

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA UNIDAD IZTAPALAPA DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

MODELO DE PROGRAMACIÓN NO LINEAL ENTERA-MIXTA PARA LA SÍNTESIS DE REDES DE INTERCAMBIO DE CALOR CON MEZCLADO NO ISOTÉRMICO

Tesis que presenta

I.A. Azahalia Alejandra Pineda González

Para obtener el grado de

Maestra en Ciencias en Ingeniería Química

Bajo la asesoría de:

Dr. Juan Manuel Zamora Mata

Posgrado en Ingeniería Química

México DF, Junio de 2013

A mis padres Lirio Azahalia y Alejandro, quienes con su constante ejemplo, me han enseñado la importancia del esfuerzo, el trabajo y la pasión por lo que uno hace. Les agradezco el apoyo incondicional que me brindan para realizar de manera libre las decisiones importantes en mi vida y su amor total.

A mis hermanos Andrea y Alejandro por ser mis compañeros, confidentes y consejeros. A Farah, mi nueva hermana, por su caríño. A Lian por existir.

A Toño, por su apoyo y su amor sincero, incondicional y constante, por las palabras, libros, música, películas y horas de estudio que hemos compartido, por nuestra vida en DF y por seguir creciendo juntos.

Al "Doc" Dr. Oscar Sánchez Daza, por su ejemplo de trabajo y esfuerzo hasta el final, por el empeño que puso para que todos creciéramos de forma integral abriéndonos los ojos y la mente a mundos lejanos e internos, por mostrarnos nuevas formas de vivir, de trabajar y de ser amigos, por sus regaños y críticas siempre motivadas para hacernos mejores personas, por heredarnos una nueva familia, y por todo lo demás.

A Míli, Abí, Paísa, Teresita, Euly, Gus, Beto, Toño, Elo, Vírí, y demás compañeros y maestros que forman el grupo de trabajo e investigación en ingeniería química.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por la beca otorgada para realizar mis estudios de la maestría. A mí asesor el Dr. Juan Manuel Zamora, por sus enseñanzas y al Dr. Maurício Sales y el Dr. Rogelio Hernández que aportaron sus valiosos comentarios al trabajo. A Rosa Irís Núñez por su apoyo y sus palabras.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

UNIDAD IZTAPALAPA

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

MODELO DE PROGRAMACIÓN NO LINEAL ENTERA-MIXTA PARA LA SÍNTESIS DE REDES DE INTERCAMBIO DE CALOR CON MEZCLADO NO ISOTÉRMICO

Tesis que para obtener el grado de Maestra en Ciencias en Ingeniería Química

Presenta:

Ing. Ambiental Azahalia Alejandra Pineda González

Bajo la asesoría de:

Dr. Juan Manuel Zamora Mata

Posgrado en Ingeniería Química

México DF, Junio de 2013

Resumen

En el presente trabajo se desarrolla un modelo matemático, el cual puede ser usado para la síntesis de redes de intercambio de calor, dicho modelo parte del modelo Synheat de Yee y Grossmann (1990), que se basa en una superestructura por etapas la cual captura diferentes configuraciones de red. Dentro de las suposiciones realizadas para derivar el modelo Synheat, se encuentra la consideración del mezclado isotérmico, que permite evitar la incorporación de balances de energía no lineales alrededor de los equipos.

El modelo desarrollado en este trabajo, permite contemplar el mezclado no isotérmico a nivel de la síntesis de la red, por lo que se denomina modelo Ni-Synheat (Ni: No isotérmico). Para lograr este objetivo se introducen las variables y restricciones necesarias para capturar el mezclado no isotérmico y se presenta una metodología de solución del modelo. Con la resolución de cinco casos de estudio, presentados previamente en la literatura, se obtienen resultados que permiten comparar los diseños obtenidos con el modelo Ni-Synheat respecto de los publicados previamente en la literatura y los que se pueden obtener con el modelo Synheat, bajo las suposiciones de: coeficientes de película para la transferencia de calor, capacidades caloríficas y flujos másicos constantes.

A manera de introducción en el Capítulo 1 se presenta brevemente el estado del arte de la síntesis de redes de intercambio de calor y posteriormente se describe la evolución de algunos de los métodos propuestos previamente para realizar dicha tarea.

En el Capítulo 2 se describe el concepto de superestructura utilizado en el trabajo de Yee y Grossmann (1990). Se presenta una revisión del modelo matemático Synheat, y finalmente se describe la metodología propuesta por dichos autores para la obtención de redes de intercambio de calor con mezclado no isotérmico.

En el Capítulo 3 se presenta el modelo Ni-Synheat, haciendo énfasis en la formulación de las restricciones que modelan el mezclado no isotérmico desde el nivel de la programación no lineal entera mixta, desde la síntesis de la red de intercambio de calor.

En el Capítulo 4 se describe la metodología de multi-arranque propuesta para llevar a cabo los experimentos computacionales y generar soluciones para cinco casos de estudio, los cuales van desde problemas de dos corrientes calientes y dos corrientes frías, hasta problemas de seis corrientes calientes y cinco corrientes frías. La metodología propuesta se utiliza para generar soluciones con mezclado no isotérmico y sin división de corrientes de proceso mediante el uso de una

implementación no comercial del modelo Synheat desarrollada previamente por el Dr. Juan Manuel Zamora Mata.

Finalmente en el Capítulo 5 se presentan las contribuciones y conclusiones a las cuales se llega en este trabajo y algunas propuestas para trabajo futuro.

Índice

Resumeni
Índice de Figurasvii
Índice de Tablasxi
Capítulo 1 Introducción1
1.1 Introducción1
Síntesis de Procesos
Evolución de los métodos para la Síntesis de Redes de Intercambio de Calor
1.2 Objetivos
1.2.1 Objetivo General
1.2.2 Objetivos Particulares
Capítulo 2 Modelo Synheat para la Síntesis de Redes de Intercambio de Calor
2.1 Introducción15
2.2 Planteamiento del Problema
2.3 Superestructura de Yee y Grossmann
2.4 Modelo Matemático Synheat
2.4.1 Función Objetivo25
2.4.2 Restricciones del Modelo

2.5. Metodología de Programación No Lineal Entera-Mixta- Programación No Lineal

(PNLEM-PNL)	32
2.5.1 Ejemplo Ilustrativo del uso de la Metodología PEMNL-PNL	33
Capítulo 3 Modelo Ni-Synheat para la Síntesis de Redes de Intercambio de Calor con Mezclado	27
	37
3.1 Introducción	37
3.2 Planteamiento del Problema	37
3.3 Propuesta	38
3.4 Modelo Matemático Ni-Synheat	40
3.4.1 Función Objetivo	43
3.4.2 Restricciones del Modelo	44
3.4.3 Restricciones que Capturan el Mezclado No Isotérmico	46
Capítulo 4 Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio	<u> 51</u>
4.1 Introducción	51
4.2 Metodología de Solución	52
4.3 Esquemas de Inicialización y Casos de Estudio	55
4.4 Caso de Estudio 1	57
4.5 Caso de Estudio 2	65
4.6 Caso de Estudio 3	71
4.7 Caso de Estudio 4	78
4.8 Caso de Estudio 5	85

Capítulo 5 Conclusiones y Trabajo Futuro	<u>.95</u>
5.1 Introducción	.95
5.2 Contribuciones	.95
5.3 Conclusiones Particulares	.96
5.4 Conclusiones Generales1	00
5.4 Trabajo futuro1	00
Apéndice 11	03
A.1 Dependencia del balance de energía en los mezcladores, en el modelo Ni-Synheat1	03
Referencias1	07

Índice de Figuras

Figura 1. 1 Nube conceptual de los títulos de artículos en las revistas de investigación
Figura 1. 2 Línea del tiempo con algunos hitos de la síntesis de redes de intercambio de calor7
Figura 2. 1 Superestructura de dos etapas
Figura 2. 2 Configuraciones no capturadas con la superestructura de Yee y Grossmann, 1990
Figura 2. 3 Representación de las variables continuas
Figura 2. 4 Uso de la superestructura y las variables binarias para obtener una configuración de red 24
Figura 2. 5 Balance de energía por corriente27
Figura 2. 6 Balance de energía por etapa28
Figura 2. 7 Asignación de los valores de las temperaturas a la entrada de la superestructura
Figura 2. 8 Determinación de las cargas térmicas de los servicios auxiliares
Figura 2. 9 Representación del modelo Synheat
Figura 2. 10 Metodología propuesta por Yee y Grossmann para obtener redes con mezclado no isotérmico
Figura 2. 11 Diagrama de malla de la solución con mezclado isotérmico para el ejemplo ilustrativo. 35
Figura 2. 12 Solución publicada por Yee y Grossmann (1990) para el ejemplo ilustrativo35
Figura 3. 1 Implicaciones del mezclado isotérmico, temperaturas inter-etapa y flujos de capacidad calorífica en ramales secundarios
Figura 3. 2 Posicionamiento en la superestructura de las variables continuas adicionales
Figura 3. 3 Comparación entre las definiciones de las diferencias de temperatura de los modelos Synheat y Ni-Synheat
Figura 3. 4 Representación del modelo Ni-Synheat
Figura 4. 1 Metodología Experimental

Figura 4. 2 Funciones "uniform" y "normal"
Figura 4. 3 Ejemplos de valores de inicio para las variables continuas del modeloNi-Synheat
Figura 4. 4 Evolución de los diseños factibles de red, obtenidos con el modelo Ni-Synheat para el Caso de Estudio 1 con dos etapas en la superestructura, costo del mejor diseño: 83,030.46 \$/año 58
Figura 4. 5 Evolución de los diseños factibles de red, obtenidos con el modelo Ni-Synheat para el Caso de Estudio 1 con tres etapas en la superestructura, costo del mejor diseño 83,030.46 \$/año 59
Figura 4. 6 Diagrama de malla del diseño MNI-1.2 para el Caso de Estudio 1 60
Figura 4. 7 Diagrama de malla del diseño MNI-1.3 para el Caso de Estudio 1 61
Figura 4. 8 Evolución de los diseños factibles de red obtenidos con el modelo Ni-Synheat para el Caso de Estudio 2 con dos etapas en la superestructura, costo del mejor diseño 377,047.91 \$/año 66
Figura 4. 9 Evolución de los diseños factibles de red obtenidos con el modelo Ni-Synheat para el Caso de Estudio 2 con tres etapas en la superestructura, costo del mejor diseño 377,047.91 \$/año 67
Figura 4. 10 Diagrama de malla del diseño MNI-2.1 para el Caso de Estudio 2, costo Chen 377,047.91 \$/año, costo DMLT 376,678.169 \$/año
Figura 4. 11 Diagrama de malla del diseño MNI-2.2 para el Caso de Estudio 2, costo Chen 378,096.19 \$/año, costo DMLT 377,748.470 \$/año
Figura 4. 12 Evolución de los diseños factibles de red obtenidos con el modelo Ni-Synheat para el Caso de Estudio 3 con cuatro etapas en la superestructura, costo del mejor diseño 95,723.10 \$/año. 73
Figura 4. 13 Diagrama de malla del diseño MNI-3.1 para el caso de Estudio 3, costo Chen 95,723.10 \$/año, costo calculado con la DMLT 95,661.05 \$/año
Figura 4. 14 Evolución de los diseños factibles de red obtenidos con el modelo Ni-Synheat para el Caso de Estudio 4 con cuatro etapas en la superestructura, costo del mejor diseño 105,771.92 \$/año 80
Figura 4. 15 Diagrama de malla del diseño MNI-4.1 para el Caso de Estudio 4, costo Chen 105,771.92 \$/año, costo DMLT 105,661.287 \$/año
Figura 4. 16 Diagrama de malla del diseño MNI-4.2 para el Caso de Estudio 4, costo Chen 105,958.57 \$/año, costo DMLT 105,828.604 \$/año
Figura 4. 17 Evolución de los diseños factibles de red obtenidos con el modelo Ni-Synheat para el Caso de Estudio 5 con dos etapas en la superestructura, costo del mejor diseño 139,685 \$/año 86
Figura 4. 18 Diagrama de malla del diseño MNI-5.1 para el Caso de Estudio 5, costo Chen 139,685 \$/año, costo DMLT 139,417 \$/año

Figura 4. 19 Diagrama de malla del diseño MNI-5.3 para el Caso de Estudio 5, costo Chen	
139,871.62 \$/año, costo DMLT 139,618.056 \$/año	89
Figura 4. 20 Diagrama de malla del diseño MNI-5.5 para el Caso de Estudio 5, costo Chen	
139.793.44 \$/año, costo DMLT 139.605.709 \$/año	91

Índice de Tablas

Tabla 2. 1 Enfoques basados en el modelo Synheat	16
Tabla 2. 2 Datos de corrientes y costos para el ejemplo ilustrativo.	34
Tabla 4. 1 Datos del Caso de Estudio 1, Ejemplo 1 en Pettersson (2008)	57
Tabla 4. 2 Detalles de los equipos en el diseño MNI-1.2	60
Tabla 4. 3 Comparación de los resultados para el Caso de Estudio 1	63
Tabla 4. 4 Datos del Caso de Estudio 2, Ejemplo 1 en Ponce-Ortega y col. (2010)	65
Tabla 4. 5 Detalles de los equipos en el diseño MNI-2.1	68
Tabla 4. 6 Comparación de los resultados para el Caso de Estudio 2	70
Tabla 4. 7 Datos del Caso de Estudio 3, Ejemplo 5 en Björk y Westerlund (2002)	72
Tabla 4. 8 Características de los Experimentos con el modelo Ni-Synheat para el Caso de Estudio 3	72
Tabla 4. 9 Detalles de los equipos en el diseño MNI-3.1	75
Tabla 4. 10 Comparación de los resultados para el Caso de Estudio 3	77
Tabla 4. 11 Datos del Caso de Estudio 4, Ejemplo 2 en Ciric y Floudas (1991)	78
Tabla 4. 12 Características de los Experimentos con el modelo Ni-Synheat para el Caso de Estudio 4	79
Tabla 4. 13 Detalles de los equipos en el diseño MNI-4.1	
Tabla 4. 14 Comparación de los resultados para el Caso de Estudio 4	
Tabla 4. 15 Datos del Caso de Estudio 5, Ejemplo 2 en Silva y col. (2010)	
Tabla 4. 16 Detalles de los equipos en el diseño MNI-5.3	90
Tabla 4. 17 Detalles de los equipos en el diseño MNI-5.5	92
Tabla 4. 18 Comparación de los resultados para el Caso de Estudio 5	94

1.1 Introducción

Síntesis de Procesos

Un proceso industrial es un conjunto de operaciones ejecutadas para la obtención, transformación o transporte de uno o varios productos. En particular en la industria química existen unidades encargadas de la transformación de materias primas y de la separación de materiales. Junto a éstas se establecen tareas para el transporte, calentamiento, enfriamiento, almacenamiento, y otras. En conjunto dichas unidades y tareas tienen características propias y están posicionadas espacialmente dentro del diagrama general del proceso.

Como lo establecen Nishida, Stephanopoulos y Westerberg (1981) las interconexiones entre las unidades de proceso se determinan durante la fase de planeación. En esta etapa se debe establecer la configuración del proceso, mediante un procedimiento de toma de decisiones, en el cual se agoten los grados de libertad con el objetivo de generar la solución óptima. La ingeniería de síntesis de procesos hace de ésta toma de decisiones, su objeto de estudio, y busca generar las metodologías y técnicas para realizar la tarea de forma sistemática.

Para realizar el diseño de un proceso se puede hacer un análisis en el cual se ubique al reactor como la parte principal, seguido por capas externas que consisten en los sistemas de separación y reciclaje, de recuperación de calor, de servicios auxiliares y finalmente de tratamiento de agua y efluentes (Smith, 2005), o bien se puede hacer un análisis de cada unidad de proceso, partiendo el sistema en dos subsistemas, uno de transformación y separación y otro de transferencia de calor (Umeda y col., 1979). En cualquier caso las partes se encuentran acopladas y operan de forma interdependiente.

Las diferentes unidades que conforman un proceso industrial se encuentran interconectadas mediante corrientes de proceso, las cuales funcionan también como transportadoras de energía. El nivel energético de cada unidad está determinado por la energía contenida en las corrientes de proceso, la agregada adicionalmente y los procesos de transformación, transferencia y degradación que ocurran. La energía es el motor de todas las transformaciones que permite generar los cambios necesarios para convertir las materias primas en productos dentro de un proceso industrial, hecho que posiciona al sector industrial como un gran consumidor de energía.

En México el sector industrial es el segundo mayor consumidor de energía; en el año 2011 el 28.8% del consumo energético total, fue utilizado por la industria, este porcentaje representó un aumento de 5% respecto del año anterior según información oficial (Balance Nacional de Energía, 2011). Esta situación se presenta en otros países, por ejemplo, en EUA donde según Hasan y col. (2010), en el año de 2007 se le atribuyó al sector cerca del 32% del total de la energía consumida en ese año.

Esta situación refuerza la necesidad de realizar un manejo eficiente de este recurso, es por eso que dentro del diseño de procesos, una parte fundamental, es la integración óptima de la energía suministrada y la contenida en las corrientes de proceso, pues con ello se determina en gran medida la eficiencia energética de cualquier planta química. A lo largo de más de 40 años la integración energética ha sido una preocupación central del sector industrial.

Siendo que las corrientes de proceso fácilmente se pueden caracterizar mediante propiedades medibles como la temperatura y presión, el análisis más básico para determinar las necesidades energéticas de un proceso, consiste en evaluar el nivel de calentamiento y enfriamiento de las corrientes, esto es, cuáles son las que se requieren a mayor temperatura y cuales las que se requieren a menor temperatura, a lo largo del tren de unidades de proceso. Para cubrir esta demanda energética en principio se utilizan los servicios auxiliares de calentamiento y enfriamiento, que en conjunto representan la energía añadida al proceso, y en una planta química es casi el 40% del costo de operación, como lo mencionan Hasan y col. (2010). De manera general los procesos de integración energética buscan cubrir los requerimientos de energía de las corrientes frías, mediante el aprovechamiento del calor disponible de las corrientes calientes, reduciendo con esto las necesidades externas de energía, ya que en palabras de Hasan y col. (2010), la energía más limpia y más barata es aquella que no se usa.

Para abordar el problema de la integración energética se han desarrollado las redes de intercambio de calor. Dentro del campo de la síntesis de procesos, la síntesis de redes de intercambio de calor es el área más madura en cuanto a métodos sistemáticos se refiere, según Gundersen y Naess (1988), esta área está motivada por tener un enorme potencial en la reducción significativa del consumo total de energía de una planta, como se expone en el trabajo de Brandt y col. (2011), por lo tanto, la necesidad de generar metodologías que sistemáticamente aborden la integración de calor en una planta industrial se considera un objeto de estudio desde los años sesentas y setentas.

Dada la importancia de la energía en los procesos, en el siguiente apartado se describirá brevemente la evolución de la síntesis de redes de intercambio de calor, pues ésta área de la síntesis de procesos es el tema central del presente trabajo.

Evolución de los métodos para la Síntesis de Redes de Intercambio de Calor

La síntesis de redes de intercambio de calor se propone como solución a la situación en la cual un conjunto de corrientes de proceso necesitan sufrir cambios de estado termodinámico para aumentar o disminuir su temperatura por ganancia o pérdida de calor (Masso y Rudd 1969). Mediante la integración del calor contenido en las corrientes, se propone en principio reducir el consumo de energía adicional en el proceso.

El problema de la síntesis de redes de intercambio de calor a nivel industrial es complejo y se puede analizar desde diferentes puntos de vista.

- Desde un punto de vista sólo de la definición de los pares de corrientes de proceso que intercambian calor (apareamientos), la complejidad de esta situación es incorporada debido a la naturaleza combinatorial en varios niveles, incluyendo las decisiones para definir los apareamientos entre corrientes de proceso calientes y frías, para la recuperación de calor y los apareamientos entre las corrientes de proceso y los servicios auxiliares, para llegar a los niveles objetivo. El número de combinaciones posibles para los apareamientos y estructuración de la red crece exponencialmente con el número de corrientes en el problema. El problema combinatorial de los apareamientos entre las corrientes de proceso, aporta un gran grado de complejidad pues para un gran número de conjuntos de corrientes, existe un gran número de posibles combinaciones que definen distintas topologías de red de intercambio de calor.
- Desde el punto de vista de la termodinámica de las corrientes de proceso, que determina el valor de las propiedades físicas, como la capacidad calorífica, se brinda información para determinar si se opera en una región de una sola fase, de varias fases o de equilibrio de fases. Si hay un cambio de estado termodinámico se puede saber si el proceso repercutirá en el calor sensible o latente. Para situaciones multi-componente las determinaciones incluyen la influencia de la composición de las mezclas.

Las propiedades de transporte, que son funciones del estado termodinámico, como la viscosidad, influyen sobre la transferencia de calor a nivel macroscópico y determinan las decisiones que se

deberán tomar en cuanto a la imposición de configuraciones de flujo, materiales de construcción y diseño de los equipos.

- Algunos datos del problema pueden considerarse como suaves o rigurosos, en el sentido de que algunos niveles de temperaturas deben ser alcanzados mientras otros pueden variar dentro de un intervalo que convenga a la economía del proceso.
- También existe una gran cantidad de consideraciones de seguridad o de operatividad descritas como restricciones de apareamientos prohibidos o requeridos, y además se deben incluir todas las consideraciones económicas del proceso (Gundersen y Naess 1988).

Dada toda la complejidad del problema es casi imposible resolverlo sin antes relajar algunas restricciones, o establecer a priori los aspectos que serán tomados en cuenta para realizar el diseño de la red de intercambio de calor.

El problema del diseño de una red de intercambio de calor, fue introducido en la literatura por Ten Broeck (1944), posteriormente, se fijaron algunos conceptos primarios en los trabajos de Westbrook (1961) con su enfoque de programación dinámica, y de Hwa (1965), con el uso de una superestructura y de programación separable; estos trabajos se encuentran dentro de los primeros esfuerzos por abordar el problema de manera sistemática (Gundersen y Naess 1988), (Furman y Sahinidis 2002).

La formulación rigurosa del problema fue definida por Masso y Rudd (1969). A partir de este trabajo y los presentados por Hohmann (1971) y Hohmann y Lockhart (1976) en los años setentas, se desencadenó la investigación en el tema, dentro del cual se cuenta actualmente con una gran variedad de enfoques. La Figura 1.1 es una nube conceptual de los títulos de los artículos relacionados al tema de la síntesis de redes de intercambio de calor presentada por Anantharaman (2011), en esta figura se puede observar de manera cualitativa la incidencia de un concepto en los trabajos reportados en la literatura, de acuerdo al tamaño de la letra en la nube conceptual.

Masso y Rudd en 1969, establecieron un formato del problema, en el que se incluyen varias consideraciones y suposiciones. En dicho trabajo se establece la existencia de un conjunto de corrientes de proceso. Para cada corriente se conoce un valor de temperatura de suministro, el cual debe cambiar mediante la pérdida o ganancia de energía para obtener su valor objetivo de temperatura, mediante la transferencia de calor sensible.



Figura 1. 1 Nube conceptual de los títulos de artículos en las revistas de investigación

Un subconjunto de corrientes "calientes" se define por contener aquéllas corrientes de proceso que para llegar a su temperatura objetivo deben perder energía calorífica, por esta razón puede verse al conjunto de corrientes calientes como fuentes de energía. En el subconjunto de corrientes de proceso "frías", se agrupan aquéllas que requieren energía calorífica para llegar a su temperatura objetivo. En otras palabras, las corrientes calientes son aquéllas en las cuales la temperatura objetivo es menor que la temperatura de suministro y las corrientes frías aquéllas en las cuales la temperatura de suministro es menor a la temperatura objetivo.

Cada corriente de proceso se caracteriza por un flujo másico constante, y una capacidad calorífica, la cual se considera independiente de la temperatura y la presión. Las fuentes y sumideros adicionales de calor están representados usualmente por el vapor saturado y el agua de enfriamiento. En términos generales se denominan servicios auxiliares y se considera que su disponibilidad es ilimitada. El servicio auxiliar de calentamiento es vapor de agua, el cual sólo aporta su calor latente, mientras que el servicio auxiliar de enfriamiento es agua en estado líquido, cuya temperatura puede variar entre su valor inicial y un valor superior previamente definido.

Los equipos disponibles para el diseño de la red de intercambio de calor son de coraza y tubos operando a contracorriente y en un solo paso. Los coeficientes de transferencia de calor promedio se pueden calcular para el apareamiento entre cualquier par de corrientes de proceso, y entre corrientes de proceso y servicios auxiliares. Se establece un valor mínimo para la diferencia de temperaturas.

La economía del sistema o parte de éste se formula con la información siguiente. El costo de inversión de cada intercambiador de calor se establece con un enfoque polinomial como una función

del área del equipo, propuesta por Masso y Rudd (1969), dada por una correlación del tipo $C = aA^b$ donde *a* y *b* son constantes. Es posible agregar un cargo fijo a esta ecuación de costo para tomar en cuenta los gastos por la existencia del equipo, como en el trabajo de Yee y Grossmann (1990). Se considera que los costos de operación se representan sólo con los costos de los servicios auxiliares y se desprecian costos adicionales debidos al control del proceso, costos de mantenimiento, y otros, como lo señalan Ernst y col. (2010). Los costos totales se calculan en una base anual y los costos fijos se amortizan linealmente sobre un periodo de años.

Es difícil establecer una sola función objetivo puesto que en el problema existen partes cuantitativas como los costos y partes cualitativas como la seguridad, flexibilidad y operatividad para determinar el diseño de la red (Yu y col., 2000). Sin embargo en la formulación típica, la naturaleza multi-objetivo del problema se ha transformado en un problema de un solo objetivo central, el cual es estructurar un sistema que sea capaz de llevar a cabo las tareas mencionadas con el menor costo anual como lo remarcan Laukkanen y col. (2010).

La mayoría de los trabajos en la literatura abordan el problema de la síntesis de redes de intercambio de calor como lo establecieron Masso y Rudd (1969) o con alguna variación del mismo.

Los trabajos de Gundersen y Naess (1988), Jezowsky (1994) y Furman y Sahinidis (2002) son revisiones extensas en donde se puede hallar información detallada acerca de los diferentes enfoques para abordar el problema de la síntesis de redes de intercambio de calor, durante el tiempo en el que se ha tratado este tema de estudio. En la Figura 1.2 se presenta en forma esquemática una línea del tiempo en la cual se pueden observar algunos hitos del tema de la síntesis de redes de intercambio de calor.

Algunos intentos por resolver el problema de la síntesis de redes de intercambio de calor, fueron abordados mediante diferentes enfoques, entre éstos algunos con métodos de la programación matemática (Nishida, Liu y Lapidus 1977), sin embargo los métodos que ganaron más aceptación a finales en los años setentas se realizaron con metodologías desarrolladas con base en conceptos termodinámicos.

En los trabajos de Hohmann se construyeron diagramas de entalpía-temperatura, denominados curvas compuestas de Hohmann-Lockhart (1971) y se determinó por primera vez la regla para determinar el número mínimo de unidades para un problema dado (Furman y Sahinidis 2002).

Umeda y col. (1979) partiendo de la búsqueda de la conservación de la disponibilidad de la energía en los procesos, construyeron diagramas de energía disponible y requerida, con el fin tanto de realizar la

síntesis de la red como el análisis de la misma. El enfoque termodinámico de primera y segunda ley permitió que se hiciera una descripción más detallada de la disponibilidad de energía, tanto física como química. Dentro de la disponibilidad física se encuentran la disponibilidad de energía térmica, que depende de los cambios en la temperatura, y la disponibilidad de energía mecánica que depende de los cambios en la presión. Bajo este enfoque, el problema de la integración de calor se veía como un problema en el cual se buscaba minimizar la pérdida de energía disponible, y en donde la conservación energética debería buscar que el proceso se aproximara lo más que se pudiera a uno reversible (Umeda, Harada y Shiroko 1979).



Figura 1. 2 Línea del tiempo con algunos hitos de la síntesis de redes de intercambio de calor

Los diagramas de energía disponible y requerida se construían de tal forma que las curvas se aproximaban en un punto y representaba un cuello de botella para la integración de calor del sistema, denominado punto de pliegue (Umeda, Harada y Shiroko 1979). Por otro lado, Linnhoff y Flower (1978a), reconocieron que era posible determinar el valor del mínimo número de unidades con el cual se obtuviera la máxima recuperación de energía, como una función de un parámetro de diferencia de temperaturas, antes de determinar la estructura de la red de intercambio de calor. En los trabajos de Linnhoff y col. (1979) se presentó un entendimiento fundamental del punto de pliegue para la recuperación de calor, incluyendo el efecto de la descomposición del sistema. Además se observó por primera vez que el transferir calor a través del punto de pliegue derivaba en un exceso en el consumo de servicios auxiliares (Gundersen y Naess 1988).

Dolan y col. (1989) a manera de crítica resaltaron la amplia aceptación de que un diseño óptimo de una red de intercambio de calor sería aquél en el cual se cumplieran los criterios de la máxima recuperación de calor, en otras palabras el mínimo gasto en servicios auxiliares y el mínimo número de equipos, y que muchos esfuerzos de investigación se habían realizado para buscar

Capítulo 1

Introducción

metodologías que pudieran determinar la red de intercambio de calor bajo dichas metas de diseño. A estos enfoques se les conoce en conjunto como métodos secuenciales, pues descomponen el problema central en problemas secundarios, con el fin de disminuir los requerimientos computacionales de la complejidad combinatoria original, estos sub-problemas se resuelven sucesivamente en un orden decreciente de su importancia respecto del costo total anual del diseño de la red de intercambio de calor (Furman y Sahinidis 2002).

Bajo ese enfoque se publicaron varios trabajos. En 1983 Linnhoff y Hindmarsh, publicaron la metodología del punto de pliegue, que utiliza la predicción de la máxima recuperación de energía y la determinación del número mínimo de unidades a partir de los datos de las corrientes de proceso. Se parte el problema original en sub redes a partir de la identificación del punto de pliegue y la información obtenida junto con algunas reglas heurísticas se utilizan para determinar el diseño final de la red de intercambio de calor.

