



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

UNIDAD IZTAPALAPA

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

“MEDICIÓN DE ENERGÍA CINÉTICA Y VORTICIDAD USANDO FLUJO 4D POR
RESONANCIA MAGNÉTICA NUCLEAR”

TESIS QUE PRESENTA: GUADALUPE SAGAON ROJAS

MATRÍCULA: 2171803180

PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRA EN CIENCIAS (FÍSICA)

DIRECTORES: DRA. SILVIA SANDRA HIDALGO TOBÓN¹ & DR. JULIO GARCÍA
FLORES

¹Universidad Autónoma Metropolitana- Iztapalapa

²Universidad de Calgary

JURADOS: DR. JULIO GARCÍA FLORES, M. EN I. ÓSCAR YAÑEZ SUAREZ, DR.
JUAN CARLOS AXAYACATL MORALES GUADARRAMA

Iztapalapa, Ciudad de México, agosto 2021.

Declaración de Autor:

Yo, Guadalupe Sagaon Rojas, declaro que esta tesis titulada, *Energía Cinética y Vorticidad en Tetralogía de Falot usando flujo 4D por Resonancia Magnética Nuclear* es de mi total autoría. Confirmando que:

- Este trabajo se realizó total o principalmente mientras estaba en la candidatura para obtener el grado de maestría en la Universidad Autónoma Metropolitana, unidad Iztapalapa.
- La fuente fue proporcionada cuando el trabajo de otros ha sido citado.
- Reconocí todas las principales fuentes de ayuda.



Firma: Guadalupe Sagaon Rojas

AGRADECIMIENTOS

Dedico con mucho cariño esta tesis a mis asesores, la *Dra. Silvia S. Hidalgo Tobón* y el *Dr. Julio García Flores*, quienes siempre me acompañaron en los momentos difíciles y me apoyaron, reconozco un sincero agradecimiento por brindarme sus conocimientos, un regalo invaluable que me dieron al transmitirme su experiencia.

Un agradecimiento especial a la *Dra. Pilar Dies Suárez* del departamento de Imagenología y al *Dr. Julio Roberto Erdmenger Orellana* del departamento de Cardiología Pediátrica por apoyarnos con los expedientes de los pacientes evaluados en el presente trabajo.

Agradezco a mis padres *Ofelia Rojas* y *Cristino Sagaon* quienes siempre creyeron en mi trabajo y me acompañaron en el proceso.

Gracias a las instituciones que permitieron la realización de este trabajo el *Hospital Infantil de México Federico Gómez* y a la *Universidad Autónoma Metropolitana- Iztapalapa*.

ÍNDICE GENERAL

Índice general	3
Índice de figuras	5
Índice de tablas	9
0.1. RESUMEN	11
0.2. INTRODUCCIÓN	12
0.3. OBJETIVOS	16
1. DESCRIPCIÓN DE LA RESONANCIA MAGNÉTICA NUCLEAR (RMN).	17
1.1. Modelo clásico del núcleo de hidrógeno en presencia de campo magnético	17
1.2. Introducción de la ecuación de Bloch	19
1.3. Energía de un momento dipolar magnético en campo magnético externo.	25
1.4. Ecuación de Bloch después de la emisión de un pulso de radiofrecuencia	29
1.5. Descripción cuántica de la precesión.	31
1.6. Generación de la señal	38
1.7. Secuencias de pulsos.	42
1.8. Instrumentación y equipo.	48
2. DINÁMICA CARDIOVASCULAR.	52
2.1. Corazón	52
2.2. Hidrodinámica.	52
2.3. Hidrodinámica en la estructura cardiaca.	56
2.4. Reología	59
2.5. Vorticidad	66
2.6. Helicidad.	68
3. TETRALOGÍA DE FALLOT.	69
3.1. Definición de la enfermedad	69
3.2. Signos y síntomas.	70
3.3. La cardioresonancia en la evaluación de pacientes con reparación en tetralogía de Fallot	72
4. Cardioresonancia - Flujo 4D	74
4.1. Sincronización cardiaca	74
4.2. Contraste de fase (PC) en cardioresonancia magnética.	76
4.3. Cuantificación de flujo.	78
4.4. Flujo 4D	82
4.5. Resolución Espacial.	84
4.6. Ruido	84
4.7. Inadecuada resolución espacial.	86
5. INVESTIGACIONES RECIENTES	87
5.1. Energía cinética en pacientes con rToF y pacientes sanos	87
5.2. Vorticidad en enfermedades cardiovasculares.	88

6. METODOLOGÍA	90
6.1. Características de las imágenes adquiridas.	90
6.2. Información de los pacientes.	91
6.3. Descripción de la obtención de los vasos y parámetros analizados.	91
7. RESULTADOS.	101
7.1. Resultados EnSight y Matlab.	101
7.2. Comparación de los flujos obtenidos	102
7.3. Análisis estadístico	103
7.4. Gráficos de relaciones entre variables	104
7.5. Resultados gráficos de EnSight	106
8. DISCUSIONES.	110
9. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS.	112
10. Ápendice A- Soluciones.	118
11. Ápendice B- Tablas.	120

ÍNDICE DE FIGURAS

0.2.1. Vista subcostal de las cuatro cámaras del corazón utilizando ecografía	13
0.2.2. La infusión continua de micro burbujas en estudio de ecografía dirigidas desde un transductor de diagnóstico, mejora el flujo micro vascular	13
0.2.3. Principio de funcionamiento de la tomografía convencional	14
0.2.4. Comparación de imágenes de cabeza adquiridas por TC.	15
1.1.1. Modelo ilustrativo del momento dipolar magnético como dos <i>cargas</i> magnéticas de signo opuesto, que generan el efecto de un pequeño imán.	18
1.1.2. Representación del momento magnético como un imán y la torca que siente debido al campo magnético.	19
1.2.1. Representación de la precesión del momento magnético alrededor del eje de campo magnético estático.	21
1.2.2. Representación del sistema de referencia de la precesión del espín en marco de Laboratorio y Rotante.	23
1.3.1. Recuperación de la magnetización longitudinal.	27
1.3.2. Conjunto de espines en equilibrio, aplicación del pulso de RF ($\pi/2$) que lo lleva al plano transversal y un momento después de dejar de aplicarlo desde el marco de referencia de laboratorio, el mismo esquema desde el marco de referencia de rotación, se puede ver cómo el desfase de espines que vemos desde el marco de laboratorio genera una disminución de la componente de la magnetización transversal.	28
1.3.3. Evolución en el tiempo de la pérdida de la magnetización transversal.	29
1.4.1. Esquema gráfico de la pérdida de magnetización transversal y ganancia de la magnetización longitudinal, restableciendo el equilibrio.	30
1.5.1. La predicción clásica y el resultado observado en el experimento de Stern-Gerlach.	31
1.5.2. Efecto Zeeman, se aprecia el desdoblamiento de los niveles de energía para un sistema de espín semientero.	34
1.5.3. La precesión del valor esperado del operador de momento angular en presencia de campo magnético constante en la dirección z	37
1.6.1. Representación de la familia de espines que con la suma de sus momentos magnéticos generan cambios de flujo magnético en la bobina receptora.	38
1.6.2. Esquema de los tres tipos de cortes en los gradientes de selector de corte, fase y frecuencia.	40
1.6.3. Representación de un gradiente en x (G_x), y (G_y) y z (G_z) que modifica el campo magnético estático dependiendo de la posición sobre el eje x , y o z	40
1.6.4. Secuencia de pulsos.	41
1.7.1. Representación esquemática del tiempo de repetición y tiempo eco.	42
1.7.2. Secuencia Espín-Eco.	43
1.7.3. Magnetización en Espín-Eco.	44
1.7.4. Magnetización en una secuencia GRE.	45
1.7.5. Secuencia GRE, TR cortos.	46
1.7.6. Imagen coronal de cerebro con ponderación en T1.	46
1.7.7. Imagen axial de cerebro de una imagen por RMN con ponderación en T2.	47
1.7.8. Imagen sagital de rodilla de una imagen con ponderación en densidad de protones.	47
1.8.1. Configuración de las bobinas gradientes.	49
1.8.2. Configuración de las bobinas gradientes.	50

1.8.3. Equipo de antenas de RF.	51
1.8.4. Representación del tejido graso y de alto contenido de agua, como recuperan su componente longitudinal o M_z el eje de tiempo representa el valor de TR . Los mismos tejidos son representados y como pierden la magnetización transversal o M_{xy} , el eje temporal representa el valor de TE	51
2.0.1. Corazón.	53
2.1.1. Diagrama de un corazón sano.	54
2.3.1. Aceleración de una partícula medida en términos de las variaciones de velocidad alrededor de un punto fijo x	58
2.3.2. Partículas de fluido en presencia de gradientes de presión	58
2.4.1. Representación de una arteria por la que circula un flujo constante de viscosidad η	60
2.4.2. Perfil Parabólico de la velocidad, la velocidad es máxima en el centro de la línea como vimos en (2.4.16) y disminuye gradualmente al acercarse a la pared del vaso.	62
2.4.3. Relación entre la tensión de corte y la velocidad.	63
2.4.4. Relación entre la tensión de corte y la velocidad.	65
2.5.1. La vorticidad ω es una cantidad vectorial que refleja la tendencia de una partícula de fluido a rotar en un punto del espacio.	67
2.5.2. Esquemización el cálculo de la vorticidad utilizando diferencias finitas.	68
3.1.1. Corazón que presenta la malformación cardíaca de Tetralogía de Fallot.	70
3.2.2. Algoritmo propuesto en la <i>Guía de referencia rápida del IMSS</i> para el tratamiento de la Tetralogía de Fallot en edad pediátrica.	72
4.1.1. Esquema de la forma de onda de un ECG en un intervalo R-R. Se marca con las flechas inferiores la subdivisión en intervalos del ECG para adquirir la imagen cardíaca.	75
4.2.1. Campo gradiente constante; el desplazamiento de fase de los espines en movimiento aumenta linealmente a lo largo de la dirección de flujo.	77
4.2.2. Imagen en corte sagital sin compensación de flujo. La misma toma con compensación de flujo.	77
4.2.3. Se aplican pulsos gradientes alternados para compensar el desplazamiento de fase de los espines estacionarios ($v = 0$) y de los espines en movimiento (v_1, v_2) simultáneamente, con lo que se reestablece la coherencia de fase, la intensidad en el punto de refase es la misma que antes del refase.	78
4.2.4. Imagen transversal de un plano torácico con a) "Compensación de flujo", b) Codificación de flujo y c) Contraste de fase, las flechas indican el flujo por una arteria (hiperintensa) y por una vena (hipointensa), el efecto es logrado al saturar longitudinalmente las venas y ortogonalmente las arterias.	78
4.2.5. Esquemización del flujo en una arteria y una vena.	79
4.3.1. Las imágenes por resonancia magnética son sensibilizadas para medir las componentes de la velocidad a través de planos al aplicar un gradiente codificador de flujo en el <i>selector de corte</i> de la secuencia de pulsos.	80
4.3.2. El esquema representa el desplazamiento en la fase de los espines en a) el tejido estacionario a través de un campo magnético constante, b) el desplazamiento de fase después de aplicar un campo magnético gradiente, los espines del tejido estacionario acumulan fase al ser excitados por este campo mientras que el tejido en movimiento tendrá una diferencia de fase menor.	81
4.3.3. Espines del tejido estacionario y tejido en movimiento después de la aplicación de lóbulo de campo magnético gradiente positivo y b) después de aplicar el lóbulo, pero ahora en el sentido opuesto o negativo, se recupera la fase inicial en el tejido estacionario mientras que en el tejido en movimiento el efecto es invertir el sentido	81
4.4.1. Control de la respiración.	82
4.4.2. Sincronización prospectiva de ECG con la adquisición de datos recolectada. El conjunto de datos que se obtiene es codificado a lo largo de tres direcciones espaciales, las cuales se obtienen en los diferentes tiempos contenidos en la fase cardíaca elegida.	83
4.4.3. Imagen anatómica y codificación tridimensional de la velocidad.	83
4.4.4. Flujo contra tiempo en el ciclo cardíaco para un corte en la aorta ascendente para un paciente con regurgitación valvular, el flujo negativo representa el flujo retrogrado.	84

4.6.1. Superficies representantes de la velocidad de flujo a través de un vaso para diferentes valores de VENC, se observa que el ruido aumenta al incrementar el valor del VENC. El experimento se realizó en tubos de flujo constante de 2.05L/min de una solución salina dopada de gadolinio en un tubo de vidrio de 1.5 cm de diámetro.	85
4.6.2. Error de tipo <i>Aliasing</i> en mediciones de flujo en la aorta ascendente, en la parte superior están las imágenes de magnitud y debajo sus correspondientes imágenes de velocidad. La flecha señala el error de <i>Aliasing</i> obtenida al elegir un VENC de $100 \frac{cm}{s}$, este error no se presenta en la imagen del lado izquierdo al elegir un VENC de $120 \frac{cm}{s}$	85
5.1.1. Valores de flujo neto en pacientes con rToF en el trabajo de Geiger [55].	88
5.2.1. Vorticidad en 10 pacientes control y 13 con hipertensión pulmonar arterial (PAH).	89
5.2.2. Gráfico de la vorticidad máxima y promedio.	89
6.3.1. Angiograma de la estructura cardiaca a través del visualizador Ensign (CEI, Apex, NC, USA) las trazas de flujo son codificadas.	92
6.3.2. Segmentación de la aorta y arteria pulmonar principal de alguno de los 32 pacientes evaluados a través del visualizador Ensign (CEI, Apex, NC, USA).	93
6.3.3. Visualización de la arteria pulmonar	93
6.3.4. Diagrama de tiempos para la evaluación de los pacientes.	94
6.3.5. Segmentación de la arteria pulmonar.	95
6.3.6. Visualización de las líneas de flujo que atraviesan un plano colocado en aorta a través del visualizador Ensign (CEI, Apex, NC, USA).	95
6.3.7. Software Ensign (CEI, Apex, NC, USA)	96
6.3.8. Herramientas definidas por el usuario para la cuantificación de los parámetros en Ensign.	96
6.3.9. Imagen de un paciente con ruido por tejido estático.	97
6.3.10. Colocación de los cortes axial, coronal y sagital de las imágenes por IRM de los pacientes para la ubicación de las estructuras cardíacas.	98
6.3.11. Imagen de un paciente con eliminación de ruido por tejido estático.	98
6.3.12. Generación de los planos de cuantificación.	99
6.3.13. Visualización de las partículas virtuales que refieren el flujo sanguíneo y la velocidad de estas a través de la cuantificación en la escala de colores en la parte inferior derecha.	99
6.3.14. En la imagen se muestran los cuatro planos generados para la medición en Ao, MPA, RPA y LPA.	100
6.3.15. Líneas de corriente del flujo sanguíneo que atraviesan el plano colocado en Ao.	100
6.3.16. Gráfica del flujo que atraviesa en un plano colocado en alguno de los pacientes en aorta contra el tiempo de obtención de la IRM.	100
7.2.1. Gráfica del flujo de salida promedio en la salida de la Ao y a la salida en MPA en ml/ciclo.	102
7.2.2. Gráfica del flujo de salida promedio en la salida de la MPA y la suma de la salida en RPA y en la salida de LPA en ml/ciclo.	102
7.4.1. Gráfica de la relación entre los valores promedio de la magnitud de la vorticidad y de la energía cinética.	104
7.4.2. Gráfica de la relación entre los valores promedio del flujo en aorta y el flujo en arteria pulmonar principal.	105
7.4.3. Gráfica de la relación entre los valores promedio de la energía cinética y el flujo en aorta.	106
7.4.4. Gráfica de la relación entre los valores promedio de la energía cinética y el flujo en arteria pulmonar principal.	107
7.4.5. Gráfica de la relación entre los valores promedio de la energía cinética y la velocidad en arteria pulmonar.	107
7.4.6. Valores de la energía cinética de 33 pacientes con rToF.	108
7.4.7. Valores de la magnitud de la vorticidad de 33 pacientes con rToF.	108
7.5.1. Se visualiza a través de Ensign la arteria pulmonar principal MPA y su bifurcación en la arteria pulmonar derecha RPA e izquierda LPA, el patron de velocidades indica un aumento en l velocidad en la bifurcación (flecha), se visualiza un flujo turbulento con helicidad en las líneas de corriente.	109

7.5.2. Grafica de la velocidad, vorticidad y flujo en Ao en un paciente durante el intervalo de tiempo muestreado. 109

ÍNDICE DE CUADROS

1.3.1. Tabla comparativa para los tiempos de relajación en diferentes tejidos.	30
6.2.1. Demografía de los pacientes evaluados.	91
7.1.1. Valores promedio obtenidos a través del programa Matlab de las cantidades hemodinámicas	101
7.2.1. Tabla con los valores promedio en los vasos principales.	103
7.3.1. Comparación entre energía cinética y vorticidad.	103

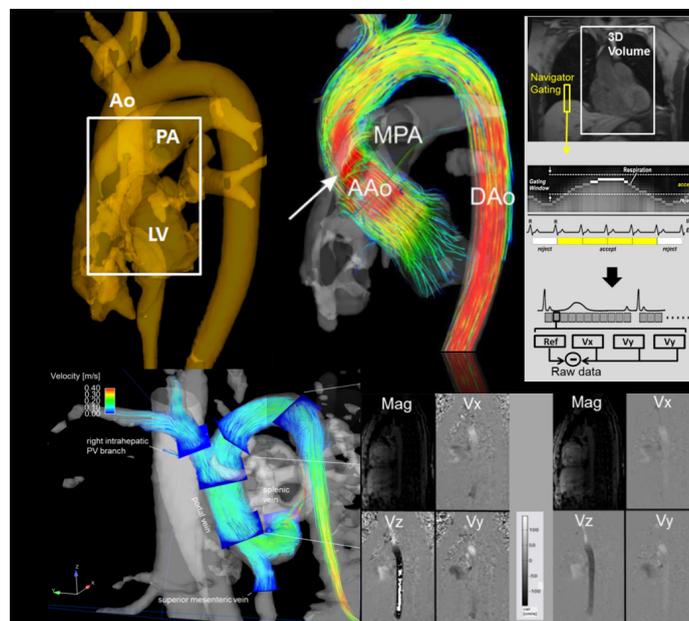
0.1. RESUMEN

Utilizando una técnica no invasiva basada en la Imagen por Resonancia Magnética (IRM) conocida como **flujo 4D**, es posible evaluar el impacto en las alteraciones hemodinámicas en el flujo sanguíneo de pacientes con reparación en Tetralogía de Fallot (rToF), una cardiopatía congénita con una frecuencia del 9 al 14% de los nacimientos de niños con una cardiopatía. A través de la cuantificación de velocidad en aorta (Ao), arteria pulmonar principal (MPA), arteria pulmonar derecha (RPA) e izquierda (LPA) es posible calcular el valor de la energía cinética (KE) y vorticidad. Estos parámetros pueden ser nuevos bio-marcadores para evaluar la función cardíaca de pacientes con cardiopatías.

Esta tesis fue escrita aplicando principios físicos básicos para la obtención de una imagen por resonancia magnética, así como de los aspectos estructurales y funcionales de la dinámica de corazón. Se presenta una aplicación clínica piloto en México utilizando la técnica de flujo 4D, aplicada en pacientes con cirugía de reparación de la Tetralogía de Fallot, una cardiopatía congénita de frecuencia en México.

Se analizaron 32 pacientes con rToF del **Hospital Infantil Federico Gómez** con una edad de 12 ± 3 años (12 mujeres) bajo el análisis de *flujo 4D* por la técnica de cardiorensonancia magnética con la secuencia *time-resolved balanced steady-state free precession (SSFP)* a través de un resonador magnético Philips de 1.5 T (Philips, Achieva, Best, The Netherlands) con respiración libre adaptando un navegador respiratorio y un sincronizador prospectivo PPU con cobertura completa 3D de la aorta torácica y pulmonar.

Se demostró que la técnica de flujo 4D por IRM es una poderosa técnica de evaluación no invasiva para el seguimiento clínico de pacientes con rToF así como para visualizar los patrones de flujo del flujo sanguíneo y la función cardíaca. Se encontró que esta técnica es capaz de cuantificar parámetros volumétricos y locales de la energía cinética, vorticidad, velocidad y flujo en pacientes con rToF. Una fuerte correlación entre el parámetro de la energía cinética con el valor de la magnitud de la vorticidad fue corroborada. Se verifica que un valor alterado en la energía cinética modificará la eficiencia cardíaca al afectar el flujo oxigenado de retorno al cuerpo.



0.2. INTRODUCCIÓN

La creciente aparición de enfermedades cardiovasculares motiva en gran medida el presente trabajo. Los cuidados cardiacos pediátricos ayudan a que un mayor número de niños nacidos con alguna cardiopatía congénita llegue a la edad adulta. En 2011 se estimó que el 85% de los niños nacidos con Tetralogía de Fallot, sobreviviría según el catálogo maestro de guías de práctica clínica del IMSS [1]. La detección y definición de las anomalías en cardiopatías congénitas hace más preciso y óptimo el tratamiento que ayude al paciente a tener una mejor calidad de vida y al médico otorga la capacidad de poder dirigir de manera más eficiente el tratamiento y seguimiento de los pacientes, en este caso infantiles.

La Tetralogía de Fallot es una enfermedad congénita de corazón caracterizada por cuatro anomalías, 1) Defecto Septal Ventricular, 2) Estenosis pulmonar, 3) Hipertrofia del ventrículo derecho y 4) Cabalgamiento aórtico. La cirugía es el tratamiento fundamental, desafortunadamente se han reportado múltiples complicaciones después de la cirugía tal como la aparición de regurgitación pulmonar severa, dilatación del ventrículo derecho, obstrucción del flujo de salida del ventrículo derecho, fuga en el parche para la reparación del defecto septal ventricular y arritmias [2]. La Tetralogía de Fallot ocupa el segundo lugar en frecuencia dentro de las cardiopatías congénitas cianóticas en etapa neonatal [1].

La principal complicación al tratar este padecimiento es la edad de los pacientes. Antes de la cirugía correctiva, al rededor del 50% de los pacientes morían en los primeros años de vida [4], los avances han permitido reducir la edad de los pacientes para recibir cirugía correctiva. La edad adecuada que se ha encontrado para operar es de tres a seis meses y solo se prefiere operar antes, cuando se presenta cianosis severa [3].

Como se menciono antes, una de las complicaciones que se presenta después de la reparación quirúrgica es la aparición de **regurgitación pulmonar (RP)**, la cual es provocada por la deformidad en la válvula pulmonar que no permite cerrar completamente. Esta es la razón por la que se formen patrones complejos de flujo [2]. Ningún método actual de imagen diagnostica estándar permite evaluar o visualizar los patrones de flujo complejo que se presentan en la Tetralogía de Fallot, así como tampoco ofrecen la versatilidad de medir en todas las direcciones de flujo, es decir, solo permiten mediciones de velocidad en planos independientes, no se puede realizar la medición avanzada de parámetros hemodinámicos. Dadas las características del padecimiento, se vuelve difícil evaluar por medios tradicionales, a continuación, se presentan de forma breve los referidos métodos tradicionales.

Ecocardiografía.

El método de diagnostico conocido como *eco* emplea las frecuencias de ultrasonido del rango entre 1.5 MHz a 7.5 MHz. El ultrasonido mide el tiempo de retardo entre la transmisión del pulso y la recepción del eco reflejado, y la intensidad de la señal reflejada. La señal regresa a un transductor con lo que se calcula la profundidad e intensidad de la reflexión. La señal es transformada electrónicamente en imágenes en escala de grises. Un eco mayor se plasmará blanco mientras que uno menor será gris y sin reflexión será negro [7].

Según el estudio de Moriuchi [8], se evaluaron 55 pacientes con Hipertensión utilizando Ecocardiografía y Resonancia Magnética para medir la confiabilidad de la geometría del ventrículo izquierdo y se concluye que la resonancia magnética proporciona información más precisa sobre la geometría del ventrículo izquierdo, al presentar que 58% de los pacientes (32/55) resultaron con valores inadecuados en el volumen diastólico final del ventrículo izquierdo al utilizar Ecocardiografía. Así como el trabajo de comparación en las mediciones por ecocardiografía bidimensional comparadas con la técnica estándar de IRM de Alfakih [9] en donde se evaluaron 32 pacientes con antecedentes de hipertensión encontrando como poco fiable a la ecocardiografía bidimensional en comparación con la IRM al presentar una variabilidad intraobservador en las mediciones de la masa ventricular izquierda.

En la Ecocardiografía Transtorácica (TTE) el transductor es colocado en la parte anterior del pecho y toma aproximadamente 15-20 minutos. La TTE es un método barato, versátil, libre de radiaciones y sin contraindicaciones con marcapasos o implantes metálicos, aunque se tienen limitantes [51,82].

- Incapacidad de medir confiablemente el área efectiva del orificio de la válvula pulmonar, que es útil

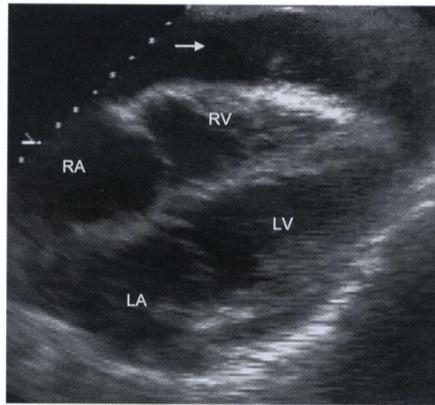


Figura 0.2.1: Vista subcostal de las cuatro cámaras del corazón utilizando ecografía [7].

en muchos casos para medir el grado de estenosis.

- Pobre calidad de imagen en algunos pacientes.
- Subestimación de la velocidad de flujo.
- Riesgo de subestimación del diámetro del orificio de salida del ventrículo.
- Variabilidad de medición.
- Limitación al medir solo una componente de la velocidad dependiente de la dirección del transductor.

Como método alternativo a la TTE, se suele emplear la Ecocardiografía Transesofágica (TEE). La cual está basada en el mismo funcionamiento de la ecocardiografía convencional salvo que este método envía las ondas sonoras a través de un tubo que es introducido por la boca hasta llegar al esófago. Esta bien establecida en el tratamiento de pacientes con cardiopatía congénita y proporciona información adicional a las imágenes transtorácicas. Resulta en un estudio complementario sobretodo cuando los pacientes presentan una inadecuada ventana acústica [10]. Esta modalidad diagnóstica resulta ser invasiva y suele ser incómodo para los niños y con esto difícil de utilizar, es necesaria la anestesia de los pacientes.

Actualmente se ha implementado el uso de contrastes de ultrasonido intravenoso para mejorar los exámenes ecocardiográficos (Ver Figura 0.2.2). Este contraste es generado con micro burbujas intravenosas que mejoran la medición Doppler al tener mayor dispersión que los glóbulos rojos, es decir estas micro burbujas aumentan la intensidad de la señal en un examen Doppler [11].

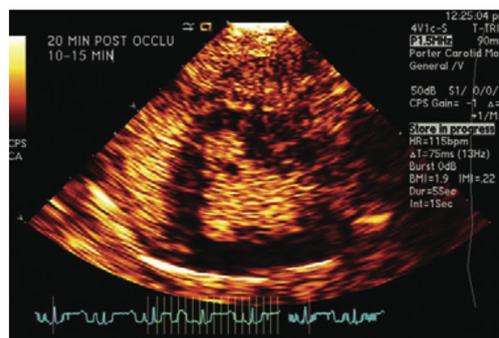


Figura 0.2.2: La infusión continua de micro burbujas dirigidas desde un transductor de diagnóstico mejora el flujo micro vascular [12].

Tomografía Computarizada (TC).

Proporciona exploraciones tridimensionales con buena resolución espacial y adquisiciones en un tiempo relativamente corto, la desventaja es que esta técnica no mide la velocidad del flujo sanguíneo [51].

Esta técnica de imagen diagnóstica está basada en la emisión de rayos X. El principio de funcionamiento de la tomografía convencional se ilustra en la figura 0.2.3 considerando dos puntos aislados A y B posicionados en el paciente. El punto A estará sobre el plano focal y el B fuera. Las sombras proyectadas son representadas en los puntos A1 y B1. La imagen en el inciso a) de la figura 0.2.3 no difiere de una radiografía convencional pero en el inciso b) se moverá tanto la fuente como la película de rayos X sincrónicamente en direcciones opuestas, si la fuente se mueve a la izquierda la película lo hará a la derecha [13].

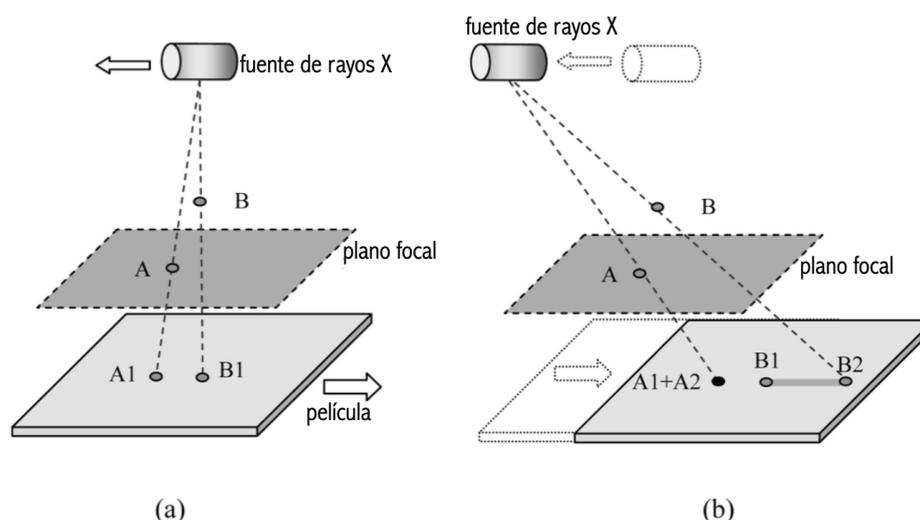


Figura 0.2.3: a) La fuente de rayos X y la película producen las sombras o proyecciones A1 Y B1 de los puntos A y B respectivamente. b) La fuente de rayos X y la película se mueven recíprocamente de modo que la siguiente sombra A2 del punto A se superpone a la sombra A1, pero la sombra B2 del punto B no se superpone a la de B1.

Desde la introducción del primer escáner clínico, se han realizado grandes avances en la tecnología de TC en resolución espacial y reducción en el tiempo de adquisición, sin embargo, no se puede tener adquisición de la velocidad y resulta ser invasivo al adquirir múltiples estudios consecutivos.

Imagen por Resonancia Magnética (IRM)

La IRM es una técnica de obtención de imagen diagnóstica no invasiva, es decir, no utiliza radiación ionizante para generar la imagen de tejidos blandos [5].

La cardioresonancia magnética es una derivación de la imagen diagnóstica de la IRM enfocada en la obtención de imagen cardíaca. De importancia clínica debido a que ofrece la valoración de corazón y órganos cardíacos [6] al obtenerse imagen anatómica y funcional. De entre sus ventajas se destaca la obtención de campos amplios de visión (450 mm), obtención de múltiples planos [6] además proporciona la posibilidad de estudiar función in vivo, alteraciones de flujo, valoración cuantitativa y cualitativa de volúmenes sanguíneos, así como de velocidades en grandes vasos.

El protocolo de imagen incluye seleccionadas secuencias de pulsos que se analizarán en el presente trabajo, particularmente se hace énfasis en la secuencia de flujo 4D basada en la técnica de imagen de contraste de fase PC por sus siglas en inglés (Phase-Contrast).

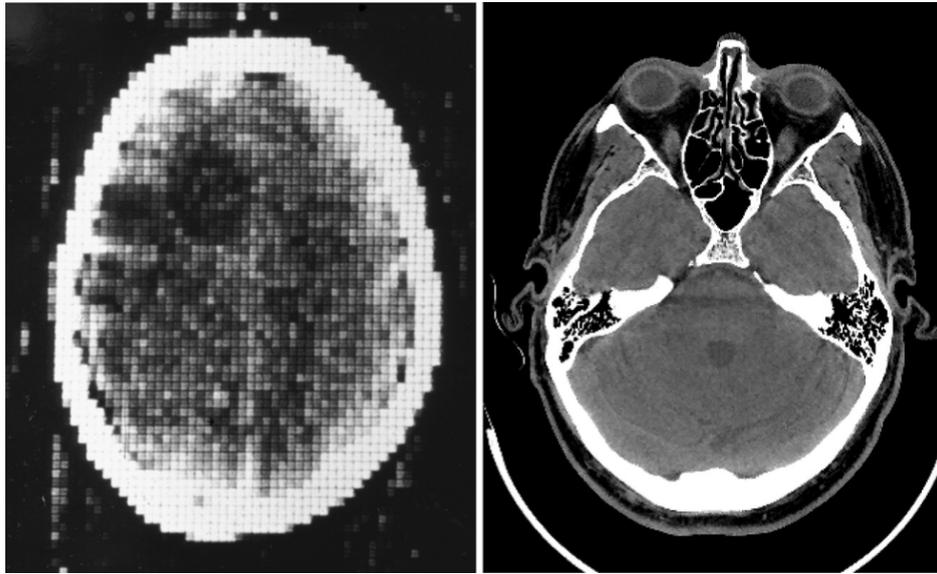


Figura 0.2.4: Comparación de imágenes de cabeza adquiridas por TC. En la imagen de la izquierda una imagen obtenida por los primeros escáneres y en la derecha una obtenida por un escáner modelo GE LightSpeed VCT 2005 [13].

La cardioresonancia no es obstaculizada por la ventana acústica presentada en TTE. Al no utilizar radiación ionizante es seguro usarse en repetidas ocasiones para el seguimiento de los pacientes a largo plazo [83].

A través de un software avanzado de visualización y cuantificación de flujo se construye una poderosa herramienta para estudiar las características del flujo multidireccional en pacientes con cardiopatías adquiridas o congénitas.

Esta herramienta de cuantificación de la velocidad estudiada es reconocida como flujo 4D. Con esta técnica es posible medir las tres componentes de la velocidad de flujo sanguíneo y el curso de tiempo de un latido promediado en el ciclo cardiaco [51].

Flujo 4D no forma parte de los protocolos clínicos utilizados como procedimientos diagnósticos en los hospitales en México, sin embargo, existen grupos de investigación que trabajan con ella. En esta tesis se aprendieron las herramientas de la IRM para poder adaptar las imágenes de los pacientes a las herramientas de análisis que utilizan los grupos de trabajo que implementan esta técnica de medición y visualización. Las herramientas con las que usualmente se trabajan, son obtenidas en equipos SIEMENS, mientras que los archivos de imagen con los que se trabajó fueron obtenidos en un equipo PHILIPS del Hospital Infantil de México Federico Gómez. La adaptación de las herramientas de visualización permitió obtener los resultados obtenidos.

En el primer capítulo se desarrollan los principios físicos en los que está basada la obtención de la imagen diagnóstica por Resonancia Magnética Nuclear (RMN), seguido de la descripción de la dinámica cardiovascular para abordar algunos principios físicos contenidos en la dinámica de corazón.

En el capítulo tres se describe la cardiopatía congénita evaluada en el trabajo. La técnica de imagen utilizada se especifica en el capítulo cuatro.

En el cinco se destacan algunos trabajos en los que se han calculado los parámetros hemodinámicos de interés del presente trabajo con la misma técnica de flujo 4D en pacientes sanos, adultos o con alguna otra cardiopatía para dar perspectiva con los calculados en este trabajo.

Después se describe la metodología utilizada para estudiar la hemodinámica cardiovascular de pacientes

infantiles con reparación en Tetralogía de Fallot.

Finalmente se plasman los resultados obtenidos a través de los programas Matlab (Mathworks, Natick, MA, USA) y Ensign (CEI, Apex, NC, USA) y el análisis estadístico a través del programa SPSS (versión 25.0 IBM SPSS, Chicago, IL), seguido se discuten estos resultados y las conclusiones con algunas perspectivas de la técnica.

0.3. OBJETIVOS

A partir de las investigaciones recientes en el análisis hemodinámico de los pacientes con rToF, se plantean como **OBJETIVOS** los siguientes:

1. Estudiar los principios físicos que fundamentan la IRM para la medición de la hemodinámica de flujo cardiaco en niños con rToF.
2. Calcular los parámetros de la hemodinámica cardiovascular (velocidad, flujo neto, flujo positivo, flujo negativo y porcentaje de regurgitación), utilizando las herramientas disponibles de flujo 4D.
3. Investigar las asociaciones existentes entre la energía cinética y la vorticidad del flujo intracardiaco en pacientes con rToF.



CAPÍTULO 1

DESCRIPCIÓN DE LA RESONANCIA MAGNÉTICA NUCLEAR (RMN).

1.1. MODELO CLÁSICO DEL NÚCLEO DE HIDRÓGENO EN PRESENCIA DE CAMPO MAGNÉTICO

El elemento de interés en la Imagen por Resonancia Magnética (IRM) es el hidrógeno ($Z = 1, I = \frac{1}{2}$), debido a su abundancia en el cuerpo humano [14, 15].

Para iniciar la descripción del movimiento, se contemplará la de un solo núcleo de H o protón contenido en este elemento. Partiendo de la imagen clásica para después comprobar el fenómeno de precesión en marco de la mecánica cuántica, sin perder de vista que al considerar un solo protón se está ignorando la interacción con los alrededores.

Se considera al protón como una pequeña espira cargada por la que circula una corriente I , esta espira producirá su propio campo magnético o *momento dipolar magnético* $\vec{\mu}$ [16]. Al introducir en un campo magnético estático externo, se presenta una torca con la que el momento magnético toma una dirección paralela o anti-paralela con respecto de la dirección del campo magnético externo que, en adelante identificaremos con \vec{B}_0 , el cual por convención tendrá una alineación en el eje z . La descripción de este fenómeno se presenta a continuación. Cada uno de los segmentos diferenciales de longitud de la espira sentirá una fuerza dada por la ley de Lorentz:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}_0, \quad (1.1.1)$$

con I la corriente que circula por la espira, $d\vec{l}$ el elemento diferencial de longitud y \vec{B}_0 el campo magnético externo. Esta expresión nos indica que la fuerza será perpendicular al plano formado por el diferencial de longitud de la espira y el campo magnético [20].

La fuerza total sobre la espira en campo magnético uniforme es cero pero puede existir una torca o par de torsión dependiendo de la orientación de la espira con la dirección del campo magnético y el plano de la espira. Cuando la espira es perpendicular al campo magnético, la fuerza neta sobre la espira según (1.1.1) se anula.

El momento dipolar magnético tiene una magnitud de $\mu = IA$. La magnitud del par de torsión en términos de μ es:

$$N = \mu B \sin \phi,$$

ϕ el ángulo entre la normal al plano de la espira y la dirección del campo magnético. Si fuerza total no es cero, tendremos entonces que según la segunda ley de Newton:

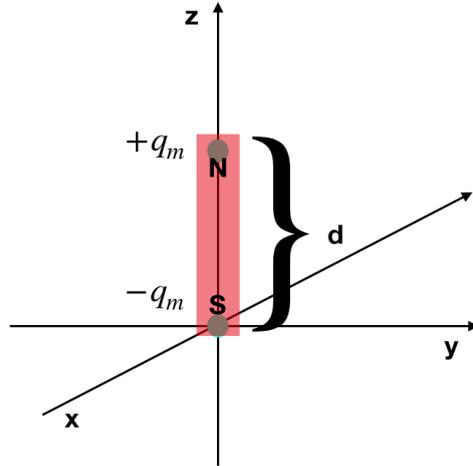


Figura 1.1.1: Modelo ilustrativo del momento dipolar magnético como dos *cargas* magnéticas de signo opuesto, que generan el efecto de un pequeño imán [16].

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \quad (1.1.2)$$

Entonces la espira rotará debido al campo magnético estático dependiendo de la orientación inicial de la espira con respecto del campo. La cantidad vectorial asociada a la rotación de un objeto es descrita por la torca \vec{N} ,

$$d\vec{N} = \vec{r} \times d\vec{F}, \quad (1.1.3)$$

con \vec{r} el vector de posición que va del centro de la espira a un punto de aplicación del diferencial de fuerza. Si la suma de las contribuciones diferenciales en (1.1.2) es no cero, la espira de corriente experimentará una rotación que la llevará al plano perpendicular a B_0 y la normal al plano de la espira [16].

MOMENTO MAGNÉTICO.

Para hacer la descripción en términos del momento magnético y así describir el comportamiento de los núcleos de H, el momento dipolar magnético puede ser visto como un par de *cargas magnéticas* con fines ilustrativos [16]. Éstas "cargas" de igual magnitud pero con sentidos contrarios, es usado como análogo al caso eléctrico en el que se tienen cargas de signo opuesto que generan un momento dipolar eléctrico [16,17]. El vector de momento magnético será (Figura 1.1.1):

$$\vec{\mu} = q_m d \hat{n}, \quad (1.1.4)$$

con d la distancia entre *cargas* magnéticas y \hat{n} la dirección de $-q_m$ a $+q_m$. La fuerza sobre q_m debido al campo magnético externo;

$$\vec{F}_m = q_m \vec{B}. \quad (1.1.5)$$

De la expresión en 1.1.3 a una distancia d sobre el eje z con la fuerza en 1.1.5;

$$\vec{N}_m = (dz) \times (q_m \vec{B}) =$$

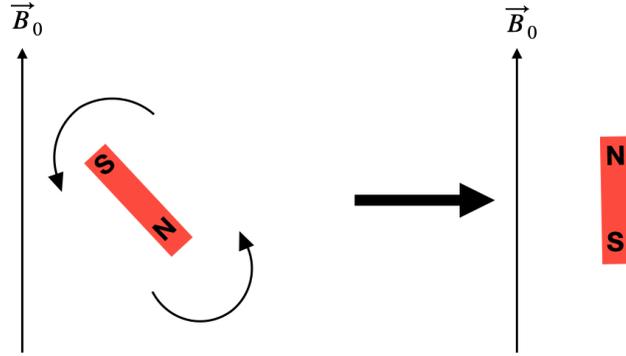


Figura 1.1.2: Representación del momento magnético como un imán y la torca que siente debido al campo magnético [21].

$$= q_m d\hat{z} \times \vec{B},$$

comparando con (1.1.4),

$$\vec{N}_m = \vec{\mu} \times \vec{B}, \quad (1.1.6)$$

la expresión para la torca neta en cualquier distribución de corriente en campo magnético constante, el efecto se puede ver en la figura 1.1.2. La torca en (1.1.6) es solo un modelo para ilustrar el efecto clásico de un imán en campo magnético.

1.2. INTRODUCCIÓN DE LA ECUACIÓN DE BLOCH

Existe una relación entre la torca y el momento angular de un cuerpo, para demostrarlo se considera una partícula de masa m que se mueve con una velocidad $\vec{v}(t)$ y con posición $\vec{r}(t)$. El momento angular relativo a su origen es [16]:

$$\vec{J} = \vec{r} \times \vec{p}, \quad (1.2.1)$$

con $\vec{p} = m\vec{v}$, tomando la derivada temporal de (1.2.1),

$$\frac{d}{dt} (\vec{r} \times \vec{p}) = \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} \right) + \left(\vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} \right),$$

el primer término se anula pues

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

y

$$\vec{p} = m\vec{v} = m \frac{d\vec{r}}{dt},$$

es decir, los vectores en el primer término son paralelos y el producto cruz se anula, así tendremos;

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

Usando la segunda ley de Newton (1.1.2);

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad (1.2.2)$$

según la expresión (1.1.3) está ecuación es idénticamente la torca,

$$\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad (1.2.3)$$

así comparando (1.2.2) con (1.2.3)

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{N}, \quad (1.2.4)$$

una torca no cero en un sistema implica que el sistema tiene asociado un momento angular \vec{J} .
Generalizando (1.2.1) para un sistema de muchas partículas el momento angular es:

$$\vec{J} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{p}_i. \quad (1.2.5)$$

RELACIÓN ENTRE MOMENTO ANGULAR Y MOMENTO MAGNÉTICO

Regresando al protón del núcleo de hidrógeno, la relación entre el momento angular (espín) y el momento magnético, se obtiene experimentalmente y es igual a:

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{J}, \quad (1.2.6)$$

la constante de proporcionalidad γ llamada constante giromagnética [14], depende de la partícula, para el protón tiene un valor de [21]:

$$\gamma = 267.522 \times 10^6 \text{ rad s}^{-1} \text{ T}^{-1}. \quad (1.2.7)$$

Recordando la relación entre la torca y el momento angular (1.1.6) y utilizando la expresión 1.2.4,

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{\mu} \times \vec{B},$$

despejando J de la ecuación (1.2.6)

$$\vec{J} = \frac{\vec{\mu}}{\gamma},$$

$$\frac{1}{\gamma} \frac{d\vec{\mu}}{dt} = \vec{\mu} \times \vec{B},$$

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma \vec{\mu} \times \vec{B}, \quad (1.2.8)$$

esta es la **ecuación fundamental de movimiento**, la cual es la versión simple (no considera la relajación espín-red y espín-espín) de la ecuación de Bloch y describe la torca generada debido al campo magnético externo.

