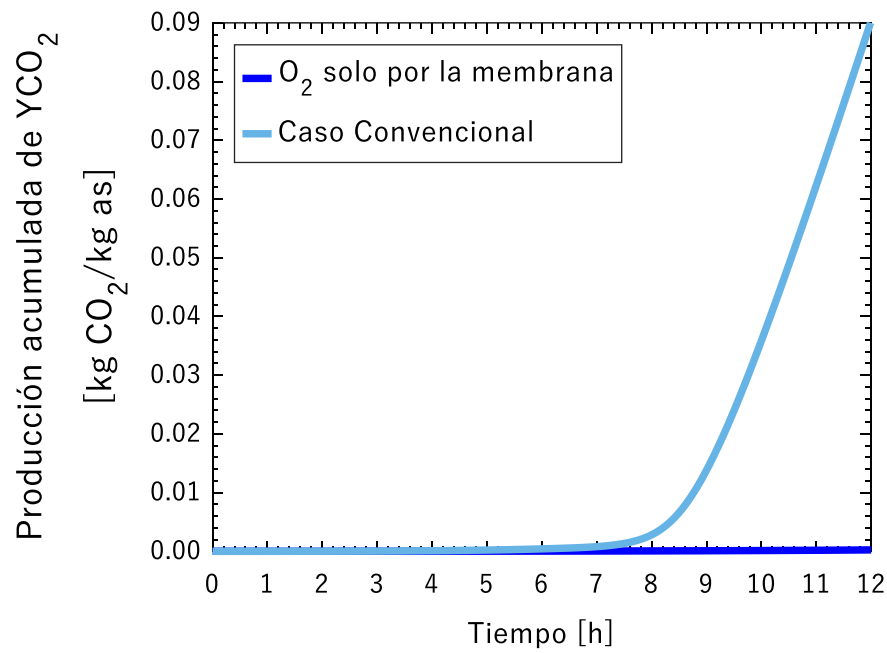


Figura A15. Producción acumulada de CO_2 al evaluar la entrada de oxígeno sólo por la membrana

En la Figura A16 se muestra que la temperatura del sistema presenta el mismo comportamiento que en el caso convencional.