Cerda (1980) y Cerda y Westerberg (1983) con metodologías exportadas de la investigación de operaciones concibieron la solución de la síntesis de redes de intercambio de calor en la forma del problema de transporte. En una fase inicial, se considera el problema del mínimo consumo de servicios auxiliares, dividiendo en intervalos pequeños el intervalo de temperatura del problema, definido por la temperatura más alta y la temperatura más baja dentro de los valores de temperaturas de suministro y objetivo del problema. Se consideran todas las rutas posibles para transferir el calor desde las corrientes calientes hacia las corrientes frías mediante un modelo de programación lineal. En la segunda fase se eligen los diseños de red que cumplen al mismo tiempo con el consumo mínimo de servicios auxiliares y el menor número de unidades para lo cual se modela un problema de programación lineal mixta entera; la estructura final de la red de intercambio de calor se realiza de forma manual añadiendo algunas divisiones de corriente en las corrientes de proceso que lo requieran.

En su trabajo, Papoulias y Grossmann (1983) utilizaron formulaciones del problema de transbordo, que es una variante del problema de transporte, para abordar la tarea de síntesis. La metodología propone dividir el intervalo de temperatura del problema en pequeños intervalos, dado un valor de diferencia de temperatura. Los intervalos de temperatura resultantes funcionan como nodos intermedios entre los suministros de calor, definidos por las corrientes calientes, y los destinos finales, definidos por las corrientes frías. Los autores proponen una formulación de programación lineal para definir el mínimo costo por servicios auxiliares y la ubicación de los puntos de pliegue, y una formulación de programación lineal mixta entera para determinar el número mínimo de

intercambiadores de calor en la red. Con la información obtenida, se realiza el diseño de forma manual.

Un paso hacia adelante en la síntesis de redes de intercambio de calor, fue el trabajo de Floudas, Ciric y Grossmann (1986), pues en este se utilizó una metodología en la cual la obtención del diseño de red se genera de forma automática, sin la necesidad de realizar esta parte a mano. Este enfoque se basó en los modelos de transbordo de Papoulias y Grossmann (1983) y la aportación adicional fue la de derivar la topología de la red a partir de un conjunto de superestructuras. Una vez que se cuenta con la información aportada por los modelos de transbordo, es decir, el consumo mínimo de servicios auxiliares, la localización de los puntos de pliegue, los apareamientos entre corrientes y las cargas térmicas de dichos apareamientos, se construye una superestructura para cada posible apareamiento en la red, en donde las variables desconocidas son las interconexiones entre las corrientes. El modelo de superestructura que proponen los autores, contiene tanto divisiones y mezclados de corrientes como derivaciones de flujo, con los cuales se pueden obtener todas las configuraciones posibles de red, con intercambiadores en paralelo y en serie para corrientes principales y ramales secundarios, y otras que pueden ser consultadas en el trabajo original. Con el uso de las superestructuras generadas se construye un modelo de programación no lineal y la solución provee la estructura de la red de intercambio de calor que minimiza el costo de capital.

Según el trabajo de Floudas y Ciric (1989), existen incertidumbres asociadas a cada paso en los que operan las metodologías secuenciales para la síntesis de redes de intercambio de calor; por ejemplo al determinar que no se deben tomar en cuenta las redes en las que se transfiere calor a través del punto de pliegue, se está descartando una región factible de las posibilidades en cuanto a la estructura de la red. Cuando se toman en cuenta sólo aquéllos apareamientos que cumplen con la meta de diseño del mínimo consumo de servicios auxiliares, se pierden varios apareamientos que son factibles y que pudieran generar diversas redes. Además de lo anterior, la naturaleza no lineal de la determinación de los costos de la red, provoca la existencia de soluciones locales sub-óptimas en las cuales se puede caer durante la búsqueda. Con base en la existencia de dichas incertidumbres, se justificó el desarrollo de metodologías simultáneas sobre las secuenciales.

Con un enfoque completamente simultáneo, se publicaron trabajos a finales de los años ochenta y principio de los años noventa para la síntesis de redes de intercambio de calor. Estos trabajos fueron publicados por Yuan y col. (1989), Yee y Grossmann (1990) y Ciric y Floudas (1991), dichos trabajos comparten las características de generar modelos de programación no lineal mixta

entera (PNLME), al contener tanto variables continuas como variables discretas de tipo binario y utilizar una superestructura para derivar la topología de la red final.

• En el enfoque de Yuan y col. (1989) se genera una superestructura restringida a redes sin división de corriente y sin re-apareamientos.

• En el trabajo de Ciric y Floudas (1991) se utiliza una modificación del modelo de transbordo de Papoulias y Grossmann (1983), y la llamada hiperestructura, desarrollada en un trabajo previo de Floudas y Ciric (1989), que se construye con las superestructuras para los apareamientos como se realiza en el trabajo de Floudas, Ciric y Grossmann (1986). Como se ha mencionado, la superestructura permite generar diversas configuraciones en la red de intercambiadores de calor, lo que deriva en un aumento de los términos no lineales en el modelo matemático.

• En el trabajo de Yee y Grossmann (1990), se presenta una superestructura por etapas en la cual las corrientes de proceso se dividen en cada etapa en ramales secundarios para intercambiar calor con todas las corrientes posibles. Posteriormente al intercambio de calor, se regenera la corriente principal mediante un mezclado isotérmico. No se permiten intercambiadores posicionados en serie en los ramales secundarios, ni derivaciones del flujo de las corrientes principales o secundarias. Este modelo se conoce como modelo Synheat y se describirá más a fondo en el Capítulo 2.

Dentro del problema de la síntesis es frecuente encontrar corrientes de proceso que por la magnitud de sus flujos másicos, su nivel de temperatura, o su capacidad calorífica, puedan ser sujetos de una división de la corriente principal en ramales secundarios que se dirigen a varios intercambiadores de calor. Cuando se regenera el flujo principal, los ramales secundarios en general se encuentran a diferentes valores de temperatura, y se dice que el mezclado es no isotérmico. Una consideración frecuente dentro de las metodologías para la síntesis es suponer que el valor de la temperatura de los ramales secundarios a la salida de los intercambiadores de calor es la misma, con lo cual al realizar la regeneración del flujo original de la corriente de proceso, se establece lo que se ha denominado en la literatura el mezclado isotérmico. En el trabajo de Yee y Grossmann (1990), se hace uso de la consideración del mezclado isotérmico, lo cual tiene consecuencias en la estructura matemática del modelo, pues a consecuencia de esta consideración, las restricciones son lineales.

La circunstancia de la linealidad de las restricciones en el modelo Synheat ha hecho que el modelo generado bajo este enfoque, goce de mucha aceptación en el tema y que tanto la superestructura como el modelo mismo hayan sido utilizados por varios grupos de trabajo como base de sus propios enfoques para la síntesis de redes de intercambio de calor durante por lo menos veinte años.

A partir de los enfoques secuenciales y simultáneos se generaron dos escuelas para la síntesis de redes de intercambio de calor, sin embargo, no es posible realizar un juicio objetivo de cuál tipo de metodología es mejor que la otra, debido a que ambas escuelas han podido resolver problemas a diferentes escalas, y bajo distintas consideraciones.

En las metodologías secuenciales se busca ir reduciendo las posibilidades y la complejidad del problema mediante los cortes de regiones de búsqueda realizados con la imposición de restricciones para el cumplimiento de las metas de diseño. Esto permite abordar problemas de diferentes tamaños. En los trabajos de Floudas, Ciric y Grossmann (1986), y Floudas y Ciric (1989), se abordan problemas en promedio de cinco corrientes de proceso, en el trabajo de Papoulias y Grossmann (1983) se aborda uno de diez corrientes de proceso. En los años noventas crece el tamaño de los problemas que se abordan con este tipo de metodologías, Colberg y Morari (1990) y Linnhoff y Ahmad (1990) abordan problemas de hasta siete y nueve corrientes respectivamente, en los trabajos de Briones y Kokossis (1999a, 1999b) se proponen soluciones para problemas de varios tamaños, desde seis, siete, nueve, diez y quince corrientes de proceso. En algunos problemas de tamaño industrial, la síntesis de redes de intercambio de calor se ha realizado con las metodologías basadas en técnicas secuenciales, y si bien se le da solución al problema, no existen garantías de que las soluciones provistas sean las mejores soluciones posibles, es el caso de los problemas en el trabajo de Briones y Kokossis (1999c) y el trabajo de Pettersson (2005) en el cual se resuelve un problema de treinta y nueve corrientes.

Las metodologías simultáneas permiten generar una amplia diversidad de soluciones factibles para cada problema haciendo uso de herramientas computacionales, sin embargo los requerimientos computacionales aumentan con el tamaño de los problemas, pues el número de combinaciones de los posibles apareamientos entre corrientes de proceso y entre corrientes de proceso y servicios auxiliares crece de manera exponencial. Los tamaños de los problemas que se han abordado con metodologías simultáneas y diferentes enfoques y consideraciones del problema de síntesis, están alrededor de cuatro, cinco y seis corrientes de proceso, ejemplo de ello son los casos de estudio abordados por Yee y Grossmann (1990), Ravagnani y Caballero (2007), y Ponce-Ortega y col. (2008 y 2010), aunque también se encuentran casos de estudio de mayor tamaño, por ejemplo en los trabajos de Mizutani y col. (2003) y Lofti y Boozarjomehry (2010) se abordan problemas con diez corrientes, en el de Sorzak y Kravanja (2004) de once, en Björk y Nordman (2005) de quince y en Sorzak y Kravanja (2002) de veinte corrientes de proceso.

Capítulo 1

Introducción

Bajo el enfoque de las metodologías simultáneas, se han publicado trabajos en los cuales se han obtenido soluciones óptimas globales de manera rigurosa pero haciendo consideraciones sobre el planteamiento del problema, algunos ejemplos son los trabajos con topología fija de Quesada y Grossmann (1993), en el cual se considera el costo de capital como una función lineal del área y se utiliza la diferencia aritmética de temperaturas y los trabajos de Zamora y Grossmann (1997 y 1998), en los cuales se considera la síntesis de redes de intercambio de calor sin división de corrientes con la diferencia media logarítmica de temperaturas, y con una función lineal de costo y la media aritmética de temperaturas respectivamente. En cuanto a los tamaños de los problemas abordados se observa que los problemas de cuatro corrientes de proceso son muy comunes, por ejemplo en los trabajos de Björk y Westerlund (2002), Bergamini (2007) y Pettersson (2008). El problema de mayor tamaño abordado con una metodología de optimización global contiene diez corrientes de proceso y se aborda en el trabajo de Pettersson (2008).

Otro enfoque distinto a las metodologías secuenciales y simultáneas es el uso de las denominadas metodologías meta-heurísticas, dentro de las cuales se enlista el uso de algoritmos de recocido simulado utilizado por Dolan y col. (1989), Nielsen y col. (1996) y Athier (1997), el uso de algoritmos genéticos por Lewin (1998) y Brandt y col (2011), búsqueda tabú por Lin y Miller (2004), búsqueda armónica del trabajo de Khorasany y Fesangary (2009), de enjambre de partículas de Silva y col. (2010) y enfoques híbridos, los cuales combinan algunas de las metodologías mencionadas, como por ejemplo Yu y col. (2000), Xiao y col. (2006), Fieg y col. (2009), Luo y col. (2009) y Gorji-Bandpy (2011). Dentro de esos trabajos se desarrollan modelos que resuelven problemas de tamaño industrial, como en el caso de Yu y col. (2000), Fieg y col. (2009) y Ernst y col. (2010). También se han propuesto metodologías híbridas incorporando partes del problema que se resuelven con métodos secuenciales o simultáneos como los trabajos de Li (2002), Ravagnani y col. (2005) y Toffolo (2009).

Redes con mezclado no isotérmico, se han obtenido con una diversidad de metodologías, tanto secuenciales como simultáneas. Dentro de las metodologías secuenciales por ejemplo el trabajo de Linnhoff y Flower (1978a, 1978b), basado en un análisis termodinámico y en la división en intervalos de temperatura del problema se obtienen diseños de redes sin división de corrientes que evolucionan a redes con división de corriente y mezclado no isotérmico. Cuando abordan el problema 4SP2, se puede observar una mejora en el costo (Linnhoff y Flower ,1978b). Otro ejemplo es el trabajo de Papoulias y Grossmann (1983), en los resultados que publican se presenta una red que contiene tanto mezclado isotérmico como mezclado no isotérmico para una corriente de proceso, en el problema 7SP4. Trabajos recientes de síntesis secuencial de redes de intercambio de calor, incluyen

el mezclado no isotérmico, como el trabajo de Pettersson (2005) en el que se aborda un problema con treinta y nueve corrientes de proceso.

Dentro de las metodologías simultáneas, para el caso de la obtención de redes con mezclado no isotérmico, Yee y Grossmann (1990) proponen una metodología en dos niveles, que se describirá en la Sección 2.5 del Capítulo 2. Esa metodología ha sido utilizada en los trabajos de Aaltola (2002) y de Verheyen y Zhang (2006). Björk y Westerlund (2002) presentaron una extensión del modelo Synheat de Yee y Grossmann (1990), para la incorporación del mezclado no isotérmico en la síntesis de redes de intercambio de calor. En su enfoque, realizaron los ajustes para poder acoplar la formulación a su metodología de convexificación de términos sigmoidales y llevar el modelo a una metodología de optimización global determinista, posteriormente se retoma este punto en la Sección 3.4.3 del Capítulo 3.

Otros métodos en los cuales se sintetizan redes que pueden capturar mezclado no isotérmico corresponden a técnicas meta-heurísticas como por ejemplo, los trabajos de Dolan y col. (1989) de recocido simulado, de Lewin (1998) de algoritmos genéticos, de Lin y Miller (2004) de búsqueda Tabú, y de Silva y col. (2010) de dispersión de partículas, aunque también existe la posibilidad de restringir la búsqueda a mezclado isotérmico como el caso de Pariyani y col. (2006). También se pueden mencionar métodos híbridos, que incorporan combinaciones de los enfoques anteriores como el trabajo de metodología secuencial y programación matemática de Anantharman y Gundersen (2006) y de algoritmos genéticos y procedimientos heurísticos de Brandt y col. (2011).

El problema de la síntesis de redes de intercambio de calor sigue vigente pues aún en día no existe una metodología capaz de resolver el problema en toda su complejidad y con la certeza de obtener los mejores resultados, por lo tanto se debe seguir trabajando en su solución. Las motivaciones que han justificado la implementación de la síntesis de redes de intercambio de calor han evolucionado. Durante los años setentas debido a la crisis energética, el aumento en los precios de la energía era la principal preocupación, por lo tanto la mayoría de los enfoques se centraba en la máxima recuperación de la energía, poniendo en segundo plano los costos de inversión. Durante los años ochentas y noventas, se buscó un equilibrio entre la recuperación energética y los costos de inversión, lo cual representaba un balance entre el ahorro en gastos por servicios auxiliares y las restricciones de los costos de capital de los equipos. Actualmente existe una justificación adicional para el establecimiento de este tipo de metodologías, y esto es la crisis ambiental que actualmente se vive, y que ha derivado en la existencia de varios acuerdos internacionales para el establecimiento de regulaciones locales, incentivos económicos y varios mecanismos para reducir las emisiones de gases

de efecto invernadero y lograr que la producción sea cada vez más eficiente y menos contaminante. La síntesis de redes de intercambio de calor es un objeto de estudio actual, y cualquier enfoque de solución efectivo representa una aportación a la solución del problema.

El presente trabajo se ubica dentro de las metodologías simultáneas para la síntesis de redes de intercambio de calor. Con base en lo descrito anteriormente, de manera formal se presentan a continuación los objetivos que se desarrollan en el presente trabajo.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo General

Desarrollar una metodología simultánea para la síntesis de redes de intercambio de calor basada en la programación matemática, con base en el modelo Synheat, que permita el mezclado no isotérmico a nivel de la programación no lineal mixta entera.

1.2.2 Objetivos Particulares

1. Desarrollar un modelo matemático partiendo del modelo Synheat que incorpore el mezclado no isotérmico.

2. Evaluar los alcances y limitaciones del modelo desarrollado con el uso de software disponible actual para la solución de problemas de programación no lineal mixta entera.

3. Proponer una metodología de solución para la síntesis de redes de recuperación de calor con el modelo Ni-Synheat para un conjunto de casos de estudio y de problemas representativos.

Capítulo 2 Modelo Synheat para la Síntesis de Redes de Intercambio de Calor

2.1 Introducción

Dentro de las metodologías simultáneas para la síntesis de redes de intercambio de calor, el modelo matemático Synheat, es un referente importante. Dicho modelo surge de un problema de síntesis, en el cual las consideraciones y simplificaciones hechas, determinan el tipo de redes que se pueden obtener. El modelo que resulta es de programación no lineal mixta entera (PNLME), pues incluye variables continuas y variables discretas de tipo binario, el modelo está descrito por un conjunto de restricciones lineales y una función objetivo no lineal.

El modelo Synheat y la superestructura de la cual deriva, han sido un punto de partida para diferentes trabajos como se puede observar en la Tabla 2.1. Las consideraciones del modelo original pueden ser modificadas para plantear el diseño de redes de intercambio de calor incluyendo diferentes aspectos, por ejemplo, se podrían considerar los efectos de las caídas de presión, o realizar el diseño detallado de los equipos, así como considerar los cambios de fase en las corrientes de proceso e incorporar aspectos de flexibilidad, múltiples periodos de operación, e incluso realizar un diseño con varias funciones objetivo. Cualquiera de las modificaciones mencionadas, requiere de un conocimiento previo del modelo original.

Con base en los objetivos del presente trabajo, en este capítulo se presenta una descripción del modelo Synheat de Yee y Grossmann (1990), que abarca el planteamiento del problema en la Sección 2.1, la superestructura de la cual se deriva el modelo en la Sección 2.2 (Yee, Grossmann y Kravanja, 1990a) y el modelo matemático en la Sección 2.3

Modelo SYNHEAT para la Síntesis de Redes de Intercambio de Calor

Referencia	Enfoque
Quesada y Grossmann (1993)	Optimización global con topología fija, usando funciones de costo lineales
	y media aritmética
Daichendt y Grossmann (1994)	Se utiliza una reformulación del modelo de transbordo para realizar una
	selección de apareamientos favorables y descartar otros para reducir el
	modelo PEMNL
Zamora y Grossmann (1997,1998)	Optimización global usando media aritmética y diferencia media
	logarítmica de temperatura sin división de corriente
Ma y col. (2000)	Se presentan dos modelos anidados para el re-diseño de las redes, el
	externo de tipo PEML y el interno de tipo PEMNL
Cheung y Hui (2001)	Funciones de costo discontinuas dependiendo del tamaño de los equipos
Soršak y Kravanja (2002)	Se incluyen diferentes tipos de intercambiadores de calor
Aaltola (2002)	Se diseñan redes flexibles bajo intervalos de variaciones de flujos y
	temperaturas de las corrientes
Björk y Westerlund (2002)	Enfoque de optimización global determinista, desarrolla un modelo con mezclado no isotérmico
Konukman y col. (2002)	Incorpora aspectos de flexibilidad en el diseño mediante un modelo PEML
	para redes con el mínimo consumo de servicios auxiliares
Mizutani y col. (2003)	Se incluyen variables para el diseño detallado de intercambiadores de calor
Frausto-Hernández y col. (2003)	Se incluyen los efectos de las caídas de presión en vez de considerar
	coeficientes de película constantes
Serna-González y col. (2004)	Incorpora modelos de diseño detallado y caídas de presión en un algoritmo
	en dos niveles anidados, uno PEMNL y otro PNL
Chen y Hung (2004)	El diseño se basa en aspectos de flexibilidad para intervalos de operación
	para temperaturas y flujos de las corrientes de proceso
Soršak y Kravanja (2004)	Se modelan diferentes tipos de intercambiadores para el rediseño de las
	redes
Björk y Nordman (2005)	Combinación de un algoritmo genético y un enfoque de PEMNL para
	incorporar el rediseño
Verheyen y Zhang (2006)	Se generan redes flexibles para operación multi-periodo, se utiliza una
D	medotologia PEMNL-PNL para generar redes con mezclado no isotérmico
Bergamini y col. (2007)	Enfoque de optimizacion global determinista mediante relajaciones por segmentos
Chen y col. (2007)	Incorpora una forma de calcular el valor de las temperaturas en la superestructura
Ponce-Ortega y col. (2008)	Se considera el cambio de fase isotérmico para las corrientes de proceso
Pettersson (2008)	Se utiliza la diferencia media geométrica de temperatura para el enfoque de
	optimización global determinista
Isafiade y Fraser (2008)	Se genera un modelo PEMNL basado en intervalos
Fieg y col. (2009), Luo y col. (2009),	Se utilizan enfoques híbridos que implican algoritmos genéticos
Ernst y col. (2010)	
Kovač (2010)	Modelo para el rediseño de una parte del proceso Lurgi para la obtención
× /	de metanol
Hasan y col. (2010)	Se consideran los cambios de fase no isotérmicos en las corrientes de
	proceso utilizando funciones lineales de entalpía-temperatura

Tabla 2. 1 Enfoques basados en el modelo Synheat

Modelo SYNHEAT para la Síntesis de Redes de Intercambio de Calor

Referencia	Enfoque
Isafiade y Fraser (2010)	Se utiliza el modelo generado por Isafiade y Fraser (2008) para la operación de multiperiodo
Laukkanen y col. (2010)	Se utiliza un enfoque multi-objetivo para la síntesis
Lofti y Boozarjomehry (2010)	Se utiliza un algoritmo genético y simulación modular
Ponce-Ortega y col. (2010)	En la superestructura modificada se pueden posicionar los servicios auxiliares en cada etapa
Silva y col. (2010)	Enfoque metaheurístico mediante la optimización de enjambres de partículas
Huang y col. (2012)	Se incorpora el mezclado no isotérmico al modelo con restricciones lógicas adicionales y cotas para las variables de temperaturas
Drobež y col. (2012)	Se realiza la síntesis simultánea de un proceso de producción de biogas y la correspondiente red de intercambio de calor
PNL: Programación no lineal; PEML: Programación lineal mixta entera; PEMNL: Programación no lineal mixta entera	

Tabla 2. 1. Enfoques basados en el modelo Synheat, continuación.

2.2 Planteamiento del Problema

En el trabajo de Yee y Grossmann (1990), el problema de síntesis se establece como sigue:

Dados

- Un conjunto de corrientes calientes que necesitan enfriarse y un conjunto de corrientes frías que necesitan calentarse, y sus correspondientes flujos de capacidad calorífica, coeficientes de película, y temperaturas de suministro y objetivo como valores exactos o desigualdades.
- Un conjunto de servicios auxiliares de calentamiento y enfriamiento con sus coeficientes de película, y sus temperaturas correspondientes de entrada y salida.
- Información de los costos de capital y servicios auxiliares.

El objetivo es:

Determinar la red de intercambio de calor que represente el menor costo total anual, y que especifique los servicios auxiliares requeridos, los apareamientos entre las corrientes, la configuración de la red y los flujos de capacidad calorífica en cada ramal, así como el área de cada intercambiador de calor en la red.

Bajo las siguientes consideraciones:

- 1. Capacidades caloríficas constantes.
- 2. Coeficientes de película para la transferencia de calor constantes.
- 3. Intercambiadores operando a contracorriente.

2.3 Superestructura de Yee y Grossmann

Una superestructura, en el contexto de la síntesis de redes de intercambio de calor, es una representación gráfica versátil, que incluye los apareamientos potenciales entre las corrientes de proceso, como equipos de transferencia de calor. La superestructura en etapas que se presenta en el trabajo de Yee y Grossmann (1990), es una modificación de la publicada por Grossmann y Sargent (1978).

En la Figura 2.1 se puede observar una superestructura de dos etapas. Los círculos representan intercambiadores de calor a contracorriente, en los cuales puede ocurrir la transferencia de calor entre un par de corrientes caliente-fría, por lo que los equipos tienen dos entradas y dos salidas. Las líneas discontinuas en la figura representan las fronteras de etapa en la superestructura que sirven para ubicar posiciones de temperaturas de las corrientes de proceso; existe una posición de temperatura con el valor de k que denota el lado caliente de la etapa k y existe una posición de temperatura con el valor de k+1 que denota el lado frío de la etapa k. En cada etapa, se representan todos los posibles apareamientos entre los pares de corrientes de proceso, para lo cual cada corriente se divide en ramales secundarios, que se direccionan hacia el apareamiento potencial. Los ramales secundarios a la salida de los equipos se mezclan para regenerar la corriente de proceso original y continuar a la etapa siguiente.

Las etapas con las cuales se construye la superestructura permiten generar topologías con intercambiadores en serie para corrientes de proceso y en paralelo para corrientes de proceso y ramales secundarios, así como combinaciones de éstas configuraciones, también es posible generar re-apareamientos entre las corrientes de proceso, lo cual significa que un par de corrientes caliente-fría pueden intercambiar calor más de una vez.

La zona definida por los apareamientos entre las corrientes de proceso representa a la zona de recuperación de calor, pues en los equipos se transfiere calor de las corrientes calientes a las corrientes frías aprovechando con ello la energía contenida en las corrientes calientes. Fuera de la
zona de recuperación, se posicionan los equipos de servicios auxiliares en donde se añade o se remueve energía para hacer llegar a las corrientes de proceso a sus niveles de temperatura objetivo.



Figura 2. 1 Superestructura de dos etapas

En la superestructura, se proveen de forma implícita todas las posibles combinaciones de apareamientos entre corrientes de proceso. Para un problema dado, el número de combinaciones posibles está definido por el número de apareamientos, que es una función del número de etapas en la superestructura; el crecimiento del problema es exponencial. Por ejemplo, para la superestructura de la Figura 2.1, el número de apareamientos posibles es 12, dos corrientes calientes multiplicadas por dos corrientes frías por dos etapas en la superestructura y cuatro apareamientos en servicios auxiliares, con esto, el número de combinaciones posibles es de $2^{12} = 4,096$, si este problema se aborda en tres etapas es de 65,536 y en cuatro etapas 1.048×10^6 .

Modelo SYNHEAT para la Síntesis de Redes de Intercambio de Calor

En el proceso de optimización, se cancelan apareamientos y ramales secundarios para extraer desde la superestructura la topología de red que resuelve el problema. Aunque la superestructura es bastante general, existen algunas configuraciones que no pueden ser capturadas en una sola etapa, por ejemplo, no se pueden obtener configuraciones que contengan derivaciones de flujo, ni equipos en serie para ramales secundarios, como se muestra en la Figura 2.2.



a) Dos intercambiadores en serie para ramales secundarios



ramales secundarios

Figura 2. 2 Configuraciones no capturadas con la superestructura de Yee y Grossmann, 1990

Una consideración adicional en la superestructura de Yee y Grossmann (1990) es el mezclado isotérmico. Esto significa que los ramales secundarios de una misma corriente que han intercambiado calor, se encuentran a la misma temperatura al regenerar la corriente de proceso original. Esta consideración evita la necesidad de realizar un balance de energía no lineal al mezclarse los ramales secundarios, por esta razón, como se describirá más adelante, el modelo Synheat que surge de la superestructura está definido por un conjunto de restricciones lineales.

La consideración del mezclado isotérmico es rigurosa cuando se busca sintetizar redes sin división de corrientes. En el caso en el que las redes obtenidas tengan división de corrientes dicha consideración puede generar una sobreestimación del costo del área (Yee & Grossmann, 1990).

En el caso en el cual las redes obtenidas tengan división de corrientes, Yee y Grossmann (1990) proponen una metodología de síntesis con el método Synheat y una optimización posterior con un modelo de PNL, del cual se habla en este Capítulo en la Sección 2.4.

2.4 Modelo Matemático Synheat

Los métodos simultáneos para la síntesis de redes de intercambio de calor, se basan en la propuesta de un modelo matemático. El modelo Synheat de Yee y Grossmann (1990) se construye a partir del planteamiento del problema y la superestructura descrita previamente. El problema se formula como un problema de programación no lineal mixta entera.

La formulación parte de las definiciones que se presentan a continuación.

Índices

- *i* Corriente caliente de proceso o de servicio
- *j* Corriente fría de proceso o de servicio
- *k* Índice para denotar a la etapa, o a la ubicación de temperatura
- *cu* Servicio de enfriamiento
- *hu* Servicio de calentamiento
- in Entrada o suministro
- out Salida u objetivo

Conjuntos

De acuerdo al planteamiento del problema, las corrientes calientes son aquéllas que deben enfriarse, y las corrientes frías las que deben calentarse, con lo cual las corrientes calientes tienen valores de temperatura de suministro mayores a las temperaturas objetivo y las corrientes frías temperaturas de suministro menores que las temperaturas objetivo.

- $I = \{i : i \text{ es una corriente caliente de proceso} \}$
- $J = \{j : j \text{ es una corriente fría de proceso }\}$
- $K = \{k : k \text{ es una etapa en la superestructura, } |K| = NOK\}$

Parámetros

Los parámetros del modelo incluyen a las temperaturas de suministro y objetivo, pues se considera un proceso en estado estacionario, coeficientes de película constantes para el dimensionamiento de los equipos sin considerar el efecto de las caídas de presión, flujos constantes sin cambios de fase y capacidades caloríficas promedio para las corrientes de proceso. También se incluyen cotas superiores e inferiores para las diferencias de temperatura y las cargas térmicas en los equipos y se provee un número de etapas para definir la superestructura en cada problema.

Las unidades de los parámetros en el modelo no están definidas a priori, basta con que sean consistentes en cualquier sistema de unidades usado, ya sea el sistema inglés o el sistema internacional.

$T_{i,in}, T_{i,out}$	
$T_{j,in}, T_{j,out}$ $T_{hu,in}, T_{hu,out}$	Temperaturas de suministro y objetivo
$T_{cu,in}, T_{cu,out}$	
ΔT_{mapp}	Diferencia mínima de temperaturas (EMAT)
$\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_j$	Flujos de capacidad calorífica
$\mathbf{h}_i, \mathbf{h}_j, \mathbf{h}_{cu}, \mathbf{h}_{hu}$	Coeficientes de película para la transferencia de calor
$\mathbf{U}_{i,j}, \mathbf{U}_{i,cu}, \mathbf{U}_{j,hu}$	Coeficientes globales de transferencia de calor
CCU	Costo unitario del servicio de enfriamiento
CHU	Costo unitario del servicio de calentamiento
$CF_{i,j}, CF_{i,cu}, CF_{j,hu}$	Cargos fijos por la existencia de cada equipo de intercambio de calor
$C_{i,j}, C_{i,cu}, C_{j,hu}$	Coeficientes de costo debido al área
β	Exponente de la relación costo-área del equipo de intercambio de calor
NOK	Número total de etapas en la superestructura
Ω	Cota superior para el intercambio de calor
Γ	Cota superior para la diferencia de temperaturas

Variables continuas, positivas

Haciendo uso de la superestructura se pueden posicionar las variables continuas requeridas para la construcción del modelo; la Figura 2.3 es una representación en diagrama de malla de un apareamiento i - j en una superestructura de NOK etapas. Las líneas punteadas sirven de fronteras para las etapas. Cada etapa tiene un lado "caliente" y un lado "frío" pues las temperaturas disminuyen de izquierda a derecha.