Cuyas soluciones oscilatorias son:

$$\mu_x(t) = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t, \quad (1.2.9)$$

$$\mu_y(t) = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t, \quad (1.2.10)$$

$$\mu_z(t) = C \quad (1.2.11)$$

con las condiciones iniciales:

$$\mu_x(t=0) = \mu_x(0), \quad (1.2.12)$$

$$\mu_y(t=0) = \mu_y(0), \quad (1.2.13)$$

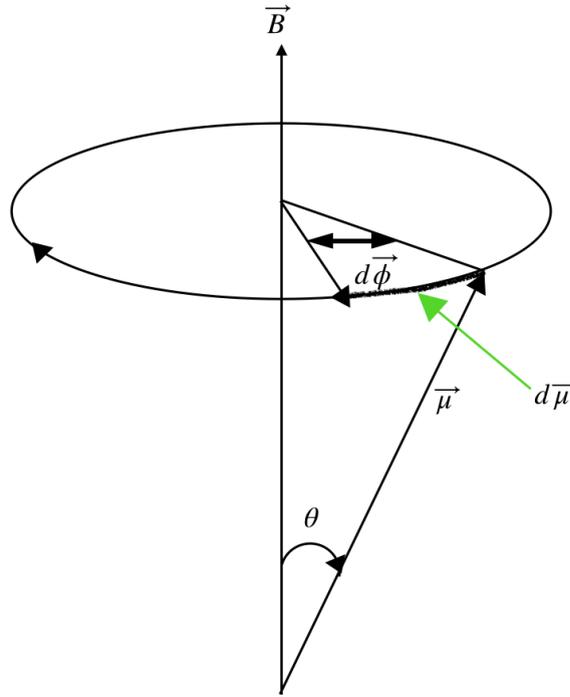


Figura 1.2.1: Representación de la precesión del momento magnético alrededor del eje de campo magnético estático [16].

$$\mu_z(t=0) = \mu_z(0). \quad (1.2.14)$$

Las soluciones finales son:

$$\mu_x(t) = \mu_x(0) \cos \omega_0 t + \mu_y(0) \sin \omega_0 t, \quad (1.2.15)$$

$$\mu_y(t) = \mu_y(0) \cos \omega_0 t - \mu_x(0) \sin \omega_0 t, \quad (1.2.16)$$

$$\mu_z(t) = \mu_z(0). \quad (1.2.17)$$

El desarrollo de la solución se expone en el apéndice A. En las soluciones se observa una precesión con respecto al eje z . Es común hacer la analogía del efecto generado por este campo al de un trompo que gira e intenta alinearse con el campo gravitacional, el espín de igual forma precesará alrededor de la dirección del campo magnético \vec{B}_0 como en la figura 1.2.1.

ECUACIÓN DE LARMOR.

El cambio instantáneo en la dirección del momento magnético es descrito por la rotación sobre \vec{B}_0 y entonces el cambio con el tiempo usando (1.2.8),

$$d\vec{\mu} = \gamma \vec{\mu} \times \vec{B} dt,$$

usando $|\vec{a} \times \vec{b}| = ab \sin \alpha$ su magnitud será;

$$|d\vec{\mu}| = \gamma |\vec{\mu} \times \vec{B}| dt = \gamma \mu B \sin \theta dt, \quad (1.2.18)$$

por otro lado usando la geometría de la configuración con el campo [figura 1.2.1], tendremos que la magnitud del vector de momento angular será:

$$|d\vec{\mu}| = \mu \sin\theta |d\phi|, \quad (1.2.19)$$

igualando (1.2.18) y (1.2.19),

$$\gamma\mu B \sin\theta dt = \mu \sin\theta |d\phi|,$$

y recordando que la velocidad angular es:

$$\omega = \left| \frac{d\phi}{dt} \right|,$$

se encuentra la conocida frecuencia de Larmor:

$$\omega = \left| \frac{d\phi}{dt} \right| = \gamma B, \quad (1.2.20)$$

la frecuencia de precesión de los núcleos de H. Se considera el conjunto de momentos magnéticos locales por unidad de volumen a través del llamado vector de magnetización $\vec{M}(\vec{r}, t)$. El volumen considerado será tal que sea lo suficientemente pequeño para que podamos considerar homogéneo el campo magnético externo \vec{B}_0 pero suficientemente grande para considerar un número grande de protones, este volumen es justo el de un voxel de volumen V , entonces la magnetización es:

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i, \quad (1.2.21)$$

con i -ésimos protones contenidos en V y llamados espines isocromáticos entendidos como el ensamble de espines que comparten la misma fase.

MARCO DE REFERENCIA ROTANTE

La descripción de la precesión de los espines contenidos en el vector de magnetización se simplifica si se considera desde un sistema de referencia que rote con la frecuencia de precesión (frecuencia de Larmor) del vector de magnetización $\vec{M}(\vec{r}, t)$. Este es el sistema de referencia rotante y contempla el giro sobre la alineación del campo \vec{B}_0 [27].

El marco de referencia de laboratorio (MRL) es definido con respecto a la alineación del campo magnético estático y el marco de referencia rotante (MRR) es descrito desde el eje z o como llamaremos en adelante el eje longitudinal.

En el MRR, la precesión de los espines parece no moverse y por está razón es ampliamente usado para describir: la precesión o inclinación del vector de magnetización, el campo de radiofrecuencia (RF), el campo magnético estático (\vec{B}_0) y la interacción con los momentos magnéticos.

Tomamos los ejes primados x', y', z' como los tres ejes ortogonales en el marco de referencia rotante y x, y, z los ejes correspondientes al marco de referencia de laboratorio.

El respectivo vector dependiente del tiempo será:

$$\vec{p}'(t) = p_{x'}(t)\hat{x}' + p_{y'}(t)\hat{y}' + p_{z'}(t)\hat{z}', \quad (1.2.22)$$

y el mismo vector escrito desde el marco de referencia rotante;

$$\vec{p}(t) = p_x(t)\hat{x} + p_y(t)\hat{y} + p_z(t)\hat{z}, \quad (1.2.23)$$

donde por supuesto, ya que el marco de referencia rota sobre el eje z (Figura 1.2.2), tenemos:

$$z' = z,$$

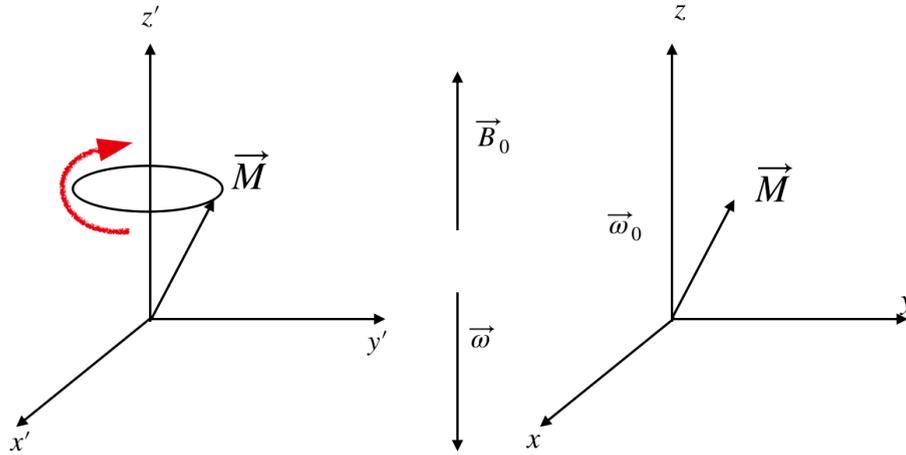


Figura 1.2.2: Representación del sistema de referencia de la precesión del espín en marco de Laboratorio en la imagen de la derecha y en la izquierda el marco Rotante [27].

los vectores unitarios en la dirección del eje z son iguales en ambos marcos de referencia. Podemos expresar entonces una relación entre ambos marcos de referencia usando una matriz de rotación en el sentido horario \mathfrak{R} siguiente;

$$\vec{p} = \mathfrak{R}\vec{p}',$$

$$\mathfrak{R}(-\omega_0 t) = \begin{pmatrix} \cos \omega_0 t & \sin \omega_0 t & 0 \\ -\sin \omega_0 t & \cos \omega_0 t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.2.24)$$

con $\mathfrak{R}^{-1} = \mathfrak{R}^T$. Tomando la derivada temporal de (1.2.22) se obtiene una útil relación de la velocidad de cambio del vector de magnetización:

$$\left(\frac{d\vec{p}}{dt}\right)_{lab} = \left(\frac{d\vec{p}}{dt}\right)_{rot} + \vec{\Omega} \times \vec{p}(t), \quad (1.2.25)$$

con

$$\vec{\Omega} = -\omega \hat{z}, \quad (1.2.26)$$

el vector de velocidad angular rotacional. Consideramos un conjunto de espines \vec{M} que precesan con la misma fase y frecuencia ($\omega = \gamma B_0$) al rededor del campo magnético B_0 en el marco de referencia de laboratorio:

$$\left(\frac{d\vec{M}}{dt}\right)_{lab} = \vec{M} \times (\omega \hat{z}). \quad (1.2.27)$$

Aplicando (1.2.25) a \vec{M} se obtiene la expresión en el campo de referencia de rotación:

$$\left(\frac{d\vec{M}}{dt}\right)_{rot} = \left(\frac{d\vec{M}}{dt}\right)_{lab} - \vec{\Omega} \times \vec{M}, \quad (1.2.28)$$

donde de la (1.2.25)

$$\left(\frac{d\vec{M}}{dt}\right)_{lab} = \vec{M} \times \vec{\Omega} = \omega(M_y \hat{x}' - M_x \hat{y}')$$

y

$$\vec{\Omega} \times \vec{M} = \omega_0(M_y \hat{x}' - M_x \hat{y}')$$

la velocidad de cambio del vector de magnetización es:

$$\left(\frac{d\vec{M}}{dt}\right)_{rot} = (\omega - \omega_0)\vec{M} \times \hat{z}, \quad (1.2.29)$$

de la ecuación (1.2.29) es evidente la simplificación al elegir $\omega = \omega_0$:

$$\left(\frac{d\vec{M}}{dt}\right)_{rot} = 0. \quad (1.2.30)$$

Se introduce un segundo campo magnético de radiofrecuencia denotado por $\vec{B}_1(t)$ con dependencia temporal y frecuencia ω_{rf} . Este campo excita a la familia de espines y los lleva al plano transversal (plano xy), lugar donde se capta la variación en el campo magnético durante el desfase de los espines y con esto se genera una señal o voltaje (*fem*) que es captado por la bobina receptora. Este campo en el marco de referencia de laboratorio es igual a:

$$\vec{B}_1(t) = B_1(t) \cos(\omega_{rf}t) \hat{x}' - B_1(t) \sin(\omega_{rf}t) \hat{y}'. \quad (1.2.31)$$

Usando una matriz de rotación en sentido antihorario \mathfrak{R} igual a:

$$\mathfrak{R}(\omega_0 t) = \begin{pmatrix} \cos \omega_0 t & -\sin \omega_0 t & 0 \\ \sin \omega_0 t & \cos \omega_0 t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.2.32)$$

el vector de magnetización en el marco de referencia de Laboratorio es escrito en términos del campo de radiofrecuencia como:

$$B_{1,i}(t) = \mathfrak{R} B_{1,i'}(t),$$

con $i = x', y', z'$. De igual forma en el marco de referencia rotante se tiene que la frecuencia angular ω_0 es igual a la de radiofrecuencia ω_{rf}

$$\begin{bmatrix} B_{1,x}(t) \\ B_{1,y}(t) \\ B_{1,z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega_0 t & -\sin \omega_0 t & 0 \\ \sin \omega_0 t & \cos \omega_0 t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1(t) \cos \omega_{rf} t \\ -B_1(t) \sin \omega_{rf} t \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} B_{1,x}(t) \\ B_{1,y}(t) \\ B_{1,z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO DEL VECTOR DE MAGNETIZACIÓN.

Para describir el movimiento de la densidad de momentos magnéticos contenidos en $\vec{M}(\vec{r}, t)$ se toma la derivada temporal [16],

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \frac{1}{V} \sum_i \frac{d\vec{\mu}_i}{dt}, \quad (1.2.33)$$

usando (1.2.8) en la que no se considera la interacción entre protones,

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma \vec{M} \times \vec{B}_{ext}, \quad (1.2.34)$$

se obtiene,

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \frac{1}{V} \sum_i \left[\gamma \vec{\mu}_i \times \vec{B} \right] = \frac{\gamma}{V} \sum_i \vec{\mu}_i \times \vec{B}_{ext}, \quad (1.2.35)$$

es conveniente hacer el análisis de la magnetización a través de sus componentes paralela $M_{paralela}$ con alineación en la dirección del campo magnético externo $\vec{B}_{ext} = B_0 \hat{z}$ y perpendicular M_{\perp} es decir:

$$M_{paralela} = M_z, \quad (1.2.36)$$

$$\vec{M}_\perp = M_x \hat{x} + M_y \hat{y}, \quad (1.2.37)$$

Para conocer la evolución de estas componentes en el tiempo se toma la derivada temporal:

$$\frac{dM_{paralela}}{dt} = \frac{dM_z}{dt} = \gamma M_z \hat{z} \times B_0 \hat{z} = 0, \quad (1.2.38)$$

la componente M_z es paralela con la dirección del campo magnético externo, por lo tanto el producto cruz de la ecuación de Bloch que describe el movimiento se anula, es decir en equilibrio no tendremos cambios en la componente paralela. Ahora para la magnetización transversal,

$$\begin{aligned} \frac{dM_\perp}{dt} &= \gamma [M_x \hat{x} + M_y \hat{y}] \times B_0 \hat{z} = \\ &= -\gamma M_x B_0 \hat{y} + \gamma M_y B_0 \hat{x} = \\ \frac{dM_\perp}{dt} &= \gamma \vec{M}_\perp \times \vec{B}_0, \end{aligned} \quad (1.2.39)$$

donde recordamos que el campo \vec{B}_0 es el campo externo. Se observa que aquí se presenta un movimiento o cambio en las componentes del plano xy con respecto del tiempo, esto demuestra la precesión de los espines en el equilibrio.

1.3. ENERGÍA DE UN MOMENTO DIPOLAR MAGNÉTICO EN CAMPO MAGNÉTICO EXTERNO.

Cuando un dipolo magnético cambia su orientación al estar presente un campo magnético externo, éste realiza trabajo sobre el dipolo y se produce un cambio en la energía potencial.

La expresión de la energía potencial U se obtiene de simetría en las interacciones bipolares eléctricas y magnéticas [20]. La energía potencial correspondiente a un dipolo eléctrico es: $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$ y por lo tanto la energía potencial del dipolo magnético por analogía con el dipolo eléctrico es:

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}, \quad (1.3.1)$$

donde \vec{B} es el campo magnético externo que actúa sobre el dipolo. La forma de la energía en términos del producto interno demuestra que la magnetización transversal se anula y la componente paralela se alinea con el campo magnético externo para alcanzar su estado de mínima energía, es decir que obtenga su estado de equilibrio (si la energía puede ser transferida) cuando la magnetización sea paralela al campo:

$$U_M = -\vec{M} \cdot \vec{B},$$

en este caso, el campo definido con \vec{B}_0 :

$$U_M = -M_{paralela} B_0, \quad (1.3.2)$$

dado que los protones se consideran en contacto térmico con la red de átomos cercanos, el movimiento térmico presente en la red explica cualquier cambio en la red de espines y por lo tanto en ese *reservorio* de temperatura el valor en equilibrio obedece la dependencia de Curie con la temperatura absoluta T y el campo magnético externo [16]:

$$M_0 = C \frac{B_0}{T}, \quad (1.3.3)$$

con C la constante de Curie y T la temperatura.

INTERACCIÓN ESPÍN-RED

La ecuación de movimiento considerando la introducción de un segundo campo de radiofrecuencia se analiza a continuación. A la suma de espines en equilibrio se añade un campo de radiofrecuencia que es dependiente del tiempo y tiene la frecuencia de Larmor, por está razón entran en resonancia y ganan energía.

RECUPERACIÓN T_1

Una vez que el pulso de RF se deja de aplicar, la familia de espines cede su energía a los alrededores, resultado de la interacción de los espines con la red de átomos cercanos.

Cuánto cambie la magnetización en equilibrio ($M_0\hat{z}$) depende del tiempo e intensidad del pulso, cuanto mayor sea veremos una razón más grande de cambio, es decir:

$$\frac{dM_z}{dt} \propto M_0 - M_z,$$

con M_0 la magnetización en equilibrio y M_z la componente de la magnetización en z.

La constante de proporcionalidad que hace posible esta expresión se encuentra experimentalmente y se conoce como tiempo relajación espín-red o T_1 y representa el inverso del tiempo de la razón de crecimiento y entonces la magnetización en z es:

$$\frac{dM_z}{dt} = \frac{1}{T_1}(M_0 - M_z), \quad (1.3.4)$$

cuyo valor va desde decenas y hasta miles de milisegundos para protones en humanos.

Resolviendo (1.3.4)

$$\begin{aligned} \frac{dM_z}{dt} &= \frac{1}{T_1}M_0 - \frac{1}{T_1}M_z \\ \frac{dM_z}{dt} + \frac{1}{T_1}M_z &= \frac{M_0}{T_1}, \end{aligned} \quad (1.3.5)$$

si se multiplica (1.3.5) por la exponencial $e^{\frac{t}{T_1}}$

$$\frac{dM_z}{dt}e^{\frac{t}{T_1}} + \frac{1}{T_1}M_ze^{\frac{t}{T_1}} = \frac{M_0}{T_1}e^{\frac{t}{T_1}}, \quad (1.3.6)$$

entonces el primer miembro se puede factorizar usando:

$$\frac{d}{dt} \left(M_ze^{\frac{t}{T_1}} \right) = \frac{dM_z}{dt}e^{\frac{t}{T_1}} + \frac{1}{T_1}M_ze^{\frac{t}{T_1}},$$

en (1.3.6),

$$\frac{d}{dt} \left(M_ze^{\frac{t}{T_1}} \right) = \frac{M_0}{T_1}e^{\frac{t}{T_1}} \quad (1.3.7)$$

Integrando ambos miembros en la variable temporal;

$$\begin{aligned} \int \frac{d}{dt} \left(M_ze^{\frac{t}{T_1}} \right) &= \int \frac{M_0}{T_1}e^{\frac{t}{T_1}} dt \\ M_ze^{\frac{t}{T_1}} + M_z(0) &= T_1 \frac{M_0}{T_1}e^{\frac{t}{T_1}} + M(0), \end{aligned}$$

despejando M_z y usando $M(0) = M_0$:

$$M_z = M_0 + M_0e^{-\frac{t}{T_1}} - M_z(0)e^{-\frac{t}{T_1}}$$

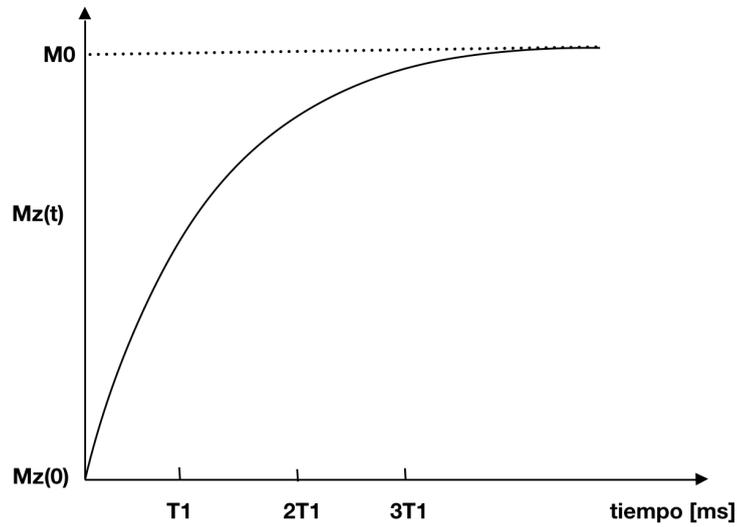


Figura 1.3.1: Recuperación de la magnetización longitudinal [16].

$$M_z(t) = M_0(1 - e^{-\frac{t}{T_1}}) + M_z(0)e^{-\frac{t}{T_1}}, \quad (1.3.8)$$

podemos ver la recuperación de la magnetización longitudinal en la figura 1.3.1.

DECAIMIENTO \$T_2\$

Después del pulso de RF, los espines se encuentran en el plano transversal, se apaga el pulso y resultado de la interacción entre espines, surge un desfase en el plano transversal lo que claramente genera una disminución en la componente del vector de magnetización (ver figura 1.3.2) transversal modificando la ecuación (1.2.39) a la cual se agrega un término de decaimiento conocido como relajación espín-espín o \$T_2\$ y el cual al igual que el tiempo \$T_1\$ es obtenido de manera empírica:

$$\frac{d\vec{M}_\perp}{dt} = \gamma \vec{M}_\perp \times \vec{B}_{ext} - \frac{1}{T_2} \vec{M}_\perp, \quad (1.3.9)$$

cuando trasladamos esta expresión al marco de referencia de rotación esta expresión se modifica como:

$$\left(\frac{d\vec{M}'_\perp}{dt} \right)' = -\frac{1}{T_2} \vec{M}'_\perp,$$

$$\frac{d\vec{M}'_\perp}{dt} = -\frac{1}{T_2} \vec{M}'_\perp,$$

reordenamos igual que antes las variables,

$$\frac{d\vec{M}'_\perp}{\vec{M}'_\perp} = -\frac{1}{T_2} dt,$$

integrando:

$$\int \frac{d\vec{M}'_\perp}{\vec{M}'_\perp} = -\frac{1}{T_2} \int dt,$$

$$\ln \vec{M}'_\perp = -\frac{t}{T_2} + C,$$

aplicamos la función exponencial a ambos lados:

$$\vec{M}'_\perp(t) = e^{-\frac{t}{T_2} + C},$$

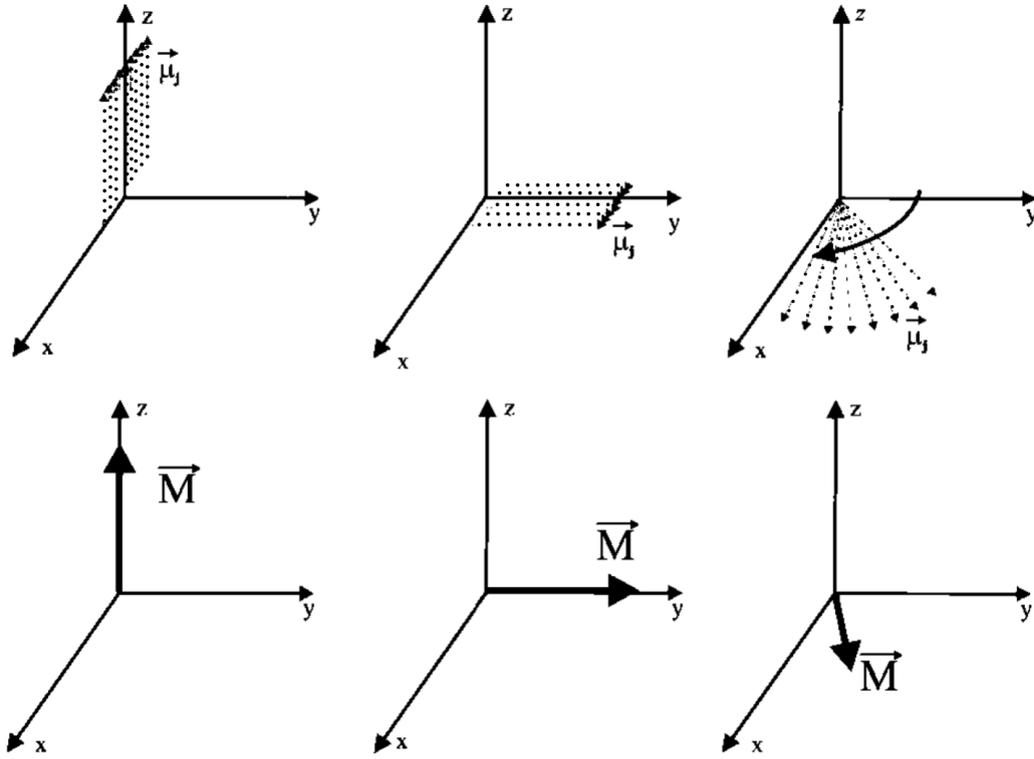


Figura 1.3.2: En la fila superior podemos ver el conjunto de espines en equilibrio, aplicación del pulso de RF ($\pi/2$) que lo lleva al plano transversal y un momento después de dejar de aplicarlo desde el marco de referencia de laboratorio. La fila inferior muestra el mismo esquema desde el marco de referencia de rotación, se puede ver cómo el desfase de espines que vemos desde el marco de laboratorio genera una disminución de la componente de la magnetización transversal [16].

$$\vec{M}'_{\perp}(t) = e^C e^{-\frac{t}{T_2}},$$

con $e^C = \vec{M}'_{\perp}(0)$ la condición inicial, obtenemos la razón de cambio de la componente transversal en el marco de referencia de rotación:

$$\vec{M}'_{\perp}(t) = \vec{M}'_{\perp}(0) e^{-\frac{t}{T_2}}. \quad (1.3.10)$$

Para ilustrar el avance en tiempo de la pérdida de la magnetización transversal en (1.3.10) podemos ver la figura 1.3.3. Comparando los tiempos T_1 y T_2 observamos que debido a que el tiempo T_2 incluye el desfase de los espines, la pérdida de energía es más rápida y por lo tanto T_2 es más pequeño i.e.:

La magnitud de los valores para estos tiempos se puede ver la tabla 1.3.1.

Producto de la inhomogeneidad del campo magnético se introduce el llamado tiempo T_2^* , el cual contempla dos tipos de gradiente de campo, cambios en el campo externo y cambios en el campo interno debida a la interacción de los espines. El recíproco de T_2^* se define como:

$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_2'} \quad (1.3.11)$$

con $\frac{1}{T_2}$ debido a la inhomogeneidad en campo por la relajación espín-espín y $\frac{1}{T_2'}$ debido a la inhomogeneidad del campo magnético externo.

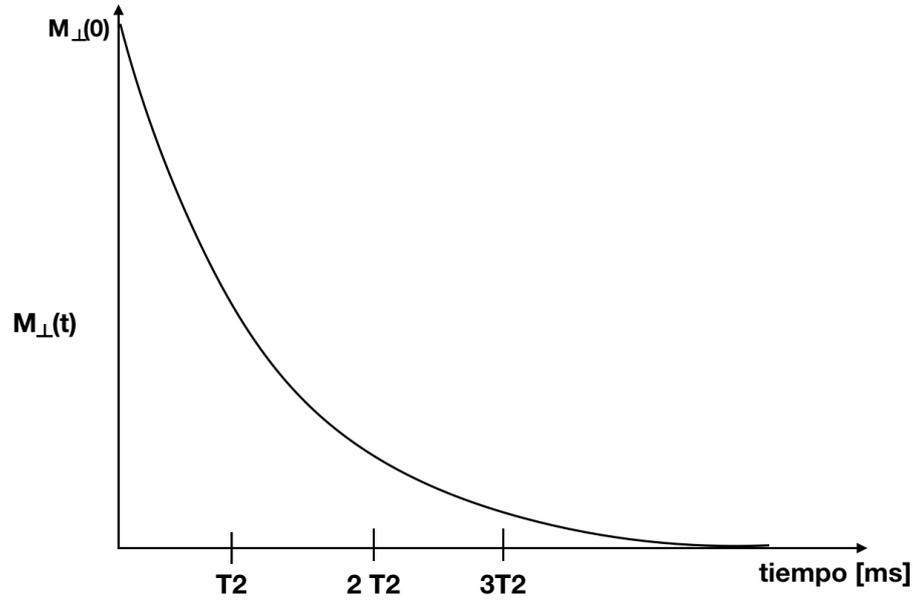


Figura 1.3.3: Evolución en el tiempo de la pérdida de la magnetización transversal [16].

$$\frac{1}{T_2} > \frac{1}{T_1}$$

$$T_1 > T_2$$

1.4. ECUACIÓN DE BLOCH DESPUÉS DE LA EMISIÓN DE UN PULSO DE RADIOFRECUENCIA

Ahora podemos escribir la forma de la ecuación de Bloch en la que contemplamos los dos tipos de relajación después de aplicar un campo de RF:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma\vec{M} \times \vec{B}_{ext} + \frac{1}{T_1}(M_0 - M_z)\hat{z} - \frac{1}{T_2}\vec{M}_{\perp}, \quad (1.4.1)$$

obtenemos las componentes de la ecuación de Bloch (1.4.1) al hacer el producto cruz e igualando componentes:

$$\frac{dM_z}{dt} = \frac{1}{T_1}(M_0 - M_z)\hat{z}, \quad (1.4.2)$$

$$\frac{dM_x}{dt} = \omega_0 M_y - \frac{M_x}{T_2}, \quad (1.4.3)$$

$$\frac{dM_y}{dt} = -\omega_0 M_x - \frac{M_y}{T_2}, \quad (1.4.4)$$

De la primera ecuación tenemos justo las soluciones obtenidas antes en (1.3.10), para las ecuaciones (1.4.3) y (1.4.4) se propone el cambio de variable $M_x = m_x e^{-\frac{t}{T_2}}$ y $M_y = m_y e^{-\frac{t}{T_2}}$ con las que se obtienen ecuaciones similares a las resueltas anteriormente en (10.0.3) y (10.0.4), las soluciones completas son:

$$M_x(t) = e^{-\frac{t}{T_2}} \left[M_x(0) \cos \omega_0 t + M_y(0) \sin \omega_0 t \right], \quad (1.4.5)$$

TEJIDO	T1 (ms)	T2 (ms)
Materia gris	950	100
Materia blanca	600	80
Músculo	900	50
Fluido cerebrospinal	4500	2200
Grasa	250	60
Sangre	1200	100 - venas 200 - arterias

Cuadro 1.3.1: Tabla comparativa para los tiempos de relajación en diferentes tejidos [16].

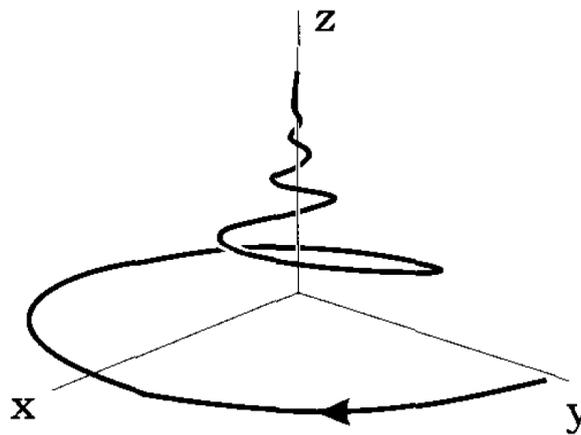


Figura 1.4.1: Esquema gráfico de la pérdida de magnetización transversal y ganancia de la magnetización longitudinal, restableciendo el equilibrio [16].

$$M_y(t) = e^{-\frac{t}{T_2}} \left[M_y(0) \cos \omega_0 t - M_x(0) \sin \omega_0 t \right], \quad (1.4.6)$$

$$M_z(t) = M_z(0) e^{-\frac{t}{T_1}} + M_0 (1 - e^{-\frac{t}{T_1}}), \quad (1.4.7)$$

ecuaciones en las que podemos ver que para tiempos muy grandes recuperamos las componentes en equilibrio, es decir:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (M_x(t)) = 0, \quad (1.4.8)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (M_y(t)) = 0, \quad (1.4.9)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (M_z(t)) = M_0, \quad (1.4.10)$$

en equilibrio nos queda solo la magnetización en z como antes. De las soluciones también observamos que los términos periódicos en las funciones seno y coseno son los que describen la precesión y el factor de decaimiento viene dado por el valor de las constantes de relajación T_1 y T_2 (ver figura 1.4.1).

1.5. DESCRIPCIÓN CUÁNTICA DE LA PRECESIÓN.

Desde el marco de la mecánica cuántica, la naturaleza del comportamiento del momento angular de los núcleos de ^1H en presencia de un campo magnético externo \vec{B} , se representa a través de sus valores esperados, la precesión de los espines de los protones de ^1H como se desarrollo antes en el marco de la mecánica clásica.

Se inicia la descripción del comportamiento de espín en presencia de campo magnético e interacciones, se introducirá entonces la ecuación de Schrödinger y se evaluará el valor esperado del momento magnético de espín.

CONTEXTO HISTÓRICO

Entre 1921 (O.Stern en Frankfurt) y 1922 (W. Gerlach) se llevó a cabo un experimento que reveló resultados que cambiarían la concepción de la mecánica clásica [22].

Átomos de plata (Ag) fueron colocados en un horno, los átomos podían salir por un pequeño agujero en el horno y eran directamente colimados hacia un par de imanes que generaban un campo magnético inhomogéneo.

Basados en la configuración electrónica de los átomos de Ag^{47} [23], el momento magnético medido es debido solamente al espín intrínseco de un solo electrón, el 47° (5s) [22] por lo que se deduce:

$$\vec{\mu} \propto \vec{S}, \quad (1.5.1)$$

es decir, **el momento magnético del átomo $\vec{\mu}$ es proporcional al espín del electrón \vec{S}** . La energía de interacción del momento magnético con el campo magnético es $-\vec{\mu} \cdot \vec{B}$, la componente z de la fuerza experimentada por el átomo está dada por:

$$F_z = \frac{\partial}{\partial z} (\vec{\mu} \cdot \vec{B}) \approx \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z}, \quad (1.5.2)$$

entonces el aparato de Stern-Gerlach mide la componente z de $\vec{\mu}$ o equivalentemente la componente \vec{S} por un factor de proporcionalidad. Ya que los átomos en el horno tienen una orientación aleatoria, se esperaría que los valores de μ_z estén entre $|\mu|$ y $-|\mu|$, pero el resultado experimental observa solo dos orientaciones, este fenómeno se reconoce como espacio de cuantización según la teoría cuántica, es decir, el espín del electrón \vec{S} solo tiene dos posibles valores en la componente z , S_{z+} y S_{z-} (ver figura 1.5.1). Los dos posibles valores multiplicados por la unidad fundamental de momento angular $S_z = \frac{\hbar}{2}$ y $-\frac{\hbar}{2}$ con $\hbar = 1.0546 \times 10^{-27} \text{ erg s} = 6.5822 \times 10^{-16} \text{ eV s}$ [22]. Esta cuantización del momento angular del electrón fue la primera deducción importante del experimento de Stern-Gerlach.

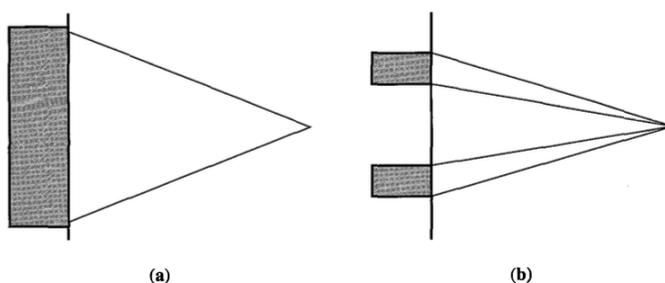


Figura 1.5.1: a) la predicción clásica, b) el resultado observado en el experimento de Stern-Gerlach [22].

De la teoría clásica del electromagnetismo, un momento dipolar magnético orbital es generado con el movimiento orbital de una partícula de carga q :

$$\vec{\mu}_L = \frac{q}{2mc} \vec{L},$$

con \vec{L} el momento angular orbital de la partícula, m la masa y c la velocidad de la luz [23]. El haz de átomos de Ag es dirigido hacia el campo magnético en la dirección z , está es una dirección arbitraria, se podría elegir el eje x o y .

El espín es un observable que es representado por un operador y el cual puede actuar sobre kets de estado y es definido como:

$$\vec{S} = S_x \hat{x} + S_y \hat{y} + S_z \hat{z}. \quad (1.5.3)$$

En mecánica cuántica un estado físico es representado con un vector de estado en el espacio de Hilbert a través de un ket $|\alpha\rangle$ y su dual o bra $\langle\alpha|$ según la notación de Dirac. Se define así, el producto escalar (ϕ, ψ) como $\langle\phi|\psi\rangle$ [23].

En el experimento de Stern-Gerlach y en general para los sistemas de espín $\frac{1}{2}$, el resultado que se encontró para el operador \vec{S} con alineación del campo magnético en la dirección \hat{z} es:

$$S_z |S_z; +\rangle = \frac{\hbar}{2} |S_z; +\rangle, \quad (1.5.4)$$

$$S_z |S_z; -\rangle = -\frac{\hbar}{2} |S_z; -\rangle, \quad (1.5.5)$$

con $|S_z; \pm\rangle$ los eigenkets del operador S_z y $\pm\frac{\hbar}{2}$ sus respectivos eigenvalores, es decir el momento angular de espín está cuantizado. En adelante la notación para los kets de la base de S_z quedarán definidos simplemente con $|+\rangle$ y $|-\rangle$ cuya representación matricial se escribe como:

$$|+\rangle \doteq \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

que representa al espín *up* y es paralelo al campo magnético y además el espín *down* que es antiparalelo al campo:

$$|-\rangle \doteq \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

y cumplen según con la relación de completez la siguiente relación:

$$|+\rangle\langle+| + |-\rangle\langle-| = \mathbf{1}, \quad (1.5.6)$$

donde el $\mathbf{1}$ del lado derecho se entiende como la matriz identidad. Se define además el valor esperado de un operador con respecto a un estado $|\alpha\rangle$ como:

$$\langle A \rangle = \langle\alpha|A|\alpha\rangle, \quad (1.5.7)$$

o igual a:

$$\begin{aligned} \langle A \rangle &= \sum_{a'} \sum_{a''} \langle\alpha|a''\rangle \langle a''|A|a'\rangle \langle a'|\alpha\rangle, \\ \langle A \rangle &= \sum_{a'} a' |\langle a'|\alpha\rangle|^2. \end{aligned} \quad (1.5.8)$$

DINÁMICA CUÁNTICA

Se desea obtener información de la evolución temporal del operador de momento angular de espín de un estado inicial t_0 a un momento posterior, es decir, un estado:

$$|\alpha, t_0\rangle = |\alpha\rangle,$$

después de un tiempo t evoluciona a:

$$|\alpha, t_0; t\rangle,$$

$|\alpha\rangle$ un ket de estado que tiene un desplazamiento de t_0 a t . Dicha acción es resuelta por el operador de evolución temporal $\mathcal{U}(t, t_0)$:

$$|S_z, t_0; t\rangle = \mathcal{U}(t, t_0) |S_z, t_0\rangle. \quad (1.5.9)$$

ECUACIÓN DE SCHRÖDINGER

La ecuación diferencial para el operador de evolución temporal $\mathcal{U}(t, t_0)$ escrita como:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{U}(t, t_0) = H \mathcal{U}(t, t_0), \quad (1.5.10)$$

la llamada ecuación de Schrödinger para el operador de evolución temporal [22]. Ya que $|\alpha, t_0\rangle$ no dependen de t , entonces:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\alpha, t_0; t\rangle = H |\alpha, t_0; t\rangle, \quad (1.5.11)$$

Las soluciones de (1.5.11) están sujetas a la dependencia temporal del operador Hamiltoniano. El Hamiltoniano para el momento magnético de espín interactuando en un campo magnético estático es un ejemplo en el cual el Hamiltoniano no depende del tiempo y la solución en ese caso será:

$$\mathcal{U}(t, t_0) = \exp\left[\frac{-iH(t-t_0)}{\hbar}\right]. \quad (1.5.12)$$

Para conocer el efecto del operador de evolución temporal, ahora encontramos los eigenkets de energía, es decir encontraremos el operador que conmute con el Hamiltoniano de la forma:

$$[A, H] = 0. \quad (1.5.13)$$

Para conocerlo hablaremos de la energía en nuestro sistema. El operador Hamiltoniano del momento magnético para sistemas de espín $\frac{1}{2}$, en nuestro caso el del protón de H, inmerso en campo magnético \vec{B} es similar a la expresión de la energía clásica (1.3.2):

$$H = -\gamma \vec{S} \cdot \vec{B}, \quad (1.5.14)$$

considerando un campo magnético homogéneo en la dirección del eje z , al realizar el producto punto en (1.5.14) con el campo $\vec{B} = B_0 \hat{z}$ los dos posibles estados del momento angular de espín m_s es igual a:

$$H = -\gamma B_0 S_z = -\gamma m_s \hbar B_z, \quad (1.5.15)$$

donde $\omega = \gamma B_0$ es la frecuencia de precesión de Larmor y

$$m_s = \pm \frac{1}{2},$$

con $\frac{1}{2}$ el espín paralelo al campo y $-\frac{1}{2}$ el espín antiparalelo y entonces el Hamiltoniano del sistema es:

$$H = \omega S_z, \quad (1.5.16)$$

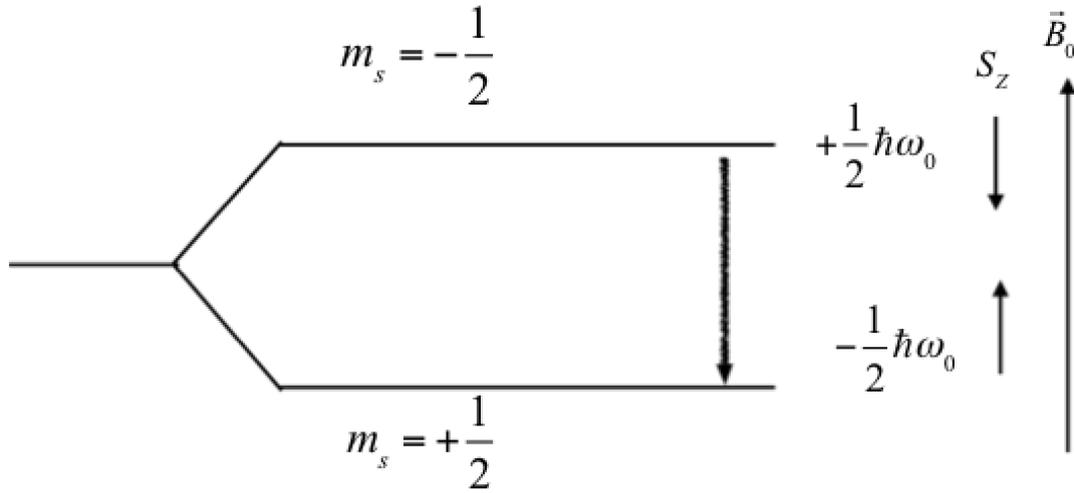


Figura 1.5.2: Efecto Zeeman, se aprecia el desdoblamiento de los niveles de energía para un sistema de espín semientero. a) es espín antiparalelo al campo magnético externo es el de más alta energía, b) el espín paralelo está en el estado de menor energía. La flecha indica la transición de un estado de mayor energía a uno más bajo mediante la emisión de un fotón [16].

Los eigenestados S_z son también eigenestados de energía con eigenvalores:

$$E_{\pm} = \mp \gamma B_0,$$

para los estados de S_z $|+\rangle$ y $|-\rangle$. El fenómeno es claramente visualizado en el conocido efecto Zeeman [21] en el que surge un desdoblamiento de los niveles de energía en presencia de un campo magnético externo como se visualiza en la figura 1.5.2. Es decir, tenemos un diferencial de energía que es igual a:

$$\begin{aligned} \Delta E &= E(m_s = -\frac{1}{2}) - E(m_s = \frac{1}{2}) \\ &= \frac{1}{2} \gamma \hbar B_0 - (-\frac{1}{2} \gamma \hbar B_0) \\ &= \gamma \hbar B_0, \end{aligned}$$

recordando la relación de la frecuencia de Larmor $\omega_0 = \gamma B_0$,

$$\Delta E = \omega_0 \hbar. \quad (1.5.17)$$

Regresando a la aplicación del operador de evolución sobre Hamiltoniano (1.5.16) del sistema se sustituye en la expresión del operador de evolución temporal (1.5.12) con $t_0 = 0$:

$$\mathcal{U}(t, t_0) = \exp\left(\frac{-i\omega S_z t}{\hbar}\right). \quad (1.5.18)$$

PRECESIÓN.

