



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
UNIDAD IZTAPALAPA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

**SELECCIÓN OBJETIVA DE COMPONENTES
INDEPENDIENTES DE LOS
POTENCIALES EVOCADOS AUDITIVOS**

Tesis que presenta

ING. ERIKA ROCIO CALDERÓN RIOS

Para obtener el grado de

Maestra en Ciencias en Ingeniería Biomédica

Asesora: DRA. NORMA CASTAÑEDA VILLA

Jurado Calificador:

Presidente: DRA. VERÓNICA MEDINA BAÑUELOS

Secretaria: DRA. NORMA CASTAÑEDA VILLA

Vocal: DR. ADRIÁN POBLANO LUNA

México D.F. MARZO 2015



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
UNIDAD IZTAPALAPA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

**SELECCIÓN OBJETIVA DE COMPONENTES
INDEPENDIENTES DE LOS
POTENCIALES EVOCADOS AUDITIVOS**

Tesis que presenta
ING. ERIKA ROCIO CALDERÓN RIOS
Para obtener el grado de
Maestra en Ciencias en Ingeniería Biomédica

Asesora: DRA. NORMA CASTAÑEDA VILLA

Jurado Calificador:

Presidente: DRA. VERÓNICA MEDINA BAÑUELOS

Secretaria: DRA. NORMA CASTAÑEDA VILLA

Vocal: DR. ADRIÁN POBLANO LUNA

Vo. Bo.
PM
Aprobado

México D.F. ENERO 2015

RESUMEN

Los Potenciales Evocados Auditivos (PEAs) han permitido determinar el funcionamiento de las estructuras del sistema auditivo, así como el estado de su madurez mediante los PEAs de Latencia Larga (PEALL). Por la importancia de la información que estos proporcionan, se ha incrementado el uso de herramientas matemáticas que permitan mejorar la calidad con la que se obtienen y disminuir la pérdida de información debida a artefactos presentes en los registros. Una de estas herramientas es el Análisis de Componentes Independientes (ICA) que estima las señales originales que conforman los registros y cuyo uso puede verse mejorado al seleccionar las configuraciones de parámetros óptimas. Para ello, en este proyecto se realizó la construcción de un conjunto de datos sintético que incluyen al PEA y algunos artefactos presentes, sobre el que se prueban tres algoritmos comúnmente utilizados: FastICA, Infomax y SOBI. Para la selección de los parámetros óptimos se consideró la alta calidad de separación indicada por el valor bajo del índice *Amari*, la alta similitud de la estimación con el PEA por el alto valor del índice *SIR* y el bajo tiempo de procesamiento. Posteriormente, como una primera aproximación a registros reales, se construyeron conjuntos de datos a partir de registros de EEG basal y PEA sintético en los que se varía la *SNR* al modificar la amplitud de este último. En estos conjuntos de datos se estudia el efecto de la disminución del número de las señales estimadas cuando se tiene el registro de 19 electrodos; además del efecto del agrupamiento de estos 19 electrodos en subgrupos a los que se les aplican los algoritmos con las configuraciones de parámetros previamente seleccionadas, las cuales son: para FastICA, la aproximación simétrica con función potencia cúbica; para Infomax, la versión extendida del algoritmos considerando estimar una fuente subgaussiana ($N=1$) y para SOBI la diagonalización de 150 matrices. Para los conjuntos de datos con diferente *SNR* se obtuvo como número óptimo de señales estimadas con todos los algoritmos entre 17 y 19 y se demostró que se puede obtener una señal con el complejo N100-P200 del PEA considerando un grupo de cinco electrodos. Estos resultados tienen la intención de servir como guía para el uso adecuado de ICA en futuros trabajos que busquen obtener potenciales evocados, auditivos o de algún otro tipo.

ÍNDICE

Resumen	I
Lista de figuras	III
Lista de tablas	IV
Lista de símbolos y abreviaturas	V
Agradecimientos	VIII
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN	1
OBJETIVOS	6
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO	7
2.1 Potenciales Evocados Auditivos (PEAs)	7
2.2 El problema de la separación ciega de fuentes (BSS)	13
2.2.1 El Análisis de Componentes Independientes (ICA)	16
Medidas de no-gaussianidad	20
Etapas de preprocesamiento para acondicionamiento de las señales	24
Clasificación de los algoritmos	25
Algoritmo FastICA	26
Algoritmo Infomax	27
Algoritmo SOBI	29
2.3 Índices para Evaluación del Desempeño.	30
2.3.1 Índice <i>Amarí</i>	30
2.3.2 Índice <i>SIR</i>	31
CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA	32
3.1 Selección de parámetros óptimos de los algoritmos para la estimación del Potencial Evocado Auditivo	32
3.1.1 Generación de señales sintéticas	33
3.1.2 Separación de la mezcla de señales en CIs	36
3.1.3 Evaluación del desempeño de los algoritmos	39

3.2	Casos de Estudio	40
3.2.1	Construcción del conjunto de datos	41
3.2.2	Efecto de la disminución del número de CIs estimados	42
3.2.3	Efecto de la disminución del número de electrodos utilizados	43
3.2.4	Comparación entre reducción del número de CIs estimados y reducción del número de electrodos de registro	43
CAPÍTULO 4.	RESULTADOS	44
4.1	Parámetros Óptimos	44
4.2	Casos de Estudio	52
4.2.1	Número de CIs a estimar	52
4.2.2	Número de electrodos	57
4.2.3	Número de CIs vs número de electrodos	58
CAPÍTULO 5.	DISCUSIÓN	65
CAPÍTULO 6.	CONCLUSIONES	71
	Apéndices	74
	APÉNDICE A. Proceso para la selección de los parámetros óptimos de los algoritmos para estimar el PEA.	77
	APÉNDICE B. Resultados extendidos de casos de estudio	89
B.1	Número de CIs	90
B.2	Disminución del número de electrodos	103
	Bibliografía	109

Lista de figuras

Figura 2.1	Ejemplos de artefactos presentes en los registros de EEG	11
Figura 2.2	Paradigma BSS aplicado a registro de EEG.	14
Figura 2.3	Diagrama del modelo de la Separación Ciega de Fuentes	15
Figura 2.4	Kurtosis de variables gaussianas	20
Figura 3.1	Potencial Evocado Auditivo sintético.	33
Figura 3.2	Conjunto de señales sintéticas generadas.	36
Figura 3.3	Asignación de matrices entre las que se calcula la correlación en el algoritmo SOBI	39
Figura 3.4	Diagrama de esquematización de pruebas.	40
Figura 3.5	Procedimiento para la construcción de datos para el caso más cercano al real	41
Figura 4.1	Mezclas de las señales sintéticas generadas	45
Figura 4.2	Promediación coherente de las mezclas sintéticas	46
Figura 4.3	Media y desviación estándar de índice <i>Amari</i> para los tres algoritmos probados.	47
Figura 4.4	Componentes independientes con mínimo valor de índice <i>Amari</i>	48
Figura 4.5	Componentes Independientes con máximo valor de <i>Amari</i>	49
Figura 4.6	Promedio y desviación estándar de índice <i>SIR</i>	50
Figura 4.7	Promediación coherente del electrodo Cz para los cuatro conjuntos de datos construidos con distintas amplitudes de PEA sintético.	52
Figura 4.8	Resultados de disminución del número de CIs estimados utilizando FastICA.	53
Figura 4.9	Resultados de disminución de número de CIs estimados utilizando Infomax.	54
Figura 4.10	Resultados de disminución de número de CIs estimados utilizando SOBI.	55
Figura 4.11	Valores de <i>SIR</i> para los conjuntos de datos cuando se disminuye el número de electrodos.	57
Figura 4.12	Comparación de valores de <i>SIR</i> de CIs asociados al PEA cuando se disminuye el número de CIs estimados y el número de electrodos.	59
Figura 4.13	Comparación de valores de <i>SIR</i> obtenidos al disminuir el número de CIs estimados y el número de electrdos utilizados sobre el conjunto de datos con amplitud de PEA = 10 μ V	60
Figura 4.14	Comparación de valores de <i>SIR</i> obtenidos al disminuir el número de CIs estimados y el número de electrdos utilizados sobre el conjunto de datos con amplitud de PEA = 20 μ V	61

Figura 4.15	Comparación de valores de <i>SIR</i> obtenidos al disminuir el número de CIs estimados y el número de electrdos utilizados sobre el conjunto de datos con amplitud de PEA = 30 μ V	62
Figura 4.16	Comparación de valores de <i>SIR</i> obtenidos al disminuir el número de CIs estimados y el número de electrdos utilizados sobre el conjunto de datos con amplitud de PEA = 40 μ V	63
Figura A.1	Valor de <i>Amari</i> obtenido para las 10 repeticiones del algoritmo FastICA con aproximación simétrica y todas las funciones de contraste.	78
Figura A.2	CIs con mínimo valor de <i>Amari</i> para FastICA con apróximación simétrica	79
Figura A.3	Valor de <i>Amari</i> obtenido para las 10 repeticiones del algoritmo FastICA con aproximación deflación y todas las funciones de contraste.	80
Figura A.4	CIs con mínimo valor de <i>Amari</i> para FastICA con aproximación deflación	81
Figura A.5	Valor de <i>Amari</i> obtenido para las 10 repeticiones del algoritmo Infomax extendido	82
Figura A.6	CIs con mínimo valor de <i>Amari</i> para Infomax entendido	83
Figura A.7	Valor de <i>Amari</i> obtenido para las 10 repeticiones del algoritmo SOBI con diferente número de matrices de correlación	84
Figura A.8	CIs con mínimo valor de <i>Amari</i> para SOBI	85
Figura B.1	FastICA en conjunto de datos con amplitud de PEA = 10 μ V.	91
Figura B.2	FastICA en conjunto de datos con amplitud de PEA = 20 μ V.	92
Figura B.3	FastICA en conjunto de datos con amplitud de PEA = 30 μ V.	93
Figura B.4	FastICA en conjunto de datos con amplitud de PEA = 40 μ V.	94
Figura B.5	Infomax en conjunto de datos con amplitud de PEA = 10 μ V.	95
Figura B.6	Infomax en conjunto de datos con amplitud de PEA = 20 μ V.	96
Figura B.7	Infomax en conjunto de datos con amplitud de PEA = 30 μ V.	97
Figura B.8	Infomax en conjunto de datos con amplitud de PEA = 40 μ V.	98
Figura B.9	SOBI en conjunto de datos con amplitud de PEA = 10 μ V.	99
Figura B.10	SOBI en conjunto de datos con amplitud de PEA = 20 μ V.	100
Figura B.11	SOBI en conjunto de datos con amplitud de PEA = 30 μ V.	101
Figura B.12	SOBI en conjunto de datos con amplitud de PEA = 40 μ V.	102
Figura B.13	Resultados de disminuir el número de electrodos utilizados: FastICA.	105
Figura B.14	Resultados de disminuir el número de electrodos utilizados: Infomax.	106
Figura B.15	Resultados de disminuir el número de electrodos utilizados: SOBI. .	107

Lista de tablas

Tabla 2.1	Características de los diferentes tipos de Potenciales Evocados Auditivos.	8
Tabla 2.2	Bandas de frecuencia de las señales de actividad eléctrica conocidas del EEG que forman los potenciales espontáneos.	10
Tabla 3.1	<i>SNR</i> de señales sintéticas	35
Tabla 3.2	Configuración de parámetros a probar de los algoritmos FastICA, Infomax y SOBI	37
Tabla 3.3	Amplitud de PEA que modifica la Relación Señal a Ruido.	42
Tabla 3.4	Grupos de canales formados por la cercanía al origen del Potencial Evocado Auditivo sintético.	43
Tabla 4.1	Valores medios mínimos y máximos con desviación estándar del índice <i>Amari</i>	47
Tabla 4.2	Valores medios mínimos y máximos con desviación estándar del índice <i>SIR</i>	50
Tabla 4.3	Tiempo de ejecución de las 10 repeticiones de las configuraciones de parámetros.	51
Tabla 4.4	Tiempo de procesamiento en las pruebas de reducción de número de CIs estimados	56
Tabla 4.5	Tiempo de procesamiento en las pruebas de reducción de número de CIs estimados	64
Tabla A.1	Valores estimados del índice <i>Amari</i> para las 10 repeticiones de las configuraciones de parámetros. Se marca en azul y en rojo el el mínimo y máximo valor excepto para SOBI, que son iguales.	86
Tabla A.2	Valores estimados del índice <i>SIR</i> para las 10 repeticiones de los 14 casos.	87
Tabla A.3	Tiempo de ejecución de las 10 repeticiones de las configuraciones de parámetros.	88
Tabla B.1	Valores de <i>SIR</i> en las pruebas de reducción de número de CIs estimados	104
Tabla B.2	Comparación de los valores de <i>SIR</i> reduciendo el número de CIs estimados y el número de electrodos usados	108

Lista de símbolos y abreviaturas

Símbolos

$x, x(t)$ Registros de canales o mezclas

$s, s(t)$ Señales fuente o fuentes

\mathbf{x} Vector de las mezclas

\mathbf{s} Vector de las fuentes

\mathbf{X} Matriz de las mezclas

\mathbf{S} Matriz de las fuentes

\mathbf{A} Matriz de mezcla

\mathbf{W} Matriz de separación

a_{ij} Elemento de la i -ésima fila de la j -ésima columna de la matriz de mezcla

w_{ij} Elemento de la i -ésima fila de la j -ésima columna de la matriz de separación

\mathbf{P} Matriz de permutación

K Kurtosis

$E[\cdot]$ Valor esperado de una variable aleatoria

$H(v)$ Entropía de una variable aleatoria

- $H(X, Y)$ Entropía conjunta de dos variables aleatorias
- $H(X|Y)$ Entropía condicional de dos variables aleatorias
- $J(v)$ Negentropía de una variable aleatoria
- $I(X, Y)$ Información mutua entre dos variables aleatorias
- $p(x, y)$ Función de probabilidad conjunta
- $p(x), p(y)$ Función de densidad marginal
- $G(\cdot)$ Función no cuadrática para estimar la entropía.
- $D(p(x)||q(x))$ Entropía relativa o distancia Kullback-Liebler entre $p(x)$ y $q(x)$
- L Función logaritmo de verosimilitud
- m** Media estadística de un vector
- E** Matriz ortogonal de eigenvectores de la transformación $E[\hat{x}\hat{x}]^T$
- D** Matriz diagonal de eigenvalores de la transformación $E[\hat{x}\hat{x}]^T$
- \hat{x} Vector de mezclas blanqueado
- \check{A} Transformación ortogonal de la matriz de mezcla
- G Función de contraste
- G** Matriz global o de ganancia
- L** Matriz de signo
- \mathcal{J} Función no negativa y no singular de la matriz global **G**
- A** Matriz de escalamiento

Abreviaturas

EEG Electroencefalograma

PRE Potencial Relacionado a Eventos

PEA Potencial Evocado Auditivo

PEALL Potencial Evocado Auditivo de Latencia Larga

ICA Independent Component Analysis

BSS Blind Source Separation

PCA Principal Component Analysis

Agradecimientos

A la Dra. Norma Castañeda Villa, por su dirección durante la maestría para concluir el presente proyecto de investigación.

Al Laboratorio de Audiología, del Departamento de Ingeniería eléctrica de la UAM-I.

A Daniel, por su amor, apoyo y paciencia cada día. Por sus consejos, motivación y por las experiencias que me han hecho crecer como persona y me han impulsado a seguir para alcanzar todas nuestras metas.

A mi madre por amarme, apoyarme e impulsarme a lograr mis metas durante toda mi vida. Por demostrar su gran fortaleza y valor ante cualquier circunstancia. Por ser mi ejemplo de vida a seguir.

A mi hermano por su apoyo y palabras de aliento. A mi padre por su apoyo y confianza.

A Laura A. Porras por su apoyo, ayuda, compañía, ideas y motivación, ser una gran amiga y compañera.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo financiero recibido durante la realización de mis estudios de maestría.

A mis sinodales, la Dra. Verónica Medina y el Dr. Adrián Poblano, por la disposición y revisión del presente proyecto de investigación.

CAPÍTULO 1.

INTRODUCCIÓN

El estudio de los sistemas sensoriales a través de las respuestas neurológicas ante estímulos específicos permite determinar el grado de desarrollo y maduración de las diversas estructuras fisiológicas involucradas en cada uno de los procesos sensoriales que nos permiten percibir el mundo y actuar en consecuencia [1,2].

Las respuestas que se obtienen cuando se presenta un estímulo se conocen como *Potenciales Relacionados a Eventos* o PREs por sus siglas, los cuales son señales eléctricas cuya morfología consiste en una serie de ondas que están relacionadas con el estado de las estructuras fisiológicas involucradas. Mediante el conocimiento de su morfología (formas de onda) y tiempo en que se presenta la respuesta (latencia), es posible determinar estados de normalidad y patología [2,3].

El registro de los PREs se realiza con electroencefalografía o EEG, generalmente por medio de electrodos superficiales colocados sobre el cuero cabelludo mientras se aplica la estimulación sensorial donde cada estímulo o evento se presenta de forma periódica con características específicas que son necesarias para desencadenar la respuesta esperada en un intervalo de tiempo determinado [4].

El uso específico de estímulo acústico genera los llamados *Potenciales Evocados Auditivos* o PEAs por sus siglas que permiten determinar el funcionamiento de las estructuras del sistema auditivo. Un rasgo importante de estos, es la pequeña amplitud con que son registrados debido a la atenuación que se produce al atravesar tejidos desde su origen en la corteza cerebral hasta la región donde son detectados en el cuero cabelludo [2].

El método utilizado normalmente para la obtención del PEA es la llamada *promediación coherente* [4]. Este método consiste en dividir el registro de EEG en épocas o intervalos de tiempo en los que se espera se presente la respuesta siempre con morfología similar debido a que cada uno de los estímulos aplicados son iguales. Además, las señales de la actividad cerebral que se presentan todo el tiempo se consideran con naturaleza aleatoria [5] y con diferente origen, es decir, están no-correlacionadas. Así la promediación mejora la relación señal a ruido del PEA porque esta actividad continua se aproxima a cero.

Aunque es el método más usado en la práctica, resulta poco eficaz para obtener el PEA cuando existen los artefactos o señales que enmascaran a los PEAs por tener una mayor amplitud o el mismo contenido en frecuencia, porque éstos generalmente no son aleatorios y no se pueden reducir con este método. Para intentar eliminar o reducir los artefactos [4,6] se aplican técnicas de preprocesamiento a los registros como el filtrado o la eliminación de épocas en las que la amplitud es mayor a los valores estándar conocidos para un EEG normal. Estos procedimientos ocasionan la pérdida de información temporal y la disminución de las épocas útiles para el procesamiento. En consecuencia, los registros suelen ser de larga duración para compensar las épocas con ruido que se deban eliminar, además de que los registros con muchas fuentes de ruido son comúnmente descartados por la imposibilidad de extraer información útil.

Por ello, un escenario ideal es aquél en el que se conserva la información con mínimas pérdidas y reduciendo al máximo los artefactos. Recientemente se ha modelado cada parte involucrada en los registros de EEG con el problema de la *Separación Ciega de Fuentes* o BSS por sus siglas en inglés. Éste consiste en la recuperación de un conjunto de señales provenientes de diferente origen y que están mezclados en un medio de transmisión, modelo en el cual no se conocen las señales, los canales de transmisión, ni el cómo están mezcladas en el medio y sólo se conocen las mezclas. Dentro de las técnicas para la solución de este problema existe el *Análisis de Componentes Independientes* o ICA por sus siglas en inglés, herramienta que mediante supuestos de independencia

estadística de las señales que componen la mezcla permite realizar la estimación de las señales originales [7], a través de los llamados *Componentes Independientes* o CIs por sus siglas.

Por su capacidad de separar señales, ICA fue utilizado en el campo de la electroencefalografía en sus inicios principalmente para la eliminación de los artefactos, como en [8] donde se desarrolla un método basado en ICA para remover artefactos de actividad ocular en los registros de EEG, mediante la realización de una tarea de atención selectiva visual para identificar este tipo de artefactos. En este trabajo del 2004 [9] se pretende automatizar la eliminación de artefactos visuales mediante la adición de registro de EOG simultáneo al registro de EEG como técnica para el aislamiento de señales estimadas que están correlacionadas con la actividad ocular.

La creación de escenarios controlados donde se conocen las señales fuente y la contribución que tiene cada una de estas en cada canal de registro, también ha sido planteada en el tratamiento de señales biomédicas. En este trabajo del 2006 [10], se realiza un estudio comparativo de varios algoritmos sobre un conjunto de datos sintéticos de magnetocardiografía fetal (fMCG) donde se simula un posible escenario con algunos de los artefactos presentes en estos registro y se determina cual es el algoritmo con mejor calidad de separación.

Regresando al campo neurológico, en 2007 en [11], se realiza la comparación de cinco algoritmos de ICA donde se añaden artefactos sintéticos con diferentes relaciones señal a ruido para evaluar la sensibilidad de estos algoritmos. También en este año, en [12], se aborda la posibilidad de utilizar algoritmos de ICA propiamente en los PEAs. La generación sintética del complejo N100-P200 presente en los PEAs se añade a un conjunto de canales de EEG de distintos sujetos, haciendo una variación de la relación señal a ruido para mejorar la estimación del PEA. Un estudio comparativo en 2009, se puede encontrar en [13], donde se realiza la comparación de 22 algoritmos más adecuados y óptimos para su uso en el campo del análisis de la actividad cerebral

eléctrica superficial en un conjunto de datos generados sintéticamente a través de ondas puntiagudas y picos.

Recientemente algunos estudios han extendido el uso de los PEAs que evalúan el estado de las estructuras del sistema auditivo y se han enfocado en los llamados *Potenciales Evocados Auditivos de Latencia Larga* (PEALL) por su capacidad de evaluar la madurez del sistema auditivo de niños a los que se les ha colocado el implante coclear (IC), dispositivo que por su funcionamiento genera un artefacto que enmascara la respuesta. En [14, 15] se busca identificar el PEA y el artefacto del IC a través de la selección óptima de los parámetros de algoritmos que utilizan diferentes criterios de separación para estimar las fuentes. Resultando los algoritmos que utilizan la estructura temporal como los más adecuados para extraer la respuesta auditiva.

En [16], se comparan las respuestas obtenidas mediante ICA al analizar registros de sujetos normo oyentes e implantados, encontrando alta correlación entre ambas respuestas. Además, en las respuestas de los implantados no se pierden las características del PEALL que se tienen dependiendo de la edad. En [17], se propone un procedimiento que evalúa las características temporales y topográficas para la selección semiautomática de las estimaciones asociadas al artefacto del IC. Los resultados seleccionados con el procedimiento se comparan con la selección realizada por el experto, donde la alta correlación en amplitud y latencia permite considerar la preservación de las características del PEA.

En varios de estos trabajos, los algoritmos más utilizados en señales neurológicas son FastICA, Infomax y SOBI, por los buenos resultados que se obtienen al aplicarse sobre este tipo de señales. Sin embargo, motivados por las capacidades del ICA y con el objeto de facilitar el uso de tres algoritmos FastICA, Infomax y SOBI para la identificación de la respuesta auditiva, se proponen los parámetros óptimos que permitan la adecuada recuperación de los PEALL que son de interés en el Laboratorio de Audiología de la UAM. A lo largo de la tesis se les denominará a éstos como PEAs. Para esto se utilizan señales sintéticas que permiten la representación de un entorno

controlado donde se conocen el número de señales, su morfología y cómo se mezclan; en otras palabras, se conoce lo que se espera recuperar.

Además se realiza el estudio del efecto que se tiene cuando se disminuye el número de CIs que se estiman con los algoritmos y sus parámetros óptimos, así como el estudio de la reducción del número de canales de registro de EEG colocados, centrándose en la zona donde se conoce la localización de los PEAs. Para esto se generaron cuatro conjuntos de datos creados a partir de un registro de EEG basal de 19 canales, al que se le añade un PEA sintético en un sólo canal (Cz) donde de acuerdo a mapas topográficos se sabe es donde se registra con mayor amplitud el PEA. Las diferencias de estos cuatro conjuntos de datos son las distintas amplitudes que se le asignan al PEA, para así modificar la relación señal a ruido del PEA en ese canal.

El trabajo que a continuación se presenta consta de 5 capítulos adicionales que se describen a continuación. En el Capítulo 2 se detallan los principales conceptos teóricos que son necesarios para la construcción del diseño experimental. El Capítulo 3 se enfoca en la metodología de trabajo y consta de dos secciones, la primera en la que se trata el procedimiento realizado para la selección de los parámetros óptimos de los algoritmos. En este se aplicaron los 3 algoritmos seleccionados a un conjunto de señales sintéticas que están presentes en los registros de EEG/PEA, haciendo una variación de parámetros y evaluando su calidad de separación mediante el índice *Amari*. En la segunda sección se detalla el procedimiento para la determinación del número de señales a estimar o CIs y del número de canales de registro dependiendo de la relación señal a ruido del PEA en el canal. Esto es útil para determinar si es necesario estimar el mismo número de señales que canales de registro y para determinar si es posible reducir el número de canales de registro para obtener una buena aproximación del PEA. Los capítulos que restan son Resultados, Discusión y Conclusiones.

OBJETIVOS

1. Seleccionar los parámetros óptimos de tres algoritmos del Análisis de Componentes Independientes, utilizados en señales de EEG que permitan obtener la mejor calidad de separación en señales sintéticas donde se incluye el Potencial Evocado Auditivo.
 - a) Generación de señales sintéticas que están presentes comúnmente en los registros de EEG/PEAs, incluyendo artefactos.
 - b) Aplicación de los algoritmos con las configuraciones de los parámetros seleccionados.
 - c) Evaluación de la calidad de separación mediante el índice *Amari*.
 - d) Identificación del CI asociado al PEA utilizando el índice *SIR*.