Figura 2. 3 Representación de las variables continuas

- $t_{i,k}$ Temperatura de la corriente caliente *i* en el lado caliente de la etapa *k*
- $t_{j,k}$ Temperatura de la corriente fría j en el lado caliente de la etapa k
- dt_{iik} Diferencia de temperatura para el apareamiento *i*, *j* en la posición de temperatura k
- $dtcu_i$ Diferencia de temperatura entre la corriente *i* en k = NOK + 1 y el servicio de enfriamiento, en el lado caliente del equipo de enfriamiento
- $dthu_j$ Diferencia de temperatura entre la corriente j en k = 1 y el servicio de calentamiento, en el lado frío del equipo de calentamiento
- q_{ijk} Carga térmica que la corriente *i* cede a *j* en el intercambiador *i*, *j*, *k*
- qcu_i Carga térmica de la corriente *i* al servicio de enfriamiento
- qhu_i Carga térmica del servicio de calentamiento para la corriente j

Variables binarias

En el modelo Synheat, existen tres conjuntos de variables binarias, las variables que determinan la zona de recuperación de calor y las que definen cuales son las corrientes de proceso que requieren servicios auxiliares de calentamiento o enfriamiento para llegar a su temperatura objetivo.

- z_{ijk} Denota la existencia o ausencia del equipo de intercambio de calor entre las corrientes *i* y *j* en la etapa *k*
- *zcu*_i Denota la necesidad o no de un equipo de servicio de enfriamiento para la corriente *i*
- zhu_i Denota la necesidad o no de un equipo de servicio de calentamiento para la corriente j

A partir de la Figura 2.4, se puede ilustrar cómo operan juntas la superestructura y las variables binarias para definir la configuración de una red. Durante el proceso de optimización, se define el valor que tendrá cada una de las variables binarias en el modelo. Cuando el valor de una variable z_{ijk} está fijo en cero, significa que el apareamiento entre i y j en la etapa k no existe y las variables binarias con valor 1 determinan cuales equipos se activan. Por ejemplo, en la Figura 2.4a se resaltan los equipos cuya variable binaria es uno y se dejan en blanco los apareamientos cuya variable binaria es cero, la topología de la Figura 2.4b ha sido extraída de la superestructura al fijar los valores de las variables binarias y cancelar las conexiones adicionales.



Figura 2. 4 Uso de la superestructura y las variables binarias para obtener una configuración de red

2.4.1 Función Objetivo

La función de costo de capital para cada equipo de intercambio de calor en el modelo Synheat tiene la forma de la expresión (2.a). El primer término es el cargo fijo $CF_{i,j}$ y el segundo término el costo debido al área, que se obtiene del producto del coeficiente de costo $C_{i,j}$ y el área del equipo elevada al exponente β .

$$CF_{i,j} + C_{i,j}A_{ijk}^{\beta}$$
(2.a)

En el modelo Synheat no se incluye el área de los equipos como variable explícita, por lo que las áreas de los equipos en la red se dimensionan dentro de la función objetivo de acuerdo a la ecuación de diseño para los equipos a contracorriente de la forma (2.b). En esta expresión se relaciona la carga térmica que se transfiere, el coeficiente global de transferencia de calor y la diferencia media de temperatura evaluada con la aproximación de Chen (1987) mediante las diferencias de temperatura del lado caliente $dt_{i,j,k}$ y del lado frío $dt_{i,j,k+1}$ del equipo i, j, k.

$$A_{ijk} = \frac{q_{ijk}}{U_{ij} \left[\left(dt_{i,j,k} \right) \left(dt_{i,j,k+1} \right) \left(dt_{i,j,k} + dt_{i,j,k+1} \right) / 2 \right]^{1/3}}$$
(2.b)

La función objetivo del modelo Synheat, representa el costo total anual de la red escrita en forma sintética. En (2.1) se incluyen los costos de los equipos y los costos de la energía de servicios auxiliares.

Las primeras tres sumatorias, corresponden a la aportación de los cargos fijos, que se calculan haciendo uso de las variables binarias, cuando existen los equipos de recuperación o de servicios auxiliares en la red, se suma el costo correspondiente al cargo fijo $CF_{i,j}, CF_{i,cu}$ o $CF_{j,hu}$ como en el primer término en (2.a) para cada equipo en la red.

Los costos debidos al área de los equipos se agrupan en la cuarta, quinta y sexta sumatoria, la primera corresponde a los equipos de recuperación, y las otras dos a los equipos de servicios auxiliares. En las tres sumatorias se calcula el área haciendo uso de la forma del segundo término en (2.a) y de la forma del cálculo del área en (2.b) así como de la ecuación (2.2) para el cálculo del coeficiente global de transferencia de calor.

La séptima y octava sumatoria en (2.1) corresponden a los costos de los servicios auxiliares requeridos. La función objetivo del modelo Synheat es una expresión no lineal.

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} CF_{ijk} z_{ijk} + \sum_{i \in I} CF_{i,cu} zcu_{i} + \sum_{j \in J} CF_{j,hu} zhu_{j} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} C_{ij} \left[\frac{q_{ijk}}{U_{ij} \left[(dt_{ijk}) (dt_{ijk+1}) (dt_{ijk} + dt_{ijk+1}) / 2 \right]^{1/3}} \right]^{\beta} + \sum_{i \in I} C_{i,cu} \left[\frac{qcu_{i}}{U_{i,cu} \left[(dtcu_{i}) (T_{i,out} - T_{cu,in}) (dtcu_{i} + T_{i,out} - T_{cu,in}) / 2 \right]^{1/3}} \right]^{\beta}$$

$$+ \sum_{i \in I} C_{j,hu} \left[\frac{qhu_{j}}{U_{j,hu} \left[(dthu_{j}) (T_{hu,in} - T_{j,out}) (dthu_{j} + T_{hu,in} - T_{j,out}) / 2 \right]^{1/3}} \right]^{\beta}$$

$$+ \sum_{i \in I} CCU qcu_{i} + \sum_{j \in J} CHU qhu_{j}$$

$$U_{i,j} = \left[1/h_{i} + 1/h_{j} \right]^{-1}$$

$$U_{i,cu} = \left[1/h_{i} + 1/h_{cu} \right]^{-1}$$

$$(2.2)$$

$$U_{j,hu} = \left[1/h_{j} + 1/h_{hu} \right]^{-1}$$

2.4.2 Restricciones del Modelo

El modelo Synheat contiene ecuaciones así como desigualdades. En el grupo de ecuaciones están contenidos los balances de energía tanto en los equipos de recuperación como en los servicios auxiliares y la asignación del valor de las temperaturas en las fronteras de la zona de recuperación.

Restricciones de Igualdad

Balance global de energía por corriente

Para cada corriente de proceso, se escribe un balance para asegurar que la energía intercambiada en todos los equipos de recuperación en los cuales participa dicha corriente, más la energía removida o añadida en los servicios auxiliares, iguale el valor de la energía disponible o

requerida, en términos del producto del flujo de capacidad calorífica y la diferencia entre las temperaturas de suministro y objetivo.

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K} q_{ijk} + qcu_i = F_i \left(T_{i,in} - T_{i,out} \right) \qquad i \in I$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K} q_{ijk} + qhu_j = F_j \left(T_{j,out} - T_{j,in} \right) \qquad \qquad j \in J$$

$$(2.3)$$

En el ejemplo de la Figura 2.5 se muestra que las ecuaciones (2.3) para la corriente caliente *i* tienen cuatro cargas térmicas de equipos de recuperación y una carga térmica de servicio de enfriamiento que se deben igualar a la energía disponible. Para las corrientes frías la energía requerida se iguala a la sumatoria de cargas, para ambas corrientes hay dos términos en la zona de recuperación y en el caso de la corriente i + 1 no se requiere un servicio de calentamiento.



Figura 2. 5 Balance de energía por corriente

Balance de energía por etapa

El balance de energía para cada corriente de proceso y cada etapa en la superestructura, se realiza en términos de las temperaturas localizadas en la frontera de la etapa, definidas con el subíndice k para el lado caliente y k+1 para el lado frío de la etapa.

$$\sum_{j \in J} q_{ijk} = F_i \left(t_{i,k} - t_{i,k+1} \right) \qquad i \in I, \ k \in K$$

$$\sum_{i \in I} q_{ijk} = F_j \left(t_{j,k} - t_{j,k+1} \right) \qquad j \in J, \ k \in K$$

$$(2.4)$$

Según el ejemplo de la Figura 2.6, las corrientes frías solo tendrán un término en la sumatoria de las ecuaciones (2.4) mientras que la corriente caliente tendrá 2 términos.

La consideración del mezclado isotérmico permite que los balances de energía se hagan con las temperaturas localizadas en las fronteras de las etapas, de otra manera se debería agregar un balance de energía alrededor de cada equipo de intercambio de calor para determinar la carga térmica que relacionara las temperaturas en las fronteras de etapa y a la salida de los equipos de forma similar a (2.4), y otro alrededor del punto de mezclado de los ramales secundarios para regenerar la corriente de proceso original.

En el modelo Synheat los balances de energía tanto por corriente como por etapa son lineales debido a que tanto los flujos de capacidad calorífica como las temperaturas de suministro y objetivo son parámetros del modelo y no variables.



Figura 2. 6 Balance de energía por etapa

Asignación de la temperatura a la entrada de la superestructura

Mediante las ecuaciones (2.5), con los valores de las temperaturas de suministro se asignan los valores de entrada para las variables de temperatura de la superestructura. En la Figura 2.7a se muestra el caso de las corrientes calientes; se puede observar que las variables de temperatura en la posición uno de la superestructura, esto es el lado caliente de la Etapa 1, se igualan a las temperaturas de suministro. En el caso de las corrientes frías, en la Figura 2.7b se muestra que las temperaturas en la posición NOK+1, esto es el lado frío de la etapa NOK se igualan a las temperaturas de suministro.

Modelo SYNHEAT para la Síntesis de Redes de Intercambio de Calor



Figura 2. 7 Asignación de los valores de las temperaturas a la entrada de la superestructura

Carga térmica de los servicios auxiliares

Las cargas térmicas de los servicios auxiliares serán diferentes a cero cuando exista una diferencia entre los valores de las temperaturas en las fronteras de la zona de recuperación y las temperaturas objetivo de las corrientes de proceso. Como se observa en la Figura 2.8, para las corrientes calientes, este punto es en la ubicación NOK+1, el lado frío de la etapa NOK y para las corrientes frías es en el punto 1, el lado caliente de la etapa 1. Con esta información se calculan los requerimientos de los servicios con (2.6).

$$qcu_{i} = F_{i} \left(t_{i,NOK+1} - T_{i,out} \right) \qquad \qquad i \in I$$

$$qhu_{j} = F_{j} \left(T_{j,out} - t_{j,1} \right) \qquad \qquad j \in J$$

$$(2.6)$$



Figura 2. 8 Determinación de las cargas térmicas de los servicios auxiliares

Valores para las variables binarias

En la expresión (2.7) se establece que las variables binarias solo pueden tomar un valor de cero o uno.

$$z_{ijk_{j}} zcu_{i}, zhu_{j} = 0,1$$
 $i \in I, j \in J, k \in K$ (2.7)

Restricciones de Desigualdad

Las restricciones de desigualdad definen las cotas para las variables continuas. Se incluyen también restricciones lógicas, en las cuales se hace uso del valor que adquieran las variables binarias para definir cotas superiores o para establecer el valor de las variables continuas que definen las cargas térmicas y las diferencias de temperatura en el modelo.

Disminución monotónica en la temperatura

En la superestructura los valores de temperatura para las corrientes de proceso disminuyen de izquierda a derecha. En la expresión (2.8) se establece que en la superestructura y en cada una de las etapas, el lado caliente se encuentra a la izquierda y el lado frío a la derecha.

$$\begin{array}{ll} t_{i,k} & \geq t_{i,k+1} & i \in I, k \in K \\ t_{i,NOK+1} \geq T_{i,out} & i \in I \\ t_{j,k} & \geq t_{j,k+1} & j \in J, k \in K \\ T_{j,out} & \geq t_{j,1} & j \in J \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} (2.8) \\ j \in J \end{array}$$

Restricciones lógicas

Cuando no exista un apareamiento entre una corriente caliente y una fría, según (2.9), la carga del equipo se asignará en cero, y si existe, se establecerá una cota superior para dicha variable con el valor del parámetro omega.

$$q_{ijk} \leq \Omega z_{ijk} \qquad i \in I, j \in J, k \in K$$

$$qcu_i \leq \Omega zcu_i \qquad i \in I \qquad (2.9)$$

$$qhu_j \leq \Omega zhu_j \qquad j \in J$$

Fuerza motriz para la etapa k

La definición de la diferencia de temperatura se hace en términos de los valores de temperatura de las corrientes de proceso en el lado caliente o frío de la etapa k, cuando el equipo existe. Si el equipo no existe, mediante una formulación *big M*, se relajan los valores de las variables de diferencias de temperatura usando una cota superior Γ , ambas posibilidades se incluyen en (2.10), en función del valor que tomen las variables binarias $z_{i,j,k}$.

$$dt_{ijk} \leq t_{i,k} - t_{j,k} + \Gamma(1 - z_{ijk}) \qquad i \in I, j \in J, k \in K$$

$$dt_{ijk+1} \leq t_{i,k+1} - t_{j,k+1} + \Gamma(1 - z_{ijk}) \qquad i \in I, j \in J, k \in K$$
(2.10)

Fuerza motriz para enfriadores y calentadores

Como el caso anterior, se utilizan las variables binarias relacionadas a los servicios auxiliares para definir la diferencia de temperaturas en términos de los valores de las temperaturas de las corrientes de proceso en las fronteras de la zona de recuperación en (2.11).

$$dtcu_{i} \leq t_{i,NOK+1} - T_{cu,out} + \Gamma(1 - zcu_{i}) \qquad i \in I$$

$$dthu_{j} \leq T_{hu,out} - t_{j,1} + \Gamma(1 - zhu_{j}) \qquad j \in J$$

$$(2.11)$$

Cotas para la diferencia mínima de temperatura

Las cotas inferiores para las diferencias de temperatura en los equipos se definen a través del parámetro ΔT_{mapp} (EMAT).

$$\begin{aligned} dt_{ijk} \geq \Delta T_{mapp} & i \in I, \ j \in J, \ k \in K \cup \{NOK + 1\} \\ dt_{ijk+1} \geq \Delta T_{mapp} & i \in I, \ j \in J, \ k \in K \cup \{NOK + 1\} \\ dtcu_i \geq \Delta T_{mapp} & i \in I \\ dthu_j \geq \Delta T_{mapp} & j \in J \end{aligned}$$

$$(2.12)$$

Cotas para las temperaturas en la superestructura y las cargas térmicas

Las variables de temperatura en la zona de recuperación tienen como cotas superiores e inferiores a las temperaturas de suministro y objetivo de cada corriente de proceso de la forma (2.13).

La cota inferior de las cargas térmicas es cero, pues se toman como sistemas termodinámicos a los apareamientos i - j, i - cu y j - hu sin tomar en cuenta el intercambio de calor a los alrededores.

$$T_{i,out} \leq t_{i,k} \leq T_{i,in} \qquad i \in I, k \in K$$

$$T_{j,in} \leq t_{j,k} \leq T_{j,out} \qquad j \in J, k \in K \qquad (2.13)$$

$$q_{iik}, qcu_i, qhu_j \geq 0 \qquad i \in I, j \in J, k \in K$$

El modelo Synheat propuesto por Yee y Grossmann (1990) consiste en la minimización de la función objetivo en (2.1) sujeta al espacio factible definido por las restricciones (2.2) a (2.13), siendo las variables continuas no negativas y las variables discretas de tipo binario. En la función objetivo es el único lugar del modelo donde se encuentran términos no lineales. Las restricciones de igualdad del modelo son lineales a consecuencia de asumir el mezclado isotérmico entre los ramales secundarios de las corrientes de proceso.

$$\begin{array}{l} \min_{x,z} f(x,z) \\ s.a \\ Ax = b \\ g(x,z) \leq 0 \\ x \geq 0, x \in \mathbb{R}^n \\ z \in B^m \end{array} \qquad z = \begin{pmatrix} z_{i,j,k} \\ zcu_i \\ zhu_j \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} t_{i,k} \\ t_{j,k} \\ dtcu_i \\ dthu_j \\ q_{i,j,k} \\ qcu_i \\ qhu_j \end{pmatrix}$$

Figura 2. 9 Representación del modelo Synheat

2.5. Metodología de Programación No Lineal Mixta Entera - Programación No Lineal (PNLME-PNL)

Con el modelo Synheat las redes que pueden ser obtenidas contienen la consideración del mezclado isotérmico, el cual es riguroso para el caso en el que no se permitan divisiones de corriente en la red (Yee y Grossmann, 1990). En el trabajo original de Yee y Grossmann (1990) se propone una metodología por medio de la cual es posible diseñar redes con mezclado no isotérmico. Como se

Modelo SYNHEAT para la Síntesis de Redes de Intercambio de Calor

puede observar en la Figura 2.10, esta propuesta se construye en dos pasos. En el primer paso se plantea realizar la síntesis de la topología de la red de intercambio de calor, a nivel de la programación no lineal mixta entera (PNLME). Si la red obtenida contiene divisiones de corriente, se alimenta esta información al segundo paso, en el cual mediante una sub-optimización de programación no lineal (PNL), se ajusta el valor de las variables continuas permitiendo el mezclado no isotérmico de los ramales secundarios para obtener la red final.

En la siguiente sección se presenta un ejemplo ilustrativo de las soluciones que se alcanzan con el modelo Synheat y la metodología propuesta por Yee y Grossmann (1990) para la obtención de redes con mezclado no isotérmico.



Figura 2. 10 Metodología propuesta por Yee y Grossmann para obtener redes con mezclado no isotérmico

2.5.1 Ejemplo Ilustrativo del uso de la Metodología PNLME-PNL

El problema consiste en la síntesis de una red de intercambio de calor para dos corrientes calientes y dos corrientes frías. Se dispone de un servicio auxiliar de enfriamiento y de calentamiento. La información del problema se presenta en la Tabla 2.2. La superestructura se construye con dos etapas y el valor del EMAT se fija en 0.1K.

Utilizando el modelo Synheat se obtuvo una red con un costo de 83,605.68 \$/año con la aproximación de Chen, que corresponde a un costo calculado con la diferencia media logarítmica de temperatura de 82,795.48 \$/año, del cual \$74,795.48 \$/año corresponden a costos de capital y 8,000.00 \$/año a costos por servicios auxiliares. La topología de la solución obtenida con el modelo Synheat coincide con la publicada por Yee y Grossmann (1990); el diagrama de malla del diseño se muestra en la

Figura 2.11. En la red se incluyen cuatro equipos de recuperación, un servicio de enfriamiento para la corriente H2 y dos divisiones de corriente para H1 y C1, a la salida de los equipos 2, 3 y 4 se regeneran las corrientes H1 y C1 mediante un mezclado isotérmico

	en er nacajo ac			
Corriente	Temperatura de suministro T(K)	Temperatura objetivo T(K)	Flujo de capacidad calorífica F (kW K ⁻¹)	Coeficiente de película h (kW m ⁻² K ⁻¹)
H1	443	333	30	1.6
H2	423	303	15	1.6
C1	293	408	20	1.6
C2	353	413	40	1.6
HU	450	450		2.4
CU	293	313		1.6
Costo de enfriamiento			20 \$kW ⁻¹ año ⁻¹	
Costo de calentamiento			$80 \ kW^{-1} \ ano^{-1}$	
Función de costo para los equipos de la red			1000 A ^{0.6} \$ año ⁻¹	
Función de costo para calentadores			$1200 A^{0.6} $ \$ año ⁻¹	
A Área en m ²				

Tabla 2. 2 Datos de corrientes y costos para el ejemplo ilustrativo. Ejemplo 1 en el trabajo de Yee y Grossmann (1990)

Cuando se aplica la metodología PEMNL-PNL para incorporar el mezclado no isotérmico a la topología de red de la Figura 2.11 y se utiliza la diferencia media logarítmica de temperatura, se obtiene el resultado que publican Yee y Grossmann (1990) para el caso de estudio. El diagrama de malla de la solución se presenta en la Figura 2.12.

En la búsqueda a nivel de PEMNL con el modelo Synheat se detectó una topología alternativa, esta representa un costo de 82,431.68 \$/año. Esta solución a nivel de mezclado isotérmico contiene una división de corriente para H2, en la cual se posiciona el equipo adicional. Siguiendo la metodología PEMNL-PNL se obtiene un resultado con un costo de 80,274 \$/año, debido a que en la sub-optimización, se le asigna al equipo adicional una carga térmica de cero.

En este ejemplo las dos topologías con los menores costos derivaron en el mismo resultado a nivel de la sub-optimización. Con este ejemplo se ilustra que un modelo con mezclado no isotérmico puede capturar soluciones más baratas desde el paso de la síntesis de la red de intercambio de calor.

38.31

61

400

303

293

353

C1

- C2



H1

H2

423

408

(0.8521)

(0.1479)

413

Modelo SYNHEAT para la Síntesis de Redes de Intercambio de Calor

628.8

Figura 2. 11 Diagrama de malla de la solución con mezclado isotérmico para el ejemplo ilustrativo

329.67

324.44

179.05

1400

271.2

2400

406.59

416.11



Figura 2. 12 Solución publicada por Yee y Grossmann (1990) para el ejemplo ilustrativo

Modelo SYNHEAT para la Síntesis de Redes de Intercambio de Calor

Capítulo 3 Modelo Ni-Synheat para la Síntesis de Redes de Intercambio de Calor con Mezclado No Isotérmico

3.1 Introducción

Como se ha descrito en el Capítulo 1, en la literatura de la síntesis de redes de intercambio de calor, existen metodologías tanto secuenciales como simultáneas para realizar la síntesis abarcando diseños con mezclado no isotérmico. Dentro de las metodologías simultáneas se pueden enlistar los trabajos desarrollados por Yee y Grossmann (1990) con la estrategia en dos pasos de síntesis, y los trabajos de Björk y Westerlund (2002) y Huang y col. (2012).

Un modelo que permita sintetizar redes de intercambio de calor con mezclado no isotérmico a nivel de la programación no lineal entera mixta, es una herramienta valiosa para poder explorar el espacio factible. Es posible obtener redes con menores costos, pues respecto de los diseños con mezclado isotérmico, pues éstos últimos pueden sobreestimar el área necesaria para el intercambio de calor (Yee y Grossmann, 1990). Dicho modelo generado bajo un enfoque de programación matemática, permite evitar la toma de decisiones en varios niveles de la síntesis como el caso de los métodos secuenciales, y es un modelo general, comparado con los modelos hechos a la medida de un solo problema, como en los métodos meta-heurísticos.

En este Capítulo, se presenta una extensión del modelo Synheat que permite realizar la síntesis de redes de intercambio de calor, incluyendo el mezclado no isotérmico en un solo paso de síntesis, bajo la premisa de incorporar los menores cambios al modelo. En la Sección 3.2 se presenta el planteamiento del problema, en la Sección 3.3 se describe la propuesta para generar el modelo. Finalmente en la Sección 3.4 se presenta el modelo Ni-Synheat.

3.2 Planteamiento del Problema

Se considera el mismo planteamiento del problema del Capítulo 2, asumiendo de igual forma las consideraciones simplificadoras de valores constantes para las capacidades caloríficas y

coeficientes de película para la transferencia de calor, para las corrientes de proceso y servicios auxiliares; así mismo se modelan los intercambiadores de calor como equipos que operan a contracorriente y no se consideran cambios de fase.

En este caso se hará énfasis en el desarrollo de las modificaciones necesarias con base en el modelo Synheat para generar un modelo de programación entera mixta no lineal, con el cual se puedan obtener con un solo modelo de optimización, redes con mezclado no isotérmico de los ramales secundarios de las corrientes de proceso.

3.3 Propuesta

A continuación se presenta una modificación del modelo Synheat, el cual se extiende para incorporar el mezclado no isotérmico manteniendo como base a la superestructura de Yee y Grossmann (1990).

En esta versión del modelo Synheat para mezclado no isotérmico se siguieron dos directrices principales: 1. Realizar los mínimos cambios posibles al modelo original y 2. Incorporar el mínimo de restricciones no lineales. Estas directrices diferencian al modelo de otras versiones anteriormente realizadas, como, por ejemplo, el modelo de Björk y Westerlund (2002), en el cual se incorporan adicionalmente variables de área, usadas para transformar la función objetivo, y en el que se añaden las ecuaciones de diseño para evaluar dichas variables utilizando la aproximación de Paterson, y con diferencias también en relación al modelo propuesto por Huang y col. (2012) en el cual se incorporan restricciones lógicas adicionales.

Para realizar la extensión es necesario remarcar cuáles son las implicaciones de asumir el mezclado isotérmico. En la Figura 3.1 se observa un esquema de una etapa k dentro de la superestructura utilizada para derivar el modelo Synheat. La corriente caliente i se ha dividido en dos ramales secundarios cada uno con una fracción del valor del flujo de capacidad calorífica $sh_{i,j,k}, sh_{i,j+1,k}$, para intercambiar calor con dos corrientes frías j y j+1. La consideración de mezclado isotérmico implica que a la salida de los equipos de intercambio de calor, las temperaturas de los ramales secundarios que representan valores de temperaturas inter-etapa, marcadas en la Figura 3.1 como $th_{i,j,k} y th_{i,j+1,k}$ deben tener el mismo valor, y por lo tanto, la temperatura en la frontera de la etapa adquiere este valor al regenerarse la corriente caliente i. Por esta razón, en el modelo Synheat basta realizar un balance global de energía por corriente y otro en cada etapa, dejando de lado el balance de

energía alrededor de cada equipo de intercambio, que se construye con los valores de temperaturas a la entrada y salida y con el valor del flujo de capacidad calorífica del ramal secundario.

Otra implicación del mezclado no isotérmico, se da en el dimensionamiento del equipo. Para hacer un cálculo de área se requieren los valores de las diferencias de temperaturas del lado caliente y del lado frío como se muestra en la ecuación (2.b). En el modelo Synheat basta la variable $dt_{i,j,k}$ para definir las diferencias de temperatura para cada par *i*, *j* por que al hacer la consideración del mezclado isotérmico, las definiciones de diferencias de temperatura se hacen respecto a los valores en las fronteras de la etapa. Con esto, para definir la diferencia de temperaturas del lado caliente se usa el índice *k* y para la diferencia de temperaturas del lado frío se usa el índice *k*+1, como se observa en (2.b).

$$A_{ijk} = \frac{q_{ijk}}{U_{ij} \left[\left(dt_{i,j,k} \right) \left(dt_{i,j,k+1} \right) \left(dt_{i,j,k} + dt_{i,j,k+1} \right) / 2 \right]^{1/3}}$$
(2.b)



Figura 3. 1 Implicaciones del mezclado isotérmico, temperaturas inter-etapa y flujos de capacidad calorífica en ramales secundarios

Con base en lo anterior, un modelo que permita capturar el mezclado no isotérmico debe contener variables continuas dentro de las cuales se incluyan (1) variables de temperatura inter-etapa ubicadas a la salida de los equipos de intercambio en cada ramal secundario de las corrientes de proceso, (2) variables para denotar a las diferencias de temperatura en términos de estas nuevas

Extensión del Modelo SYNHEAT para Redes con Mezclado no Isotérmico

temperaturas inter-etapa, que sustituyen a las variables $dt_{i,j,k}$ y (3) variables para las fracciones del flujo de capacidad calorífica correspondientes a cada ramal secundario.

Los cambios en la función objetivo, son consecuencia de las nuevas variables para definir las diferencias de temperatura, pues dichas variables se requieren al realizar el dimensionamiento de los equipos, y éste cálculo sigue estando implícito en la función objetivo.

Siguiendo la directriz de inducir los menores cambios respecto al modelo original, en la versión extendida que se propone, no se incluyen variables adicionales de área, si no, que se realiza el dimensionamiento de los equipos de forma implícita en la función objetivo, como se hace en el modelo Synheat. Para dicho propósito se requieren las nuevas variables que definen a las diferencias de temperatura, con lo que los únicos cambios en la función objetivo implican el cambio de las variables $dt_{i,j,k}$ por las variables $dth_{i,j,k}$ y $dtc_{i,j,k}$, posteriormente definidas.

El modelo Ni-Synheat, contiene una función objetivo de costo total anual y restricciones con las cuales se considera al mezclado no isotérmico en la síntesis de las redes de intercambio de calor.

3.4 Modelo Matemático Ni-Synheat

Índices

- *i* Corriente caliente de proceso o de servicio
- *j* Corriente fría de proceso o de servicio
- *k* Índice para denotar a la etapa en la superestructura, o a la ubicación de temperatura
- *CU* Servicio de enfriamiento
- HU Servicio de calentamiento
- *in* Entrada o suministro
- out Salida u objetivo

Conjuntos

- $I = \{i: i \text{ es una corriente caliente de proceso}\}$
- $J = \{j: j \text{ es una corriente fría de proceso}\}$
- $K = \{k : k \text{ es una etapa en la superestructura, } |K| = NOK\}$

Parámetros

Las unidades de los parámetros en el modelo Ni-Synheat no están definidas a priori, basta con que sean consistentes en cualquier sistema de unidades usado, ya sea el sistema inglés o el sistema internacional, como ejemplo del uso del sistema inglés se pueden consultar las tablas 5 y 6 del trabajo de Ciric y Floudas (1991) y como ejemplo del uso del sistema internacional se puede consultar la Tabla 1 del trabajo de Gupta y Ghosh (2010).