La probabilidad de que el estado (1.5.9) se encuentre en alguna de las tres componentes del operador de espín \vec{S} es:

$$|\langle S_i | \alpha, t_0 : t \rangle|^2, \quad (1.5.19)$$

con $i = x, y, z$, tales estados son:

$$|S_x; \pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |+\rangle \pm \frac{1}{\sqrt{2}} |-\rangle, \quad (1.5.20)$$

$$|S_y; \pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |+\rangle \pm \frac{i}{\sqrt{2}} |-\rangle, \quad (1.5.21)$$

$$|S_z; \pm\rangle = \pm \left(\frac{\hbar}{2}\right) |\pm\rangle, \quad (1.5.22)$$

con su correspondiente bra dado como:

$$\langle S_x; \pm| = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle +| \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \langle -|, \quad (1.5.23)$$

$$\langle S_y; \pm| = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle +| \pm \frac{i}{\sqrt{2}} \langle -|, \quad (1.5.24)$$

$$\langle S_z; \pm| = \pm \left(\frac{\hbar}{2}\right) \langle \pm|, \quad (1.5.25)$$

el ket correspondiente a un estado un tiempo posterior t calculado al aplicar (1.5.18) en un ket de estado inicial α es:

$$|\alpha, t_0; t\rangle = c_+ \exp\left(\frac{-i\omega t}{2}\right) |+\rangle + c_- \exp\left(\frac{-i\omega t}{2}\right) |-\rangle, \quad (1.5.26)$$

donde las constantes para S_x están dadas por:

$$c_+ = c_- = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (1.5.27)$$

así la probabilidad de encontrar el estado S_x en un estado $(|+\rangle)$ un tiempo posterior t será:

$$\begin{aligned} |\langle S_x + | \alpha, t_0 = 0 : t \rangle|^2 = & \left| \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \langle +| + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \langle -| \right] \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \exp\left(\frac{-i\omega t}{2}\right) |+\rangle + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \exp\left(\frac{+i\omega t}{2}\right) |-\rangle \right] \right|^2 = \\ & \left| \left[\frac{1}{2} \exp\left(\frac{-i\omega t}{2}\right) \langle +|+\rangle \right] + \left[\frac{1}{2} \exp\left(\frac{+i\omega t}{2}\right) \langle +|-\rangle \right] + \right. \\ & \left. \left[\frac{1}{2} \exp\left(\frac{-i\omega t}{2}\right) \langle -|+\rangle \right] + \left[\frac{1}{2} \exp\left(\frac{+i\omega t}{2}\right) \langle -|-\rangle \right] \right|^2 = \cos^2 \frac{\omega t}{2}, \end{aligned}$$

usando la propiedad de ortogonalidad $\langle \pm|\pm\rangle = 1$, $\langle +|-\rangle = 0$, $\langle -|+\rangle = 0$

$$\begin{aligned} \left| \frac{1}{2} \exp\left(\frac{-i\omega t}{2}\right) + \frac{1}{2} \exp\left(\frac{+i\omega t}{2}\right) \right|^2 = \\ \cos^2 \frac{\omega t}{2}. \end{aligned} \quad (1.5.28)$$

La probabilidad de encontrar el estado S_y en un estado $(|-\rangle)$ en un desplazamiento t_0 a t :

$$\begin{aligned}
|\langle S_y - |\alpha, t_0 = 0 : t \rangle|^2 = \\
\left| \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \langle + | - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \langle - | \right] \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \exp\left(\frac{-i\omega t}{2}\right) | + \rangle + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \exp\left(\frac{+i\omega t}{2}\right) | - \rangle \right] \right|^2 = \\
\left| \left[\frac{1}{2} \exp\left(\frac{-i\omega t}{2}\right) \langle + | + \rangle \right] + \left[\frac{1}{2} \exp\left(\frac{+i\omega t}{2}\right) \langle + | - \rangle \right] - \right. \\
\left. \left[\frac{1}{2} \exp\left(\frac{-i\omega t}{2}\right) \langle - | + \rangle \right] - \left[\frac{1}{2} \exp\left(\frac{+i\omega t}{2}\right) \langle - | - \rangle \right] \right|^2 = \sin^2 \frac{\omega t}{2},
\end{aligned}$$

usando la propiedad de ortogonalidad $\langle \pm | \pm \rangle = 1$, $\langle + | - \rangle = 0$, $\langle - | + \rangle = 0$

$$\begin{aligned}
\left| \frac{1}{2} \exp\left(\frac{-i\omega t}{2}\right) - \frac{1}{2} \exp\left(\frac{+i\omega t}{2}\right) \right|^2 = \\
\sin^2 \frac{\omega t}{2}. \tag{1.5.29}
\end{aligned}$$

El resultado comprueba que a pesar de que el espín tiene una orientación inicialmente en la dirección $x+$, rota debido al campo magnético y se obtiene una probabilidad de encontrar a S_x- en algún tiempo posterior t . Claramente debe cumplir con la propiedad de unitariedad del operador de evolución, es decir la suma de probabilidades debe ser igual a la unidad. Para S_z en (1.5.31) el valor de las constantes es igual a:

$$c_+ = 1 \qquad c_- = 0,$$

i.e. para un estado inicial en la orientación paralela al campo (espín-up) o S_z+ en el estado $|+\rangle$ en (1.5.31):

$$|\alpha, t_0; t\rangle = \exp\left(\frac{-i\omega t}{2}\right) |+\rangle, \tag{1.5.30}$$

después de un tiempo se mantiene en la dirección del campo paralela y en la dirección antiparalela como:

$$c_+ = 0 \qquad c_- = 1,$$

es decir el estado permanece inmutable un tiempo posterior t en (1.5.31):

$$|\alpha, t_0; t\rangle = \exp\left(\frac{-i\omega t}{2}\right) |-\rangle, \tag{1.5.31}$$

lo cual es lo esperado al ser un estado estacionario en la alineación z del campo magnético.

Para obtener el valor esperado se aplica (1.5.8) obteniendo:

$$\langle S_x \rangle = \left(\frac{\hbar}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\omega t}{2}\right) + \left(-\frac{\hbar}{2}\right) \sin^2\left(\frac{\omega t}{2}\right),$$

usando la identidad trigonométrica $\cos^2 a - \sin^2 a = \cos(2a)$ se obtiene para el valor esperado del operador S_x :

$$\langle S_x \rangle = \frac{\hbar}{2} \cos \omega t, \tag{1.5.32}$$

Entonces está cantidad oscila con frecuencia angular correspondiente a la diferencia de energía dividido por \hbar de acuerdo con (1.5.17), de igual forma se obtiene para S_y y S_z :

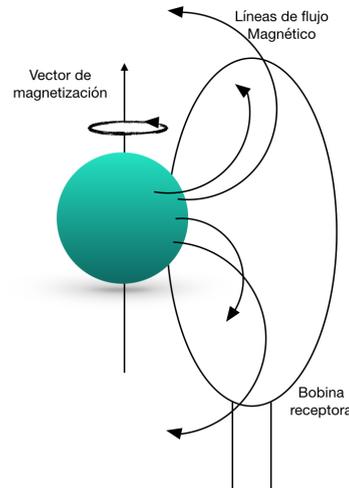


Figura 1.6.1: Representación de la familia de espines que con la suma de sus momentos magnéticos generan cambios de flujo magnético en la bobina receptora [16].

1.6. GENERACIÓN DE LA SEÑAL

El desfase gradual de la familia de espines induce una señal o voltaje (fem) en la bobina receptora debido al cambio del flujo magnético generado por los momentos magnéticos (figura 1.6.1) y es medida a partir de la ley de Inducción de Faraday:

$$fem = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (1.6.1)$$

donde Φ es el flujo magnético a través de la bobina e igual a:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}, \quad (1.6.2)$$

el cual es proporcional a las líneas de campo que atraviesan la bobina receptora.

Se obtendrá la expresión del flujo magnético que se presenta en el proceso de IRM.

Se tiene una densidad de corriente efectiva producto de la magnetización de una muestra de espines (que generan un campo magnético) y está dada por:

$$\vec{J}_M(\vec{r}, t) = \nabla \times \vec{M}(\vec{r}, t), \quad (1.6.3)$$

con $|\vec{J}_M(\vec{r}, t)|$ la carga por unidad de tiempo por unidad de área.

La expresión del campo magnético es obtenida a partir de la ecuación de Maxwell de no existencia de monopolos magnéticos [18] dada por:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (1.6.4)$$

utilizando la identidad vectorial,

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0, \quad (1.6.5)$$

comparando (1.6.4) con (1.6.5) entonces el campo magnético es obtenido como:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}, \quad (1.6.6)$$

por lo tanto para conocer el campo magnético es necesario encontrar la expresión del potencial vectorial \vec{A} . El potencial vectorial en la posición \vec{r} proveniente desde la fuente de corriente (1.6.3) es:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad (1.6.7)$$

los efectos debido al tiempo retardado entre la fuente y la posición en la que se hace la medición se ignoran. Sustituyendo el campo 1.6.6 en la expresión del flujo magnético (1.6.2),

$$\Phi_M = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S (\nabla \times \vec{A}) d\vec{S}, \quad (1.6.8)$$

cuya expresión se reescribe utilizando el teorema de Stokes;

$$\int d\vec{S} \cdot (\nabla \times \vec{a}) = \oint_S d\vec{l} \cdot \vec{a}, \quad (1.6.9)$$

que establece que la integral de superficie del producto interno entre el rotacional de una función vectorial arbitraria (\vec{a}) y su normal a la superficie es igual a la integral de línea de (\vec{a}) alrededor de una trayectoria cerrada sobre la frontera de la superficie. Así se puede reescribir (1.6.8) como:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S (\nabla \times \vec{A}) d\vec{S} = \oint d\vec{l} \cdot \vec{A}, \quad (1.6.10)$$

usando (1.6.3), (1.6.7), (1.6.10) e integrando por partes (donde el término de la superficie puede ser ignorado para fuentes finitas) y utilizando la identidad vectorial:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = -(\vec{A} \times \vec{C}) \cdot \vec{B}, \quad (1.6.11)$$

respectivamente nos dan la expresión para el flujo debido a la magnetización:

$$\begin{aligned} \Phi_M &= \oint d\vec{l} \cdot \left[\frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \frac{\nabla' \times \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right] \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \oint d\vec{l} \cdot \left[\left(\frac{-\nabla'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \times \right) \vec{M}(\vec{r}') \right] \\ \Phi_M &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \vec{M}(\vec{r}') \cdot \left[\nabla' \times \left(\oint \frac{d\vec{l}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \right], \end{aligned} \quad (1.6.12)$$

el potencial vectorial para una espira de corriente es:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3r' \frac{I d\vec{l}}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad (1.6.13)$$

comparando con la expresión del flujo (1.6.12) observamos que la integral de línea es de hecho el campo $\vec{B}_{captado}$, es decir el campo magnético por unidad de corriente que es producido en la bobina en el punto \vec{r} ,

$$\vec{B}_{captado} = \frac{\vec{B}(\vec{r}')}{I} = \nabla' \times \left[\frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right], \quad (1.6.14)$$

entonces finalmente la expresión para el flujo producido en resonancia magnética usando la expresión (1.6.14) es:

$$\Phi_M(t) = \int_{muestra} d^3r \vec{B}_{captado}(\vec{r}) \cdot \vec{M}(\vec{r}, t), \quad (1.6.15)$$

considerando la dependencia temporal [16].

LOCALIZACIÓN DE LA SEÑAL.

La manera de ubicar la región de la que proviene la señal es realizada a través de la codificación espacial utilizando gradientes de campo magnético. Estos modificadores del campo magnético principal actúan sobre las tres direcciones espaciales y son nombrados como: Selector de corte, selector de fase y selector

de frecuencia, los cuales varían linealmente la intensidad del campo en z , y y x , respectivamente. Con este procedimiento se obtiene una variación de la frecuencia de los espines dependiendo de la posición en la que se encuentren [26].

$$B(x,y,z) = B_0 + G_x \cdot x + G_y \cdot y + G_z \cdot z, \quad (1.6.16)$$

donde G_x , G_y y G_z , denotan los gradientes que modifican la intensidad. Cuando $x = 0$, $y = 0$ y $z = 0$, se está en el centro del orificio del imán. Estas variaciones son del orden de 4 Gcm^{-1} sobre el campo magnético [28] principal B_0 en las tres direcciones espaciales (ver figura 1.6.2 y 1.6.3).

El área del gradiente (gradiente de rampa, por ejemplo), es el producto de la amplitud del gradiente G y la duración t en que es aplicado. La fase de un conjunto de espines isocromáticos en algún instante dado es proporcional al área total del gradiente. Los gradientes hacen que la fase y la frecuencia de los espines dependa de la posición espacial de estos.

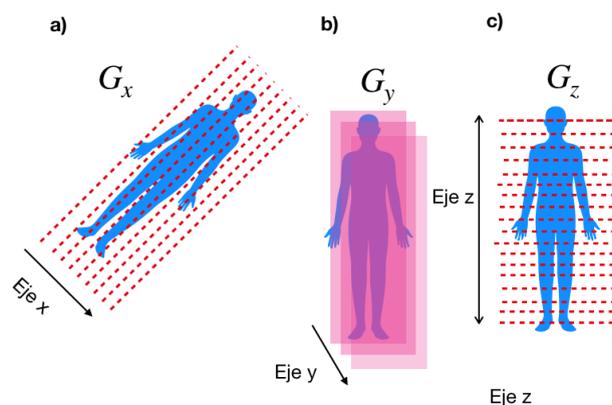


Figura 1.6.2: Esquema de los tres tipos de cortes en los gradientes de selector de frecuencia, fase y corte [29], respectivamente.

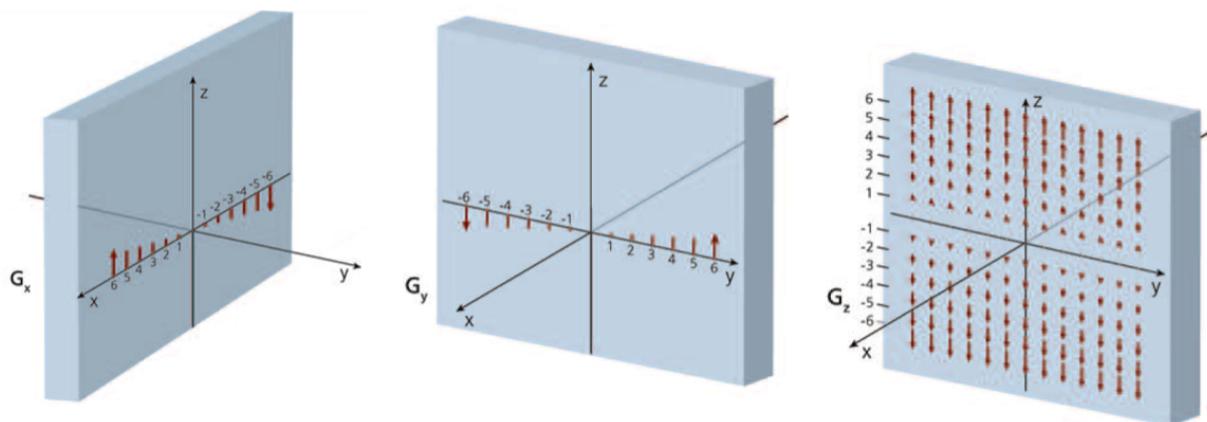


Figura 1.6.3: Representación de un gradiente en x (G_x), y (G_y) y z (G_z) que modifica el campo magnético estático dependiendo de la posición sobre el eje x , y o z [25].

La señal proveniente emitida después de la aplicación de los tres gradientes de campo magnético es captada por la bobina receptora. La señal recibida en tiempo es transformada a su equivalente en frecuencia a través de la utilización de una transformada de Fourier,

$$FT(s) = \int s(t) \cdot e^{-2i\pi\nu t} dt, \quad (1.6.17)$$

s refiere a la señal ν , la frecuencia. Está señal oscilante en tiempo es transformada a sus correspondientes componentes de frecuencia, lo cuál como se explicó antes, da información de su ubicación.

En resumen, primero es aplicado un pulso de radiofrecuencia (una función sinc(t), por ejemplo), y entonces se activa el gradiente de selección de corte en la dirección Z (rampa), ver la Figura 1.6.4. Un gradiente de codificación de fase en Y es aplicado justo antes de aplicar el gradiente de codificación de frecuencia en X. Durante el gradiente de codificación de frecuencia es adquirida la señal (lectura).

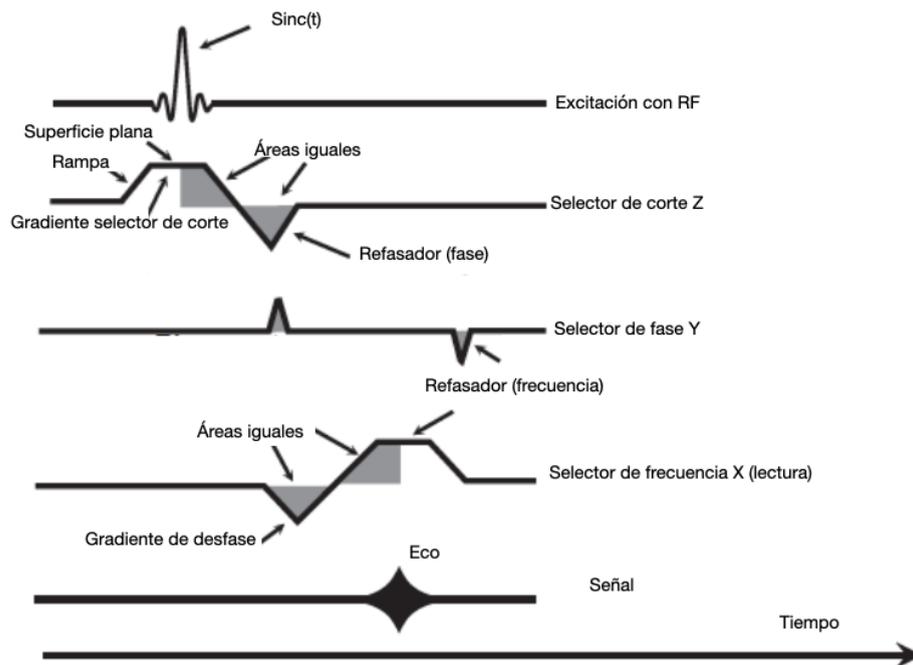


Figura 1.6.4: Se muestra el diagrama de secuencia de pulsos. En la primera línea se tiene la emisión de un pulso de RF, en la segunda línea se tiene la aplicación de un gradiente para excitar selectivamente un corte a lo largo del eje a cortar, i.e., el eje Z. En la tercera línea un gradiente codificador, modificará la fase del conjunto de espines sobre el eje Y. Finalmente es aplicado un codificador de frecuencia, en este paso la señal es obtenida a través de un eco con la contribución de los tres gradientes aplicados después de la excitación con el pulso de RF [26].

Los datos de las señales recopiladas se almacenan en un espacio matemático reconocido como *espacio k*, en el que se identifican dos ejes. El primero, uno horizontal k_x que representa la información de frecuencia y un eje vertical k_y que representa la información de la fase de la señal. Esta matriz de datos digitalizados representa la imagen de la RM antes de realizar la 3D-TF. Cada línea en el espacio k corresponde a una línea de medición, una línea es adquirida para cada línea de codificación de fase (k_y), ver figura 1.6.5 [25]. Es decir, cada codificación de frecuencia adquiere una señal para cada línea completa de espacio k en k_x en un solo valor de k_y . Cada paso o salto a la siguiente línea de codificación de fase se mueve hacia arriba a lo largo del eje de codificación de fase k_y para adquirir otra línea de codificación de frecuencia hasta llenar el espacio k .

La formación de la imagen volumétrica es obtenida a través de la medición de la señal a lo largo del eje z de forma similar al gradiente aplicado a lo largo de la dirección y (gradiente de fase). El espaciamiento de las mediciones sobre este eje proporciona también el grosor de los cortes. Se debe realizar una transformada de Fourier tridimensional (3D-TF).

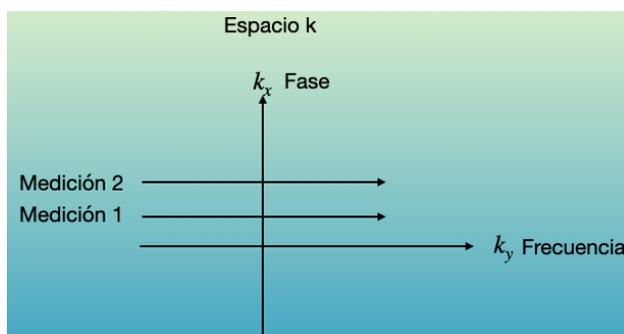


Figura 1.6.5

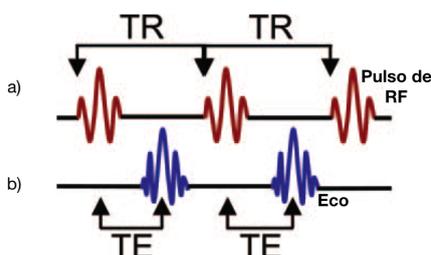


Figura 1.7.1: Representación esquemática del tiempo a) de repetición (TR) y b) tiempo de Eco (TE) [25].

1.7. SECUENCIAS DE PULSOS.

Las diferentes secuencias de pulsos son combinaciones en los pulsos de RF y tiempo de aplicación. Son caracterizadas por dos tiempos (figura 1.7.1):

1. Tiempo de repetición (TR).
2. Tiempo Eco (TE).

TR: Es el tiempo entre cada pulso de RF es medido generalmente en milisegundos [ms] y determina la cantidad de relajación que se llevará a cabo hasta que se aplique el siguiente pulso de RF, es decir determina la cantidad de relajación T1 que ocurrirá [14,29].

TE: Es el tiempo que parte de la aplicación del pulso y hasta el pico de la señal inducida, también es medido en [ms] y determina la cantidad de decaimiento de la componente transversal que será permitida antes de la señal sea leída, es decir controla la cantidad de decaimiento T2 que ocurrirá [14,29].

Se presentan dos secuencias de las que parten una variedad de combinaciones basadas en éstas, la secuencia espín- eco (SE) y gradiente eco (GRE).

SECUENCIA SE.

Basada en la aplicación de dos pulsos de RF, uno de $\pi/2$ seguido de un pulso de π , este último utilizado para que los espines vuelvan a entrar en coherencia.

El proceso se visualiza en la figura 1.7.2. El primer paso en esta secuencia implica que al aplicar el primer pulso de $\pi/2$, se asume que la magnetización caerá al plano transversal, en este punto se considera $t = 0$, instantáneamente en este punto, el exceso de espines apunta a lo largo de la dirección \hat{y}' en el marco de referencia de rotación, cuando el pulso de RF es enviado en la dirección \hat{x}' ver figura 1.7.3. Los espines en

las diferentes posiciones \vec{r} empiezan a desfasarse en sus posiciones relativas los unos a los otros. El segundo paso consiste en la aplicación de un pulso de RF con dos veces la amplitud del primero. El segundo pulso, ahora en la dirección \hat{y}' , un ángulo π en un tiempo τ , rotará a los espines a lo largo de \hat{y}' . Los espines que habían estado ganando fase, ahora la invertirán de manera que regresarán a su alineación en \hat{y}' todos juntos generando así una señal detectable llamada eco [16].

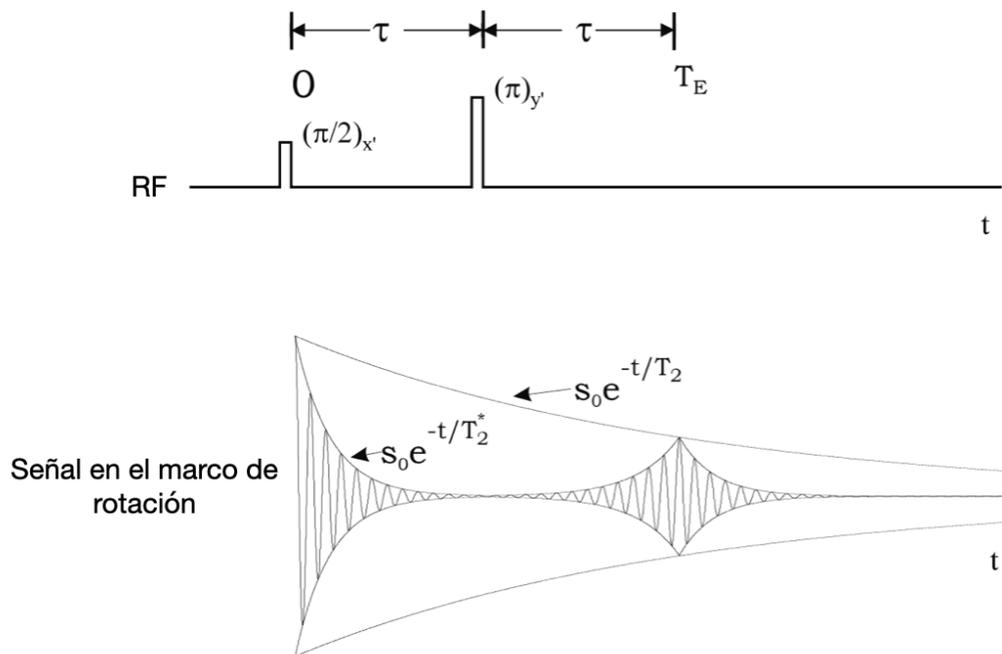


Figura 1.7.2: Secuencia Espín-Eco. Un pulso de $\pi/2$ aplicado a lo largo de la dirección \hat{x}' positiva en $t = 0$, y un segundo pulso de π aplicado a lo largo de la dirección \hat{y}' en $t = \tau$ invertirá la fase que los espines habían acumulado. Los espines entonces refasados producirán el llamado “eco”. La intensidad de la señal sigue aún limitada por la envolvente de T_2 en el tiempo eco $T_E = 2\tau$ [16].

SECUENCIA GRE.

Es usada principalmente para un escaneo rápido, empleada para adquisiciones que se requieren ser más rápidas como imagen cardiaca y de contención de la respiración.

Emplea un eco de gradiente para refasar la señal, es decir, es un campo magnético producido por un gradiente de codificación de frecuencia para lograr la coherencia en la señal de la magnetización.

Comparado con las secuencias SE, se refiere al pulso de π . En esta secuencia se emplea una señal de gradiente opuesta para formar el eco.

Primero un lóbulo de prefase de lectura desfasa a los espines isocromáticos de espín y luego son vueltos a entrar en fase a través de la aplicación de un gradiente de lectura de polaridad opuesta ver figura 1.7.4.

Las secuencias GRE pueden ser rápidas ya que el ángulo de inclinación θ o *flip angle* es típicamente menor a π , por lo tanto la magnetización no es invertida por un pulso de RF, por lo tanto no se requiere un tiempo prolongado para la recuperación T_1 (ver figura 1.7.5) y las secuencias GRE pueden usarse con tiempos TR cortos (2-50ms) [27].

Una de las características principales es que estas secuencias son sensibles a las inhomogeneidades de campo magnético, esto básicamente significa pérdida de señal y es descrito en términos de T_2^* , es por esta

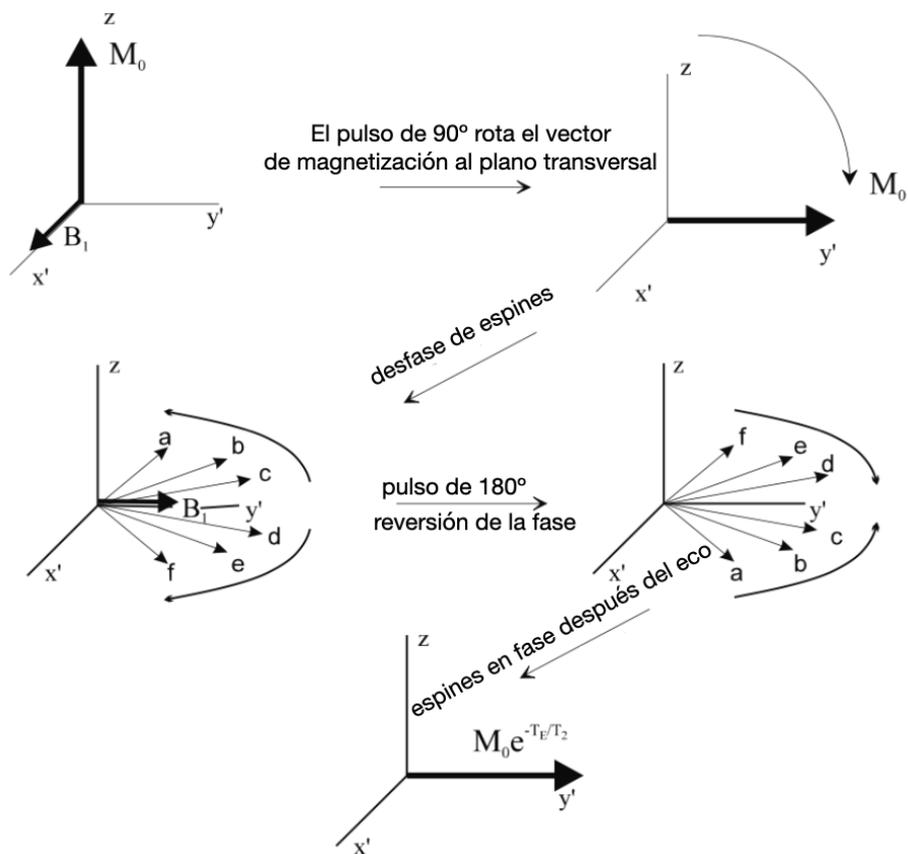


Figura 1.7.3: Simulación de un conjunto de espines en el marco de referencia de rotación durante un experimento de SE. Al aplicar un pulso de $\pi/2$ en la dirección de \hat{x}' , los espines rotan al plano transversal, donde comienzan a precesar, acumulan fase, hasta que esta acumulación de fase es invertida por el pulso de π , los espines siguen acumulando fase a la misma velocidad y, en un momento posterior todos los espines vuelven juntos al eje \hat{y}' positivo formando un eco [16].

razón que son utilizadas para detectar hemorragias debido al contenido de hierro en la hemoglobina que genera un campo magnético local, también es la base de la perfusión cerebral.

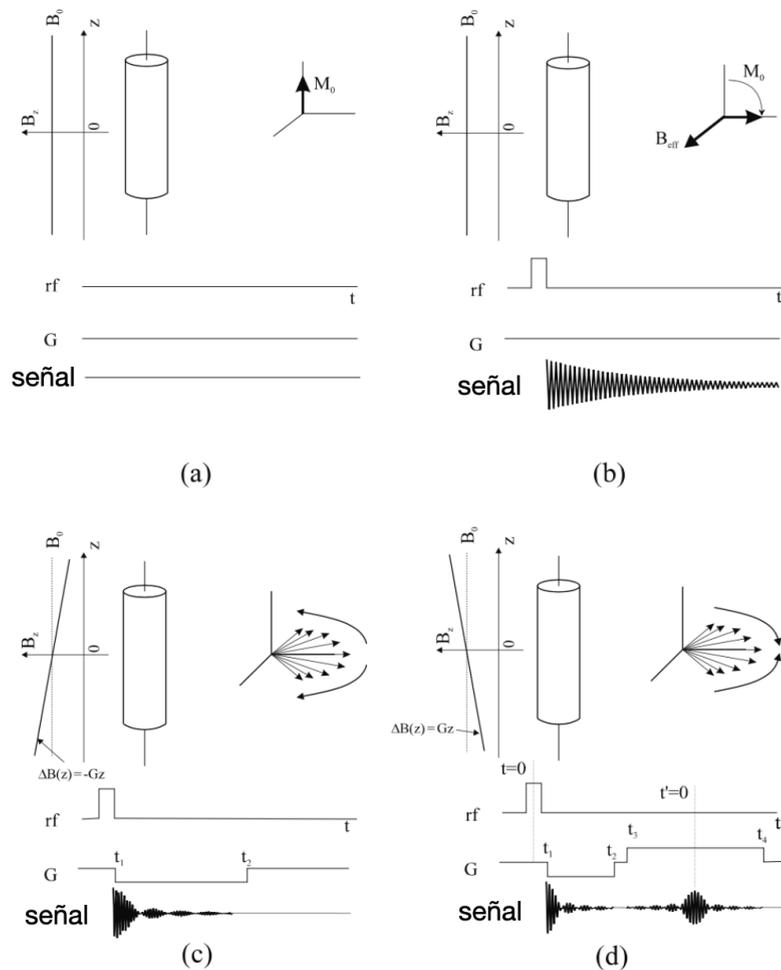


Figura 1.7.4: Esquema ilustrativo del proceso en una secuencia GRE. a) Magnetización en estado de equilibrio, el cilindro representa una distribución de espines, en b) Se aplica el pulso de RF, en c) Se grafica el cómo es modificado el campo magnético, al aplicar un campo magnético gradiente en el intervalo (t_1, t_2) , los espines empiezan a perder la coherencia al aplicar el campo gradiente y en d) en el intervalo (t_3, t_4) se aplica un segundo campo con polaridad izquierda que refasan la señal [16].

SECUENCIAS DERIVADAS.

Basadas en Espín eco

- FAST o TURBO SE, se aplica un único pulso de 90° a continuación se tiene una serie de pulsos de 180° , cada pulso de 180° genera un eco y a la serie de éstas señales se les conoce como *eco train* o tren de ecos, el número total de estos ecos es la longitud del tren de eco [29].
- INVERSIÓN RECUPERACIÓN, basada en un pulso preparatorio de 180° se permite la relajación hasta que alguno de los tejidos (en particular uno que se desee anular) llegue a la componente transversal y seguidamente se vuelve a aplicar un pulso convencional de 90° y los pasos posteriores son los de una secuencia SE convencional. Se conoce como tiempo de inversión (TI) al intervalo entre el pulso de 180° y el de 90° , en la clínica dos secuencias a partir de ésta son comunes:
 1. Short TI Recovery (STIR). Anula la señal en grasa
 2. Fluid-attenuated inversion-recovery (FLAIR). Anula la señal del fluido cerebroespinal.

Basadas en Gradiente eco

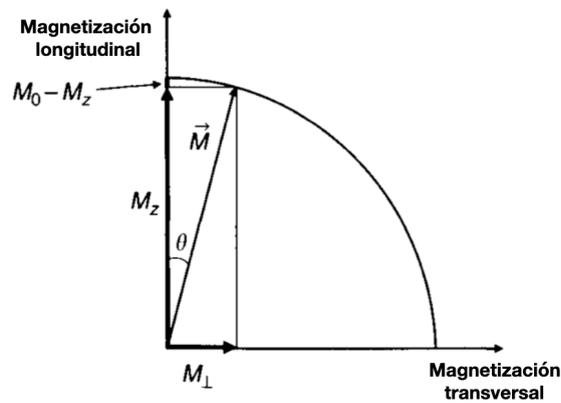


Figura 1.7.5: Respuesta de la magnetización total al aplicar un *flip angle* pequeño a través del pulso de RF. La magnetización perpendicular generada es tal que permite *TR* cortos, permitiendo adquisiciones rápidas con GRE [27].

- Blood oxygenation level- dependent (BOLD). Basada en la susceptibilidad magnética, mide la cantidad de hemoxihemoglobina en la vasculatura cerebral, esto refleja la actividad neuronal [29].
- *Partially Refocused GRE*. Generan imágenes con ponderación en *T2* y son utilizadas típicamente para angiografía del canal auditivo.
- *Fully Refocused GRE*. El pulso de RF se alterna entre 0° y 180° , son muy susceptibles a inhomogeneidades por campo magnético \vec{B}_0 .

IMÁGENES PONDERADAS.

La construcción de una imagen con ponderación en *T1* (figura 1.7.6), está basada en los diferentes tiempos *T1* recibidos de los tejidos. La característica de esta imagen es que los núcleos asociados al tejido graso se visualizan brillantes, mientras que los núcleos contenidos en las moléculas de agua aparecen oscuros. Esto es posible debido a que se toma un tiempo de repetición corto y con esto la señal es de mayor magnitud para los núcleos recibidos del tejido graso.

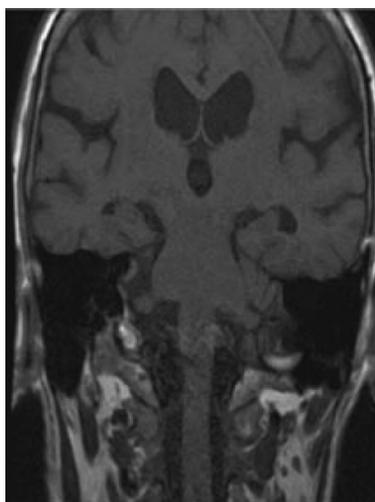


Figura 1.7.6: Imagen coronal de cerebro con ponderación en *T1* [29].

Una imagen ponderada en *T2* (figura 1.7.7), toma la diferencia en los valores de *T2*. El tiempo *T2* en grasa es más corto que en agua y, con esto la componente transversal en grasa, decaerá más rápido, esto genera

que se tenga una señal brillante en agua para una imagen ponderada en T2 y la grasa aparecerá oscura. Para que el contraste sea notable entre agua y grasa es necesario tener un TE largo.

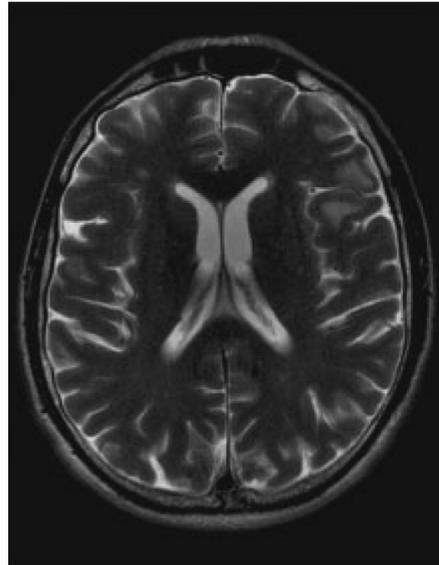


Figura 1.7.7: Imagen axial de cerebro de una imagen por RMN con ponderación en T2 [29].

Una imagen con contraste en densidad de protones (figura 1.7.8) es tal que el contraste es generado por la diferencia en la intensidad de la señal generada por los diferentes tejidos y dado así por el número de protones por unidad de volumen. Para una alta concentración (mayor densidad de protones por unidad de volumen) por ejemplo tejido cerebral, la señal será más intensa y con esto en la imagen aparecerá más brillante, para las regiones con menos concentración la señal es menor y aparecerá oscuro.



Figura 1.7.8: Imagen sagital de rodilla de una imagen con ponderación en densidad de protones [29].

Para generar una imagen con este tipo de contraste necesitamos disminuir el efecto de una imagen ponderada en T1 o T2, para esto necesitamos elegir un tiempo de repetición largo en donde tanto los núcleos de grasa como los de agua hayan recuperado completamente su magnetización longitudinal, es decir no ve-

riamos el contraste generado en una imagen con ponderación en T1. Además, debemos elegir un TE corto para que el contraste de una imagen ponderada en T2 no sea permitido.

1.8. INSTRUMENTACIÓN Y EQUIPO.

El equipo de RMN está conformado principalmente por un sistema que genera:

- Un campo magnético estático y homogéneo \vec{B}_0 y que reconoceremos como el imán principal.
- Un conjunto de tres bobinas que producen un gradiente de campo magnético en las tres direcciones espaciales ($\vec{G}_x, \vec{G}_y, \vec{G}_z$) con sus correspondientes amplificadores.
- Una bobina transmisora de radiofrecuencia \vec{B}_1 .
- Un receptor de radiofrecuencia de alta sensibilidad con amplificador.
- Bobinas receptoras y transmisoras adicionales que se colocan en el cuerpo del paciente.
- Sistema de enfriamiento del imán superconductor
- Un sistema de computo para controlar el sistema de bobinas.
- Dispositivos periféricos como un sistema de electrocardiograma, monitores de respiración para sincronizar con secuencias de tórax (corazón).

IMÁN PRINCIPAL.

Las imágenes son adquiridas en un equipo de Resonancia Magnética Nuclear (RMN) conformado por un imán superconductor que genera un campo magnético estático cuyo rango típico puede ir desde 0.1 a 3.0 T [25] o de mayor magnitud [15] (1T= 10 000 gauss).

Los primeros equipos de resonancia magnética generaban el campo magnético principal estático a través de un imán resistivo de núcleo de aire con el que se conseguía un campo de alrededor de 0.2 T. Después se emplearon electroimanes con núcleo de hierro por el que se hacía correr una corriente y los cuales alcanzaban un campo de 0.6 T. También se emplearon imanes permanentes que conseguían un campo de 0.2 a 0.3 T y un peso de 9500 kg.

Actualmente se emplean imanes superconductores contruidos a partir de materiales superconductores cuyas propiedades permiten generar campos de hasta 8T. Estos materiales tienen una resistencia eléctrica cercana a cero mientras estén a temperaturas cercanas a 0 K [30].

Un imán superconductor es construido a partir de bobinas enrolladas en filamentos de Niobio-Titanio protegidos por devanados de cobre, estos materiales consiguen una transición superconductor a los 7.7 K inmersos en helio líquido [30].

Una de las desventajas del imán superconductor es que, no se puede apagar repentinamente el campo, se debe emplear un proceso conocido como *quench* que se refiere a la expulsión del helio al medio ambiente, perdiendo así el magnetismo al regresar la resistencia del flujo de corriente.

SISTEMA DE CAMPO MAGNÉTICO GRADIENTE.

En 1973 Mansfield y Lauterbur plantean la idea de utilizar gradientes de campo magnético con el objetivo de codificar espacialmente la señal recibida de los espines de los núcleos de hidrógeno. Construidas a partir de bobinas por las que se enrolla alambre sobre una superficie cilíndrica cuya función principal es generar pequeños cambios lineales (menores a 0.04 T/m) en la frecuencia de Larmor de los núcleos de H para con

esto ubicar la posición espacial de la cual son recibidos en la señal captada [28].

Estas bobinas son las encargadas de la selección de corte, la codificación espacial y de frecuencia. Construidas por tres bobinas que generan los cambios en las direcciones espaciales x , y y z , las cuales pueden enviarse por separado o combinadas para configurar un corte oblicuo [25].

El gradiente en G_z es generado como se muestra en la figura 1.8.1 mediante un par de bobinas conocidas como par de Maxwell. El gradiente G_y es configurado con el arreglo conocido como "Golay" (figura 1.8.1). La configuración Golay, es también utilizada para generar G_x al rotar el mismo arreglo 90° [30].

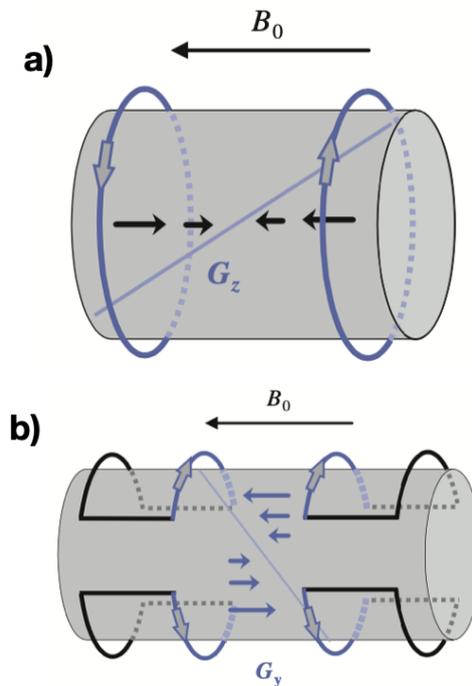


Figura 1.8.1: Configuración de las bobinas gradientes. a) Arreglo Maxwell para la configuración de un campo magnético gradiente longitudinal (dirección z), b) Configuración Golay para generar G_y [30].

ANTENAS DE RADIOFRECUENCIA.

Se refiere a una configuración de elementos que transmiten a la frecuencia de Larmor (63.8 MHz a 1.5 T) y un receptor altamente sensible. Se incluyen también bobinas que transmiten (entregan pulsos que corresponden a la frecuencia resonante de los átomos de H) y reciben en bobinas corporales (figura 1.8.3).

Como se explicó antes, los espines nucleares de los átomos de H inducen un momento magnético individual, los cuales son expuestos a un campo magnético externo \vec{B}_0 (magnitud del campo magnético del orden de Teslas), provoca una precesión de estos momentos magnéticos, el efecto es parecido al generado por un trompo cuando es lanzado y gira pero a la vez presa alrededor del campo gravitacional, similarmente los momentos magnéticos individuales son alineados paralela y anti-paralela con el campo \vec{B}_0 .

El efecto acumulado de estos momentos magnéticos genera el vector de magnetización neta (VMN). El siguiente efecto es activar un pulso de radiofrecuencia el cual provoca que el VMN se incline con respecto a la alineación original, la inclinación depende de la intensidad y tiempo del pulso. Al tener la proyección de este vector sobre el plano transversal tendremos entonces dos componentes, la longitudinal (M_z) y la transversal (M_{xy}), esta proyección es sobre el plano xy al girar genera una corriente en la bobina receptora de acuerdo con la ley de inducción de Faraday, esta corriente es la señal en RMN.

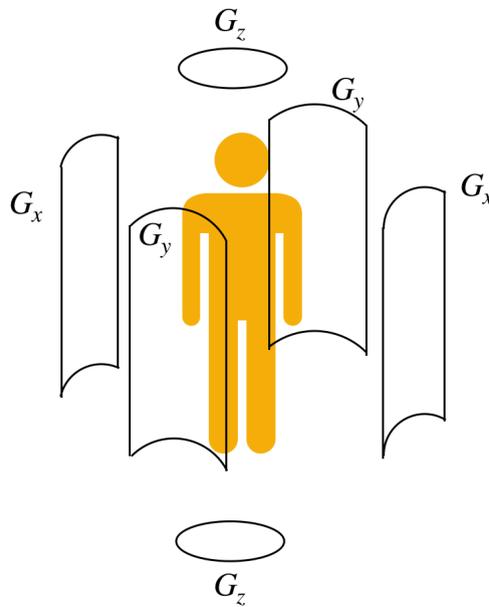


Figura 1.8.2: Configuración de las bobinas gradientes.