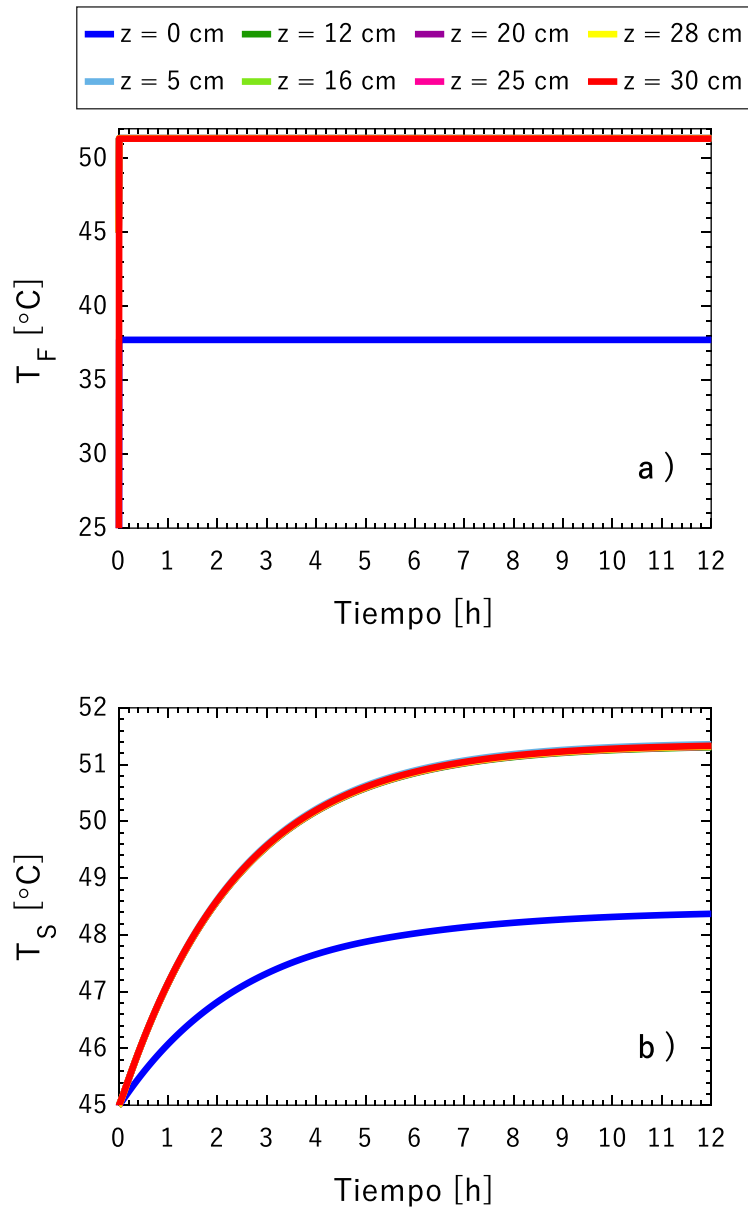


Figura A16. Perfiles dinámicos de temperatura a distintas posiciones axiales del biorreactor: a) Temperatura de la fase fluida; b) Temperatura de la fase sólida

En la Figura A17 se muestra el perfil axial de la velocidad de producción de proteasas a diferentes tiempos de fermentación, donde a las 12 horas se observa que la velocidad obtenida es menor que la obtenida para el caso convencional, como la temperatura del sistema presentó el mismo comportamiento que en caso convencional, la disminución en la

velocidad de producción de proteasas se atribuye a la menor concentración de O_2 en la fase sólida. En la Figura A18 se muestra el perfil de velocidad de reacción radial, donde se aprecia que la velocidad de producción de proteasas es menor que en el caso convencional. También se aprecia que el perfil tiene un comportamiento senoidal.