2. Determinar el efecto de la disminución del número de CIs a estimar y el número de electrodos en la obtención de los Potenciales Evocados Auditivos con los algoritmos con los parámetros óptimos seleccionados previamente.
 - a) Construcción de conjuntos de datos utilizando un registro de EEG en estado de reposo al que se le añade el PEA sintético en un sólo canal donde se modifica la amplitud y así la relación señal a ruido.
 - b) Aplicación de los algoritmos con los parámetros óptimos seleccionados, disminuyendo el:
 - 1) Número de señales a estimar.
 - 2) Número de canales de registro utilizados.
 - c) Identificación de los CIs asociados al PEA utilizando el índice *SIR*.
 - d) Comparación de los resultados.

CAPÍTULO 2.

MARCO TEÓRICO

En este capítulo se abordan los conceptos principales que son necesarios para el desarrollo del trabajo. En la primera sección se explica la información referente a los *Potenciales Evocados Auditivos* en general y los *Potenciales Evocados Auditivos de Latencia Larga* en particular, que son el objeto de estudio en este trabajo.

Además se define el problema de la *Separación Ciega de Fuentes* para modelar los registros de EEG/PEA y la técnica de solución que permite recuperar la respuesta auditiva que es el *Análisis de Componentes Independientes*.

2.1 Potenciales Evocados Auditivos (PEAs)

Los Potenciales Evocados Auditivos (PEAs) son las señales eléctricas de la actividad cerebral que se obtienen en respuesta a la aplicación de estímulos auditivos breves y periódicos que permiten determinar estados de normalidad y patología del sistema auditivo gracias al conocimiento previo de su morfología y amplitud. La presencia de este estímulo genera una secuencia de impulsos nerviosos organizados en un conjunto de fibras, que se generan en la cóclea, para posteriormente provocar una respuesta en la sinápsis en la vía auditiva hasta llegar a la corteza auditiva [2].

Existen más de 20 componentes en la morfología de los PEAs que se generan a lo largo de las estructuras de la vía auditiva y se clasifican en los grupos descritos en la Tabla 2.1 tomada de [2]. Se diferencian por su *latencia* o tiempo de aparición después del estímulo y su principal utilidad se encuentra en la extracción de información de la función del sistema nervioso central.

Tabla 2.1: Características de los diferentes tipos de Potenciales Evocados Auditivos.

CARACTERÍSTICAS DE LOS PEAs			
Clasificación	Latencia(ms)	Generador Anatómico	Aplicación
Electrococleografía (ECOG)	0 a 2	Origen presináptico y postsináptico del oído interno.	Estudio de función coclear y del reclutamiento en sorderas sensoriales. Determinación de umbral.
	(I) 1.5-1.8	Nervio auditivo	
Potenciales Evocados Auditivos de Tallo Cerebral (PEATC)	(II) 2.5-2.8	Núcleo coclear.	Determinación del umbral diagnóstico topográfico y correlación de patología neurológica.
	(III) 3.5-3.8	Complejo olivario superior.	
	(IV) 4.7-4.9	Lemnisco lateral.	
	(V) 5.1-5.3	Colículo inferior.	
	(VI) 6.7-6.9	Cuerpo geniculado medial .	
Potenciales Evocados Auditivos de Latencia Media (PEALM)	(VII) 9	Radiaciones tálamo-corticales.	Determinación del umbral. Diagnóstico topográfico en algunas lesiones neurológicas.
	N10(No) 8-9	Mesencéfalo y porción rostral de la vía auditiva.	
	P12(Po) 12		
	N16(Na) 16		
	P25(Pa) 25		
	N30(Nb) 30		
P50(Pb) 50			
Potenciales Evocados Auditivos de Latencia Larga (PEALL)	P-50(P1) 50-75	Corteza auditiva temporal y temporo parietal.	Investigación neurológica y neuropsicológica. Determinación de umbral (inestables).
	N100(N1) 100-150		
	P200(P2) 175-200		
	N250(N2) 200-250		
Potencial de procesamiento auditivo	(P300) 280-360	Corteza auditiva y proyecciones corticales.	Aplicaciones psiquiátricas. Procesos cognitivos

Los PEAs se obtienen mediante registros electroencefalográficos (EEG), cuya principal aplicación es el diagnóstico y evaluación de trastornos en la maduración y desarrollo del sistema nervioso central, así como el diagnóstico de lesiones y disfunciones cerebrales [1]. Para que puedan detectarse las anomalías es necesario el conocimiento previo de las ondas presentes que permitan establecer criterios de normalidad.

El EEG se puede ver como una mezcla de ondas eléctricas de forma sinusoidal, que se registra mediante electrodos que son colocados generalmente en el cuero cabelludo. La frecuencia de estas ondas normalmente se encuentra en el intervalo [0.1-100] Hz y su amplitud varía entre los 2 y 300 μV [2]. La actividad eléctrica cerebral registrada se divide en:

- *Potenciales espontáneos*: son ondas de forma sinusoidal que se deben a la sincronización o desincronización de las neuronas de la corteza cerebral donde se genera la actividad eléctrica. Estos se clasifican en bandas o ritmos mostrados en la Tabla 2.2: delta, theta, alpha, beta y gamma [1, 18]. Para el análisis de PEAs, esta actividad eléctrica se considera ruido, que no proporciona información relevante de la respuesta auditiva.
- *Potenciales Evocados o Provocados*: son la respuesta directa a estímulos externos y consisten en una onda con una serie de picos característicos que pueden ser mínimos o máximos locales que ocurren en menos de 0.5 segundos después de la presencia del estímulo [5]. Los PEAs se encuentran en este grupo.

De esta forma, para que el EEG se considere normal, la actividad eléctrica cerebral debe estar presente en las bandas de frecuencia conocidas y mencionadas en la Tabla 2.2. Sin embargo, la normalidad es difícil de definir por los patrones eléctricos presentes en registros de personas sin patologías, debido a que la actividad estadísticamente diferente no implica enfermedad. Entonces es mejor determinar como normales los registros que carezcan de elementos gráficos que se puedan asociar con patologías conocidas [1].

Tabla 2.2: Bandas de frecuencia de las señales de actividad eléctrica conocidas del EEG que forman los potenciales espontáneos.

Banda	Frecuencia(Hz)
<i>Alfa</i>	8 - 13
<i>Beta</i>	14 - 35
<i>Theta</i>	4 - 7
<i>Delta</i>	0.1 - 3
<i>Gamma</i>	≥ 36

El principal problema para la obtención de los PEAs es que su magnitud ante un sólo estímulo es muy pequeña para observarse dentro de la actividad espontánea del EEG, por lo que se busca disminuir el ruido para poder observar la señal de interés (mejorar la relación señal a ruido) [19] mediante la técnica de promediación coherente, que se utiliza bajo los siguientes supuestos [20] :

1. El sistema completo es lineal e invariante en el tiempo, es decir, la señal es estacionaria.
2. El estímulo aplicado para activar selectivamente una región cortical es constante.
3. El EEG o ruido de fondo es aleatorio, no correlacionado por lo que puede modelarse como ruido blanco.

Por lo tanto la señal registrada se denota de la siguiente forma:

$$x_i(t) = p_i(t) + n_i(t) \tag{Ec. 2.1.1}$$

donde x_i es el registro, p_i es el potencial y n_i es el ruido.

El resultado de promediar la señal denotada en la Ec. 2.1.1 es:

$$x(t) = \frac{\sum_{i=1}^N x_i(t)}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N p_i(t)}{N} + \frac{\sum_{i=1}^N n_i(t)}{N} \tag{Ec. 2.1.2}$$

Sin embargo, en un registro de EEG están presentes los *artefactos* [5] que son señales que interfieren con la obtención de la información de interés, ya sea por su mayor amplitud o porque su contenido en frecuencia es el mismo que la señal que se pretende extraer. Estos pueden ser de origen *fisiológico* como el movimiento de los ojos, parpadeo, respiración, entre otros, o *ambiental* como el movimiento de los electrodos que ocasiona el falso contacto con la piel [8,9,11]. El estudio del patrón de la actividad eléctrica del EEG ha permitido el conocimiento de las señales de origen neurológico y de los artefactos, que se identifican por su anómala amplitud, morfología o frecuencia, como los presentados en la Figura 2.1.

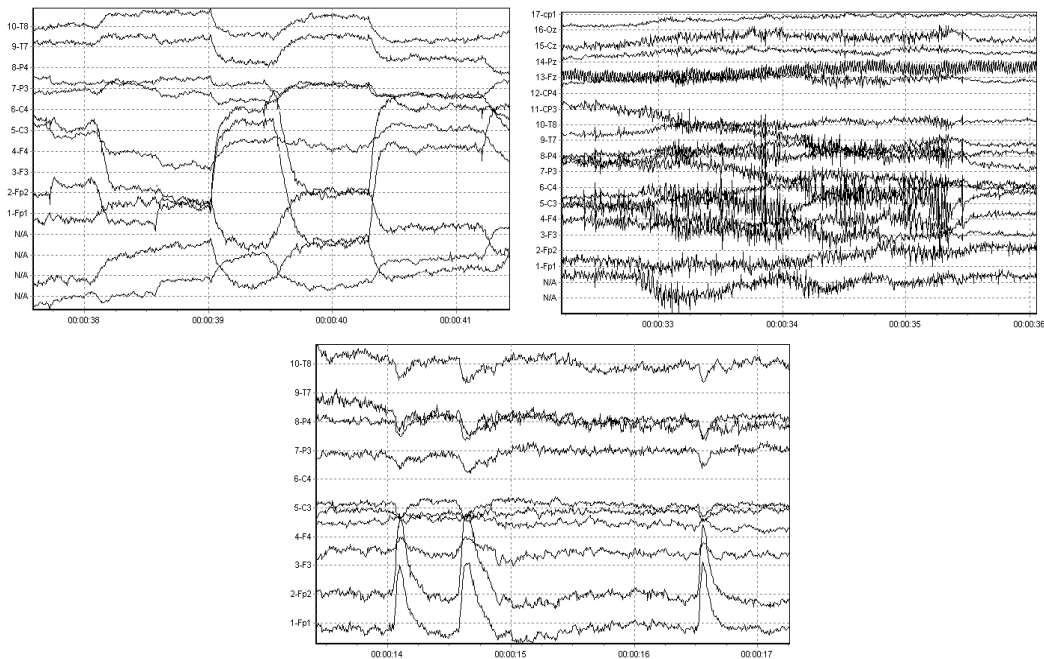


Figura 2.1: Morfología de algunos artefactos presentes en los registros de EEG. En la parte superior, a la izquierda el artefacto de movimiento ocular, a la derecha el artefacto muscular y en la parte inferior el artefacto de parpadeo. Imágenes tomadas de http://www.bci2000.org/wiki/index.php/User_Tutorial:EEG_Measurement_Setup

A continuación se mencionan las técnicas más usadas en el preprocesamiento de los registros de EEG [20] para limpiar estos artefactos:

- *Rechazo de artefactos.* Puede realizarse mediante eliminación de las épocas donde la amplitud de la señal supera un umbral o con técnicas de estimación de los artefactos; sin embargo, se considera que la mejor manera de minimizar los artefactos es intentar evitar que ocurran desde que se realiza el registro.
- *Filtrado.* Posterior al rechazo de artefactos, es común realizar el filtrado dependiendo de las frecuencias que se deseen eliminar. Estos filtros deben usarse teniendo el cuidado de no eliminar información de interés que pueda provocar la distorsión de la forma del EEG, por lo que son mayormente utilizados para eliminar o atenuar ruido.

Por ello, las principales desventajas de esta técnica de extracción de PEAs son:

- No se pueden reducir todos los artefactos porque no todos los tipos de ruido pueden considerarse procesos aleatorios. Las señales consideradas procesos aleatorios son aquellas de origen fisiológico. Sin embargo, señales como el ruido de la línea de alimentación de 60 Hz, se enfatizan mediante la promediación cuando el número de épocas tiene el mismo que el valor que la frecuencia.
- El rechazo de las épocas que contienen artefactos evidentes implica la pérdida de información valiosa, por lo que suele ser necesario un tiempo muy largo de duración del registro con una gran cantidad de épocas.

La caracterización de los PEAs una vez obtenidos es mediante la determinación de su amplitud o la latencia de los picos que presentan. Si el paradigma que se emplea para obtener el PEA permite saber de antemano que la respuesta se encuentra en ciertos electrodos, es posible restringir el análisis a dicho grupo de electrodos [20].

2.2 El problema de la separación ciega de fuentes (BSS)

La separación ciega de fuentes (BSS) es un problema clásico en el procesamiento de datos multivariados, en el que se pretende recuperar una serie de señales que fueron emitidas por varias fuentes las cuales se mezclan en un medio y que son registradas por sensores colocados en diferentes posiciones del medio, lo que ocasiona diferentes contribuciones de cada señal en cada registro [7].

El principal ejemplo de BSS es el llamado "cocktail party problem" o el problema de la fiesta de cocktail [21], que se sitúa en alguna habitación en la que todos los sonidos que se mezclan en el ambiente provienen de distintas fuentes, desde las voces de las personas hablando o los instrumentos de la banda tocando. En este entorno, el sistema auditivo procesa la información de manera que se pueda identificar y enfocar en alguna de las fuentes, con la capacidad de cambiar entre ellas a voluntad. Es por ello que la forma en que el cerebro se desempeña para lograr la tarea de separar las señales ha motivado el desarrollo de herramientas que aspiran a alcanzar el comportamiento que tiene el sistema auditivo humano [22, 23]. Entonces, si en dicha habitación se colocan micrófonos que registren los sonidos del ambiente se pueden encontrar cada uno de las fuentes de los sonidos a partir solamente de los registros, con lo que se tiene el problema BSS.

Dentro del campo de señales biomédicas, los registros de EEG pueden modelarse de acuerdo al problema BSS debido a que las señales provenientes de la corteza cerebral se mezclan a través de los tejidos al seguir la trayectoria desde su origen en la corteza cerebral hasta la superficie en el cuero cabelludo, donde son registradas por medio de un número determinado de electrodos.

En la Figura 2.2 se muestra el paradigma BSS aplicado a los registros de actividad cerebral.

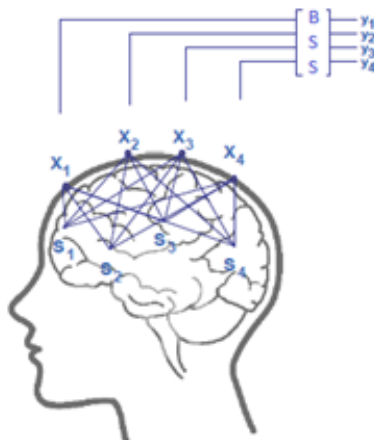


Figura 2.2: Las señales provenientes de distintas zonas de la corteza cerebral se mezclan dentro del cráneo y son registradas en la superficie mediante los electrodos colocados sobre el cuero cabelludo. Tomado de <http://recibe.cucei.udg.mx/revista/es/vol1-no1/style/bi01/f04.png>

Si denotamos a las señales registradas como $x_1(t), x_2(t) \dots x_n(t)$ y las fuentes como $s_1(t), s_2(t) \dots s_p(t)$, las señales registradas se modelan como la suma ponderada de las fuentes, donde los coeficientes a_{ij} dependen de la distancia de las fuentes a los sensores, es decir:

$$\begin{aligned}
 x_1(t) &= a_{11}s_1(t) + a_{12}s_2(t) + \dots + a_{1p}s_p(t) \\
 x_2(t) &= a_{21}s_1(t) + a_{22}s_2(t) + \dots + a_{2p}s_p(t) \\
 x_3(t) &= a_{31}s_1(t) + a_{32}s_2(t) + \dots + a_{3p}s_p(t) \\
 &\vdots \\
 x_n(t) &= a_{n1}s_1(t) + a_{n2}s_2(t) + \dots + a_{np}s_p(t)
 \end{aligned}$$

No se conocen las fuentes de las señales $s_i(t)$ ni los canales de transmisión de las fuentes a los sensores, denotados como a_{ij} . De aquí el nombre de Separación Ciega de Fuentes, debido al poco conocimiento que se tiene de las fuentes originales.

Al considerar a x_i y s_i como variables aleatorias, el sistema descrito anteriormente puede verse como:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s} \quad (\text{Ec. 2.2.1})$$

Donde \mathbf{x} es un vector de observaciones o registros de n dimensiones que constituye las señales mezcladas linealmente, \mathbf{A} es la llamada matriz de mezcla de $n \times n$ dimensiones y \mathbf{s} es el vector de las señales originales.

De este modo, la solución de este sistema de ecuaciones lineales puede obtenerse encontrando la matriz \mathbf{W} con coeficientes w_{ij} que permita obtener:

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{W}\mathbf{x} \quad (\text{Ec. 2.2.2})$$

Esto condiciona que los elementos de la matriz \mathbf{A} deban ser lo suficiente diferentes para que ésta sea invertible. Este modelo se muestra en la Figura 2.3 donde cada bloque representa una matriz de señales: rojo, las fuentes; azul, los registros y verde, las estimaciones. La mezcla se realiza mediante la matriz \mathbf{A} mientras que la matriz \mathbf{W} se busca para separar las señales.

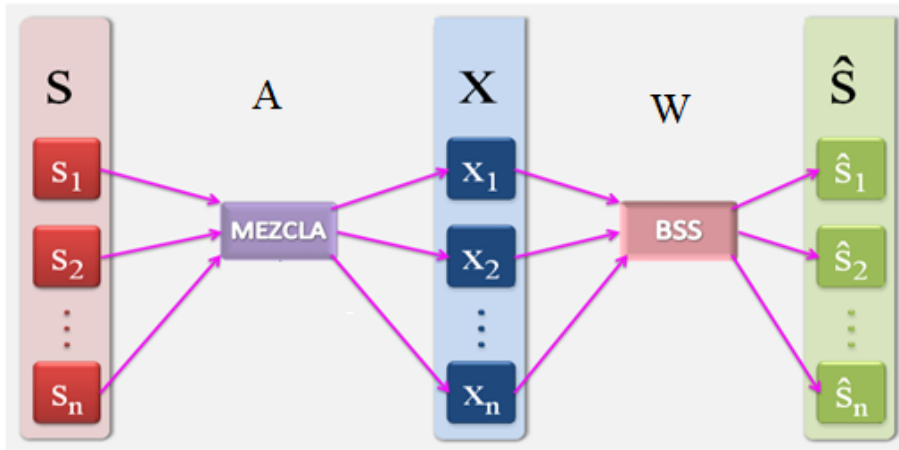


Figura 2.3: El modelo de BSS: las fuentes s_i se mezclan ponderadamente en el medio (\mathbf{A}), donde se registran estas mezclas x_i , se pueden estimar las fuentes \hat{s}_i encontrando la matriz \mathbf{W} , mediante la inversión de la matriz \mathbf{A} (\mathbf{A}^{-1})

Es posible resumir que BSS consiste en encontrar las m fuentes desconocidas a partir de las n señales mezcladas, obtenidas por los n sensores [24]. Esto nos lleva a considerar dos posibilidades: la primera donde el número de fuentes es mayor al número de registros ($n \leq m$), conocido como el caso indeterminado y su contraparte donde el número de fuentes es menor o igual al número de registros ($n \geq m$) o el caso determinado, del cual una de las técnicas propuestas para resolverlo es el *Análisis de Componentes Independientes* (ICA).

2.2.1 El Análisis de Componentes Independientes (ICA)

Consiste en la estimación de la matriz \mathbf{A} y las $s_i(t)$, cuando solo se observan las $x_i(t)$. Este método impone la independencia estadística de las fuentes, es decir, las muestras de las señales fuente se asumen como variables aleatorias distribuidas independientemente [25].

Este modelo presentado en la Ec. 2.2.1, es un modelo simplificado del modelo de mezcla general donde no se realizan supuestos sobre la linealidad de la mezcla. Un modelo más realista es [21]:

$$x(t) = \mathbf{f} \{s(t)\} + \mathbf{n}(t) \quad (\text{Ec. 2.2.3})$$

Donde \mathbf{f} es una función desconocida y $\mathbf{n}(t)$ es el ruido aditivo.

Para obtener el modelo definido en la Ec. 2.2.1, ICA realiza los siguientes supuestos [7, 21, 24]:

1. *Mezcla lineal sin ruido.* En el modelo mostrado en la Ec. 2.2.3, $\mathbf{f}(t)$ es una función vectorial que depende del presente y pasado de las señales. Por lo que al suponer que la mezcla es lineal, se obtiene una mezcla instantánea que asume que la transmisión se hace en un medio sin memoria y que se obtiene por la superposición de las señales fuente atenuadas.

De esta forma el modelo puede resumirse como:

$$x(t) = \mathbf{A}s(t) + \mathbf{n}(t) \quad (\text{Ec. 2.2.4})$$

Donde \mathbf{A} es la matriz con los coeficientes de peso a_{ij} que indican la ponderación en la que contribuye cada una de las fuentes $s_i(t)$.

Para llegar al modelo de la Ec. 2.2.1, se considera que las observaciones no tienen ruido. En el caso de las señales biológicas es válido considerar que sí existe el ruido aunque sigue siendo posible la separación, considerando que el ruido proviene de una fuente.

2. *Mezcla estacionaria.* Implica que los momentos estadísticos de las señales registradas no cambian en el tiempo y a su vez, que los coeficientes de la matriz de mezcla \mathbf{A} permanecen constantes a lo largo del tiempo. La estacionaridad es un término constantemente utilizado en el procesamiento de bioseñales para simplificar los sistemas dinámicos.
3. *Independencia estadística.* La independencia estadística de las variables aleatorias, es la suposición más importante de ICA, y significa que la información de la variable aleatoria y_i no influye sobre la variable y_j con $i \neq j$. Además es una suposición más estricta que la no correlación, utilizada en el Análisis de Componentes Principales (PCA por sus siglas en inglés). Cada algoritmo utiliza diferente indicador para determinar la independencia de los componentes [24].
4. *Caso determinado (Matriz de mezcla cuadrada y número de fuentes igual al número de observaciones).* Como se mencionó en esta sección, se pretende que el número de registros u observaciones sea igual al número de fuentes o componentes a estimar. De ser necesario, puede reducirse la dimensión del problema mediante PCA.

Por el contrario, en el caso de que haya menor número de fuentes a estimar que registros, se llega al problema de no encontrar una solución única. Para evitar este problema, la selección de la matriz \mathbf{A} es cuadrada, para que la estimación de la inversa de la matriz de mezcla, permita obtener las fuentes.

Existen ciertas *indeterminaciones, limitaciones o ambigüedades* [21] que se presentan al aplicar ICA. Las principales son:

- *No se puede determinar el orden de los componentes independientes.* El modelo ICA se plantea como una suma del producto de los coeficientes de la matriz \mathbf{A} con las fuentes s , que se expresa como:

$$x = \sum_{i=1}^n a_i s_i \quad (\text{Ec. 2.2.5})$$

Entonces es posible cambiar los términos de la sumatoria y colocar cualquiera de los componentes independientes. Insertando una matriz de permutación \mathbf{P} y su inversa, el modelo puede verse como:

$$x = \mathbf{A} \cdot \mathbf{P}^{-1} \cdot \mathbf{P} s \quad (\text{Ec. 2.2.6})$$

Donde la matriz de mezcla a estimar es $\mathbf{A} \cdot \mathbf{P}^{-1}$.

- *No se puede calcular la energía de las fuentes.* Como las fuentes estimadas en la Ec. 2.2.2 están normalizadas con varianza unitaria, se refleja la potencia de cada componente a lo largo del espacio de medición en las columnas de la matriz de mezcla \mathbf{A} .

Es decir, se puede calcular la potencia RMS para cada fuente a partir de las columnas de la matriz de mezcla, con lo que se pueden clasificar las fuentes de acuerdo a su potencia [21]. Así:

$$p_j = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^n (a_i^j)^2} \quad (\text{Ec. 2.2.7})$$

Donde a_i^j es el elemento i -ésimo de la columna j de la matriz \mathbf{A} y p_j es la potencia RMS de la j -ésima fuente independiente donde $(1 \leq j \leq n)$.

Sin embargo, la principal limitación de ICA, es su incapacidad de separar variables gaussianas debido a que en éstas, la no-correlación implica independencia y no se puede estimar la matriz de mezcla \mathbf{A} . Así, si se tiene más de una variable aleatoria con distribución de probabilidad gaussiana, se estimarán combinaciones lineales de componentes gaussianos.

Así, ICA puede resumirse como la búsqueda de la transformación lineal dada por la matriz \mathbf{W} , tal que las variables aleatorias $\hat{s}_i(t)$ con $i = 1, \dots, n$ sean tan estadísticamente independientes como sea posible, en el caso en que los datos son no-gaussianos [7].

Cuando se realiza la suposición de que las variables aleatorias son independientes, su combinación lineal por el *Teorema del Límite Central* tiende a una distribución de probabilidad más gaussiana que cualquiera de las distribuciones originales, por lo que los elementos de $x(t)$ tienen distribuciones más gaussianas que los elementos de $s(t)$.

Por ello la separación de las fuentes se basa en la minimización de la gaussianidad de los elementos de $\hat{s}(t)$ o en la maximización de la no-gaussianidad para encontrar los componentes independientes.

Medidas de no-gaussianidad

La cuantificación de la no-gaussianidad puede realizarse mediante los siguientes criterios [25]:

- *Kurtosis*. Es el cuarto momento estadístico de la variable aleatoria v de media cero y se define como: $K(v) = E[v^4] - 3E[v^2]^2$ donde $E[\cdot]$ es el valor esperado. Para una variable gaussiana se tiene $E[v^4] = 3E[v^2]^2$ y una $K = 0$. Una variable con kurtosis positiva ($K > 0$) es llamada *supergaussiana* o leptokúrtica, mientras que cuando la kurtosis es negativa ($K < 0$) se llama *subgaussiana* o platikúrtica y se muestran en la Figura 2.4

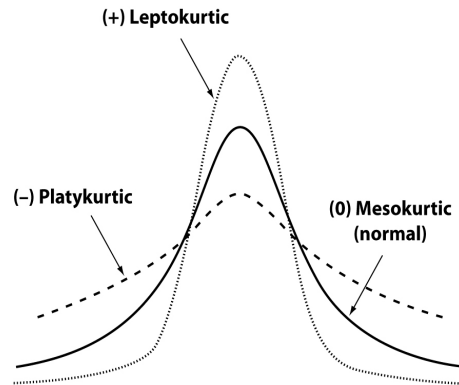


Figura 2.4: Distribuciones gaussianas con kurtosis mayor, igual y menor a cero.