Cuando se deja aplicar el pulso de RF los espines regresan a su alineación original con \vec{B}_0 , como se explicó en el capítulo uno, es debido a tres fenómenos, cada uno caracterizado con un tiempo obtenido de forma experimental:

- Recuperación T_1 : En donde la magnitud de M_z se incrementa debido al efecto espín- red.
- Decaimiento T_2 y T_2^* : En donde la componente $M_{x,y}$ decae debido a la suma de dos efectos: la interacción espín-espín y los efectos de inhomogeneidad del campo respectivamente. Estas diferencias en \vec{B}_0 pueden ser provocadas por presencia de objetos metálicos, implantes dentales, aire, calcio o en la limitación de la construcción del campo homogéneo en la máquina.

Aún cuando la señal es generada por la respuesta de los núcleos de H a los campos magnético y de radiofrecuencia está no es la misma para los diferentes tejidos que contienen a estos núcleos y es precisamente esto lo genera el contraste en la imagen.

Un tejido con alta señal tendrá una componente de magnetización transversal grande, el voltaje recibido en la bobina tendrá una amplitud grande y como resultado se tendrá una señal brillante (híper intensa) en la imagen. Un tejido que devuelva una señal baja tendrá una componente transversal pequeña y la amplitud de voltaje recibido será también pequeño y esto se verá oscuro en la imagen (hipo intenso). Como ejemplo podemos pensar en los extremos, grasa y agua (ver figura 1.8.4). La grasa consiste en moléculas llamadas lípidos en donde los H están unidos a átomos de C los cuales tienen electrones libres que al no compartir más que un electrón con el H, genera una nube electrónica a diferencia de los H en donde los oxígenos roban los electrones de H de los alrededores haciendo que sean más sensibles al campo magnético. Esto quiere decir que la frecuencia de Larmor del H en agua es más alta que el H en grasa.

Tener un tiempo T_1 corto implica que espines en los núcleos de H contenidos en las moléculas de grasa se realinean rápidamente con B_0 . Los núcleos de H en la molécula de agua toman más tiempo en realinearse con la componente longitudinal y con esto el valor de T_1 en agua es largo.

El intercambio de energía es más eficiente en el H en la grasa, el valor de T_2 es más corto (80 ms) contrario a lo que pasa en agua, por lo que el valor de T_2 es más largo en agua (200 ms). El punto más importante es que la corriente que se induce en la bobina receptora se genera cuando los espines están en fase, cuando los espines empiezan a desfasarse la señal inducida en la bobina se pierde gradualmente, este proceso es

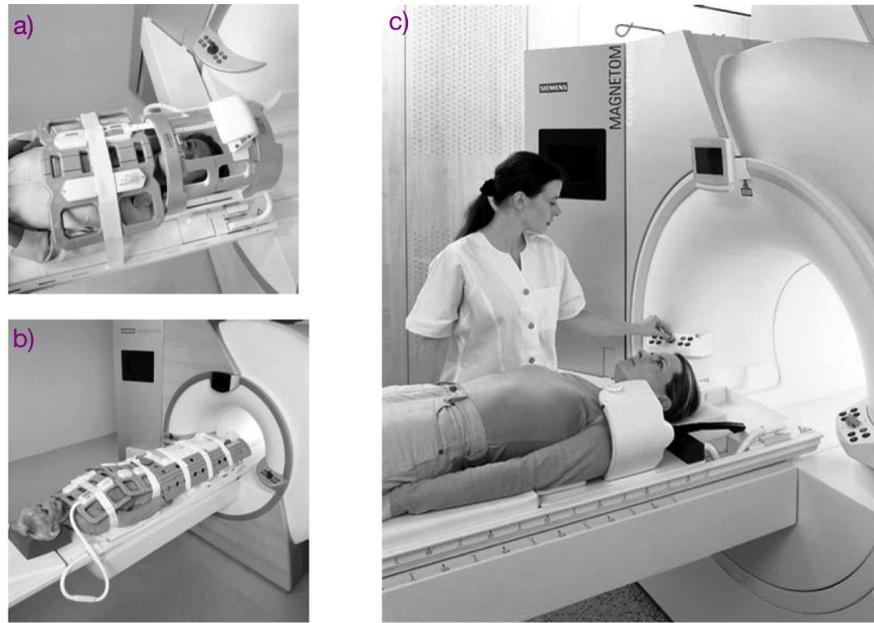


Figura 1.8.3: Equipo de antenas de RF. Ensamble de bobinas de RF de a) cabeza y tórax, b) Tórax, abdomen y miembros inferiores, c) Antena flexible [30].

identificado como *Free Induction Decay*. Existen dos parámetros esenciales para la creación de contraste en la imagen. El tiempo de repetición TR y el TE .

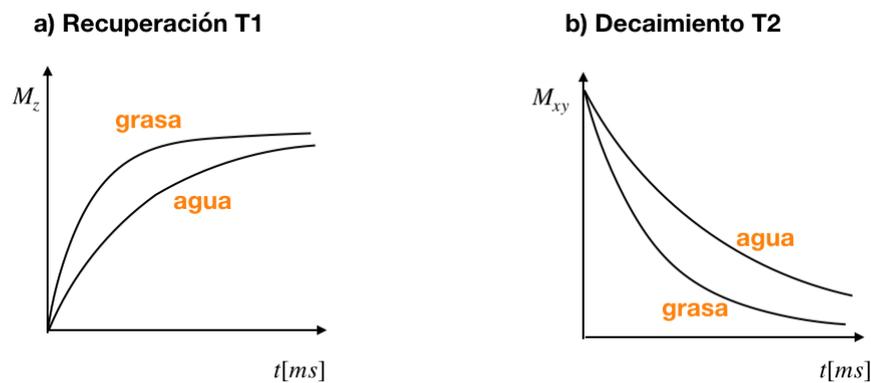


Figura 1.8.4: a) Representación del tejido graso y de alto contenido de agua y como recuperan su componente longitudinal o M_z el eje de tiempo representa el valor de TR . b) los mismos tejidos son representados y como pierden la magnetización transversal o M_{xy} , el eje temporal representa el valor de TE [29].

CAPÍTULO 2

DINÁMICA CARDIOVASCULAR.

2.1. CORAZÓN

El corazón es el órgano encargado de bombear y circular la sangre a través del cuerpo. La sangre regresa de órganos y tejidos a través de grandes venas de pared delgada y recolectada en la cámara derecha del corazón llamada aurícula, cuando la cavidad se llena se contrae y la lleva a una cavidad de paredes más gruesas (ventrículo derecho) a través de la válvula tricúspide (figura 2.1.1), la subsecuente contracción de este ventrículo expulsa la sangre a través de la arteria pulmonar dentro de los pulmones desde donde regresa al lado izquierdo del corazón, primero a la aurícula y después a través de la válvula mitral al ventrículo izquierdo que la lleva a la arteria aorta dónde será propulsada hacia los órganos y periferia del cuerpo.

SISTÓLE Y DIÁSTOLE

Se tienen dos movimientos principales,

- La contracción muscular o sístole ventricular. la presión en el ventrículo izquierdo aumenta con lo que se abre la válvula aórtica y con esto cerrando la válvula mitral
- Diástole que corresponde a la relajación del mismo ventrículo izquierdo lo que provoca que se cierre la válvula aórtica y a su vez se abra la válvula mitral

El flujo de la sangre es siempre en un sentido gracias la presencia de la válvula aórtica (entre la aorta y ventrículo izquierdo) y válvula mitral (entre la aurícula y el ventrículo izquierdo).

El gasto cardíaco es el volumen de sangre bombeada por el corazón en un minuto y tendremos un aumento en este volumen cuando tenemos un aumento en la frecuencia cardíaca. El flujo sanguíneo es el volumen de sangre que circula por minuto y es el mismo en cualquier punto del ciclo.

El corazón humano promedio late 72 veces por minuto en estado inactivo, bombeando 0.07 litros por latido, haciendo así un total de 5 litros por minuto, lo que es interesante porque en promedio una persona tiene un volumen de aproximadamente 5 litros de sangre en el cuerpo, i.e., cada minuto se oxigena el volumen total de sangre del cuerpo. El volumen de sangre expulsado por latido es llamado *volumen sistólico*.

2.2. HIDRODINÁMICA.

La dinámica de fluidos estudia el movimiento de los fluidos (líquidos o gases). El análisis del fluido considerado es como un medio continuo, es decir se considera un elemento de volumen el cual es lo suficientemente grande para no considerar los efectos microscópicos pero lo suficientemente pequeño considerando las dimensiones macroscópicas del sistema.

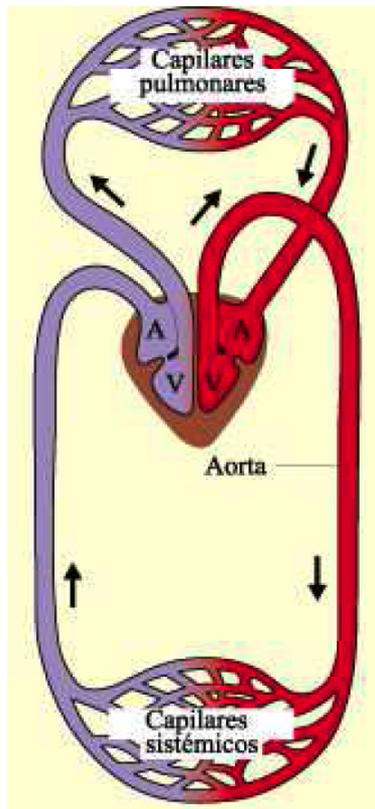


Figura 2.0.1: Corazón [32].

El sistema de referencia es el indicado por la descripción de **Euler**, se toma un sistema de coordenadas fijo en el marco de laboratorio y se observa una fracción del volumen del sistema (volumen de control), en cualquier instante t estará formado por las partículas del fluido diferentes a las que estuvieron en dicho volumen en el tiempo $t - \Delta t$.

Las variables macroscópicas serán funciones de las coordenadas de posición \vec{r} de puntos dentro del volumen de control y además del tiempo, por ejemplo la velocidad $v(x, y, z, t)$ es la velocidad en punto fijo del espacio en el tiempo t .

Las ecuaciones constitutivas nos llevan a la formulación de las ecuaciones de Navier-Stokes con las que se describe la dinámica de fluidos. Se presentan las relaciones básicas del análisis de fluidos.

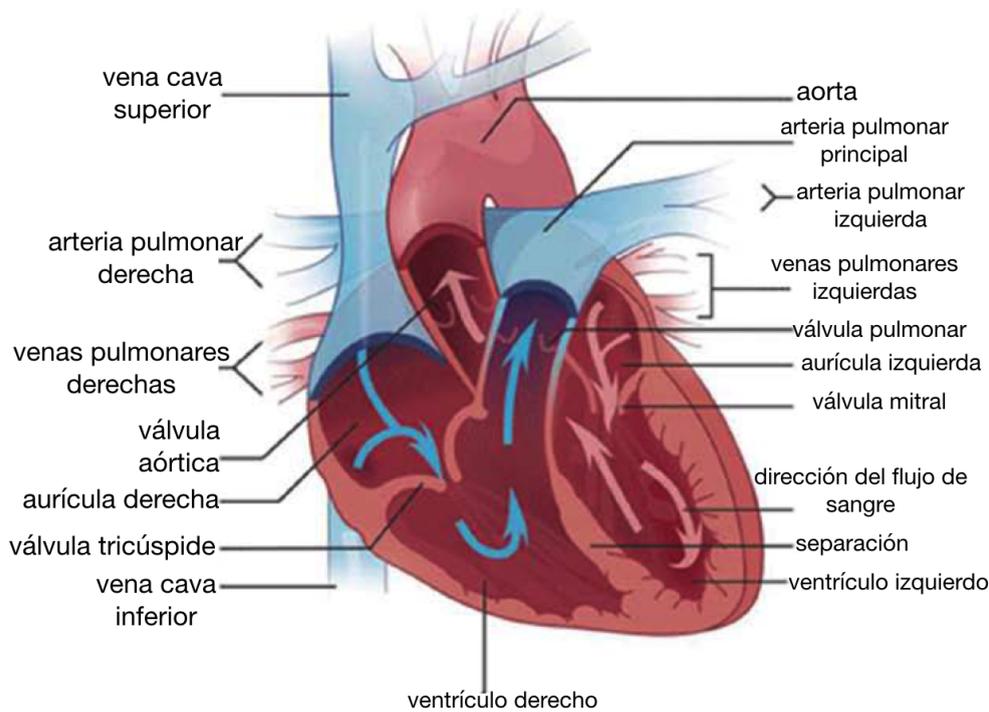


Figura 2.1.1: Diagrama de un corazón sano [40].

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD.

Esta ecuación fundamental expresa la conservación de materia. Se considera un volumen de control V_0 en el espacio, la masa de fluido que contiene este volumen es entonces: $\int \rho dV$, con ρ la densidad del fluido y cuya integración se hace sobre todo el volumen V_0 . La masa que fluye a través de un elemento normal de superficie $d\vec{s}$ cuya magnitud es igual al área del elemento de superficie que es frontera del volumen V_0 y cuya dirección es normal a la superficie, ésta dirección por convención se considera positiva si el fluido sale del volumen control y negativo si entra.

La masa que fluye a través de $d\vec{s}$ es $\rho\vec{v} \cdot d\vec{s}$. Así, la masa total de fluido que sale de V_0 por unidad de tiempo es:

$$m_{V_0} = \oint \rho\vec{v} \cdot d\vec{s}, \quad (2.2.1)$$

donde m_{V_0} es la masa contenida en el volumen V_0 y la integral se toma sobre la superficie que rodea el volumen en cuestión. Tomando el cambio de masa con respecto del tiempo, se tiene:

$$\frac{\partial m_{V_0}}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV, \quad (2.2.2)$$

el signo negativo expresa que hay un decremento de la masa en el volumen V_0 , de esta manera es posible escribir el cambio de masa como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV = - \oint \rho\vec{v} \cdot d\vec{s}, \quad (2.2.3)$$

lo cual indica conservación de masa pues la masa que se pierde en el volumen inicial es la masa que de hecho está saliendo del volumen V_0 . Utilizando el teorema de la divergencia en la integral de superficie del miembro derecho de (2.2.3):

$$\oint \rho\vec{v} \cdot d\vec{s} = \int \nabla \cdot (\rho\vec{v}) dV, \quad (2.2.4)$$

así:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV &= - \int \nabla \cdot (\rho \vec{v}) dV, \\ \frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV + \int \nabla \cdot (\rho \vec{v}) dV &= 0,\end{aligned}\quad (2.2.5)$$

entonces:

$$\int \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) \right] dV = 0. \quad (2.2.6)$$

Pero esta ecuación es válida para cualquier volumen entonces se puede despreciar la integración de manera que se tiene:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \quad (2.2.7)$$

esta es la llamada **ecuación de continuidad** [37]. El término $\rho \vec{v}$ se conoce como el flujo de masa. su dirección es la dirección del movimiento mientras que su magnitud es la masa del fluido que atraviesa la superficie perpendicular a la dirección de la velocidad por unidad de tiempo. Usando:

$$\nabla \cdot (\phi \vec{A}) = \phi \nabla \cdot \vec{A} + \vec{A} \cdot \nabla \phi,$$

Se desarrolla el segundo miembro de (2.2.7), obteniendo:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \nabla \rho = 0. \quad (2.2.8)$$

BALANCE DE ENERGÍA.

Definiendo de forma general la derivada material para cualquier integral de una función Φ sobre todas las partículas de fluido contenidas en un volumen V que es delimitado por la superficie S como:

$$\frac{D}{Dt} \int_V \Phi dv = \int_V \frac{\partial \Phi}{\partial t} dv + \int_S \Phi v_j v_j dS, \quad (2.2.9)$$

con \vec{v} y sus correspondientes componentes (v_1, v_2, v_3) , son la velocidad del fluido y \vec{v} con componentes (v_1, v_2, v_3) el vector unitario normal a la superficie (recordando que según la convención suma: el índice repetido significa suma sobre el índice).

A partir de la primera ley de la termodinámica [34], la energía es conservada en todos los sistemas y es determinada a partir de:

$$\frac{D}{Dt} (KE + G + E) = \dot{W} + \dot{H}, \quad (2.2.10)$$

energía cinética KE , la energía potencial G , E la energía interna, \dot{W} la razón de trabajo echo sobre el fluido y \dot{H} , la razón a la cuál el trabajo es transportado a la masa de fluido. Para la energía cinética (KE) por unidad de volumen de un pequeño elemento de fluido esta dado por $\frac{1}{2} \rho q^2$, la integramos sobre un volumen V de sangre con frontera la pared S y área de sección transversal A_1 y A_2 se obtiene:

$$\frac{DK}{Dt} = \frac{D}{Dt} \int_V \frac{1}{2} \rho q^2 dv = \int_V \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho q^2 \right) dv + \int_{A_2} \frac{1}{2} \rho q^2 u_2 dA_2 - \int_{A_1} \frac{1}{2} \rho q^2 u_1 dA_1 + \int_S \frac{1}{2} \rho q^2 u_n dS, \quad (2.2.11)$$

para la energía potencial G y E la energía interna las expresiones respectivamente:

$$G = \int_V \rho gh dv, \quad (2.2.12)$$

$$E = \int_V \rho e dv, \quad (2.2.13)$$

donde ϵ es la energía interna específica por unidad de masa del fluido.

FLUIDO NEWTONIANO.

Fluido Newtoniano consiste en láminas paralelas que se mueven cada una a diferentes velocidades, las fuerzas de fricción entre las láminas son las responsables de la resistencia a fluir y determinan la viscosidad del fluido.

Para mover el fluido, una fuerza de corte es necesaria para vencer la fuerza de fricción. La fuerza de corte es proporcional a la velocidad relativa de fluido y al área de contacto entre las láminas adyacentes, la cual es inversamente proporcional a la distancia dr entre los centros de las láminas.

Un fluido Newtoniano cumple con una relación de proporcionalidad lineal entre la tensión y la razón de deformación. La relación tensión-deformación para estos fluidos es:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mathcal{D}_{ijkl}V_{kl}, \quad (2.2.14)$$

donde σ_{ij} es el tensor de tensión, V_{kl} el tensor de la razón de deformación, \mathcal{D}_{ijkl} es un tensor de los coeficientes de viscosidad del fluido y p es la presión estática.

- El término $-p\delta_{ij}$ representa el estado de la posible tensión del fluido en reposo (cuando $V_{kl}=0$).
- La presión p se asume dependiente de la densidad y la temperatura del fluido.

La dinámica de la eyección de sangre del ventrículo izquierdo a aorta y el ventrículo derecho a los pulmones puede ser analizado resolviendo las ecuaciones de Navier-Stokes considerando como condiciones de frontera las paredes del corazón, válvulas y vasos.

Las coordenadas cartesianas x , y , y z representan un punto en el espacio y u , v , y w son las componentes de la velocidad a lo largo de las direcciones de los tres ejes cartesianos, p denota la presión y σ_{ij} las componentes del tensor de tensión, μ el coeficiente de viscosidad:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \lambda V_{kk}\sigma_{ij} + 2\mu V_{ij} = -p\delta_{ij} + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.2.15)$$

La solución de las ecuaciones de Navier-Stokes es un problema central de la mecánica de fluidos. La ecuación es no lineal y su solución es difícil de resolver.

El análisis considerado en este trabajo es considerando las simplificaciones hechas al considerar un fluido **Newtoniano, incompresible y no viscoso**. La cuantificación de los parámetros, son todos a través de la cuantificación de la técnica de **flujo 4D** de datos obtenidos a través del escaneo realizado por la imagen de resonancia magnética.

2.3. HIDRODINÁMICA EN LA ESTRUCTURA CARDIACA.

La sangre no es un material simple pues está compuesta de células deformables inmersos en plasma es decir, es una mezcla de elementos heterogéneos.

Se utiliza la mecánica de medio continuo, pues la dimensión del vaso es mayor a un milímetro en el que por cada milímetro cubico circulan dos millones de glóbulos rojos. En general este supuesto no es aplicable para capilares con diámetros de $5 \mu\text{m}$ [65].

Por lo tanto, el flujo en grandes vasos es usualmente tratado como un fluido Newtoniano, el cual es un fluido continuo con viscosidad constante.

CONSERVACIÓN DE MASA.

La **conservación de masa o ley de continuidad** es una ley que gobierna la mecánica sanguínea considerada en el medio continuo.

La conservación de masa establece que la diferencia entre el flujo que entra y sale de cierto contenedor es igual a la variación del volumen del fluido en ese contenedor, lo cual también afirma que el flujo de descarga dentro de un vaso rígido es el mismo cuando se mide en cualquier sección transversal del vaso independientemente de la geometría del vaso [65]. La razón de cambio de flujo Q está dada por el producto del área de sección transversal A y la velocidad de la sangre v , como:

$$Q = vA, \quad (2.3.1)$$

con A la velocidad longitudinal promedio sobre el área completa de sección transversal, la ley de continuidad establece que Q es constante a lo largo del vaso, por lo tanto, si el área de sección transversal se reduce, la velocidad v deberá necesariamente incrementarse para conservar su producto constante.

Esta ley es también válida para el flujo que entra a cavidades, como aurículas y ventrículos. Si el volumen V , cambia con el tiempo, la razón de flujo que entra $Q_{entrada}$ (caudal de entrada), no es necesariamente igual flujo de salida Q_{salida} y su diferencia corresponde al fluido almacenado en la cámara de acuerdo con:

$$Q_{entrada} - Q_{salida} = \frac{dV}{dt}. \quad (2.3.2)$$

Esta forma de escribir la ecuación de continuidad está en términos del balance del volumen de fluido que entra [65], una manera de escribir el balance de masa a través de una sección de área transversal a través de un ducto está dada por:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = -\frac{\partial A}{\partial t}, \quad (2.3.3)$$

describe equilibrio a través de una sección transversal de un ducto.

TEOREMA DE BERNOULLI.

La conservación de momento establece que el impulso en cualquier sistema no cambia a menos que una fuerza externa actúe sobre él. La conservación de momento establece para un fluido, que las partículas de fluido aceleran solo cuando un gradiente de presión es aplicado sobre éstas. Las partículas de fluido aceleran a través de una línea de corriente cuando actúa un gradiente de presión negativo a lo largo de la dirección de las líneas de corriente de flujo (ver figura 2.3.2). La segunda ley de Newton por unidad de volumen es entonces:

$$\rho \vec{a} = -\frac{\partial \vec{p}}{\partial s}, \quad (2.3.4)$$

con ρ la densidad del fluido. La aceleración \vec{a} es descrita por dos términos. Se considera una partícula que instantáneamente pasa a través de una posición fija x en el tiempo t ver figura 2.3.1. El primer término de aceleración presentada es conocido como la aceleración inercial y es modelada como:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}, \quad (2.3.5)$$

debida a un cambio en la inercia de un volumen de fluido.

El segundo término de la aceleración convectiva en la que una partícula acelera cuando entra a una sección de diámetro más pequeña, es decir la velocidad incrementa a lo largo de la dirección de movimiento de la partícula. Se modela considerando una partícula que atraviesa una pequeña distancia $ds = vdt$, si la velocidad incrementa a lo largo del segmento ds será debida a un cambio en la velocidad como:

$$\frac{dv}{dt} = v \frac{dv}{ds},$$

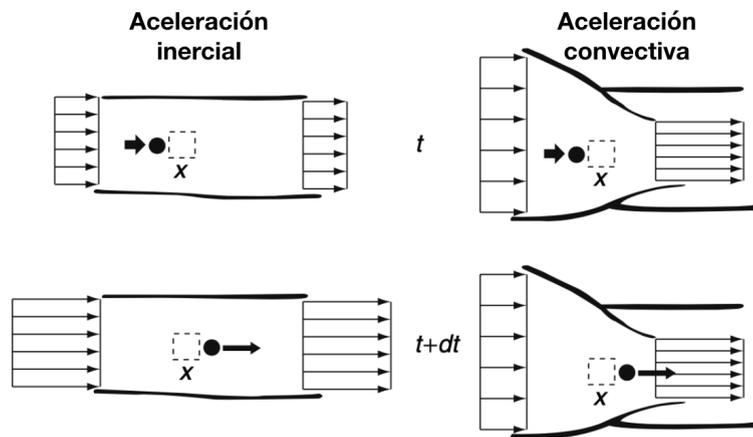


Figura 2.3.1: Aceleración de una partícula medida en términos de las variaciones de velocidad alrededor de un punto fijo x [65]

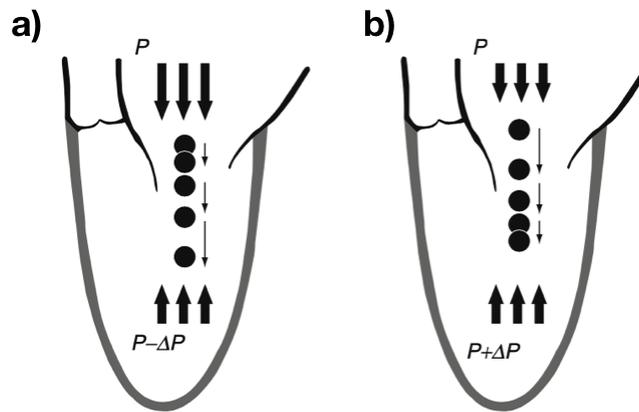


Figura 2.3.2: Partículas de fluido en presencia de gradientes de presión, a) Un gradiente de presión negativo genera una aceleración positiva, b) Un gradiente de presión positivo desacelera las partículas de fluido [65].

de esta manera la segunda ley de Newton (2.3.4) será la suma de ambas contribuciones:

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial s} \right) = - \frac{\partial P}{\partial s}, \quad (2.3.6)$$

que es conocida como la ecuación de Euler. Obtenida a partir del balance de momento y cuya medición de la presión y la velocidad es en puntos fijos de las partículas de fluido. Si se reordena la ecuación (2.3.6),

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{2} \rho v^2 + P \right) = 0, \quad (2.3.7)$$

se reconoce como la ley de Bernoulli y muestra una variación de la energía total, al integrar en dos puntos a lo largo de una línea de corriente (en una dirección, x , por ejemplo):

$$\frac{1}{2} \rho v_2^2 + P_2 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 + P_1 - \rho \int_1^2 \frac{\partial v}{\partial t} dx, \quad (2.3.8)$$

es obtenida la ecuación de Bernoulli, la cual representa la conservación de energía mecánica al considerar:

- La energía potencial: P
- La energía cinética: $\frac{1}{2} \rho v^2$

Si el efecto inercial es despreciable y $v_1 = 0$ la ecuación (2.3.8) es reducida a:

$$P_2 - P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2,$$

y ese observa así la transformación de la energía potencial a cinética y viceversa, pues el flujo que entra en una región estenótica o de diámetro reducido, incrementará su velocidad debido a la conservación de masa y se reducirá la presión para balancear el incremento de energía cinética. La ecuación (2.3.6) al considerar las tres dimensiones espaciales es igual a:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\nabla P.$$

2.4. REOLOGÍA

ARTERIA.

La arteria se modela considerando un cilindro de radio r uniformemente isotrópico con un grosor de la pared del vaso de tamaño h y un segmento de longitud l considerado isotrópico si las propiedades de las sustancias que lo forman son uniformes y homogéneas.

El estrechamiento de la pared del conducto es una propiedad que se presenta en los vasos sanguíneos y es determinante de la propiedad elástica de estos. El estrechamiento del vaso se hace presente al alejarse de la aorta, el decrecimiento en el radio interior del vaso decae en forma exponencial y es modelado mediante [33]:

$$A(z) = A_0 e^{-kz/r}, \quad (2.4.1)$$

con z la distancia a lo largo del vaso [cm], r radio de luz en el interior de la arteria [cm], k factor de disminución, A_0 área de sección transversal en la entrada del vaso [cm²], $A(z)$ área de sección transversal a una distancia z de la entrada del vaso [cm²].

Para conocer el factor k podemos entonces resolver (2.4.1),

$$\begin{aligned} \frac{A(z)}{A_0} &= e^{-kz/r}, \\ \ln \frac{A(z)}{A_0} &= \frac{-kz}{r}, \\ k &= -\frac{r}{z} \ln \frac{A(z)}{A_0}, \\ k &= \frac{r}{z} \ln \frac{A_0}{A(z)}. \end{aligned} \quad (2.4.2)$$

Diversas investigaciones en arterias demuestran que la relación tensión-deformación no es lineal y por lo tanto no obedece la ley Hooke, sin embargo, empezamos a modelar bajo el supuesto de este comportamiento para después ajustar a datos experimentales.

Partimos de considerar un vaso sanguíneo puramente elástico, podemos entonces aplicar la ley de Hooke. Para encontrar la tensión de la pared del vaso debido a la presión intraluminal se aplica la ley de Laplace.

$$T = pr, \quad (2.4.3)$$

con T la tensión y r el radio de curvatura.

Definimos la presión intraluminal a la presión ejercida desde el interior del vaso y hacia el exterior, considerando de este hecho dos efectos, uno longitudinal a lo largo del vaso y uno radial donde debe cumplirse que

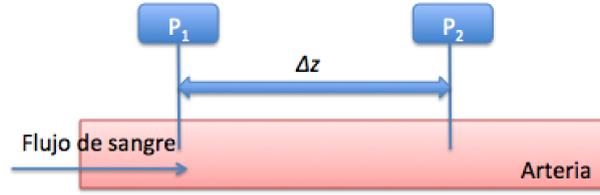


Figura 2.4.1: Representación de una arteria por la que circula un flujo constante de viscosidad η [33].

la relación del grosor de la pared del vaso h con el radio de luz r sea pequeño $hr^{-1} \leq 10^{-1}$, si se considera un grosor de la pared mayor se utiliza la ecuación de Lame:

$$\sigma_t = \frac{Pr}{h}. \quad (2.4.4)$$

Se ha encontrado experimentalmente que la relación de Poisson en arterias es cercana a $\sigma = 0.5$, este hecho indica que las arterias se pueden considerar incompresibles, es decir al comprimir el volumen no se deforma.

Un material será visco-elástico si no es puramente elástico. La arteria vista como un material visco-elástico presenta un fenómeno de histéresis pues al incrementar la tensión, incrementa la deformación, pero cuando removemos la tensión, la deformación sigue una trayectoria diferente que se considera ser, por una pérdida de energía.

Para describir el movimiento se utilizará una de las soluciones particulares de las ecuaciones Navier-Stokes, la ecuación de Poiseuille al considerar la arteria un vaso cilindro elástico por el que circula un fluido viscoso, la sangre.

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8\eta l}. \quad (2.4.5)$$

La viscosidad es la fuerza que se opone al paso de un fluido con área superficial A , es proporcional a la presión e inversamente proporcional al gradiente de velocidad (v/d) a través de segmentos de separación d :

$$\eta = \frac{F/A}{v/d}, \quad (2.4.6)$$

para un fluido viscoso a través de una geometría constante podemos obtener la presión que se observa en la figura 2.4.1, la presión por unidad de longitud será:

$$\frac{dp}{dz} = \frac{\Delta p}{\Delta z} \approx \frac{p_2 - p_1}{l}, \quad (2.4.7)$$

donde para un flujo pulsátil tendremos que cambia con el tiempo. La fuerza sobre la pared del vaso cilíndrico de radio interno r_i y longitud l será:

$$F_p = (p_1 - p_2)\pi r^2, \quad (2.4.8)$$

de la ecuación (2.4.3) despejamos la fuerza que retarda el movimiento del fluido con viscosidad η por el cilindro:

$$F_\eta = \eta A \frac{dv}{dr}, \quad (2.4.9)$$

con el área de la superficie lateral del cilindro de radio r y altura l

$$F_{\eta} = 2\pi r l \eta \frac{dv}{dr}, \quad (2.4.10)$$

y en equilibrio podemos igualar estas fuerzas:

$$(p_1 - p_2)\pi r^2 = -2\pi r l \eta \frac{dv}{dr}, \quad (2.4.11)$$

el cambio en la velocidad del fluido será:

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{(p_1 - p_2)r}{2\eta l}, \quad (2.4.12)$$

por segmentos de radio $r = 1$

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{(p_1 - p_2)}{2\eta l}, \quad (2.4.13)$$

de la ecuación (2.4.7) $(p_1, p_2) = l \frac{dp}{dz}$ en (2.4.12):

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{1}{2\eta} \frac{dp}{dz}, \quad (2.4.14)$$

integrando (2.4.12) conseguimos la velocidad,

$$v = -\frac{(p_1 - p_2)r^2}{4\eta l} + k,$$

aplicando condiciones de frontera de r_i a r ,

$$v = -\frac{(p_1 - p_2)}{2\eta l} \left[\frac{r^2}{4} \right]_{r_i}^r, \\ v = \frac{(p_1 - p_2)}{4\eta l} (r_i^2 - r^2), \quad (2.4.15)$$

y entonces la velocidad máxima será:

$$v_{max} = \frac{(p_1 - p_2)}{4\eta l} r_i^2, \quad (2.4.16)$$

conocida como velocidad axial y podemos observar que la velocidad en la pared del vaso será cero cuando $r = r_i$. La forma parabólica de la ecuación (2.4.15) describe lo que se conoce como *perfil de velocidad parabólico* (figura 2.4.2).

Ahora tenemos que el volumen del flujo será:

$$Q = \int_0^{r_i} 2\pi r v dr, \quad (2.4.17)$$

el cual al integrar de 0 a r_i genera la ecuación de Poiseuille:

$$Q = \pi r_i^2 v,$$

sustituyendo el valor de la velocidad máxima,

$$Q = \pi r_i^2 \left[\frac{(p_1 - p_2)r^2}{4\eta l} \right], \\ Q = \frac{\pi r^4 (p_1 - p_2)}{8\eta l},$$

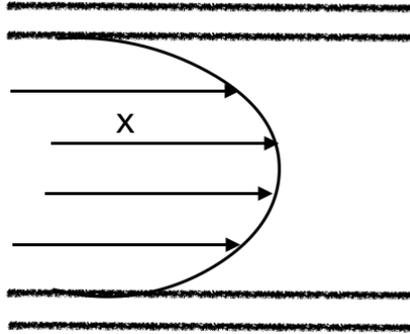


Figura 2.4.2: Perfil Parabólico de la velocidad, la velocidad es máxima en el centro de la línea como vimos en (2.4.16) y disminuye gradualmente al acercarse a la pared del vaso [33].

y el promedio de velocidad que atraviesa resulta de realizar el cociente de la cantidad de flujo con el área de sección transversal de la luz del vaso (πr_i^2) [33],

$$v_{prom} = \frac{r^2}{8\eta l} (p_1 - p_2). \quad (2.4.18)$$

ECUACIÓN DE BERNOULLI.

Análisis de flujo de un vaso con estenosis (estrechamiento del vaso). El flujo será el producto del área de sección transversal y la velocidad del flujo en cada segmento:

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2 = A_3 v_3. \quad (2.4.19)$$

La energía total de nuestro sistema (arteria con transporte de fluido viscoso), sabemos que es:

$$E_{tot} = KE + E,$$

con E la energía interna y la energía cinética KE dada como:

$$KE = \frac{1}{2} m v^2, \quad (2.4.20)$$

la energía potencial G ,

$$G = pQ, \quad (2.4.21)$$

p es la presión y Q el flujo, podemos expresar la presión como:

$$p = h\rho g, \quad (2.4.22)$$

y la masa en términos de:

$$m = \rho A v, \quad (2.4.23)$$

con g , la aceleración de la gravedad, h el tamaño del segmento de vaso, la densidad de la sangre ($\rho = 1.06g/ml$), A el área de sección transversal y v la velocidad, así pues, la energía total en el segmento 1, será:

$$E_1 = (h\rho g)(A_1 v_1) + \frac{1}{2}(\rho A_1 v_1) v_1^2, \quad (2.4.24)$$

y en el segmento 2;

$$E_2 = (h\rho g)(A_2 v_2) + \frac{1}{2}(\rho A_2 v_2) v_2^2, \quad (2.4.25)$$

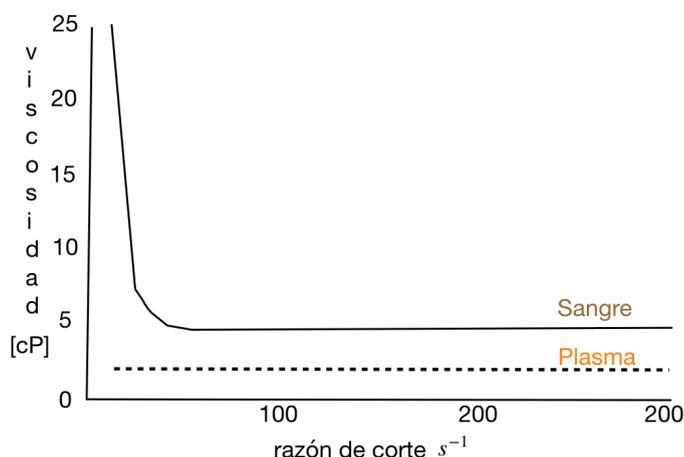


Figura 2.4.3: Relación entre la tensión de corte y la velocidad [33].

por conservación de energía esto será igual a:

$$E_1 = (h\rho g)(A_1v_1) + \frac{1}{2}(\rho A_1v_1)v_1^2 = E_2 = (h\rho g)(A_2v_2) + \frac{1}{2}(\rho A_2v_2)v_2^2,$$

$$(p_1 - p_2) + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) + \rho g(h_1 - h_2),$$

ignorando la aceleración de la gravedad ($h_1 = h_2$), obtenemos la conocida ecuación de Bernoulli:

$$p_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2), \quad (2.4.26)$$

como se obtuvo antes en la ecuación (2.3.8) a través de la conservación de momento.

PROPIEDADES.

Un fluido Newtoniano consiste un conjunto de laminas paralelas que se mueven entre sí cada una con una velocidad diferente. Fuerzas de fricción entre éstas laminas adyacentes y las paredes donde son contenidos los fluidos son las responsables de la resistencia a fluir y determinan su viscosidad. Estos planos o laminas para moverse necesitan de una *fuerza de corte*, la cual debe ser mayor para vencer la fuerza de fricción, la cual es proporcional a la velocidad relativa del fluido y del área (A) de contacto entre las laminas adyacentes, la cual es inversamente proporcional a la distancia dr entre los *centros* de las laminas. La tensión de corte τ (*shear stress*) es el termino asociado a ésta fuerza por unidad de área. La razón de corte (*shear rate*) s_r será la relación entre la velocidad relativa y la distancia entre los centros de las laminas $\frac{dv}{dr}$.

$$\tau = \eta \frac{dv}{dr}, \quad (2.4.27)$$

todos estos elementos son los que construyen la viscosidad, calculada como:

$$\eta = \frac{\tau}{s_r} = \frac{F}{A} \cdot \frac{dr}{dv}. \quad (2.4.28)$$

La sangre es un fluido no Newtoniano la viscosidad aumenta a bajas velocidades y es dependiente de la razón de corte como se muestra en la figura 2.4.3, para el plasma la viscosidad es independiente de la razón de corte pues es un fluido Newtoniano.

La s_r del flujo depende de:

- Los hematocritos

- El calibre de los vasos pequeños
- La orientación axial de los eritrocitos y la deformación de estos.

Ya que s_r depende de estos elementos, surge el concepto de viscosidad aparente, por lo tanto si el número de células por milímetro de plasma se incrementa lo hará también la viscosidad aparente y si aumenta la viscosidad se reduce el flujo hacia los tejidos.

La viscosidad de la sangre es inversamente relacionada a la deformidad de las células. La forma de los glóbulos rojos (eritrocitos) asume generalmente una configuración de disco bicóncavo con un diámetro de siete micras, pero cuando el diámetro se disminuye a por ejemplo tres micras la forma se modifica a para-cáidas o bala. La deformación de los eritrocitos depende de la concentración de Ca^{2+} en plasma, esto surge cuando existe baja oxigenación en la sangre, con este cambio en la forma se ha encontrado que aumenta la viscosidad.

PRESIÓN SANGUÍNEA.

La sangre es impulsada por las arterias con la fuerza generada por las contracciones de los ventrículos, la presión sanguínea resulta de gran interés y es la fuerza por unidad de área con que la sangre empuja las paredes de los vasos sanguíneos.

El flujo sanguíneo Q es el volumen de sangre (V) que pasa por determinada sección de área transversal por unidad de tiempo (t).

$$Q = \frac{V}{t}, \quad (2.4.29)$$

la cual es igual a la relación entre la presión sanguínea (P) y la resistencia a fluir de la sangre (R), la ley de Poisselle:

$$Q = \frac{P}{R}, \quad (2.4.30)$$

relación que muestra que sin presión no habrá flujo. La resistencia es una cantidad que depende de la viscosidad (m) y el radio de los vasos como:

$$R = \frac{8Lm}{pr^4}, \quad (2.4.31)$$

Si consideramos (L) la longitud del sistema cardiovascular constante y la viscosidad se deduce que pequeñas variaciones en el radio de los vasos provocan grandes cambios en R .

ELASTICIDAD.

La elasticidad de los vasos sanguíneos depende de factores biológicos en las paredes y del fluido que transportan. Consideraremos idealizaciones para iniciar a modelar el comportamiento mecánico de la pared arterial. Si el cambio en la relación tensión-deformación es lineal, tendremos que el material obedece la ley de Hooke, para esto contemplamos que la estructura del árbol arterial tiene la forma de un cilindro y las deformaciones longitudinales y radiales son pequeñas comparadas con el tamaño de la apertura del vaso (luz) o la longitud del segmento.

Se describe la elasticidad de la pared arterial en términos del modulo de Young (E),

$$E = \frac{\sigma_t}{\epsilon_t}, \quad (2.4.32)$$

con σ_t la tensión con unidades de fuerza (F) por unidad de área (A),

$$\sigma_t = \frac{F}{A} = P, \quad (2.4.33)$$

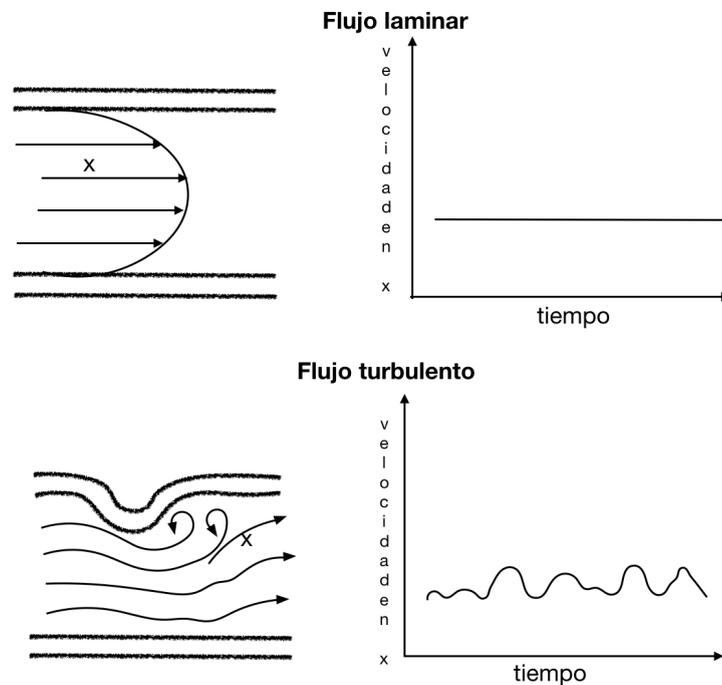


Figura 2.4.4: Relación entre la tensión de corte y la velocidad [33].

con P la presión [$mmHg$]. La deformación ϵ_t en la dirección longitudinal (a lo largo del vaso) está expresado por el cociente entre la extensión por unidad de área del vaso y la cantidad de estiramiento:

$$\epsilon_t = \frac{\Delta l}{l}, \quad (2.4.34)$$

la deformación está en la dirección radial o perpendicular al segmento de vaso y es función de la distensión de la luz del vaso. También se puede expresar en términos del radio como:

$$\epsilon_r = \frac{\Delta r}{r}. \quad (2.4.35)$$

TURBULENCIA.

Cuando un fluido pasa a través de un tubo, la velocidad del fluido es no uniforme desde la periferia hasta el centro, se presenta un perfil parabólico, es decir, en el centro del tubo la velocidad del conjunto de laminas presentes en un fluido Newtoniano es mayor, sin embargo se puede considerar que en las paredes del tubo, el flujo se puede ver momentáneamente estacionario, patrón conocido como **laminar o de línea de corriente**.

Si la velocidad del fluido incrementa sobre un valor crítico, las laminas no se mantienen y se generan así movimientos irregulares, esto se conoce como flujo turbulento.