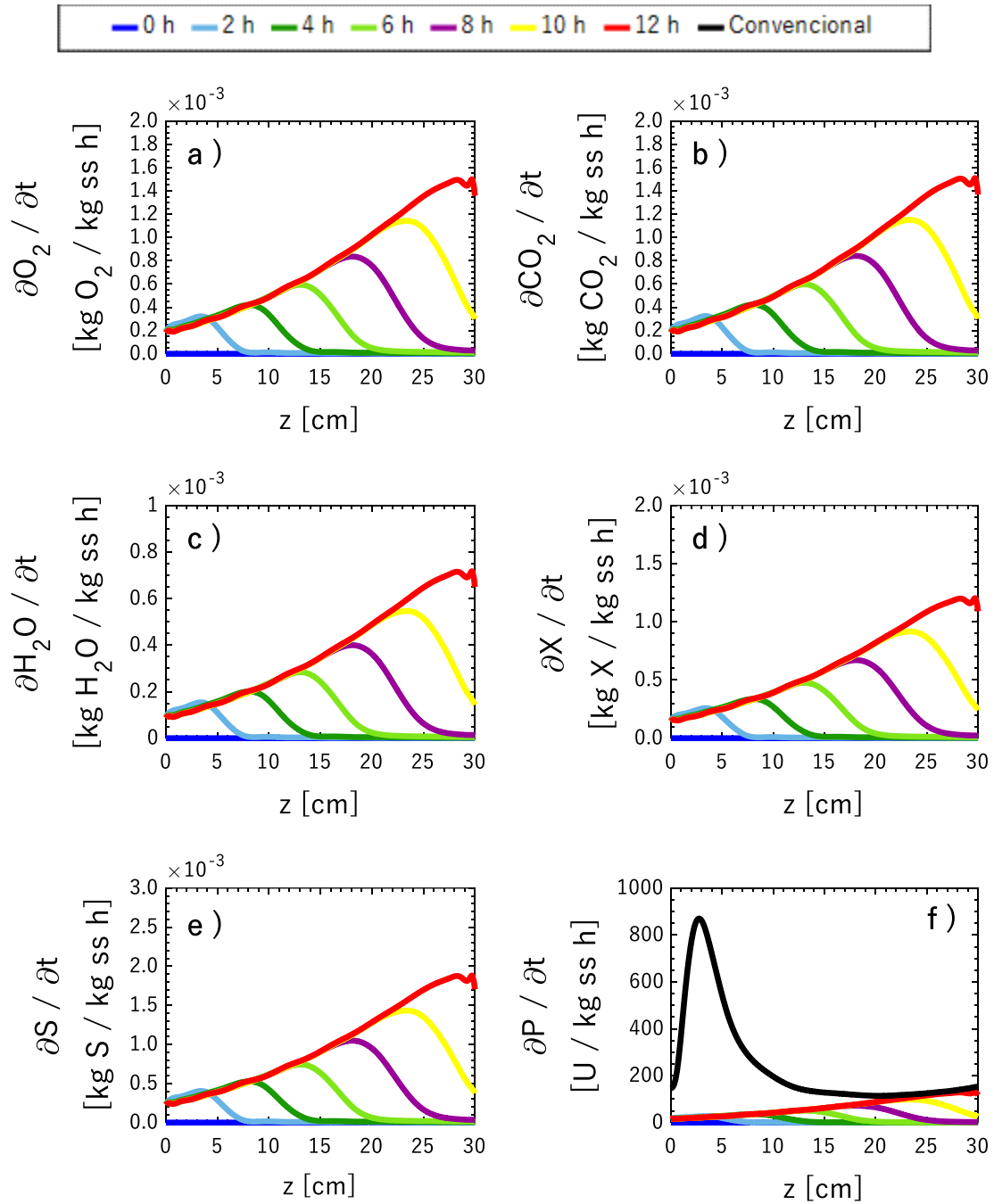


Figura A17. Velocidad de reacción a diferentes posiciones axiales: a) Velocidad de consumo de O_2 ; b) Velocidad de producción de CO_2 ; c) Velocidad de producción de H_2O ; d) Velocidad de producción de biomasa; e) Velocidad de consumo de sustrato; f) Velocidad de producción de proteasas.