La kurtosis ha sido ampliamente utilizada para separar señales por su propiedad de linealidad: si v_1 y v_2 son dos variables aleatorias independientes, se tiene $K(v_1 + v_2) = K(v_1) + K(v_2)$ y $K(\alpha v_1) = \alpha^4 K(v_1)$ donde α es un escalar.

La kurtosis es muy sensible a los valores atípicos (*outliers*) o que se alejan de los demás datos, por lo que no es adecuada para separar señales ruidosas o con muchos artefactos.

- *Entropía negativa.* También llamada negentropía [7], se basa en la medición de la entropía diferencial que se puede interpretar como el grado de información que la observación de las variables proporciona. A mayor entropía más impredecible es la variable y está relacionada con la longitud del código de la variable aleatoria.

La entropía H de una variable aleatoria discreta v es:

$$H(v) = - \sum P(v = a_i) \log P(v = a_i) \quad (\text{Ec. 2.2.8})$$

donde a_i son los posibles valores de v . Esta expresión puede generalizarse para valores continuos y es llamada entropía diferencial. Ésta se define para un vector \mathbf{v} con densidad $f(\mathbf{v})$ como:

$$H(\mathbf{v}) = - \int f(\mathbf{v}) \log f(\mathbf{v}) d\mathbf{v} \quad (\text{Ec. 2.2.9})$$

Una variable gaussiana tiene la mayor entropía entre todas las variables aleatorias con misma varianza y es pequeña para distribuciones supergaussianas.

La negentropía J es una versión modificada de la entropía que se utiliza para medir la no-gaussianidad. Se define como:

$$J(\mathbf{v}) = H(\mathbf{v}_{gauss}) - H(\mathbf{v}) \quad (\text{Ec. 2.2.10})$$

donde \mathbf{v}_{gauss} corresponde a la variable gaussiana de la misma matriz de covarianza que \mathbf{v} . Nunca es negativa y es cero sólo si \mathbf{v} tiene una distribución gaussiana.

La negentropía es óptima para medir la no-gaussianidad, pero tiene un alto costo computacional; sin embargo, su cálculo puede simplificarse mediante diferentes aproximaciones:

1. Cálculo de negentropía con kurtosis:

$$J(v) \approx \frac{1}{12} E[v^3]^2 + \frac{1}{48} K(v)^2 \quad (\text{Ec. 2.2.11})$$

Donde el principal desventaja radica en que se tienen problemas de robustez como los que se tienen con la kurtosis.

2. Cálculo de negentropía basado en el principio de máxima entropía:

$$J(v) \approx \sum_{i=1}^p k_i [E[G_i(v)] - E[G_i(v_{norm})]]^2 \quad (\text{Ec. 2.2.12})$$

donde v_{norm} es una variable gaussiana con media cero y varianza unitaria, k_i son constantes positivas y G es la función de contraste. Utilizando para G una función no-cuadrática:

$$J(v) \propto [E[G(v)] - E[G(v_{norm})]]^2 \quad (\text{Ec. 2.2.13})$$

La selección adecuada de $G(\cdot)$ permite la mejor aproximación de negentropía y cuando se elige una G que no crezca muy rápido, la robustez mejora.

- *Información mutua.* Es la medida de la cantidad de información que una variable aleatoria contiene de otra, es decir, es la reducción de la incertidumbre de una variable aleatoria debido al conocimiento de la otra [26].

Considerando dos variables aleatorias (X, Y) con función de probabilidad conjunta $(p(x, y))$ y funciones de densidad marginales $(p(x), p(y))$, la información mutua $I(X, Y)$ se define como la entropía relativa entre la distribución conjunta y el producto de la distribución $p(x)p(y)$:

$$I(X, Y) = \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} p(x, y) \log \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} \quad (\text{Ec. 2.2.14})$$

La entropía relativa o distancia Kullback Leibler es la medida de la distancia entre dos funciones de probabilidad $q_1(x)$ y $q_2(x)$ que se define como:

$$D(q_1(x)||q_2(x)) = \sum_{x \in X} q_1(x) \log \frac{q_1(x)}{q_2(x)} \quad (\text{Ec. 2.2.15})$$

Donde $D(q_1(x)||q_2(x)) \geq 0$ y es igual a cero si se cumple que $q_1(x) = q_2(x)$, es decir, si son iguales las funciones de probabilidad. Así, la información mutua se puede expresar como:

$$I(X, Y) = D(p(x, y)||p(x)p(y)) \quad (\text{Ec. 2.2.16})$$

Aunque también es posible denotar la información mutua como:

$$I(X, Y) = H(X) - H(X|Y) \quad (\text{Ec. 2.2.17})$$

donde $H(X)$ es la entropía y se define como la incertidumbre de una variable aleatoria dada por:

$$H(X) = - \sum_{x \in \mathbf{X}} p(x) \log p(x) \quad (\text{Ec. 2.2.18})$$

Y $H(X|Y)$ es la entropía condicional de una variable aleatoria dada otra variable y se define como el valor esperado de las entropías de las distribuciones condicionales, sobre la variable aleatoria condicional:

$$H(X|Y) = - \sum_{x \in \mathbf{X}} \sum_{y \in \mathbf{Y}} p(x, y) \log p(x|y) \quad (\text{Ec. 2.2.19})$$

De la Ec. 2.2.17, se tiene por simetría que X dice de Y , tanto como Y dice de X . Además como $H(X, Y) = H(X) + H(Y|X)$, se tiene:

$$I(X, Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y) \quad (\text{Ec. 2.2.20})$$

Finalmente, se puede notar que:

$$I(X, X) = H(X) - H(X|X) = H(X) \quad (\text{Ec. 2.2.21})$$

Es decir, la información mutua de una variable consigo misma es la entropía de la variable aleatoria.

- *Estimación de máxima verosimilitud.* Está basada en la función logaritmo de verosimilitud [25] que se define como:

$$L = \sum_{i=1}^T \sum_{i=1}^n \log f_i(q_i^T x(t)) + T \log |\det(W)| \quad (\text{Ec. 2.2.22})$$

donde t está discretizado en T muestras y f_i es la función de densidad de probabilidad de la i -ésima señal fuente. La verosimilitud puede representarse como la divergencia *Kullback-Leibler* entre la densidad actual de observaciones y la densidad factorizada de las señales fuente.

Etapa de preprocesamiento para acondicionamiento de las señales

Los pasos de esta etapa que realizan las implementaciones de ICA consisten en el *centrado* seguido del *blanqueado* (whitening) para facilitar la medición de la independencia y permitir que el problema esté mejor condicionado [7].

Centrado

Consiste en la sustracción de la media de los datos $\mathbf{m} = E[\mathbf{x}]$ para que el vector de observaciones \mathbf{x} sea una variable con media cero, lo que implica que el vector de señales fuente \mathbf{s} de la Ec. 2.2.1 también tiene media cero. Como es un procedimiento que sólo se utiliza para simplificar los cálculos en los algoritmos, se puede obtener posteriormente la media de los datos de \mathbf{s} con la matriz de mezcla que se estima como $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{m}$.

Blanqueado

El proceso de blanqueado se realiza mediante la transformación lineal del vector de observaciones \mathbf{x} en otro vector llamado $\tilde{\mathbf{x}}$ cuyos componentes están no-correlacionados y con varianza unitaria, es decir, consiste en igualar la matriz de covarianza de $\tilde{\mathbf{x}}$ con la matriz identidad para obtener la no-correlación sin obtener independencia [27]:

$$E \{ \tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}^T \} = \mathbf{I} \quad (\text{Ec. 2.2.23})$$

Este proceso es usualmente realizado mediante la descomposición en eigenvalores (EVD por sus siglas en inglés) de la matriz de covarianza denotada en la Ec. 2.2.23, es decir:

$$E \{ \tilde{\mathbf{x}}\tilde{\mathbf{x}}^T \} = \mathbf{E}\mathbf{D}\mathbf{E}^T \quad (\text{Ec. 2.2.24})$$

donde \mathbf{E} es la matriz ortogonal de eigenvectores de $E \{ \mathbf{x}\mathbf{x}^T \}$ y \mathbf{D} es la matriz diagonal de sus eigenvalores. Por lo tanto, el blanqueado se puede realizar mediante:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{E}\mathbf{D}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{E}^T \mathbf{x} \quad (\text{Ec. 2.2.25})$$

El blanqueado transforma a la matriz de mezcla en una nueva matriz de mezcla denominada $\check{\mathbf{A}}$. Al sustituir $\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s}$ en la Ec. 2.2.25, se obtiene:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{E}\mathbf{D}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{E}^T \mathbf{A}\mathbf{s} = \check{\mathbf{A}}\mathbf{s} \quad (\text{Ec. 2.2.26})$$

Definiendo \mathbf{V} [38], como:

$$\mathbf{V} = \mathbf{E}\mathbf{D}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{E}^T \quad (\text{Ec. 2.2.27})$$

La nueva matriz de mezcla se define entonces como

$$\check{\mathbf{A}} = \mathbf{V}\mathbf{A} \quad (\text{Ec. 2.2.28})$$

y es ortogonal, como se demuestra a continuación:

$$E\{\check{\mathbf{x}}\check{\mathbf{x}}^T\} = \check{\mathbf{A}}E\{\mathbf{s}\mathbf{s}^T\}\check{\mathbf{A}}^T = \check{\mathbf{A}}\check{\mathbf{A}}^T = \mathbf{I} \quad (\text{Ec. 2.2.29})$$

Las principales ventajas que se obtienen del blanqueado son la reducción del número de elementos de la matriz \mathbf{A} que se calculan, la reducción de la dimensión de los datos al agrupar los datos con mayor correlación y la reducción de la redundancia de la información.

Clasificación de los algoritmos

Los algoritmos que realizan ICA pueden clasificarse de acuerdo a la técnica que utilizan para realizar la maximización de la independencia de las fuentes como [25]:

1. *Métodos algebraicos.* Hacen uso de cálculos matriciales para determinar la matriz de mezcla \mathbf{A} .
2. *Métodos basados en redes neuronales.* Realizan una estimación recursiva de los pesos en \mathbf{W} mediante una red neuronal para definir la combinación lineal de las mezclas o estimaciones de las señales fuente.

En este trabajo se realiza la comparación de los algoritmos FastICA, Infomax extendido y SOBI. Los dos primeros se encuentran dentro de los métodos que utilizan redes neuronales, mientras que el tercero es un método algebraico.

Algoritmo FastICA

El grupo de algoritmos conocidos como "fixed point", inicialmente realizaban la separación de los componentes encontrando proyecciones que maximizan la no gaussianidad por medio de la maximización del valor de kurtosis [21]. Sin embargo, al utilizar la kurtosis el algoritmo carece de robustez por lo que Hyvärinen propone una versión que mide la no-gaussianidad de los CIs utilizando la negentropía: se estiman las proyecciones en las que la negentropía de los CIs es máxima.

Para comprender como se estima un sólo componente independiente, la versión unitaria del algoritmo utiliza una neurona artificial, la calcula la dirección del vector \mathbf{w} maximizando la no gaussianidad de la proyección de $\mathbf{w}^T \mathbf{x}$. Recordando que la varianza debe ser unitaria, se debe restringir la norma de \mathbf{w} para que sea unitaria, estimando $\mathbf{w} = \frac{\mathbf{w}^+}{\|\mathbf{w}^+\|}$ donde \mathbf{w}^+ es el vector de pesos inicial.

La estimación de varios componentes independientes se obtiene ejecutando la versión unitaria en varias neuronas artificiales con diferentes vectores de peso que conforman la matriz conocida $\mathbf{W} = \mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_N$. Para evitar convergencia de los vectores al mismo máximo, se busca la no-correlacionan las salidas después de cada iteración. Finalmente las estimaciones se obtienen estimando $\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{W}\mathbf{x}$.

La principal diferencia en este grupo de algoritmos se encuentra en la aproximación y en la función de contraste utilizada [28]. La aproximación o forma en que se encuentra la decorrelación de las salidas de cada iteración puede ser: *Simétrica*, donde utiliza una regla de separación modificada que actualiza toda la matriz \mathbf{W} , lo que permite la separación simultánea de todos los componentes a la vez. *Deflación*, actualiza cada una de las columnas de \mathbf{W} con lo que se encuentra un componentes a la vez.

La función de contraste es la función cuya optimización permite la estimación de los componentes independientes: se maximiza o minimiza para medir la no-gaussianidad de los componentes. De acuerdo a la definición de negentropía calculada en base a la

máxima entropía, se tiene la aproximación mostrada en la Ec. 2.2.13 donde la selección de la función no lineal $G(\cdot)$ depende del problema y el orden en que se determinan las fuentes depende de la función no lineal $G(\cdot)$ utilizada como función de contraste. Por ejemplo cuando ésta es la kurtosis, las fuentes con distribución supergaussiana son las primeras en encontrarse.

Algoritmo Infomax

El algoritmo desarrollado por Bell y Sejnowski en [29] busca maximizar la información mutua entre la entrada y salida de una red neuronal de procesamiento. Cuando X es la entrada y Y es la salida se define la información mutua a partir de la entropía, recordando la Ec. 2.2.17:

$$I(Y, X) = H(Y) - H(Y|X)$$

donde $I(Y, X)$ es la información mutua, $H(Y)$ es la entropía diferencial de la salida respecto a una referencia como el nivel de ruido y $H(Y|X)$ la entropía que se tiene en la salida y no proviene de la entrada.

Mediante la consideración de que no hay ruido o se desconoce el ruido en la entrada, el mapeo de X y Y se vuelve determinista y $H(Y|X)$ diverge hacia $-\infty$. Así se llega a la forma diferencial con respecto al parámetro denominado r que se encuentra involucrado en el mapeo de X y Y :

$$\frac{\partial}{\partial r} I(Y, X) = \frac{\partial}{\partial r} H(Y) \quad (\text{Ec. 2.2.30})$$

porque $H(Y|X)$ no depende de r y se considera como la entropía del ruido aditivo a la salida. Sin importar el nivel de ruido aditivo, la maximización de la información mutua es la maximización de la entropía de salida, porque $\frac{\partial}{\partial r} H(Y|X) = 0$. Es decir, para maximizar la información mutua sólo es necesario maximizar la entropía de las salidas de la red neuronal.

Este algoritmo se basa en la maximización de la entropía conjunta $H(Y_1, \dots, Y_N)$ de las salidas de la red neuronal para minimizar la información mutua entre los componentes de salida.

La entropía conjunta de N variables aleatorias Y_1, Y_2, \dots, Y_N puede escribirse como:

$$H(Y_1, \dots, Y_N) = H(Y_1) + \dots + H(Y_N) - I(Y_1, \dots, Y_N) \quad (\text{Ec. 2.2.31})$$

La minimización de la información mutua $I(Y_1, \dots, Y_N)$ se consigue cuando la función de transferencia no lineal de la red neuronal, se iguala con la función de densidad de probabilidad de las entradas del sistema y la entropía conjunta $H(Y_1, \dots, Y_N)$ de las salidas se maximiza, considerando las señales de salida independientes.

Como muchas señales reales que tienen distribuciones supergaussianas, se satisface la condición de independencia si la función de transferencia de las neuronas de la red neuronal es una función tangencial, hiperbólica o sigmoideal [28].

En una red neuronal con vector de entrada \mathbf{x} , una matriz de pesos \mathbf{W} , un vector de base \mathbf{w}_0 , la separación se realiza mediante la siguiente regla:

$$\mathbf{W} \propto [[W]^T]^{-1} + (1 - 2y)\mathbf{x}^T \quad (\text{Ec. 2.2.32})$$

$$\Delta \mathbf{w}_0 \propto 1 - 2y \quad (\text{Ec. 2.2.33})$$

Donde $y = g(\mathbf{W}\mathbf{x} - \mathbf{w}_0)$ es la salida transformada monotónicamente y $g(u)$ es la función de contraste sigmoideal ($f(u) = i + e^{-u^{-1}}$ o $g(u) = \tanh(u)$)

La versión original del algoritmo propuesto en [29] no es capaz de separar fuentes sub-gaussianas o con kurtosis negativa (por ejemplo, distribución uniforme y distribución bimodal). Sin embargo, la versión extendida permite la separación de fuentes con distribución sub y supergaussiana, al alternar entre la regla de separación original con la añadida por Girolami y Fyfe, en la cual se agrega la matriz diagonal de signo de la kurtosis de las fuentes estimadas a la regla.

Algoritmo SOBI

El algoritmo SOBI (Second Order Blind Identification) [30] considera que la relación entre valores de los componentes en diferentes instantes de tiempo es mínima. No pueden estar completamente decorrelacionados porque no existe una correlación cruzada perfecta en cero para varios desfases de tiempo.

Los componentes independientes deben estar mutuamente decorrelacionados para un conjunto de matrices retardadas de tiempo. Así, busca una matriz ortogonal \mathbf{U}^T que diagonalice las k matrices de covarianza retrasadas en el tiempo.

Así se tiene:

$$\Gamma_s(\tau) = \mathbf{U}^T \Gamma_z(\tau) \mathbf{U}, \quad \tau \geq 1 \quad (\text{Ec. 2.2.34})$$

donde $\Gamma_z(\tau)$ es la estructura de covarianza de los datos blanqueados:

$$\Gamma_z(\tau) = \mathbf{U}^T \Gamma_s(\tau) \mathbf{U}, \quad \tau \geq 1 \quad (\text{Ec. 2.2.35})$$

por la linealidad y ortogonalidad de \mathbf{U} .

Por ello, el problema de optimización se reduce a minimizar:

$$\tilde{F}(\mathbf{U}) = - \sum_{\tau_q \in J} \sum_{i=1}^m (u_i \hat{\Gamma}_z(\tau) u^T)^2 \quad (\text{Ec. 2.2.36})$$

Los retrasos no deben tener autocovarianzas idénticas para que exista una solución única: si hay dos componentes con diferentes autocovarianzas en por lo menos un intervalo de tiempo, \mathbf{U} existe y es única.

Este algoritmo es capaz de identificar los componentes altamente correlacionados temporalmente que se generan, por ejemplo, en el movimiento simultáneo de ambos ojos.

2.3 Índices para Evaluación del Desempeño.

2.3.1 Índice *Amarí*

Para realizar la evaluación de la calidad de separación de los componentes independientes, puede utilizarse la matriz global o de ganancia denotada como \mathbf{G} [31], que está formada por el producto de la matriz de separación (\mathbf{W}) por la matriz de mezcla (\mathbf{A}). La matriz global se define como:

$$\mathbf{G} = \mathbf{W} * \mathbf{A}, \quad \text{donde } \mathbf{G} = \mathbf{I} \quad (\text{Ec. 2.3.1})$$

si la separación es perfecta, donde cada fila de la matriz \mathbf{G} tendrá sólo una entrada diferente de cero. En el caso de señales reales donde la separación no se presenta perfecta, se espera que sólo haya una entrada dominante en cada fila mientras que las demás entradas sean cercanas a cero.

Para obtener un índice que indique la calidad de separación, se puede definir una función $\mathcal{J}(\cdot)$ no negativa de una matriz \mathbf{G} no singular, que posea las siguientes propiedades:

$$\text{A1 } \mathcal{J}(\mathbf{P}\mathbf{L}\mathbf{G}) = \mathcal{J}(\mathbf{G})$$

$\forall d \times d$ para las matrices de permutación y signo \mathbf{P} y \mathbf{L} .

$$\text{A2 } \mathcal{J}(\mathbf{\Lambda}\mathbf{G}) = \mathcal{J}(\mathbf{G})$$

$\forall d \times d$ para las matrices de escalamiento $\mathbf{\Lambda}$.

A3 $\mathcal{J}(\mathbf{I}) = 0$ se debe satisfacer para que cuando la calidad de separación se degrade, el valor de $\mathcal{J}(\mathbf{G})$ aumente y cuando la separación sea perfecta $\mathcal{J}(\mathbf{G}) = 0$.

El índice más utilizado es *Amarí* [32] en el que se obtiene un mayor valor cuando (\mathbf{G}) es no-singular con todas las $|g_{ij}|$ iguales. Éste se define como:

$$\text{Amarí} = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^n \frac{|g_{ij}|}{\max_k |g_{ik}|} - 1 \right) + \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^n \frac{|g_{ij}|}{\max_k |g_{kj}|} - 1 \right) \quad (\text{Ec. 2.3.2})$$

Así, teóricamente la máxima calidad de separación se obtiene cuando $Amari$ es igual a cero, mientras el deterioro se identifica con el incremento en su valor.

2.3.2 Índice SIR

El índice SIR (por las siglas de *Signal to Interference Ratio*) se define como:

$$SIR = \frac{|\langle \hat{s}_i, s_i \rangle|}{\|\hat{s}_i\|^2 \|s_i\|^2 - |\langle \hat{s}_i, s_i \rangle|^2} \quad (\text{Ec. 2.3.3})$$

Este índice [33] permite medir la calidad de las fuentes estimadas, considerando que éstas se pueden obtener permutadas y modificadas por un factor de ganancia denominado α . Si $\hat{s}_i = \alpha s_i$ el valor de este índice es infinito, pero si la fuente estimada \hat{s}_i es ortogonal a la señal patrón s_i su valor es igual a cero.

Su principal ventaja radica en que si la morfología de la señal estimada no es parecida a la de la señal patrón, los valores obtenidos son mínimos en comparación con los que se obtienen cuando se tiene mayor similitud.

CAPÍTULO 3.

METODOLOGÍA

En la sección 3.1 se detalla el procedimiento realizado para seleccionar los parámetros óptimos de los algoritmos FastICA, Infomax y SOBI que permitan una mejor calidad de separación de las señales que forman un conjunto de datos sintéticos. Se describe la generación de las señales sintéticas que conforman este conjunto, el proceso de mezcla, la selección de los parámetros de los algoritmos a probar y la evaluación de la calidad de separación cuantitativamente con el índice *Amarí*.

En la sección 3.2 se propone la generación de un conjunto de datos a partir de 19 canales de EEG real en estado de reposo al que se le añade un PEA sintético en el canal Cz con una variación de la amplitud del PEA, con lo que se modifica la relación señal a ruido. Sobre éste se aplican los algoritmos con los parámetros óptimos seleccionados para determinar el número óptimo de CIs a estimar y el número de canales de registro necesarios que permitan la recuperación del PEA.

3.1 Selección de parámetros óptimos de los algoritmos para la estimación del Potencial Evocado Auditivo

Los algoritmos a probar en este trabajo: FastICA, Infomax y SOBI, han demostrado desempeñarse adecuadamente en la separación de las señales de actividad eléctrica cerebral [13] en general, por lo que se espera que la selección de parámetros de acuerdo a características de la señal permita y facilite su recuperación. Estos algoritmos se aplican a un conjunto de señales sintéticas donde se incluye la señal de interés que es el PEA y un conjunto de artefactos que se encuentran comúnmente en los registros de

EEG. Este entorno sintético permite conocer todos los rasgos de las señales así como la forma en que están mezcladas, características que en un entorno real son desconocidas.

3.1.1 Generación de señales sintéticas

El conjunto de datos a analizar se forma como una mezcla lineal independiente a partir de siete señales sintéticas generadas con una frecuencia de muestreo de 256 Hz como se registran comúnmente estas señales bioeléctricas. Su longitud es de 600 épocas de 256 puntos cada una, con lo que tienen una longitud de 153,600 puntos o muestras.

Los artefactos que se generan están identificados y caracterizados en la literatura. A continuación se describen sus características y el proceso de generación de cada señal.

- *PEA*: Generado a a partir de la propuesta en [12], se considera que comienza alrededor de 90 ms después de un estímulo supuesto y tiene una duración de aproximadamente 230 ms. Además, existe un retraso de entre 2 a 4 ms en cada respuesta estímulo a estímulo. Para representar la morfología del complejo bifásico N100-P200 del PEA, el pico N100 se genera como un ciclo positivo de una señal senoidal de 8.25 Hz que se une con el ciclo negativo de una señal senoidal de 6.25 Hz que representa el pico P200, con una máxima amplitud de 12 μV pico-pico.

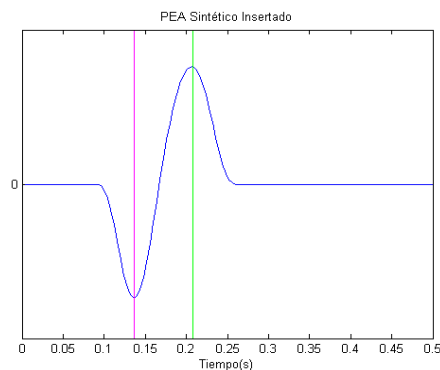


Figura 3.1: Ventana de 500 milisegundos donde se observa la morfología del Potencial Evocado Auditivo generado según lo reportado en [12], en el que se marcan las latencias con las líneas verticales.