El número de Reynolds es determinante para saber si un fluido es laminar o turbulento, es resultado de la relación entre las fuerzas viscosas de un fluido y se calcula como:

$$\mathbf{R} = \left(\frac{\rho}{\eta} \right) \bar{V} D, \quad (2.4.36)$$

con ρ la densidad del fluido en [g/ml], η la viscosidad del fluido [$Poise$], \bar{V} la velocidad promedio [cm/s], D el diámetro del tubo [cm]. Cuando este número excede 2000 en grandes vasos y 200 en pequeños vasos, ocurre el fenómeno de turbulencia.

Resultado de la turbulencia, existe la presencia de fluctuaciones de la velocidad [62].

La fluctuación de la velocidad en alguna dirección arbitraria está dada por:

$$v'_i = v_i - \bar{V}, \quad (2.4.37)$$

con v'_i la fluctuación de la velocidad $[\frac{m}{s}]$. La intensidad de las fluctuaciones de velocidad es medida por la desviación estándar:

$$\sigma_i = \sqrt{\overline{u_i^2}}, \quad (2.4.38)$$

σ_i^2 es la turbulencia en la dirección i .

2.5. VORTICIDAD

Los vórtices son estructuras fundamentales en la mecánica de fluidos [65]. A pesar de la antigüedad en la observación de los vórtices que aparecen en los fluidos, la teoría fue desarrollada para comprensión de la forma simple, desde la estática de fluidos y hasta Bernoulli, la dinámica de fluidos estaba basada en la ecuación de Euler. La dinámica de fluidos fundada por los tres teoremas de vorticidad de Helmholtz (1858) y enriquecido posteriormente con el teorema de Kelvin (1869), aunque en este punto la descripción del modelo de fluido invisible no puede explicar la generación de vórtices y su interacción con cuerpos sólidos [67]. Sir Hinshelwood, hace la observación “los dinámicos de fluidos se dividieron en ingenieros hidráulicos que observaron lo que no podía explicarse, y matemáticos que explicaron cosas que no podían observarse” [68].

Los logros teóricos de entonces se resumen con el trabajo de Lamb en 1932 en la que el fluido era invisible, incompresible e irrotacional. La época dorada de vorticidad y dinámica de vórtices es considerada en el periodo 1894-1910 con el nacimiento de la aerodinámica. La segunda edad de oro está a cargo de los autores Truesdell (1954), Lighthill (1963) y Batchelor (1967), entre otros. Truesdell en 1954 realizó la exposición sistemática de la cinemática de la vorticidad. Batchelor, en su libro considera que la mayoría de las ideas dinámicas básicas se revelan claramente en el estudio del flujo rotacional de un fluido con fricción interna. Lighthill introduce la idea del “boundary layer” o el concepto de laminas límite.

Durante la segunda mitad del siglo XX existen bastantes trabajos y libros de texto de posgrado surgidos en un periodo muy corto en la década de 1990, Saffman (1992), Wu et al. Alabama. (1993), Tong y col. (1994), Green (1995) y Lugt (1996), junto con libros y artículos recopilados sobre temas especiales de este campo, por ejemplo, Tong et al. (1993), Voropayev y Afanasyev (1994), y Hunt y Vassilicos (2000). Aunque en estos trabajos se estudia muy poco sobre flujo inestable, estabilidad de flujo de corte y vórtices [67].

Recientemente se han considerado completar la definición de la vorticidad para la mejor comprensión de los fenómenos turbulentos. El trabajo de Jeong, et al. propone la definición de vórtice en un fluido incompresible en términos de los eigenvalores del tensor simétrico $S^2 + \Omega^2$ con S y Ω las partes simétrica y anti simétrica respectivamente del tensor de gradiente de velocidad $\nabla \mathbf{u}$ [66].

La formación de vórtices es un fenómeno que ha sido de interés en diversos problemas de relevancia biológica [70]. Estudiar la presencia de vórtices ayuda a comprender fenómenos asociados como la energía. Los vórtices generados en grandes vasos y cavidades del sistema cardiovascular juegan un papel fundamental en la fisiología normal y un adecuado equilibrio en el movimiento de sangre y presión de los tejidos circundantes [65].

La vorticidad puede ser una herramienta no invasiva para investigar el flujo en ventrículos y las interacciones mecánicas. Esta cantidad está asociada con disfunción diastólica en el ventrículo izquierdo. Según el trabajo de Lighthill [71], la vorticidad está relacionada con los índices eco cardiográficos de la función diastólica del ventrículo izquierdo. Existen soluciones numéricas de las ecuaciones de Navier-Stokes en los que se utiliza el número de Reynolds para la comprensión de la formación de vórtices en tres dimensiones.

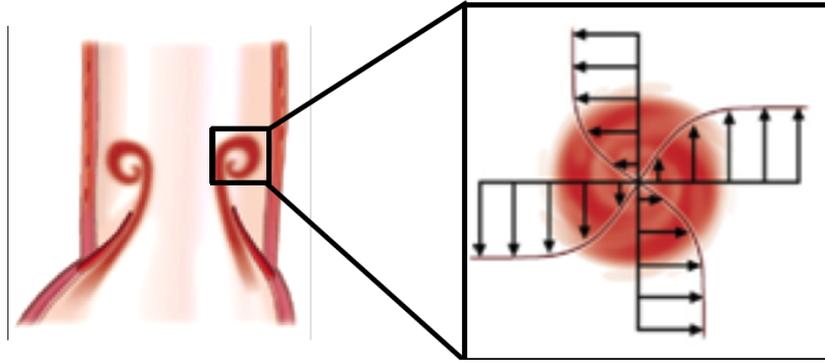


Figura 2.5.1: La vorticidad ω es una cantidad vectorial que refleja la tendencia de una partícula de fluido a rotar en un punto del espacio [69].

Estudiar la vorticidad en fluidos biológicos juega un rol fundamental en la evaluación de la energía cardiovascular.

- Es evaluada por inspección del campo de velocidad.
- El análisis seguido es a través de la formulación de Euler ya que el campo de velocidad depende únicamente del tiempo y la posición es fija en el plano colocado.

La vorticidad $\vec{\omega}$ es una cantidad vectorial que revela la tendencia de una partícula de fluido a rotar en un punto particular del espacio, con unidades $[s^{-1}]$. Es definida como:

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{v}, \quad (2.5.1)$$

entonces cada punto del fluido tiene asociado un vector de vorticidad. En dos dimensiones, la vorticidad es la suma de las velocidades angulares de cualquier par mutuamente perpendicular. Para un cuerpo rígido que rota, cada línea perpendicular al eje de rotación, tiene la misma velocidad angular, entonces la vorticidad es la misma en cada punto y es igual a dos veces la velocidad angular. Está relacionada con el momento de una partícula esférica de fluido sobre su propio centro de masa [72].

Evaluada a partir del método de Richardson 4*, el cual a partir del campo de velocidades de las mediciones *in vivo* de las mediciones de velocidad a través de cardioresonancia magnética. Este método es evaluado por García [73] y se comprueba ser el más preciso y estable para la evaluación de la magnitud del campo de vorticidad. La versión compacta del esquema de la extrapolación de Richardson es definida como:

$$\frac{\partial U}{\partial x_i} = \frac{1}{A} \sum_{1,2,4,8} A_k U'_{i,k-celda'}$$

con $U'_{i,k-celda'}$ la derivada calculada implícitamente del esquema de espaciamiento de los vóxeles en la matriz de espacio k , ver 2.5.2. Este método reduce también el error de truncamiento [73]. Para el análisis de la vorticidad, matemáticamente se tiene:

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{v},$$

el rotacional del campo de velocidad. Se calcularon las componentes cartesianas del rotacional considerando las derivadas con respecto a las tres direcciones espaciales utilizando el método numérico de Richardson en 3D. Para cada componente tenemos:

$$\omega_x = \frac{dV_z}{dy} - \frac{dV_y}{dz}, \quad (2.5.2)$$

$$\omega_y = \frac{dV_x}{dz} - \frac{dV_z}{dx}, \quad (2.5.3)$$

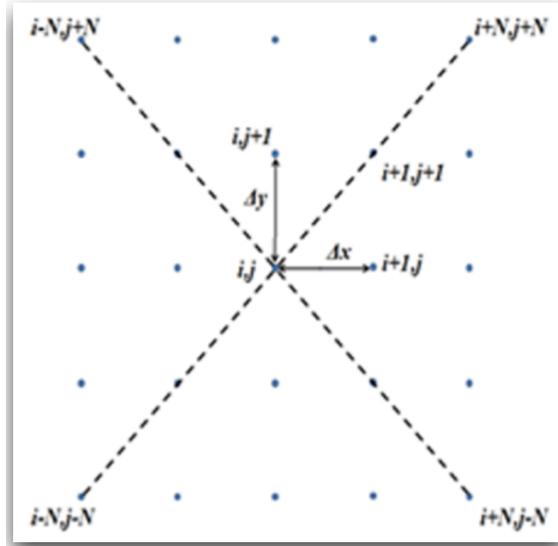


Figura 2.5.2: Esquemización el cálculo de la vorticidad utilizando diferencias finitas [73].

$$\omega_x = \frac{dV_y}{dx} - \frac{dV_x}{dy}. \quad (2.5.4)$$

La magnitud es calculada como:

$$\omega_{mag} = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2}. \quad (2.5.5)$$

2.6. HELICIDAD.

La helicidad $H(t)$ tiene gran influencia en la evolución y estabilidad del flujo laminar y turbulento [75]. La helicidad $H(t)$ de un fluido confinado a un dominio D en \mathcal{R}^3 está dado por:

$$H(t) = \int_D \vec{v}(\vec{x}, t) \cdot \nabla \times \vec{v}(\vec{x}, t) dV = \int_D \vec{v}(\vec{x}, t) \cdot \omega(\vec{x}, t) dV = \int_D H_k(\vec{x}, t) dV, \quad (2.6.1)$$

con $H_k(\vec{x}, t)$ la densidad de la helicidad. H_k Es un útil indicador de la dirección de rotación de las estructuras helicoidales.

Un cambio local en el signo de H_k es debido a un cambio en el patrón de rotación. Un signo positivo en los valores de H_k son referidos como una rotación a la derecha o con giro en el sentido horario, un signo negativo como un giro en contra de las manecillas del reloj o hacia la izquierda.

La cantidad *Localized Normalized Helicity* calculada como el valor local del coseno del ángulo entre los vectores de velocidad y vorticidad es un indicador de cómo un campo vectorial de velocidad está orientado con respecto al campo vectorial de vorticidad.

$$LNH(\vec{x}, t) = \frac{\vec{v}(\vec{x}, t) \cdot \vec{\omega}(\vec{x}, t)}{|\vec{v}(\vec{x}, t)| |\vec{\omega}(\vec{x}, t)|}, \quad (2.6.2)$$

LNH provee una útil cuantificación de los patrones de flujo relacionados con la vorticidad. La medición de la LNH proporciona perspectiva de la magnitud de la energía que se está disipando con la vorticidad y su valor está entre:

$$-1 \leq LNH \leq 1 \quad (2.6.3)$$

CAPÍTULO 3

TETRALOGÍA DE FALLOT.

ANTECEDENTES

La Tetralogía de Fallot es uno de los defectos más comunes con una incidencia del 9-13% según la “American Heart Association” en conjunto con el “Center for Disease Control and Prevention”, Institutos Nacionales de Salud y otras agencias gubernamentales en su reporte de la estadística en enfermedades de corazón. El número estimado de adultos con defectos congénitos de corazón están en el rango de 650 000 a 1.3 millones. De 1940 a 2002 aproximadamente dos millones de pacientes nacieron con defectos cardiovasculares congénitos en Estados Unidos [41].

La etiología de la enfermedad es desconocida, aunque se ha encontrado una asociación con la microdelección q11 del cromosoma 22 en por arriba del 25% de los pacientes. También es conocido su presentación en pacientes con Síndrome de Down [1].

3.1. DEFINICIÓN DE LA ENFERMEDAD

La Tetralogía de Fallot, ToF por sus siglas en inglés es la combinación de las siguientes cuatro malformaciones en el corazón de los recién nacidos con esta cardiopatía:

- Obstrucción en el flujo de salida del ventrículo derecho
- Defecto Septal Ventricular
- Cabalgamiento de la aorta
- Hipertrofia del ventrículo derecho

Los cuales se explican a continuación:

- Obstrucción en el flujo de salida del ventrículo derecho. El flujo hacia los pulmones es reducido por un estrechamiento en la conexión entre estos y el ventrículo derecho. Es provocado por un engrosamiento debajo de la válvula pulmonar. También se puede tener el caso de la válvula reducida (estenosis) o la arteria pulmonar puede ser pequeña.
- Defecto Septal Ventricular. Refiere a un agujero en la pared que comunica al ventrículo derecho e izquierdo.
- Cabalgamiento de la aorta. Este defecto consiste en que la aorta tiene un desplazamiento anormal hacia a la derecha y es situado sobre el defecto septal ventricular.
- Hipertrofia del ventrículo derecho. Consiste en un exceso de músculo en el ventrículo derecho lo que reduce la cavidad y con esto el volumen de sangre. Es provocado por la obstrucción en el flujo de salida del ventrículo derecho y su necesidad de impulsar el flujo de sangre.

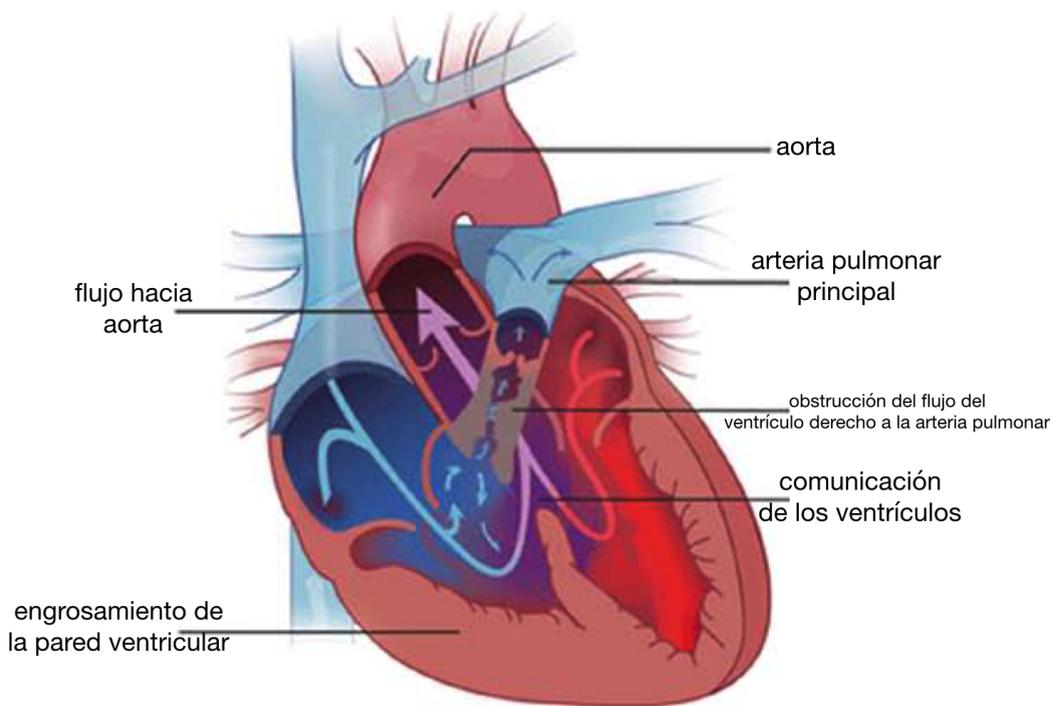


Figura 3.1.1: Corazón que presenta la malformación cardíaca de Tetralogía de Fallot [40].

3.2. SIGNOS Y SÍNTOMAS.

Los recién nacidos que presentan ToF pueden presentar una visible coloración azulada en los labios o extremidades dependiendo de la severidad de la enfermedad. Es necesario hacer mediciones en los niveles de oxígeno, lo cual se hace a través de un oxímetro de pulso, también se buscan zumbidos anormales en el corazón a través de un estetoscopio. El diagnóstico es confirmado al hacer un electrocardiograma.

Los síntomas varían dependiendo de la severidad de la obstrucción, algunos niños con menor obstrucción comienzan a presentar síntomas hasta después de meses de nacidos, comúnmente entre dos o cuatro meses después. Generalmente por la mañana se presenta deshidratación lo que provoca falta de apetito y estreñimiento llanto y tiempos prolongados de estrés, lo cual se puede aliviar colocando las rodillas del bebé en el pecho provocando un cambio en el patrón del flujo sanguíneo del corazón.

La corrección por cirugía es el tratamiento fundamental, sin embargo, usualmente existe una complicación, la regurgitación pulmonar RP (como resultado de las reparaciones quirúrgicas las valvas de la válvula tricúspide, provocan que una fracción de la sangre se regrese a través del ventrículo derecho) la cuál es causada por la deformidad de la válvula pulmonar después de la cirugía correctiva. La RP provoca un flujo complejo o irregular en las arterias pulmonares, la cual está relacionada con la disfunción del ventrículo derecho [2]. La operación para un recién nacido es demasiado riesgosa y está se hace más comúnmente entre los tres y seis meses de edad. La cirugía consiste en reparar:

- Cerrar con un parche la comunicación interventricular.
- Remover el musculo extra del ventrículo derecho.
- Reparar la válvula pulmonar.
- Parche en el ventrículo derecho para aliviar la obstrucción.

Para los pacientes con enfermedades cardíacas es de interés analizar la función del ventrículo derecho. Como se mencionó antes los pacientes con reparación de ToF suelen presentar regurgitación pulmonar (RP) lo

que provoca una sobrecarga en el volumen del ventrículo derecho, por esta razón se vuelve de vital importancia llevar un monitoreo de los pacientes post-reparación.

CIRUGÍA DE REPARACIÓN.

Los datos evaluados son de niños con reparación de la Tetralogía de Fallot rToF, lo cual quiere decir entraron a cirugía para corregir los defectos asociados a la ToF. Desde la primera descripción de la reparación quirúrgica en 1952 por Lillehei et. al., se han hecho mejoras para que los casos resulten ser más exitosos mejorando la obstrucción del tracto de salida del ventrículo derecho, la cual se abordó mediante una ventriculotomía en la pared anterior del ventrículo derecho, así como la inserción de un parche transanular.

La obstrucción del tracto de salida del ventrículo derecho es corregida mediante ventriculotomía en la pared anterior del ventrículo derecho, así como la inserción de un parche transanular ver figura 3.2.1.

La RP es una complicación que surge después de la cirugía muy común entre el 40% a 80% de los pacientes la presentan de moderada a grave de cinco a diez años después de la reparación. La RP induce una sobrecarga del volumen del ventrículo derecho (VD) provocando una dilatación del VD a menudo progresiva, que puede inducir el desarrollo de regurgitación tricuspídea y disfunción del VD [43].

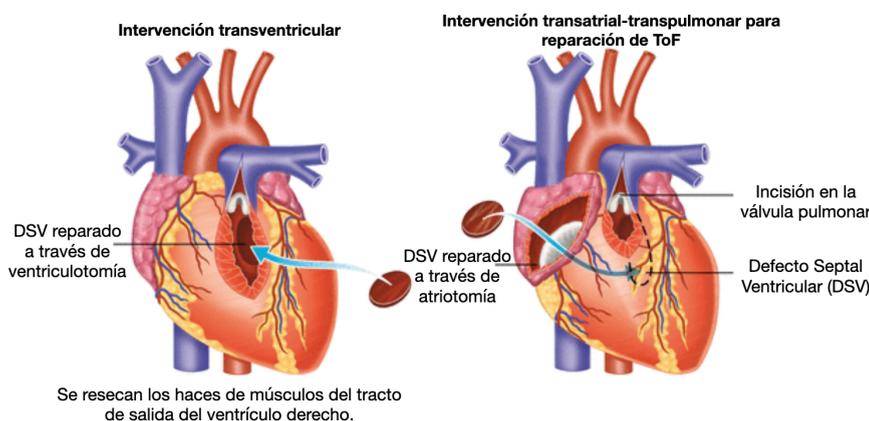


Figura 3.2.1: Abordaje transventricular (imagen de la izquierda) y transatrial-pulmonar (imagen derecha) para la reparación en Tetralogía de Fallot. Imagen de Bushman [44].

Sin corrección quirúrgica la mortalidad es alta, más del 35% mueren el primer año y el 50% a los tres años. La corrección quirúrgica presenta baja mortalidad (2-5%) y elevada etapa de supervivencia a largo plazo (95.7% a los 10 años, 93.5% a los 20 años y 85% a los 36 años). La necesidad de reoperación se presenta en el 6-10% de los casos de 10 a 20 años de la corrección inicial.

En el Hospital Infantil de México Federico Gómez durante la última década fueron tratados 338 casos (26%) de los cuales el 4.4% de ellos corresponden a Tetralogía de Fallot [45]. En esta Institución se presenta una supervivencia del 100% a 10 años de la rToF con parche transanular, a pesar de la supervivencia a largo plazo, ocurre insuficiencia progresiva del ventrículo derecho, por lo que ninguno de los pacientes se considera curado, incluso los asintomáticos y en todos ellos debe tenerse un seguimiento continuo para elegir el momento óptimo para reemplazo de la válvula pulmonar.

Según la guía de referencia rápida del IMSS [46] el tratamiento de Tetralogía de Fallot es la corrección quirúrgica que incluye el cierre del defecto septal interventricular y abrir la vía de salida del ventrículo derecho. Originalmente, la cirugía fue la ventriculotomía del VD, cierre de la comunicación interventricular y resección infundibular, con ampliación del parche transanular pulmonar. La tendencia desde la década de los 80's ha sido evitar el abordaje ventricular y propone el algoritmo de la figura 3.2.2.

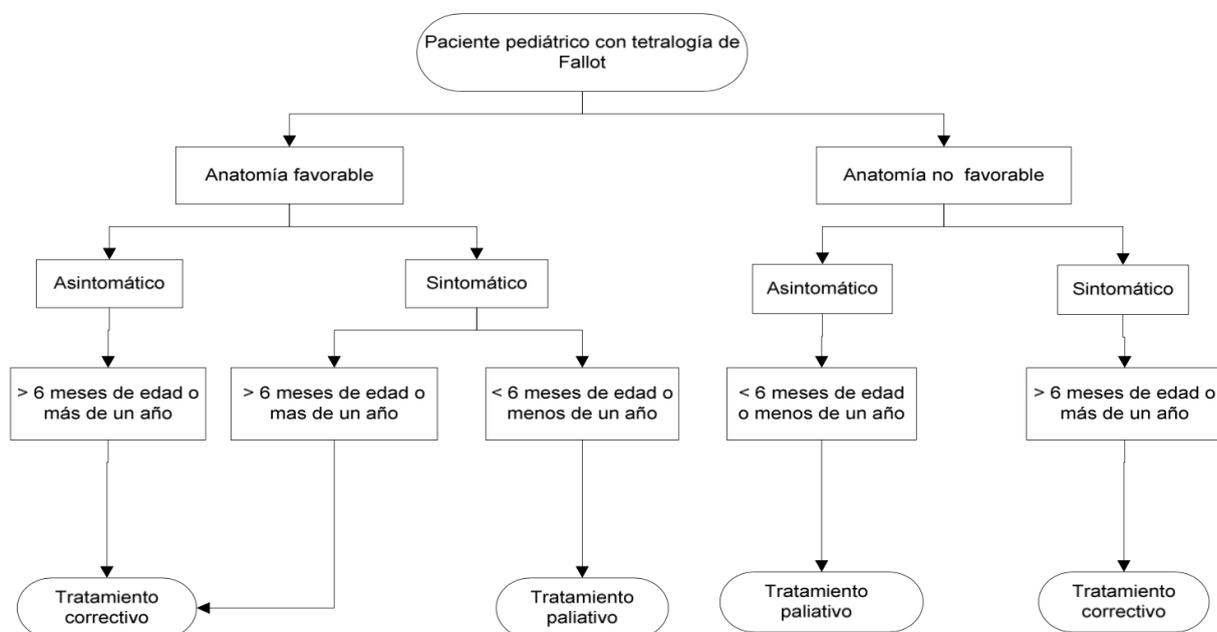


Figura 3.2.2: Algoritmo propuesto en la *Guía de referencia rápida del IMSS* para el tratamiento de la Tetralogía de Fallot en edad pediátrica [46].

3.3. LA CARDIORESONANCIA EN LA EVALUACIÓN DE PACIENTES CON REPARACIÓN EN TETRALOGÍA DE FALLOT

La cardio resonancia magnética CRM ha demostrado ser una buena técnica para la obtención de imagen y parámetros hemodinámicos y poder realizar esta tarea.

Flujo 4D es el nombre que recibe la técnica de visualización del flujo que refiere a las tres dimensiones espaciales con resolución de tiempo de los patrones de flujo. Esta basada en la obtención de imágenes por la secuencia de contraste de fase PC (Phase-Contrast), y cuya descripción se detalla más adelante.

El flujo 4D es usado comúnmente en CRM para medir los patrones de flujo en grandes vasos y en general en corazón, permite cuantificar cambios en dicho patrón de flujo para tener un seguimiento de pacientes con rToF.

Estudios que utilizan flujo 4D demuestran que pacientes con rToF presentan:

- Una tendencia mayor a la formación de vórtices (remolinos) en el patrón de flujo. En la fase de diástole se demuestra un incremento en el número de vórtices mientras que se mantiene normal en la fase de sístole.
- Los pacientes evaluados presentan patrones de flujo normales en arteria pulmonar principal MPA, mientras que solo el 45% tiene patrones normales en arteria pulmonar derecha RPA y el 9% en arteria pulmonar izquierda LPA.
- El incremento en vórtices de los patrones de flujo es evidente en la arteria pulmonar de estos pacientes.
- Las diferencias en los patrones de flujo de los pacientes normales con pacientes con rToF son significativas excepto en la sístole del ventrículo derecho.

- Según el análisis estadístico de los parámetros cuantificados se presentan diferencias significativas en flujo pico, aceleración pico, índice de resistencia y tensión de corte de la pared del vaso, no se encontraron diferencias estadísticas en el flujo total.

El seguimiento de por vida es importante para detectar problemas tales como un ritmo cardíaco anormal, pérdida de la válvula pulmonar o mal funcionamiento del ventrículo derecho. La investigación continua que lleve a nuevos conocimientos y tratamientos para la enfermedad cardíaca congénita mejorará el cuidado de los niños en el futuro.

CAPÍTULO 4

CARDIORESONANCIA - FLUJO 4D

Uno de los requisitos para el éxito en la obtención de una imagen por resonancia magnética es que el paciente se mantenga inmóvil durante el estudio, es por esta razón que, en corazón, se hacen consideraciones especiales en el proceso de obtención debido al movimiento intrínseco del corazón. Para evitar defectos de movimiento en la imagen se intenta hacer la adquisición de las imágenes lo suficientemente rápido para “congelar” el movimiento del corazón. Esto se logra al utilizar secuencias y/o métodos especializados para lograr capturar la imagen cardiaca.

La sincronización de la adquisición de las imágenes con el ciclo cardiaco es reconocida como “gating” y es un elemento básico para una secuencia de pulsos en la cardioresonancia magnética (CRM) pues ayuda a disminuir los defectos en la imagen debidos a movimiento de contracción miocárdica y efectos del flujo pulsátil de sangre [35]. A continuación, se describe la técnica y las características de las secuencias utilizadas para lograrlo.

4.1. SINCRONIZACIÓN CARDIACA

Para la adquisición de imágenes cardiacas se utiliza un método conocido como “Cardiac triggering” o “Cardiac gating”. Este método reduce el desajuste en la fase natural de los espines de H producidos por el movimiento del corazón y el flujo pulsátil de sangre.

Utiliza la señal eléctrica del latido cardiaco para sincronizar con la secuencia de pulsos enviada [35]. La señal se puede recibir de un electrocardiograma (ECG) o de dispositivos periféricos.

- Electrocardiograma. Es el gráfico del voltaje contra tiempo que indica la actividad eléctrica del músculo cardiaco [27]. Su funcionamiento se basa en la colocación de electrodos en el pecho del paciente para detectar la actividad eléctrica del corazón. La señal es adquirida por la medición de la diferencia de voltaje entre dos electrodos los cuales deben ser colocados cuidadosamente para evitar quemaduras en el paciente.
- Dispositivos periféricos, que emplean foto sensores colocados en el dedo del paciente para detectar el pulso sanguíneo.

Con la señal recibida de un ECG o algún monitor periférico, se adquiere un conjunto completo de información para el llenado del espacio k , en aproximadamente la misma porción del ciclo cardíaco (misma localización y velocidad, aceleración, propulsión) para con esto quitar artefactos en la imagen asociados al movimiento. Es decir, permite la combinación de datos adquiridos de múltiples ciclos cardiacos.

Para monitorear la actividad eléctrica del corazón se analiza la gráfica del voltaje contra tiempo o electrocardiograma (ECG). Los valores de voltaje son específicos para cada paciente, pero el valor típico está entre 1-2 mV. En la imagen de la figura 4.1.1 se observa la representación esquemática de la forma de onda del

ECG en un intervalo R-R [27].

El ciclo cardíaco está dividido en sístole y diástole. La sístole ventricular cubre el periodo desde el inicio del complejo QRS y hasta el final de la onda T [27].

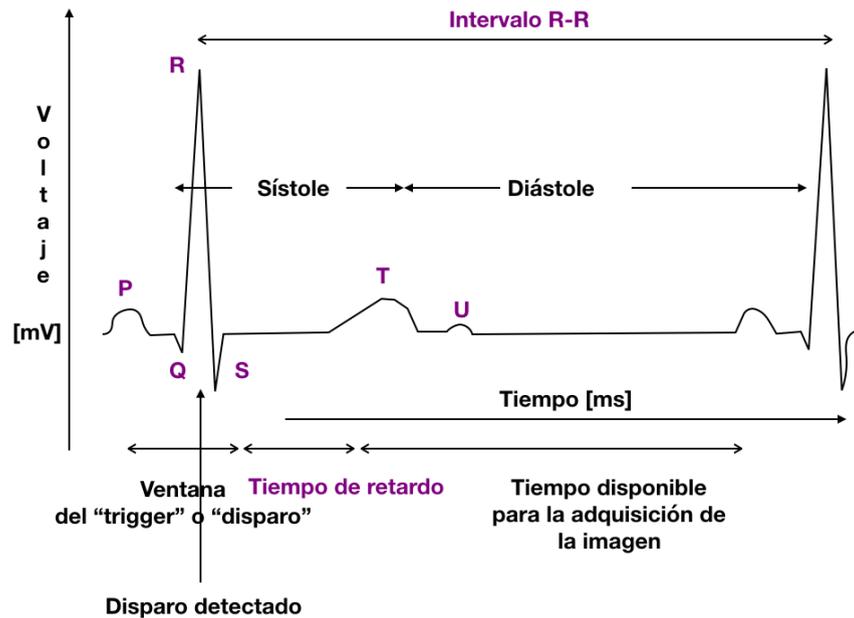


Figura 4.1.1: Esquema de la forma de onda de un ECG en un intervalo R-R. Se marca con las flechas inferiores la subdivisión en intervalos del ECG para adquirir la imagen cardíaca [27].

La duración del intervalo R-R depende de cada paciente y es calculado como:

$$t_{R-R} = \frac{60000}{RC}, \quad (4.1.1)$$

Con t_{R-R} la duración del intervalo R-R en ms y el ritmo cardíaco RC, en latidos por minuto (lpm) [27]. Como ejemplo podemos pensar en un ritmo cardíaco de 75 lpm corresponde a un intervalo R-R de 800 ms.

Cada una de las ondas que se muestran en el esquema tienen interpretaciones fisiológicas [27]:

- La onda P: Indica la activación de las aurículas o contracción. La activación es también conocida como despolarización y refiere al flujo de iones con carga positiva (Na^+) hacia el interior de la célula generando carga negativa en el exterior de la célula. La repolarización causa un flujo de iones positivos (K^+) hacia el exterior de la célula e indica el inicio de la relajación muscular.
- El complejo QRS: correspondiente al comienzo de la contracción ventricular (sístole).
- Onda T: Indica la repolarización de los ventrículos, representa la diástole ventricular o relajación.

El pico de la onda R es usado para sincronizar cada pulso de la secuencia enviada porque eléctricamente, es el de mayor amplitud. Ya que se toma en cada pico de la onda R, el tiempo de repetición dependerá del intervalo entre estos (R-R) y es determinado particularmente por el paciente.

A través del ECG, el inicio en la adquisición de las imágenes se activa mediante la detección del complejo QRS. Se adquieren múltiples segmentos de datos para el llenado del espacio k que se utilizan para construir una sola imagen en alguna fase cardíaca dada dentro de algún intervalo específico definido por el usuario centrado en el mismo punto dentro del ciclo cardíaco a lo largo de una secuencia de latidos.

La colección de datos para la codificación de fase en cada corte es adquirida durante el intervalo R-R. La información es adquirida cuando el corazón está en la misma fase cardiaca de actividad cardiaca, es decir, el corte 1 es siempre adquirido cuando el corazón está en cierta posición del ciclo y esto para las rebanadas siguientes 2, 3, etc. El tiempo de activación o ventana de activación es el tiempo de espera antes de la llegada del pico en la onda R, es un tiempo de retraso expresado frecuentemente en el porcentaje del intervalo R-R donde el sistema detiene el escaneo y espera al siguiente pico R [35].

La activación de la adquisición de datos para el llenado del espacio k se puede hacer de dos formas diferentes, activación retrospectiva y prospectiva.

En la activación RETROSPECTIVA, se realiza una adquisición asíncrona y continua de segmentos de datos durante varios ciclos cardiacos. Se actualizan los segmentos en cada repetición sucesiva del complejo QRS en cada ciclo. El post-procesamiento con la interpolación de datos conduce a la reconstrucción de imágenes en múltiples marcos y puntos temporales o fases en el ciclo cardiaco.

Para la activación PROSPECTIVA, la adquisición no es continúa, se pierde una parte al final de cada ciclo cardiaco, se suspende cerca del final de la diástole para esperar el inicio del próximo ciclo $QRS \approx 50 - 100ms$, es decir la parte final del ciclo cardiaco no es muestreado.

Las líneas del espacio k o pasos de codificación de fase son agrupados en segmentos separados y un conjunto diferente de esos datos segmentados se adquieren repetidamente en cada ciclo cardiaco. Estos son adquiridos en aproximadamente en el mismo punto en cada ciclo consecutivo a través de múltiples latidos, hasta obtener suficientes líneas de datos para reconstruir la imagen.

4.2. CONTRASTE DE FASE (PC) EN CARDIORESONANCIA MAGNÉTICA.

La evaluación de los parámetros de flujo en corazón ayuda a medir la función cardiovascular y es de gran importancia clínica para la evaluación de enfermedades congénitas, pues se evalúan cantidades que determinan el grado de estenosis (estrechamiento del vaso sanguíneo) y regurgitación (flujo de retorno al vaso sanguíneo).

La evaluación de estos parámetros es posible a través de las técnicas no invasivas de CRM, las cuales están basadas en los métodos de contraste de fase o PC (phase-contrast) por sus siglas en inglés, las cuales obtienen información de la velocidad a través de un plano. Consiste en la comparación o diferencia entre dos conjuntos de información de la fase de los espines, esto porque la fase de los espines se desplaza cuando los espines se mueven a lo largo de un campo gradiente (ver figura 4.2.1), en otras palabras se observa cuales espines se mueven y cuales permanecen estáticos.

El desplazamiento de la fase de espines que son excitados al aplicar un campo gradiente constante aumenta linealmente a lo largo de la dirección de flujo y con la velocidad creciente del flujo, el cambio de fase es proporcional a la velocidad de los espines en movimiento. El cambio de fase del tejido estacionario es compensando con la ayuda de gradientes bipolares. La diferencia de fase que permanece después de la resta de los dos conjuntos de datos es usada para calcular las velocidades. Este cambio de fase es medido en grados y su valor está entre ± 180 grados [62].

Se realiza una medición de referencia en la que todos los espines se encuentran con la misma fase (la misma posición) a través de una imagen con compensación de flujo (*Flow-compensation*) como se observa en la figura 4.2.2, en este punto tanto los espines en movimiento de la sangre como los de tejido estático contienen la misma fase.

Paso seguido se aplica un campo gradiente en un sentido, esto genera que los espines en movimiento modifiquen el valor de su fase, se recopila información a través de una codificación de flujo (ver figura 4.2.3) en la que se realiza la medición sin compensación de flujo.

Finalmente, la imagen de contraste de fase obtenida al hacer la diferencia entre las dos imágenes anteriores

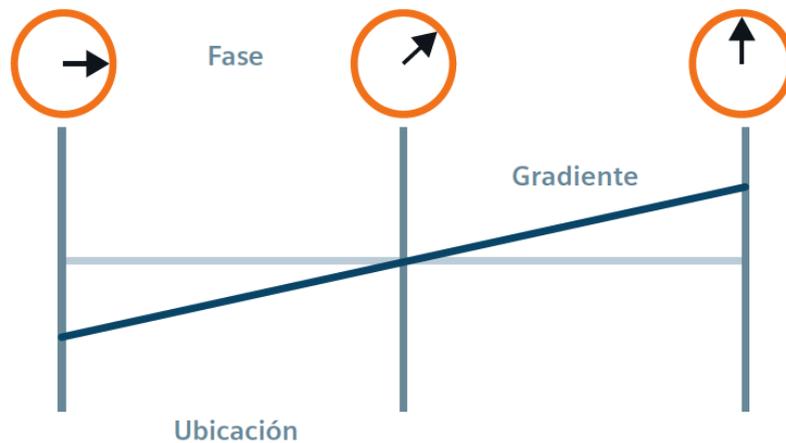


Figura 4.2.1: Al aplicar un campo gradiente constante, el desplazamiento de fase de los espines en movimiento aumenta linealmente a lo largo de la dirección de flujo [61].

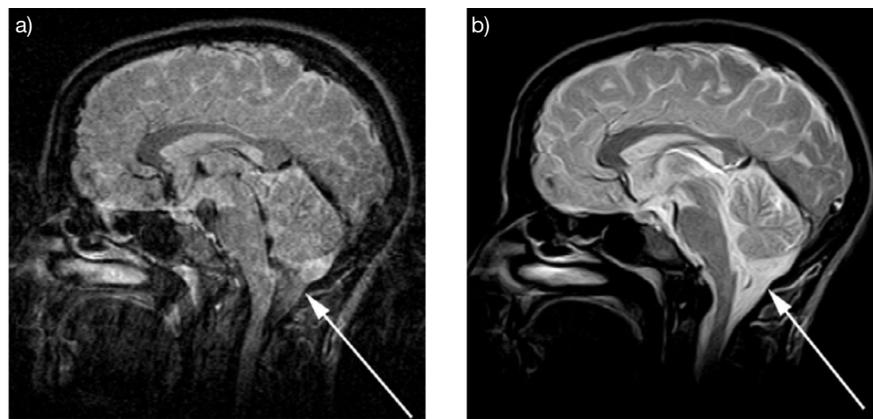


Figura 4.2.2: a) Imagen en corte sagital sin compensación de flujo, se observan artefactos asociados al movimiento del flujo y una reducción de la señal en el espacio subaracnoideo (flechas), así como en los vasos sanguíneos. b) la misma toma con compensación de flujo, se reducen artefactos y se visualiza el LCR y la sangre [61].

con ponderación en T_2 . La imagen presentada no arroja información anatómica. Los píxeles en esta imagen (figura 4.2.4, c) representan:

- Hiperintensos. Alta velocidad de flujo en sentido positivo.
- Hipointensos. Alta velocidad de flujo en el sentido negativo.
- Grises. Corresponde al tejido estacionario, es decir con velocidad de flujo igual a cero.

SATURACIÓN DE ESPINES EN UN CORTE SELECCIONADO.

Los espines asociados a la sangre que entran en un corte son poco excitados por la secuencia de pulsos, mientras que los espines de tejido estacionario son mayormente excitados por la secuencia de pulsos. Diremos que los espines se saturan cuando son excitados por pulsos rápidos dentro de un corte estimulado, este pulso produce una magnetización alta. La excitación del tejido se logra a través de un TR corto para evitar la recuperación de la magnetización longitudinal que hay en el corte.

$$TR = \frac{G_c}{V_s}, \quad (4.2.1)$$

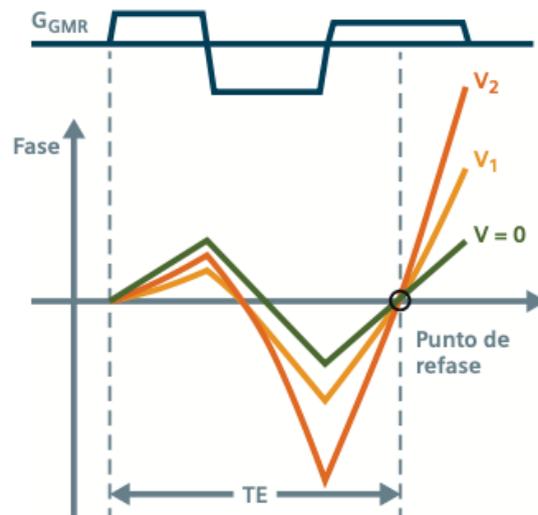


Figura 4.2.3: Se aplican pulsos gradientes alternados para compensar el desplazamiento de fase de los espines estacionarios ($v = 0$) y de los espines en movimiento (v_1, v_2) simultáneamente, con lo que se reestablece la coherencia de fase, la intensidad en el punto de refase es la misma que antes del refase [61].

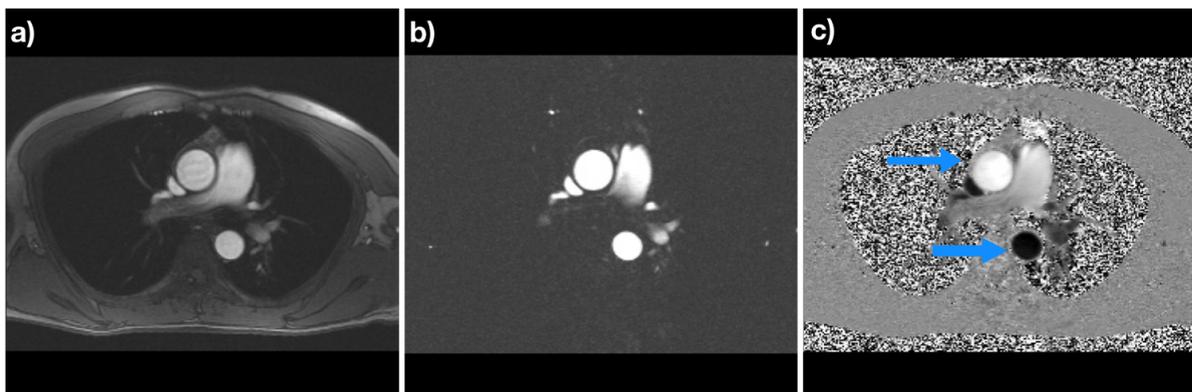


Figura 4.2.4: Imagen transversal de un plano torácico con a) "Compensación de flujo", b) Codificación de flujo y c) Contraste de fase, las flechas indican el flujo por una arteria (hiperintensa) y por una vena (hipointensa), el efecto es logrado al saturar longitudinalmente las venas y ortogonalmente las arterias [61].

G_c es el grosor de corte y V_s es la velocidad de la sangre. El corte de saturación es idealmente ortogonal al plano pues al hacerlo longitudinalmente la señal de los vasos disminuye pues en cada TR los espines se saturan cada vez más.

Ya que los espines que atravesaron el corte seleccionado serán los únicos con la saturación de la señal, la velocidad del flujo determina qué tan rápido se sustituirán los espines que entran posteriormente, visualizado a través del brillo con el que se observa la sangre, la sangre no saturada es mostrada hipertensa (blanca) y la del tejido estático será de señal baja u oscura.