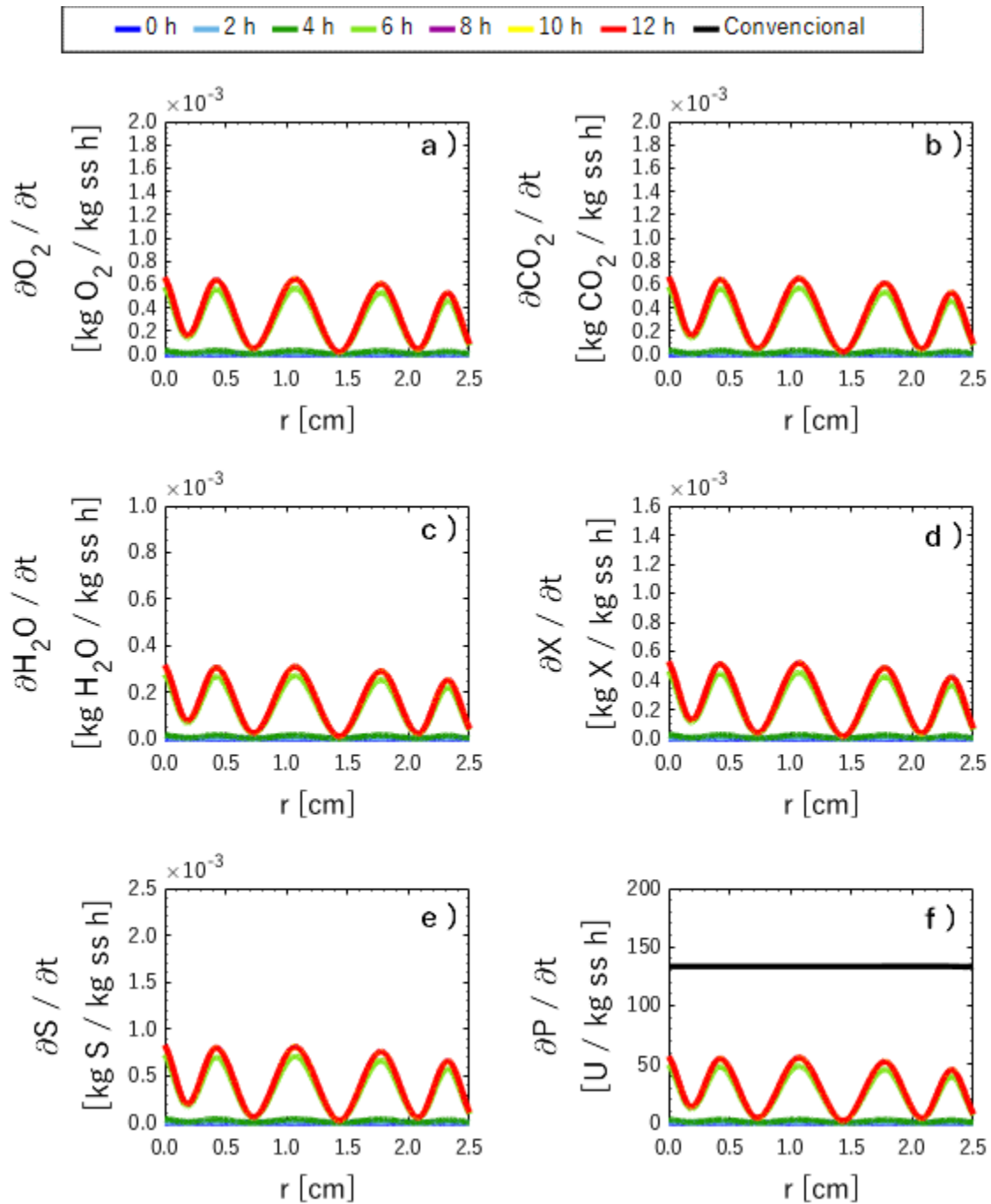


Figura A18. Velocidad de reacción a diferentes posiciones radiales: a) Velocidad de consumo de O_2 ; b) Velocidad de producción de CO_2 ; c) Velocidad de producción de H_2O ; d) Velocidad de producción de biomasa; e) Velocidad de consumo de sustrato; f) Velocidad de producción de proteasas.



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

ACTA DE EXAMEN DE GRADO

No. 00150

Matrícula: 2183802353

Modelado e intensificación de producción de proteasas por *Yarrowia lipolytica* 2.2ab en fermentación en medio sólido mediante la propuesta de una configuración de reactor que permita mejorar la hidrodinámica, y la transferencia de masa y calor



Con base en la Legislación de la Universidad Autónoma Metropolitana, en la Ciudad de México se presentaron a las 13:00 horas del día 2 del mes de marzo del año 2022 POR VÍA REMOTA ELECTRÓNICA, los suscritos miembros del jurado designado por la Comisión del Posgrado:

DR. SERGIO HUERTA OCHOA
DR. HUGO ALBERTO VELASCO BEDRAN
DR. VICTOR SANCHEZ VAZQUEZ

Bajo la Presidencia del primero y con carácter de Secretario el último, se reunieron para proceder al Examen de Grado cuya denominación aparece al margen, para la obtención del grado de:

MAESTRA EN CIENCIAS (INGENIERIA QUIMICA)

DE: BRIANDA ANDREA RIVERA RIVERO

y de acuerdo con el artículo 78 fracción III del Reglamento de Estudios Superiores de la Universidad Autónoma Metropolitana, los miembros del jurado resolvieron:

BRIANDA ANDREA RIVERA RIVERO
ALUMNA

Aprobar

REVISÓ

MTRA. ROSALIA SERRANO DE LA PAZ
DIRECTORA DE SISTEMAS ESCOLARES

Acto continuo, el presidente del jurado comunicó a la interesada el resultado de la evaluación y, en caso aprobatorio, le fue tomada la protesta.

DIRECTOR DE LA DIVISIÓN DE CBI

DR. JESUS ALBERTO OCHOA TAPIA

PRESIDENTE

DR. SERGIO HUERTA OCHOA

VOCAL

DR. HUGO ALBERTO VELASCO BEDRAN

SECRETARIO

DR. VICTOR SANCHEZ VAZQUEZ