- *ECG*: Este artefacto por su amplitud es muchas veces visible en los registros de EEG cuando se coloca un electrodo sobre una arteria por lo que la actividad eléctrica del corazón se propaga por estas estructuras. Para obtener el ECG sintético se utiliza el generador basado en [34]. La señal generada consta de 60 latidos por minuto con una desviación estándar de 1 latido por minuto.
- *Parpadeo*: Este es un mecanismo de protección ocular que se presenta en intervalos cortos e irregulares de tiempo, generando actividad eléctrica proveniente de los músculos que se registra por los electrodos superficiales cuando se cierran los párpados. Este artefacto se modela como una señal triangular de amplitud aproximada de $200 \mu\text{V}$ con una localización temporal aleatoria, basado en [13].
- *EEG*: Se le llama así a los potenciales espontáneos que involucran procesos corticales (provenientes de la corteza cerebral) que controlan mecanismos como la respiración, latido cardiaco, entre otros, que están incluidos necesariamente en los registros de EEG debido a su naturaleza fisiológica. Esta actividad eléctrica cerebral, producto de las combinaciones de senoidales de diferentes amplitudes y frecuencias, es considerada como ruido porque su contenido no está relacionado con la respuesta auditiva, sino con procesos aleatorios. El generador de señal sintética utilizado en este trabajo, implementa el método de generación de datos propuesto en [35]. Las funciones de Matlab necesarias para el generador se descargaron de la página <http://www.cs.bris.ac.uk/rafa/phasereset/>. En [36] y [37] se han analizado los datos obtenidos con el generador.
- *Electrodo mal colocado*: Es común en la práctica que la colocación de los electrodos se vea afectada por el desplazamiento de uno de éstos cuando el paciente se mueve, evitando el completo contacto de su superficie con el cuero cabelludo. Este artefacto puede representarse como una rampa según se reporta en [13].
- *Artefacto muscular*: Debido a la localización de los electrodos superficiales sobre los músculos frontales, occipitales y temporales, se puede tener el registro de la actividad eléctrica de los músculos cuando se contraen y relajan, aunque el movimiento no sea de una zona cercana, ya que la actividad eléctrica se desplaza a través de las fibras

musculares. El artefacto muscular se puede identificar como paquetes de actividad de alta frecuencia con una duración irregular dependiendo del tiempo de actividad muscular. La señal sintética se generó utilizando un filtro pasabanda entre 20 y 60 Hz aplicado a ruido aleatorio, proceso similar al utilizado en [11]. Los intervalos de la señal sintética se colocan en instantes de tiempo seleccionados aleatoriamente.

- *Ruido blanco*: Este artefacto representa el ruido generado por una fuente externa que permita el incluir una fuente con distribución gaussiana. Se obtuvo con la función `randn` de matlab para generar valores aleatorios en el rango de -1 a 1 y se multiplicó para obtener la relación señal a ruido de artefactos reportada en la literatura [9].

En la tabla 3.1 se muestran los valores de la relación señal a ruido (*SNR por sus siglas en inglés*), tomando como señal el EEG basal y las demás señales como ruido, en la definición de $SNR = 20 \log \left(\frac{\text{señal}}{\text{ruido}} \right)$. Esto con el fin de ver la *SNR* negativa del PEA que tiene menor amplitud y la *SNR* positiva de los artefactos que tienen mayor amplitud.

Tabla 3.1: Relación Señal a Ruido de las señales sintéticas tomando como referencia el EEG.

Señales	<i>SNR</i> (dB)
PEA	-20
ECG	4
Parpadeo	4
EEG	0
Electrodo mal colocado	7
EMG	15
Ruido gaussiano	8

En la Figura 3.2 se muestran estas señales, así como sus distribuciones de probabilidad y valores de kurtosis, para seleccionar los parámetros a probar, de acuerdo a los rasgos estadísticos.

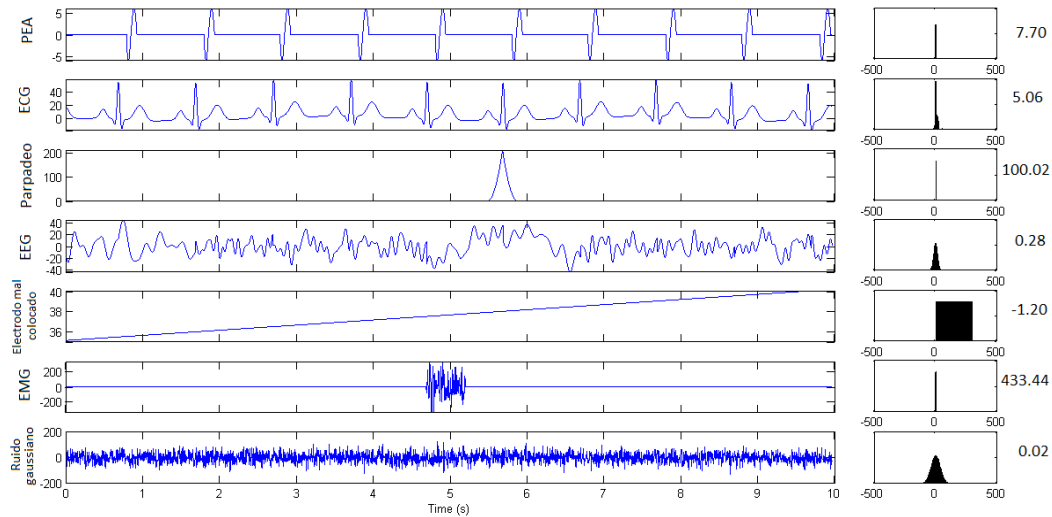


Figura 3.2: Izquierda. Segmento de 10 segundos de las siete señales sintéticas generadas cada una por separado. Derecha. Distribuciones de probabilidad y valores de kurtosis de cada una de estas señales.

La generación de las observaciones o mezclas denotadas como $x(t)$ en el modelo de la Ec. 2.2.1, se obtiene al multiplicar las señales sintéticas de dimensiones $7 \times 153,600$ por una matriz de dimensiones $[7 \times 7]$ con elementos cuyos valores son aleatorios entre -1 y 1.

3.1.2 Separación de la mezcla de señales en CIs

Una vez generadas las mezclas se aplican los tres algoritmos que fueron seleccionados por su uso frecuente y buen desempeño en la tarea de separación de señales provenientes de la actividad eléctrica cerebral como se ha demostrado en [13].

Para cada algoritmo se seleccionaron parámetros dependiendo de las características estadísticas de las señales. Para cada configuración de parámetros se realizaron 10 repeticiones sobre el conjunto de datos sintéticos para determinar la robustez de los resultados obtenidos. En la Tabla 3.2 se muestran los parámetros seleccionados para cada algoritmo y se detallan en los siguientes párrafos.

Tabla 3.2: Configuración de parámetros a probar de los algoritmos.

ALGORITMO	PARÁMETRO 1	PARÁMETRO 2
FastICA	Aproximación	Función de contraste
	<i>symmetric</i> (Symm)	tanh
		pow3
		gaus
		skew
	<i>deflation</i> (Defl)	tanh
		pow3
		gaus
skew		
Infomax	No. de bloques de entrenamiento, no. de fuentes y estimación	
	Automático N=1	
	Automático N=-1	
SOBI	No. matrices de correlación	
	100	
	124	
	150	

FastICA: Para este algoritmo se modifican dos parámetros de las opciones disponibles. El primero es la forma en que realiza la aproximación de la matriz de separación \mathbf{W} , llamada en adelante como *approach*. Se tienen dos posibles configuraciones, la simétrica (*symmetric*), que realiza el cálculo iterativo de los pesos de la matriz, o por deflación (*deflation*), en la que se calcula también de forma iterativa, con la diferencia de que se estima una columna por iteración.

El segundo parámetro que se modifica es la función no linealidad utilizada como función de contraste o función objetivo. Esta función relacionada con la medida de no gaussianidad de los componentes se maximiza para estimar la matriz de separación $\tilde{\mathbf{A}}$ definida en la Ec. 2.2.28. Las opciones seleccionadas a probar son: tangente hiperbólica (*tanh*), potencia cúbica (*pow3*), gaussiana (*gaus*) y asimetría o skewness (*skew*).

Infomax: La versión extendida de este algoritmo utiliza la función tangencial hiperbólica, se modifica el número de bloques de entrenamiento que necesita la red neuronal para realizar la estimación de las señales fuente. Si N es mayor que cero estima automáticamente el número de fuentes subgaussianas, mientras que cuando N es menor a cero ajusta a $-N$ el número de componentes subgaussianos.

Para poder elegir la configuración posible de este parámetro se deben observar los valores de kurtosis y las funciones de distribución de las señales sintéticas generadas. De acuerdo a lo mostrado en la Figura 3.2 la señal rampa que representa el electrodo mal colocado tiene una distribución uniforme con kurtosis negativa. Por lo tanto, los valores que se eligen en esta configuración para N son 1 y -1 por la consideración de que hay a lo más una señal subgaussiana.

SOBI: Este algoritmo asume señales correlacionadas temporalmente por lo que requiere de la estimación de matrices de correlación que sean no singulares por lo menos en algunos retrasos de tiempo. El único parámetro al que se modifica su configuración es el llamado p o número de matrices a diagonalizar. Este parámetro modifica la dimensión y posición de las matrices a diagonalizar para estimar las matrices de correlación. En la

Figura 3.3 se muestran dos casos para el valor de p , la Matriz 1 se forma de la p -ésima columna hasta el final de los datos, mientras que la segunda se forma del inicio del conjunto de datos hasta la longitud de estos menos p .

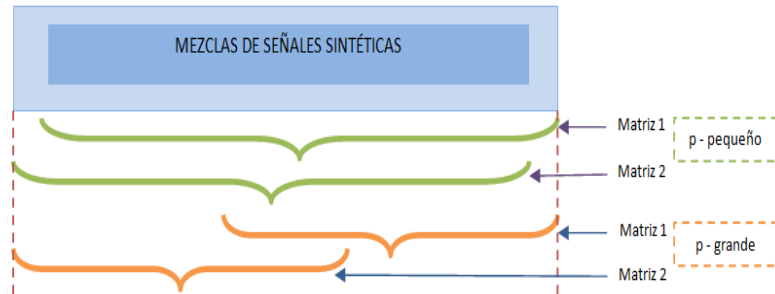


Figura 3.3: El algoritmo SOBI secciona el conjunto de datos en pares de matrices, para posteriormente calcular la correlación entre ellas. Las llaves verdes identifican p bajo y las llaves anaranjadas el caso de p alto.

3.1.3 Evaluación del desempeño de los algoritmos

La naturaleza sintética de las señales permite la evaluación de la calidad de separación con el índice *Amari* definido en la sección 2.3.1. Éste se calcula para cada conjunto de CIs de las 10 repeticiones de las configuraciones de parámetros de los algoritmos.

Por otro lado, la identificación del CI asociado al PEA dentro de los CIs obtenidos se realiza con el índice *SIR*, definido en 2.3.2. En este caso se espera que sólo se identifique un CI como el asociado al PEA.

Además, se realiza la medición del tiempo de procesamiento utilizado para la estimación de los CIs con la función `cputime` de Matlab, de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{tiempo de inicio} &= \text{cputime} \\ \text{tiempo total} &= \text{cputime} - \text{tiempo de inicio} \end{aligned}$$

3.2 Casos de Estudio

Como se comentó en la sección 2.1, la amplitud atenuada con la que se registran los PEAs es menor que la amplitud de la actividad eléctrica basal cerebral y de los artefactos, por lo que estos potenciales tienen una baja *SNR*. En el registro el PEA suele estar entre los 10 y los 20 μV pico-pico aproximadamente, por lo que se resolvió elegir valores en este rango para la construcción de los conjuntos de datos.

El efecto adverso que se tiene en la obtención del PEA debido a su baja *SNR* es conocido, por lo que se explora la determinación del número de CIs con el que los algoritmos permiten la recuperación del PEA y la reducción de los electrodos de registro cuando se conoce el origen aproximado del potencial, con los diferentes conjuntos de datos. Estas pruebas se esquematizan en la Figura 3.4.

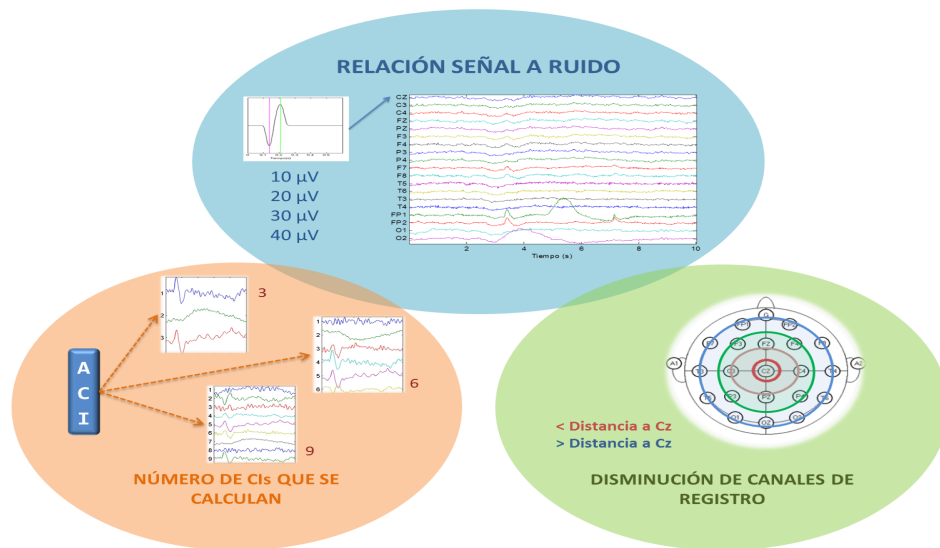


Figura 3.4: Este diagrama representa las pruebas a realizar sobre los conjuntos de datos que se construyen con diferente amplitud de PEA según la Tabla 3.3. El procedimiento en la esquina inferior izquierda involucra el modificar el número de CIs que se estiman y el de la esquina inferior derecha involucra la variación del número de electrodos que se eligen antes de aplicar el ICA.

3.2.1 Construcción del conjunto de datos

Como primera aproximación a un caso realista, se generó un conjunto de datos de EEG real con PEA, que consiste en EEG basal o de potenciales espontáneos al que se le agregó un PEA sintético como el que se menciona en la sección 3.2. El EEG basal se tomó de un registro EEG de 19 canales en condiciones de reposo sin ningún procesamiento previo y se muestra en la Figura 3.5.

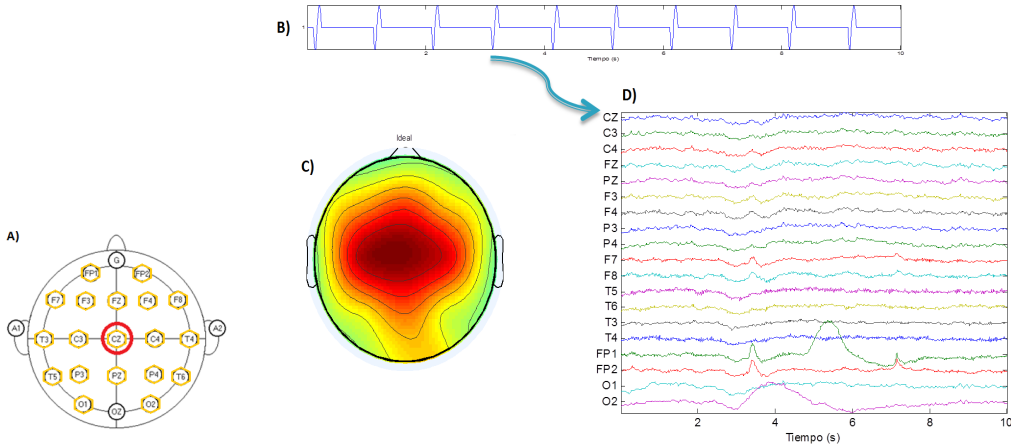


Figura 3.5: A) canales del sistema 10-20 que se utilizaron para la construcción de los datos, B) señal sintética del PEA, C) el mapa topográfico de su distribución y D) el EEG basal registrado de los 19 canales.

Siguiendo el modelo de la Figura 3.5, se construyen cuatro conjuntos de datos en los que se modifica la amplitud y SNR del PEA sintético en el canal Cz. Como se trata de un registro de EEG con señales aleatorias al que se le agrega una señal sintética, se calcula la SNR Promedio de L épocas como se menciona en [12]:

$$SNR \text{ Promedio} = 1/L \sum_{i=1}^L \frac{\sigma_{PEA}^2}{\sigma_{EEG_i}^2} \quad (\text{Ec. 3.2.1})$$

donde σ_{PEA}^2 es la varianza del potencial simulado y $\sigma_{EEG_i}^2$ es la varianza del i -ésimo segmento del EEG.

Los valores de amplitud y SNR Promedio, llamada SNR después para generalizar, se muestran en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3: Amplitud de PEA que modifica la Relación Señal a Ruido.

Amplitud del PEA	SNR Promedio
μV pico-pico	dB
10	-95
20	-39
30	-7
40	15

Se añade el PEA en un sólo canal para analizar el caso más sencillo en el que se registra el PEA en un sólo electrodo, evitando la redundancia de información a la que algunos algoritmos que resuelven ICA son sensibles, como el caso de FastICA [39]. Los canales del conjunto de datos se arreglaron en el siguiente orden de acuerdo a la distancia que tiene del canal Cz el cual se posiciona primero: Cz, C3, C4, Fz, Pz, F3, F4, P3, P4, F7, F8, T5, T6, T3, T4, Fp1, Fp2, O1, O2.

3.2.2 Efecto de la disminución del número de CIs estimados

Como se mencionó en 2.3 el número de CIs que los algoritmos obtienen es el mismo que el número de observaciones que se tienen, por lo que las matrices de *mezcla* y *separación* son cuadradas para que sean invertibles, pero también es posible obtener menos CIs lo que implica que la solución no es única. Sobre cada conjunto de datos con diferente SNR , se estiman m CIs donde a m se le asignan los valores enteros del 1, . . . , 19.

3.2.3 Efecto de la disminución del número de electrodos utilizados

Del conjunto de 19 canales que se construyó en la sección 3.2.1 se realizó una división en seis grupos de electrodos en función de su distancia con respecto al origen del potencial cerca del canal Cz. De este modo se formaron cinco conjuntos de datos que abarcan diferentes regiones del cuero cabelludo centradas en el origen del PEA en la zona frontocentral. La división de canales se detalla en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4: Grupos de canales formados por la cercanía al origen del Potencial Evocado Auditivo sintético.

Grupos	Electrodos en grupo	Conjunto	Grupos en conjunto
O (Origen)	Cz	—	—
A	C3 C4 Fz Pz	1	O, A
B	F3 F4 P3 P4	2	O, A, B
C	F7 F8 T5 T6	3	O, A, B, C
D	T3 T4	4	O, A, B, C, D
E	Fp1 Fp2	5	O, A, B, C, D, E

3.2.4 Comparación entre reducción del número de CIs estimados y reducción del número de electrodos de registro

Para ambas pruebas, se espera que sólo uno de los CIs estimados sea el asociado al PEA debido a que se tiene el PEA en un sólo canal. Para identificarlo se estima el índice *SIR* en cada conjunto de CIs obtenido y se selecciona el valor máximo.

Se realiza además la estimación del tiempo de procesamiento como se menciona en la sección 3.1.3, para las pruebas de reducción de CIs estimados y reducción del número de electrodos.

CAPÍTULO 4.

RESULTADOS

En la sección 4.1 se muestran los resultados de la aplicación de los algoritmos con sus diferentes configuraciones sobre el conjunto de señales sintéticas, para elegir los parámetros óptimos que permitan la extracción del PEA en este tipo de datos.

En la sección 4.2, se describen los resultados de la disminución del número de CIs a estimar y la disminución del número de electrodos utilizados para extraer la información correspondiente al PEA en conjuntos de datos reales a los que se les añade un PEA sintético.

4.1 Parámetros Óptimos

El conjunto de datos sintéticos sobre el que se aplican los algoritmos se genera a partir de la mezcla del conjunto de señales como se mencionó en la sección 3.1. Las combinaciones de señales resultantes se muestran en la Figura 4.1, donde el PEA es imperceptible por su amplitud pequeña de $12 \mu V$ comparada con la amplitud de las seis señales sintéticas, que representan artefactos como el parpadeo y la actividad eléctrica muscular que por su amplitud son identificables en el registro.

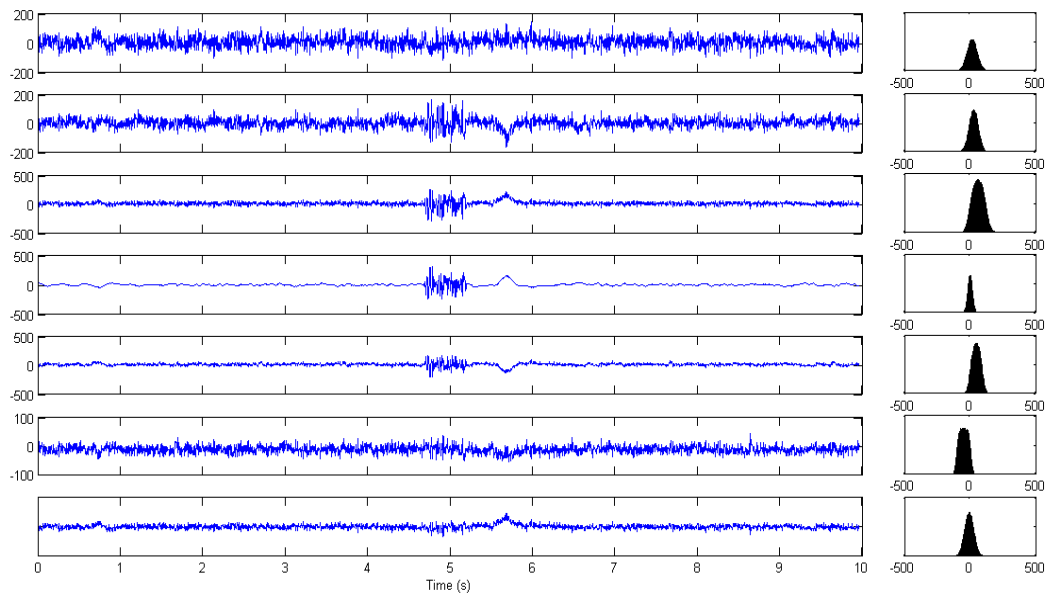


Figura 4.1: Segmento de 10 segundos de las mezclas generadas a partir de señales sintéticas con sus distribuciones de probabilidad, que tienden a volverse más gaussianas acorde con el Teorema del Límite Central al combinarse linealmente las señales.

Aún cuando en este caso se conoce la morfología y latencia con la que se generó el PEA, la inclusión de artefactos y la actividad cerebral confirmó que la promediación coherente no elimina lo que se considera como ruido. Además, en la promediación de cada canal que se muestra en la Figura 4.2, el PEA puede verse poco marcado en la sexta fila y la distribución de probabilidad de cada canal aún conserva una forma gaussiana que, como se sabe por el Teorema del Límite Central, significa que mientras más gaussiana se vea hay más señales mezcladas en cada canal.

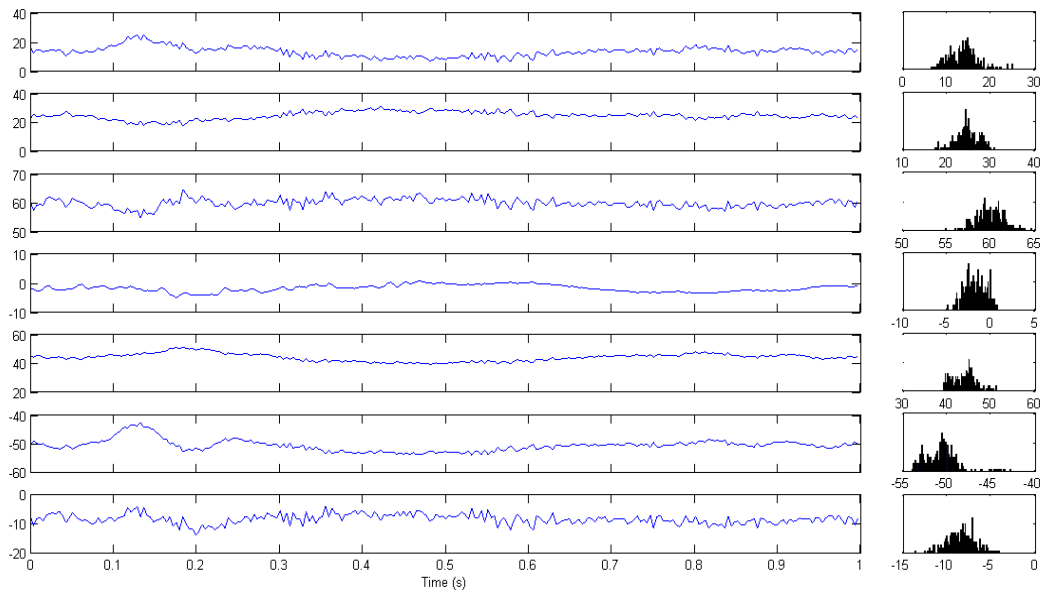


Figura 4.2: Resultado de la promediación coherente de las mezclas. Se observa que se recupera el PEA en la sexta fila pero su calidad no es buena. A la derecha se muestran las distribuciones de probabilidad de cada mezcla promediada donde mientras más gaussiana sea, menor número de señales se pudieron eliminar.

Los resultados de la evaluación de la calidad de separación se muestran en la Figura 4.3 donde se despliegan los valores medios y la desviación estándar de las 10 repeticiones realizadas para cada configuración de parámetros de los algoritmos. Para FastICA los valores medios estimados presentan una variación alta entre las diferentes configuraciones probadas, siendo los valores más altos con la función de asimetría. Sin embargo, los algoritmos Infomax y SOBI tienen una baja variación entre los valores de *Amarí* estimados con las diferentes configuraciones propuestas, tal es el caso que para SOBI se tiene el mismo valor por cada repetición. En cuanto a la desviación estándar, FastICA con aproximación simétrica y función gaussiana es la mayor, a la cual le siguen todas las configuraciones de FastICA con aproximación deflación.