$T_{i,in}, T_{i,out}$ $T_{j,in}, T_{j,out}$ $T_{hu,in}, T_{hu,out}$ $T_{cu,in}, T_{cu,out}$	Temperaturas de suministro y objetivo
ΔT_{mapp}	Diferencia mínima de temperaturas (EMAT)
$\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_j$	Flujos de capacidad calorífica
$\mathbf{h}_{i},\mathbf{h}_{j},\mathbf{h}_{cu},\mathbf{h}_{hu}$	Coeficientes de película para la transferencia de calor
$\mathbf{U}_{i,j}, \mathbf{U}_{i,cu}, \mathbf{U}_{j,hu}$	Coeficientes globales de transferencia de calor
CCU	Costo unitario del servicio de enfriamiento
CHU	Costo unitario del servicio de calentamiento
$CF_{i,j}, CF_{i,cu}, CF_{j,hu}$	Costos fijos por equipo de intercambio
$\mathbf{C}_{i,j}, \mathbf{C}_{i,cu}, \mathbf{C}_{j,hu}$	Coeficientes de costo debido al área
β	Exponente de la relación costo-área del equipo de intercambio de calor
NOK	Número total de etapas en la superestructura
Ω	Cotas superiores para el intercambio de calor
Г	Cota superior para las diferencias de temperatura

Variables continuas, positivas

En el modelo Ni-Synheat, se aumenta la dimensionalidad agregando seis grupos de variables continuas positivas $th_{i,j,k}, tc_{i,j,k}, dth_{i,j,k}, dtc_{i,j,k}, sh_{i,j,k}, sc_{i,j,k}$. Cada una de las nuevas variables está asociada con el apareamiento entre corriente caliente i y fría j, y cada etapa k en la

superestructura, es por esta razón que se definen con los índices i, j, k. Las variables se describen a continuación.

- t_{ik} Temperatura de la corriente caliente *i* en el lado caliente de la etapa k
- $t_{j,k}$ Temperatura de la corriente fría j en el lado caliente de la etapa k
- $th_{i,j,k}$ Temperatura inter-etapa de la corriente caliente *i* a la salida del intercambiador, en el ramal secundario que intercambia calor con *j* en la etapa *k*
- $tc_{i,j,k}$ Temperatura inter-etapa de la corriente fría j a la salida del intercambiador, en el ramal secundario que intercambia calor con i en la etapa k
- dth_{iik} Diferencia de temperatura en el lado caliente del intercambiador (i, j, k)
- dtc_{ijk} Diferencia de temperatura en el lado frío del intercambiador (i, j, k)
- $dtcu_i$ Diferencia de temperatura entre la corriente i y el servicio de enfriamiento
- $dthu_i$ Diferencia de temperatura entre la corriente j y el servicio de calentamiento
- q_{iik} Carga térmica que la corriente *i* cede a *j* en el intercambiador (i, j, k)
- qcu_i Carga térmica de la corriente *i* al servicio de enfriamiento
- qhu_i Carga térmica del servicio de calentamiento a la corriente j
- $sh_{i,j,k}$ Fracción de división del flujo de capacidad calorífica original de la corriente caliente *i* correspondiente al ramal secundario que intercambia calor con la corriente fría *j* en la etapa k
- $sc_{i,j,k}$ Fracción de división del flujo de capacidad calorífica original de la corriente fría j correspondiente al ramal secundario que intercambia calor con la corriente caliente i en la etapa k

En la Figura 3.2 se muestran las variables continuas adicionales en la superestructura.

Variables binarias

- z_{ijk} Denota la existencia o ausencia del intercambio de calor entre las corrientes $i \neq j$ en la etapa k
- zcu_i Denota la necesidad o no de un servicio de enfriamiento para la corriente i
- zhu_i Denota la necesidad o no de un servicio de calentamiento para la corriente j



Figura 3. 2 Posicionamiento en la superestructura de las variables continuas adicionales

3.4.1 Función Objetivo

En el modelo Ni-Synheat, la función objetivo original (Yee y Grossmann,1990) se modifica solamente en la determinación implícita del área de cada equipo, para lo cual se requieren las variables adicionales $dth_{i,j,k}$ y $dtc_{i,j,k}$ para el cálculo de las diferencias de temperatura, que se definen en términos de las variables de temperatura inter-etapa, como se muestra posteriormente en (3.16).

La modificación de la función objetivo respecto del modelo Synheat consiste en remover las variables $dt_{i,j,k}$ e incluir las variables para las diferencias de temperatura; esto se realiza en la cuarta sumatoria de (3.1), en donde se hace el dimensionamiento y cálculo de los costos de los equipos de recuperación de calor.

Extensión del Modelo SYNHEAT para Redes con Mezclado no Isotérmico

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} CF_{ijk} z_{ijk} + \sum_{i \in I} CF_{i,cu} zcu_i + \sum_{j \in J} CF_{j,hu} zhu_j + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} C_{ij} \left[\frac{q_{ijk}}{U_{ij} \left[(dth_{ijk}) (dtc_{ijk}) (dth_{ijk} + dtc_{ijk}) / 2 \right]^{1/3}} \right]^{\beta} + \sum_{i \in I} C_{i,cu} \left[\frac{qcu_i}{U_{i,cu} \left[(dtcu_i) (T_{i,out} - T_{cu,in}) (dtcu_i + T_{i,out} - T_{cu,in}) / 2 \right]^{1/3}} \right]^{\beta}$$
(3.1)
 +
$$\sum_{j \in CP} C_{j,hu} \left[\frac{qhu_j}{U_{j,hu} \left[(dthu_j) (T_{hu,in} - T_{j,out}) (dthu_j + T_{hu,in} - T_{j,out}) / 2 \right]^{1/3}} \right]^{\beta} + \sum_{i \in I} CCU qcu_i + \sum_{j \in J} CHU qhu_j U_{i,j} = \left[1/h_i + 1/h_j \right]^{-1} \qquad i \in I, j \in J U_{i,cu} = \left[1/h_i + 1/h_{cu} \right]^{-1} \qquad j \in J$$
(3.2)

3.4.2 Restricciones del Modelo

Al ser una extensión del modelo Synheat, el modelo Ni-Synheat contiene algunas restricciones de igualdad y desigualdad que permanecen tal como se establecen en el trabajo original (Yee y Grossmann 1990) y que se escriben a continuación.

Restricciones de Igualdad

Balances globales de energía por corriente

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} q_{ijk} + qcu_i = F_i \left(T_{i,in} - T_{i,out} \right) \qquad i \in I$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K} q_{ijk} + qhu_j = F_j \left(T_{j,out} - T_{j,in} \right) \qquad j \in J$$
(3.3)

Balances de energía por etapa

$$\sum_{j \in J} q_{ijk} = F_i \left(t_{i,k} - t_{i,k+1} \right) \qquad i \in I, \ k \in K$$

$$\sum_{i \in I} q_{ijk} = F_j \left(t_{j,k} - t_{j,k+1} \right) \qquad j \in J, \ k \in K$$
(3.4)

Asignaciones de las temperaturas a la entrada de la superestructura

$$t_{i,1} = T_{i,in} \qquad i \in I$$

$$t_{j,NOK+1} = T_{j,in} \qquad j \in J \qquad (3.5)$$

Cargas térmicas de los servicios auxiliares

$$qcu_{i} = F_{i} \left(t_{i,NOK+1} - T_{i,out} \right) \qquad \qquad i \in I$$

$$qhu_{j} = F_{j} \left(T_{j,out} - t_{j,1} \right) \qquad \qquad j \in J$$
(3.6)

Valores para las variables binarias

$$z_{ijk_{j}} zcu_{i}, zhu_{j} = 0,1$$
 $i \in I, j \in J, k \in K$ (3.7)

Restricciones de Desigualdad

Disminución monotónica en la temperatura

$$t_{i,k} \geq t_{i,k+1} \qquad i \in I, k \in K$$

$$t_{i,NOK+1} \geq T_{i,out} \qquad i \in I$$

$$t_{j,k} \geq t_{j,k+1} \qquad j \in J, k \in K$$

$$T_{i,out} \geq t_{j,1} \qquad j \in J$$
(3.8)

Restricciones lógicas

$$q_{ijk} \leq \Omega z_{ijk} \qquad i \in I, j \in J, k \in K$$

$$qcu_i \leq \Omega zcu_i \qquad i \in I \qquad (3.9)$$

$$qhu_j \leq \Omega zhu_j \qquad j \in J$$

Fuerza motriz para enfriadores y calentadores

$$dtcu_{i} \leq t_{i,\text{NOK}+1} - T_{cu,out} + \Gamma(1 - zcu_{i}) \qquad i \in I$$

$$dthu_{j} \leq T_{hu,out} - t_{j,1} + \Gamma(1 - zhu_{j}) \qquad j \in J$$
(3.10)

Cotas para las diferencias de temperatura

$$dtcu_i \ge \Delta T_{mapp} \qquad \qquad i \in I \\ dthu_j \ge \Delta T_{mapp} \qquad \qquad j \in J$$
(3.11)

Cotas para las temperaturas en la superestructura y las cargas térmicas

$$\begin{split} \mathbf{T}_{i,out} &\leq t_{i,k} \leq \mathbf{T}_{i,in} & i \in I, k \in K \\ \mathbf{T}_{j,in} &\leq t_{j,k} \leq \mathbf{T}_{j,out} & j \in J, k \in K \\ q_{ijk}, qcu_i, qhu_j \geq 0 & i \in I, j \in J, k \in K \end{split}$$

3.4.3 Restricciones que capturan el mezclado no isotérmico

Restricciones de Igualdad

Balances de energía de los intercambiadores de calor

Es necesario agregar un balance de energía para las corrientes participantes en cada equipo de intercambio de calor. En el modelo Ni-Synheat, haciendo uso de las variables adicionales de temperatura inter-etapa y de fracción de flujo de capacidad calorífica, cuya ubicación se muestra en la Figura 3.2, se escriben las ecuaciones (3.13). En este modelo se escriben dichos balances formando productos bilineales no convexos, entre las variables de temperatura en las fronteras de etapa e interetapa y las fracciones de flujo de capacidad calorífica, a diferencia del trabajo de Björk y Westerlund (2002), en el cual estos balances se escriben en forma de términos fraccionales lineales, con fines de la aplicación de su metodología de optimización global determinista, acotando las variables de flujo de capacidad calorífica para evitar indeterminaciones.

$$q_{ijk} = sh_{i,j,k} F_i(t_{i,k} - th_{i,j,k}) \qquad i \in I, j \in J, k \in K q_{ijk} = sc_{i,j,k} F_j(tc_{i,j,k} - t_{j,k+1}) \qquad i \in I, j \in J, k \in K$$
(3.13)

En términos del balance de energía, las ecuaciones (3.4) y las ecuaciones (3.13) bastan para incorporar el mezclado no isotérmico. Balances de energía alrededor de los mezcladores serían redundantes como se muestra en el Apéndice A, pues dependen linealmente de (3.4) y (3.13).

Conservación de masa en los divisores

En el modelo Ni-Synheat se requiere incluir balances de masa en los divisores, para lo cual se escriben las ecuaciones (3.14), las cuales han sido divididas entre los parámetros de flujos de capacidad calorífica.

$$\sum_{j \in J} sh_{i,j,k} = 1 \qquad i \in I, k \in K$$

$$\sum_{i \in I} sc_{i,j,k} = 1 \qquad j \in J, k \in K \qquad (3.14)$$

Restricciones de Desigualdad

Monotonicidad para las temperaturas inter-etapa

Con base en la disminución del valor de las temperaturas de izquierda a derecha en la superestructura, se construyen las restricciones de las temperaturas inter-etapa en (3.15).

$$t_{i,k} \ge th_{i,j,k} \qquad i \in I, j \in J, k \in K tc_{i,j,k} \ge t_{j,k+1} \qquad i \in I, j \in J, k \in K$$

$$(3.15)$$

Fuerza motriz para las diferencias de temperatura en los equipos (ijk)

Las expresiones (2.10) del modelo Synheat, y 3.16 del modelo Ni-Synheat, se escriben como formulaciones tipo *Big M*; si el equipo de intercambio de calor no existe, la variable binaria $z_{i,j,k}$ tendrá un valor de cero y la expresión (3.16) servirá para relajar los valores de las diferencias de temperatura, utilizando las cotas superiores Γ para las variables de diferencias de temperatura. En el caso contrario, cuando el equipo está presente, y las variables binarias toman el valor de uno, se cancela el último término de (3.16) con lo que la expresión resultante definirá los valores de las diferencias de temperatura $dth_{i,j,k}$ y $dtc_{i,j,k}$.

Extensión del Modelo SYNHEAT para Redes con Mezclado no Isotérmico

$$dth_{ijk} \leq t_{i,k} - tc_{i,j,k} + \Gamma(1 - z_{ijk}) \qquad i \in I, j \in J, k \in K$$

$$dtc_{ijk} \leq th_{i,j,k} - t_{j,k+1} + \Gamma(1 - z_{ijk}) \qquad i \in I, j \in J, k \in K$$

$$(3.16)$$

El modelo Synheat solo requiere una variable para definir ambas diferencias de temperatura cambiando el valor de k correspondiente a las dos fronteras de la etapa. Para el caso del modelo Ni-Synheat se requieren dos variables $(dth_{i,j,k} y dtc_{i,j,k})$ por que el cálculo se hace con las temperaturas inter-etapa a la salida del intercambiador de calor, y al incluir el mezclado no isotérmico, dichas temperaturas pueden ser diferentes para los ramales secundarios de las correspondientes corrientes de proceso que participan en la transferencia de calor dentro del equipo. En la Figura 3.3 se muestra una comparación entre las variables que definen las diferencias de temperatura en ambos modelos; se puede observar cómo en el caso del modelo Ni-Synheat se incluyen a las variables de temperatura inter-etapa en las definiciones.



Figura 3. 3 Comparación entre las definiciones de las diferencias de temperatura de los modelos Synheat y Ni-Synheat

Cotas para las temperaturas inter-etapa

El mezclado no isotérmico puede ocasionar que las temperaturas inter-etapa para los ramales secundarios puedan exceder los valores de las temperaturas de objetivo de la corriente de proceso a la que pertenecen. Los apareamientos permitidos en el modelo para el intercambio de calor son pares de corrientes caliente-fría, por esta razón, los valores de las temperaturas de suministro para las corrientes de proceso sirven para acotar los valores de las temperaturas inter-etapa de los ramales secundarios, en el caso de las corrientes calientes la cota es superior, pues dichas corrientes siempre

ceden calor y en el caso de las corrientes frías es la cota inferior pues estas corrientes siempre reciben calor.

La inclusión del mezclado no isotérmico permite abrir las cotas inferiores para las temperaturas interetapa de las corrientes calientes, y las cotas superiores para las temperaturas inter-etapa de las corrientes frías, hasta los límites termodinámicos para el intercambio de calor de la forma (3.17).

$$\min\left(\mathbf{T}_{i,out},\mathbf{T}_{j,in}\right) \le th_{i,j,k} \le \mathbf{T}_{i,in} \qquad i \in I, \ j \in J, \ k \in K$$

$$\mathbf{T}_{j,in} \le tc_{i,j,k} \le \max\left(\mathbf{T}_{j,out},\mathbf{T}_{i,in}\right) \qquad i \in I, \ j \in J, \ k \in K$$

(3.17)

Cotas para las fracciones de flujo de capacidad calorífica

$$0 \le sh_{i,j,k} \le 1 \qquad i \in I, j \in J, k \in K \\ 0 \le sc_{i,j,k} \le 1 \qquad i \in I, j \in J, k \in K$$

$$(3.18)$$

Cotas para las diferencias de temperatura

En la expresión 3.19 se establece el valor de las cotas inferiores para las variables de diferencia de temperatura.

$$dth_{ijk} \ge \Delta T_{mapp} \qquad i \in I, \ j \in J, \ k \in K dtc_{ijk} \ge \Delta T_{mapp} \qquad i \in I, \ j \in J, \ k \in K$$
(3.19)

Cotas para las cargas térmicas

El establecimiento de las cotas para las variables de carga térmica en el modelo Ni-Synheat son versiones de las cotas establecidas por Zamora y Grossmann (1997).

$$0 \le q_{ijk} \le \max\left\{0, \min\left[\begin{array}{c} F_i\left(\mathsf{t}_{i,k}^{up} - \mathsf{th}_{i,j,k}^{lo}\right), F_j\left(\mathsf{tc}_{i,j,k}^{up} - \mathsf{t}_{j,k}^{lo}\right), \\ \min\left(F_i, F_j\right)\left(\mathsf{t}_{i,k}^{up} - \mathsf{t}_{j,k}^{lo} - \Delta T_{mapp}\right)\end{array}\right]\right\} \qquad i \in I, j \in J, k \in K \quad (3.20)$$

El modelo Ni-Synheat propuesto en este trabajo consiste en la minimización de la función objetivo (3.1) sujeta al espacio factible definido por las restricciones (3.2) a (3.20), siendo las variables continuas no negativas y las variables discretas de tipo binario, como se muestra en la Figura 3.4. En el modelo Ni-Synheat, las restricciones (3.3) a (3.12) son las expresiones del trabajo original de Yee y Grossmann (1990) y las restricciones adicionales o modificadas las constituyen la

función objetivo y las expresiones (3.13) a (3.20). Para realizar un conteo de los grados de libertad del modelo para un problema dado se deben contar el número de variables continuas y restar el número de ecuaciones que se generan con las ecuaciones 3.3-3.6, 3.13 y 3.14. Por ejemplo para el caso de un problema con dos corrientes calientes, dos corrientes frías y tres etapas en la superestructura, se tienen 124 variables y 60 ecuaciones, con lo cual se cuentan 64 grados de libertad para el modelo Ni-Synheat.

$$\min_{\substack{x,z\\ s,a}} f(x,z)$$

$$\max_{\substack{x,z\\ s,a\\ h(x,z)=0\\ g(x,z)\leq 0\\ z\geq 0, x\in\mathbb{R}^n\\ z\in B^m}} z\in B^m$$

$$x = \begin{pmatrix} t_{i,k}\\ t_{j,k}\\ tc_{i,j,k}\\ sc_{i,j,k}\\ dth_{i,j,k}\\ dtc_{i,j,k}\\ dtc_{i,j,k}\\ dtc_{u_i}\\ dth_{u_j}\\ q_{i,j,k}\\ qcu_i\\ qhu_j \end{pmatrix}$$

Figura 3. 4 Representación del modelo Ni-Synheat

Capítulo 4 Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

4.1 Introducción

Una vez que se cuenta con el modelo matemático Ni-Synheat, se requiere evaluar sus alcances al abordar casos de estudio y comparar las soluciones que se obtienen con aquéllas publicadas previamente.

El modelo Ni-Synheat es un modelo de programación no lineal entera mixta, en el cual la función objetivo y algunas restricciones aportan las no linealidades, esta característica dificulta la solución del modelo. Una metodología sistemática de solución puede permitirla obtención de resultados satisfactorios, con una inversión computacional considerable. El enfoque de solución del modelo en el presente trabajo, se acota a la búsqueda de buenas soluciones factibles, para lo cual se propone una metodología de multi-arranque para la realización de los experimentos computacionales al abordar casos de estudio propuestos en la literatura.

Para tener un punto de comparación adicional a los resultados publicados en la literatura para los casos de estudio, se hace uso de la metodología que se propone en el presente Capítulo, para la síntesis de redes con mezclado no isotérmico (MNI), mediante el modelo Ni-Synheat y para la síntesis con mezclado isotérmico (MI) y sin división de corrientes de proceso (SD), mediante el modelo Synheat. Para este fin, en el presente trabajo se dispone de una implementación no comercial del modelo Synheat desarrollada previamente por el Dr. Juan Manuel Zamora, y de la implementación del modelo Ni-Synheat desarrollada en este trabajo, ambas en el ambiente GAMS.

En la Sección 4.2 se describe la metodología de solución propuesta, posteriormente, en la Sección 4.3 se describen algunos de los conceptos y herramientas utilizadas para generar los esquemas de inicialización y algunas características de los experimentos computacionales. En las Secciones 4.4 a 4.8 se presentan los Casos de Estudio abordados en este trabajo.

4.2 Metodología de Solución

En la Figura 4.1 se muestra de manera gráfica la metodología propuesta en este trabajo para el diseño automático de redes de intercambio de calor. Para la generación sistemática de resultados se propone agrupar las tareas en tres bloques, 1.Elección del modelo, 2.Realización de los experimentos computacionales y 3.Análisis de los resultados obtenidos.

En el primer bloque se elige la premisa de síntesis: sin división de corriente (SD), mezclado isotérmico (MI) o mezclado no isotérmico (MNI), y con ello se determina si se utilizará en un experimento dado el modelo Synheat o el modelo Ni-Synheat. Los bloques de experimentación y análisis de resultados se deberán realizar para cada premisa de síntesis, con el propósito de generar una comparación entre los resultados que se obtienen con el modelo Ni-Synheat respecto de los que se pueden alcanzar con el modelo Synheat, por lo que la metodología se repite por tercias para cada caso de estudio, para generar los resultados que servirán a la comparación.



Figura 4. 1 Metodología Experimental

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

En el segundo bloque, se ubica la experimentación computacional, que en este trabajo se realiza dentro del ambiente GAMS. Para generar resultados computacionales, se debe alimentar una superestructura de la cual se extraigan diferentes topologías de red. Esto se realiza de manera automática al establecer, para un problema dado, un número de etapas para construir la superestructura, Yee y Grossmann (1990) proponen establecer el número de etapas con el máximo número entre las corrientes calientes y frías en un problema dado. En este trabajo se propone realizar la búsqueda de resultados por lo menos con dos posibilidades de número de etapas en la superestructura. Debido a que la búsqueda se hace a nivel local, se propone realizar un multi-arranque basado en un esquema de inicialización pseudo-aleatorio para las variables del problema, como se describe en la Sección 4.3. Cada experimento se realiza con un número determinado de iteraciones en el multi-arranque.

La riqueza de la metodología de multi-arranque reside en la generación de una diversidad de resultados para el problema dado. Para cada caso de estudio se reporta el número de resultados infactibles y el número de resultados factibles alcanzados, de éstos últimos se presenta el comportamiento de los tiempos de cómputo promedio, y la diversidad y la frecuencia de las soluciones. Dentro de las soluciones factibles, se reporta el valor de la mejor solución obtenida, la incidencia con respecto a todas las soluciones halladas, el diagrama de malla de la red y la tabla de los equipos de intercambio de calor.

Los experimentos de síntesis que se realizan con las diferentes premisas de diseño sirven para realizar una comparación entre los diseños de red obtenidos y los costos asociados a cada uno, que se pueden alcanzar en cada caso. Tanto en el modelo Synheat como en el modelo Ni-Synheat, las funciones objetivo que proporcionan los costos totales anuales de un diseño de red, contienen el dimensionamiento implícito de los equipos en la red, que requiere de las variables de las diferencias de temperatura en ambos lados del equipo de intercambio. El dimensionamiento se hace en todos los experimentos de síntesis con la aproximación de Chen (1987).

En cada experimento se ha establecido un esquema para identificar los resultados, el nombre de cada solución se construye con una etiqueta que contiene el tipo de resultado ya sea mezclado no isotérmico (MNI), mezclado isotérmico (MI) o sin división de corrientes (SD), y separado por un guión el número que indica el caso de estudio y la numeración del resultado en el reporte. Por ejemplo: Para el caso de estudio uno, la primera solución reportada del caso no isotérmico lleva la etiqueta: MNI-1.1, la segunda solución del caso sin división para el caso de estudio 4 se llamará SD-4.2 y la quinta solución con mezclado isotérmico del caso 3 se llamará MI-3.5.

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

Una vez que se rescata las soluciones obtenidas con el procedimiento de síntesis, para cada premisa de diseño, se realiza una sub-optimización en la cual se fija el valor de las variables binarias para mantener constante la topología de red obtenida y se utiliza la diferencia media logarítmica de temperaturas rigurosa (DMLT) dentro de la función objetivo del modelo Synheat o el modelo Ni-Synheat para reportar el costo total anual que resulta.

Este procedimiento de sub-optimización se utiliza también para fines de comparación entre los diseños con mezclado isotérmico y con mezclado no isotérmico, pues se realizan cálculos de los costos que tendría una topología fija de red con una u otra premisa de diseño. Por ejemplo, si la solución se obtiene a nivel de PEMNL con mezclado no isotérmico, se realiza una sub-optimización con la premisa de mezclado isotérmico para cuantificar el cambio en el costo de la función objetivo y viceversa. En este caso a la etiqueta original se le agrega una diagonal seguida de la especificación de la premisa en la suboptimización. Por ejemplo si se toma el resultado con mezclado no isotérmico MNI-1.1 y se hace una sub-optimización imponiendo el mezclado isotérmico, el resultado obtenido se identificará con la etiqueta MNI-1.1/MI.

Dentro del formato de diagrama de malla para el reporte de la mejor solución, se presenta información de los equipos de intercambio de calor, tanto en los de recuperación de calor como en los de servicios auxiliares. La carga térmica en KW se escribe debajo de la representación del equipo, y el valor del área en m² arriba, ambos datos en negritas. Entre paréntesis se presentan las fracciones de flujo de capacidad calorífica para los ramales secundarios en los que se divide una corriente de proceso.

Con las mejores soluciones obtenidas en los experimentos para cada caso de estudio, se realiza un reporte en tablas, para la comparación de los costos totales anuales de cada diseño y el tipo de red en el siguiente orden. En la primera parte se enlistan los resultados publicados previamente para el caso de estudio, en la segunda parte se reportan los resultados obtenidos con la aplicación de la metodología de multi-arranque para las tres premisas de síntesis de redes de intercambio de calor. En la parte de las redes con división de corrientes se presentan los resultados obtenidos con los modelos de programación no lineal entera mixta, Synheat y Ni-Synheat, con los cuales se generan redes con mezclado isotérmico (MI) y no isotérmico (MNI) respectivamente, los costos totales anuales reportados son resultado dela sub-optimización con la diferencia media logarítmica de temperaturas rigurosa (DMLT) para las topologías de red obtenidas. En la segunda columna se presentan los resultados de la sub-optimización de las topologías de red, variando la premisa con mezclado isotérmico a mezclado no isotérmico y viceversa, con lo cual se pueden comparar los costos
totales anuales para una topología de red dada. En ambas partes de la tabla de comparación se presenta una columna denominada "Tipo de Red", en la cual se resume información de la topología de red, esto es, el número de equipos de intercambio de calor de recuperación, de servicios de calentamiento y de enfriamiento separados por guiones, seguido por el número de divisiones de corrientes de proceso en el diseño entre paréntesis y en el caso de los diseños publicados previamente, si el tipo de red es sin división de corriente (SD), mezclado isotérmico (MI) o mezclado no isotérmico (MNI).

4.3 Esquemas de Inicialización y Casos de Estudio

En el ambiente GAMS (Brooke, Kendrick y Meeraus 1992)se utilizan las funciones "uniform" y "normal" para generar números de forma pseudo-aleatoria. En la Figura 4.2 se muestra de forma cualitativa como operan dichas funciones. La función "uniform", en la Figura 4.2a genera puntos de manera uniforme dentro de una cota inferior α y una cota superior β . La función "normal" genera dichos puntos alrededor de un valor central γ y una desviación σ , definidas al momento de invocar la función, como se representa en la Figura 4.2b.



Figura 4. 2 Funciones "uniform" y "normal"

Los números generados se utilizan para dar un valor numérico a las variables continuas y binarias dentro de rutinas automáticas programadas para generar valores de inicio, como se muestra en los siguientes ejemplos en la Figura 4.3.Los diferentes esquemas de inicialización propuestos en este trabajo utilizan las cotas superiores (S) e inferiores (I) de las variables continuas. Algunas de las formas utilizadas para definir dichas cotas se reportan en el trabajo de Zamora y Grossmann (1997) y las demás fueron desarrolladas en este trabajo.

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

$$\begin{split} t^{0}_{i,k} = & uniform[\alpha,\beta]t^{S}_{i,k} = uniform[0.8,1.0]t^{S}_{i,k} \\ t^{0}_{j,k} = & t^{I}_{j,k} + uniform[\alpha,\beta]t^{I}_{j,k} = t^{I}_{j,k} + uniform[0.9,1.0]t^{I}_{j,k} \\ sh^{0}_{i,j,k} = & normal[\gamma,\sigma] = normal[0.5,0.15] \\ sc^{0}_{i,j,k} = & uniform[\alpha,\beta] = & uniform[0,1] \end{split}$$

 $q_{i,j,k}^{0} = q_{i,j,k}^{I} + uniform[0,1](q_{i,j,k}^{S} - q_{i,j,k}^{I})$

Figura 4. 3 Ejemplos de valores de inicio para las variables continuas del modeloNi-Synheat

Una iteración dentro del esquema de multi-arranque incluye el uso de un esquema de inicialización de las variables y posteriormente la resolución del modelo. Si se halla una solución factible, se tendrá un valor de salida para todas las variables continuas y binarias del modelo tal que se satisfagan todas las restricciones, y que definirán la topología y el costo total anual calculado respecto de la dimensión de cada equipo de intercambio en la red, las condiciones de operación y los gastos de servicios auxiliares necesarios. En la siguiente iteración se vuelve a utilizar el esquema de inicialización para dar otro punto de inicio y se resuelve nuevamente el modelo para obtener otro vector de salida, y así se van estableciendo los resultados de cada experimento computacional, los resultados se escriben en archivos de salida hasta completar el número de iteraciones del experimento. Los diseños factibles obtenidos en cada experimento se presentan en gráficos de la evolución del costo total anual obtenido en cada iteración y junto con esta información se presenta también la evolución del costo de la mejor solución disponible en el experimento, los costos están calculados usando la aproximación de Chen (1987).

En este trabajo, la experimentación computacional se desarrolló dentro del ambiente GAMS(Brooke, Kendrick y Meeraus 1992) versión 21.4 y se utilizaron los resolvedores CONOPT 3.01 y DICOPT 2x-C (Viswanathan y Grossmann 1990)en una computadora hp con procesador Intel Centrino de 1.06 Ghz. El criterio del paro en DICOPT se estableció hasta que el valor de la función objetivo en la optimización no lineal comenzara a deteriorarse.

Los casos de estudio resueltos con la metodología propuesta fueron seleccionados abarcando diferentes tamaños de problemas de síntesis, casos con funciones de costo lineal y no lineal y con presencia o ausencia de cargos fijos por equipo. A continuación se muestran los resultados obtenidos para cada caso de estudio.