4.3. CUANTIFICACIÓN DE FLUJO.

Un conjunto de píxeles (datos muestreados) son obtenidos del radio interior de un vaso. Con esta información el flujo Q es calculado en el i -ésimo píxel a través de:

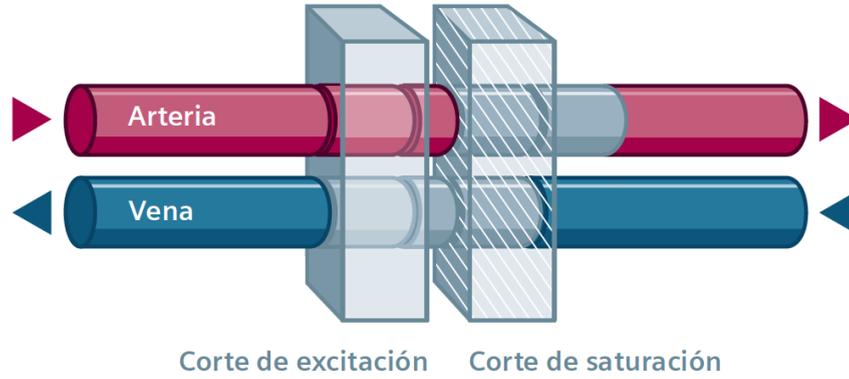


Figura 4.2.5: Esquemización del flujo en una arteria y una vena [61].

$$Q_i = a_i v_{\perp i}, \quad (4.3.1)$$

donde v_{\perp} es la medición de la componente perpendicular de la velocidad del fluido a través del i -ésimo píxel cuya área es a_i . La velocidad medida de v_{\perp} es el promedio ponderado de las velocidades dentro del píxel [64]. El flujo total Q a través del vaso es calculado como la suma sobre los N píxeles que cubren el total del diámetro interior del vaso o luz del vaso en la imagen obtenida. Comúnmente se tiene que:

$$a_i = a,$$

las áreas entre los N píxeles es la misma y entonces:

$$Q_{total} = \sum_{i=1}^N Q_i = \sum_{i=1}^N a_i v_{\perp i} = a \sum_{i=1}^N v_{\perp i} = (Na) \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_{\perp i} \right] = A v_{\perp},$$

es decir, el flujo $\left[\frac{cm^3}{s} = \frac{ml}{min} \right]$ queda determinado por el producto del área de la luz del vaso $A = Na$ en $[cm^2]$ y el promedio de la componente perpendicular de la velocidad v_{\perp} en $\left[\frac{cm}{s} \right]$ sobre la luz del vaso.

CAMPO DE VELOCIDAD.

Obtener el campo de velocidades significa que la intensidad en la señal captada por el píxel de la imagen es proporcional a v_{\perp} , se considera un solo corte en alguna fase cardiaca y se aplica sobre este un gradiente bipolar que codificará el flujo a lo largo de la dirección del "selector de corte" después del pulso de RF y antes de la lectura de la señal como se muestra en la figura 4.3.1 que codifica la señal del flujo a través de dos lóbulos alternados (positivo y negativo) conocidos como gradientes bipolares.

Este tipo de pulso constituye el principal método de obtención de la codificación de la velocidad del flujo que lleva a la obtención de un esquema de velocidades en las tres direcciones en tiempo real y que es conocido como flujo 4D.

La secuencia de pulsos que se aplican para la obtención de este mapa de velocidades es una secuencia gradiente eco (GRE). Para refasar la señal utiliza gradientes bipolares que ponen en fase la señal de los espines estáticos y en movimiento, consiste en la aplicación de pulsos gradiente alternados como lo muestra el diagrama de la figura, esto recupera la coherencia entre todos los espines en el mismo punto sin modificar la velocidad real antes de refasar la señal.

El principio de codificación del flujo está basado en que la familia de espines que fluyen a través de la dirección de flujo codificado por el gradiente acumula fase [75]:

$$\phi_i = \gamma m_1 v_{\perp i} + \phi_{0i}, \quad (4.3.2)$$

con m_1 el primer momento codificado por la dirección de flujo,

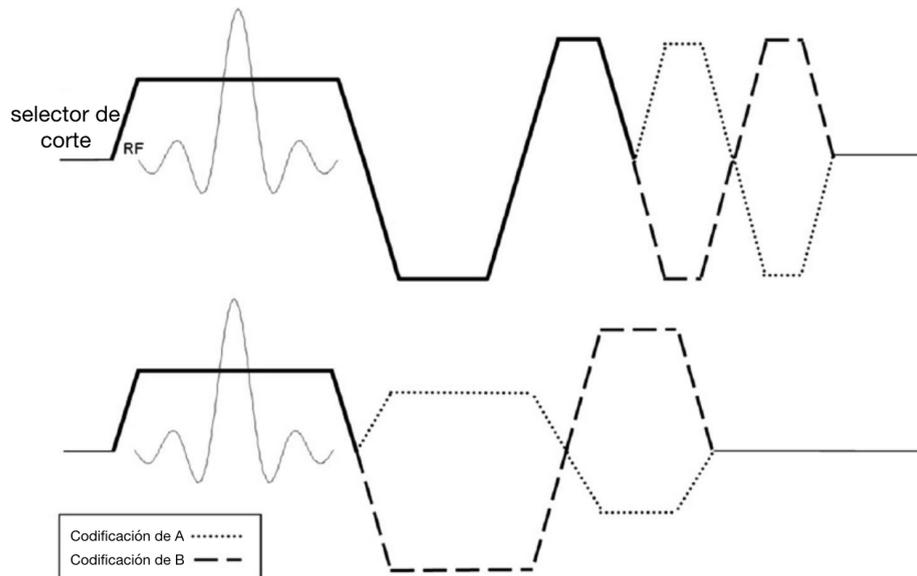


Figura 4.3.1: Las imágenes por resonancia magnética son sensibilizadas para medir las componentes de la velocidad a través de planos al aplicar un gradiente codificador de flujo en el *selector de corte* de la secuencia de pulsos[57].

$$m_1 = \int G(t)tdt, \quad (4.3.3)$$

es decir, la suma ponderada del tiempo del área del gradiente aplicado, el término ϕ_{0i} representa una fase inicial debida a sensibilidad en las bobinas de RF o efectos de imperfección en la señal no relacionadas con información del flujo.

La aplicación del gradiente bipolar genera la forma de onda *A* y *B*, con lo que se genera una diferencia de fase en el primer momento dado por:

$$\Delta\phi_i = \phi_{iA} - \phi_{iB} = \gamma\Delta m_1 v_{\perp i}, \quad (4.3.4)$$

el valor de $\Delta\phi$ es proporcional a $v_{\perp i}$. El valor de ϕ_0 es despreciado y usualmente requiere corrección por post-procesamiento, de esta manera dos conjuntos de datos son adquiridos con una diferencia en el primer momento Δm_1 , la reconstrucción de la diferencia de la fase entre los dos grupos de datos permite obtener una imagen en donde la intensidad del *i*-ésimo píxel es proporcional al valor de la componente de la velocidad $v_{\perp i}$. El signo de $\Delta\phi_i$ representa la **dirección del flujo**. Se obtiene una imagen anatómica a partir del conjunto de datos *A* y *B* los cuales tienen asociada la magnitud M_A y M_B respectivamente.

CODIFICACIÓN DE LA VELOCIDAD

En la técnica de contraste de fase debe definirse un parámetro de codificación de velocidad VENC por las siglas en inglés *Velocity encoding*. Este valor está dado en unidades de $\frac{cm}{s}$, la velocidad más alta o más baja que será detectada [62].

Comparando la fase del tejido estático con la del tejido en movimiento (sangre) durante la aplicación del campo magnético constante, se observa que la fase es homogénea en ambos tejidos (figura 4.3.2), pero al aplicar un campo magnético gradiente, el tejido estacionario recibe una excitación mayor al estar fijo lo que provoca una diferencia de fase mayor que el tejido que se está desplazando y el cual acumula una diferencia de fase menor.

Para volver a poner en fase a los espines del tejido estático es entonces necesario aplicar un campo o lóbulo de gradiente negativo de campo magnético (figura 4.3.3) con lo que el tejido estacionario recupera la orien-

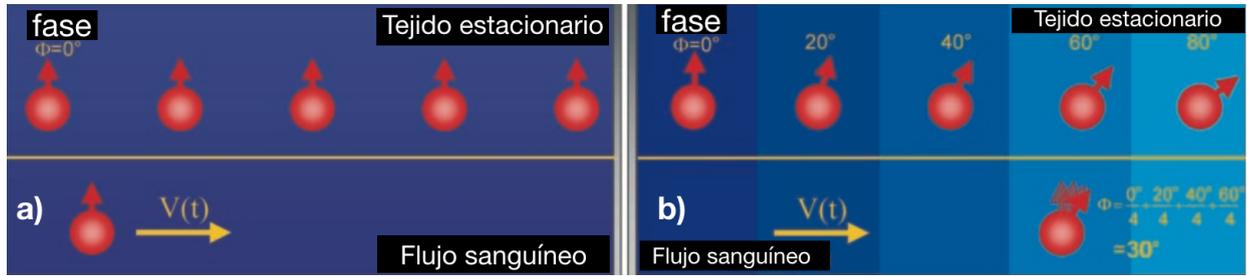


Figura 4.3.2: El esquema representa el desplazamiento en la fase de los espines en a) El tejido estacionario a través de un campo magnético constante, en la parte superior hay una fase igual a cero, los espines están en equilibrio y con la alineación del campo magnético externo, incluso los espines en movimiento de la sangre, b) El desplazamiento de fase después de aplicar un campo magnético gradiente, los espines del tejido estacionario acumulan fase al ser excitados por este campo mientras que el tejido en movimiento tendrá una diferencia de fase menor, es posible entonces diferenciar el tejido estacionario [62].

tación con el campo magnético externo mientras que el efecto en los espines de la sangre no modifica su fase, pero sí su sentido.

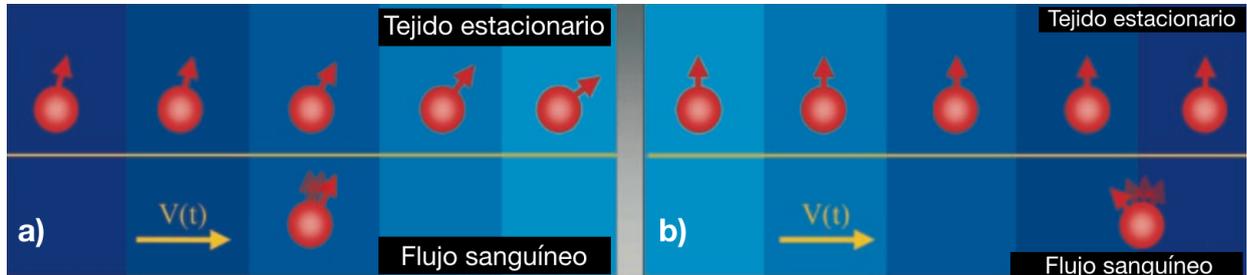


Figura 4.3.3: a) Espines del tejido estacionario y tejido en movimiento después de la aplicación de lóbulo de campo magnético gradiente positivo y b) Después de aplicar el lóbulo, pero ahora en el sentido opuesto o negativo, se recupera la fase inicial en el tejido estacionario mientras que en el tejido en movimiento el efecto es invertir el sentido [62].

El valor de la componente de la velocidad $v_{\perp i}$ es muy cercano al valor real dentro del vóxel considerando que se debe ajustar un parámetro importante para evitar artefacto en la imagen conocido como *aliasing*. Este parámetro es una velocidad característica de las secuencias PC y es llamado VENC [$\frac{cm}{s}$]. Esta velocidad representa el valor máximo de codificación de la velocidad en:

$$-VENC \leq |v_{\perp}| \leq VENC.$$

Ya que la diferencia de fase regresa un valor entre:

$$-\pi \leq \Delta\phi_i \leq +\pi,$$

el valor del VENC está relacionado con el primer momento como:

$$VENC = \frac{\pi}{\gamma\Delta m_1}, \quad (4.3.5)$$

de (4.3.4),

$$v_{\perp i} = \frac{\Delta\phi_i}{\gamma\Delta m_1}, \quad (4.3.6)$$

en (4.3.5),

$$VENC = \frac{v_{\perp i}\pi}{\Delta\phi_i},$$

$$v_{\perp i} = VENC \frac{\Delta\phi_i}{\pi}, \quad (4.3.7)$$

4.4. FLUJO 4D

La herramienta de visualización y cuantificación del flujo sanguíneo en corazón reconocida como Flujo 4D, está basada en la técnica de IRM de contraste de fase 2D, descrita antes, la modificación resulta en que las adquisiciones de las componentes de la velocidad son en las tres direcciones espaciales x , y , z , además de hacerse adquisiciones en tiempos subsecuentes con la que se logra la reconstrucción en una secuencia de imágenes del campo de velocidades durante un ciclo cardiaco promediado, esto genera un tipo de película, razón por la cual es conocido como cine 3D.

La técnica de imagen requiere de un software avanzado para hacerse la visualización y cuantificación de los parámetros de flujo multidireccional en pacientes. Al momento del escaneo del paciente la secuencia de pulsos de rutina utilizada es rf-spoiled gradient-echo con tiempos de repetición y tiempos eco cortos (TE=2-4 ms, TR=5-7 ms) [51].

Durante cada ciclo cardiaco se adquieren fases que reconstruirán el ciclo cardiaco completo. Estas fases requieren de tomar cuatro mediciones, una es la referencia y las tres siguientes son las mediciones de fase en las tres direcciones espaciales, es decir, corresponden a la velocidad V_x , V_y y V_z . La imagen de referencia es una medición para hacer la substracción con las posteriores mediciones para eliminar tejido estático en alguna de las tres direcciones.

Adicional a la cuantificación de la velocidad, esta técnica permite visualizar la geometría vascular mediante la reconstrucción del llamado angiograma.

Se hace una sincronización de la captura de imágenes con la respiración figura 4.4.1 en conjunto con la señal del ECG recibida del paciente figura 4.4.2 en un conjunto de intervalos en alguna fase del ciclo cardíaco en el intervalo R-R.

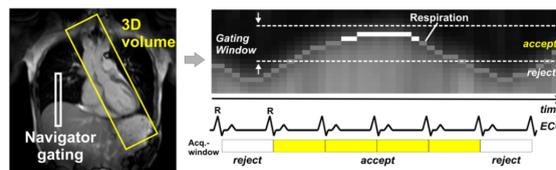


Figura 4.4.1: Control y sincronización de la respiración [51].

Las adquisiciones son a través de secuencias **RF-Spoiled** que evita tomar múltiples TR. *RF-Spoiled*. Es una secuencia formada por una mezcla entre una imagen con ponderación en $T1$ y una PD y algunas veces también con una $T2^*$. Comercialmente tienen nombres como:

- (SPGR) spoiled gradiente.
- (FLASH) fast low angle shot.
- (T1-FFE) T1-weighted fast field echo.

Frecuentemente se agrega el prefijo Fast SPGR, TurboFLASH, TFE respectivamente pues estas secuencias son interrumpidas al final del periodo R-R mientras se espera al siguiente ECG-trigger.

El conjunto de datos obtenido por PC ofrece una imagen llamada de magnitud que es procesada como la imagen anatómica y tres imágenes llamadas de fase, las cuales proporcionan la codificación de la velocidad

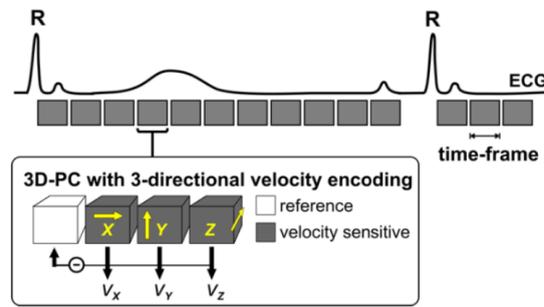


Figura 4.4.2: Sincronización prospectiva de ECG con la adquisición de datos recolectada. El conjunto de datos que se obtiene es codificado a lo largo de tres direcciones espaciales, las cuales se obtienen en los diferentes tiempos contenidos en la fase cardiaca elegida [51].

en las direcciones espaciales figura 4.4.3.

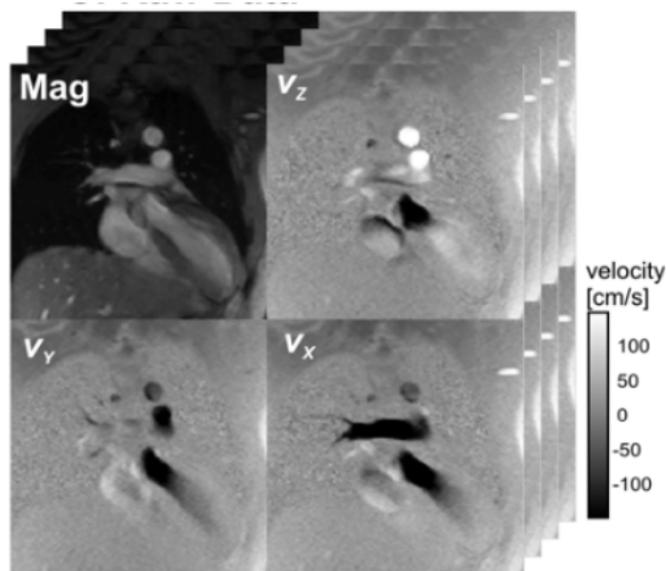


Figura 4.4.3: Imagen anatómica y codificación tridimensional de la velocidad en un volumen en una imagen tridimensional a lo largo del tiempo [51].

CUANTIFICACIÓN CON FLUJO 4D

Se dibuja un área de interés o ROI por sus siglas en inglés alrededor del vaso de interés donde se desea obtener el valor de la velocidad promedio, velocidad pico (el valor más alto que alcanza la velocidad), flujo retrógrado y flujo total.

El flujo es determinado al dibujar un ROI para cada fase adquirida como una función del tiempo sobre todo el ciclo cardiaco teniendo cuidado de los bordes del vaso para evitar contaminar el valor calculado con tejido estático o de la señal de vasos en los alrededores. Las curvas generadas por el flujo reflejan cantidades clínicamente importantes, por ejemplo, en la figura 4.4.4 muestra flujo regurgitante en la aorta a partir del tiempo 300 ms al observarse valores negativos del flujo. Otras son también patrones anormales en el llenado de ventrículos, volumen sistólico, flujo de salida total y en las diferentes direcciones de salida.

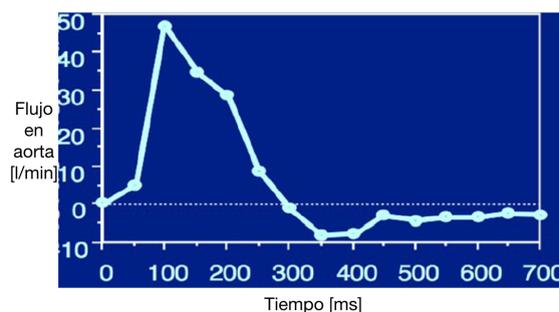


Figura 4.4.4: Flujo contra tiempo en el ciclo cardíaco para un corte en la aorta ascendente para un paciente con regurgitación valvular, el flujo negativo representa el flujo retrogrado [64].

Gradientes de presión, elasticidad de los vasos y tensión en la pared del vaso WSS, son cantidades que dan información importante sobre la fisiología de los pacientes, éstas cantidades pueden ser determinadas por el campo de velocidad que se obtiene por cardioresonancia magnética (CRM).

Los gradientes de presión son determinados utilizando versiones simplificadas de las ecuaciones de Navier-Stokes con dependencia temporal y espacial de la distribución de la velocidad del flujo.

La tensión en la pared del vaso es evaluada por la distribución del gradiente de velocidad espacial que está fuertemente relacionada con disfunción celular endotelial y remolinos vasculares, así como la localización de aterosclerosis.

Para la visualización del flujo de sangre en 3D se utilizan herramientas como los campos vectoriales en 2D, líneas de corriente en tiempo real (3D streamlines) y partículas trazadoras en 3D [51].

4.5. RESOLUCIÓN ESPACIAL.

Según la Sociedad Española de Imagen Cardíaca, la resolución espacial es la capacidad de distinguir estructuras de pequeño tamaño y dependen del grosor de corte, el tamaño de la matriz y el algoritmo de reconstrucción.

Un vóxel está constituido por la definición de tres dimensiones, determinadas por la: *codificación de la frecuencia*, *codificación de fase* y el grosor de corte (slice thickness). Un espaciamiento más corto entre estos parámetros mejora la resolución espacial de la imagen pero se debe considerar que al aumentar el número de *codificación de la frecuencia* es necesario que el scanner muestree más rápidamente la señal o FID (*Free Induction Decay*), el incremento en el muestreo de la codificación de fase incrementa el tiempo de adquisición, es la razón por la que la mayoría de las imágenes tiene un menor número de codificación de fase que de codificación de frecuencia, por ejemplo, el tamaño de la matriz suele ser de 128×256 o 192×256 .

4.6. RUIDO

Al establecer un valor de la velocidad de codificación (VENC) que coincida con el valor de la velocidad real de la región de interés, la medición será más precisa.

La cuantificación del flujo requiere la consideración del ruido (error aleatorio en las fases), en la imagen de velocidades, el ruido está determinado por la codificación de flujo y la relación señal a ruido SNR (signal to noise ratio) de la imagen de magnitud, i.e.:

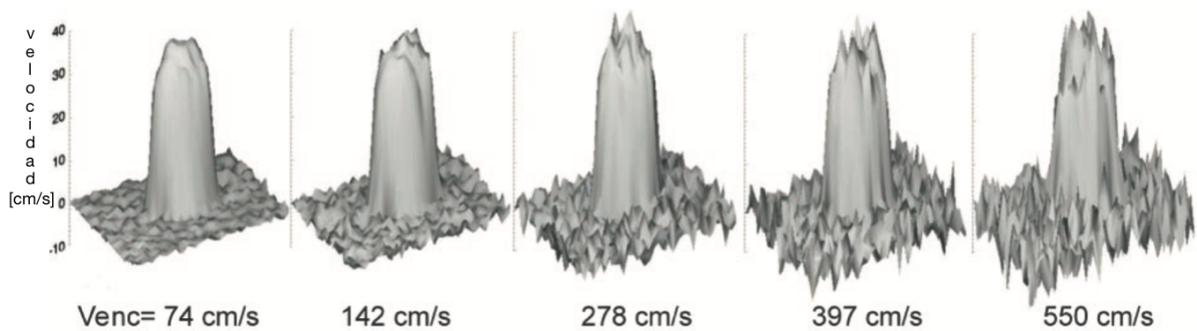


Figura 4.6.1: Superficies representantes de la velocidad de flujo a través de un vaso para diferentes valores de VENC, se observa que el ruido aumenta al incrementar el valor del VENC. El experimento se realizó en tubos de flujo constante de 2.05L/min de una solución salina dopada de gadolinio en un tubo de vidrio de 1.5 cm de diámetro [62].

$$ruido \sim \frac{VENC}{SNR}. \quad (4.6.1)$$

Al establecer un valor de VENC erróneo se presentan dos tipos de error:

- Debido a un valor más grande del real, incrementa el error en las imágenes de magnitud y afecta principalmente el valor pico de la velocidad, pues el valor puede confundirse con un pico en el valor de ruido (ver figura 4.6.1) y afecta menos la estimación del flujo pues el ruido es promediado con un número de vóxel.
- Debido a un valor menor al valor real de la velocidad, y es reconocido como error de *Aliasing*. Este error afecta el valor de la medición de flujo, pero es más fácil de identificar, pues en las imágenes de velocidad, los vóxeles de las velocidades máximas tienen una intensidad de señal invertida en comparación con los alrededores como se observa en la figura 4.6.2, la imagen de velocidad en el lado izquierdo presenta una región en la que se define una velocidad con señal hipointensa, el error se visualiza con una señal hiperintensa y es señalado con la flecha.

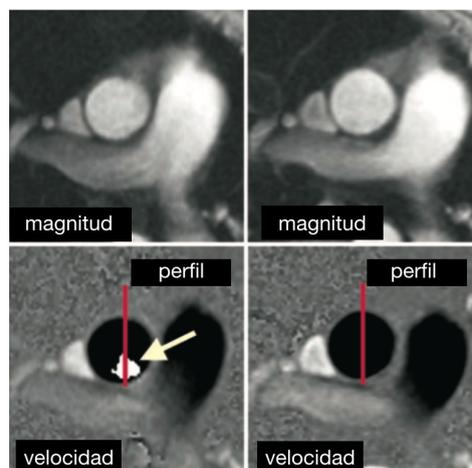


Figura 4.6.2: Error de tipo *Aliasing* en mediciones de flujo en la aorta ascendente, en la parte superior están las imágenes de magnitud y debajo sus correspondientes imágenes de velocidad. La flecha señala el error de *Aliasing* obtenida al elegir un VENC de $100 \frac{cm}{s}$, este error no se presenta en la imagen del lado izquierdo al elegir un VENC de $120 \frac{cm}{s}$ [62].

En cuanto a la medición de la velocidad, la medición es más precisa si el plano de cuantificación se coloca

ortogonal al vaso en la dirección principal de flujo. Una desviación de ≤ 15 grados del plano ortogonal es tolerable para la estimación de flujo.

4.7. INADECUADA RESOLUCIÓN ESPACIAL.

Las imágenes obtenidas muestran información anatómica en diferentes puntos del ciclo cardiaco, las secuencias utilizadas emplean una técnica de adquisición en la que en cada latido cierto número de líneas del espacio k es muestreado para cada imagen, este número se conoce como vistas por segmento o VPS (views per segment). La resolución T_{res} de cada secuencia de contraste de fase PC, es definida como:

$$T_{res} = 2 \cdot TR \cdot VPS, \quad (4.7.1)$$

TR es el tiempo de repetición, el factor 2 es debido a que cada línea del espacio k es muestreada dos veces con el mismo tiempo de repetición y la información de los dos conjuntos de datos obtenidos es restada para calcular los cambios de los espines estáticos y en movimiento como se explicó antes.

CAPÍTULO 5

INVESTIGACIONES RECIENTES

5.1. ENERGÍA CINÉTICA EN PACIENTES CON rTOF Y PACIENTES SANOS

El trabajo de Jeong [76], presenta resultados de mediciones en la energía cinética ventricular a través de flujo 4D por IRM. Provee una evaluación no invasiva de la función cardiovascular en pacientes con reparación en Tetralogía de Fallot concluyendo que se requiere mayor energía para generar flujo pulmonar al evaluar 10 pacientes con rToF y 9 controles encontrando que:

- El pico más alto de KE_{RV} y KE_{LV} en la fase de sístole en los pacientes con rToF es MÁS ALTA en pacientes con rToF comparado con los pacientes sanos ($P = 0.0002$ and $P = 0.0002$, respectivamente).
- La relación Q_{MPA}/KE_{RV} y Q_{Ao}/KE_{LV} es más baja en pacientes con rToF que en controles ($P = 0.0002$), valor que da información directa de la función y del tamaño ventricular.

ENERGÍA CINÉTICA ENTRE VENTRÍCULOS.

En el trabajo de Sjöberg [57], se realizó la cuantificación en la energía cinética ventricular a través de flujo 4D por IRM en 15 pacientes con reparación en Tetralogía de Fallot comparando con 14 pacientes de control sanos encontrando:

- El pico más alto de KE en la fase de sístole en los pacientes con rToF es menor comparado con los pacientes sanos (2.8 ± 1.1 mJ Vs 4.8 ± 1.1 mJ, $p < 0.0001$).
- El pico de la KE en la fase de diástole en RV es más alto en rToF (7.7 ± 4.3 mJ vs 3.1 ± 1.3 mJ, $p = 0.0001$).
- La KE está principalmente en el volumen de regurgitación pulmonar en la diástole ($64 \pm 17\%$).

El flujo 4D ha demostrado ser una técnica eficiente para la cardioresonancia magnética, convirtiéndose incluso en el estándar de oro para la caracterización volumétrica y del tejido de los ventrículos, es frecuentemente utilizada para evaluar la función diastólica del ventrículo izquierdo [86].

La técnica ha resultado efectiva para investigar cuestiones con la información de la energía cinética de relevancia para los pacientes con cardiopatías o incluso correlacionar aspectos de sexo o morfológicos como se presenta en Crandon [86] quién demuestra que no existe una diferencia significativa al evaluar la energía cinética en la fase final de sístole y diástole, entre hombres y mujeres.

FLUJO ENTRE VASOS.

El trabajo de Geiger [55] reporta los siguientes valores para el flujo en aorta ascendente AAo, arteria pulmonar TP y arteria pulmonar derecha RPA e izquierda LPA (ver tabla 5.1.1) en 10 pacientes con rToF (12.1 ± 8.1 años, 5 mujeres) y cuatro pacientes sanos como control (26 ± 0.8 años) a través de la técnica de flujo 4D por IRM.

Net flow [ml/cycle]		correlation	
AAo	TP	p-value	r-value
55.6 ± 28.0	59.9 ± 29.0	< 0.01	0.95
TP	RPA+LPA	< 0.01	0.91
59.9 ± 29.0	57.8 ± 22.8		

Figura 5.1.1: Valores de flujo neto en pacientes con rToF en el trabajo de Geiger [55].

Se observa una fuerte correlación entre los flujos netos en AAo y TP ($r = 0.95$), así como en la TP y la suma de flujos en la RPA y LPA ($r = 0.91$).

5.2. VORTICIDAD EN ENFERMEDADES CARDIOVASCULARES.

Las propiedades asociadas a las estructuras vorticales en el ventrículo izquierdo, como el tiempo de formación y la fuerza han sido asociadas con la disfunción en la fase de diástole en el ventrículo izquierdo [71].

Según el trabajo de Fenster, et al. [71], utilizando la técnica de flujo 4D investiga la relación de la vorticidad en el lado derecho del corazón de 13 pacientes con hipertensión arterial pulmonar (PAH) compara con 10 controles.

Calcula la vorticidad promedio en el lado derecho del corazón (aurícula y ventrículo) durante el periodo de llenado, antes (E) y después (A) en la fase de diástole del ciclo cardiaco y encuentra que existe un incremento en los pacientes con (PAH) en el ventrículo derecho y en la aurícula derecha decreció y concluye que la disfunción ventricular derecha en la fase de diástole está asociado con alteraciones en la vorticidad antes y después de medir la velocidad, antes y después de la válvula tricúspide, en la figura 5.2.1.

En el trabajo de Hirtler, et. al. [87], al analizar el flujo y vorticidad en el lado derecho del corazón de 24 pacientes con rToF y comparar con 12 voluntarios, encuentran que el valor de la vorticidad pico es significativamente más alta en los pacientes con rToF, además de que el flujo regurgitante en la MPA está asociada con un valor elevado de vorticidad en la aurícula y ventrículo derecho.

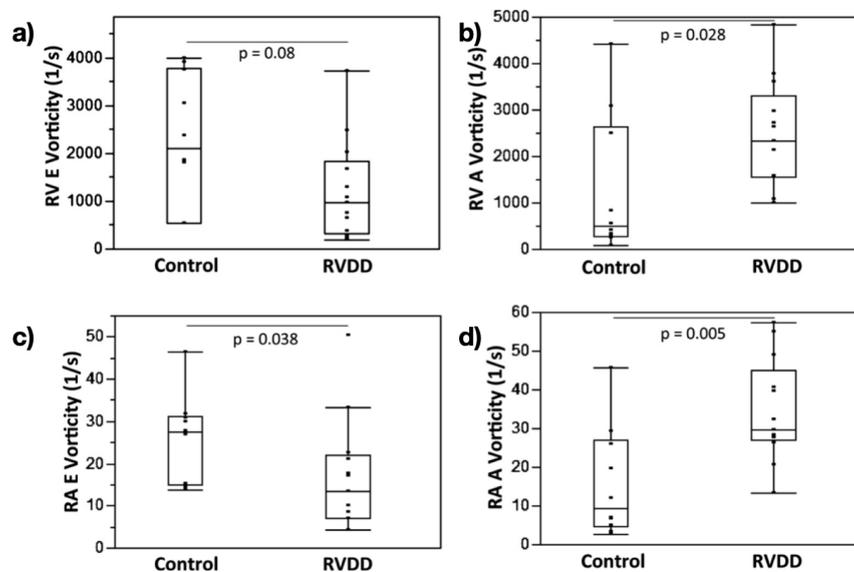


Figura 5.2.1: Vorticidad en 10 pacientes control y 13 con hipertensión pulmonar arterial (PAH), a) Vorticidad después de medir la velocidad en la entrada y b) la salida de la válvula tricúspide en el ventrículo derecho, c) Vorticidad después de medir la velocidad en la entrada y d) salida de la aurícula derecha [71].

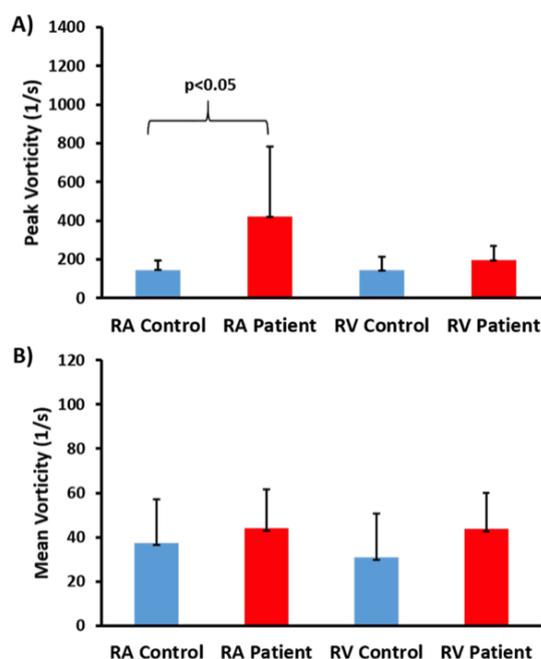


Figura 5.2.2: Gráfico de la vorticidad a) máxima y b) promedio en pacientes control y con rTOF en (RA) aurícula derecha y (RV) ventrículo derecho [87].

CAPÍTULO 6

METODOLOGÍA

ESTE PROTOCOLO FUE APROBADO POR EL COMITÉ DE INVESTIGACIÓN, BIOSEGURIDAD Y ÉTICA DEL HOSPITAL INFANTIL FEDERICO GÓMEZ.

Se analizaron 32¹ pacientes con rToF del **Hospital Infantil Federico Gómez** con una edad de 12 ± 3 años (12 mujeres) bajo el análisis de *flujo 4D* por la técnica de cardioresonancia magnética con la secuencia *time-resolved balanced steady-state free precession (SSFP)* a través de un resonador magnético Philips de 1.5 T (Philips, Achieva, Best, The Netherlands) con respiración libre adaptando un navegador respiratorio y un sincronizador prospectivo PPU con cobertura completa 3D de la aorta torácica y pulmonar.

6.1. CARACTERÍSTICAS DE LAS IMÁGENES ADQUIRIDAS.

- Resolución espacial= $2.5 \times 2.1 \times 3.2 \text{ mm}^3$
- Resolución temporal= (35-40)ms
- TE/TR= (2.3-3.4/4.8-6.6)ms
- flip angle= 15°
- VENC = (1.5-5) m/s
- Field of view= (340-400 x 200-300)mm

Recomendaciones de adquisición sugeridas por la ISMRM para el análisis de flujo 4D por IRM en enfermedades cardíacas de corazón, para estandarizar lo más posible los métodos de adquisición, reconstrucción y procesamiento [60].

¹Se analizaron 52 pacientes. 20 pacientes fueron descartados debido a complicaciones de post-procesamiento, asociados con alto nivel de ruido.



6.2. INFORMACIÓN DE LOS PACIENTES.

Se presenta una tabla con la información constituyente de las características de los pacientes post reparación en Tetralogía de Fallot que fueron evaluados.

promedio $\pm \sigma$	pacientes con rToF (n=33)
Edad (años)	12 \pm 3
Masculino (%)	20(60.6)
IMC	19.16 \pm 6.22
BSA (m^2)	1.03 \pm 0.54
FEVI (%)	61.33 \pm 9.25

Cuadro 6.2.1: Demografía de los pacientes evaluados. Los datos son presentados como el promedio \pm desviación estándar (SD).

6.3. DESCRIPCIÓN DE LA OBTENCIÓN DE LOS VASOS Y PARÁMETROS ANALIZADOS.

La estructura cardiaca es visualizada con líneas de flujo en los vasos de interés a partir de Ensite (CEI, Apex, NC, USA) como se aprecian en la figura 6.3.1.

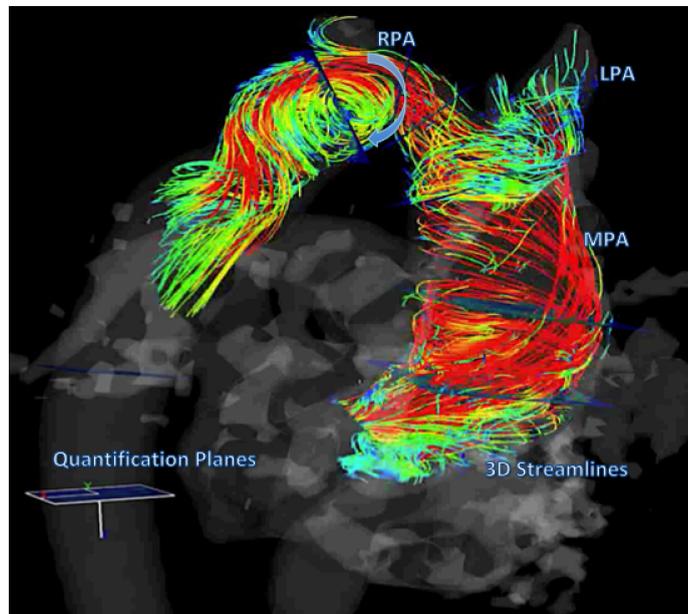


Figura 6.3.1: Angiograma de la estructura cardiaca a través del visualizador Enight (CEI, Apex, NC, USA) las trazas de flujo son codificadas a través de un código de colores en el presente trabajo.

Enight mediante el post procesamiento a través de Matlab (Mathworks, Natick, MA, USA) genera el angiograma o gráfico representativo de la anatomía y las líneas de flujo sanguíneo que están codificadas mediante un código de colores que representan una escala de velocidades que atraviesan cuatro planos colocados en:

1. Arteria pulmonar principal (MPA)
2. Arteria pulmonar derecha (RPA)
3. Arteria pulmonar izquierda (LPA)
4. Aorta (Ao)

Enight construye una *isosuperficie* la cual es una superficie de valores constantes en las tres direcciones del campo ver 6.3.2 y 6.3.3.

Se resume en la figura 6.3.4 una estimación del tiempo de proceso por paciente.

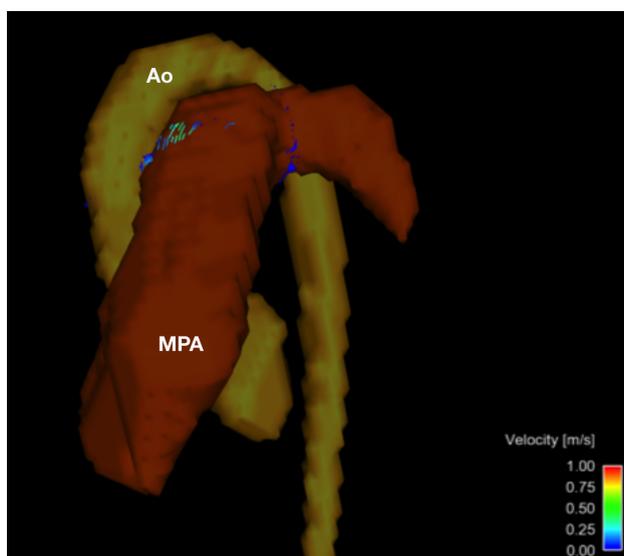


Figura 6.3.2: Segmentación de la aorta y arteria pulmonar principal de alguno de los 32 pacientes evaluados a través del visualizador Ensignht (CEI, Apex, NC, USA).

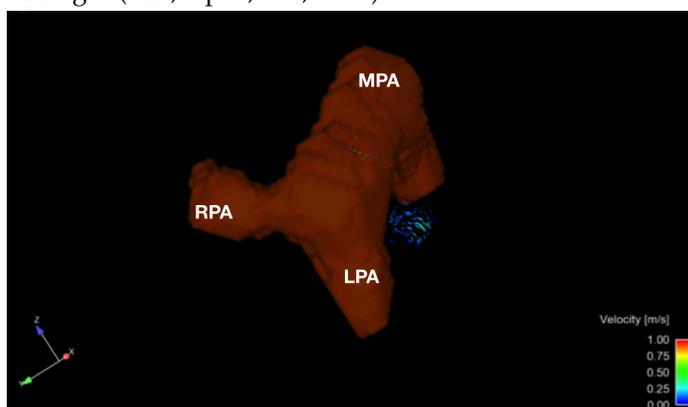


Figura 6.3.3: Visualización de la arteria pulmonar de uno de los pacientes analizados en el presente trabajo a través del visualizador Ensignht (CEI, Apex, NC, USA).

En la figura 6.3.5, la figura en a) muestra la isosuperficie de la arteria pulmonar principal y en b) se visualiza los planos de segmentación y las líneas de corriente del flujo de sangre que especifican a través de la codificación de colores, la velocidad del flujo.

En la figura 6.3.6 se presenta la arteria aorta con solo las líneas de corriente, se observa la evolución temporal de los patrones de flujo y el plano de cuantificación, en este ejemplo se visualiza que el flujo en el centro lleva una velocidad mayor. Está imagen es obtenida de los pacientes analizados en el presente trabajo.

ANÁLISIS EN MATLAB

El análisis en el programa Matlab es un análisis general de la estructura global (órgano) del angiograma de corazón obteniéndose valores de energía cinética y vorticidad de cada uno de los 33 pacientes. Se dividieron entre los valores medios y promedios para categorizar en dos grupos:

1. Pacientes con niveles bajos de energía cinética.
2. Pacientes con niveles altos de energía cinética.



Figura 6.3.4: Diagrama de tiempos para la evaluación de los pacientes.

Los pacientes del primer grupo son los que tienen valores más cercanos a un paciente con un funcionamiento normal de la estructura cardíaca. Estos entonces nos guían como controles para estimar el grado de severidad de la enfermedad en los pacientes con niveles más altos de energía cinética.

ANÁLISIS EN ENSIGHT.

En el programa EnSight (CEI, Apex, NC, USA) se hace un análisis local en alguno de los vasos sanguíneos de interés. Un plano es trazado y colocado perpendicularmente en alguno de los grandes vasos de interés a analizar, siendo de particular interés las salidas a pulmones (MPA, RPA, LPA) y a la arteria que distribuirá a todo el cuerpo la sangre oxigenada en pulmones (Ao). Los valores cuantificados dependen exclusivamente de las líneas de flujo que entran o salen por el vaso. Para cada plano (MPA, RPA, LPA y Ao) se obtendrán valores de:

- Velocidad (V)
- Flujo Total (Q_{net})
- Flujo positivo (Q_+)
- Flujo negativo (Q_-)
- Porcentaje de regurgitación (%)

Se segmentó la arteria pulmonar (AP) para calcular la velocidad de flujo v derivada del angiograma obtenido de la imagen por resonancia magnética el cuál muestra el campo de velocidad.

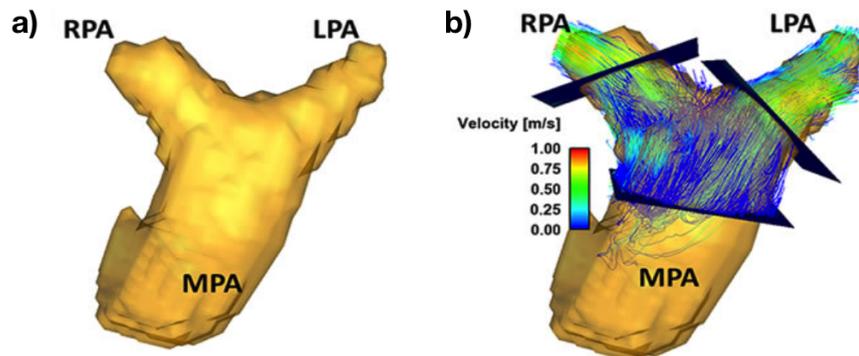


Figura 6.3.5: Segmentación de la arteria pulmonar. a) Se visualiza la arteria pulmonar principal (MPA) y su bifurcación en la arteria pulmonar derecha (RPA) e izquierda (LPA). b) Se visualiza la segmentación con tres planos en los RPA, LPA y MPA y las líneas de flujo que los atraviesan.

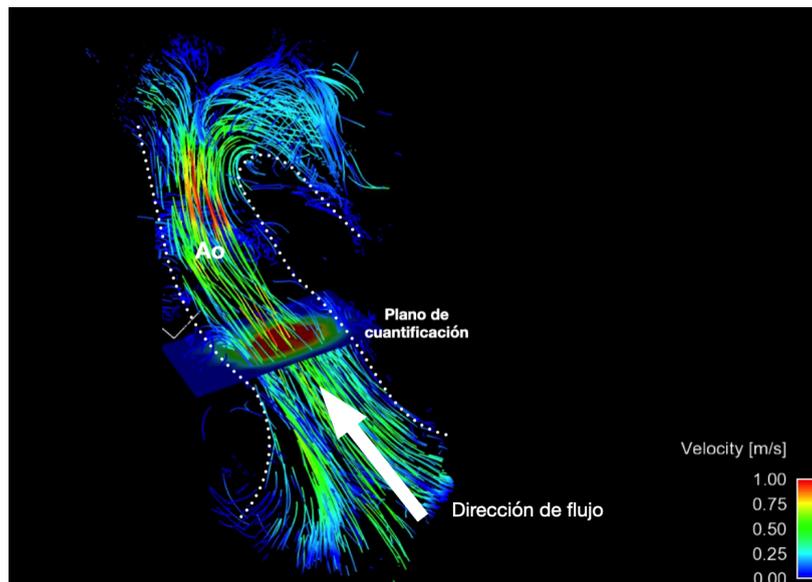


Figura 6.3.6: Visualización de las líneas de flujo que atraviesan un plano colocado en aorta a través del visualizador Enight (CEI, Apex, NC, USA).