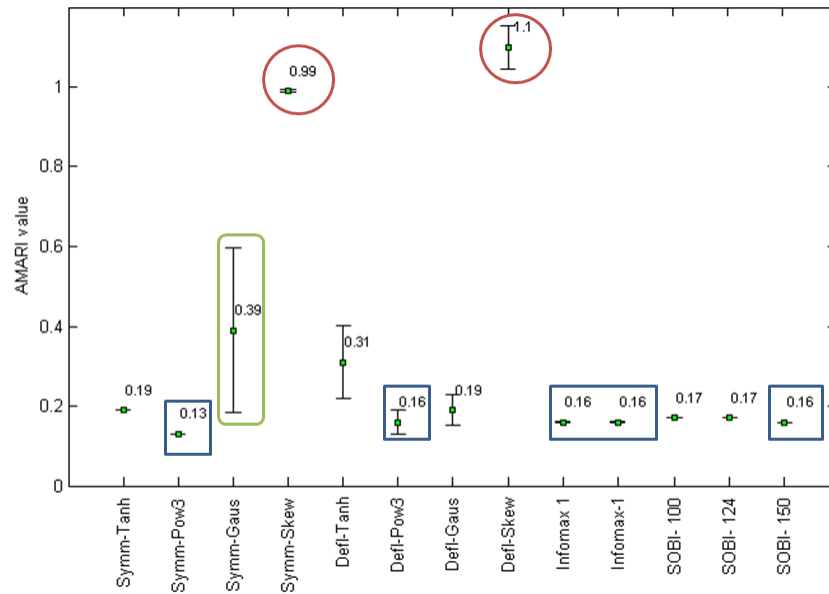


Figura 4.3: Media y desviación estándar de las 10 repeticiones para cada configuración de parámetros de FastICA, Infomax y SOBI. Los valores se marcan en azul los mínimos y en rojo los máximos. Mayor desviación estándar en verde.

En la Tabla 4.1 se muestran la media y la desviación estándar de las configuraciones marcadas en la Figura 4.3 en azul y rojo.

Tabla 4.1: Valores medios mínimos y máximos con desviación estándar del índice *Amari*.

	Algoritmo	Configuración	Media	DS
Mínimos	FastICA	Symm-Pow3	0.13	4.95E-04
		Defl-Pow3	0.16	3.00E-02
	Infomax	N=1	0.16	2.86E-03
		N=-1	0.16	6.56E-04
	SOBI	$p=150$	0.16	2.92E-17
Máximos	FastICA	Symm-Skew	0.99	3.52E-03
		Defl-Skew	1.10	5.84E-02

Se selecciona el conjunto de CIs de las 10 repeticiones con menor *Amari* con el propósito de ilustrar la calidad de separación en la Figura 4.4, donde las mezclas que no pudieron separarse se marcan en verde. En los CIs graficados que corresponden a los parámetros indicados de los algoritmos FastICA e Infomax se encuentra el PEA separado, mientras que en el caso de SOBI permanece la mezcla de la información del PEA con el ECG. Para referencia de los valores obtenidos de este índice, revisar la Tabla A.1 en el Apéndice A.

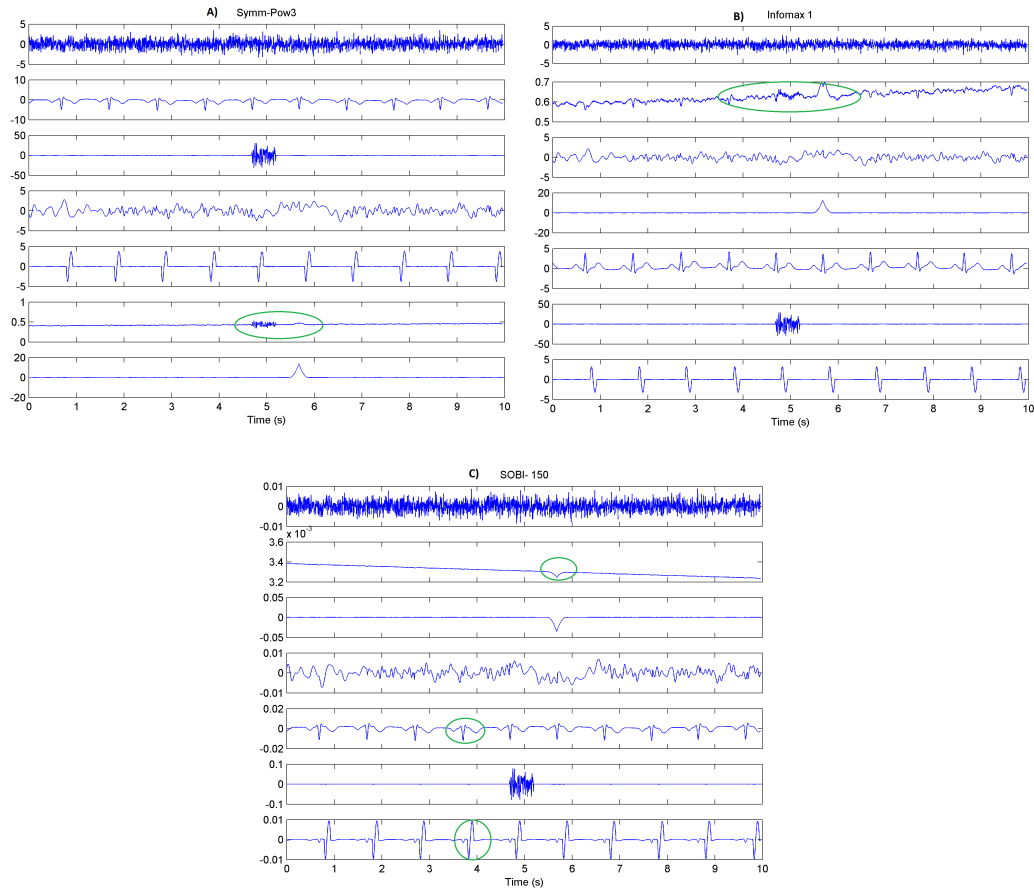


Figura 4.4: CIs estimados con: **A)** FastICA Symm-pow3, **B)** Infomax N=1 y **C)** SOBI $p=150$.

Los conjuntos de CIs, que corresponden a las configuraciones de parámetros de FastICA donde se obtuvo el máximo valor del índice *Amari* se muestran en la Figura 4.5. Se seleccionaron los conjuntos de las 10 repeticiones con el máximo valor de este índice. Se marcan las mezclas en todos los CIs en color verde, notándose que en estos casos el PEA permanece mezclado.

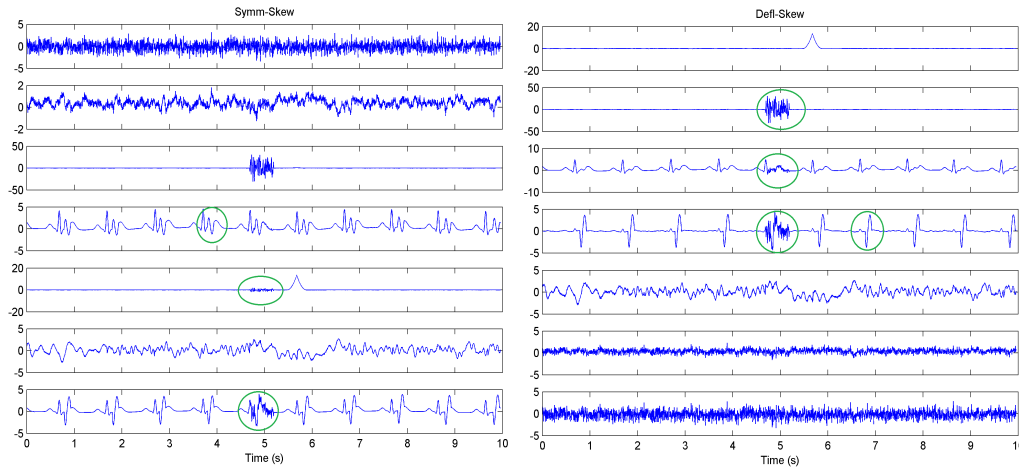


Figura 4.5: CIs con función de contraste asimetría y aproximación: **Izquierda.** Simétrica. **Derecha.** Deflación.

Los resultados para la identificación del índice *SIR* se muestran en la Figura 4.6. El algoritmo FastICA con aproximación simétrica y función potencia cúbica permite estimar el valor medio más alto del índice *SIR* con la menor desviación estándar a lo largo de las 10 repeticiones, mientras que el algoritmo Infomax con $N=1$ también tiene un valor alto pero con una mayor desviación estándar. Por último el índice *SIR* estimado para SOBI con $p=150$, tiene un valor bajo muy similar a las otras configuraciones utilizadas para este algoritmo. En la Figura 4.6 se marcan en verde los algoritmos que tienen bajos valores de *SIR* y *Amari*, recordando que se busca un *Amari* bajo y *SIR* alto.

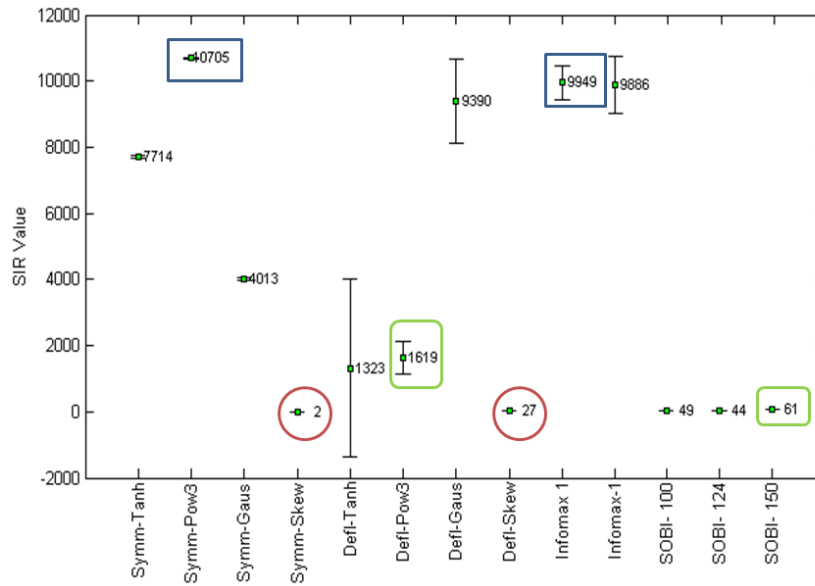


Figura 4.6: Media y desviación estándar de las 10 repeticiones del índice *SIR* para cada configuración de parámetros de los algoritmos. Los valores mínimos se marcan en rojo y los máximos en azul. En verde se marcan los valores de *SIR* de los algoritmos que tienen bajo índice *Amarí*.

En la Tabla 4.2 se muestran los valores medios con desviación estándar de las configuraciones de parámetros que obtuvieron mejor calidad de separación. El algoritmo FastICA con simetría y función potencia cúbica tiene el mayor parecido con muy poca variación, mientras que las configuraciones que obtienen la menor calidad de separación también obtienen poca similitud con la señal sintética del PEA.

Tabla 4.2: Valores medios mínimos y máximos con desviación estándar del índice *SIR*.

	Algoritmo	Configuración	Media	DS
Máximos	FastICA	Symm-Pow3	10705	20.00E00
	Infomax	N=1	9949	528.00E00
	SOBI	$p=150$	61	7.50E-15
Mínimos	FastICA	Symm-Skew	2	2.27E-02
		Defl-Skew	27	4.65E-01

En las Figuras 4.3 y 4.6, las configuraciones de parámetros de los algoritmos FastICA e Infomax que tienen un valor menor de $Amari$ tienen un valor de SIR muy alto, complementándose. En el caso del algoritmo SOBI el valor de SIR es mínimo comparado con los otros algoritmos, sin embargo el valor seleccionado es el más alto de entre los resultados obtenidos para dicho algoritmo, es decir, se identifica el PEA pero no se separó correctamente.

Por último, la media y desviación estándar del tiempo de procesamiento de las 10 repeticiones de cada configuración de parámetros se muestra en la Tabla A.3, donde FastICA ocupa un tiempo máximo de 2.5 segundos mientras que Infomax aumenta considerablemente el tiempo de procesamiento (alrededor de 80 a 150 segundos) y para SOBI mientras mayor es el parámetro p mayor es el tiempo de procesamiento.

Tabla 4.3: Tiempo de ejecución de las 10 repeticiones de las configuraciones de parámetros.

Tiempo (segundos)		
	Media	DS
<i>FastICA aproximación simétrica</i>		
Tanh	1.81	7.62E-01
Pow3	2.12	3.41E-01
Gaus	1.69	3.46E-01
Skew	0.80	1.60E-01
<i>FastICA aproximación deflación</i>		
Tanh	1.88	2.50E-01
Pow3	1.73	2.35E-01
Gaus	1.88	7.05E-01
Skew	0.91	0.56E-01
<i>Infomax extendido</i>		
N=1	162.91	2.49E01
N=-1	89.91	2.02E01
<i>SOBI</i>		
$p=100$	2.90	3.63E-01
$p=124$	12.78	1.41E00
$p=150$	29.55	3.15E00

4.2 Casos de Estudio

Los conjuntos de datos construidos constan de un registro basal de 19 canales a los que se les añadió el PEA sintético en el canal Cz, modificando la SNR al fijar la amplitud del PEA en los valores mostrados en la Tabla 3.3 y cuya promediación de este canal se muestra en la Figura 4.7. Es notoria la deformación de las ondas N100-P200 principalmente cuando la SNR es baja, impidiendo establecer la latencia donde se espera, debido a su punta aplastada.

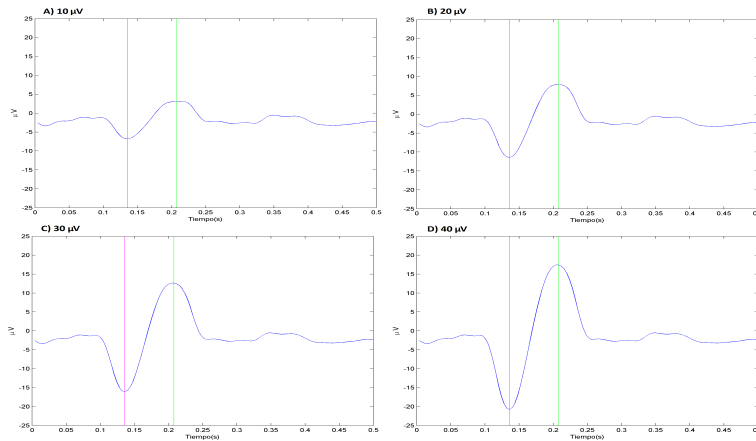


Figura 4.7: Promedio de Cz una vez añadido el PEA sintético con diferentes amplitudes. A) $10\mu V$. B) $20\mu V$. C) $30\mu V$. D) $40\mu V$. La latencia esperada de las ondas donde se marca con las líneas verticales.

4.2.1 Número de CIs a estimar

Utilizando los algoritmos con los parámetros óptimos determinados en la sección 4.1, se obtuvieron m CIs donde $m=1, \dots, 19$, es decir, se realizó una reducción de dimensión, que puede hacerse debido a que ICA es una herramienta para resolver el caso determinado del problema BSS, donde el número de fuentes a estimar es igual o menor al número de canales de registro. Los resultados completos del análisis se muestran en el Apéndice B.

En la Figura 4.8, en la parte superior se observan los valores máximos de SIR con los que se identifican los CIs asociados al PEA cuando se estiman de 1 a 19 CIs con FastICA; de acuerdo a la gráfica los mejores resultados ante las diferentes SNR se obtienen estimando de 17 a 19 CIs. En la parte inferior se muestran los CIs identificados por dichos valores de SIR , los cuales visualmente tienen morfología muy similar al PEA sintético.

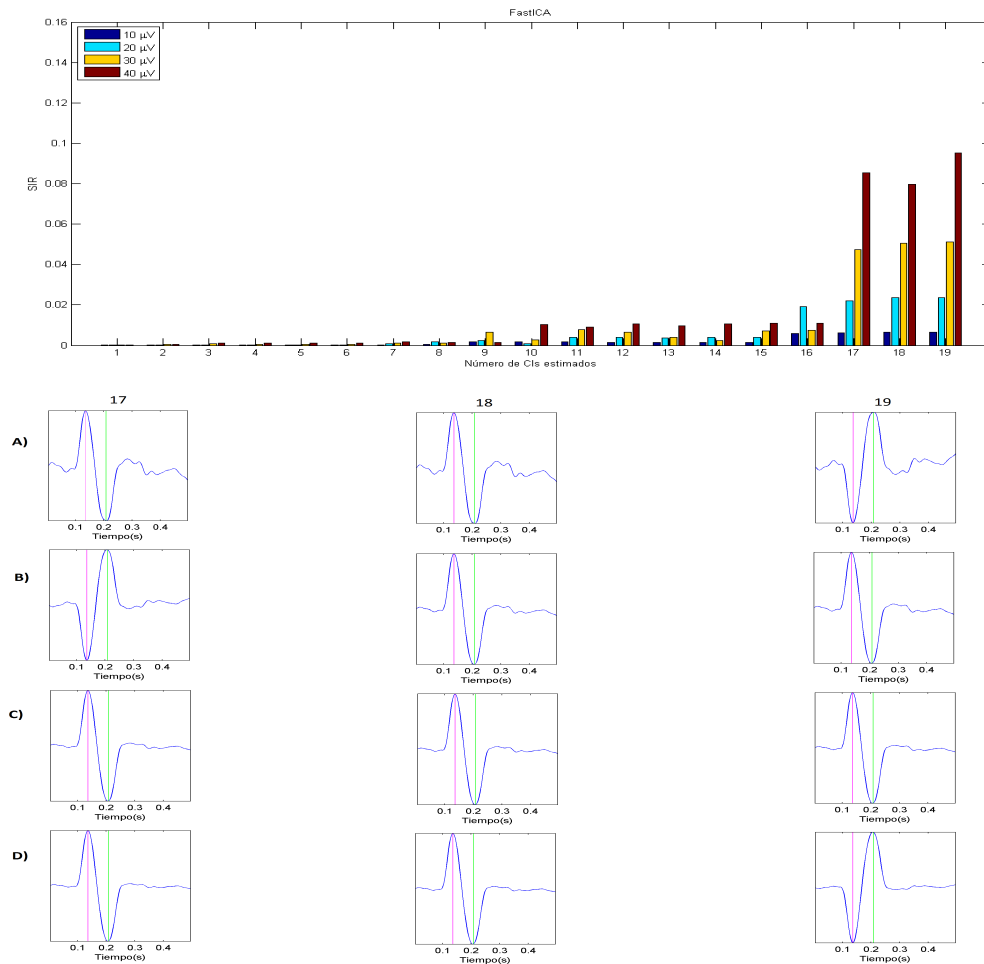


Figura 4.8: Superior: Máximo SIR que identifica al PEA cuando se modifica el número de CIs a estimar y la SNR utilizando FastICA. Inferior: CIs asociados al PEA cuando se estiman de 17 a 19 CIs con FastICA. La amplitud del PEA: **A)** $10 \mu V$, **B)** $20 \mu V$, **C)** $30 \mu V$, **D)** $40 \mu V$. En **A)** se tiene más ruido antes y después del complejo N100-P200.

En el caso del algoritmo Infomax, el número de CIs a estimar se puede establecer a partir de los 14 CIs de acuerdo a la Figura 4.9, debido a que antes de este número los valores de SIR se encuentran alrededor de 0.01 de acuerdo a la gráfica superior. Además, las promediaciones mostradas en la parte inferior de esta figura, muestran que hay mayor ruido en el CI estimado antes del complejo N100-P200 cuando la SNR /amplitud del PEA es menor.

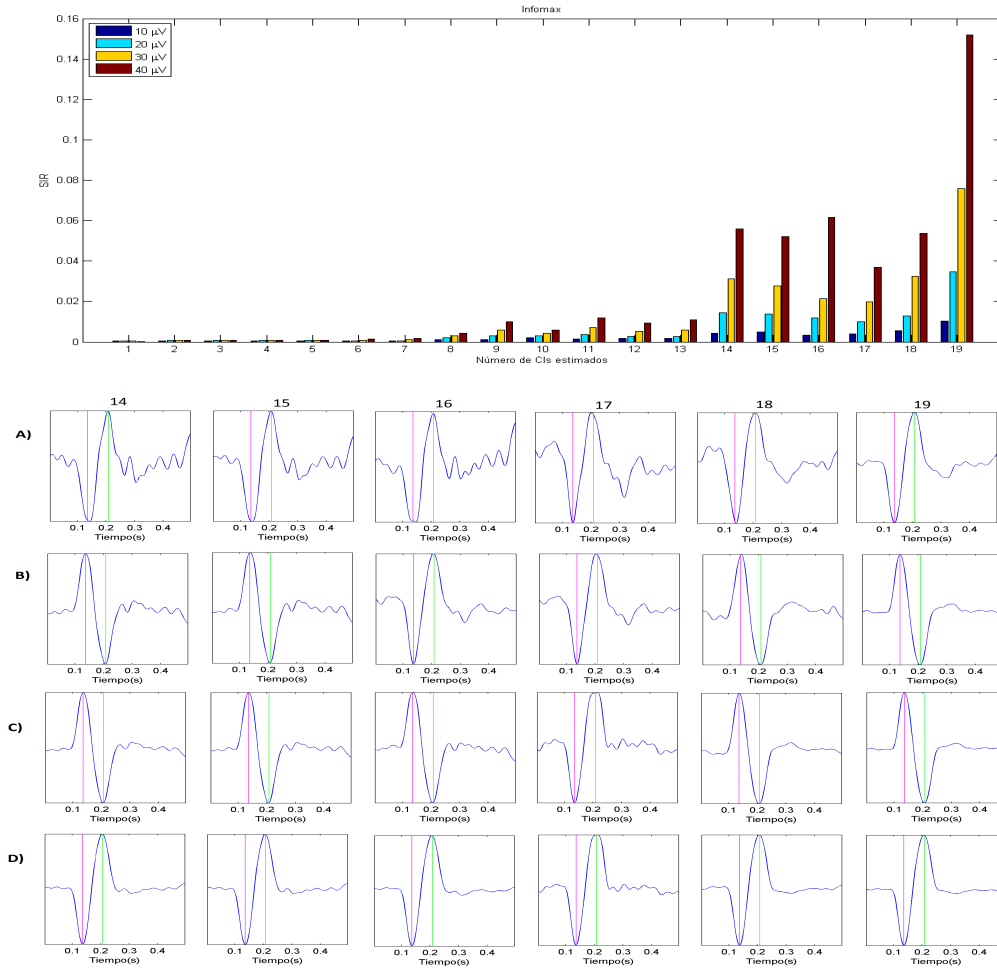


Figura 4.9: Superior: Máximo SIR que identifica al PEA cuando se modifica el número de CIs a estimar y la SNR utilizando Infomax. Inferior: CIs asociados al PEA cuando se estiman de 14 a 19 CIs con Infomax. La amplitud del PEA: **A)** $=10 \mu V$, **B)** $=20 \mu V$, **C)** $=30 \mu V$, **D)** $=40 \mu V$.

En la Figura 4.10 se muestran los resultados de SOBI. Los valores de SIR son más cercanos a cero antes de que se estimen 14 CIs independientemente de la SNR como se muestra en la parte superior de la figura. De igual manera, la promediación de los CIs asociados por su morfología al PEA muestran que hay mejor desempeño cuando se tiene un mayor SNR , aunque se identifica el complejo N100-P200 con una baja SNR .

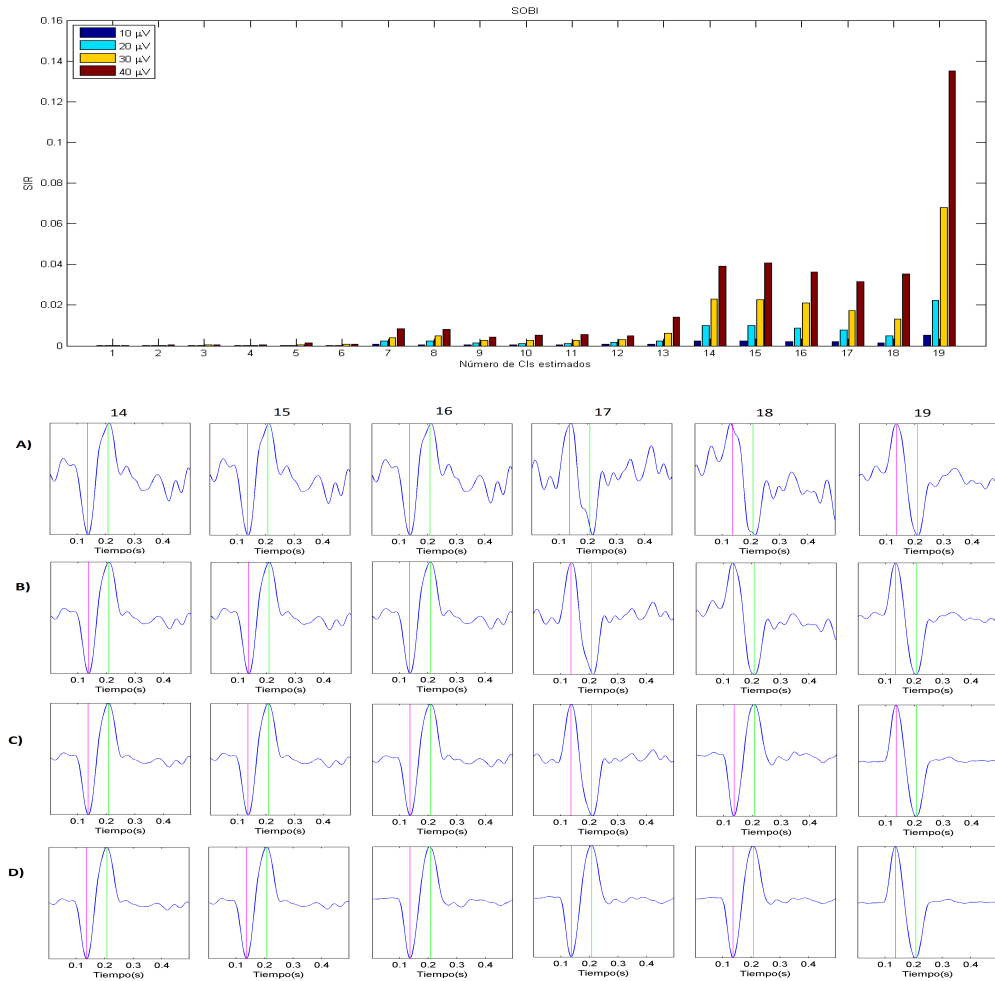


Figura 4.10: Superior: Máximo SIR que identifica al PEA cuando se modifica el número de CIs a estimar y la SNR utilizando SOBI. Inferior: CIs asociados al PEA cuando se estiman de 14 a 19 CIs con SOBI. La amplitud del PEA: **A)** $=10 \mu V$, **B)** $=20 \mu V$, **C)** $=30 \mu V$, **D)** $=40 \mu V$.