4.4 Caso de Estudio 1

El caso de estudio consta de dos corrientes calientes y dos corrientes frías. El problema original, publicado por Linnhoff y Boland (1982), se abordó en el trabajo de Yee y Grossmann (1990) con los datos de las corrientes que aparecen en la Tabla 4.1, acompañados por una función de costo sin cargos fijos y con un exponente de costo de 0.6. En el trabajo de Zamora y Grossmann (1998), se propone una nueva función de costo, dicha modificación es utilizada en trabajos posteriores por Petterson (2008), Pariyani, Gupta y Ghosh (2006) y Gupta y Ghosh (2010).Las funciones de costo propuestas por Zamora y Grossmann (1998) contienen cargos fijos y son funciones lineales del área de los equipos, tal como se muestra en la Tabla 4.1, dicha versión se utiliza en este trabajo.

Tuolu I. I	Tuota 1. T Dutos del Cuso de Estudio 1, Ejemplo 1 en rettension (2000)							
Temperatura de		Temperatura	Flujo de capacidad	Coeficiente de				
Corriente	suministro	objetivo	calorífica	película				
	T(K)	T(K)	$F(kWK^{-1})$	$h\left(kW m^{-2}K^{-1}\right)$				
H1	443	333	30	1.6				
H2	423	303	15	1.6				
C1	293	408	20	1.6				
C2	353	413	40	1.6				
HU	450	450		4.8				
CU	293	313		1.6				
Costo de en	friamiento		20 \$	kW ⁻¹ año ⁻¹				
Costo de cal	lentamiento		80 \$	$80 $ $kW^{-1} $ $año^{-1}$				
Función de	costo para los equip	os de la red\$ año	⁻¹ 6250	6250+83.26A*				
Función de costo para calentadores, \$ año-1			6250	0+99.91A*				
*Área de los	s equipos en metros							

Tabla 4. 1 Datos del Caso de Estudio 1, Ejemplo 1 en Pettersson (2008)

El caso de estudio ha sido abordado bajo un enfoque de optimización global determinista por Zamora y Grossmann (1998), con una premisa de diseño sin división de corrientes, en el cual se utiliza la diferencia aritmética de temperaturas. El resultado final con un costo de 85,968 \$/año, se obtiene fijando la topología de red e incorporando la DMLT.

Los trabajos de Pariyani, Gupta y Ghosh (2006) y Gupta y Ghosh (2010) se realizan bajo un enfoque meta-heurístico el cual hace uso de un algoritmo de búsqueda aleatoria. En el trabajo de Pariyani, Gupta y Ghosh (2006) se publican soluciones sin división de corriente y con división de corriente y mezclado isotérmico, con costos de 85,972 \$/año y 85,307 \$/año, respectivamente. En el trabajo de Gupta y Ghosh (2010) se publica una solución con un costo de 83,177 \$/año, que representa la mejor solución disponible publicada.

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

En el trabajo de Pettersson (2008) de optimización global, se aborda la síntesis mediante la diferencia geométrica de temperatura, incluyendo la división de corriente y el mezclado isotérmico; la topología de la red que se publica en ese trabajo coincide con la publicada por Pariyani, Gupta y Ghosh (2006), con un costo total anual de 84,066 \$/año.

Se realizaron los experimentos con 500 iteraciones cada uno, y se estableció la búsqueda en dos y tres etapas en la superestructura.

Con dos etapas en la superestructura no se obtuvieron resultados infactibles; el tiempo total para las 500 iteraciones fue de 8.52min con un tiempo promedio por iteración de 1.02 s. En la Figura 4.4 se muestra el costo total anual de los diseños obtenidos en cada iteración y la evolución del costo del mejor diseño disponible. Se obtuvieron 33 diseños distintos, de los cuales los mejores diseños factibles, en términos del costo total anual, se obtuvieron en la iteración 29 con un costo de 85,450.84 \$/año (MNI-1.1) y en la iteración 31 con un costo de 83,030.46 \$/año (MNI-1.2). El resultadoMNI-1.1 se obtuvo cuarenta veces mientras que el resultado MNI-1.2 sólo se obtuvo en dos iteraciones.



Figura 4. 4 Evolución de los diseños factibles de red, obtenidos con el modelo Ni-Synheat para el Caso de Estudio 1 con dos etapas en la superestructura, costo del mejor diseño: 83,030.46 \$/año

En los experimentos con tres etapas en la superestructura se obtuvieron 52 resultados infactibles, y aumentó el tiempo total de cómputo, respecto del experimento con dos etapas en la superestructura, en este caso fue de 28.24 min, con un tiempo promedio de 3.38s. Se obtuvieron los resultados correspondientes a las soluciones MNI-1.1 en la iteración 3 y MNI-1.2en la iteración 253, dentro de los 40 diseños factibles distintos. En la iteración 329 se obtuvo una tercera solución (MNI-

1.3) con un costo total anual de 84,869.31 \$/año. Durante este experimento se obtuvo la solución MNI-1.1 en 126 iteraciones, mientras que las soluciones MNI-1.2 y MNI-1.3 sólo se obtuvieron una sola vez durante el experimento. En la Figura 4.5 se presenta el costo total anual y la evolución del costo del mejor diseño disponible en cada iteración.

Se tomaron los diseños MNI-1.1, MNI-1.2 y MNI-1.3 y se realizaron las sub-optimizaciones con la DMLT con lo cual se obtuvieron los costos finales de 85,123.049 \$/año, 82,427.66 \$/año y 84,624.64 \$/año respectivamente. A continuación se presentan los diagramas de malla de los resultados para las soluciones MNI-1.2 y MNI-1.3.



Figura 4. 5 Evolución de los diseños factibles de red, obtenidos con el modelo Ni-Synheat para el Caso de Estudio 1 con tres etapas en la superestructura, costo del mejor diseño 83,030.46 \$/año

El diagrama de malla en la Figura 4.6 corresponde al diseño MNI-1.2 cuyo costo total anual de la síntesis de 83,030.46 \$/año evoluciona a 82,427.63 \$/año con la DMLT. Dicha red contiene cuatro equipos de recuperación y un servicio de enfriamiento para la corriente caliente dos. Se requieren dos divisiones de corriente para las corrientes H1 y C1. El mezclado de los ramales secundarios en ambas corrientes H1 y C1 es no isotérmico y la diferencia entre las temperaturas inter-etapa entre los ramales secundarios de ambas corrientes de proceso es alrededor de veinte grados. En el caso del apareamiento H1-C1 entre ramales secundarios se observa que las temperaturas inter-etapa, se encuentran en valores de temperatura que serían consideradas infactibles si sólo se permitiera el mezclado isotérmico, pues las temperaturas intermedias están fuera de las cotas inferiores y superiores de las correspondientes corrientes de proceso, o sea $th_{111} < T_{i=1,out}$ y $tc_{111} > T_{j=1,out}$, por esta

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

razón el equipo de intercambio no se capturaría en ningún diseño. Los detalles de los equipos en el diseño se muestran en la Tabla 4.2.En esta solución los costos de capital corresponden a 74,427.63 \$/año y el costo del servicio de enfriamiento es de 8,000 \$/año.

Si se realiza una sub-optimización de la topología de la Figura 4.6 imponiendo la condición del mezclado isotérmico, el resultado con la DMLT (MNI-1.2/MI) es de 87,422.48 \$/año es decir el resultado se encuentra 6.06% por arriba del costo de la versión con mezclado no isotérmico.



Figura 4. 6 Diagrama de malla del diseño MNI-1.2 para el Caso de Estudio 1. Costo en la síntesis83, 030.46 \$/año, costo DMLT 82,427.63 \$/año

Equipo Q (kW)	DTH	DTC	DMLT	Área DMLT	Costo DMLT				
	(K)	(K)	(K)	(m ²)	(\$/año)				
1	269.725	20.831	6.143	12.028	28.031	8,583.850			
2	2400.00	29.495	40.000	34.481	22.848	8,152.353			
3	630.275	30.000	3.041	11.777	254.731	27,458.907			
4	1400.00	17.270	5.153	10.019	174.666	20,792.672			
5	400.00	16.667	10.000	13.051	38.312	9,439.851			
Costo po	r servicio d	le enfriami	iento, (\$/añ	io)		8,000.00			
Costo de capital (\$/año)						74,427.633			
Costo tot	82,427.633								

Tabla 4. 2 Detalles de los equipos en el diseño MNI-1.2

En la Figura 4.7 se presenta el diagrama de malla que corresponde a la sub-optimización con la DMLT de la topología del diseñoMNI-1.3, cuyo costo en la síntesis es de 84,869.31 \$/año y que

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

evoluciona a 84,624.64 \$/año si se realiza una sub-optimización con la DMLT. En este diseño se requieren un equipo de recuperación extra para el apareamiento H2-C1, y un servicio de enfriamiento con igual carga térmica que la solución MNI-1.2 para la corriente caliente uno, en términos de topología, el resto del diseño es igual al del diseño MNI-1.2. En esta solución el costo de capital corresponde a 76,624.622 \$/año. La diferencia entre los valores de las temperaturas inter-etapa en el caso de los ramales de la corriente H1 es de 2.95 K, mientras que en el caso de los valores de temperatura inter-etapa de los ramales de la corriente C1 es de 14.362 K. El costo total anual de la solución MNI-1.3 está 2.66% por arriba del costo de la solución MNI-1.2.

Si en el proceso de sub-optimización se impone el mezclado isotérmico a la topología de red de la Figura 4.7, el costo resultante es de 84,999.89 \$/año (MNI-1.3/MI), o sea 3.12% mayor que la solución MNI-1.2, pero 2.77% menor que su solución isotérmica MNI-1.2/MI.



Figura 4. 7 Diagrama de malla del diseño MNI-1.3 para el Caso de Estudio 1. Costo en la síntesis 84,869.31 \$/año, costo DMLT 84,624.64 \$/año

Se realizaron experimentos adicionales para comparar la síntesis de redes de intercambio de calor bajo las premisas sin división de corrientes y con mezclado isotérmico. En ninguno de los experimentos realizados sin división de corrientes se obtuvieron resultados infactibles. Con dos etapas en la superestructura y sin permitir la división de corrientes solo se obtuvieron dos diseños diferentes uno con una incidencia de 484 con un costo total de 104,755.17 \$/año y otro con una incidencia de 16 de 105,212.95 \$/año. El experimento tuvo una duración de 4.7min con 0.56 s en promedio por iteración. Cuando se aumentó la superestructura a tres etapas el experimento tuvo una duración de

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

5.88min con un tiempo promedio por iteración de 0.70 s; en este experimento se obtuvieron tres diseños de los cuales en la iteración 49 se obtuvo un diseño SD-1.1 con un costo en la síntesis de 86,945.26 \$/año; si se realiza una sub-optimización de este resultado con la DMLT el costo disminuye a 85,970.51 \$/año. La incidencia del resultado SD-1.1 fue de 2 en las 500 iteraciones del experimento. El resultadoSD-1.1 coincide con lo publicado por Zamora y Grossmann (1998) y por Pariyani, Gupta y Ghosh (2006) y se encuentra 4.29% por arriba del resultado MNI-1.2. Se realizó un experimento con cuatro etapas en la superestructura, en este experimento se obtuvieron tres diseños de red, la duración del experimento fue de 13.25 min con 1.58 s en promedio por iteración, en este experimento se obtuvo un diseño SD-1.2 con una incidencia de 4 en las 500 iteraciones, con un costo en la síntesis de 84,516.20 \$/año, y de 84,331.750 \$/año cuando se realiza una sub-optimización con la DMLT.

Cuando se realiza la síntesis permitiendo la división de corrientes y restringiendo los casos a mezclado isotérmico se obtienen los siguientes resultados. Para dos etapas en la superestructura el experimento tuvo una duración de 4.86 min con 0.58 s en promedio por iteración y cero resultados infactibles; en las 500 iteraciones se obtuvo de la síntesis, un resultado MI-1.1con un costo total anual de 88,891.21 \$/año que equivale a 88,384.38 \$/año con la DMTL. Con tres etapas en la superestructura se requirieron 10 min con 1.19 s en promedio por iteración y se obtuvieron tres diseños distintos; el diseño MI-1.1 en 5 iteraciones, un diseño MI-1.2 en 494 iteraciones con un costo total anual de 87,458.73 \$/año cuyo costo con la DMLT es de 87,226.39 \$/año y el diseño MI-1.3 que coincide con el diseño SD-1.1, y que representa el diseño con el menor costo de los tres. La topología del resultado MI-1.3 no contiene divisiones de corrientes, por lo que al aplicar la sub-optimización para incluir el mezclado no isotérmico, el costo no es distinto a aquél calculado con la DMLT para el diseño SD-1.1.En el caso de los diseños MI-1.1 y MI-1.2 los costos de las topologías con mezclado no isotérmico son de 87,131.58 \$/año y 85,349.06\$/año, respectivamente. Cuando se realiza la síntesis con el modelo Ni-Synheat y posteriormente se impone la restricción de mezclado isotérmico, se obtiene un resultado mejor a los obtenidos durante la síntesis de la red con esta premisa de diseño. El diseño MI-1.1 se encuentra 1.14% por arriba del costo del diseño MNI-1.3/MI.

En la primera parte de la Tabla 4.3 se muestran los resultados publicados previamente para el caso de estudio. Las soluciones abarcan redes sin división de corriente, y con mezclado isotérmico. En la solución reciente de Gupta y Ghosh (2010) obtenida mediante una técnica meta-heurística aleatoria, no se provee de suficiente información para determinar si la red contiene mezclado isotérmico; dicha red obtenida contiene dos intercambiadores en serie para un mismo

ramal secundario, por lo que esta configuración no puede ser capturada con el modelo Ni-Synheat, sin embargo el costo de la solución que publican, que corresponde a 83,177 \$/año y que corresponde a la mejor solución disponible en la literatura, está por arriba de la mejor solución obtenida para el caso de estudio en este trabajo (MNI-1.2), resaltada en negritas, la cual contiene cuatro equipos de recuperación, un enfriador y dos divisiones de corrientes como en la solución publicada por Gupta y Ghosh (2010).

Resultados Publicados p	previamente								
Reference	ia	Costo T	otal Anual (\$/año)), DMLT	Tipo de Red				
Zamora y Grossmann (1	998)		85,968		4-0-2,(0) SD				
Pariyani, Gupta y Ghosł	n(2006)		85,972		4-0-2,(0) SD				
			85,307		5-0-1,(1) MI				
Pettersson (2008)			84,066		5-0-1,(1) MI				
Gupta y Ghosh (2010)			83,177		4-0-1,(2)				
Este Trabajo									
Síntesis sin División de Corrientes									
PEMNL-PNL, DM	LT (\$/año)				Tipo de Red				
SD-1.1	85,970.51				4-0-1,(0)				
SD-1.2	84,331.75				5-0-1,(0)				
	Si	íntesis con División	de Corrientes						
PEMNL-PNL, DM	LT (\$/año)	PNL, DMLT (\$/año) Diferencia (%)			Tipo de Red				
MI-1.1	88,384.38	MI-1.1/MNI	87,131.58	1.41	5-0-1,(3)				
MI-1.2	87,226.39	MI-1.2/MNI	85,349.06	2.15	5-0-1,(2)				
MI-1.3	85,970.51	MI-1.3/MNI	85,970.51	0.0	4-0-1,(0)				
MNI-1.1	85,123.049	MNI-1.1/MI	infactible	-	4-0-1,(2)				
MNI-1.3, Figura 4.7	84,624.64	MNI-1.3/MI	84,999.89	0.44	5-0-1,(2)				
MNI-1.2, Figura 4.6	82,427.63	MNI-1.2/MI	87,422.48	6.06	4-0-1,(2)				

Tabla 4. 3 Comparación de los resultados para el Caso de Estudio 1

En la segunda parte de la Tabla 4.3 se muestran las soluciones obtenidas en este trabajo con las tres premisas de diseño, además se muestran los resultados obtenidos en los experimentos de síntesis con división de corrientes, del lado izquierdo se muestran los costos de las redes obtenidas a nivel de PEMNL con la premisa de diseño MI o MNI, y el resultado de la sub-optimización con la DMLT. Del lado derecho se muestran los resultados del cambio de premisa respecto del mezclado durante el proceso de sub-optimización de la misma topología, en el mismo renglón se reporta la diferencia porcentual entre ambos resultados. En el caso del diseño MNI-1.1 se puede observar que la sub-optimización con mezclado isotérmico resulta infactible.

Para el Caso de Estudio 1, la comparación entre los costos de las redes favorece al mezclado no isotérmico. La síntesis con mezclado no isotérmico y la sub-optimización con mezclado isotérmico generan un mejor resultado que en el experimento a nivel de PEMNL con mezclado isotérmico.

Con el modelo Ni-Synheat se pudo obtener una mejor solución que las publicadas anteriormente, dicha solución MNI-1.2 se obtuvo en el experimento de síntesis con un costo total de 83,030 \$/año y su costo calculado con la DMLT resultó en82,427 \$/año. La reducción en el costo del mejor resultado obtenido en este trabajo se realiza a costa de una división de corriente adicional respecto de las soluciones con mezclado isotérmico, y permitiendo el mezclado no isotérmico de los ramales secundarios. La mejor solución obtenida contiene cuatro equipos de recuperación, así como las versiones sin división de corriente, pero el costo disminuye en 3,500 \$/año.

Aplicada al modelo Ni-Synheat, la metodología de solución permite obtener una diversidad de diseños factibles, dentro de los cuales se obtuvo un diseño alternativo MNI-1.3 con un costo de 84,624.64 \$/año con la DMLT, costo 2.66% por encima del costo de la mejor solución obtenida en este trabajo. Cuando se realizó la síntesis bajo las premisas sin división de corrientes y con mezclado isotérmico la diversidad de los diseños factibles fue baja.

Cuando se realiza la síntesis bajo la premisa sin división de corrientes y con mezclado isotérmico, se observa que las redes resultantes son más caras que cuando la síntesis se realiza con el modelo Ni-Synheat.

En ninguno de los experimentos realizados para este caso de estudio, bastó utilizar la regla heurística propuesta por Yee y Grossmann (1990) para el establecimiento del número de etapas en la superestructura, pues los mejores resultados se obtuvieron con tres etapas en la superestructura, aún cuando el problema consta de dos corrientes calientes y dos corrientes frías, y según la heurística bastarían dos etapas de recuperación.

4.5 Caso de Estudio 2

El caso de estudio consiste en la síntesis de una red de intercambio de calor para un conjunto de dos corrientes calientes y dos corrientes frías, dicho caso de estudio fue presentado en el trabajo de Ponce-Ortega y col. (2010). La función de costo incluye un cargo fijo por existencia de los equipos y el costo de capital es una función lineal del área. Se establece un valor de EMAT de 20 K.

En el trabajo de dichos autores se publican dos soluciones, una solución utilizando la superestructura de Yee y Grossmann (1990) que tiene un costo de 396,316 \$/año y en la cual existe un equipo de calentamiento donde la diferencia del lado caliente del equipo es de 12 K, y otra solución que tiene un costo de 385,346 \$/año, obtenida con un modelo basado en una modificación de la superestructura original que incluye servicios auxiliares en cada etapa. En este trabajo se estudia una versión del caso de estudio original, permitiendo un EMAT de 12 K en los servicios de calentamiento. En la Tabla 4.4 se presenta la información del problema.

	Temperatura de	Temperatura	Flujo de capacidad	Coeficiente de		
Corriente	suministro	objetivo	calorífica	película		
	T(K)	T(K)	$F(kWK^{-1})$	$h\left(kW m^{-2}K^{-1}\right)$		
H1	423	333	20	0.1		
H2	363	333	80	0.2		
C1	293	398	25	0.2		
C2	298	373	30	0.3		
HU	410	410		2.5		
CU	293	323		1		
EMAT para	a los equipos de recup	eración y enfriadores	20 K			
EMAT para	a calentadores		12 K			
Costo de en	friamiento		15 \$kW ⁻¹ año ⁻¹			
Costo de ca	lentamiento		80 \$kW ⁻¹ año ⁻¹			
Función de	costo para los equipos	s de la red, \$ año ⁻¹	5500+150A*			
*Área de lo	s equipos en metros c					

Tabla 4. 4 Datos del Caso de Estudio 2, Ejemplo 1 en Ponce-Ortega y col. (2010)

Se abordó el caso de estudio en dos y tres etapas en la superestructura. Se realizaron 500 iteraciones por experimento.

Durante los experimentos de síntesis con el modelo Ni-Synheat con dos etapas en la superestructura no se obtuvieron resultados infactibles. De los 500 resultados factibles, se obtuvieron 24 diseños factibles distintos, de los cuales se hallaron dos soluciones que representan los menores costos totales anuales para el caso de estudio. El resultado MNI-2.1 tiene un costo de

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

377,047.91\$/año y el resultado MNI-2.2 de 378,096.19 \$/año. El resultado MNI-2.1 tuvo una incidencia de 15 y el resultado MNI-2.2 de 27 en las 500 iteraciones. En la Figura 4.8 se muestran el costo total anual para cada iteración y la evolución de la mejor solución disponible, representada por la línea continua que muestra que en el experimento, el mejor diseño se obtuvo desde la primera iteración. Este experimento se llevó a cabo en 9.63 min, con un tiempo promedio por iteración de 1.15s.



Figura 4. 8 Evolución de los diseños factibles de red obtenidos con el modelo Ni-Synheat para el Caso de Estudio 2 con dos etapas en la superestructura, costo del mejor diseño 377,047.91 \$/año

Para el caso en el que la superestructura se estableció con tres etapas, se volvieron a obtener los resultados MNI-2.1 y MNI-2.2 con una incidencia de 16 y 44 veces respectivamente. Esto se debe a que los diseños de red obtenidos se capturan con dos etapas, y están contenidas también en la superestructura de tres etapas. En este experimento, se obtuvieron 22 resultados infactibles, el tiempo total del experimento fue de 15.36 min y las iteraciones duraron en promedio 1.84 s. La evolución del costo total anual de los diseños factibles así como la evolución de la mejor solución disponible en tres etapas, se puede observar en la Figura 4.9. De los 39 diseños factibles distintos obtenidos, la solución MNI-2.1 se obtiene desde la iteración 5 y la solución MNI-2.2 desde la iteración 4. Tomando las topologías de los diseños MNI-2.1 y MNI-2.2 se realizó una sub-optimización utilizando la DMLT. Como resultado, el diseño MNI-2.1 tiene un costo de 376,678.169 \$/año y el diseño MNI-2.2 tiene un costo de 377,748.470 \$/año, con lo cual se puede observar que el costo de la solución MNI-2.2 es solo 0.28% mayor que el costo de la solución MNI-2.1 y por lo tanto es una solución competitiva.

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio



Figura 4. 9 Evolución de los diseños factibles de red obtenidos con el modelo Ni-Synheat para el Caso de Estudio 2 con tres etapas en la superestructura, costo del mejor diseño 377,047.91 \$/año

El diseño de red del resultado MNI-2.1 con un costo de 376,678.169 \$/año se muestra en la Figura 4.10. El diseño tiene tres equipos de recuperación y dos de servicios auxiliares, la corriente H2 se divide en dos ramales secundarios, para intercambiar calor con ambas corrientes frías, la temperatura a la salida de los equipos dos y tres en ambos ramales secundarios tienen una diferencia entre sí de 1.66K. Los detalles del diseño se muestran en la Tabla 4.5, en dicha tabla se puede observar que la menor diferencia de temperaturas en los equipos de intercambio, es de 12 grados en el equipo cinco.

Si se realiza una sub-optimización con la DMLT pero bajo la premisa de mezclado isotérmico, éste diseño de red aumenta su costo a 376,735.73 \$/año (MNI-2.1/MI).

En la Figura 4.11 se muestra el diagrama de malla correspondiente al diseño MNI-2.2 con un costo de 377,748.47 \$/año. En este caso, se requieren cuatro equipos de recuperación, y dos de servicios auxiliares, en esta solución se añade una división de corriente para H1, a la salida de los equipos de intercambio las diferencias de temperatura de los ramales secundarios es pequeña, en este diseño el costo de capital corresponde a 273,317.381 \$/año y el costo por servicios auxiliares es de 104,431.089 \$/año. Con una sub-optimización con mezclado isotérmico, este diseño tiene un costo de 377,893.98 \$/año.

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio



Figura 4. 10 Diagrama de malla del diseño MNI-2.1 para el Caso de Estudio 2.Costo en la síntesis 377, 047.91 \$/año, costo DMLT 376,678.169 \$/año

Equino	Q	DTH	DTC	U	DMLT	Área DMLT	Costo DMLT
Equipo	(kW)	(K)	(K)	$(kWm^{-2}K^{-1})$	(K)	(m^2)	(\$/año)
1	1100	50.0	31.667	0.075	40.138	365.407	60,311.008
2	1250	20.0	40.776	0.1	29.165	428.597	69,789.489
3	1150	26.667	34.108	0.12	30.235	316.961	53,044.125
4	700	45.0	40.000	0.185	31.981	232.171	40,325.666
5	1375	12.0	67.000	0.091	42.451	181.386	32,707.881
Costo por	r servicio	de enfriamie	nto, (\$/año)				120,500
Costo de capital (\$/año)							256,178.169
Costo total anual (\$/año)							376,678.169

Tabla 4. 5 Detalles de los equipos en el diseño MNI-2.1

Se realizaron experimentos de síntesis para comparar los resultados del modelo Ni-Synheat con el diseño bajo las premisas sin división de corrientes y con mezclado isotérmico. En los experimentos que se realizaron sin división de corrientes con dos y tres corrientes se encontró un solo diseño en las 500 iteraciones factibles, para el caso de dos etapas en la superestructura el diseño SD-2.1 obtenido tuvo un costo de 385,111.43 \$/año, cuyo costo al realizar una sub-optimización con la DMLT es de 384,963.06 \$/año. Con tres etapas en la superestructura se obtuvo un diseño SD-2.2 con un costo de 386,104.03 \$/año que corresponde a 386,006.22\$/año cuando se realiza una sub-optimización con la DMLT. La duración de los experimentos y el tiempo promedio por iteración para dos etapas fue de 5.93 min y 0.71 s y para tres etapas de 7.85 min y 0.94 s, respectivamente.

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio



Figura 4. 11 Diagrama de malla del diseño MNI-2.2 para el Caso de Estudio 2, costo en la Síntesis378, 096.19 \$/año, costo DMLT 377,748.470 \$/año

En los experimentos con dos y tres etapas en la superestructura en el caso de la síntesis con división de corrientes y mezclado isotérmico, se obtuvo un diseño MI-2.1 con un costo de 384,311.67 \$/año, que corresponde a 384,283.37 \$/año calculado con la DMLT. En el experimento con dos etapas en la superestructura la duración del experimento fue de 8.81 min y en el de tres etapas de 6.06 min con tiempos promedio por iteración de 1.05 s y 0.72 s, respectivamente. El diseño MI-2.1 y se permite el mezclado no isotérmico, el costo con la DMLT resulta en 384,201.07 \$/año (MI-2.1/MI).

En la Tabla 4.6 se observa la comparación de los diseños para el Caso de Estudio 2. Se puede observar que la solución bajo la premisa sin división de corrientes SD-2.1 obtenida en este trabajo es 2.86% menor que el costo total anual de la solución publicada previamente para el mismo escenario de síntesis. Además se puede resaltar que para el problema modificado, permitiendo un EMAT de 12 K en calentadores, la búsqueda con el modelo Ni-Synheat permite obtener mejores soluciones que con las premisas sin división de corrientes y mezclado isotérmico. La red del mejor resultado (MNI-2.1) con mezclado no isotérmico es 0.78% menor en costo que su versión isotérmica y 1.97% menor que el mejor diseño obtenido con mezclado isotérmico.

Resultados Publicados previamente								
Re	ferencia	(Costo Total Anual (\$	/año), DMLT	Tipo de Red			
Ponce-Ortega y col. (201	10)							
Synheat			396,316		3-2-2,(0) SD			
Modificación con servic	ios intermedios		385,346	i	4-1-0,(1)MI			
Este Trabajo								
	Sínte	sis sin División (de Corrientes					
PEMNL-PNL, DMLT (S	S/año)				Tipo de Red			
SD-2.2	386,006.22				3-2-1,(0)			
SD-2.1	384,963.06				2-2-1,(0)			
	Síntes	sis con División	de Corrientes					
PEMNL-PNL, DMLT (\$/año)		PNL, D	PNL, DMLT (\$/año)		Tipo de Red			
MI-2.1	384,283.37	MI-2.1/MNI	384,201.07	0.021	3-2-1,(1)			
MNI-2.2, Figura 4.11	377,748.470	MNI-2.2/MI	377,893.98	0.038	4-1-1,(2)			
MNI-2.1, Figura 4.10	376,678.169	MNI-2.1/MI	376,735.73	0.781	3-1-1,(1)			

Tabla 4. 6 Comparación de los resultados para el Caso de Estudio 2

Utilizando una metodología de multi-arranque con el modelo Ni-Synheat, se pudieron obtener varios resultados para el caso de estudio modificado. Se obtuvieron dos resultados con costos totales menores a los publicados previamente, estos tienen un costo de 376,678 \$/año y 377,748 \$/año calculados ambos con la DMLT. Ambos diseños contienen un equipo de calentamiento para la corriente C1 en el cual la diferencia de temperaturas del lado caliente es de 12K.

Cuando se realizó la síntesis bajo las premisas sin división de corriente y con mezclado isotérmico, se pudo observar que pese al multi-arranque se obtuvieron muy pocos diseños distintos para el caso de estudio, en el caso sin división de corrientes se obtuvieron dos soluciones diferentes, un diseño para dos etapas en la superestructura y otro para el experimento con tres etapas en la superestructura. En el caso de la síntesis con mezclado isotérmico se obtuvo sólo un diseño en ambos experimentos.

4.6 Caso de Estudio 3

El problema consiste en determinar la red de intercambio de calor para los conjuntos de corrientes de proceso cuya información se presenta en la Tabla 4.7. El problema consta de tres corrientes calientes y dos corrientes frías y se cuenta con dos servicios auxiliares de calentamiento y enfriamiento. El costo anual asociado a los equipos de intercambio contiene un cargo fijo y un exponente de costo de 0.85.La diferencia mínima de temperatura permitida para el intercambio de calor entre corrientes de proceso no se especifica en el artículo de Björk y Westerlund (2002), donde se presenta el problema; en este trabajo se utiliza el valor de 0.1 K.

Este ejemplo fue estudiado por Björk y Westerlund (2002) con la intención de generar resultados a nivel de optimización global determinista, mediante el uso de un modelo matemático basado en la superestructura de Yee y Grossmann (1990). En su trabajo, Björk y Westerlund (2002) proponen una extensión del modelo Synheat que permite el mezclado no isotérmico mediante las siguientes modificaciones: introducción de variables de tipo área, es decir el área elevada al exponente de costo, temperaturas intermedias en la superestructura, fracciones del flujo de capacidad calorífica, y diferencias de temperatura.