SEGMENTACIÓN

Para hacer la segmentación en el software Enight (CEI, Apex, NC, USA), es necesario cargar el archivo de cada paciente con el que a través de la implementación de las herramientas construidas por el grupo de trabajo de flujo 4D y agregadas como definición del usuario (figura 6.3.7 y 6.3.8). Las figuras 6.3.7-6.3.16 fueron capturadas en el procedimiento de cuantificación de los pacientes.

Después de trabajar la imagen intentando eliminar el tejido estático y reconociendo solo los vasos de interés 6.3.9, 6.3.10, 6.3.11.

Se procede la generación de partículas virtuales, también utilizando las herramientas de software predefinido para la posterior colocación de los planos de cuantificación los cuales deben colocarse perpendicular al vaso cuidando que sea lo menor posible para no tener subestimación o sobreestimación de flujo 6.3.12, 6.3.13, 6.3.14 y 6.3.15.

Los datos de la cuantificación (velocidad pico [m/s], flujo total [ml/ciclo], flujo positivo [ml/ciclo], flujo

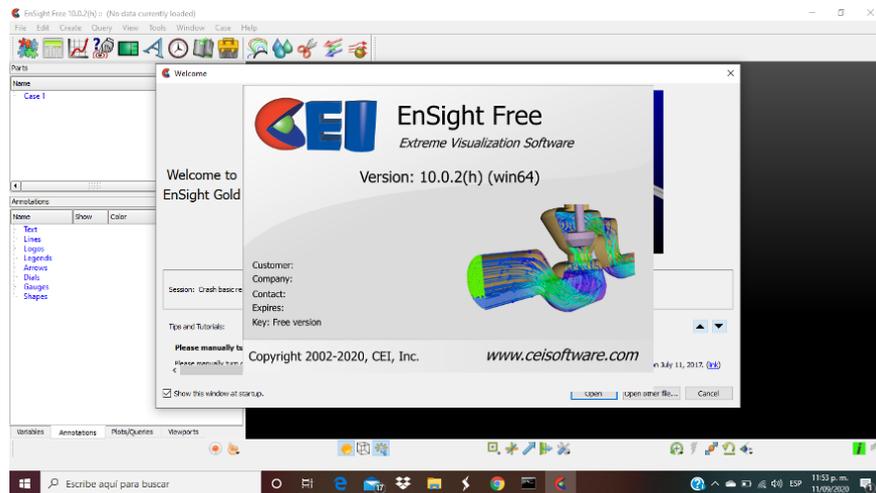


Figura 6.3.7: Software EnSight (CEI, Apex, NC, USA)

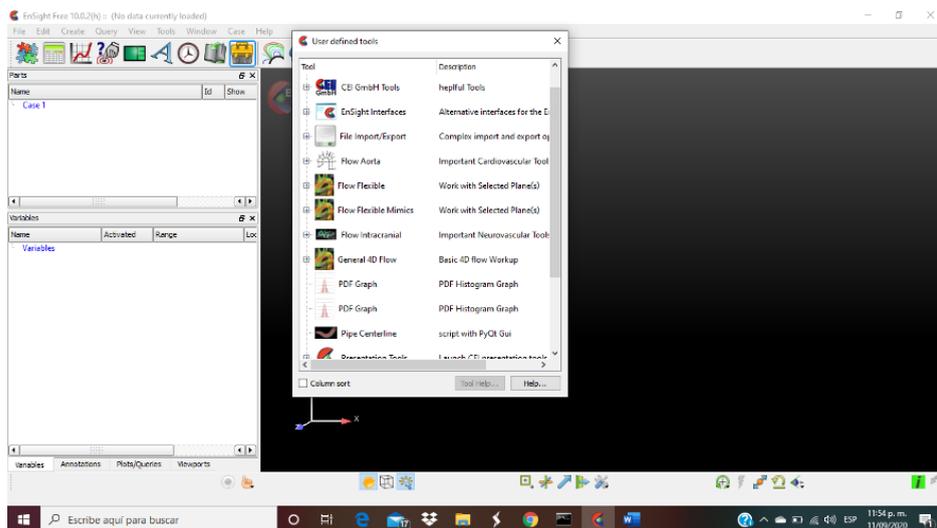


Figura 6.3.8: Herramientas definidas por el usuario para la cuantificación de los parámetros en EnSight (CEI, Apex, NC, USA).

negativo [ml/ciclo] y porcentaje de regurgitación [%]) son almacenados en archivos de texto en la unidad C en la carpeta de "Temporal". También es posible obtener la gráfica de todos los parámetros en tiempo en los vasos de interés, así como de la vorticidad [1/s] 6.3.16.

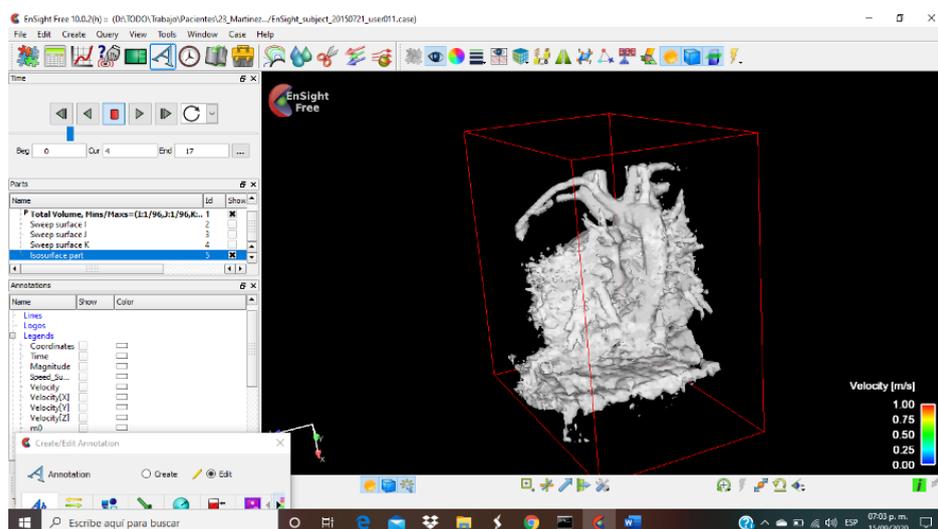


Figura 6.3.9: Imagen de un paciente con ruido por tejido estático.

CÓDIGO DE PROCESAMIENTO.

El código empleado fue otorgado y utilizado para la cuantificación. A través de los archivos DICOM (Digital Imaging and Communication On Medicine) de los 33 pacientes bajo la ejecución de la técnica de contraste de fase, se calcula la energía cinética como:

$$KE = \frac{1}{2}mv^2, \quad (6.3.1)$$

donde m representa la masa que es calculada con el volumen del vóxel multiplicado por la densidad ρ de la sangre ($1.06 \frac{g}{mL}$) y v el campo de velocidad de cada vóxel determinado de la señal directa del flujo 4D por IRM. Los valores de energía cinética son determinados en mJ en 19 fases del ciclo cardíaco.

Se evaluó los resultados bajo el criterio de los valores abajo y arriba de la mediana (0.0156 mJ) entre el total de pacientes:

- Severidad de la enfermedad. Valores arriba de la mediana.
- Menos enfermos y más cercanos a un paciente sano. Valores abajo de la mediana. Todo esto considerando los datos volumétricos y con procesamiento en Matlab.

La premisa de trabajo es considerar que, al tener un registro de mayor energía gastada por el corazón, este se vuelve menos eficiente en las funciones normales de un corazón sano. Por esta razón, los pacientes con valores bajos fungen como controles en el estudio, pues no se cuenta con valores de control en pacientes sanos.

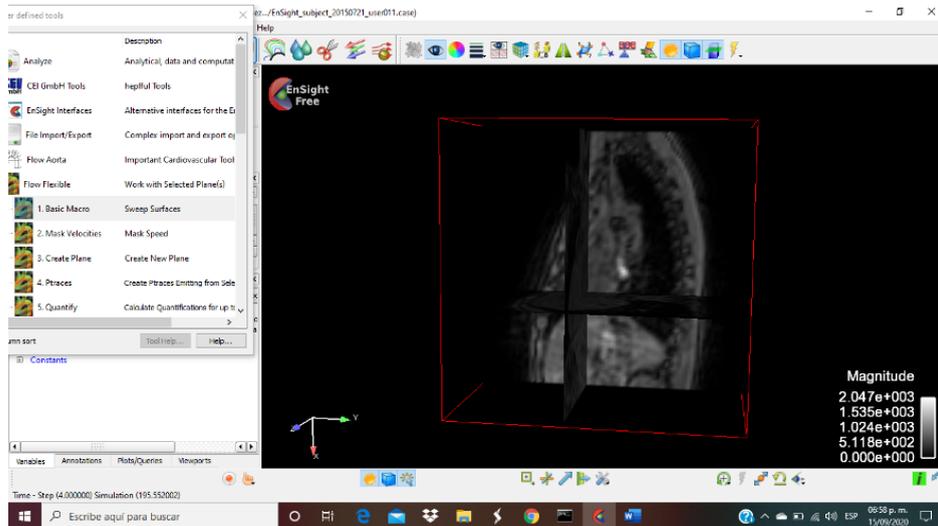


Figura 6.3.10: Colocación de los cortes axial, coronal y sagital de las imágenes por IRM de los pacientes para la ubicación de las estructuras cardíacas.

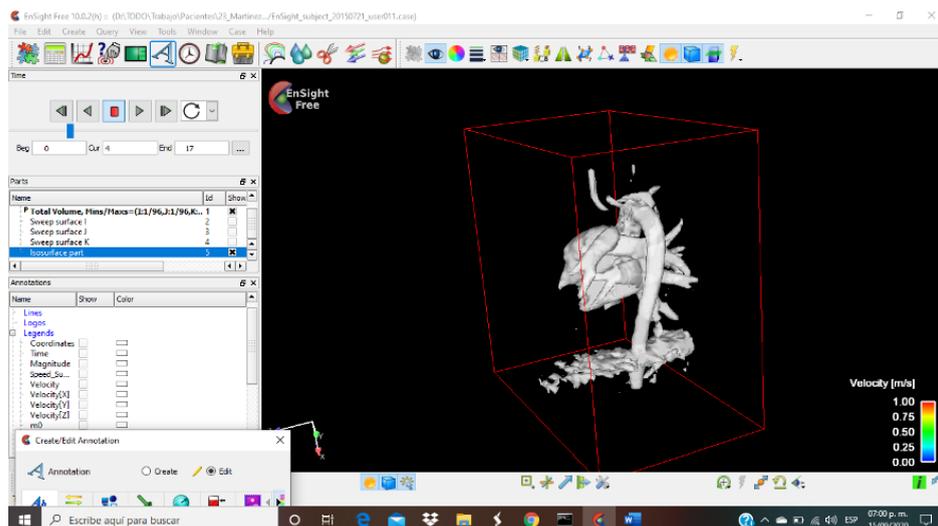


Figura 6.3.11: Imagen de un paciente con eliminación de ruido por tejido estático.

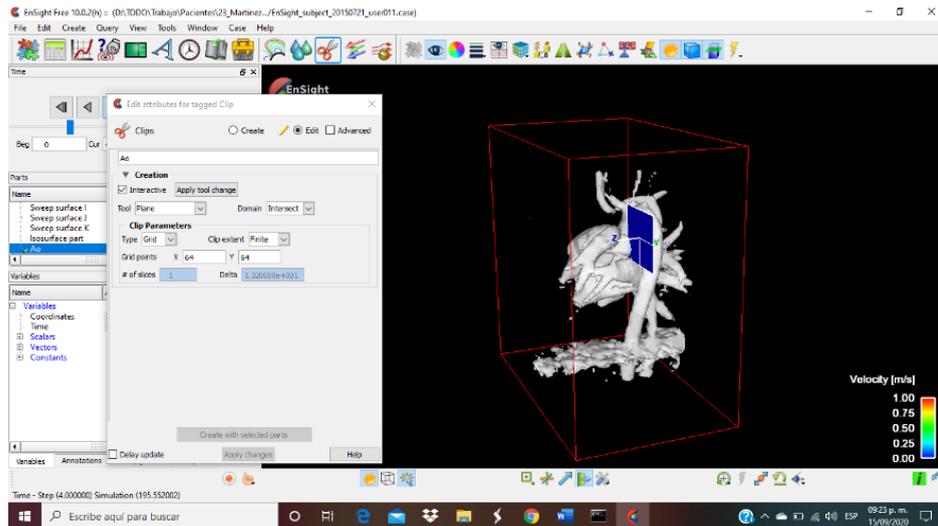


Figura 6.3.12: Generación de los planos de cuantificación.

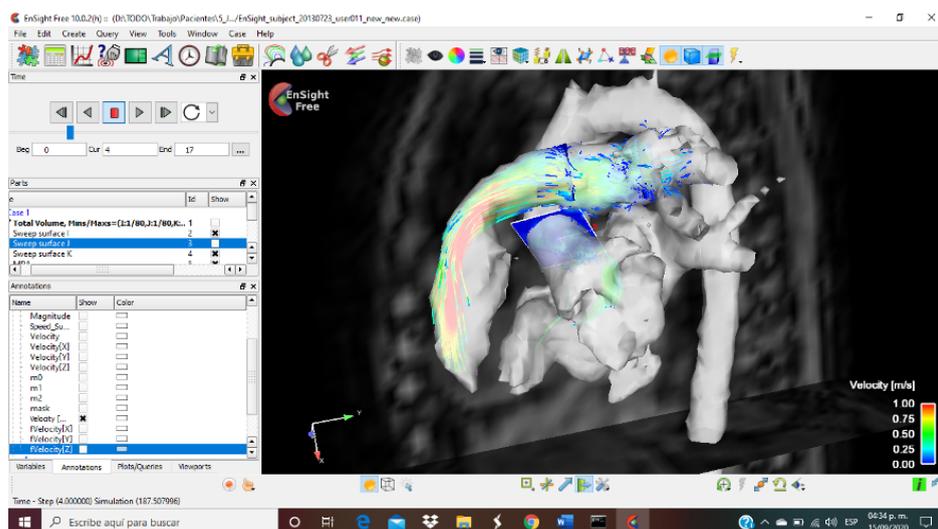


Figura 6.3.13: Visualización de las partículas virtuales que refieren el flujo sanguíneo y la velocidad de estas a través de la cuantificación en la escala de colores en la parte inferior derecha.

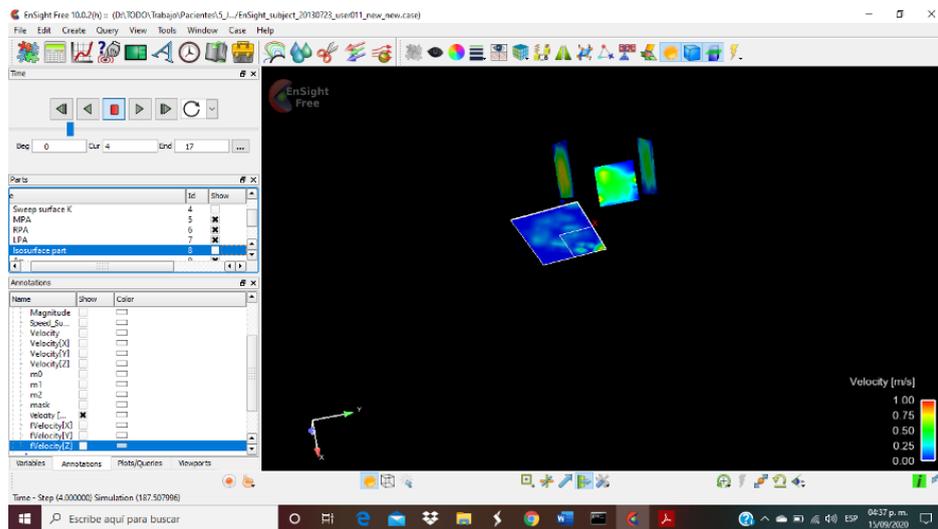


Figura 6.3.14: En la imagen se muestran los cuatro planos generados para la medición en Ao, MPA, RPA y LPA, se observa como es posible eliminar las estructuras de tejido para poder visualizar el diámetro de cobertura del plano.

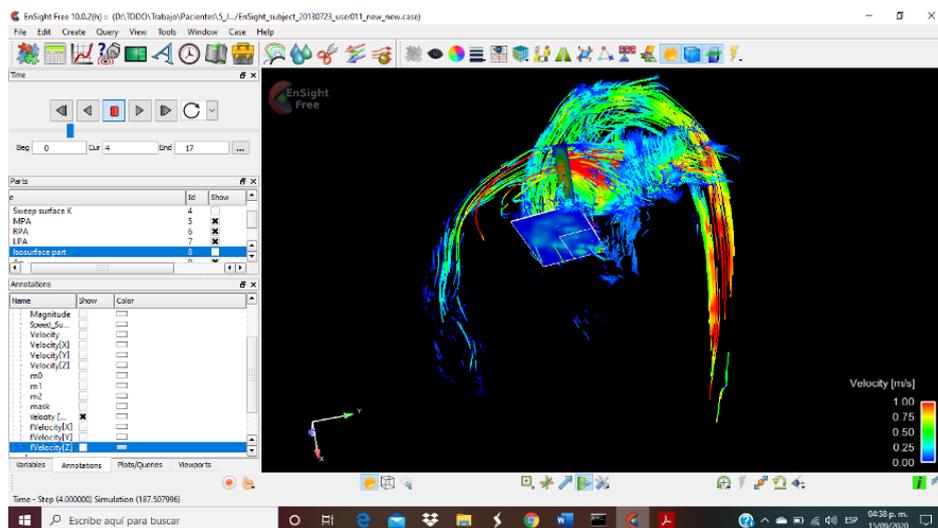


Figura 6.3.15: Líneas de corriente del flujo sanguíneo que atraviesan el plano colocado en Ao.

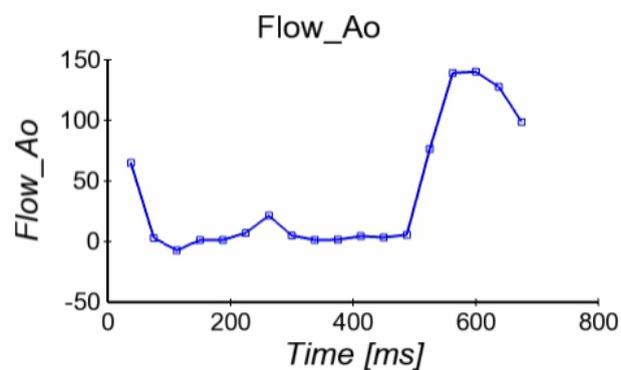


Figura 6.3.16: Gráfica del flujo que atraviesa en un plano colocado en alguno de los pacientes en aorta contra el tiempo de obtención de la IRM.

CAPÍTULO 7

RESULTADOS.

7.1. RESULTADOS ENSIGHT Y MATLAB.

En el apéndice B se presentan las tablas con los valores obtenidos para el flujo neto, velocidad pico en aorta Ao, MPA, RPA y LPA para los 33 pacientes en 11.0.1. Así como los resultados promedio obtenidos a partir del programa Matlab de la cuantificación volumétrica de la energía cinética máxima [mJ], energía cinética promedio [mJ], valores de las medianas de la energía cinética [mJ], valores de la Helicidad Local Normalizada máxima, mínima, la magnitud de la vorticidad máxima [s^{-1}] y promedio [s^{-1}], respectivamente. Ver 11.0.2.

En la tabla 7.1.1 se muestran los valores promedio obtenidos a través de Enight (CEI, Apex, NC, USA) para el Flujo neto Q [$ml/ciclo$] y velocidad pico [m/s] en el pico sistólico en los cuatro planos colocados en Ao, MPA, RPA y LPA. Así como los valores promedio obtenidos a través de la cuantificación volumétrica en Matlab (Mathworks, Natick, MA, USA).

Parámetro	KE_{max}	KE_{prom}	$KE_{mediana}$	LNH_{max}	LNH_{prom}	LNH_{min}	W_{max}	W_{prom}
Media	0.8834	0.0410	0.0156	0.9387	0.0039	-0.9367	0.1907	0.0355
Mediana	0.7791	0.0363	0.0136	0.9384	0.0041	-0.9379	0.1823	0.0357
Desv. Est.	0.5730	0.0204	0.0087	0.0116	0.0046	0.0156	0.0517	0.0068
Mínimo	0.2100	0.0200	0.0000	0.9200	-0.0100	-1.000	0.0800	0.0200
Máximo	3.1100	0.0900	0.0500	1.0000	0.0100	-0.8800	0.3200	0.0500

Cuadro 7.1.1: Valores promedio obtenidos a través del programa Matlab de: KE_{max} valor de la energía cinética máxima, KE_{prom} valor de la energía cinética promedio, $KE_{mediana}$ el valor de la mediana de la energía cinética todos en [mJ], LNH_{max} el valor de la helicidad local normalizada, LNH_{prom} la helicidad local normalizada promedio, la helicidad local normalizada LNH_{min} la helicidad local normalizada mínima, W_{max} es la magnitud de la vorticidad máxima y W_{prom} es la magnitud de la vorticidad promedio en unidades de [1/s].

7.2. COMPARACIÓN DE LOS FLUJOS OBTENIDOS

Se muestra un gráfico comparativo entre el promedio del flujo en Ao y MPA, así como el de MPA y la suma del flujo de salida de RPA Y LPA ver figuras 7.2.1 y 7.2.2.

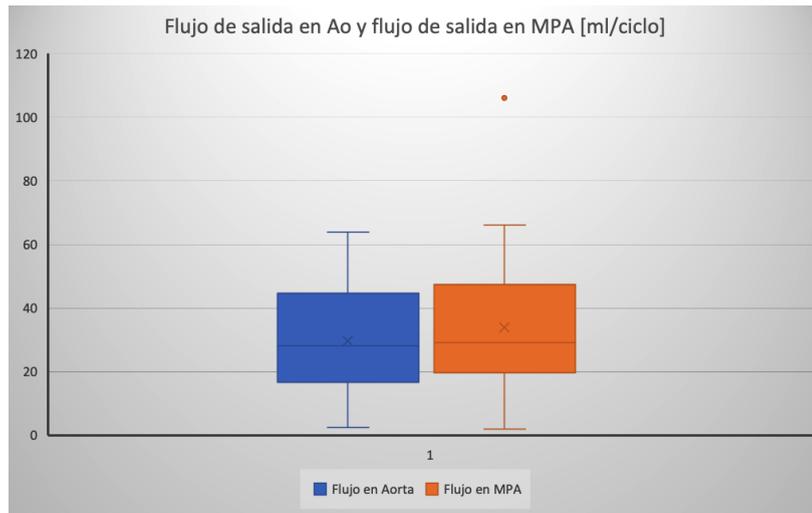


Figura 7.2.1: Gráfica del flujo de salida promedio en la salida de la Ao y a la salida en MPA en ml/ciclo.

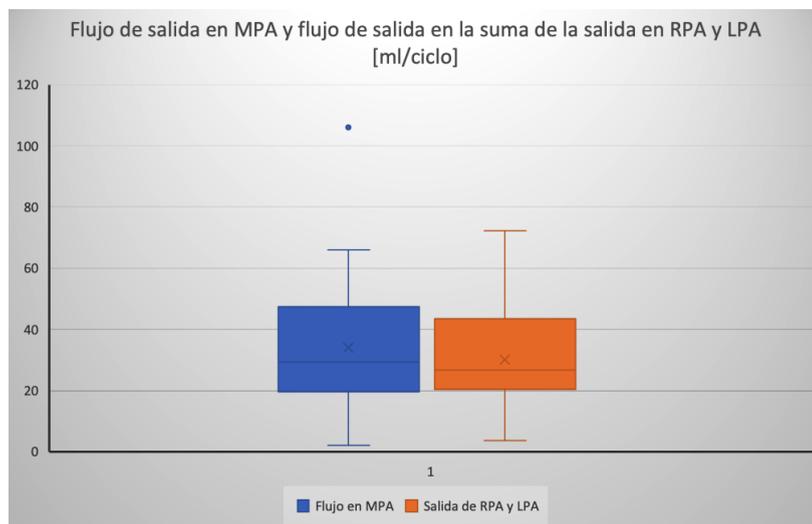


Figura 7.2.2: Gráfica del flujo de salida promedio en la salida de la MPA y la suma de la salida en RPA y en la salida de LPA en ml/ciclo.

En la siguiente tabla se presentan los valores de flujo para Ao, MPA, suma de la salida de la RPA con LPA y la velocidad en MPA. Estos valores pueden ser comparados con los reportados en la literatura que se presentan en el capítulo 5, figura 5.1.1. Dichos valores presentados en el trabajo de Geiger et. al. [55], son reportados de pacientes adultos con rToF.

Parámetro	
Flujo en Ao $\pm \sigma$ [ml/ciclo]	29.7 \pm 16.1
Flujo en MPA $\pm \sigma$ [ml/ciclo]	32.1 \pm 24
Flujo RPA + LPA $\pm \sigma$ [ml/ciclo]	29.4 \pm 15.8
Velocidad en MPA $\pm \sigma$ [m/s]	1.9 \pm 0.7

Cuadro 7.2.1: Tabla con los valores promedio \pm desviación estándar de flujo en Ao, MPA y la suma del flujo total que a traviesa RPA más LPA, y velocidad en MPA.

7.3. ANÁLISIS ESTADÍSTICO

En la siguiente tabla, se presenta el criterio de asociación utilizado en la comparación de las variables dependiendo del valor de ρ obtenido en SPSS.

Valor de ρ	Interpretación
1	Correlación perfecta
>0.80	Muy fuerte
Entre 0.60 y 0.80	Fuerte
Entre 0.40 y 0.60	Moderada
Entre 0.20 y 0.40	Baja
Entre 0 y 0.20	Muy baja
0	Nula

Se presentan los resultados de la prueba estadística no paramétrica de correlación de Spearman utilizando el software SPSS (versión 25.0 IBM SPSS, Chicago, IL).

Cuadro 7.3.1: Comparación de las variables.

		Correlación	
		valor de p	valor de ρ
$KE_{promedio}$	$W_{promedio}$	0.000	0.843**
$KE_{promedio}$	Flujo en Ao	0.012	0.438*
$KE_{promedio}$	Flujo en MPA	0.017	0.419*
$KE_{promedio}$	Velocidad en Ao	0.335	0.176
$KE_{promedio}$	Velocidad en MPA	0.004	0.491**
Flujo en RPA	Flujo en LPA	0.462	0.135
Flujo en Ao	Flujo en MPA	0.000	0.677**
Velocidad en RPA	Velocidad en LPA	0.092	0.303

- En la correlación de $KE_{promedio}$ con la magnitud de la vorticidad (W) promedio se obtiene una **muy fuerte correlación con una significancia en el nivel 0.01 bilateral con su valor de p menor a 0.001.
- En la correlación de $KE_{promedio}$ con el flujo en aorta se obtiene una *moderada correlación con una significancia en el nivel 0.05 bilateral con su valor de $p = 0.012$

- En la correlación de $KE_{promedio}$ con el flujo en arteria pulmonar principal se obtiene una *moderada correlación con una significancia en el nivel 0.05 bilateral con su valor de $p = 0.017$
- En la correlación de $KE_{promedio}$ con la velocidad en aorta se obtiene una muy baja correlación con un valor de $p = 0.335$
- En la correlación de $KE_{promedio}$ con la velocidad en arteria pulmonar principal se obtiene una **moderada correlación con una significancia en el nivel 0.001 bilateral con un valor de $p = 0.004$
- En la correlación de flujo en arteria pulmonar derecha con flujo en arteria pulmonar izquierda se obtiene una muy baja correlación con un valor de $p = 0.135$
- En la correlación de flujo en aorta con flujo en arteria pulmonar principal se obtiene una **fuerte correlación con una significancia en el nivel 0.001 bilateral con un valor de p menor a 0.001.
- En la correlación de la velocidad en RPA con la velocidad en LPA se obtiene una baja correlación con un valor de $p = 0.092$

7.4. GRÁFICOS DE RELACIONES ENTRE VARIABLES

En las siguientes graficas (7.4.1, 7.4.2, 7.4.3, 7.4.4, 7.4.5) se muestra la relación entre las variables expuestas anteriormente con ajuste lineal en cuyo valor ρ marca una correlación muy fuerte a moderada.

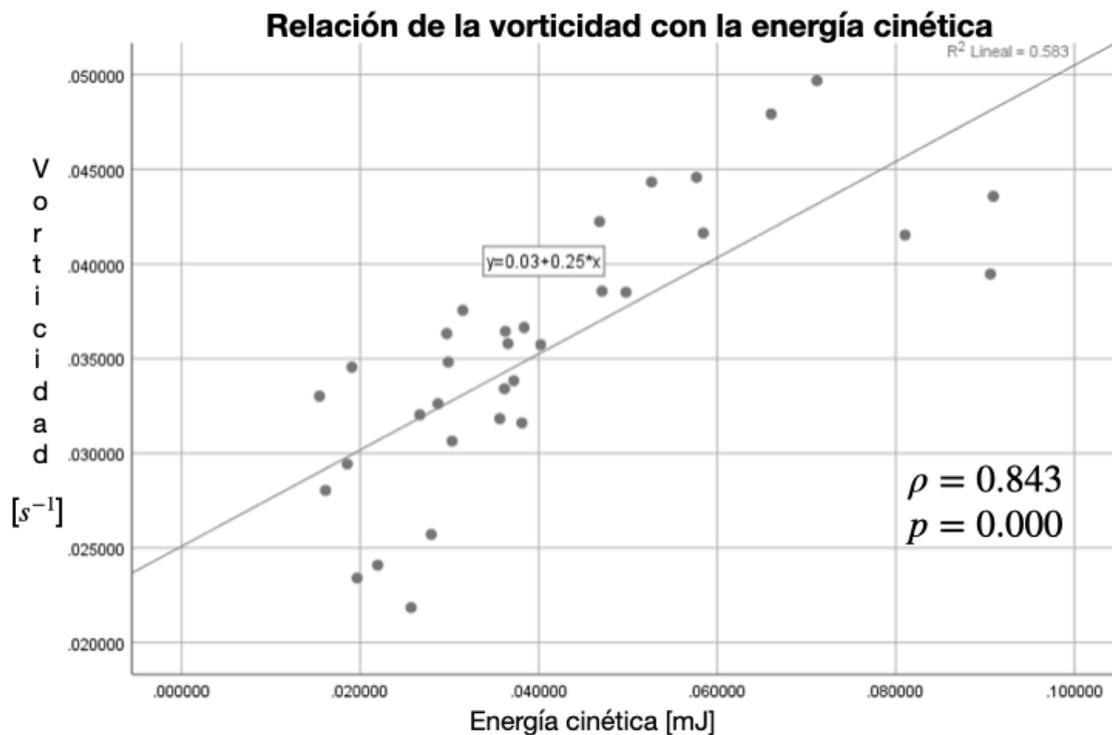


Figura 7.4.1: Gráfica de la relación entre los valores promedio de la magnitud de la vorticidad [s⁻¹] y de la energía cinética [mJ] con ajuste lineal en SPSS (versión 25.0 IBM SPSS, Chicago, IL).

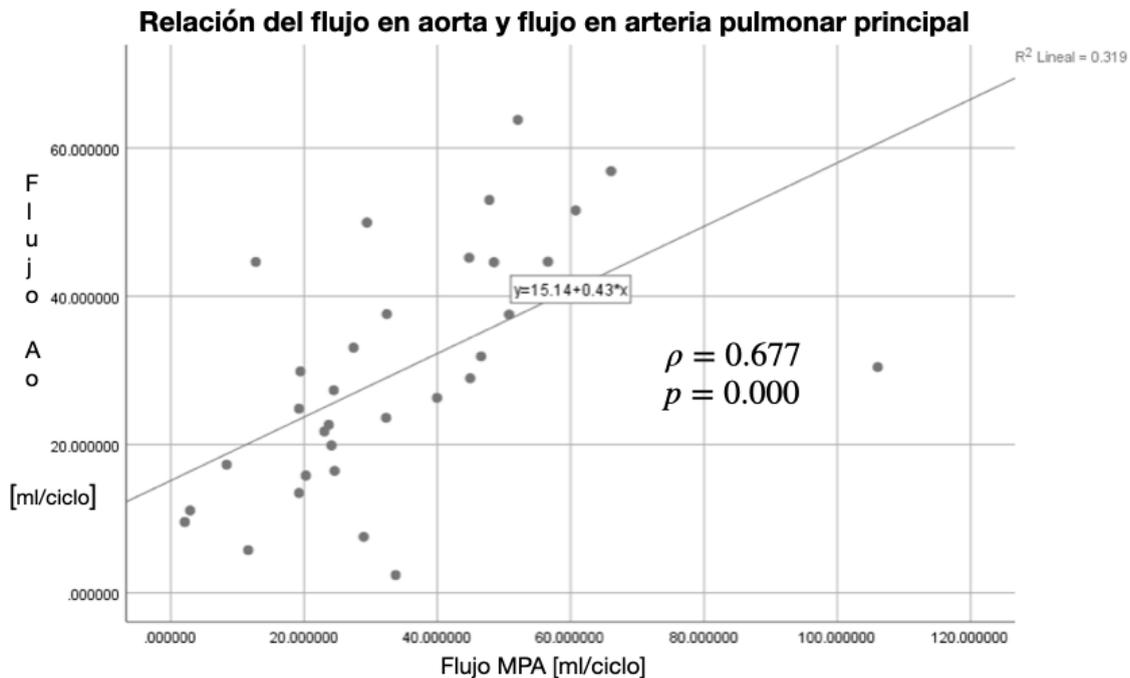


Figura 7.4.2: Gráfica de la relación entre los valores promedio del flujo en aorta [ml/ciclo] y el flujo en arteria pulmonar principal [ml/ciclo] con ajuste lineal en SPSS (versión 25.0 IBM SPSS, Chicago, IL).

Se muestra el resultado de la evaluación de la prueba Mann Whitney U-test implementada en Matlab, entre los grupos obtenidos en resultados de pacientes con valores bajos y altos con respecto a la media de los valores de energía cinética, así como de la magnitud de la vorticidad encontrando un valor de $p = 1.06 \times 10^{-6}$ para los valores de la mediana de la energía cinética y de $p = 0.00207089$ para los valores del promedio de la energía cinética. Para la comparación de la magnitud de la vorticidad se encuentra $p = 0.01109969$.

Se realizó de igual forma que en SPSS (versión 25.0 IBM SPSS, Chicago, IL), la correlación en Matlab entre el valor de la energía cinética promedio con la magnitud de la vorticidad encontrando un valor de $\rho = 0.76368507$ con $p = 2.34 \times 10^{-7}$ el cual coincide con el valor de SPSS con una diferencia de 0.08. También se encontró un valor de $\rho = 0.46387998$ con $p = 0.00654493$ para el valor de las medianas de la energía cinética con la magnitud de la vorticidad.

Se presentan los datos en un gráfico de caja y bigote, obtenidos a través de Matlab del valor de la KE promedio (Figura 7.4.6) y de la magnitud promedio de la vorticidad (Figura 7.4.7) (W_{mag}) en 33 pacientes con rToF a través de 19 fases del ciclo cardiaco.

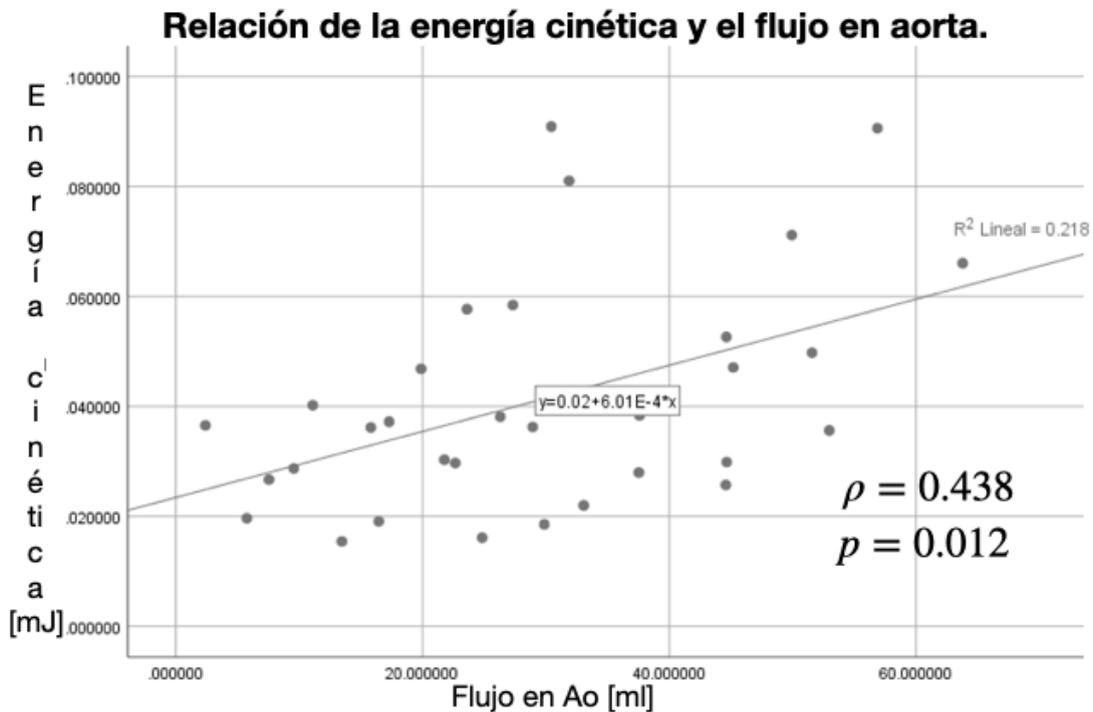


Figura 7.4.3: Gráfica de la relación entre los valores promedio de la energía cinética [mJ] y el flujo en aorta [ml/ciclo] con ajuste lineal en SPSS (versión 25.0 IBM SPSS, Chicago, IL).

7.5. RESULTADOS GRÁFICOS DE ENSIGHT

Líneas de flujo en la arteria pulmonar principal a través de la técnica de flujo 4D en Ensign 7.5.1.

A continuación, los gráficos para visualizar el comportamiento de la velocidad, vorticidad y flujo en alguno de los pacientes obtenido a través de Ensign 7.5.2.

Agradecemos al Hospital infantil de México por darnos acceso al seguimiento de algunos de los pacientes evaluados.

Con esta evidencia en mano se corroboró que los pacientes cuyos valores obtenidos resultaron más alterados (valor de la energía cinética) y que se determinaron como más severos según su diferencia con el valor de la mediana entre los 33 pacientes, requirieron intervenciones quirúrgicas desde el primer año posterior a la resonancia magnética.

Como ejemplo tomamos a una paciente femenina a quién se intervino para la colocación de una fístula shunt de Blalock-Thomas-Taussig y después de 5 años se vuelve a intervenir para hacer una cirugía de reparación de Tetralogía de Fallot. Los pacientes menos severos son reportados con un seguimiento de únicamente medicamentos de control.

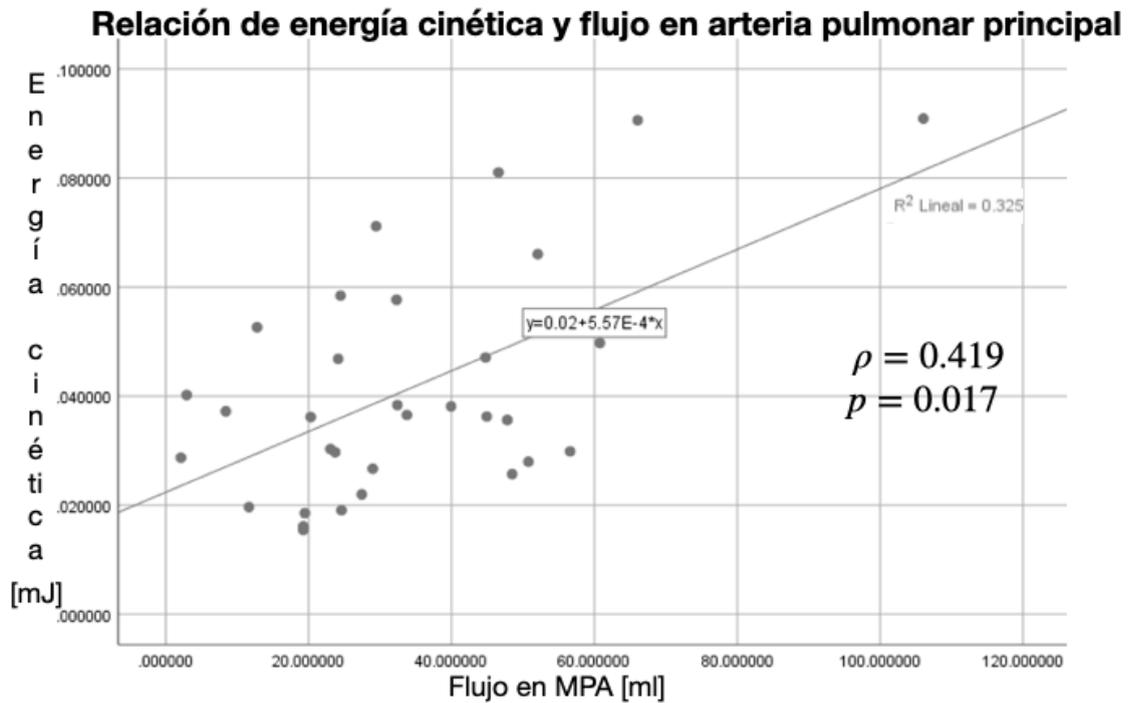


Figura 7.4.4: Gráfica de la relación entre los valores promedio de la energía cinética [mJ] y el flujo en arteria pulmonar principal [ml/ciclo] con ajuste lineal en SPSS (versión 25.0 IBM SPSS, Chicago, IL).

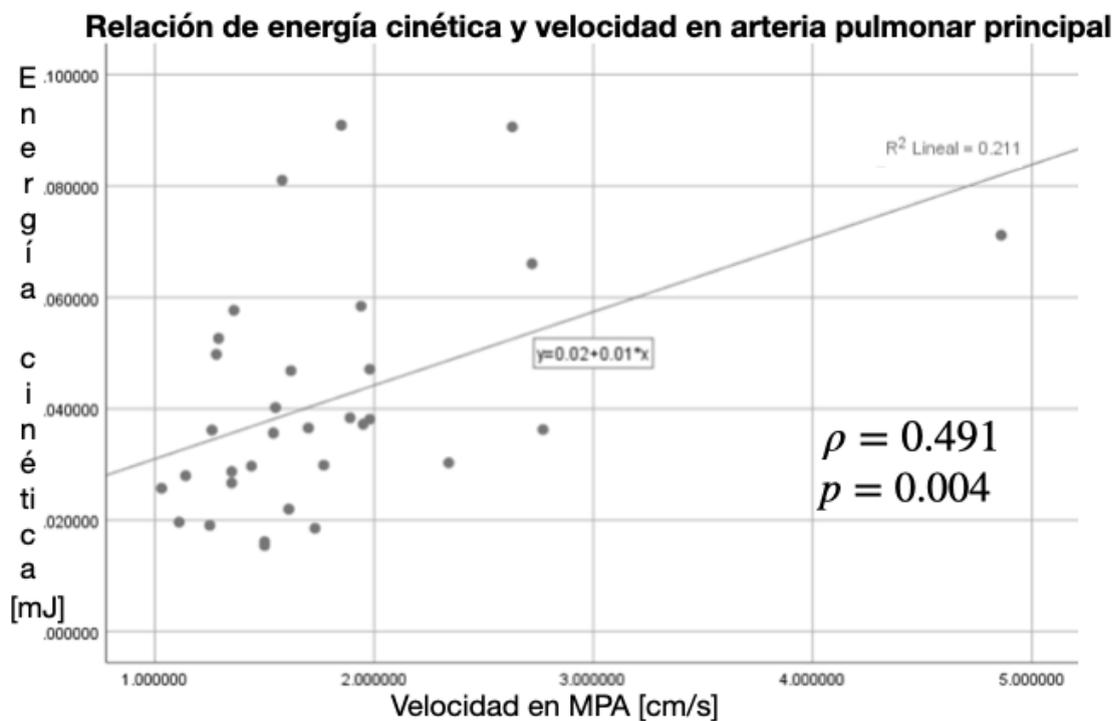


Figura 7.4.5: Gráfica de la relación entre los valores promedio de la energía cinética [mJ] y la velocidad en arteria pulmonar [cm/s] con ajuste lineal en SPSS (versión 25.0 IBM SPSS, Chicago, IL).