El tiempo de procesamiento se muestra en la Tabla 4.4. En todos los algoritmos se tiene un comportamiento creciente ante un mayor número de CIs estimado. Sin embargo, FastICA presenta problemas de convergencia cuando se estiman 18 CIs lo que se ve reflejado en el tiempo utilizado. Infomax por otra parte, requiere tan sólo 1 segundo para estimar un CI pero cuando se estiman mayor número de CIs se necesitan más de 150 segundos. Finalmente, SOBI es el algoritmo cuya variación en el tiempo de procesamiento es menor, manteniéndose entre 6 y 8 segundos, sin importar el número de CIs estimados.

Tabla 4.4: Tiempo de procesamiento en las pruebas de reducción de número de CIs estimados

TIEMPO DE PROCESAMIENTO (segundos)													
		FastICA				INFOMAX				SOBI			
		10	20	30	40	10	20	30	40	10	20	30	40
CIs estimados	Amplitud de PEA (μV)												
	1	0.56	0.53	0.80	0.59	1.02	1.53	2.59	1.83	6.05	6.36	5.94	6.55
	2	0.50	0.63	0.88	0.47	13.59	21.11	17.23	20.83	6.44	6.13	6.27	6.58
	3	0.63	0.69	1.22	0.59	25.86	27.42	24.73	20.98	5.78	6.31	5.98	7.45
	4	0.81	0.70	0.67	0.81	25.25	27.27	25.34	29.16	6.05	6.48	6.13	6.89
	5	1.09	0.98	1.06	1.64	30.94	32.98	34.47	30.77	6.41	6.55	6.47	6.78
	6	1.44	2.44	1.09	1.33	46.41	48.64	41.23	46.36	6.52	6.70	5.73	6.83
	7	3.78	1.83	1.91	1.39	51.23	53.92	48.84	50.94	6.59	6.59	6.55	6.34
	8	2.45	1.81	4.08	1.77	56.66	57.23	51.19	54.52	6.88	6.77	6.36	6.75
	9	2.78	3.25	2.58	4.36	60.39	60.52	56.20	59.98	6.84	6.63	6.19	6.75
	10	2.38	2.80	4.00	4.67	61.28	63.30	57.16	59.88	6.95	6.77	6.50	6.77
	11	8.39	2.83	4.53	3.28	65.06	67.50	62.28	64.67	7.03	7.13	6.16	6.67
	12	3.14	3.58	10.38	7.28	66.27	66.00	61.28	66.31	6.48	6.80	5.88	7.19
	13	2.53	3.06	3.31	7.19	69.44	74.44	67.94	73.73	6.61	6.98	5.73	7.00
	14	5.11	4.30	8.34	4.80	70.20	73.02	69.39	74.56	6.30	6.91	6.67	6.63
	15	5.94	4.09	3.97	3.84	74.77	81.59	74.75	77.34	6.11	7.00	7.05	8.30
	16	3.78	6.31	3.36	4.70	130.98	155.09	126.95	126.56	7.42	8.02	6.48	6.94
	17	4.45	5.39	8.70	4.08	145.55	146.13	143.19	144.64	7.61	7.59	7.16	7.30
	18	38.84	39.89	403.06	15.08	154.44	152.16	150.16	155.00	7.63	7.59	6.86	7.13
19	8.30	6.92	6.44	5.41	166.91	160.25	167.52	163.22	7.53	7.20	7.11	7.66	

4.2.2 Número de electrodos

En la parte superior de la Figura 4.11, se muestran los valores de *SIR* que permiten asociar un CI con el PEA de los resultados obtenidos con FastICA, Infomax y SOBI cuando se dividen los electrodos en los grupos mencionados en la Tabla 3.4 de la sección 3.2. Como lo muestran las escalas a la derecha de cada gráfica el mínimo valor de *SIR* se representa en azul oscuro mientras el máximo se representa en rojo oscuro, pasando por el verde, el amarillo y el naranja para los valores intermedios. En la parte inferior, se grafican los CIs promediados que tienen el menor y mayor valor del índice *SIR* obtenidos con cada algoritmo sobre los cuatro conjuntos con PEA sintético de distinta amplitud.

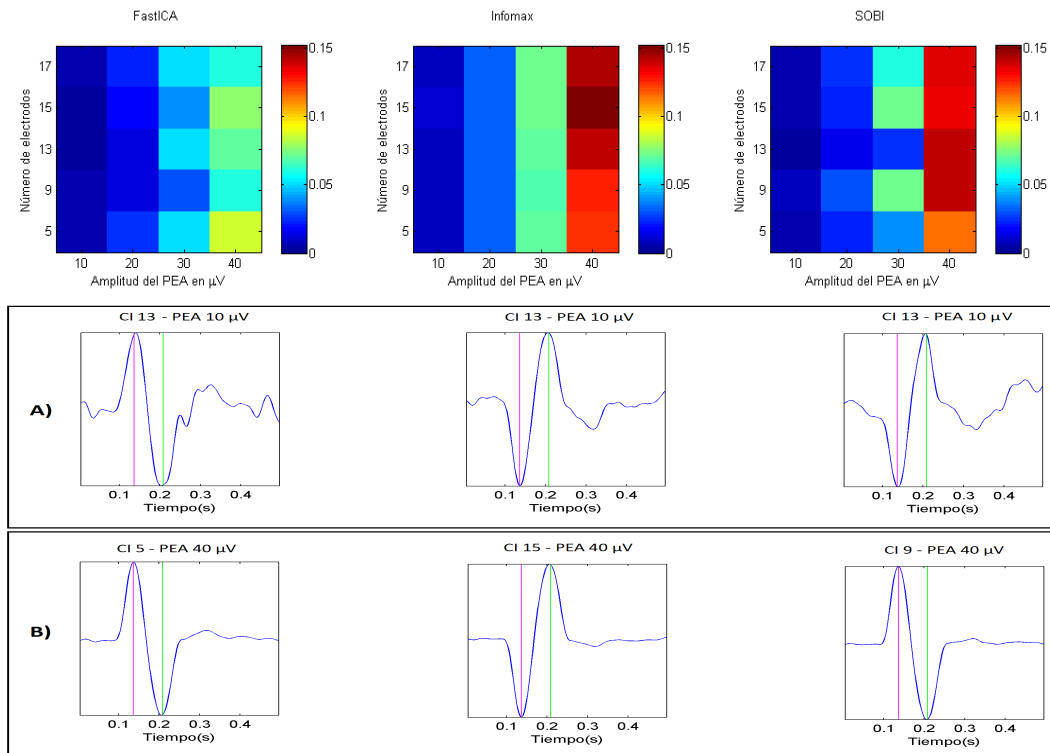


Figura 4.11: Superior: Gráficas de *SIR* para cada algoritmo. Inferior: CI promediado asociado al PEA de acuerdo a *SIR*: A) mínimo y B) máximo. Se indica el número de electrodos agrupados con el que se obtiene ese PEA y la amplitud del PEA sintético.

Puede verse que los algoritmos que obtienen CIs con mayor similitud son Infomax y SOBI cuando se tienen un PEA sintético añadido de $40 \mu\text{V}$. Además, la apariencia de barras verticales para Infomax indica poca variación del índice SIR cuando los grupos de electrodos son de diferente tamaño. Por su parte, FastICA con mayor SNR y amplitud de PEA sintético obtiene el mejor CI con el grupo formado por 5 electrodos, y el menos similar cuando el número de electrodos es mayor.

Los resultados completos se muestran en el sección B.2 del Apéndice B. La principal observación que puede hacerse, es que a mayor amplitud del PEA se obtienen CIs con mayor valor de SIR .

4.2.3 Número de CIs vs número de electrodos

En la parte superior de la Figura 4.12 se grafican los valores de SIR que se obtienen para todos los algoritmos cuando se realiza la reducción de CIs, es decir, cuando se estiman m CIs con $m=1, \dots, 19$. Los valores máximo de SIR pueden verse en la esquina superior derecha cuando se estiman 17 CIs con la mayor amplitud del PEA ($40 \mu\text{V}$). Estimar sólo 5 CIs muestra en las tres gráficas que el valor de SIR es muy bajo. Para observar el CI identificado como el asociado al PEA cuando se estiman m CIs, revisar las Figuras B.1 a B.12.

Las gráficas de la parte inferior corresponden a los valores de SIR cuando se disminuye el número de electrodos agrupados en razón de su cercanía al electrodo Cz (Tabla 3.4). En las matrices se aprecian bandas verticales del mismo o similar color, es decir, se obtiene un CI de mejor calidad a mayor SNR sin mucha variación al aumentar el número de electrodos agrupados.

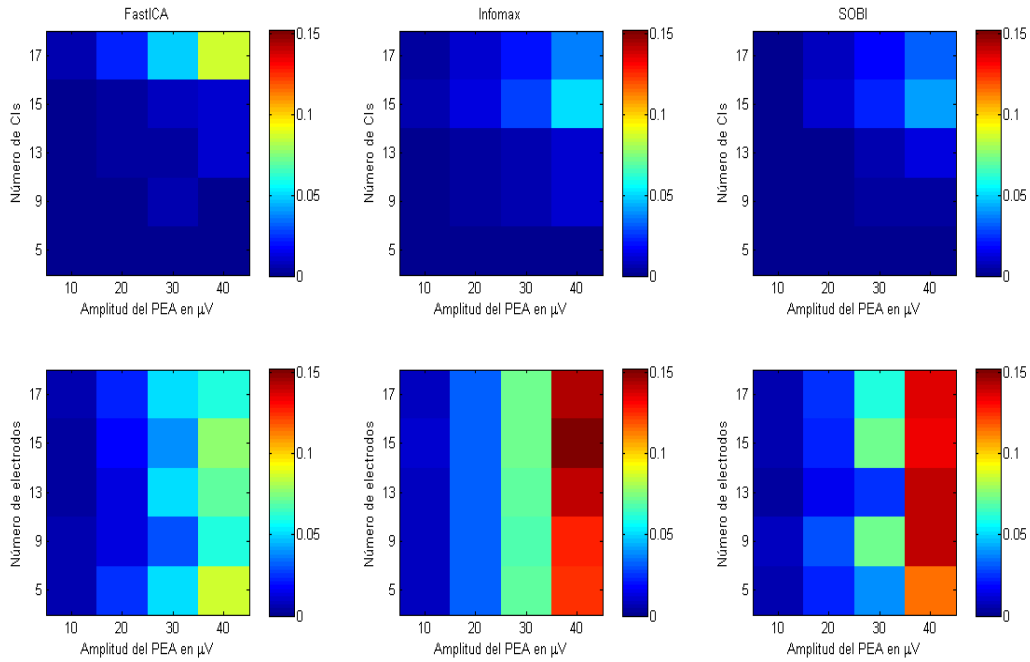


Figura 4.12: Valores de *SIR* que identifican al CI asociado al PEA para cada uno de los algoritmos en las pruebas. (**Superior**) Estimación de m CIs con $m=17,15,13,9,5$. (**Inferior**) Agrupamiento de electrodos en los grupos A,B,C,D,E de la Tabla 3.4

Realizando la comparación de los resultados del agrupamiento de electrodos con los resultados obtenidos cuando se modifica el número de CIs a estimar se obtienen las gráficas de la Figuras 4.13 a 4.16. Para los diferentes conjuntos de datos, el índice *SIR* disminuye al disminuir el número de CIs estimados, mientras que la división en grupos con diferente número de electrodos no tiene ese efecto en la magnitud del índice *SIR*.

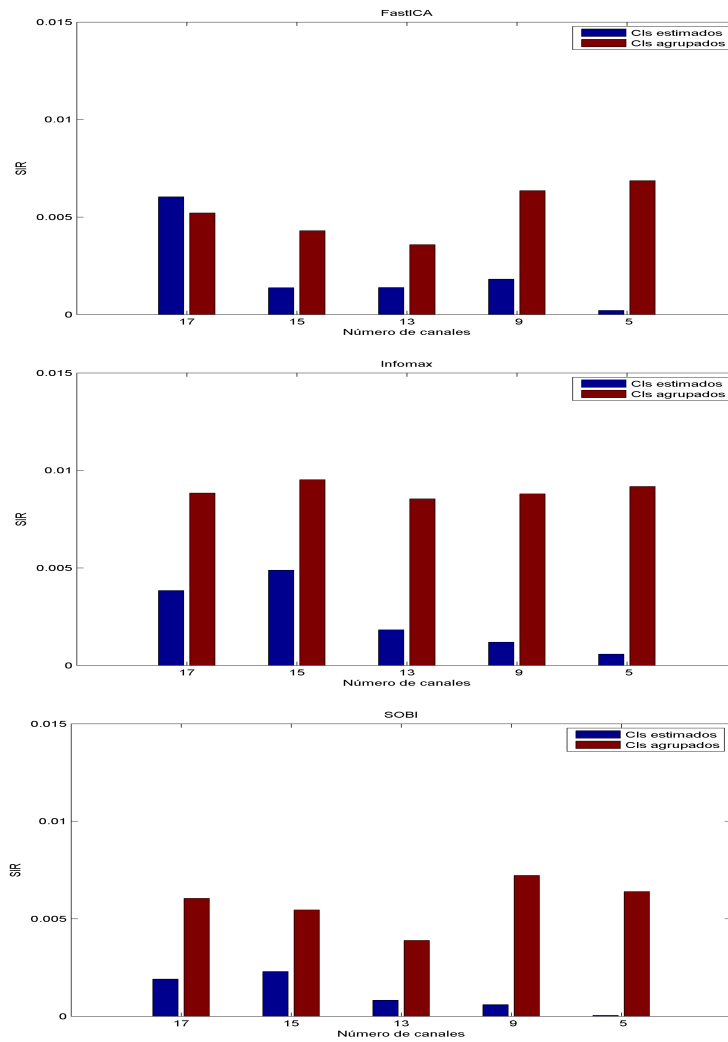


Figura 4.13: Comparación por algoritmo de los valores de *SIR* que se obtienen en los casos de estudio con el mismo número de electrodos y CIs para el conjunto de datos en el que amplitud del PEA = 10 μ V

En general, Infomax es el algoritmo con menor variación en el valor de SIR sin importar el número de electrodos que se utilicen ni la SNR del conjunto de datos.

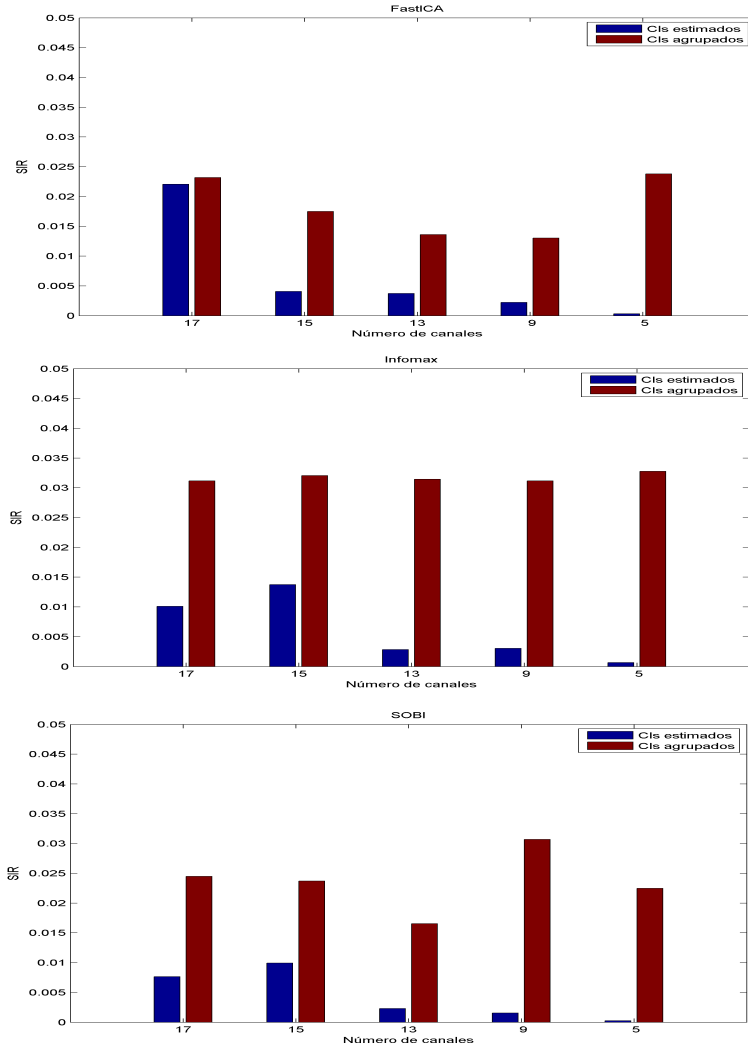


Figura 4.14: Comparación por algoritmo de los valores de SIR que se obtienen en los casos de estudio con el mismo número de electrodos y CIs para el conjunto de datos en el que amplitud del PEA = $20 \mu V$.

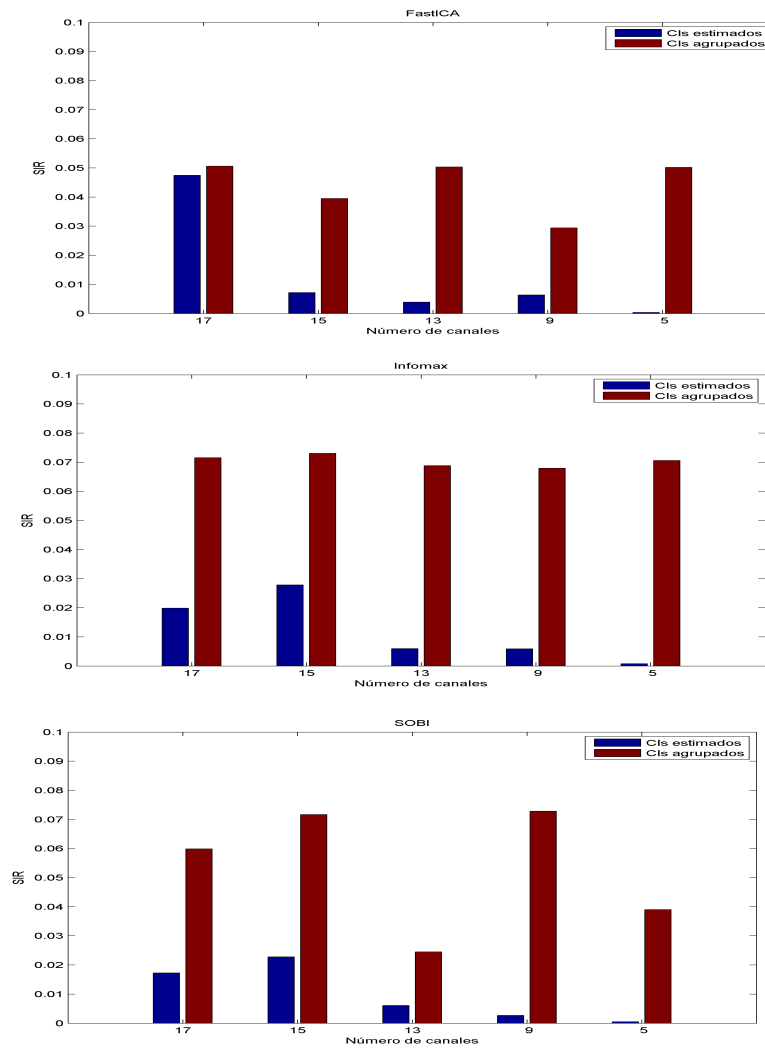


Figura 4.15: Comparación por algoritmo de los valores de *SIR* que se obtienen en los casos de estudio con el mismo número de electrodos y CIs para el conjunto de datos en el que amplitud del PEA = 30 μ V.

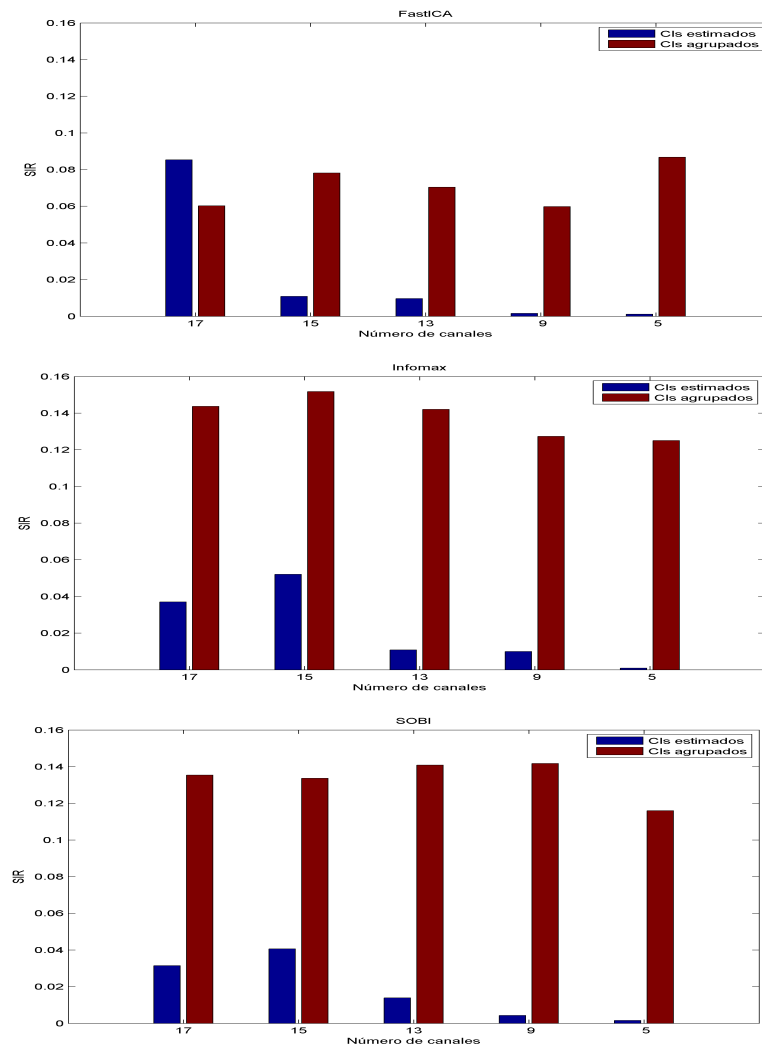


Figura 4.16: Comparación por algoritmo de los valores de *SIR* que se obtienen en los casos de estudio con el mismo número de electrodos y CIs para el conjunto de datos en el que amplitud del PEA = 40 μ V

La comparación del tiempo de procesamiento de ambas pruebas se muestra en la Tabla 4.5. FastICA no muestra cambios grandes de tiempo de procesamiento, solamente tiene problemas de tiempo de convergencia cuando se utilizan 15 y 13 electrodos. Utilizar Infomax cuando se reduce el número de electrodos aumenta el tiempo de procesamiento, lo cual se puede ver al comparar los tiempos de estimar 5 CIs y utilizar 5 electrodos. Y por el contrario, SOBI disminuye el tiempo cuando se utilizan menos electrodos.

Tabla 4.5: Tiempo de procesamiento en las pruebas de reducción de número de CIs estimados

Comparación de tiempo de procesamiento de las pruebas.									
FastICA									
No.de CIs	Amplitud de PEA (μV)				No. de electrodos	Amplitud de PEA (μV)			
	10	20	30	40		10	20	30	40
17	4.45	5.39	8.70	4.08	17	5.94	6.84	4.92	6.89
15	5.94	4.09	3.97	3.84	15	8.73	2.83	7.08	20.28
13	2.53	3.06	3.31	7.19	13	5.01	3.95	8.64	292.98
9	2.78	3.25	2.58	4.36	9	2.83	2.34	4.05	3.53
5	1.09	0.98	1.06	1.54	5	1.55	2.14	1.03	2.05
Infomax									
No.de CIs	Amplitud de PEA (μV)				No. de electrodos	Amplitud de PEA (μV)			
	10	20	30	40		10	20	30	40
17	145.55	146.13	143.19	144.64	17	140.47	138.83	155.83	155.20
15	74.77	81.59	74.75	77.34	15	102.67	113.95	127.03	103.66
13	69.44	74.44	67.94	73.73	13	70.86	69.98	69.83	71.69
9	60.39	60.52	56.20	59.98	9	57.56	60.01	59.56	58.23
5	30.94	32.98	34.47	30.77	5	67.76	101.14	93.22	74.67
SOBI									
No.de CIs	Amplitud de PEA (μV)				No. de electrodos	Amplitud de PEA (μV)			
	10	20	30	40		10	20	30	40
17	7.61	7.59	7.16	7.30	17	5.03	4.86	4.97	4.89
15	6.11	7.00	7.05	8.30	15	4.47	4.28	4.81	4.36
13	6.61	6.98	5.73	7.00	13	3.95	3.64	3.59	3.64
9	6.84	6.63	6.19	6.75	9	1.48	1.17	1.36	1.23
5	6.41	6.55	6.47	6.78	5	0.94	0.89	0.84	0.83

CAPÍTULO 5.

DISCUSIÓN

El uso de los algoritmos ICA en la actualidad abarca una amplia variedad de estudios en el campo neurológico entre los que se encuentran la eliminación de información correspondiente a los artefactos, así como a la identificación de ciertos *Potenciales Evocados* de diversos tipos. Se han desarrollado diversos métodos para la identificación de los CIs asociados a alguna señal en [40, 41] que incluyen el uso de técnicas de teoría de la información para procesar datos reales. El ajuste de la configuración de los algoritmos ICA ha tomado importancia con el fin de obtener la mejor estimación de los PEAs como se ve en [14, 15], donde se proponen ciertos parámetros para identificar PEAs enfocados en registros de niños con IC.