Con la introducción de las variables de área se modifica la función objetivo original, para convertirla en una función lineal. Se añaden restricciones no lineales para el cálculo de las variables de área utilizando la aproximación de Paterson, para el cálculo de las diferencias de temperatura. Las restricciones de los balances adicionales alrededor de los intercambiadores de calor contienen términos fraccionales lineales y se escriben como desigualdades. Las ecuaciones de conservación de masa son lineales y las definiciones de las diferencias de temperatura se describen con restricciones lógicas. Björk y Westerlund (2002) publican como solución para el presente Caso de Estudio, un diseño de red con un costo de \$96,001 \$/año, calculado con la aproximación de Paterson.

El caso de Estudio 3 ha sido abordado recientemente por Huang y col. (2012) con un enfoque de programación matemática, mediante la construcción de un modelo de PEMNL basado en el modelo Synheat e incorporando el mezclado no isotérmico, utilizando, entre otras modificaciones, términos bilineales para la construcción de los balances de energía alrededor de los intercambiadores de calor y en el cual se reportan cotas para las temperaturas de los ramales secundarios así como restricciones lógicas asociadas a estas nuevas variables. Huang y col. (2012) proponen como estrategia de solución del modelo generado en su trabajo, el uso del buscador BARON/GAMS, estableciendo un tiempo de cómputo máximo como criterio de paro; con esta metodología dichos

autores obtuvieron una solución con un costo de 95,643 \$/año calculado con la aproximación de Paterson, para la misma topología de red publicada por Björk y Westerlund (2002).

Tabla 4. 7 Datos del Caso de Estudio 3, Ejemplo 5 en Björk y Westerlund (2002)								
Corriente	Temperatura de suministro T(K)	Temperatura objetivo T(K)	Flujo de capacidad calorífica F (kW K ⁻¹)	Coeficiente de película h (kW m ⁻² K ⁻¹)				
H1	428	303	8	2				
H2	353	313	15	2				
H3	473	313	15	2				
C1	293	433	20	2				
C2	293	373	15	2				
HU	439	493		2				
CU	293	303		2				
EMAT			0.1 K	X				
Costo de en	friamiento		20 \$ kW ⁻¹ año ⁻¹					
Costo de calentamiento			120 \$kW ⁻¹ año ⁻¹					
Función de costo para los equipos de la red, \$ año-1			$6000+600A^{0.85}$					
*Área de los	s equinos en metros d							

*Area de los equipos en metros cuadrados Se abordó el problema con dos, tres y cuatro etapas en la superestructura. Cada experimento

se realizó con 500 iteraciones.

Algunas características de los resultados obtenidos en los experimentos realizados con el modelo Ni-Synheat para el Caso de Estudio, se muestran en la Tabla 4.8.Como puede observarse, de acuerdo al incremento en las duraciones totales y promedio por iteración, así como en el número de resultados infactibles obtenidos, el incremento en el tamaño del problema, con la adición de variables binarias y continuas así como el aumento de las restricciones y los productos bilineales no convexos, influye directamente en la complejidad de la resolución del modelo cuando se va de dos, a tres y a cuatro etapas en la superestructura.

Table 1.9 Correctoristics de los Er	norimontos con el modele Ni S	umboot nore al Casa da Estudio?
Tadia 4 8 Calaciensucas de los Ex	Defimentos con el modelo INI-S	VIIII VIIIII VIIIII VIIIIII
		Junear para er ease at Estaares

	Etapas en la Superestructura			
	2	3	4	
Tiempo promedio por iteración (s)	5.71	7.33	8.77	
Duración total del experimento (min)	47.65	61.1	73.13	
Resultados factibles	317/500	260/500	212/500	
Resultados infactibles	183	240	288	
Primera iteración en la que se obtiene la mejor solución	18	29	1	
Frecuencia de la mejor solución	48	55	59	
Diseños factibles distintos	54	54	54	

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

En los tres experimentos, el mejor diseño obtenido MNI-3.1 tuvo un costo en la síntesis de 95,723.10 \$/año, que corresponde a 95,661.05 \$/año calculado con la DMLT. Si se toma el diseño MNI-3.1 y se realiza una sub-optimización con la DMLT el costo es de 95,668 \$/año. Se obtuvieron varios diseños alternativos. En los tres experimentos se obtuvieron 54 diferentes diseños factibles de red, siendo el diseño MNI-3.2 con un costo de 98,581.49 \$/año, el más cercano al diseño MNI-3.1 con una diferencia de 2,858 \$/año en el costo total anual obtenido en la síntesis. El diseño MNI-3.2 junto con otro diseño MNI-3.3 con un costo de 99,549.47 \$/año, son los más cercanos al diseño MNI-3.1, respecto del costo total anual. Tomando las topologías de los diseños MNI-3.2 y MNI-3.3, el resultado de la sub-optimización con la DMLT es de 98,047.09 \$/año y 99,287.42\$/año, respectivamente. La metodología de multi-arranque mostró buenos resultados respecto de la frecuencia de la solución MNI-3.1, pues respecto de los resultados factibles se obtuvo en un 15% en dos etapas, en 21.15 % en tres etapas y en 27.83% en cuatro etapas.

En la Figura 4.12 se muestran los valores del costo total anual el valor del costo total anual de los diseños factibles de red, y la evolución de la mejor solución obtenida, en el experimento con cuatro etapas en la superestructura. La frecuencia de la mejor solución se observa de manera gráfica como un aumento en la densidad de la línea base en la Figura 4.12.En el caso del experimento con cuatro etapas en la superestructura se puede observar que la solución MNI-3.1 se obtiene desde la primera iteración. Para el caso de dos y tres etapas en la superestructura la evolución de los diseños factibles de red son similares al de la Figura 4.12.



Figura 4. 12 Evolución de los diseños factibles de red obtenidos con el modelo Ni-Synheat para el Caso de Estudio 3 con cuatro etapas en la superestructura, costo del mejor diseño 95,723.10 \$/año

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

A pesar de las dificultades que representa el sintetizar redes con un modelo de programación no lineal entera mixta que además es no convexo, la mejor solución obtenida coincide con la topología reportada por Björk y Westerlund (2002) y Huang y col. (2012), el diagrama de malla del diseño MNI-3.1 se presenta en la Figura 4.13, y en la Tabla 4.9 se presentan los detalles de dicha solución, la cual contiene cuatro equipos de recuperación y no se requieren servicios auxiliares para cumplir los objetivos de calentamiento y enfriamiento de las corrientes de proceso. En el diseño de red se requiere una división para la corriente fría C1; a la salida de los equipos de intercambio, las temperaturas de los ramales secundarios se diferencian en 57 K, por lo tanto el mezclado es no isotérmico. Si se realiza una sub-optimización con la premisa de diseño de mezclado isotérmico, el diseño MNI-3.1 en la Figura 4.13 es infactible, de igual forma sucede en el caso de los diseños MNI-3.2 y MNI-3.3.

La solución en la Figura 4.13 coincide con lo publicado por Huang y col. (2012). La estrategia de solución de dichos autores incorpora el uso de BARON/GAMS en lugar de DICOPT/GAMS por que el primer resolvedor no necesita de una inicialización, y se utiliza el criterio de máximo tiempo de cómputo como criterio de paro. Huang y col. (2012) reportan que para obtener la solución que publican se requirió de 1 h. A este respecto, con la metodología de solución propuesta en este trabajo, en el experimento con dos etapas en la superestructura se obtuvo el mejor resultado después de 1.93 min en la inicialización 18, con tres etapas después de 3.68 min en la inicialización 29 y con cuatro etapas después de 3.33 s en la primera iteración.

Si se hace la comparación entre los resultados calculados con la aproximación de Paterson el diseño de la Figura 4.13 es 358 \$/año menor que la solución reportada por Björk y Westerlund (2002), lo cual representa una disminución del 0.373% sobre el costo total anual de la red diseñada. Este porcentaje aunque es bajo representa un buen resultado si se toma en cuenta que Björk y Westerlund (2002) abordan el problema desde un enfoque de optimización global determinista.



Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

Figura 4. 13 Diagrama de malla del Diseño MNI-3.1 para el caso de Estudio 3.Costo en la síntesis 95,723.10 \$/año, costo calculado con la DMLT95,661.05 \$/año

E	Q	DTH	DTC	DMLT	Área DMLT	Costo DMLT
Equipo (kW	(kW)	(K)	(K)	(K)	(m ²)	(\$/año)
1	1200	1200	20	28.854	41.589	20,265.32
2	1200	20	20	20.000	60.000	25,479.59
3	600	1200	20	11.366	52.789	23,470.73
4	1000	600	20	15.744	63.515	26,445.41
Costo po	r servicio	s auxiliare	es, (\$/año)			0.00
Costo de	capital (S	\$/año)				95,661.05
Costo total anual (\$/año)						95,661.05

Tabla 4. 9 Detalles de los equipos en el diseño MNI-3.1

En los experimentos sin división de corriente no se encontraron resultados infactibles en ninguna de las superestructuras probadas. Con dos etapas en la superestructura se obtuvieron sólo dos diseños distintos, de los cuales el diseño SD-3.1 con una incidencia de 493/500 tiene un costo de 112,240.57 \$/año, 111,421.03 \$/año con la aproximación de Paterson y 111,634.58 \$/año si se realiza una sub-optimización con la DMLT. En el caso de los experimentos con tres y cuatro etapas en la superestructura se obtuvieron 11 y 20 diseños factibles distintos, de los cuales el diseño con el menor costo total anual es el diseño SD-3.2 con 100,898.95 \$/año, 100,329.24 \$/año calculado con la aproximación de Paterson y 100,468.53 \$/año con la sub-optimización con la DMLT, este diseño se obtuvo en el experimento con tres etapas en la superestructura con una incidencia de 147/500 y en el de cuatro etapas en la superestructura de 116/500. Las duraciones de los experimentos fueron de 5.81min, 7.58min y 11.53 min para dos, tres y cuatro etapas en la superestructura con tiempos promedio por iteración de 0.69 s, 0.91 s y 1.38 s, respectivamente.

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

En los experimentos con división de corriente y mezclado isotérmico tampoco se encontraron resultados infactibles en ninguna de las superestructuras probadas. Los tres experimentos tuvieron una duración total y promedio de 6.6 min y 0.79 s, 7.74 min y 0.92 s, y 9.43 min y 1.13s respectivamente. Con dos etapas en la superestructura, se obtuvieron 13 diseños factibles distintos, de los cuales el mejor diseño MI-3.1 obtenido tiene un costo en la síntesis de 100,943 \$/año, 100,716.16 \$/año con la aproximación de Paterson y 100,779.34 \$/año con la sub-optimización con la DMLT. Con tres y cuatro etapas en la superestructura se obtuvieron 34 y 29 diseños factibles distintos, el mejor diseño MI-3.2 obtenido en estos experimentos tiene un costo en la síntesis de 100,039.96 \$/año, de 99,977.58\$/año con la aproximación de Paterson y tiene un costo de 100,014.29 \$/año cuando se realiza una sub-optimización con la DMLT, éste resultado es 0.73% menor que el publicado por Björk y Westerlund (2002) para la misma premisa de diseño, el cual tiene un costo de 100,720 \$/año con la aproximación de Paterson. Si se toman los diseños MI-3.1 y MI-3.2 obtenidos y se realiza una sub-optimización para permitir el mezclado no isotérmico se obtienen para el diseño MI-3.1/MNI un costo de 100,703.62\$/año y para el diseño MI-3.2/MNI un costo de 99,960.88 \$/año, éste último corresponde a un aumento en el costo de 4.49 % respecto del obtenido con el modelo Ni-Synheat. Los experimentos para los escenarios sin división de corriente y mezclado isotérmico muestran una mejoría en el costo total anual cuando se va de dos a tres etapas en la superestructura, lo cual es de esperarse pues con tres etapas se expande el espacio de solución.

En la Tabla 4.10 se muestra un resumen de los resultados publicados previamente para el caso de estudio y los obtenidos en este trabajo. Los costos publicados previamente se calculan usando la aproximación de Paterson, por esta razón se incluyen los costos de los diseños obtenidos con la DMLT y con la aproximación de Paterson. En el caso de la síntesis con el modelo Ni-Synheat se puede observar que la solución MNI-3.1 obtenida en este trabajo coincide con lo publicado recientemente por Huang y col. (2012) para la misma configuración de red reportada por Björk y Westerlund (2002), y que la solución alternativa MNI-3.2 se encuentra 2.89% por arriba del costo y corresponde al diseño más cercano obtenido con la metodología de multi-arranque.

El número de diseños factibles distintos es una medida de la diversidad de los resultados obtenidos en los experimentos de síntesis con la metodología de multi-arranque. En el caso de la síntesis con las premisas sin división de corrientes se obtuvieron para los tres experimentos en promedio 11 diseños, en el caso de la síntesis con mezclado isotérmico fue de 25 y con el modelo Ni-Synheat de 54, por lo que se puede observar que se generó una mayor diversidad de los diseños obtenidos con el modelo Ni-Synheat, a pesar del alto número de resultados infactibles.

Tanto el conteo de la incidencia de los mejores resultados y de los resultados infactibles en cada premisa de diseño como la comparación entre las soluciones obtenidas en los experimentos computacionales corroboran que el grado de complejidad se incrementa notablemente cuando se va de un modelo con restricciones lineales a uno con las características del modelo Ni-Synheat.

Resultados Publicados previamente								
R	eferencia	Costo Total Anual (\$/año), Paterson			Tipo de Red			
Björk y Westerlund (20	002)							
Modelo con mezclado	o isotérmico		100,72	20	5-0-0,(1) MI			
Modelo con mezclado	o no isotérmico		96,00	1	4-0-0,(1) MNI			
Huang y col. (2012)			95,64	3	4-0-0,(1) MNI			
Este Trabajo								
	Sín	tesis sin Divisió	n de Corrientes					
	Paterson	PEMN	Tipo de Red					
SD-3.1	111,421.03		111,634.58		4-1-1,(0)			
SD-3.2	100,329.27		100,468.53		5-0-0,(0)			
	Sínt	esis con Divisió	n de Corrientes					
	Paterson	PN	NL, DMLT (\$/año)		Tipo de Red			
MI-3.1	100,716.16	100,779.34	MI-3.1/MNI	100,703.62	5-0-0,(1)			
MI-3.2	99,977.58	100,014.29	MI-3.2/MNI	99,960.88	5-0-0,(1)			
MNI-3.3	99,212.38	99,287.42	MNI-3.3/MI	Infactible	5-0-0,(3)			
MNI-3.2	97,870.18	98,047.09	MNI-3.2/MI	Infactible	5-0-0,(2)			
MNI-3.1, Figura 4.13	95,642.81	95,668	MNI-3.1/MI	Infactible	4-0-0,(1)			

Tabla 4	10 Con	nparación	de lo	s resultados	para el	Caso de	Estudio	3
raola i.	10 000	ipuluelon	uc 10	5 resultados	puru or	Cuso uc	Lotudio	\mathcal{I}

4.7 Caso de Estudio 4

El caso de Estudio 4 se tomó del trabajo de Ciric y Floudas (1991). En la Tabla 4.11 se muestran los datos del problema, éste consta de siete corrientes de proceso, cuatro calientes y tres frías. La función de costo asociada a cada equipo en la red no tiene cargos fijos y no se establece un valor mínimo de aproximación de temperaturas para la síntesis de la red.

El caso de estudio ha sido abordado con un enfoque de programación matemática en el trabajo de Ciric y Floudas (1991), en el cual se incluye el modelo de transbordo de Papoulias y Grossmann (1983) y la hiper-estructura de Floudas y Ciric (1989) para construir un modelo de PEMNL. La solución que publican dichos autores para el caso de estudio es un diseño con un costo total anual de 114,460 \$/año. En el trabajo de Wei (2003) se reporta una solución para el caso de estudio con un costo total anual de 107,981 \$/año. Posteriormente este caso de estudio fue abordado en el trabajo de Chen y col. (2007) con un enfoque meta-heurístico en el cual se empleó el uso de algoritmos genéticos. La solución publicada por Chen y col. (2007) tiene un costo de 105,661 \$/año y es la mejor solución disponible para el Caso de Estudio.

Corriente	Temperatura de suministro T(°C)	Temperatura objetivo T(°C)	Flujo de capacidad calorífica F (kW K ⁻¹)
H1	160	110	7.032
H2	249	138	8.44
H3	227	106	11.816
H4	271	146	7
C1	96	160	9.144
C2	115	217	7.296
C3	140	250	18
HU	300	300	
CU	70	90	
U para todos	los apareamientos	$0.8 \text{ kW K}^{-1}\text{m}^{-2}$	
Costo de enfr	iamiento	20 \$kW ⁻¹ año ⁻¹	
Costo de cale	ntamiento	80 \$kW ⁻¹ año ⁻¹	
Función de co	osto para los equipos d	1300A ^{0.6}	
*Área de los e	equipos en metros cuad	drados	

Fabla 4. 11 Datos del Caso de Estudio 4	, Ejemplo 2 en Ciric y Floudas (1991)
---	---------------------------------------

Para resolver el presente Caso de Estudio se propusieron mil iteraciones por experimento y la solución se estudió en dos, tres y cuatro etapas en la superestructura.

En la Tabla 4.12 se presentan algunas características de los experimentos realizados con el modelo Ni-Synheat. Se puede observar que los tiempos de cómputo aumentan con la adición de etapas en la superestructura. Así mismo se observó un aumento en el conteo de resultados infactibles. De las 1000 iteraciones por experimento, los resultados infactibles representaron el 9.5% en el caso de dos etapas en la superestructura, 16.9% en el caso de tres etapas y 20.3% en el caso de cuatro. Esto se atribuye a que al aumentar el número de etapas en la superestructura crece el número de variables binarias, restricciones y términos no convexos. El factor combinatorio es importante en problemas de este tamaño, por ejemplo, con un conteo de las variables binarias se pueden calcular las posibles combinaciones de apareamientos. En el caso de dos etapas, se tienen 31 variables binarias, con tres hay 43 y con cuatro 55, con lo cual existen 2.14×10^9 , 8.79×10^{12} y 3.60×10^{16} posibles combinaciones respectivamente.

	Etapas en la Superestructura		
	2	3	4
Tiempo promedio por iteración (s)	3.37	5.64	7.79
Duración total del experimento (min)	56.21	94.01	129.86
Resultados factibles	905/1000	831/1000	797/1000
Resultados infactibles	95	169	203
Primera iteración en la que se obtiene la mejor solución	748	768	818
Frecuencia de la mejor solución	1	1	2

Tabla 4. 12 Características de los Experimentos con el modelo Ni-Synheat para el Caso de Estudio 4

En la Figura 4.14 se muestran los resultados factibles para el experimento con cuatro etapas en la superestructura. La metodología de multi-arranque permite obtener una diversidad de diseños factibles de red, representados por distintos costos totales anuales. En este caso, de los 797 resultados factibles, 46 se encuentran por debajo del costo de 114,460 \$/año de la red publicada por Ciric y Floudas (1991). Para dos y tres etapas en la superestructura se contabilizan 49 y 48 resultados de este tipo. Sin embargo, como puede notarse en la Figura 4.14 se obtuvieron varios diseños factibles con diferentes costos totales anuales. En total en el experimento con dos etapas en la superestructura se obtuvieron 518 diseños factibles distintos, con tres etapas en la superestructura se obtuvieron 594 y con cuatro etapas en la superestructura 622.

El mejor diseño MNI-4.1 obtenido en los experimentos, tuvo un costo de 105,771.92 \$/año con la aproximación de Chen, éste último corresponde a la mejor solución disponible en la literatura para el caso de estudio publicada por Chen y col. (2007), el cual tiene un costo 105,661 \$/año calculado con la DMLT, dicho resultado se obtiene en los experimentos con una superestructura de

dos, tres y cuatro etapas. De la diversidad de resultados obtenidos, algunos diseños de redes competitivas que se obtuvieron en los experimentos realizados, tienen costos totales anuales de: 105,954.66 \$/año (MNI-4.2), 106,304.08 \$/año (MNI-4.3) y 107,209.23\$/año (MNI-4.4).



Figura 4. 14 Evolución de los diseños factibles de red obtenidos con el modelo Ni-Synheat para el Caso de Estudio 4 con cuatro etapas en la superestructura, costo del mejor diseño 105,771.92 \$/año

A continuación se presentan los diagramas de malla de las mejores soluciones disponibles obtenidas con la metodología propuesta. Tomando la topología de red del diseño MNI-4.1, se realiza una sub-optimización con la DMLT para obtener el diagrama de malla que se presenta en la Figura 4.15, el cual tiene un costo de 105,661.287 \$/año calculado con la DMLT. Los detalles de los equipos en el diseñoMNI-4.1 se muestran en la Tabla 4.13. El diseño consta de cinco equipos de recuperación, de los cuales la menor diferencia de temperaturas se registra en el equipo cinco y es de 6°C, se requieren dos equipos de servicio de enfriamiento para las corrientes H2 y H3 y un equipo de servicio de calentamiento para la corriente C3. La red contiene dos divisiones de corriente, una para H3 y otra para C3. Este diseño coincide con lo publicado por Chen y col. (2007), con cambios ligeros respecto de las distribuciones de cargas térmicas y áreas de los equipos.

Cuando se realiza la síntesis con tres etapas en la superestructura, se obtiene en la iteración 214 el diseño MNI-4.2, con un costo total anual de 105,958.57 \$/año, si se toma la topología de dicho diseño y se realiza una sub-optimización con la DMLT el costo del diseño es de 105,828.604 \$/año, dicho diseño se presenta en la Figura 4.16. En comparación al diseño MNI-4.1, el diseño MNI-4.2 incluye también cinco equipos de recuperación y tres de servicios auxiliares, pero sólo una división de corriente para C3, este cambio en el diseño aumenta el costo en 167\$/año que corresponde a un

0.15%. En los experimentos con tres y con cuatro etapas en la superestructura, se obtiene el diseño MNI-4.3 cuyo costo es de 106,183.803\$/año cuando se realiza una sub-optimización con la DMTL. En los tres experimentos se obtuvo el diseño MNI-4.4 que tiene un costo total anual de 107,103.574\$/año el cual resulta de la sub-optimización con la DMLT y cuya versión isotérmica es infactible.



Figura 4. 15 Diagrama de malla del diseño MNI-4.1para el Caso de Estudio 4, costo en la síntesis105, 771.92 \$/año, costo DMLT 105,661.287 \$/año

rubiu 1. 15 Detailes de los equipos en el diseño mitit 1.1							
Equipo	Q	DTH	DTC	DMLT	Área DMLT	Costo DMLT	
	(kW)	(°C)	(°C)	(°C)	(m^2)	(\$/año)	
1	233.616	67.0	15.407	35.100	8.3196	4,634.523	
2	744.192	10.0	27.313	17.231	53.9870	14,233.665	
3	351.6	25.549	14.0	19.199	22.8920	8,506.553	
4	855.2898	19.753	7.662	12.767	83.7371	18,522.261	
5	875	27.039	6.0	13.974	78.2676	17,786.582	
6	249.7102	50.000	63.873	56.654	5.5096	3,619.217	
7	81.5502	57.662	68.0	62.689	1.6261	1,740.319	
8	451.928	54.247	36.0	44.502	12.6941	5,971.787	
Costo por servicios auxiliares, (\$/año) 30,646.380							
Costo de capital,(\$/año) 75,014.907							
Costo total anual, (\$/año) 105,661.287							

Tabla 4. 13 Detalles de los equipos en el diseño MNI-4.1

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

En los diseños de red de las Figuras 4.15 y 4.16, el mezclado de los ramales secundarios para regenerar las corrientes de proceso que se dividen, es no isotérmico. Las diferencias entre las temperaturas inter-etapa es mayor a los 10 °C. Si se toma el diseñoMNI-4.1 y se realiza una sub-optimización con la DMLT imponiendo la premisa del mezclado isotérmico, el costo total anual del diseño se incrementa a 106,863.090\$/año (MNI-4.1/MI), esto es un aumento en el costo total anual de 1.137%, siguiendo el mismo procedimiento para el diseño MNI-4.2 resulta un costo 0.769 % mayor, con106,643.371\$/año (MNI-4.2/MI) para la red con mezclado isotérmico, es decir, las versiones con mezclado isotérmico. En las versiones con mezclado isotérmico el diseño MNI-4.2/MI tiene un costo menor que el diseño MNI-4.1/MI.



Figura 4. 16 Diagrama de malla del diseño MNI-4.2 para el Caso de Estudio 4, costo en la síntesis105, 958.57 \$/año, costo DMLT 105,828.604 \$/año

Cuando se realizaron los experimentos bajo la premisa sin división de corrientes, no se encontraron resultados infactibles, los experimentos se llevaron a cabo con duraciones de 10.46 min, 14.18 min y 22.33 min, para dos, tres y cuatro etapas en la superestructura, con un tiempo promedio por iteración de 0.62 s, 0.85s y 1.34 s, respectivamente. En el caso del experimento con dos etapas en la superestructura el mejor diseño obtenido SD-4.1 tiene un costo de 121,589.55 \$/año y 121,366.05 \$/año cuando se realiza una sub-optimización con la DMLT. El costo del mejor diseño mejora en el experimento con tres etapas en la superestructura, para el cual el mejor diseño SD-4.2 tiene un costo de 116,077.89 \$/año y 115,912.87 \$/año con la sub-optimización con la DMLT. En el experimento con cuatro etapas en la superestructura se obtiene un diseño SD-4.3 con un costo de 113,665.44

\$/año, cuyo costo con una sub-optimización con la DMLT resulta en 113,436.83 \$/año. Bajo esta premisa la posibilidad de mejores redes aumenta con el número de etapas, sin embargo se hicieron experimentos con cinco etapas en la superestructura y no se obtuvieron mejores diseños. Para el establecimiento del número de etapas en la superestructura, bajo esta premisa de diseño funcionó establecer el número de etapas en la superestructura con el mayor número entre las corrientes de proceso calientes y frías, como lo proponen Yee y Grossmann (1990). El costo del mejor diseño obtenido con esta premisa de síntesis, es decir, el diseño SD-4.3, se encuentra 7.35% por arriba del costo del diseño MNI-4.1.

Bajo el escenario con mezclado isotérmico, no se encontraron resultados infactibles en ninguno de los experimentos realizados. La duración de los experimentos fue de 11.66 min, 15.88 min s y 20.96min para dos tres y cuatro etapas en la superestructura. Con dos etapas en la superestructura, se obtiene un diseño MI-4.1 con un costo de 107,039.34 \$/año, que corresponde a 106,863.090\$/año cuando se realiza una sub-optimización con la DMLT. En los experimentos con tres y cuatro etapas en la superestructura se obtiene un diseño MI-4.2 con un costo total anual de 106,806.93 \$/año. Si se realiza una sub-optimización con la DMLT el costo del diseño MI-4.2resulta en 106,643.371 \$/año, lo cual está 0.92% por arriba del costo del diseño MNI-4.1. Tomando las topologías delos diseñosMI-4.1 y MI-4.2 se realizaron sub-optimizaciones con la DMLT para evaluar el costo del diseño MNI-4.1 y en el caso del diseño MI-4.2 se obtiene el costo del diseño MI-4.1, se obtiene el costo del diseño MNI-4.1 y en el caso del diseño MI-4.2 se obtiene el costo del diseño MI-4.1, se obtiene el costo del diseño MNI-4.1 y en el caso del diseño MI-4.2 se obtiene el costo del diseño MNI-4.2. Para este caso de estudio, se observó que cuando se realiza la síntesis bajo la premisa con mezclado isotérmico y posteriormente se realiza la sub-optimización permitiendo el mezclado no isotérmico.

En la Tabla 4.14 se presentan los diseños disponibles en la literatura para el caso de estudio y los resultados obtenidos en este trabajo con el modelo Ni-Synheat. Se puede observar que la mejor solución es la publicada por Chen y col. (2007), quienes utilizan algoritmos genéticos para obtener dicho resultado, y que dicho diseño se obtuvo en los experimentos con el modelo Ni-Synheat en un solo paso de síntesis, esto es, a nivel de PEMNL, en los experimentos con dos, tres y cuatro etapas en la superestructura.

Mediante la aplicación de la metodología de multi-arranque se obtuvo una gran diversidad de diseños factibles para las tres premisas de diseño. Al menos cinco diseños representan redes competitivas en costo respecto de lo reportado por Ciric y Floudas (1991) y Wei (2003).

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

Particularmente el diseño MNI-4.2 con un costo de 105,828 \$/año calculado con la DMLT, se encuentra 0.15% por arriba del costo de la solución MNI-4.1, que representa la mejor solución disponible en la literatura para el caso de estudio. El diseño MNI-4.2 contiene solo una división de corriente en la red de intercambio de calor, y se captura en dos etapas en la superestructura. La mayor diferencia entre los costos de un diseño con mezclado no isotérmico y su versión isotérmica es para el diseño MNI-4.1.

Resultados Publicados previamente								
Referenci	Costo Tot	Costo Total Anual (\$/año), DMLT						
Ciric y Floudas (1991)			114,460					
Wei (2003)			107,981					
Chen y col. (2007)			105,661					
Este Trabajo								
Síntesis sin División de Corrientes								
PEMNL-PNL, DMLT	Tipo de Red							
SD-4.1	121,366.05				5-1-2,(0)			
SD-4.2	115,912.87				6-1-2,(0)			
SD-4.3	113,436.83				6-1-2,(0)			
Síntesis con División de Corrientes								
PEMNL-PNL, DMLT (\$/año)		PNL, DMLT (\$/año)		Diferencia (%)	Tipo de Red			
MI-4.1	106,863.090	MI-4.1/MNI	105,661.287	1.11	5-1-2,(2)			
MI-4.2	106,643.371	MI-4.2/MNI	105,828.604	0.76	5-1-2,(1)			
MNI-4.4	107,103.574	MNI-4.4/MI	infactible	-	5-1-2,(3)			
MNI-4.3	106,183.803	MNI-4.3/MI	107,239.991	0.994	5-1-2,(1)			
MNI-4.2, Figura 4.16	105,828.604	MNI-4.2/MI	106,643.371	0.769	5-1-2,(1)			
MNI-4.1, Figura 4.15	105,661.287	MNI-4.1/MI	106,863.090	1.137	5-1-2,(2)			

Tabla 4. 14 Comparación de los resultados para el Caso de Estudio 4

4.8Caso de Estudio 5

El quinto caso de estudio consiste en la síntesis de una red de intercambio de calor para seis corrientes calientes y cinco corrientes frías, como se puede observar en la Tabla 4.15, éste caso de estudio fue abordado por Castillo y col (1998), quienes reportaron una solución de 141,554.88 \$/año y posteriormente por Silva y col. (2010), cuyo enfoque de solución es de tipo meta-heurístico con búsquedas basadas en el uso de la optimización de enjambre de partículas. Para el caso de estudio, Silva y col. (2010) reportan una solución de 139,777 \$/año.