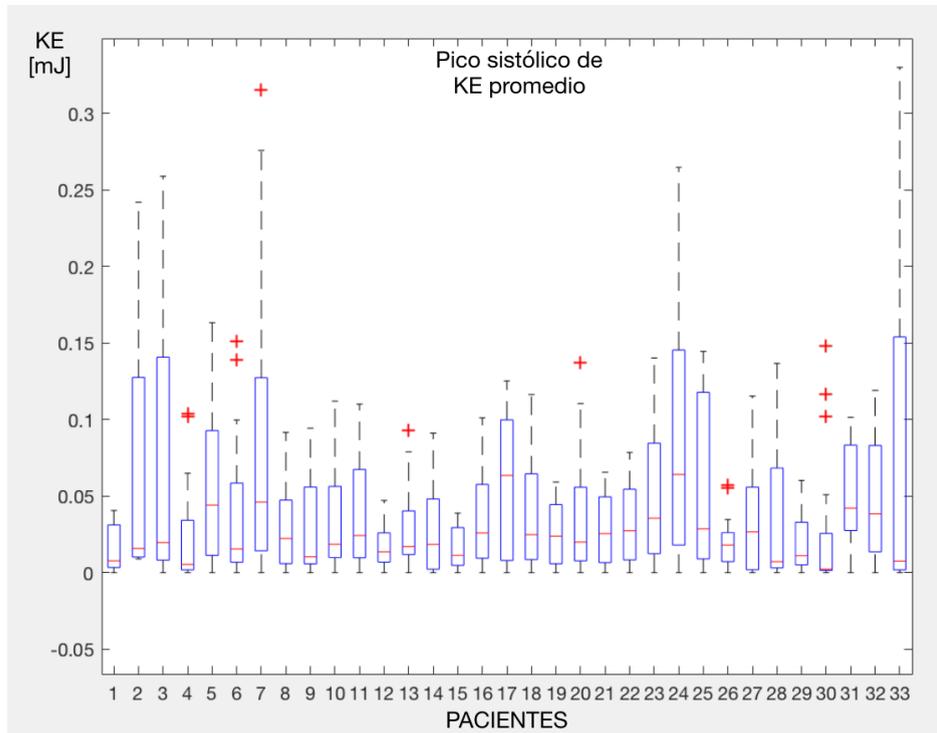


Figura 7.4.6: Valores de la energía cinética de 33 pacientes con rToF.

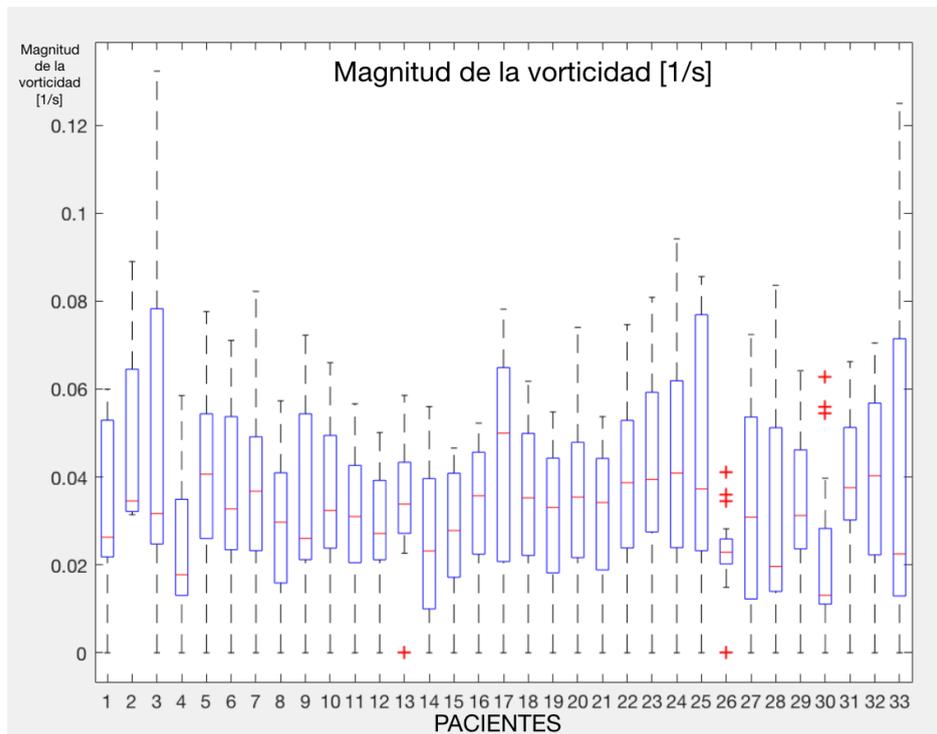


Figura 7.4.7: Valores de la magnitud de la vorticidad de 33 pacientes con rToF.

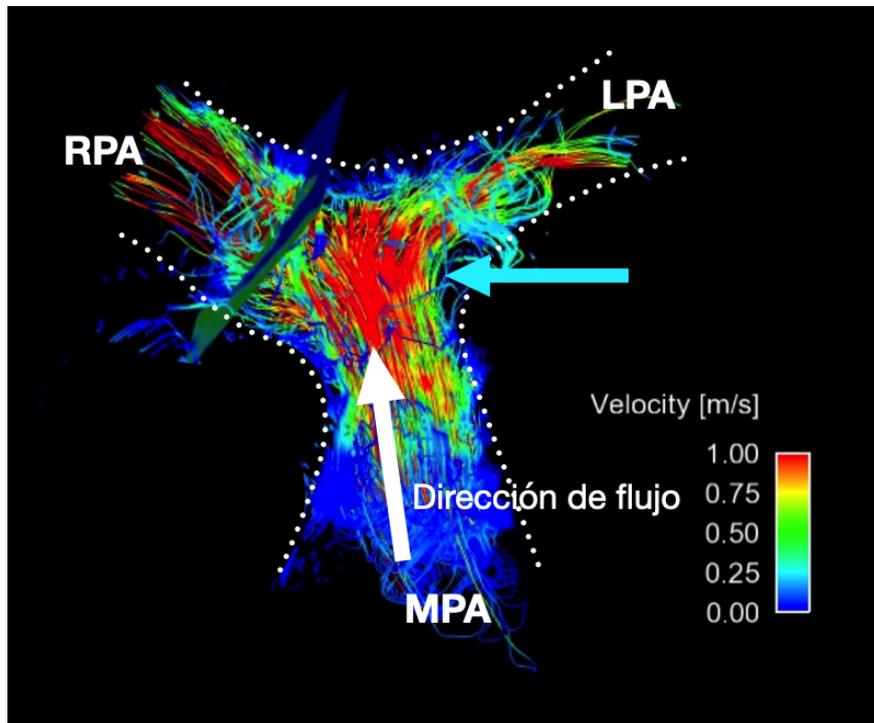


Figura 7.5.1: Se visualiza a través de Ensiht la arteria pulmonar principal MPA y su bifurcación en la arteria pulmonar derecha RPA e izquierda LPA, el patron de velocidades indica un aumento en l velocidad en la bifurcación (flecha), se visualiza un flujo turbulento con helicidad en las líneas de corriente.

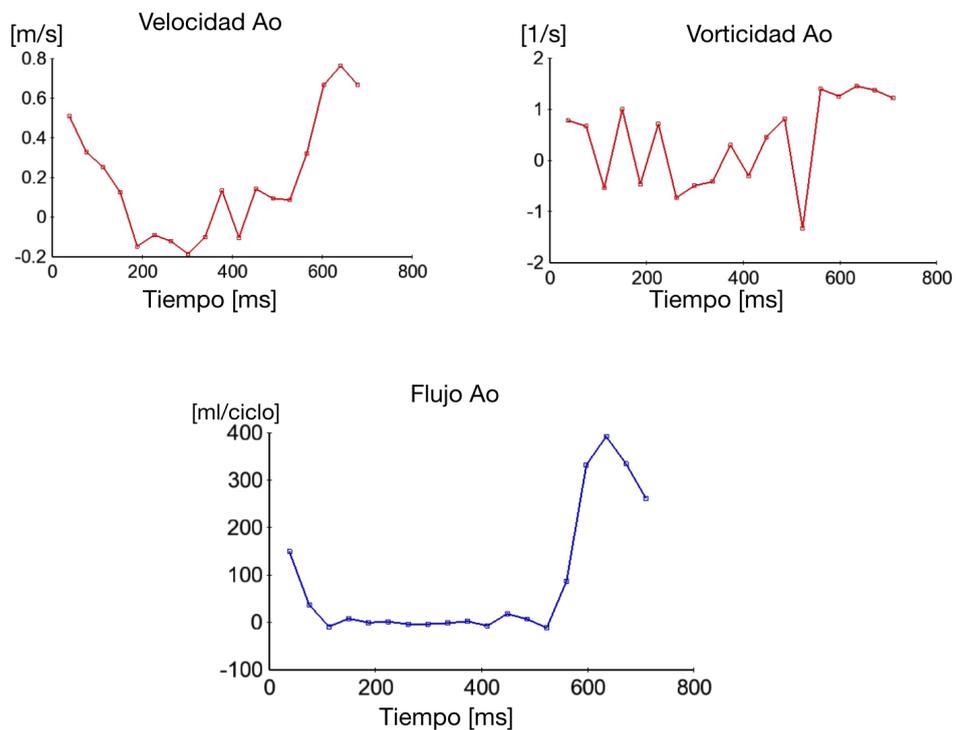


Figura 7.5.2: Superior izquierda: Grafica de la velocidad en Ao en un paciente durante el intervalo de tiempo muestreado. Superior derecha: Grafica de la vorticidad en Ao en un paciente durante el intervalo de tiempo muestreado. Inferior: Grafica del Flujo en Ao en un paciente durante el intervalo de tiempo muestreado.

CAPÍTULO 8

DISCUSIONES.

Fue posible calcular los valores de los parámetros que definen la dinámica cardiovascular como el flujo total en grandes vasos (Ao, MPA, LPA y RPA) así como la velocidad en estos a través de la IRM. Los resultados se pueden observar en la tabla 11.0.1.

Según los flujos obtenidos de salida de la Ao y de la MPA en el gráfico 7.2.1 se puede observar una buena relación promedio que estaría hablando de que se obtiene casi un valor equivalente de flujo que se lleva a pulmones a través de la MPA como de salida para oxigenación del cuerpo a través de la Ao, es decir el flujo se conserva.

De igual forma se observa una buena relación del valor medido a través de un plano colocado en la MPA y en la bifurcación de este en RPA y LPA. La diferencia esta asociada con la forma de colocación de los planos en la arteria.

También se obtuvieron los valores volumétricos de la energía cinética y de la vorticidad a través de Matlab 11.0.2 en los que se observa una alta variabilidad entre los valores individuales entre pacientes tal como lo muestran los valores de la prueba U-Test a través de Matlab en la que se compara el grupo de valores más bajos de la KE y de la W promedio, encontrando una alta dispersión en los valores.

Los resultados nos demuestran que cuando el corazón tiene un funcionamiento deficiente, se generan campos vorticales que afectan el valor de energía cinética $\rho = 0.843, p = 0.000$ (tabla 7.3.1). Cuando esto sucede se puede tener un indicador de detección temprana de una posible disfunción ventricular. El corazón como lo hacen los fenómenos físicos tiende a utilizar la menor energía posible para realizar sus funciones de forma normal y adecuada, los valores elevados en la cuantificación de energía cinética nos alertan de un sobre esfuerzo cardiaco por mantener las funciones normales.

Obtener valores más altos de este nuevo parámetro (KE) indica mayor severidad en la enfermedad y se convierte en un nuevo biomarcador de potencial interés para los pacientes con reparación en Tetralogía de Fallot como monitoreo que ayuda al médico a orientar los cuidados y/o posibles intervenciones quirúrgicas.

Los resultados en la tabla 7.3.1) indicaron:

- Una muy fuerte correlación entre la energía cinética y la magnitud de la vorticidad ($p = 0$) con un valor $\rho = 0.843$, comprobando que tenemos una asociación directa de estos parámetros.
- Se encuentra una fuerte correlación entre el flujo en Ao y el flujo en MPA $\rho = 0.677, p = 0.000$, lo cual es buen indicador, pues esto manifiesta que la cantidad de sangre que es oxigenada en los pulmones es equivalente a la sangre que es repartida al cuerpo y que sale a través de la Ao.

- Se encuentra también una asociación con la energía cinética y el flujo de la arteria aorta $\rho = 0.438, p = 0.012$ pero no en su valor de la velocidad en el mismo vaso $\rho = 0.176, p = 0.335$, es decir, el flujo de salida hacia el cuerpo se afectado por el valor alterado de la energía cinética.
- Se encuentra correlación moderada ($\rho = 0.419, p = 0.017$) de la energía cinética con el flujo de la MPA, probablemente asociado a la reparación de la estenosis de la válvula pulmonar.
- Al hacer la prueba de correlación del flujo de salida de la RPA y la LPA se encuentra que no existe correlación ($\rho = 0.135, p = 0.462$) entre estos dos vasos, al igual que la velocidad ($\rho = 0.303, p = 0.092$) lo cual se explicaría asociando diferentes diámetros en estos vasos.

En los patrones dibujados por el programa Ensight (figura 7.5.1) se puede apreciar un aumento en la velocidad del flujo en la bifurcación de la arteria pulmonar principal, pues se visualiza un aumento en la velocidad en la bifurcación de la arteria pulmonar principal y con esto un aumento en la energía cinética.

Se observa una variación positiva y negativa en los valores de la velocidad (figura 7.5.2), mostrando una mayor variación en los valores de la magnitud de la vorticidad en la arteria aorta, se muestra, en este caso un valor de flujo positivo, es decir de baja regurgitación, en el valor del tiempo en que empieza a aumentar la velocidad, los valores de vorticidad dejan de oscilar y se consigue un flujo totalmente positivo. Estos gráficos son obtenidos través de Ensight, estos, por lo tanto, permiten ver visualmente la evolución del flujo en el tiempo, así como la fase en la que se presencia la regurgitación en el vaso cuantificado.

CAPÍTULO 9

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS.

- Se demostró que la técnica de flujo 4D por IRM es una poderosa técnica de evaluación no invasiva para el seguimiento clínico de pacientes con rToF así como para visualizar los patrones de flujo sanguíneo y la función cardiaca.
- Se encontró que esta técnica es capaz de cuantificar parámetros volumétricos y locales de la energía cinética, vorticidad, velocidad y flujo en pacientes con rToF.
- Una fuerte correlación entre el parámetro de la energía cinética con el valor de la magnitud de la vorticidad fue corroborada.
- Se verifica que un valor alterado en la energía cinética modificará la eficiencia cardiaca al afectar el flujo oxigenado de retorno al cuerpo.

PERSPECTIVAS

- La propuesta de trabajo es mejorar y automatizar la cuantificación por planos para evitar la subjetividad en la adquisición de información.
- Comparar con un grupo de pacientes control con una función cardiaca normal o sana para contrastar directamente el valor de los parámetros presentados.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Centro Nacional de Excelencia Tecnológica en Salud, Tratamiento de la Tetralogía de Fallot en Edad Pediátrica, *Secretaría de Salud*, 2011
- [2] Ming-Jyh Chern, Ming-Ting Wu y Sheau-Wei Her, Numerical Study for Blood Flow in Pulmonary Arteries after Repair of Tetralogy of Fallot, *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 2012
- [3] Dohlen G, Chaturvedi RR, Benson LN, et al., Stenting of the right ventricular outflow tract in the symptomatic infant in tetralogy of Fallot, *Heart*, 2009
- [4] Christian Apitz, Gary D Webb, Andrew N Redington, Tetralogy of Fallot, *Lancet*, 2009
- [5] Bhabesh D., Sumit D., Compressed Sensing Magnetic Resonance Image Reconstruction Algorithms, A Convex Optimization Approach, *Springer*, 2019
- [6] Delgado de Bedout J. A., Sánchez M. E., Abad, P., Calvo V. D., Técnicas básicas de cardiorresonancia, *Tecnología*, 2011
- [7] Kaddoura Sam, Echo Made Easy, *Elsevier*, 2009
- [8] Masahito Moriuchi, Satoshi Saito, Yuji Kasamaki, Kouichi Komaki, Katsuo Kanmatsuse, Kazumasa Hayasaka, Three-dimensional analysis of left ventricular geometry using magnetic resonance imaging: feasibility and comparison with echocardiographic analysis, *J Cardiol.*, 2003
- [9] Khaled Alfakih, Tim Bloomer, Samantha Bainbridge, Gavin Bainbridge, John Ridgway, Gordon Williams, Mohan Sivananthan, A comparison of left ventricular mass between two-dimensional echocardiography, using fundamental and tissue harmonic imaging, and cardiac MRI in patients with hypertension, *Eur J Radiol.*, 2004
- [10] Clara Andrea Vázquez Antona, Ecocardiografía transesofágica perioperatoria en cardiopatías congénitas, *Archivos de Cardiología de México*, 2004
- [11] Otto C., The Practice of Clinical Echocardiography, *Elsevier*, 2012
- [12] Feng Xie, John Lof, Terry Matsunaga, Reena Zutshi, and Thomas R. Porter, Diagnostic Ultrasound Combined with Glycoprotein 2b/3a Targeted Microbubbles Improve Microvascular Recovery Following Acute Coronary Thrombotic Occlusions, *Circulation*, 2009
- [13] Hsieh Jiang, Computed Tomography Principles, Design, Artifacts, and Recent Advances, *Wiley interscience*, 2009
- [14] C. Westbrook, C. Kaut, MRI in Practice, *Blackwell Science*, 1999
- [15] Mark A. Brown, Richard C. Semelka, MRI Basic Principles and Applications, *Wiley-Liss*, 2003
- [16] E. Marl Haacke, R. W. Brown, M. R. Thompson, R. Venkatesan, Magnetic Resonance Imaging, *Wiley*, 1999
- [17] D. J. Griffiths, Introduction to Electrodynamics, *Pearson*, 1989
- [18] John David Jackson, Classical Electrodynamics, *Wiley*, 1999

- [19] J.R. Reitz, F.J. Milford, R.W. Christy, *Fundamentos de la teoría electromagnética PH*, 1999
- [20] H. D. Young, R. A. Freedman, et. al., *Física Universitaria con Física Moderna*, *Pearson Education*, 2009
- [21] M. H. Levitt, *Spin Dynamics, Basics of Nuclear Magnetic Resonance*, *Wiley*, 2008
- [22] J.J. Sakurai, J. Napolitano, *Modern Quantum Mechanics*, *Pearson*, 1982
- [23] N. Zettili, *Quantum Mechanics*, *Wiley*, 2009
- [24] D. J. Griffiths, *Introduction to Quantum Mechanics*, *Prentice Hall*, 1995
- [25] D. Weishaupt, V. D. Kochli, B. Marincek, *How does MRI work? An Introduction to the Physics and Function of Magnetic Resonance Imaging*, *Springer*, 2006
- [26] W. Manning, D. Pennell, *Cardiovascular Magnetic Resonance*, *Elsevier*, 2019
- [27] M. A. Bernstein, K. F. King, X. J. Zhou, *Handbook of MRI Pulse Sequences*, *Elsevier Academic Press*, 2004
- [28] S.S. Hidalgo-Tobon *Theory of gradient coil design methods for magnetic resonance imaging.*, *Wiley InterScience*, 2010
- [29] Richard Bitar, et al., *Teaching Points for MR Pulse Sequences: What Every Radiologist Wants to Know but Is Afraid to Ask*, *RadioGraphics*, 2006
- [30] Donald W. McRobbie, Elizabeth A. Moore, Martin J. Graves, Martin R. Prince, *MRI from picture to proton*, *Cambridge University Press*, 2006
- [31] R. Capozzani, *Magnetic Resonance Imaging Hazards and Safety Guidelines*, *Willis HRH*, 2009
- [32] Curtis, Barnes, *Biología*, *Editorial Médica Panamericana*, 2004
- [33] John K-J Li, *Dynamics of the vascular system*, *World Scientific*, 2004
- [34] Y. C. Fung, *Biomechanics Circulation*, *Springer*, 1997
- [35] R. Y. Kwong, *Cardiovascular Magnetic Resonance Imaging*, *Humana Press*, 2008
- [36] Y. C. Fung *A first course in continuum mechanics, for physical and Biological Engineers and Scientists*, *Prentice Hall*, 1994
- [37] L. D. Landau y E. M. Lifshitz, *Fluid Mechanics*, *Pergamon Press*, 1987
- [38] S. C. Chapra y R. P. Canale, *Métodos numéricos para ingenieros*, *Mc Graw Hill*, 2007
- [39] John L. Lumley, *National Committee for fluid mechanics films. Film notes for: Eulerian and Lagrangian descriptions in fluid mechanics.*, *Pensylvania State University*, 1969
- [40] P. O'Brien, A. C. Marshall, *Tetralogy of Fallot*, *Circulation*, *Journal of the American heart Association*, 2014
- [41] D. Lloyd-Jones, et.al., *Heart Disease and Stroke Statistics—2010 Update*, *American Heart Association*, 2010
- [42] Jeffrey B. Lakier, Paul Stanger, Michael A. Heymann, Jilieni E. Hoffman, Abrahamm Rudolpf, *Tetralogy of Fallot with Absent Pulmonary Valve Natural History and Hemodynamic Considerations*, *Circulation*, 1974
- [43] Jelle P.G. van der Ven, Eva van den Bosch, Ad J.C.C. Bogers, Willem A. Helbing, *Current outcomes and treatment of tetralogy of Fallot [version 1; peer review: 2 approved]*, *F1000 Faculty Rev*, 2019
- [44] Bushman GA, *Congenital Heart Disease in Pediatric and Adult Patients: Anesthetic and Perioperative Management*, *Springer International Publishing*, 2017

- [45] Myriam Galicia-Tornell, Alfonso Reyes-López, Sergio Ruíz-González, Alejandro Bolio-Cerdán, Alejandro González-Ojeda y Clotilde Fuentes-Orozco, Tratamiento de la tetralogía de Fallot con parche transanular. Seguimiento a 6 años, *ELSEVIER*, 2015
- [46] Coordinación de Unidades Médicas de Alta Especialidad, Guía de Referencia Rápida, Tratamiento de la Tetralogía de Fallot en edad Pediátrica. *Catálogo maestro de guías de práctica clínica: IMSS*, 2011
- [47] Luigi Landini, et. al., *Advanced Image Processing in Magnetic Resonance Imaging*, CRC Press, 2005
- [48] Farhood Saremi, et. al., *Cardiac CT and MR for Adult Congenital Heart Disease*, Springer, 2014
- [49] Michael Markl, Alex Frydrychowicz, Sebastian Kozerke, Mike Hope, Oliver Wieben, 4D Flow MRI, *Journal of magnetic resonance imaging*, 2012
- [50] Shreyas S. Vasanawala, Kate Hanneman, Marcus T. Alley, Albert Hsiao, Congenital Heart Disease Assessment With 4D Flow MRI, *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, 2015
- [51] Michael Markl, Philip J Kilner, Tino Ebbers, Comprehensive 4D velocity mapping of the heart and great vessels by cardiovascular magnetic resonance, *Journal of Cardiovascular Magnetic Resonance*, 2011
- [52] Jonatan Eriksson, Ann F. Bolger, Tino Ebbers, and Carl-Johan Carlhall, Four-dimensional blood flow-specific markers of LV dysfunction in dilated cardiomyopathy, *European Heart Journal*, 2013
- [53] Zoran Stankovic, Bradley D. Allen, Julio Garcia, Kelly B. Jarvis, Michael Markl, 4D flow imaging with MRI, *Cardiovascular Diagnosis and Therapy*, 2014
- [54] Alex J. Barker, Alejandro Roldán-Alzate, Pegah Entezari, Sanjiv J. Shah, Naomi C. Chesler, Oliver Wieben, Michael Markl, Christopher J. Francois, Four-Dimensional Flow Assessment of Pulmonary Artery Flow and Wall Shear Stress in Adult Pulmonary Arterial Hypertension: Results from Two Institutions, *Magnetic Resonance in Medicine*, 2014
- [55] J. Geiger, M. Markl, B. Jung, J. Grohmann, B. Stiller, M. Langer, R. Arnold, 4D-MR flow analysis in patients after repair for tetralogy of Fallot, *European Society of Radiology*, 2011
- [56] Christopher J Francois, Shardha Srinivasan, Mark L Schiebler, Scott B Reeder, Eric Niespodzany, Benjamin R Landgraf, Oliver Wieben and Alex Frydrychowicz 4D cardiovascular magnetic resonance velocity mapping of alterations of right heart flow patterns and main pulmonary artery hemodynamics in tetralogy of Fallot *Journal of Cardiovascular Magnetic Resonance*, 2012
- [57] P. Sjoberg, Sebastian Bidhult, Jelena Bock, Einar Heiberg, Hakan Arheden, Ronny Gustafsson, Shahab Nozohoor, Marcus Carlsson, Disturbed left and right ventricular kinetic energy in patients with repaired tetralogy of Fallot: pathophysiological insights using 4D-flow MRI, *European Radiology*, 2018
- [58] Jonatan Eriksson, Carl Johan Carlhall, Petter Dyverfeldt, Jan Engvall, Ann F Bolger, Tino Ebbers, Semi-automatic quantification of 4D left ventricular blood flow, *Journal of Cardiovascular Magnetic Resonance*, 2010
- [59] Alex Frydrychowicz, Christopher J. Francois, and Patrick A. Turski. Four-dimensional phase contrast magnetic resonance angiography: Potential clinical applications. *Eur J Radiol*, 2011.
- [60] Liang Zhong, Eric M. Schrauben, Julio Garcia, Sergio Uribe, Stuart M. Grieve, Mohammed S.M. Elbaz, Alex J. Barker, Julia Geiger, Sarah Nordmeyer, Alison Marsden, Marcus Carlsson, Ru-San Tan, Pankaj Garg, Jos J.M. Westenberg, Michael Markl, Tino Ebbers, Intracardiac 4D Flow MRI in Congenital Heart Disease: Recommendations on Behalf of the ISMRM Flow & Motion Study Group, *J. Magn. Reson. Imaging*, 2019
- [61] Imanes, flujo y artefactos, Técnicas y aplicaciones en resonancia magnética, Siemens
- [62] Joachim Lotz, Christian Meier, Andreas Leppert, Michael Galanski, Cardiovascular Flow Measurement with Phase-Contrast MR Imaging: Basic Facts and Implementation, *RadioGraphics*, 2002

- [63] Jelena Bock, Alex Frydrychowicz, Aurelien F. Stalder, Thorsten A. Bley, Hans Burkhardt, Jurgen Hennig, Michael Markl, 4D Phase Contrast MRI at 3 T: Effect of Standard and Blood-Pool Contrast Agents on SNR, PC-MRA, and Blood Flow Visualization, *Magnetic Resonance in Medicine*, 2010
- [64] Krishna S. Nayak, Jon-Fredrik Nielsen, Matt A. Bernstein, Michael Markl, Peter D. Gatehouse, Rene M. Botnar, David Saloner, Christine Lorenz, Han Wen, Bob S. Hu, Frederick H. Epstein, John N. Oshinski, Subha V. Raman, Cardiovascular magnetic resonance phase contrast imaging, *Cardiovascular Magnetic Resonance*, 2015
- [65] Arash Kheradvar, Gianni Pedrizzetti, Vortex formation in the cardiovascular system, *Springer*, 2012
- [66] Jinhee Jeong y Fazle Hussain, On the identification of a vortex, *J. Fluid Mech*, 1995
- [67] Jie-Zhi Wu, Hui-Yang Ma, Ming-De Zhou, Vorticity and Vortex Dynamics, *Springer*, 2006
- [68] Lighthill M. J., Turbulent Motion of Fluids, *Nature*, 1954
- [69] Tapan Sengupta, Thierry Poinso, Instabilities of Flows: With and Without Heat Transfer and Chemical Reaction (CISM International Centre for Mechanical Sciences) , *SpringerWienNewYork*, 2010.
- [70] Morteza Gharib, Edmond Rambod, Arash Kheradvar, David J. Sahn, and John O. Dabiri, Optimal vortex formation as an index of cardiac health, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2005
- [71] Brett E. Fenster, James Browning, Joyce D. Schroeder, Michal Schafer, Chris A. Podgorski, Jamie Smyser, Lori J. Silveira, J. Kern Buckner, y Jean R. Hertzberg, Vorticity is a marker of right ventricular diastolic dysfunction, *Am J Physiol Heart Circ Physiol*, 2015
- [72] Ascher H. Shapiro, National Committee for fluid mechanics films. Film notes for: Vorticity, *Massachusetts Institute of Technology*, 1969
- [73] J. García, et. al., On the Evaluation of Vorticity Using Cardiovascular Magnetic Resonance Velocity Measurements, *Biomedical Engineering*, 2014
- [74] Petter Dyverfeldt, Extending MRI to the Quantification of turbulence Intensity, *Linkoping University Institute of Technology*, 2010
- [75] Diego Gallo, David A. Steinman, Payam B. Bijari, Umberto Morbiducci, Helical flow in carotid bifurcation as surrogate marker of exposure to disturbed shear, *Elsevier*, 2012
- [76] D. Jeong, et. al., Ventricular kinetic energy may provide a novel noninvasive way to assess ventricular performance in patients with repaired tetralogy of Fallot, *Congenital Heart Disease*, 2014
- [77] Sigurdur Stephensen, Katarina Steding-Ehrenborg, Peter Munkhammar, Einar Heiberg, Hakan Arheden, Marcus Carlsson, The relationship between longitudinal, lateral, and septal contribution to stroke volume in patients with pulmonary regurgitation and healthy volunteers, *The American Physiological Society*, 2014
- [78] Frank T. H. de Ruijter, Ineke Weenink, Francois J. Hitchcock, Erik J. Meijboom y Ger B. W. E. Bennink, Right Ventricular Dysfunction and Pulmonary Valve Replacement After Correction of Tetralogy of Fallot, *Elsevier Science Inc*, 2002
- [79] Timothy F. Feltes, Emile Bacha, Robert H. Beekman III, John P. Cheatham, Jeffrey A. Feinstein, Antoinette S. Gomes, Ziyad M. Hijazi, Frank F. Ing, Michael de Moor, W. Robert Morrow, Charles E. Mullins, Kathryn A. Taubert and Evan M. Zahn, Indications for Cardiac Catheterization and Intervention in Pediatric Cardiac Disease: A Scientific Statement from the American Heart Association, *Circulation*, 2011
- [80] Romain Capoulade, Jonathan G. Teoh, Philipp E. Bartko, Eliza Teo, Jan-Erik Scholtz, Lionel Tastet, Mylene Shen, Christos G. Mihos, Yong H. Park, Julio Garcia, Eric Larose, Eric M. Isselbacher, Thoralf M. Sundt, Thomas E. MacGillivray, Serguei Melnitchouk, Brian B. Ghoshhajra, Philippe Pibarot, DVM, Judy Hung, Relationship Between Proximal Aorta Morphology and Progression Rate of Aortic Stenosis, *The American Society of Echocardiography*, 2017

- [81] Thomas Oosterhof, et al, Preoperative Thresholds for Pulmonary Valve Replacement in Patients with Corrected Tetralogy of Fallot Using Cardiovascular Magnetic Resonance, *American Heart Association*, 2007
- [82] Julio Garcia, Lyes Kadem, Eric Larose, Marie-Annick Clavel, Philippe Pibarot, Comparison between cardiovascular magnetic resonance and transthoracic doppler echocardiography for the estimation of effective orifice area in aortic stenosis, *Journal of Cardiovascular Magnetic Resonance*, 2011
- [83] Annelies E. van der Hulst, Arno A.W. Roest, Jos J.M. Westenberg, Lucia J.M. Kroft, Albert de Roos, Cardiac MRI in Postoperative Congenital Heart Disease Patients, *Journal of magnetic resonance imaging*, 2012
- [84] Michael Steinmetz, Hendrik C Preuss y Joachim Lotz, Non-Invasive Imaging for Congenital Heart Disease – Recent Progress in Cardiac MRI, *Journal of Clinical and Experimental Cardiology*, 2012
- [85] John P Ridgway Cardiovascular magnetic resonance physics for clinicians: part I *Journal of Cardiovascular Magnetic Resonance*, 2010
- [86] Saul Crandon, Jos J. M. Westenberg, Peter P. Swoboda, Graham J. Fent, James R. J. Foley, Pei G. Chew, Louise A. E. Brown, Christopher Saunderson, Abdallah Al-Mohammad, John P. Greenwood, Rob J. van der Geest, Erica Dall'Armellina, Sven Plein y Pankaj Garg, Impact of Age and Diastolic Function on Novel, 4D flow CMR Biomarkers of Left Ventricular Blood Flow Kinetic Energy, *nature*, 2018
- [87] Daniel Hirtler, Julio Garcia, Alex J. Barker y Julia Geiger, Assessment of intracardiac flow and vorticity in the right heart of patients after repair of tetralogy of Fallot by flow-sensitive 4D MRI, *Springer*, 2015

CAPÍTULO 10

ÁPENDICE A- SOLUCIONES.

Solución de la ecuación fundamental de movimiento (Bloch) del capítulo 1.

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma\vec{\mu} \times \vec{B}. \quad (10.0.1)$$

En componentes cartesianas, el vector $\mu(t)$ es,

$$\vec{\mu}(t) = \mu_x(t)\hat{x} + \mu_y(t)\hat{y} + \mu_z(t)\hat{z}, \quad (10.0.2)$$

tomando el producto cruz con las componentes del campo $\vec{B} = B_x\hat{x} + B_y\hat{y} + B_z\hat{z}$ y multiplicando por γ :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\vec{\mu}_x(t)\hat{x} + \vec{\mu}_y(t)\hat{y} + \vec{\mu}_z(t)\hat{z} \right) = \\ = (\mu_y B_z - \mu_z B_y)\hat{x} - (\mu_x B_z - \mu_z B_x)\hat{y} + (\mu_x B_y - \mu_y B_x)\hat{z}, \end{aligned}$$

igualando componentes:

$$\frac{d}{dt}\mu_x(t) = \mu_y B_z - \mu_z B_y, \quad (10.0.3)$$

$$\frac{d}{dt}\mu_y(t) = -\mu_x B_z + \mu_z B_x, \quad (10.0.4)$$

$$\frac{d}{dt}\mu_z(t) = \mu_x B_y - \mu_y B_x, \quad (10.0.5)$$

y considerando que el campo magnético es de la forma $\vec{B} = B_0\hat{z}$,

$$\frac{d}{dt}\mu_x(t) = \mu_y B_z = \omega_0 \mu_y, \quad (10.0.6)$$

$$\frac{d}{dt}\mu_y(t) = -\mu_x B_z = -\omega_0 \mu_x, \quad (10.0.7)$$

$$\frac{d}{dt}\mu_z(t) = 0, \quad (10.0.8)$$

Para resolver, se toma la segunda derivada para desacoplar,

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{d}{dt}\mu_x(t) = \omega_0 \mu_y \right] = -\omega_0^2 \mu_x,$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{d}{dt}\mu_y(t) = -\omega_0 \mu_x \right] = -\omega_0^2 \mu_y,$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{d}{dt} \mu_z(t) \right] = 0,$$

así las ecuaciones desacopladas son:

$$\frac{d^2 \mu_x(t)}{dt^2} + \omega_0^2 \mu_x = 0, \quad (10.0.9)$$

$$\frac{d^2 \mu_y(t)}{dt^2} + \omega_0^2 \mu_y = 0, \quad (10.0.10)$$

cuyas soluciones oscilatorias son:

$$\mu_x(t) = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t, \quad (10.0.11)$$

$$\mu_y(t) = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t. \quad (10.0.12)$$

Aplicando las condiciones iniciales:

$$\mu_x(t=0) = \mu_x(0), \quad (10.0.13)$$

$$\mu_y(t=0) = \mu_y(0), \quad (10.0.14)$$

las soluciones finales son:

$$\mu_x(t) = \mu_x(0) \cos \omega_0 t + \mu_y(0) \sin \omega_0 t, \quad (10.0.15)$$

$$\mu_y(t) = \mu_y(0) \cos \omega_0 t - \mu_x(0) \sin \omega_0 t, \quad (10.0.16)$$

$$\mu_z(t) = \mu_z(0). \quad (10.0.17)$$

CAPÍTULO 11

ÁPENDICE B- TABLAS.

En esta sección se presentarán los datos en bruto de la cuantificación volumétrica (Matlab) y local (EnSight) de los parámetros de interés.

	Flujo [ml/ciclo] en Ao	Velocidad [m/s] en Ao	Flujo [ml/ciclo] en MPA	Velocidad [m/s] en MPA	Flujo [ml/ciclo] en RPA	Velocidad [m/s] en RPA	Flujo [ml/ciclo] en LPA	Velocidad [m/s] en LPA
1	13.46	0.76	19.24	1.5	12.1	1.37	13.18	1.43
2	63.78	1.45	52.07	2.72	21.72	3.43	23.98	2.22
3	49.93	2.56	29.43	4.86	46.5	2.57	25.82	2.2
4	33.06	1.45	27.42	1.61	0.89	0.89	16.84	6.71
5	27.32	2.95	24.45	1.94	9.27	1.63	8.16	1.29
6	37.59	1.73	32.41	1.89	21.69	2.17	25.73	1.96
7	56.86	2.22	66.05	2.63	19	2.38	21.75	2.6
8	21.77	1.09	23.04	2.34	12.46	2.32	12.38	1.64
9	22.65	1.1	23.7	1.44	16.46	1.6	12.4	1.53
10	28.93	2.02	44.92	2.77	27.73	3.23	0.24	2.17
11	26.3	1.24	39.93	1.98	18.81	3.26	14.25	1.81
12	29.87	1.27	19.45	1.73	12.51	1.54	19.14	2.8
13	44.65	2.63	56.59	1.77	11.75	1.9	5.59	0.71
14	37.53	1.08	50.75	1.14	7.64	1.5	24.44	1.97
15	24.83	1.12	19.24	1.5	12.1	1.37	13.18	1.43
16	17.29	0.88	8.38	1.95	4.97	0.99	15.91	1.05
17	23.6	1.09	32.3	1.36	4.15	1.24	2.92	1.78
18	11.1	1.27	2.9	1.55	11.25	1.84	11.29	1.74
19	7.55	0.76	28.96	1.35	1.16	1.62	4.56	1.11
20	2.4	2.09	33.74	1.7	4.62	1.29	39.56	1.19
21	9.56	1.26	2.09	1.35	0.19	1.4	3.5	1.31
22	19.88	0.94	24.12	1.62	5.64	1.81	14.7	1.64
23	30.44	0.95	106.06	1.85	41.95	1.64	5.57	1.18
24	44.62	1.14	12.76	1.29	23.02	1.51	1.93	2.11
25	5.76	1.35	11.62	1.11	7.65	0.9	10.04	1.27
26	15.81	0.83	20.27	1.26	13.24	1.26	9.76	1.54
27	52.97	1.09	47.8	1.54	14.83	2.46	32.47	1.29
28	16.45	1.01	24.58	1.25	10.07	1.22	11.15	1.02
29	44.58	1.16	48.48	1.03	16.51	0.89	12.18	0.97
30	51.57	1.16	60.75	1.28	47.01	1.6	12.1	1.82
31	45.18	1.04	44.76	1.98	24.62	1.8	21.59	1.21
32	31.88	0.98	46.56	1.58	17.28	1.42	20.09	2.32
PROMEDIO	29.66	1.36	33.90	1.78	15.59	1.75	14.58	1.78
Desviación Estándar	16.07	0.57	21.18	0.72	11.95	0.67	9.09	1.03

Cuadro 11.0.1: Resultados de los parámetros de flujo promedio: flujo, velocidad pico en aorta Ao, arteria pulmonar principal MPA, arteria pulmonar derecha RPA y arteria pulmonar izquierda LPA para los 33 pacientes.

	KE_max	KE_prom	KE_med	KE_sd	LNH_max	LNH_prom	LNH_min	LNH_sd	Wmag_max	Wmag_prom	Wmag_sd
1	0.479116	0.015439	0.003458	0.016446	0.928469	0.003686	-0.926095	0.058632	0.171703	0.033012282	0.003943
2	1.558563	0.066027	0.021125	0.055983	0.995324	0.004513	-0.995238	0.031132	0.289683	0.033012282	0.006924
3	2.184653	0.071149	0.021954	0.069301	0.94026	0.007964	-0.939311	0.027856	0.320829	0.033012282	0.007257
4	0.207732	0.021971	0.01468	0.007554	0.927747	0.005423	-0.927002	0.044211	0.088753	0.033012282	0.001882
5	1.132295	0.058431	0.020894	0.049805	0.937201	0.008007	-0.934297	0.041518	0.199336	0.033012282	0.004952
6	0.81779	0.038363	0.012752	0.029093	0.935763	0.010654	-0.935003	0.033912	0.179426	0.033012282	0.004017
7	3.107338	0.090593	0.016363	0.108676	0.943416	0.005332	-0.942586	0.029585	0.279555	0.033012282	0.007311
8	1.005436	0.030286	0.006438	0.029807	0.938438	0.003098	-0.941624	0.031952	0.184792	0.033012282	0.003955
9	0.619906	0.029701	0.011257	0.025149	0.926303	0.010996	-0.937884	0.04963	0.173516	0.033012282	0.004228
10	0.701548	0.036256	0.009871	0.035361	0.943088	0.005676	-0.940387	0.04183	0.200795	0.033012282	0.004715
11	1.035773	0.038117	0.012554	0.027883	0.938965	0.006511	-0.937323	0.036479	0.154099	0.033012282	0.003766
12	0.848967	0.018541	0.004858	0.026953	0.944995	0.005997	-0.944262	0.03488	0.21625	0.033012282	0.004609
13	0.703804	0.029868	0.00975	0.021875	0.943209	-0.00504	-0.943006	0.028445	0.242172	0.033012282	0.004336
14	0.345248	0.02796	0.010459	0.022274	0.942692	0.008556	-0.941825	0.031055	0.155729	0.033012282	0.003485
15	0.735683	0.01612	0.006127	0.012669	0.937915	0.006674	-0.933021	0.03988	0.151992	0.033012282	0.003727
16	0.779097	0.037202	0.023928	0.024369	0.926026	0.004092	-0.937231	0.047353	0.165269	0.033012282	0.003468
17	0.945256	0.057672	0.024561	0.024462	0.937076	0.012071	-0.9284	0.030407	0.182049	0.033012282	0.004653
18	0.563207	0.04022	0.010296	0.027529	0.941276	0.00165	-0.944035	0.039387	0.236397	0.033012282	0.003988
19	0.977816	0.026682	0.012662	0.017103	0.939887	0.003266	-0.941652	0.032186	0.182302	0.033012282	0.003633
20	0.578972	0.036541	0.00951	0.031605	0.937436	-0.001312	-0.939465	0.045458	0.178331	0.033012282	0.003691
21	0.387473	0.028716	0.013569	0.017511	0.940409	0.00334	-0.942842	0.026478	0.19255	0.033012282	0.003632
22	0.963799	0.031487	0.014894	0.016536	0.938616	0.000546	-0.9325	0.041832	0.185877	0.033012282	0.004655
23	1.435425	0.046825	0.019441	0.036602	0.936055	0.007506	-0.93751	0.035667	0.196674	0.033012282	0.0046
24	0.74164	0.090904	0.028415	0.050541	0.938735	-0.001954	-0.939322	0.030002	0.254986	0.033012282	0.005686
25	0.466589	0.052634	0.015727	0.026835	0.941037	0.002058	-0.940233	0.04069	0.21032	0.033012282	0.004981
26	0.868267	0.019649	0.008928	0.015199	0.941081	0.000596	-0.940874	0.046218	0.144152	0.033012282	0.003358
27	0.357522	0.036165	0.012412	0.025807	0.937227	0.005179	-0.937973	0.0375	0.180941	0.033012282	0.004111
28	0.369697	0.035632	0.020748	0.012248	0.934945	0.010624	-0.933447	0.035595	0.139146	0.033012282	0.003227
29	0.215253	0.019072	0.007573	0.012758	0.939849	-0.000851	-0.926108	0.033258	0.14925	0.033012282	0.003386
30	1.14438	0.025699	0.019757	0.006147	0.923011	0.001559	-0.879704	0.047636	0.080238	0.033012282	0.00205
31	0.709712	0.049765	0.020545	0.037619	0.937594	-0.006163	-0.934989	0.040517	0.259127	0.033012282	0.005132
32	0.853593	0.047084	0.019402	0.024753	0.937592	-0.001998	-0.936631	0.037593	0.185801	0.033012282	0.004193
33		0.081022	0.049013	0.022876	0.926978	-0.00068	-0.919151	0.045542	0.160929	0.033012282	0.004545
prom	0.870048	0.040963	0.015573	0.029374	0.938746	0.003866	-0.936695	0.03801	0.190696	0.033012282	0.004306

Cuadro 11.0.2: Resultados promedio obtenidos a partir del programa MATLAB de la cuantificación volumétrica de la energía cinética máxima [mJ], energía cinética promedio [mJ], valores de las medianas de la energía cinética [mJ], valores de la Helicidad Local Normalizada máxima, mínima, la magnitud de la vorticidad máxima [s⁻¹] y promedio [s⁻¹], respectivamente.