En este trabajo, con el fin de determinar los parámetros de tres de los algoritmos de ICA más populares, se construyó un conjunto de datos sintéticos que buscan simular los registros de EEG y las características de distintos artefactos presentes. De este modo se permite la manipulación de todos los elementos involucrados en el paradigma del problema de la separación ciega de fuentes y el conocimiento de los resultados que se esperan obtener. Además de que se permite el uso de índices de señales sintéticas que necesitan del conocimiento de las matrices con las que se mezclan las señales y la morfología exacta de la señal que se esta buscando.

El primer objetivo que es la selección de los parámetros óptimos de los algoritmos probados, se logra a partir del análisis de los valores de media y desviación estándar del índice *Amari* mostrados en la Figura 4.3. El valor medio más cercano a cero indica una mejor separación de las señales sintéticas. Además, es posible determinar la robustez de cada configuración de parámetros gracias a la desviación estándar, debido a que la

mínima variación del índice indica que la calidad de separación de los CIs estimados es muy similar cada vez que se aplica el algoritmo con dicha configuración. Es importante mencionar que este índice se enfoca en la calidad de separación de todas las señales en general; es decir, se puede obtener un índice cercano a cero aunque la calidad de la señal de interés no sea la óptima.

Por esta razón, la selección de los parámetros óptimos de los algoritmos se complementa con el índice *SIR* cuyos resultados se muestran en la Figura 4.6. Este índice permite la identificación del CI asociado al PEA gracias a que se conoce su morfología al ser una señal sintética. Además se considera el tiempo de procesamiento como otro factor para complementar la selección del algoritmo con sus parámetros óptimos, puesto que dependiendo de la aplicación para la que se requieran los PEAs puede necesitarse de mayor velocidad. Estos resultados se muestran en la Tabla A.3.

Para el algoritmo FastICA, la configuración simetría-potencia cúbica tiene *Amarí* igual a 0.13 y la configuración deflación-potencia cúbica un valor de 0.16, donde el valor del índice *SIR* funciona para descartar la configuración deflación-potencia cúbica debido a que su valor medio es de 1,619 con desviación estándar igual a 496. La gran variación de los resultados de FastICA son debido a la inestabilidad del algoritmo al seleccionar una función de contraste no adecuada. En cuanto al tiempo de procesamiento, tiene una media de 2.12 segundos para la configuración simetría-potencia cúbica con una desviación estándar igual a 3.41E-01.

Para el algoritmo Infomax el parámetro elegido es *N* igual a 1 con el que se obtiene un valor de *Amarí* 0.16 con un *SIR* de 9949 mayor al *SIR* de *N*=-1 que es 9886, además de tener una menor desviación estándar de 528 menor a 876. Los CIs estimados con ambos parámetros son muy parecidos y tienen buena similitud con el PEA sintético. El tiempo de procesamiento de este algoritmo con el parámetro seleccionado tiene un valor medio de 169.91 segundos con una desviación estándar de 2.49E01 segundos.

Mientras que para el algoritmo SOBI se tiene un valor medio de *Amarí* de 0.16 con 150 matrices a diagonalizar, el valor del índice *SIR* es muy pequeño comparado con los valores obtenidos con Infomax y FastICA. Sin embargo es el más grande dentro de los parámetros probados para este algoritmo. En la morfología de los CIs elegidos que se muestra en la Figura 4.4 se puede observar que se mantiene la mezcla con el ECG. Esto puede deberse a que ambas señales tienen una frecuencia similar, dado que este algoritmo utiliza las características temporales para realizar la separación, puede llevar a que se considere como una sola señal. El aumento del parámetro p , significa el aumento del tiempo de procesamiento sin aumentar la calidad de separación, con un pequeño aumento de la calidad de separación (*Amarí* de 0.17 a 0.16) y una mejor recuperación del CI (*SIR* de 44 a 61).

El siguiente objetivo del trabajo es la exploración del efecto de disminuir el número de CIs a estimar y el número de electrodos utilizados en el registro lo que permite mejorar el uso que se hace del algoritmo. Una vez seleccionados los parámetros óptimos de los algoritmos, se realiza la aplicación en cuatro conjuntos de datos con diferente *SNR* del PEA sintético en el canal Cz, la cual se obtiene al modificar su amplitud de 10 a 40 μV . El uso de la señal sintética de PEA sobre los canales de registro adquiridos permite su manipulación, así como la anticipación de lo que se espera en los resultados.

De este modo es posible hacer la consideración de que debe haber un sólo CI asociado al PEA, aunque en los resultados obtenidos se tiene más de un CI que visualmente presenta la morfología y las latencias del complejo N100-P200 del PEA. Por ello, valiéndose del índice *SIR* se selecciona un solo CI, bajo el mismo principio de que el mayor valor de *SIR* lo indica como el más similar a la señal patrón conocida. Un hecho que es importante establecer, es que siempre se puede obtener un valor máximo de *SIR* sobre un conjunto de CIs, aunque ninguno de ellos tenga similitud en la morfología de la señal patrón que se está buscando; es por ello que se realiza la inspección visual de la morfología y las latencias de dicho CI seleccionado.

Particularmente en los resultados obtenidos cuando se disminuye el número de CIs a estimar, se puede verificar el hecho de que se llega a un punto en el que el CI identificado no presenta la morfología ni las latencias del complejo N100-P200 del PEA, como se muestra en el Apéndice B.1. Sin embargo, también es posible determinar un rango en el que el CI obtenido presenta una buena aproximación a las latencias del PEA sintético, rango que es posible determinar por cada uno de los algoritmos (Figuras 4.8 a 4.10). Para este caso donde se tienen 19 electrodos de registro, con FastICA el número de CIs que se recomienda estimar es de 16 a 19 para cualquier SNR , mientras que para Infomax y SOBI se recomienda estimar de 14 a 19 CIs. Nuevamente el algoritmo que tiene menor tiempo de procesamiento es SOBI, mientras que Infomax es el más lento y FastICA no es constante, lo que refleja que puede tardar más tiempo en converger (4.4).

Recordando que existe la premisa de que se puede reducir el número de electrodos sobre la zona del origen del potencial cuando se conoce su origen fisiológico, los resultados en el Apéndice B.2, muestran que la reducción del conjunto de electrodos es posible cuando se utilizan los algoritmos ICA. Esto gracias a que los CIs estimados presentan las ondas N100-P200 del PEA sintético con variaciones en la cantidad de ruido que se presenta antes y después de este complejo.

La disminución del número de electrodos a cinco, incluyendo Cz y los cuatro electrodos más cercanos (C3, C4, Fz, Pz), permite la extracción del PEA, con la restricción de que a menor SNR la calidad del CI es menor sin sacrificar la presencia del complejo N100-P200. En la parte inferior de la Figura 4.11 se muestra que los CIs obtenidos de cualquiera de los grupos de electrodos tienen buena similitud con la señal patrón sin importar la SNR del conjunto de datos.

En la comparación realizada de los resultados de ambas pruebas, con m electrodos en ambos casos ($m=17, 15, 13, 9, 5$), es evidente que la colocación de menor número de electrodos resulta más eficaz que la disminución de los CIs a estimar. La diferencia del comportamiento del índice SIR para estos dos casos se puede ver en las Figuras 4.13 a

4.16, donde la disminución de electrodos presenta poca variación de SIR , mientras que la disminución del número de CIs tiene una tendencia decreciente, es decir, a menor número de CIs estimados la calidad del CI asociado al PEA es menor.

Igualmente en esta comparación, es apreciable el efecto proporcional de la SNR que puede establecerse desde el uso de la promediación coherente. El comportamiento del índice SIR que identifica al PEA se ve afectado por la SNR de forma directa. Esto puede observarse en todas las gráficas de barras del Apéndice B donde el valor de SIR que identifica al PEA aumenta conforme aumenta la SNR .

Una fortaleza de ICA que se ha podido demostrar en este trabajo se encuentra en el rasgo de similitud de los CIs de señales sintéticas. A mayor SNR la similitud con el PEA y la disminución del ruido es mayor; si bien, a menores valores de SNR ICA tiene la posibilidad de recuperar el PEA cuando la técnica tradicional de promediación coherente se ve afectada en ocasiones al punto de evitar la obtención del PEA.

Aunque los parámetros propuestos en este trabajo para FastICA funcionan adecuadamente en señales sintéticas y en el conjunto de datos construido, es de importancia recordar que se busca la robustez al estimar las señales sin importar en conjunto de datos analizado. Por ello, es importante recordar que esta familia de algoritmos suele verse afectada por los datos atípicos (*outliers*) cuando se utiliza el criterio de kurtosis para la separación y pese a que el uso de la negentropía supone la mejora del desempeño de este algoritmo, sigue teniendo problemas de robustez.

Por último, para no descartar este algoritmo completamente y aprovechar su rapidez, pueden probarse las versiones más robustas de FastICA como las mencionadas en [43, 44] donde se utilizan diferentes funciones de contraste y que ofrecen mayor estabilidad para las señales con distribuciones no-gaussianas y para remover los datos atípicos que afectan la estimación. Además, se pueden probar otros algoritmos como Robust ICA (RICA) [42], que utiliza estimadores más robustos que no se basan en kurtosis ni negentropía que se desempeñan mejor ante la presencia de estos *outliers*.

Además, la exploración en conjuntos de datos con características más parecidas al caso real, así como en señales reales es necesaria para proveer CIs cuyas características o rasgos estadísticos faciliten el uso de esta información en herramientas de teoría de la información que permitan el semiautomatización o la automatización de los CIs que mejor describan la respuesta auditiva de cada individuo; y así poder analizar si en estos procesos es necesario el uso de más de un CI asociado al PEA o si con sólo uno se tiene la suficiente información.

CAPÍTULO 6.

CONCLUSIONES

De acuerdo a las pruebas desarrolladas en este trabajo, se tienen los siguientes hallazgos importantes:

- *Se selecciona a FastICA como el algoritmo que realiza la mejor calidad de separación con la combinación de parámetros, aproximación simétrica y función potencia cúbica.* Los medios que se utilizan para determinar las combinaciones óptimas de parámetros para extraer los PEAs son la evaluación de la calidad de separación de los CIs y la similitud de morfología de éstos con la señal original. El algoritmo mencionado como el óptimo, se seleccionó por su valor de $A_{\text{mari}}=0.13$ que indicó la mejor calidad de separación. Además, tiene una alta similitud con la morfología del PEA sintético generado, lo cual se refleja en el valor alto del índice SIR . Finalmente, cuenta con un tiempo medio de procesamiento bajo de 2.1 segundos.
- *Se recomienda estimar 17 a 19 CIs para cualquier SNR, para no caer en el uso indiscriminado de la opción disponible en estos algoritmos.* En el acercamiento al caso real, se formula el planteamiento más sencillo donde no hay redundancia de la información en los distintos electrodos de registro. La construcción de los conjuntos de datos a partir de señales de un registro de EEG y un PEA sintético permiten la modificación de la SNR del PEA. Así, se explora otro factor que puede significar un elemento de error al implementar los algoritmos ICA, el cual consiste en intentar reducir el tiempo de procesamiento al disminuir el número de CIs que se estiman cuando ya se tiene un determinado número de canales de registro.

• *Se puede obtener un estimado de PEA con un grupo de 5 electrodos cercanos al canal Cz, incluyendo éste que es donde se conoce se registra el PEA con mayor amplitud.* No solo se puede optimizar la selección de parámetros posterior al registro del EEG. Durante la etapa de adquisición de los registros de PEA, el tiempo de colocación de los electrodos es extenso. Dado que los PEAs de interés son de latencia larga y permiten observar la maduración del sistema auditivo, los registros para obtenerlos son comúnmente realizados en niños, lo cual puede resultar complicado y requerir mucho tiempo por lo que la reducción del número de electrodos colocados es deseable. Por lo tanto, se puede colocar un grupo más pequeño, cuidando que los electrodos utilizados incluyan el electrodo que registra el PEA con la mejor *SNR*. Así mismo, es posible decir que el formar grupos con menos electrodos no representó un gran cambio en calidad reflejada en la homogeneidad de los valores del índice *SIR*. Si bien se aprecia que la *SNR* del conjunto de datos afecta directamente el valor del índice *SIR*, esto reafirma la necesidad de obtener un registro del PEA con la mayor amplitud posible; sin embargo, también se muestra que los algoritmos ICA son una herramienta que puede obtener resultados aceptables aunque no se cumpla esta condición en el registro.

• *Lo que se puede ganar en tiempo de procesamiento se puede perder en calidad.* El tiempo de procesamiento utilizado en estas pruebas, permite observar el compromiso que existe entre éste y la calidad del CI recuperado. Aunque Infomax obtiene un CI más similar al original, requiere de más de 150 segundos para obtenerlo y cuando se logra disminuir el tiempo, es debido a que se estiman menos CIs; con lo que como se ha mencionado, disminuye la similitud del CI asociado al PEA. Por otro lado, el algoritmo SOBI ofrece un resultado en calidad similar pero en menos de 8 segundos, similar al tiempo que requiere FastICA con la reserva de que se conoce la falta de robustez de FastICA en ciertas condiciones como lo son los datos atípicos (*outliers*). Por lo que este compromiso de calidad de separación y tiempo de procesamiento se puede asumir dependiendo del tipo de aplicación que se la vaya a dar a la información.

A continuación se listan las propuestas para continuar con este trabajo:

- Modificar la frecuencia de la señal de ECG para determinar si en registros donde no coincida en tiempo con el PEA, es factible utilizar el algoritmo SOBI. Pese a que el algoritmo seleccionado como óptimo en las señales sintéticas fue FastICA, el algoritmo SOBI presenta una mayor estabilidad en la rapidez para los conjuntos de datos con registros de EEG real, así como una buena calidad en la similitud de los CIs estimados y un bajo tiempo de procesamiento. Aún así, se considera que el problema presentado por SOBI al separar señales sintéticas (en especial el PEA del ECG) se puede atribuir a la misma frecuencia de las señales y a que ambas presentan los complejos o picos que las caracterizan en intervalos similares de tiempo. Por ello, se recomienda para la mejor comprensión de SOBI, el probar la modificación de la frecuencia de estas señales para observar su comportamiento, aunque en la realidad la frecuencia cardiaca no es constante y difícilmente estaría sincronizada con una señal como el PEA.
- Generar un conjunto de datos con características más parecidas al caso real. Se sugiere la construcción colocando el PEA sintético en todos los canales de un registro de EEG, con máxima SNR en el electrodo Cz, la cual debe disminuir conforme aumente la distancia a este electrodo. Además de la aplicación de los algoritmos con los parámetros óptimos propuestos sobre este conjunto de datos, utilizando como guía el número de CIs a estimar, así como el realizar pruebas disminuyendo el número de electrodos colocados para determinar la influencia de la redundancia de información al encontrarse registrado el PEA en más de un electrodo.
- Aplicar los algoritmos con sus parámetros óptimos en registros reales. Lo que implica la búsqueda de índices que permitan la identificación del CI asociado al PEA o a la utilización de técnicas de reconocimiento de patrones y teoría de clustering para obtener un proceso automatizado que permita la selección de los CIs asociados al PEA a partir de las características estadísticas de estos.

- Explorar versiones más robustas del algoritmo FastICA. Esto debido a que se considera que este algoritmo posee una velocidad de procesamiento rápida y una calidad de la señal fuente estimada alta.

Apéndices



APÉNDICE A.

Proceso para la selección de los parámetros óptimos de los algoritmos para estimar el PEA.

En este apéndice se presentan los resultados del proceso completo llevado a cabo para la selección del algoritmo con sus parámetros óptimos para la obtención del PEA. La determinación del algoritmo con sus parámetros óptimos para la adecuada separación de las señales de EEG y en particular del PEA se obtiene al evaluar cada conjunto de siete CIs obtenido en cada repetición que se hace de las configuraciones de parámetros presentadas en la Tabla 3.2.

A continuación se presentan las gráficas de barras de las 10 repeticiones de cada uno de las configuraciones de parámetros que se resumen en la Figura 4.3 con los valores de media y desviación estándar de esta muestra. Además se presentan las gráficas de cada conjunto de CIs de las repeticiones con el menor valor de *Amari*, en los que se marcan las mezclas que no se pudieron separar. En cada pie de figura se muestran los valores de *Amari* de los CIs graficados. Los valores de éste índice para cada repetición se localizan al final de este apéndice en la Tabla A.1, así como los valores del índice *SIR* que identifican al PEA en la Tabla A.2, y cuyos valores se resumen en la Figura 4.6.

Apéndice A. Proceso para la selección de los parámetros óptimos de los algoritmos para estimar el PEA.

Los valores de *Amari* calculados sobre los conjuntos de CIs por el algoritmo FastICA con aproximación simétrica se muestran en Figura A.1. En esta gráfica de barras se muestran en el eje de las abscisas el número de repetición y en las ordenadas el valor del índice *Amari* calculado. La barra en color cyan correspondiente a la función potencia cúbica, mantiene el mínimo valor en las 10 repeticiones y en la tabla se puede ver que además posee una mínima desviación estándar, mientras que los parámetros con los que el algoritmo tiene menor capacidad para separar estas señales es la función asimetría.

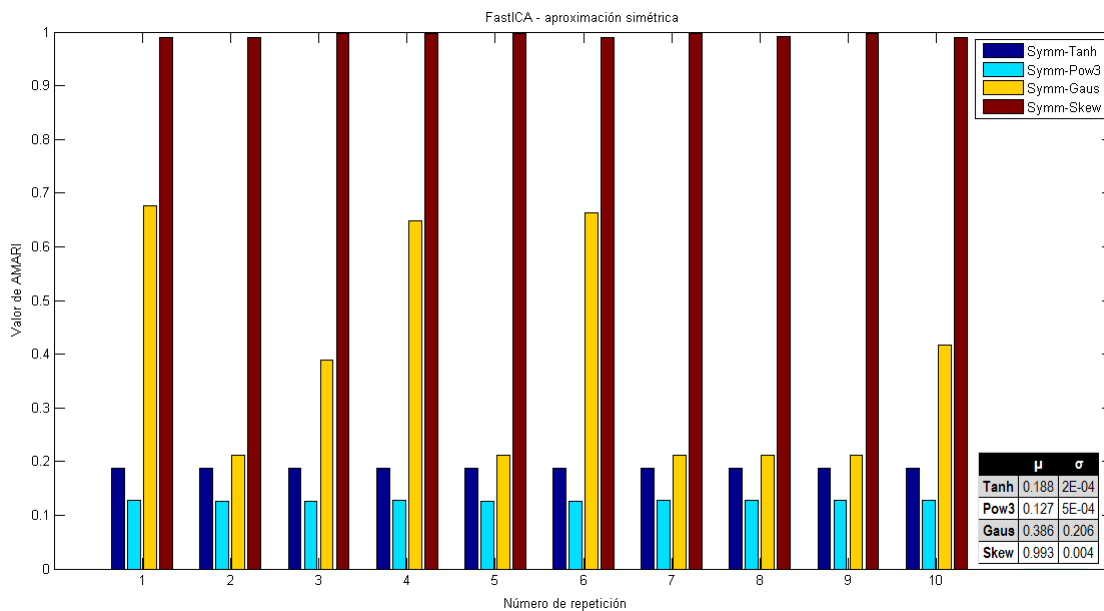


Figura A.1: Gráfica de barras de valores de *Amari* para FastICA con aproximación simétrica. Media y desviación estándar de las 10 repeticiones en la esquina inferior derecha.

Apéndice A. Proceso para la selección de los parámetros óptimos de los algoritmos para estimar el PEA.

En la Figura A.2 se grafican los conjuntos de CIs cuyo valor de *Amari* es el mínimo de las 10 repeticiones en la gráfica anterior. La función de acuerdo al valor de *Amari* que permite la separación adecuada de señales es la potencia cúbica, mientras que la asimetría realiza una deficiente separación sobre todo en las señales periódicas que tienen frecuencias similares. La señal rampa que representa el electrodo mal colocado no se puede separar.

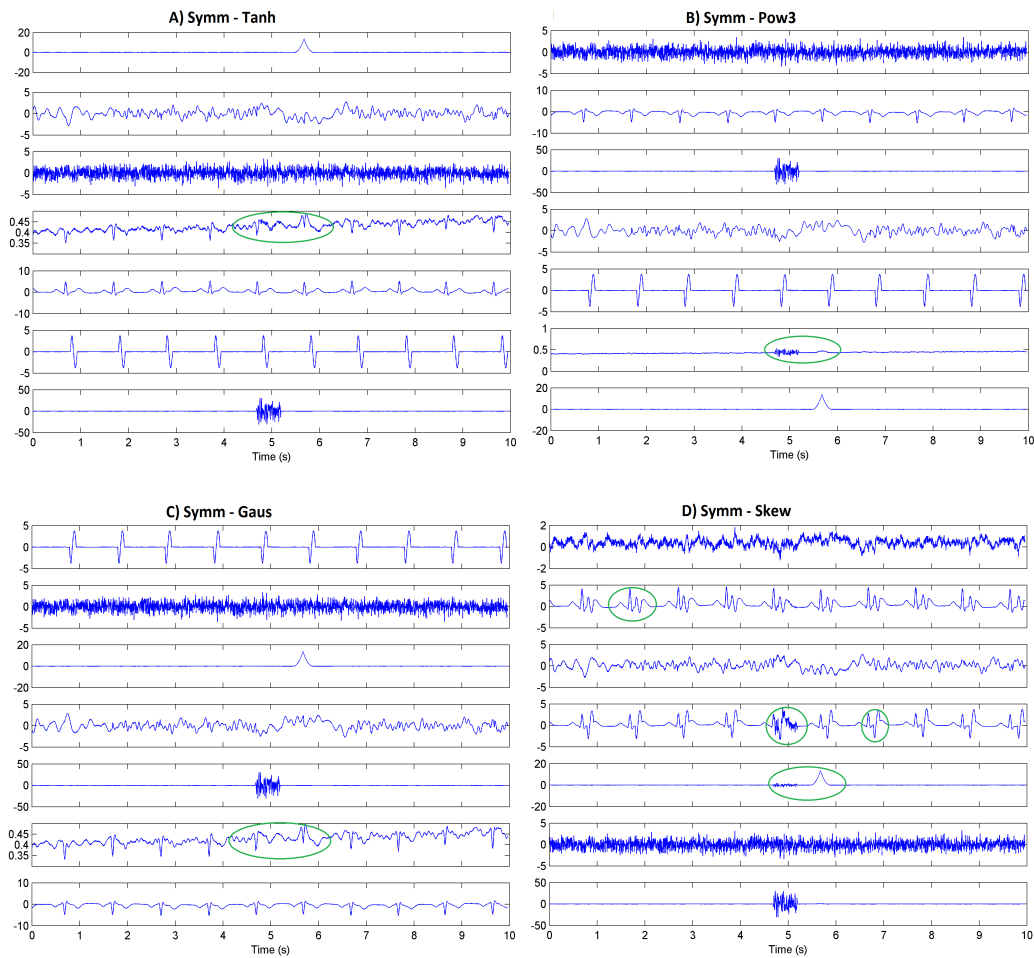


Figura A.2: CIs con mínimo *Amari* utilizando FastICA con aproximación simétrica. **A)**Tangente hiperbólica (0.1873); **B)**Potencia Cúbica (0.1264); **C)**Gaussiana (0.2122) y **D)**Asimetría (0.9896)

Apéndice A. Proceso para la selección de los parámetros óptimos de los algoritmos para estimar el PEA.

En el caso donde se ajusta la aproximación como deflación también la función de potencia cúbica cumple con el índice más bajo de *Amari* de las cuatro configuraciones de parámetros mostrados en la Figura A.3, sin embargo, es mayor al caso con aproximación simétrica. Otra diferencia en este caso, radica en que los valores de *Amari* obtenidos tienen una mayor variación, característica que se generaliza para el uso de aproximación deflación con cualquier función.

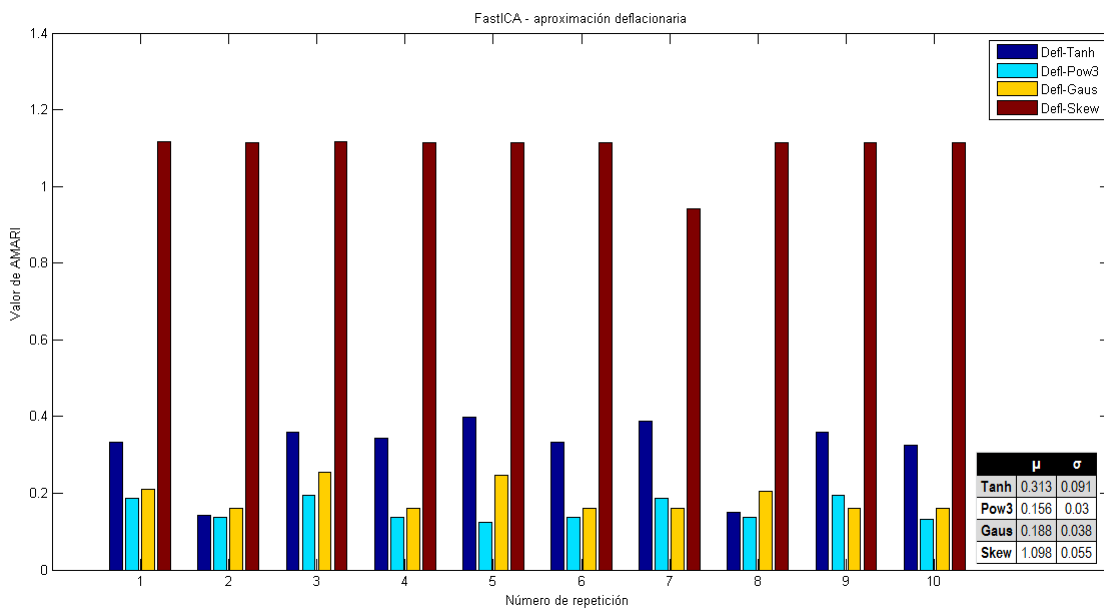


Figura A.3: Gráfica de barras de valores de *Amari* para FastICA con aproximación deflación. Media y desviación estándar de las 10 repeticiones en la esquina inferior derecha.

Apéndice A. Proceso para la selección de los parámetros óptimos de los algoritmos para estimar el PEA.