En la solución publicada por Silva y col. (2010) se requieren siete equipos de recuperación y cuatro servicios de enfriamiento para las corrientes H1, H2, H3 y H6, las corrientes H1 y C3 se dividen cada una en dos ramales secundarios en la zona de recuperación, sin especificar el valor de las fracciones de flujo de capacidad calorífica, ni el de las temperaturas inter-etapa en cada uno de los ramales secundarios.

Corriente	Corriente Temperatura de suministro T(°C)		Flujo de capacidad calorífica F (kW K ⁻¹)	Coeficiente de película h (kW m ⁻² K ⁻¹)	
H1	1113	313	4.9894	1.5	
H2	349	318	4.6840	1.5	
H3	323	313	0.7720	1.5	
H4	453	350	0.6097	1.5	
H5	453	452	292.70	0.8	
H6	363	318	3.0660	1.5	
C1	297	298	329.80	0.8	
C2	298	343	0.5383	1.5	
C3	308	395	3.7270	1.5	
C4	363	453	0.6097	1.5	
C5	453	454	2581.1	0.8	
HU	503	503		1.5	
CU	293	313		0.8	
EMAT			1 K		
Costo de en	friamiento	15 \$	15 kW ⁻¹ año ⁻¹		
Costo de cal	lentamiento	110 \$	110 \$kW ⁻¹ año ⁻¹		
Función de	costo para los equip	o ⁻¹ 9094	$9094 + 485A^{0.81}$		
*Área de los	s equipos en metros				

Tabla 4. 15 Datos del Caso de Estudio 5, Ejemplo 2 en Silva y col. (2010)

El problema abordado en este caso contiene un número de variables binarias de 71, lo cual implica la existencia de 2.36×10^{21} combinaciones posibles para los apareamientos con dos etapas en la superestructura. Existen además un número importante de elementos no convexos debidos a la

inclusión del mezclado no isotérmico presentes en el modelo Ni-Synheat, lo cual provoca que exista una diversidad amplia de soluciones locales con costos altos de la función objetivo.

Se realizaron experimentos preliminares con cinco y seis etapas en la superestructura, con lo cual se observó que los tiempos de cómputo que se requieren crecen aceleradamente. Por ejemplo para el caso de cinco etapas en la superestructura se obtuvo un tiempo de cómputo de 1.45 min en una iteración y de 12.79 min en promedio para diez iteraciones. Por esta razón se propuso resolver el caso de estudio en dos y tres etapas en la superestructura empleando la metodología de multi-arranque con 500 iteraciones.

En el experimento con dos etapas en la superestructura, al realizar la síntesis con el modelo Ni-Synheat, 214 de las 500 iteraciones resultaron infactibles, lo cual representa casi el 50%. La duración total del experimento fue de 3.54 h, con un tiempo promedio por inicialización de 25.5 s. En la Figura 4.17 se muestran iteración por iteración el valor que se obtiene de la función objetivo para los resultados factibles. Así mismo se muestra la evolución de la mejor solución disponible, con lo cual puede observarse que hubo una disminución en el costo del mejor diseño a medida que se avanzó en el experimento.



Figura 4. 17 Evolución de los diseños factibles de red obtenidos con el modelo Ni-Synheat para el Caso de Estudio 5 con dos etapas en la superestructura, costo del mejor diseño 139,685 \$/año

En la iteración 480, que tuvo una duración de 13.61 s, se obtuvo un diseño MNI-5.1 cuyo costo total anual fue el menor de los diseños factibles obtenidos con 139,685 \$/año, si se toma la topología del diseño MNI-5.1 y se realiza una sub-optimización con la DMLT, el costo total anual resulta en

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

139,417 \$/año. El diagrama de malla del diseño MNI-5.1, se muestra en la Figura 4.18, dicho diseño contiene diez equipos de recuperación, un servicio de enfriamiento para la corriente H1, y cuatro divisiones de corrientes. Los valores de las temperaturas inter-etapa de los ramales secundarios de las corrientes H1 y C1 son cercanas entre sí, razón por la cual la diferencia de los costos del diseño MNI-5.1 y su versión isotérmica con un costo de 139,418.59 \$/año (MNI-5.1/MI) es despreciable. Aunque numéricamente, el diseño MNI-5.1 es la mejor solución disponible, al hacer un análisis de los equipos en la red se observa que al equipo 1 en la Figura 4.18 le ha sido asignado durante el proceso de optimización una área de 0.0008 m² para transferir la carga térmica, lo cual hace que el diseño sea descartado para fines prácticos.



Figura 4. 18 Diagrama de malla del diseño MNI-5.1 para el Caso de Estudio 5, costo en la síntesis 139,685 \$/año, costo DMLT 139,417 \$/año

Los equipos de intercambio de calor en las redes que se generan con el modelo Ni-Synheat no se encuentran restringidos a ningún tamaño mínimo, pues el dimensionamiento de los equipos se realiza de forma implícita en la función objetivo. Al no ser el área una variable del modelo, no puede ser acotada.

En el trabajo de Silva y col. (2010) no se presenta información suficiente para realizar el dimensionamiento de los equipos en el diseño publicado para el caso de estudio. Para realizar un estimado de las dimensiones de los equipos requeridos y permitidos para el caso de estudio, se hicieron los siguientes experimentos adicionales.

Experimento A. Con la topología fija en el diseño de Silva y col. (2010) y con algunos valores distintos de las fracciones de flujo de capacidad calorífica, se realizó el dimensionamiento de los equipos en la red y el cálculo del costo total anual del diseño. En el caso en el que las corrientes H1 y C3 se dividen en fracciones de 0.5, el costo con la DMLT es de 140,111.70 \$/año, en este diseño los equipos con las menores áreas requieren de 0.041, 0.10, 0.58 y 0.62 m².

Experimento B. Se calculó el costo de la red de servicios auxiliares que sería necesaria para llevar a todas las corrientes de proceso a sus temperaturas objetivo utilizando equipos de enfriamiento y calentamiento según los requerimientos energéticos de cada una de las once corrientes. Como resultado, se obtuvo costo total anual de 574,379.66 \$/año calculado con la DMLT. En esta solución, los equipos de calentamiento de las corrientes C2 y C4 requieren áreas de 0.1779 m² y 0.8370 m², respectivamente, dichos equipos son los que requieren las menores dimensiones. El equipo con mayor área en el diseño es el servicio de calentamiento para la corriente C5, pues requiere un área de 99.9450 m². El costo por los servicios auxiliares es de 434,135.702 \$/año y el costo debido al área de los equipos es de 140,244.763 \$/año.

A falta de más información de la literatura, los resultados de las dimensiones de los equipos en los diseños resultantes de los experimentos A y B, se han tomado como referencia para elegir soluciones alternativas al diseño MNI-5.1.

Para el experimento con dos etapas en la superestructura, como resultado del proceso de multi-arranque se tienen disponibles 262 diseños factibles distintos, de los cuales algunos se encuentran por debajo de lo reportado por Silva y col. (2010), por ejemplo, un diseño MNI-5.2 tiene un costo total anual de 139,796.36 \$/año, y de 139,535.14 \$/año cuando se realiza una sub-optimización con la DMLT, en este diseño, existe un equipo con una área de 0.0593 m².Las temperaturas inter etapa a la salida de los equipos de intercambio de calor en el diseño MNI-5.2 tienen diferencias de temperatura muy pequeñas, por lo tanto esta solución contiene un mezclado prácticamente isotérmico, de hecho, si se toma la topología del diseño MNI-5.2 y se realiza una sub-optimización con la DMLT y la premisa del mezclado isotérmico se obtiene un costo de 139,537.26 \$/año (MNI-5.2/MI). Otra alternativa es el diseño MNI-5.3 que tiene un costo de 139,871.62 \$/año y

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

139,618.056 \$/año si se realiza una sub-optimización de la topología con la DMLT. El diseño MNI-5.3 se presenta en la Figura 4.19. Se puede observar que la red contiene diez equipos de recuperación y dos servicios de enfriamiento uno para la corriente H1 y otro para la corriente H4, hay en total cinco divisiones de corriente. Existe mezclado no isotérmico de ramales secundarios después de los equipos 1 y 2 para la corriente H1 con una diferencia entre las temperaturas de los ramales secundarios de 26 K y después de los equipos 5 y 6 para la corriente C3 con una diferencia de 64 K; para las otras divisiones de corriente el mezclado es casi isotérmico. Si se realiza una sub-optimización con la DMLT del diseño MNI-5.3 bajo la premisa del mezclado isotérmico, el costo del diseño es de 139,646.129 \$/año (MNI-5.3/MI).



Figura 4. 19 Diagrama de malla del diseño MNI-5.3 para el Caso de Estudio 5, costo en la síntesis139, 871.62 \$/año, costo DMLT 139,618.056 \$/año

Equina	Q	DTH	DTC	U	DMLT	Área DMLT	Costo DMLT
Equipo	(kW)	(°C)	(°C)	$(kWm^{-2}K^{-1})$	(°C)	(m^2)	(\$/año)
1	38.906	810.929	290.816	0.52173913	507.185	0.147	9,196.644
2	2581.1	659.000	135.258	0.52173913	330.742	14.958	13,432.909
3	145.204	51.000	20.558	0.52173913	33.505	8.306	11,788.415
4	24.223	110.001	115.271	0.75	112.615	0.287	9,270.349
5	292.7	61.688	144.000	0.52173913	97.098	5.778	11,102.019
6	31.549	132.237	261.529	0.75	189.592	0.222	9,237.247
7	54.873	134.886	208.108	0.75	168.859	0.433	9,340.336
8	7.72	25.558	16.000	0.52173913	20.407	0.725	9,467.806
9	137.97	65.558	21.000	0.52173913	39.141	6.756	11,373.304
10	1285.092	257.564	20.000	0.52173913	92.961	26.496	15,988.756
11	38.576	100.271	57.000	0.52173913	76.609	0.965	9,565.251
Costo por servicio de enfriamiento, (\$/año)							19,855.020
Costo de capital (\$/año)							119,763.036
Costo total anual (\$/año)							139,618.056

Tabla 4. 16 Detalles de los equipos en el diseño MNI-5.3

El experimento con tres etapas en la superestructura, presentó una duración total de 3.62 h y un tiempo promedio para las 500 inicializaciones de 26 s. En este experimento se encontraron 303 resultados infactibles, de los resultados factibles se obtuvieron 167 diseños de red diferentes. Numéricamente el mejor diseño obtenido en este experimento tiene un costo total anual de 139,734.87 \$/año, lo cual representa un costo de 139,547.92 \$/año si se realiza una sub-optimización con la DMLT (MNI-5.4), sin embargo, el diseño MNI-5.4 presenta un equipo con un valor de área de 0.0024 m². El resultado alternativo corresponde a un diseño MNI-5.5 con un costo de 139,793.44 \$/año, y 139,605,709 \$/año al realizar la sub-optimización con la DMLT. La menor área requerida en el diseño MNI-5.5 es de 0.188 m², como puede observarse en la Figura 4.20. En este diseño MNI-5.5 existen ejemplos de mezclado isotérmico y mezclado no isotérmico, los cuales ocurren al regenerar la corriente C1 y la corriente H1, respectivamente. En el caso del mezclado no isotérmico la diferencia de temperatura entre los ramales secundarios de la corriente H1 a la salida de los equipos 1 y 2 es de 16 °C, sin embargo esta diferencia de temperatura parece no tener tanta relevancia al realizar la evaluación económica del diseño de red, pues cuando se realiza una sub-optimización con la DMLT y se impone el mezclado isotérmico el costo resultante del diseño es de 139,608.75 \$/año (MNI-5.5/MI), apenas 3.04 \$/año mayor que el diseño con mezclado isotérmico.

Cuando se realiza la síntesis bajo la premisa sin división de corriente con dos etapas en la superestructura se obtiene un diseño SD-5.1 con un costo de 142,787.25 \$/año, y 142,596.59 \$/año
Capítulo 4

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

cuando se realiza una sub-optimización con la DMLT, en este diseño el menor equipo tiene un área de 0.3482 m². La búsqueda mejora con tres etapas en la superestructura, obteniéndose un diseño SD-5.2 con un costo de 139,703.71 \$/año que corresponde a 139,435.154 \$/año calculado con la DMLT. En dicho diseño de red se obtiene un equipo cuya área es de 0.0045 m².Un diseño alternativo SD-5.3 tiene un costo de 139,933.14 \$/año, y al realizar el cálculo con la DMLT se obtiene un costo de 139,671.52 \$/año, la red de intercambio de calor contiene un equipo con un área de 0.1047 m². Los experimentos tuvieron una duración total y una duración promedio por iteración de 12.81 min y 1.53 s y para dos etapas en la superestructura y 24.43 min y 2.93 s para tres etapas en la superestructura.



Figura 4. 20 Diagrama de malla del diseño MNI-5.5 para el Caso de Estudio 5, costo en la síntesis 139,793.44 \$/año, costo DMLT 139,605.709 \$/año

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

Equipo	Q	DTH	DTC	U	DMLT	Área DMLT	Costo DMLT
	(kW)	(°C)	(°C)	$(kWm^{-2}K^{-1})$	(K)	(m ²)	(\$/año)
1	54.873	660.000	205.625	0.75	389.625	0.188	9,219.141
2	2581.1	659.000	132.017	0.52	327.768	15.093	13,464.770
3	145.204	51.032	20.882	0.52	33.741	8.248	11,773.157
4	7.72	25.499	15.882	0.52	20.313	0.728	9,469.218
5	137.97	64.889	20.882	0.52	38.814	6.813	11,388.827
6	24.223	110.001	115.271	0.75	112.615	0.287	9,270.349
7	285.673	189.685	209.079	0.75	199.225	1.912	9,913.837
8	38.5756	94.920	42.001	0.75	64.904	0.792	9,495.712
9	38.906	230.311	222.632	0.52	226.450	0.329	9,291.238
10	1030.968	206.632	20.000	0.52	79.921	24.725	15,612.960
11	292.7	140.000	159.000	0.40	149.299	4.901	10,851.480
Costo po	19,855.020						
Costo de	119,750.689						
Costo tot	139,605.709						

Tabla 4. 17 Detalles de los equipos en el diseño MNI-5.5

Cuando la síntesis se realiza bajo la premisa del mezclado isotérmico, no se encontraron resultados infactibles en ninguno de los dos experimentos, en el experimento con dos etapas en la superestructura, la duración del experimento fue de 11.7 min, con un promedio por iteración de 1.4 s. En el caso del experimento con tres etapas en la superestructura, la duración del experimento fue de 29.16 min con una duración promedio por iteración de 3.5 s. En ambos experimentos, el menor costo total anual obtenido fue un diseño MI-5.1 de 139,663.51 \$/año, el cual contiene 10 equipos de recuperación y un servicio de enfriamiento, así como cuatro divisiones de corriente. Al aplicar una sub-optimización con la DMLT, el costo del diseño MI-5.1 se reduce a 139,395.83 \$/año, se encuentra por debajo del costo del diseño MNI-5.1, y contiene un equipo con un área de 0.0006 m². El costo del diseño alternativo MI-5.2, obtenido en los experimentos con dos y tres etapas en la superestructura es de 139,940.21 \$/año, y con la sub-optimización con la DMLT el costo evoluciona a 139,677.305 \$/año; éste diseño de red contiene un equipo cuya área corresponde a 0.0679 m², y se encuentra ligeramente por debajo de la solución publicada por Silva y col. (2010). La versión no isotérmica del diseño MI-5.2 tiene un costo de 139,611.815 \$/año con la DMLT (MI-5.2/MNI).

En la Tabla 4.18 se presenta un resumen de los diseños de red publicados en la literatura para el presente Caso de Estudio y los obtenidos en este trabajo, tanto los mejores diseños numéricos como los diseños alternativos. En todos los casos de síntesis, las soluciones con los costos totales anuales más bajos, es decir, los diseños SD-5.2, MNI-5.1 y MI-5.1contienen por lo menos un equipo cuyo

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

valor de área es de orden muy bajo al presentar cargas térmicas muy pequeñas asignadas en el proceso de optimización. Ni en el modelo Synheat ni en el modelo Ni-Synheat, existen restricciones del tamaño de los equipos, pues no se toman a las áreas como variables del problema de optimización y no se encuentran acotadas de manera directa. El menor valor que pueden tomar es cero, pues las variables que las definen son de tipo no negativas. Los diseños alternativos en cada experimento han sido seleccionados con base en la comparación de los resultados de los Experimentos A y B.

En este caso de estudio fue evidente que entre mayores son los problemas, el modelo Ni-Synheat es más difícil de resolver, debido a que los términos no convexos contenidos para permitir el mezclado no isotérmico, influyen en el crecimiento de los resultados infactibles. A este respecto se observó la utilidad del uso del multi-arranque como metodología para resolver este tipo de situaciones, pues se obtuvieron varias soluciones alternativas a pesar de que el número de resultados infactibles fue alto. En los diseños de red obtenidos se mostró una tendencia hacia diseños de red con mezclado isotérmico, pues las diferencias entre las temperaturas inter-etapa fueron muy bajas, lo cual ocasiona que no existan diferencias significativas, entre los diseños con mezclado isotérmico y con mezclado no isotérmico, en los diseños con división de corriente de la Tabla 4.18. El diseño alternativo MNI-5.5 con menor costo total anual y con áreas cuyo orden son similares a aquéllas obtenidas con la topología del resultado publicado por Silva y col. (2010), se obtuvo con el modelo Ni-Synheat.

Metodología de Solución del Modelo Ni-Synheat y Casos de Estudio

r										
Resultados Publicados previamente										
Referenci	a	Costo To	Tipo de Red							
Castillo (1998)										
Silva y col. (2010)			7-0-4,(2) MNI							
Este Trabajo										
	Sí	ntesis sin Divisió	n de Corrientes							
PEMNL-PNL, DMLT	Tipo de Red									
SD-5.1	142,596.59				06-1-4,(0)					
SD-5.3	139,671.525				09-0-2,(0)					
SD-5.2	139,435.154				10-0-1,(0)					
	Sír	ntesis con Divisió	n de Corrientes							
PEMNL-PNL, DMLT (\$/año)		PNL, DMLT (\$/año)		Diferencia (%)	Tipo de Red					
MI-5.2	139,677.305	MI-5.2/MNI	139,611.815	0.046	09-0-2,(3)					
MNI-5.3, Figura 4.19	139,618.056	MNI-5.3/MI	139,646.129	0.020	10-0-2,(5)					
MNI-5.5, Figura 4,20	139,605.709	MNI-5.5/MI	139,608.75	0.002	9-0-2,(2)					
MNI-5.4	139,547.92	MNI-5.4/MI	139,549.35	0.001	9-0-2,(3)					
MNI-5.2	139,535.14	MNI-5.2/MI	139,537.26	0.001	9-0-2,(2)					
MNI-5.1, Figura 4.18	139,417.05	MNI-5.1/MI	139,418.59	0.001	10-0-1,(4)					
MI-5.1	139,395.83	MI-5.1/MNI	139,396.06	0.0001	10-0-1,(3)					

Tabla 4. 18 Comparación de los resultados para el Caso de Estudio 5

Capítulo 5 Conclusiones y Trabajo Futuro

5.1 Introducción

En este trabajo se ha presentado un modelo matemático, denominado modelo Ni-Synheat, para abordar la síntesis de redes de intercambio de calor, que representa una extensión del modelo Synheat de Yee y Grossmann (1990) para incorporar el mezclado no isotérmico desde el nivel de la programación no lineal entera mixta.

Se ha presentado una metodología de solución del modelo Ni-Synheat con la cual se han abordado cinco casos de estudio, mediante el uso del sistema GAMS para la solución de los modelos Synheat y Ni-Synheat.

5.2 Contribuciones

A continuación se presenta un resumen de los resultados alcanzados.

A partir del modelo de programación no lineal entera mixta Synheat, de Yee y Grossmann (1990), se generó un modelo matemático denominado Ni-Synheat, con el cual se pueden sintetizar redes de intercambio de calor con mezclado no isotérmico, mediante

- a) Variables continuas que representan a las temperaturas en las fronteras de cada etapa de recuperación e inter-etapa, fracciones de flujo de capacidad calorífica para ramales secundarios, cargas térmicas y diferencias de temperatura para los equipos de recuperación y de servicios auxiliares, así como variables binarias para denotar la existencia o ausencia de equipos. Las variables continuas usadas para modelar el mezclado no isotérmico, son las fracciones del flujo de capacidad calorífica, en los ramales secundarios de corrientes de proceso frías y calientes, las temperaturas inter-etapa para las corrientes de proceso frías y calientes y las diferencias de temperatura del lado caliente y del lado frío de cada intercambiador de calor
- b) Una función objetivo, la cual modela el costo total anual de la red, usando las variables binarias para realizar el conteo de los costos por cargos fijos y usando las variables de diferencia de temperatura y las fracciones de flujo de capacidad

calorífica para el cálculo de los costos de capital mediante el dimensionamiento implícito del área los equipos de recuperación de calor, por lo que no se requiere el uso de variables de área adicionales

c) Un conjunto de restricciones que permiten incluir la posibilidad del mezclado no isotérmico, dentro de la síntesis de redes de intercambio de calor. El mezclado no isotérmico se lleva a cabo con los ramales secundarios de las corrientes de proceso, a la salida de los equipos de intercambio de calor,

Se desarrolló una metodología de multi-arranque basada en esquemas de inicialización pseudo-aleatorios en los cuales se incorporó la determinación de las cotas inferiores y superiores de las variables del modelo.

Se abordaron cinco casos de estudio publicados previamente en la literatura, aplicando la metodología propuesta. Se compararon los resultados obtenidos con el modelo Ni-Synheat con aquéllos alcanzados bajo las premisas de diseño sin división de corrientes y con mezclado isotérmico del modelo Synheat. Los Casos de Estudio 1 y 2 fueron problemas con dos corrientes calientes y dos frías, el Caso de Estudio 3, fue un problema con tres corrientes calientes y dos corrientes frías, el Caso de Estudio 4 con cuatro corrientes calientes y tres frías y finalmente en el Caso de Estudio 5 se abordó un problema de síntesis de seis corrientes calientes y cinco corrientes frías; en todos los casos de estudio se tuvieron disponibles un servicio auxiliar de calentamiento y otro de enfriamiento con características particulares en cada uno. Se trabajó con funciones de costo con presencia y ausencia de cargos fijos y exponentes de costo de 1, 0.6, 0.81 y 0.85.

Se determinaron los mejores diseños de red con base en la comparación de los costos totales anuales y las topologías de red de los diseños resultantes para cada premisa de diseño. Para cada caso de estudio se generó una diversidad de diseños factibles de red que se presentaron en tablas comparativas.

5.3 Conclusiones Particulares

Del modelo matemático

Al incluir dentro del modelo el mezclado no isotérmico, se amplía la posibilidad de hallar diferentes diseños de red. Por ejemplo para el caso de las soluciones MNI-1.2, y MNI-1.3, que

representan los mejores diseños obtenidos para el Caso de Estudio 1, se observó que los valores de las temperaturas inter-etapa de los ramales secundarios de las corrientes de proceso, sobrepasan las cotas establecidas para las temperaturas localizadas en la frontera de etapa, motivo por el cual dichos diseños sólo son factibles cuando se permite el mezclado no isotérmico.

El Caso de Estudio 5 mostró que sería de utilidad práctica incorporar restricciones adicionales para acotar de manera indirecta el valor de las áreas de los equipos en las redes que se sintetizan, debido a que en los diseños de red de las mejores soluciones numéricas, tanto en la síntesis con el modelo Ni-Synheat, como en los experimentos bajo las premisas sin división de corrientes y con mezclado no isotérmico, SD-5.2, MNI-5.1 y MI-5.1, se obtienen equipos con áreas tan pequeñas que deben ser rechazadas para fines prácticos. Esta idea puede extenderse a las cargas térmicas que se transfieran entre las corrientes de proceso.

Consecuencias de los elementos no lineales del modelo matemático

Derivado de los experimentos realizados en este trabajo, se observó que el tiempo requerido para realizar los experimentos con el modelo Ni-Synheat fue en promedio seis veces mayor que cuando la síntesis se realiza bajo las premisas sin división de corrientes y mezclado isotérmico, la tendencia se acentúa cuando crece el número de corrientes de proceso en los casos de estudio; de esta manera, con dos etapas en la superestructura, la razón entre los tiempos de cómputo con el modelo Ni-Synheat y los experimentos de síntesis con mezclado isotérmico con el modelo Synheat, para los Casos de Estudio 1 y 2 fue de 1.11, para los Casos de Estudio 3 y 4 fue de 6 y finalmente para el Caso de Estudio 5 fue de 11 veces.

Cuando se realiza la síntesis de redes con mezclado no isotérmico, con el modelo Ni-Synheat, respecto de los experimentos de la síntesis de redes sin división de corrientes y con mezclado isotérmico, con el modelo Synheat, se observó una gran diferencia entre el número de resultados infactibles obtenidos. En promedio para las iteraciones en cada experimento, se obtuvieron 26/500, 11/500, 237/500, 155/1000 y 258/500 resultados infactibles para los experimentos realizados con el modelo Ni-Synheat en los Casos de Estudio 1 al 5, frente a los cuales, en los experimentos con mezclado isotérmico y sin división de corrientes no se obtuvieron resultados infactibles en ningún caso de estudio. Se puede atribuir el elevado número de resultados infactibles a los elementos no lineales contenidos en las restricciones que permiten contemplar el mezclado no isotérmico en el modelo Ni-Synheat, no obstante, la no linealidad del modelo permitió obtener ventaja en la diversidad

de diseños factibles de red para todos los Casos de Estudio abordados en este trabajo, respecto de la síntesis sin división de corrientes y mezclado isotérmico que se realizan con el modelo Synheat. Los resultados del Caso de Estudio 2 fueron los más evidentes de esta situación, pues en los experimentos con el modelo Ni-Synheat se obtuvieron en promedio 32 diseños factibles distintos y bajo las premisas sin división de corrientes y mezclado isotérmico sólo se obtuvo uno.

De la superestructura

A pesar de que con el modelo Ni-Synheat no es posible obtener algunas configuraciones de red, en el Caso de Estudio 1 se mostró que el diseño MNI-1.2, capturado en la superestructura de Yee y Grossmann (1990) utilizada para derivar el modelo Ni-Synheat, se obtuvo un costo total anual menor que el publicado previamente por Gupta y Ghosh (2010) con dos intercambiadores de calor colocados en serie dentro de un ramal secundario. Lo mismo sucede en el caso de la mejor solución obtenida por Chen y col. (2007) y el diseño MNI-4.1 obtenido en este trabajo, para el Caso de Estudio 4, respecto de la solución publicada por Ciric y Floudas (1991).

Comparación entre mezclado no isotérmico y mezclado isotérmico

Para los casos de estudio abordados en el presente trabajo, los diseños de redes de intercambio de calor que incluyen el mezclado no isotérmico presentan los costos totales anuales menores. Para el Caso de Estudio 1, la versión isotérmica del diseño MNI-1.2 se encuentra 6.06% por arriba del costo total anual de la red con mezclado no isotérmico, en el Caso de Estudio 2 la diferencia entre la versión isotérmica y el diseño MNI-2.1 es 0.78% y en el Caso de Estudio 4 para el diseño MNI-4.1 la diferencia es de 1.13%, en el Caso de Estudio 3 la versión isotérmica de la mejor solución disponible MNI-3.1 es infactible, en el Caso de Estudio 5, los diseños tienden hacia redes con mezclado isotérmico y las diferencias entre los costos de las redes con mezclado no isotérmico y sus versiones isotérmicas son insignificantes.

En los experimentos de síntesis con el modelo Ni-Synheat, del Caso de Estudio 1 al 4 se obtuvieron los diseños de red con menor costo total anual, la diferencia fue en el Caso de Estudio 5 pues al comparar las mejores soluciones numéricas, el diseño MI-5.1 obtenido en los experimentos de síntesis con mezclado isotérmico, se encuentra ligeramente por debajo del costo del diseño MNI-5.1 obtenido en el experimento de síntesis con el modelo Ni-Synheat, esto es 0.015%, lo cual muestra que para este Caso de Estudio existió una mayor dificultad de hallar una solución más barata aún cuando

el espacio de búsqueda para los experimentos con mezclado isotérmico está contenido dentro del espacio de búsqueda del modelo Ni-Synheat.

El Caso de Estudio 4 fue el único en el cual, al aplicar el multi-arranque en la síntesis con mezclado isotérmico y elegir el mejor diseño obtenido, en este caso el diseño MI-4.1, se obtuvo el mejor diseño disponible MNI-4.1 al realizar una sub-optimización con la DMLT para permitir el mezclado no isotérmico. En los demás casos de estudio la metodología para sintetizar redes con mezclado no isotérmico en dos niveles de síntesis, derivó en diseños de red con un costo por arriba del mejor diseño obtenido en un paso de síntesis con el modelo Ni-Synheat.

Diseños de redes de intercambio de calor obtenidos para los Casos de Estudio

La diversidad de los diseños factibles obtenidos como resultado del multi-arranque permitió resaltar varios diseños alternativos en cada Caso de Estudio, para las tres premisas de síntesis.

En el caso de la síntesis bajo la premisa sin división de corrientes, para el Caso de Estudio 1 se obtuvo el diseño SD-1.1 que corresponde la mejor solución publicada previamente para esta premisa de diseño, así como un diseño SD-1.2 con un costo menor que el diseño SD-1.1. Para el caso de Estudio 2 el diseño SD-2.1 tiene un costo total anual menor que el publicado previamente para la misma premisa de síntesis. Los diseños SD-3.2 y SD-4.3 son diseños de redes sin división de corriente cuyos costos totales anuales se encuentran por debajo de los costos de las redes con mezclado isotérmico y con mezclado no isotérmico publicadas previamente como soluciones para los Casos de Estudio 3 y 4, respectivamente.

Para el Caso de Estudio 3, los diseños MI-3.1 y MI-3.2 obtenidos en los experimentos de la síntesis de redes con mezclado isotérmico, se encuentran 0.004 % y 0.74 % por debajo del costo total anual de la red publicada por Björk y Westerlund (2002) para la misma premisa de diseño.

Los diseños MNI-1.2, MNI-2.1 y MNI-5.1 representan mejores soluciones que las publicadas previamente para los Casos de Estudio 1, 2 y 5. Los diseños MNI-3.1 y MNI-4.1 corresponden a las mejores soluciones publicadas en la literatura por Huang y col. (2012) y por Chen y col. (2007) para los Casos de Estudio 3 y 4 respectivamente, las cuales han sido determinadas con diferentes metodologías de solución.

5.4 Conclusiones Generales

En los casos de estudio abordados, se obtuvieron o se mejoraron los diseños de red publicados previamente en la literatura.

El tiempo de cómputo requerido para la resolución del modelo Ni-Synheat respecto del modelo Synheat es mayor. La diferencia se acentúa en la medida en la que los problemas de síntesis crecen en número de corrientes de proceso.

A pesar de que los elementos no convexos incluidos en el modelo Ni-Synheat repercuten sobre la obtención de resultados infactibles, su presencia en el modelo permite la obtención de una gran diversidad de diseños dentro de la síntesis de redes de intercambio de calor, algunas de las cuales representan soluciones alternativas con costos totales anuales bajos.

Una de las limitaciones del modelo Ni-Synheat es que la superestructura sobre la cual se construye el modelo no captura algunas configuraciones de red. Sin embargo los resultados mostraron que a pesar de esto, en algunos casos es posible obtener diseños más baratos que los obtenidos con modelos que permiten algunos elementos topológicos adicionales.

La síntesis de redes de intercambio de calor con cambios de fase, apareamientos de corrientes de proceso caliente-caliente, fría-fría, así como la inclusión de múltiples servicios auxiliares, y cuando se considere el efecto de la temperatura y presión sobre las propiedades de las corrientes de proceso como capacidades caloríficas o coeficientes de película para la transferencia de calor, así como el diseño detallado de los equipos de intercambio de calor en la red, se encuentran actualmente fuera del alcance del modelo Ni-Synheat. Para incluir dichas capacidades es necesario realizar modificaciones adicionales al modelo.

5.5 Trabajo futuro

Con base en la experiencia adquirida en este trabajo, se puede observar con el modelo Ni-Synheat es posible alcanzar diseños factibles que mejoren aquéllas soluciones publicadas previamente para los casos de estudio.

La metodología de multi-arranque puede mejorar en tanto se trabajen diferentes esquemas de inicialización y generación de puntos de inicio para la búsqueda local. Así mismo el modelo es un buen candidato para continuar hacia la propuesta de esquemas de optimización global determinista.

Conclusiones y Trabajo Futuro

La información provista por la aplicación del esquema de multi-arranque requiere generar una rutina externa a la síntesis que se encargue de seleccionar las soluciones con base en la topología de la red, con el objetivo de buscar discernir entre diferentes topologías de red y soluciones locales de un mismo diseño. La organización de la información en este esquema puede ser de gran ayuda para la generación de una visión que pueda ser aplicada en otros aspectos de interés, como la aplicación al rediseño o a conceptos de flexibilidad, cuando las redes tengan elementos topológicos similares, proveyendo un banco de datos para cada problema particular.

Capítulo 5

Conclusiones y Trabajo Futuro

Apéndice A

A.1 Dependencia del balance de energía en los mezcladores, en el modelo Ni-Synheat

En este Apéndice se muestra que para incorporar el mezclado no isotérmico en el modelo Ni-Synheat se requieren solamente las ecuaciones (3.4) y (3-13) y que los balances de energía en el mezclador surgen de estas dos ecuaciones, lo cual los hace linealmente dependientes.

En el Capítulo 3 se mostraron las expresiones para los balances de energía por etapa y alrededor de cada intercambiador de calor.

Balance de energía por etapa

$$\sum_{j \in J} q_{ijk} = F_i \left(t_{i,k} - t_{i,k+1} \right) \qquad i \in I, \ k \in K$$

$$\sum_{i \in I} q_{ijk} = F_j \left(t_{j,k} - t_{j,k+1} \right) \qquad j \in J, k \in K$$
(3.4)

Balance de energía alrededor del intercambiador

$$q_{ijk} = sh_{i,j,k} \mathbf{F}_i \left(t_{i,k} - th_{i,j,k} \right) \qquad i \in I, j \in J, k \in K q_{ijk} = sc_{i,j,k} \mathbf{F}_j \left(tc_{i,j,k} - t_{j,k+1} \right) \qquad i \in I, j \in J, k \in K$$
(3.13)

Se analizará primero el caso de las corrientes calientes. Se toman las ecuaciones 3.13 para las corrientes calientes y se desarrollan los productos.

$$q_{ijk} = sh_{i,j,k}F_it_{i,k} - sh_{i,j,k}F_ith_{i,j,k} \qquad i \in I, j \in J, k \in K$$
(A.1)

Se aplica una sumatoria respecto de las corrientes frías j a las ecuaciones (A.1). Se sacan de las sumatorias aquéllos parámetros y variables que no dependen del índice j y se toma en cuenta que la suma de las fracciones de flujo de capacidad calorífica es la unidad, con lo cual se obtienen (A.2).

Apéndice 1

$$\sum_{j \in J} q_{ijk} = \sum_{j \in J} sh_{i,j,k} F_i t_{i,k} - \sum_{j \in J} sh_{i,j,k} F_i th_{i,j,k}$$

$$\sum_{j \in J} q_{ijk} = F_i t_{i,k} \sum_{j \in J} sh_{i,j,k} - F_i \sum_{j \in J} sh_{i,j,k} th_{i,j,k}$$

$$i \in I, k \in K$$

$$\sum_{j \in J} q_{ijk} = F_i t_{i,k} - F_i \sum_{j \in J} sh_{i,j,k} th_{i,j,k}$$

$$i \in I, k \in K$$
(A.2)

Se igualan los balances de energía por etapa para las corrientes calientes (3.4) y (A.2), con lo cual se obtiene (A.3).

$$\sum_{j \in J} q_{ijk} = F_i \left(t_{i,k} - t_{i,k+1} \right) \qquad i \in I, \ k \in K$$
$$\sum_{j \in J} q_{ijk} = F_i t_{i,k} - F_i \sum_{j \in J} sh_{i,j,k} th_{i,j,k} \qquad i \in I, \ k \in K$$

$$F_{i}(t_{i,k} - t_{i,k+1}) = F_{i}t_{i,k} - F_{i}\sum_{j \in J} sh_{i,j,k}th_{i,j,k} \qquad i \in I, k \in K$$
(A.3)

La expresión (A.3) se divide entre el flujo de capacidad calorífica correspondiente y se despeja la variable de temperatura en la frontera de la etapa que corresponde a la ubicación de la temperatura posterior al mezclador, que para las corrientes calientes es la posición k+1. Los balances de energía en los mezcladores para las corrientes calientes se escriben en (A.4).

$$t_{i,k+1} = \sum_{j \in J} sh_{i,j,k} th_{i,j,k} \qquad \qquad i \in I, k \in K$$
(A.4)

En el caso de las corrientes frías se tiene un procedimiento similar. Se toman los balances de energía para las corrientes frías j escritos en (3.13) y se desarrollan los productos. Posteriormente se realiza la sumatoria respecto a las corrientes calientes i y se toma en cuenta que la sumatoria de las fracciones de capacidad calorífica es la unidad, con lo cual se obtiene (A.5) que contiene del lado izquierdo la suma de las cargas térmicas de los equipos en los cuales la corriente fría j recibe calor de cada corriente caliente i en cada etapa k.

$$\begin{split} q_{ijk} &= sc_{i,j,k} \mathbf{F}_{j} \left(tc_{i,j,k} - t_{j,k+1} \right) & i \in I, \, j \in J, k \in K \\ q_{ijk} &= sc_{i,j,k} \mathbf{F}_{j} tc_{i,j,k} - sc_{i,j,k} \mathbf{F}_{j} t_{j,k+1} & i \in I, \, j \in J, k \in K \\ \sum_{i \in I} q_{ijk} &= \mathbf{F}_{j} \sum_{i \in I} sc_{i,j,k} tc_{i,j,k} - \mathbf{F}_{j} t_{j,k+1} \sum_{i \in I} sc_{i,j,k} & j \in J, k \in K \end{split}$$

Apéndice 1

$$\sum_{i \in I} q_{ijk} = F_j \sum_{i \in I} sc_{i,j,k} tc_{i,j,k} - F_j t_{j,k+1} \qquad j \in J, k \in K$$
(A.5)

Se igualan los balances de energía por etapa para las corrientes frías (3.4) con (A.5), se desarrollan los productos del lado izquierdo de la ecuación y se simplifica la expresión y de esta manera se obtiene (A.6).

$$\begin{split} &\sum_{i \in I} q_{ijk} = F_j \sum_{i \in I} sc_{i,j,k} tc_{i,j,k} - F_j t_{j,k+1} & j \in J, k \in K \\ &\sum_{i \in I} q_{ijk} = F_j \left(t_{j,k} - t_{j,k+1} \right) & j \in J, k \in K \\ &F_j \left(t_{j,k} - t_{j,k+1} \right) = F_j \sum_{i \in I} sc_{i,j,k} tc_{i,j,k} - F_j t_{j,k+1} & j \in J, k \in K \\ &F_j t_{j,k} - F_j t_{j,k+1} = F_j \sum_{i \in I} sc_{i,j,k} tc_{i,j,k} - F_j t_{j,k+1} & j \in J, k \in K \end{split}$$

$$\mathbf{F}_{jt_{j,k}} = \mathbf{F}_{j\sum_{i\in I} sc_{i,j,k}} tc_{i,j,k} \qquad \qquad j \in J, k \in K$$
(A.6)

(A.6) se divide entre el flujo de capacidad calorífica y se obtiene la expresión (A.7) que es el balance de energía en el mezclador para los ramales secundarios de las corrientes frías j.

$$t_{j,k} = \sum_{i \in I} sc_{i,j,k} tc_{i,j,k} \qquad j \in J, k \in K$$
(A.7)

Para incluir el mezclado no isotérmico en el modelo basta incluir los balances de las ecuaciones 3.4 y 3.13, y como las expresiones A.7 y A.8 contienen términos bilineales y además son consecuencia de los balances de energía, pueden quedar fuera del modelo.

Apéndice 1

Referencias

Aaltola, J. "Simultaneous Synthesis of Flexible Heat Exchanger Network." *Applied Thermal Engineering* 22 (2002): 907-918.

Anantharaman, R., and T. Gundersen. "Developments in the Sequential Framework for Heat Exchanger Network Synthesis of Industrial Size Problems." Edited by C. Pantelides W. Marquardt. *16th European Symposium on Computer Aided Process Engineering and 9th International Symposium on Process Systems Engineering*. Elsevier B. V., 2006. 725-730.

Anantharaman, Rahul. "Energy Efficiency in Process Plants with Emphasis on Heat Exchanger Networks Optimization, Thermodynamics and Insight." Thesis submitted for the Degree of Philosophæ Doctor (PhD), Energy and Process Engineering, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, 2011.

Athier, G., P. Floquet, L. Pibouleau, and S. Domenech. "Synthesis of Heat-Exchanger Network by Simulated Annealing and NLP Procedures." *AIChE Journal* 43, no. 11 (1997): 3007-3020.

Bergamini, M. L., N. J. Scenna, and P. A. Aguirre. "Global Optimal Structures of Heat Exchanger Networks by Piecewise Relaxation." *Industrial and Engineering Chemistry Research* 46 (2007): 1752-1763.

Björk, K. M., and R. Nordman. "Solving Large-Scale Retrofit Heat Exchanger Network Synthesis Problems with Mathematical Optimization Methods." *Chemical Engineering and Processing* 44 (2005): 869-876.

Björk, K. M., and T. Westerlund. "Global Optimization of Heat Exchanger Network Synthesis Problems with and without the Isothermal Mixing Assumption." *Computers and Chemical Engineering* 26 (2002): 1581-1593.

Brandt, Christopher, Georg Fieg, and Xing Luo. "Efficient Synthesis of Heat Exchanger Networks Combining Heuristic Approaches with a Genetic Algorithm." *Heat Mass Transfer* 47 (2011): 1019-1026.

Briones, V., and A. C. Kokossis. "Hypertargets: a Conceptual Programming Approach for the Optimisation of Industrial Heat Exchanger Networks- I. Grassroots Design and Network Complexity." *Chemical Engineering Science* 54 (1999a): 519-539.

Briones, V., and A. C. Kokossis. "Hypertargets: a Conceptual Programming Approach for the Optimisation of Industrial Heat Exchanger Networks- II. Retrofit Design." *Chemical Engineering Science* 54 (1999b): 541-561.

Briones, V., and A.C. Kokossis. "Hypertargets: a Conceptual Programming Approach for the Optimisation of Industrial Heat Exchanger Networks- Part III. Industrial Applications". *Chemical Engineering Science* 54 (1999c): 685-706.

Brooke, A., D. Kendrick, and A. Meeraus. "GAMS a User's Guide." The Scientific Press, 1992.

Castillo, E., L. Acevedo, and A. Reververi. "Cleaner Production of Nitric Acid by Heat Transfer Optimization: a Case Study." *Chem Biochem Eng* 12 (1998): 157-165.

Cerda, J. "Transportation Models for the Optimal Synthesis of Heat Exchanger Networks." PhD Thesis, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, 1980.

Cerda, J., and A. W. Westerberg. "Synthesizing Heat Exchanger Networks Having Restricted Stream/Stream Matches Using Transportation Problem Formulations." *Chemical Engineering Science* 38, no. 10 (1983): 1723-1740.

Chen, C. L., and P. S. Hung. "Simultaneous Synthesis of Flexible Heat Exchanger Networks with Uncertain Source-Stream Temperatures and Flow Rates." *Industrial and Engineering Chemistry Research* 43 (2004): 5916-5928.

Chen, D., S. Yang, X. Luo, Q. Wen, and H. Ma. "An Explicit Solution for Thermal Calculation and Synthesis of Superstructure Heat Exchanger Networks." *Chinese Journal of Chemical Engineering* 15, no. 2 (2007): 296-301.

Chen, J.J.J. "Letter to the Editors: Comments on Improvement on a Replacement for the Logarithmic Mean." *Chemical Engineering Science* 42 (1987): 2488-2489.

Cheung, K. Y., and C. W. Hui. "Heat Exchanger Network Optimization with Discontinuous Exchanger Cost Function." *Applied Thermal Engineering* 21 (2001): 1397-1405.

Ciric, A. R., and C. A. Floudas. "Heat Exchanger Network Synthesis without Decomposition." *Computers and Chemical Engineering* 15, no. 6 (1991): 385-396.

Colberg, R. D., and M. Morari. "Area and Capital Cost Targets for Heat Exchanger Network Synthesis with Constrained Matches and Unequal Heat Transfer Coefficients." *Computers and Chemical Engineering* 14, no. 1 (1990): 1-22.

Daichendt, M. M., and I. E. Grossmann. "Preliminary Screening Procedure for the MINLP Synthesis of Process Systems- II. Heat Exchanger Networks." *Computers and Chemical Engineering* 18, no. 8 (1994): 679-709.

Dolan, W. B., P. T. Cummings, and M. D. LeVan. "Process Optimization via Simulated Annealing: Application to Network Design." *AIChE Journal* 35, no. 5 (1989): 725-736.

Drobež, R., Z. Novak Pintarič, B. Pahor, and Z. Kravanja. "Simultaneous Synthesis of a Biogas Process and Heat Exchanger Network." *Applied Thermal Engineering* 43 (2012): 91-100.

Energía, Secretaría de. "Balance Nacional de Energía " México, Distrito Federal, 2011.

Ernst, P., G. Fieg, and X. Luo. "Efficient Synthesis of Large-Scale Heat Exchanger Networks Using Monogenetic Algorithm." *Heat Mass Transfer* 46 (2010): 1087-1096.

Fieg, G., X. Luo, and J. Jeżowski. "A Monogenetic Algorithm for Optimal Design of Large-Scale Heat Exchanger Networks." *Chemical Engineering and Processing* 48 (2009): 1506-1516.

Floudas, C. A., A. R. Ciric, and I. E. Grossmann. "Automatic Synthesis of Optimum Heat Exchanger Network Configuration." *AIChE Journal* 32, no. 2 (1986): 276-290.

Floudas, C. A., and A. R. Ciric. "Strategies for Overcoming Uncertainties in Heat Exchanger Network Synthesis." *Computers and Chemical Engineering* 13, no. 10 (1989): 1133-1152.

Frausto-Hernández, S., V. Rico-Ramírez, A. Jiménez-Gutiérrez, and S. Hernández-Castro. "MINLP Synthesis of Heat Exchanger Networks Considering Pressure Drop Effects." *Computers and Chemical Engineering* 27 (2003): 1143-1152.

Furman, K C., and N. V. Sahinidis. "A Critical Review and Annotated Bibliography for Heat Exchanger Network Synthesis in the 20th Century." *Industrial and Engineering Chemistry Research* 41 (2002): 2335-2370.

Gorji-Bandpy, M., H. Yahyazadeh-Jelodar, and M. Khalili. "Optimization of Heat Exchanger Network." *Applied Thermal Engineering* 31 (2011): 779-784.

Grossmann, I. E., and R.W. H. Sargent. "Optimum Design of Heat Exchanger Networks." *Computers and Chemical Engineering* 2 (1978): 1-7.

Gundersen, T., and L. Naess. "The Synthesis of Cost Optimal Heat Exchanger Networks. An Industrial Review of the State of the Art." *Computers and Chemical Engineering* 12, no. 6 (1988): 503-530.

Gupta, A., and P. Ghosh. "A Randomized Algorithm for the Efficient Synthesis of Heat Exchanger Networks." *Computers and Chemical Engineering* 34 (2010): 1632-1639.

Hasan, M.M. F., G. Jayaraman, I. A. Karimi, and H. E. Alfadala. "Synthesis of Heat Exchanger Networks with Nonisothermal Phase Changes." *AIChE Journal* 56, no. 4 (2010): 930-945.

Hohmann, E. C. "Optimum Networks for Heat Exchange." Ph.D. Dissertation, University of Southern California, Los Angeles CA, 1971.

Hohmann, E. C., and F. J. Lockhart. "Optimum Heat Exchanger Network Synthesis." *AIChE Mtg.* Atlantic City, 1976.

Huang, K. F., E. M. Al-mutari, and I. A. Karimi. "Heat Exchanger Network Synthesis Using a Stagewise Superstructure with Non-Isothermal Mixing." *Chemical Engineering Science* 73 (2012): 30-43.

Hwa, C. S. "Mathematical Formulation and Optimization of Heat Exchanger Networks Using Separable Programming." *AIChE-IChemE Symposium Series4*. New York: AIChE, (1965). 101-106.

Isafiade, A. J., and D. M. Fraser. "Interval Based MINLP Superstructure Synthesis of Heat Exchanger Networks for Multi-Period Operations." *Chemical Engineering Research and Design* 88 (2010): 1329-1341.

Isafiade, A. J., and D. M. Fraser. "Interval-Based MINLP Superstructure Synthesis of Heat Exchanger Networks." *Chemical Engineering Research and Design* 86 (2008): 245-257.

Ježowski, J. "Heat Exchanger Network Grassroot and Retrofit Design. The Review of the State-Of-The-Art: Part II: Heat Exchanger Network Synthesis by Mathematical Methods and Approaches for Retrofit Design." *Hung. J. Ind. Chem.* 22 (1994): 295-308.

110

Khorasany, R. M., and M. Fesanghary. "A Novel Approach for Synthesis of Cost-Optimal Heat Exchanger Networks." *Computers and Chemical Engineering* 33 (2009): 1363-1370.

Konukman, A.E. Ş., M. C. Çamurdan, and U. Akman. "Simultaneous Flexibility Targeting and Synthesis of Minimum-Utility Heat-Exchanger Networks with Superstructure-Based MILP Formulation." *Chemical Engineering and Processing* 41 (2002): 501-518.

Kovač K. A. "Optimization of an Industrial Retroffited Heat Exchanger Network Using a Stage-Wise Model." *Energy* 35 (2010): 4748-4753.

Laukkanen, T., T. M. Tveit, V. Ojalehto, K. Miettinen, and C. J. Fogelholm. "An Interarctive Multi-Objective Approach to Heat Exchanger Network Synthesis." *Computers and Chemical Engineering* 34 (2010): 943-952.

Lewin, D. R. "A Generalized Method for HEN Synthesis using Stochastic Optimization- II. The Synthesis of Cost-Optimal Networks." *Computers and Chemical Engineering* 22, no. 10 (1998): 1387-1405.

Li, Z. "Modeling and Optimization for Heat Exchanger Networks Synthesis Based on Expert System and Genetic Algorithm." *Chinese J. Chem. Eng.* 10 (2002): 290-297.

Lin, B., and D. C. Miller. "Tabu Search Algorithm for Chemical Process Optimization." *Computers and Chemical Engineering* 28 (2004): 2287-2306.

Linnhoff, B., and D. Boland. *User Guide on Process Integration for the Efficient Use of Energy*. Edited by Institution of Chemical Engineers. 1982.

Linnhoff, B., and E. Hindmarsh. "The Pinch Design Method for Heat Exchanger Networks." *Chemical Engineering Science* 38, no. 5 (1983): 745-763.

Linnhoff, B., and J. R. Flower. "Synthesis of Heat Exchanger Networks: I. Systematic Generation of Energy Optimal Networks." *AIChE Journal* 24, no. 4 (1978a): 633-642.

Linnhoff, B., and J. R. Flower. "Synthesis of Heat Exchanger Networks: II Evolutionary Generation of Networks with Various Criteria of Optimality." *AIChE Journal* 24, no. 4 (1978b): 642-654.

Linnhoff, B., and S. Ahmad. "Cost Optimum Heat Exchanger Networks- 1. Minimum Energy and Capital using Simple Models for Capital Cost." *Computers and Chemical Engineering* 14, no. 7 (1990): 729-750.

Linnhoff, B., D.R. Mason, and I. Wardle. "Understanding Heat Exchanger Networks." *Computers and Chemical Engineering* 3 (1979): 295-302.

Lofti, R., and R. B. Boozarjomehry. "Superstructure Optimization in Heat Exchanger Network Synthesis Using Modular Simulators and a Genetic Algorithm Framework." *Industrial and Engineering Chemistry Research* 49 (2010): 4731-4737.

Luo, X., Q. Y. Wen, and G. Fieg. "A Hybrid Genetic Algorithm for Synthesis of Heat Exchanger Networks." *Computers and Chemical Engineering* 33 (2009): 1169-1181.

Ma, K. L., C. W. Hui, and T. F. Yee. "Constant Approach Temperature Model for HEN Retrofit." *Applied Thermal Engineering* 20 (2000): 1505-1533.

Masso, A. H., and D. F. Rudd. "The Synthesis of System Designs II. Heuristic Structuring." *AIChE Journal* 15, no. 10 (1969): 10-17.

Mizutani, F. T., F. L.P. Pessoa, and E. M. Queiroz. "Mathematical Programming Model for Heat-Exchanger Network Synthesis Including Detailed Heat-Exchanger Designs. 2. Network Synthesis." *Industrial and Engineering Chemistry Research* 42 (2003): 4019-4027.

Nielsen, J. S., M. W. Hansen, and S. Joergensen. "Heat Exchanger Network Modelling Framework for Optimal Design and Retrofitting." *Computers and Chemical Engineering* 20, no. Suppl. (1996): S249-S254.

Nishida, N., Y. A. Liu, and L. Lapidus. "Studies in Chemical Process Design and Synthesis- III. A Simple and Practical Approach to the Optimal Synthesis of Heat Exchanger Networks." *AIChE Journal* (AIChE Journal) 23, no. 1 (1977): 77-93.

Nishida N., G. Stephanopoulos, and A. W. Westerberg. "A Review of Process Synthesis." *AIChE Journal* 27, no. 3 (1981): 321-351.

Papoulias S. A., and I. E. Grossmann. "A Structural Optimization Approach in Process Synthesis II. Heat Recovery Networks." *Computers and Chemical Engineering* 7, no. 6 (1983): 707-721.

Pariyani, A., A. Gupta, and P. Ghosh. "Design of Heat Exchanger Networks Using Randomized Algorithm." *Computers and Chemical Engineering* 30 (2006): 1046-1053.

Pettersson, F. "Heat Exchanger Network Design Using Geometric Mean Temperature Difference." *Computers and Chemical Engineering* 32 (2008): 1726-1734.

Pettersson, F. "Synthesis of Large Scale Heat Exchanger Networks using a Sequential Match Reduction Approach." *Computers and Chemical Engineering* 29 (2005): 993-1007.

Ponce-Ortega, J. M., A. Jiménez-Gutiérrez, and I. E. Grossmann. "Optimal Synthesis of Heat Exchanger Networks Involving Isothermal Process Streams." *Computers and Chemical Engineering* 32 (2008): 1918-1942.

Ponce-Ortega, J. M., M. Serna-González, and A. Jiménez-Gutiérrez. "Synthesis of Heat Exchanger Networks with Optimal Placement of Multiple Utilities." *Industrial and Engineering Chemistry Research* 49 (2010): 2849-2856.

Quesada, I., and I. E. Grossmann. "Global Optimization Algorithm for Heat Exchanger Networks." *Industrial and Engineering Chemistry Research* 32 (1993): 487-499.

Ravagnani, M.A.S.S., A. P. Silva, P. A. Arroyo, and A. A. Constantino. "Heat Exchanger Network Synthesis and Optimisation using Genetic Algorithm." *Applied Thermal Engineering* 25 (2005): 1003-1017.

Ravagnani, M.A.S.S., and J. A. Caballero. "Optimal Heat Exchanger Network Synthesis With Detailed Heat Transfer Equipment Design." *Computers and Chemical Engineering* 31 (2007): 1432-1448.

Serna-González, M., J. M. Ponce-Ortega, and A. Jiménez-Gutiérrez. "Two-Level Optimization Algorithm for Heat Exchanger Networks Including Pressure Drop Considerations." *Industrial and Engineering Chemistry Research* 43 (2004): 6766-6773.

Silva, A. P., M. A.S.S. Ravagnani, E. C. Biscaia Jr., and J. A. Caballero. "Optimal Heat Exchanger Network Synthesis Using Particle Swarn Optimization." *Optimization and Engineering* 11 (2010): 459-470.

Smith, R. Chemical Process Design and Integration. Wiley, 2005.

Soršak, A., and Z. Kravanja. "MINLP Retrofit of Heat Exchanger Networks Comprising Different Exchanger Types." *Computers and Chemical Engineering* 28 (2004): 235-251.

Soršak, A., and Z. Kravanja. "Simultaneous MINLP Synthesis of Heat Exchanger Networks Comprising Different Exchanger Types." *Computers and Chemical Engineering* 26 (2002a): 599-615.

Ten Breoeck, H. "Economic Selection of Exchanger Sizes." *Industrial and Engineering Chemistry* 36, no. 1 (1944): 64-67.

Toffolo, A. "The Synthesis of Cost Optimal Heat Exchanger Networks with Unconstrained Topology." *Applied Thermal Engineering* 29 (2009): 3518-3528.

Umeda, T., T. Harada, and K. Shiroko. "A Thermodynamic Approach to the Synthesis of Heat Integration Systems in Chemical Processes." *Computers and Chemical Engineering* 3 (1979): 273-283.

Verheyen, W., and N. Zhang. "Design of Flexible Heat Exchanger Network for Multi-Period Operation." *Chemical Engineering Science* 61 (2006): 7730-7753.

Viswanathan, J., and I. E. Grossmann. "A Combined Penalty Function and Outer Approximation Method for MINLP Optimization." *Computers and Chemical Engineering* 14 (1990): 769-782.

Wei, G. F. "Multi-stream Heat Exchanger Networks Synthesis with Genetic/Simulated Annealing Algorithm." Ph D Thesis, Dalian University of Technology, China, 2003.

Westbrook, G. "Use this Method to Size each Stage for Best Operation." *Hydrocarbon Processing Petroleum Refining* 40, no. 9 (1961): 201-206.

Xiao, W., H. Dong, X. Li, P. Yao, X. Luo, and W. Roetzel. "Synthesis of Large-Scale Multistream Heat Exchanger Networks Based on Stream Pseudo Temperature." *Chinese J. Chem. Eng.* 14 (2006): 574-583.

Yee, T. F., and I. E. Grossmann. "Simultaneous Optimization Models for Heat Integration- II. Heat Exchanger Network Synthesis." *Computers and Chemical Engineering* 14, no. 10 (1990): 1165-1184.

Yee, T. F., I. E. Grossmann, and Z. Kravanja. "Simultaneous Optimization Models for Heat Integration- I. Area and Energy Targeting and Modeling of Multi-Stream Exchangers." *Computers and Chemical Engineering* 14, no. 10 (1990): 1151-1164.

Yu, H., H. Fang, P. Yao, and Y. Yuan. "A Combined Genetic Algorithm/Simulated Annealing Algorithm for Large Scale System Energy Integration." *Computers and Chemical Engineering* 24 (2000): 2023-2035.

Yuan, X., L. Pibouleau, and S. Domenech. "Experiments in Process Synthesis via Mixed-Integer Programming." *Chemical Engineering and Processing* 25 (1989): 99-116.

Zamora, J. M., and I. E. Grossmann. "A Comprehensive Global Optimization Approach for the Synthesis of Heat Exchanger Networks with No Stream Splits." *Computers and Chemical Engineering* 21, no. Suppl. (1997): S65-S70.

Zamora, J. M., and I. E. Grossmann. "A Global MINLP Optimization Algorithm for the Synthesis of Heat Exchanger Networks with no Stream Splits." *Computers and Chemical Engineering* 22, no. 3 (1998): 367-384.

Referencias



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA UNIDAD IZTAPALAPA DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

MODELO DE PROGRAMACIÓN NO LINEAL ENTERA-MIXTA PARA LA SÍNTESIS DE REDES DE INTERCAMBIO DE CALOR CON MEZCLADO NO ISOTÉRMICO

Tesis que presenta

Ing. Ambiental Azahalia Alejandra Pineda González

Para obtener el grado de

Maestra en Ciencias en Ingeniería Química

Bajo la asesoría de:

Juan Manul Zamora M.

Dr. Juan Manuel Zamora Mata

Posgrado en Ingeniería Química

México DF, Junio de 2013