En la Figura A.4, FastICA con aproximación deflación presenta problemas en la separación de señales gaussianas de señales como la rampa del electrodo mal colocado y de la señal proveniente del músculo. En el PEA sólo presenta mala separación cuando se selecciona la función de asimetría.

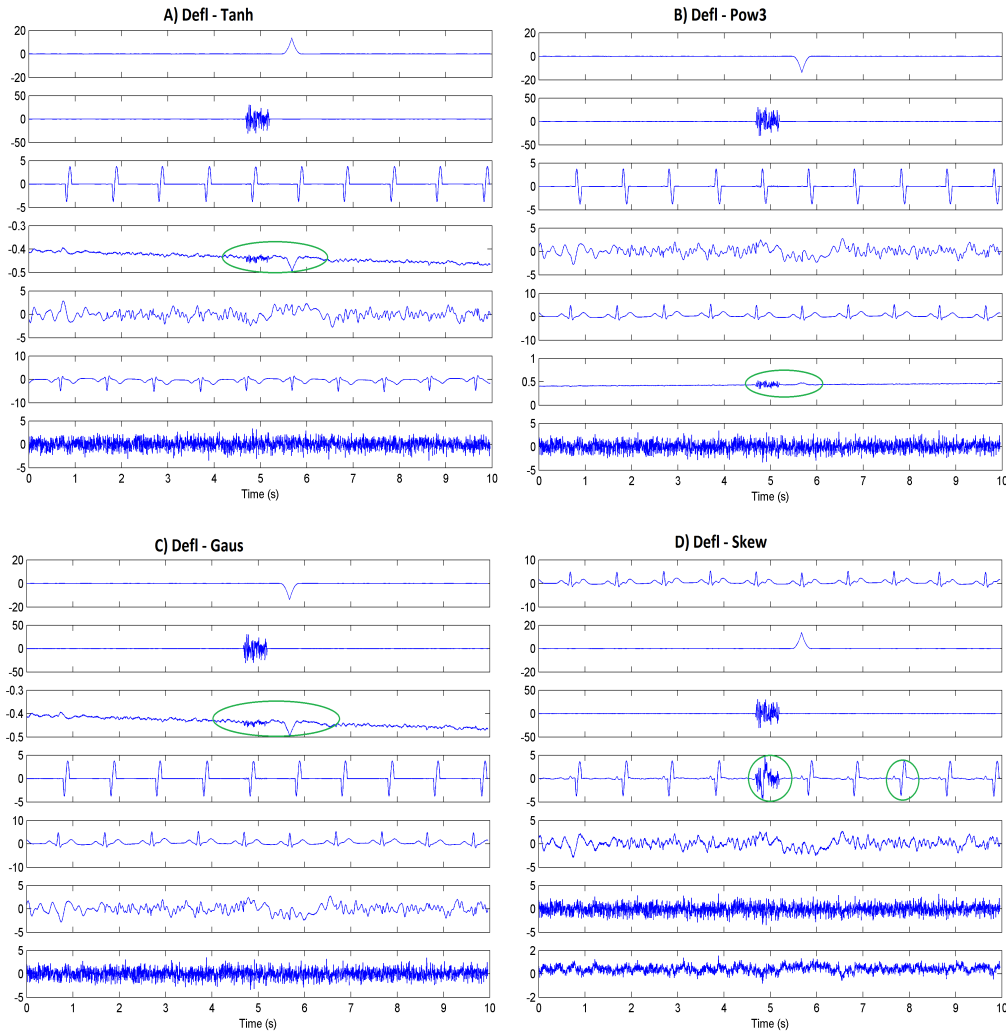


Figura A.4: CIs con mínimo *Amarí* utilizando FastICA con aproximación deflación. **A)**Tangente hiperbólica (0.1436); **B)**Potencia Cúbica (0.1230); **C)**Gaussiana (0.1610) y **D)**Asimetría (1.1142)

Apéndice A. Proceso para la selección de los parámetros óptimos de los algoritmos para estimar el PEA.

La selección de una fuente subgaussiana con el algoritmo Infomax extendido es la más óptima para la mejor calidad de separación de este conjunto de señales. Sin embargo, el índice *Amari* para cualquier caso es menor de 0.2 y con mínima varianza que se muestra en la Figura A.5. Teniendo en general una buena calidad de separación.

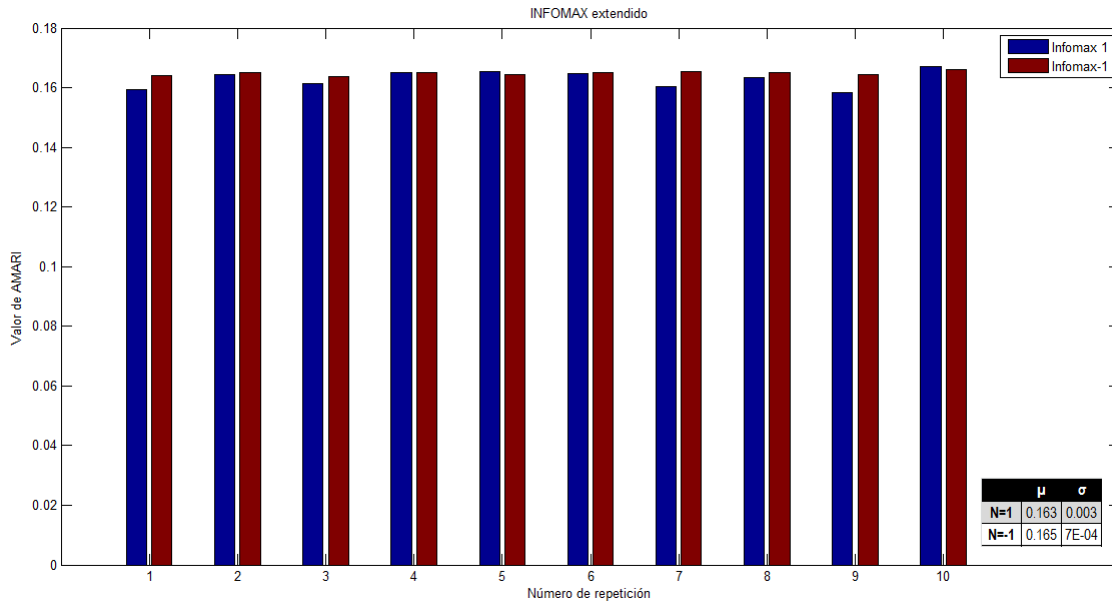


Figura A.5: Gráfica de barras de los valores del índice *Amari* para los casos del algoritmo Infomax extendido, son valores cercanos a cero y con poca varianza mostrados en la parte inferior de la figura.

Apéndice A. Proceso para la selección de los parámetros óptimos de los algoritmos para estimar el PEA.

En el conjunto de CIs que corresponde al mínimo valor del índice *Amari* en la Figura A.6, se muestran dificultades para separar el EMG y las señales con distribuciones gaussianas. Pero con señales periódicas como el ECG y el PEA, que tienen distribución supergaussiana no se tiene mezcla y se pueden recuperar. Sin embargo, no es posible separar la rampa del ECG y el parpadeo, casos que se muestran encerrados en el círculo en la figura mencionada.

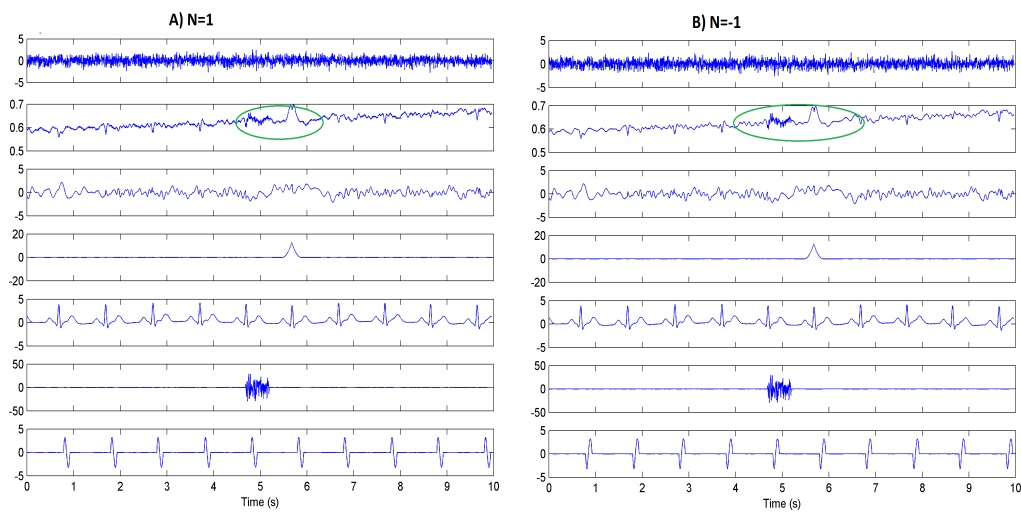


Figura A.6: CIs con mínimo *Amari* utilizando Infomax extendido. **A)** $N=1$ (0.1584); **B)** $N=-1$ (0.1640)

Apéndice A. Proceso para la selección de los parámetros óptimos de los algoritmos para estimar el PEA.

Para el algoritmo SOBI, el valor de *Amari* de las 10 repeticiones con la modificación del número de matrices de correlación, se tiene en la Figura A.7. El uso de 150 matrices mejora la calidad de separación además de reducir la desviación estándar. En los otros dos casos, los valores de *Amari* son muy similares y la desviación estándar es del orden de $2.92E-17$.

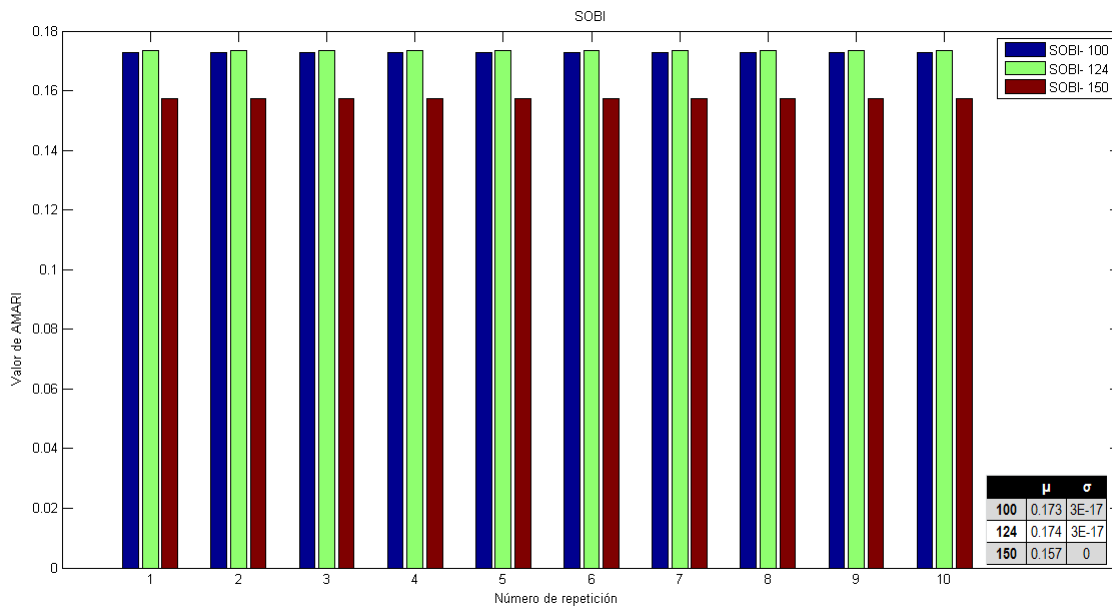


Figura A.7: Gráfica de barras de los valores del índice *Amari* para los casos del algoritmo Infomax extendido, son valores cercanos a cero y con poca varianza mostrados en la parte inferior de la figura.

Apéndice A. Proceso para la selección de los parámetros óptimos de los algoritmos para estimar el PEA.

En la Figura A.8, cinco de las siete señales se separan adecuadamente, excepto el ECG y el PEA que tienen casi la misma frecuencia se ven mezclados. Con este algoritmo se logra una mejor separación de señales como el EMG y el electrodo mal colocado así como el ruido y la actividad eléctrica cerebral. Como la desviación es tan pequeña no se muestran los CIs con máximo o mínimo valor de *Amari*.

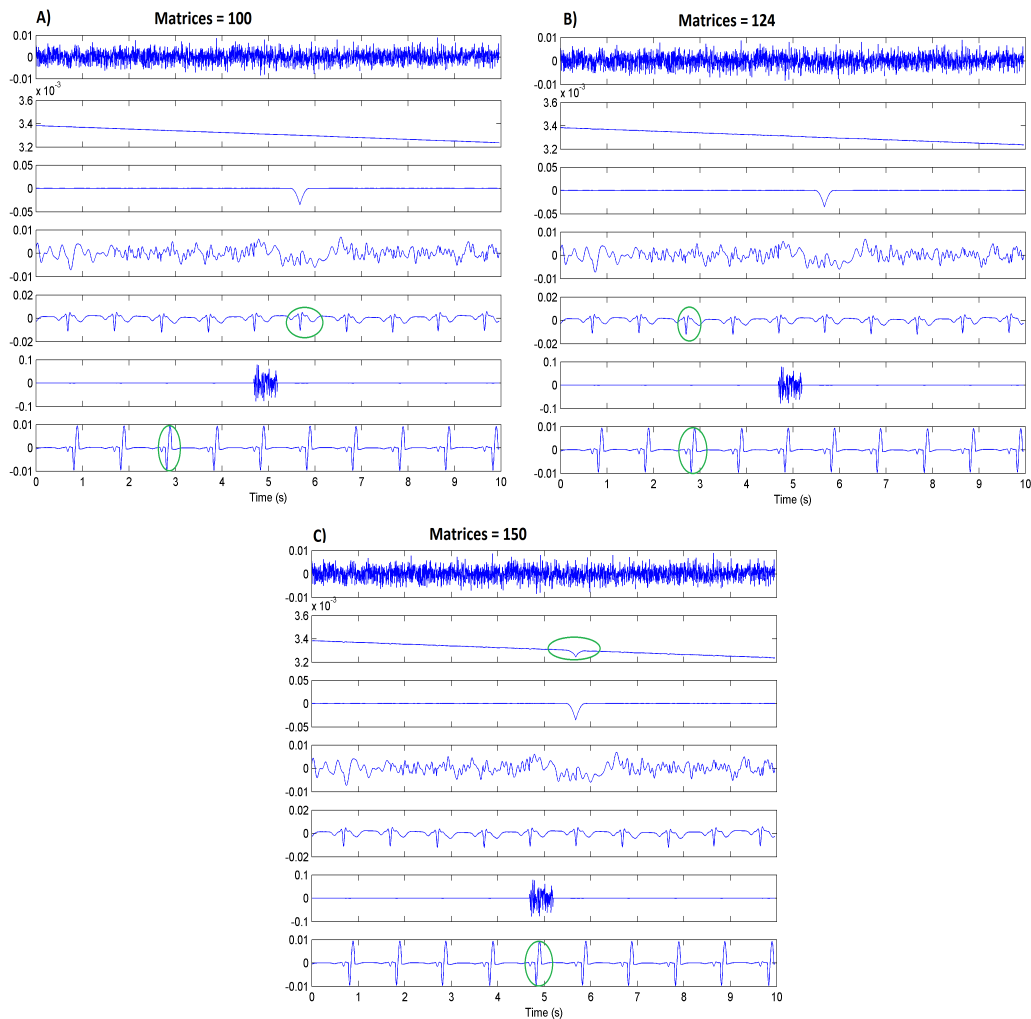


Figura A.8: CIs con mínimo *Amari* utilizando SOBI. **A)**100 Matrices (0.1729); **B)**124 Matrices (0.1736) y **C)**150 Matrices (0.1572)

Tabla A.1: Valores estimados del índice *Amari* para las 10 repeticiones de las configuraciones de parámetros. Se marca en azul y en rojo el el mínimo y máximo valor excepto para SOBI, que son iguales.

Repetición	Índice <i>Amari</i>									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>FastICA aproximación simétrica</i>										
Tanh	0.1878	0.1878	0.1873	0.1878	0.1881	0.1878	0.1877	0.1880	0.1878	0.1876
Pow3	0.1270	0.1266	0.1267	0.1280	0.1264	0.1268	0.1270	0.1269	0.1271	0.1278
Gaus	0.6771	0.2125	0.3892	0.6484	0.2124	0.6641	0.2122	0.2125	0.2125	0.4161
Skew	0.9896	0.9898	0.9966	0.9968	0.9971	0.9902	0.9966	0.9915	0.9964	0.9895
<i>FastICA aproximación deflación</i>										
Tanh	0.3331	0.1436	0.3582	0.3435	0.3989	0.3333	0.3885	0.1504	0.3581	0.3245
Pow3	0.1880	0.1359	0.1937	0.1373	0.1230	0.1358	0.1872	0.1358	0.1937	0.1314
Gaus	0.2096	0.1610	0.2545	0.1611	0.2473	0.1614	0.1614	0.2047	0.1610	0.1614
Skew	1.1177	1.1153	1.1176	1.1143	1.1152	1.1143	0.9418	1.1142	1.1144	1.1152
<i>Infomax entendido</i>										
N=1	0.1593	0.1643	0.1613	0.1649	0.1653	0.1646	0.1604	0.1635	0.1584	0.1670
N=-1	0.1640	0.1652	0.1639	0.1651	0.1643	0.1650	0.1652	0.1650	0.1643	0.1660
<i>SOBI</i>										
100	0.1729	0.1729	0.1729	0.1729	0.1729	0.1729	0.1729	0.1729	0.1729	0.1729
124	0.1736	0.1736	0.1736	0.1736	0.1736	0.1736	0.1736	0.1736	0.1736	0.1736
150	0.1572	0.1572	0.1572	0.1572	0.1572	0.1572	0.1572	0.1572	0.1572	0.1572

Tabla A.2: Valores estimados del índice SIR para las 10 repeticiones de los 14 casos.

	Índice SIR									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>FastICA aproximación simétrica</i>										
Tanh	7.7088E+03	7.7086E+03	7.8436E+03	7.7139E+03	7.7132E+03	7.6852E+03	7.7270E+03	7.7089E+03	7.7086E+03	7.6260E+03
Pow3	1.0710E+04	1.0715E+04	1.0725E+04	1.0698E+04	1.0728E+04	1.0733E+04	1.0676E+04	1.0703E+04	1.0680E+04	1.0682E+04
Gaus	3.9687E+03	4.0115E+03	4.0280E+03	4.0230E+03	4.0373E+03	4.0472E+03	3.9745E+03	4.0216E+03	4.0271E+03	3.9952E+03
Skew	2.1764E+00	2.1236E+00	2.1864E+00	2.1724E+00	2.1705E+00	2.1733E+00	2.1663E+00	2.1185E+00	2.1732E+00	2.1669E+00
<i>FastICA aproximación deflación</i>										
Tanh	3.8405E+01	6.4520E+03	3.8482E+01	3.8324E+01	3.8407E+01	3.8478E+01	3.8499E+01	6.4512E+03	3.8389E+01	5.6041E+01
Pow3	1.0690E+03	1.9911E+03	1.0183E+03	1.9909E+03	1.9903E+03	1.9909E+03	1.0695E+03	1.9909E+03	1.0179E+03	2.0659E+03
Gaus	1.2823E+04	8.5050E+03	9.2576E+03	8.5043E+03	9.2594E+03	9.2595E+03	9.2600E+03	9.2593E+03	8.5106E+03	9.2591E+03
Skew	2.5930E+01	2.7076E+01	2.5927E+01	2.7008E+01	2.7069E+01	2.7003E+01	2.7003E+01	2.7003E+01	2.7012E+01	2.7067E+01
<i>Infomax entendido</i>										
N=1	1.0335E+04	1.0034E+04	8.8664E+03	1.0197E+04	9.62223E+03	9.9726E+03	1.0255E+04	9.4971E+03	1.0798E+04	9.9152E+03
N=-1	9.5352E+03	8.4466E+03	9.9546E+03	1.0044E+04	1.0129E+04	8.8851E+03	1.0107E+04	1.1516E+04	9.4883E+03	1.0759E+04
<i>SOBI</i>										
p=100	4.8798E+01	4.8798E+01	4.8798E+01	4.8798E+01	4.8798E+01	4.8798E+01	4.8798E+01	4.8798E+01	4.8798E+01	4.8798E+01
p=124	4.4329E+01	4.4329E+01	4.4329E+01	4.4329E+01	4.4329E+01	4.4329E+01	4.4329E+01	4.4329E+01	4.4329E+01	4.4329E+01
p=150	6.1074E+01	6.1074E+01	6.1074E+01	6.1074E+01	6.1074E+01	6.1074E+01	6.1074E+01	6.1074E+01	6.1074E+01	6.1074E+01

Apéndice A. Proceso para la selección de los parámetros óptimos de los algoritmos para estimar el PEA.

Tabla A.3: Tiempo de ejecución de las 10 repeticiones de las configuraciones de parámetros.

Repetición	Tiempo									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>FastICA aproximación simétrica</i>										
Tanh	2.9375	1.9843	1.1718	1.2187	1.4687	1.3437	1.8281	1.4843	3.3906	1.3281
Pow3	1.7968	1.8593	2.2968	2.1406	1.5312	2.4531	2.1718	2.4218	2.625	1.9218
Gaus	1.9687	1.8437	1.3281	1.3593	1.5937	2.0156	2.0625	1.5156	1.1718	2.125
Skew	1.0937	0.6875	0.5468	0.8125	0.7968	1.0156	0.7343	0.6875	0.8593	0.8593
<i>FastICA aproximación deflación</i>										
Tanh	1.75	1.6406	1.8437	1.9531	2.3906	1.8281	1.9531	1.4531	2.0468	1.9531
Pow3	1.6562	1.7187	1.5156	1.4062	2.1562	1.9062	1.6406	1.5468	1.8125	2.0156
Gaus	1.5156	0.9531	2.8906	1.3437	1.8125	1.2031	2.6875	2.4687	1.4062	2.5781
Skew	0.8593	1.0156	0.875	0.8906	0.9218	0.9531	0.9531	0.9062	0.8281	0.9687
<i>Infomax entendido</i>										
N=1	150.5156	179.5468	218.5937	173.0937	154.0312	144.8281	177.1562	151.5625	148.9218	130.9218
N=-1	74.5781	125.9843	129.75	87.1562	83.1093	78.9687	81.7343	79.4531	80.2343	78.1562
<i>SOBI</i>										
p=100	3.0312	3.3125	3.0312	3.0468	2.4062	3.1562	3.2812	2.9687	2.4062	2.3906
p=124	13.7187	12.5937	12.0156	13.9375	12.1875	14.2187	15.0468	12.4218	11.0468	10.6562
p=150	29.0781	32.0468	29.75	31.5937	34.9843	28.5	25.2187	26.2187	26.0781	29.55

APÉNDICE B.

Resultados extendidos de casos de estudio

En este Apéndice se muestran los resultados de los procedimientos detallados en la Figura 3.4 de la Metodología. En la sección B.1 se detalla el procedimiento realizado para la determinación del número de CIs óptimo para estimar el PEA con los algoritmos FastICA, Infomax y SOBI cuando se tiene alta y baja SNR . El segundo procedimiento se enfoca en determinar si es adecuado reducir el número de canales del registro debido a que se conoce la señal buscada y su localización, es decir, si la reducción de la zona de registro no afecta la obtención del CI asociado al PEA, ante diferentes $SNRs$.

Para modificar la relación señal a ruido se construyeron cuatro conjuntos de datos utilizando el procedimiento mostrada en la Figura 3.5 modificando la amplitud del PEA sintético de acuerdo a los valores mostrados en la Tabla 3.3. Para lograr observar lo que se obtendría con el método más usado que es la promediación coherente y también ver el deterioro de la señal por la baja SNR se grafican los resultados de la promediación coherente para cada conjunto de datos en la Figura 4.7 que se encuentra en la sección de Resultados. Posteriormente a cada conjunto se le aplicó ICA utilizando los algoritmos propuestos con los parámetros óptimos seleccionados: FastICA con aproximación simétrica y función potencia cúbica, Infomax extendido con $N=1$, es decir, estimando una fuente subgaussiana y SOBI con $p=150$, es decir 150 matrices a diagonalizar.

B.1 Número de CIs

La reducción de dimensiones que realizan los algoritmos de ICA permiten eliminar redundancia de la información al encontrar la correlación existente, por ello se puede pedir que se estime un número menor de fuentes al número existente se mezclas, observaciones o canales de registro. En este procedimiento se modifica el número m de CIs que se estiman a partir de 19 canales donde $m=1, \dots, 19$.

Posteriormente se calculó el índice SIR para identificar un único componente como el asociado al PEA, a partir de su valor máximo. Como se sabe, la SNR más baja dificulta la obtención del PEA con métodos tradicionales, sin embargo los algoritmos de ICA utilizan distintos métodos para estimar la independencia de las señales y realizar la separación, con lo que se puede estimar un CI con la topografía del PEA cuando se reduce el número de señales a estimar o se hace la suposición de que el número de señales fuente es menor al número de mezclas que se registran.

Para cada algoritmo se evalúan los resultados aplicados a cada conjunto de datos con diferente SNR . En las Figuras B.1 a la B.12, se grafican en la parte superior los valores de SIR máximo que identifican a los CIs cuando se estiman m fuentes. En la parte inferior se grafican los CIs promediados que están asociados al PEA cuando se estiman m CIs, iniciando en la parte superior izquierda con un CI estimado y aumentando hacia la derecha.

Los valores estimados de SIR para todas las pruebas se muestran en la Tabla B.1.

Apéndice B. Resultados extendidos de casos de estudio

En la Figura B.1 los resultados de FastICA sobre el conjunto con amplitud de PEA igual a $10 \mu V$, muestran que con 1 a 8 CIs estimados se tiene bajo valor de SIR , aumentando de 9 a 15 y teniendo el máximo cuando se estiman de 16 al 19 CIs.

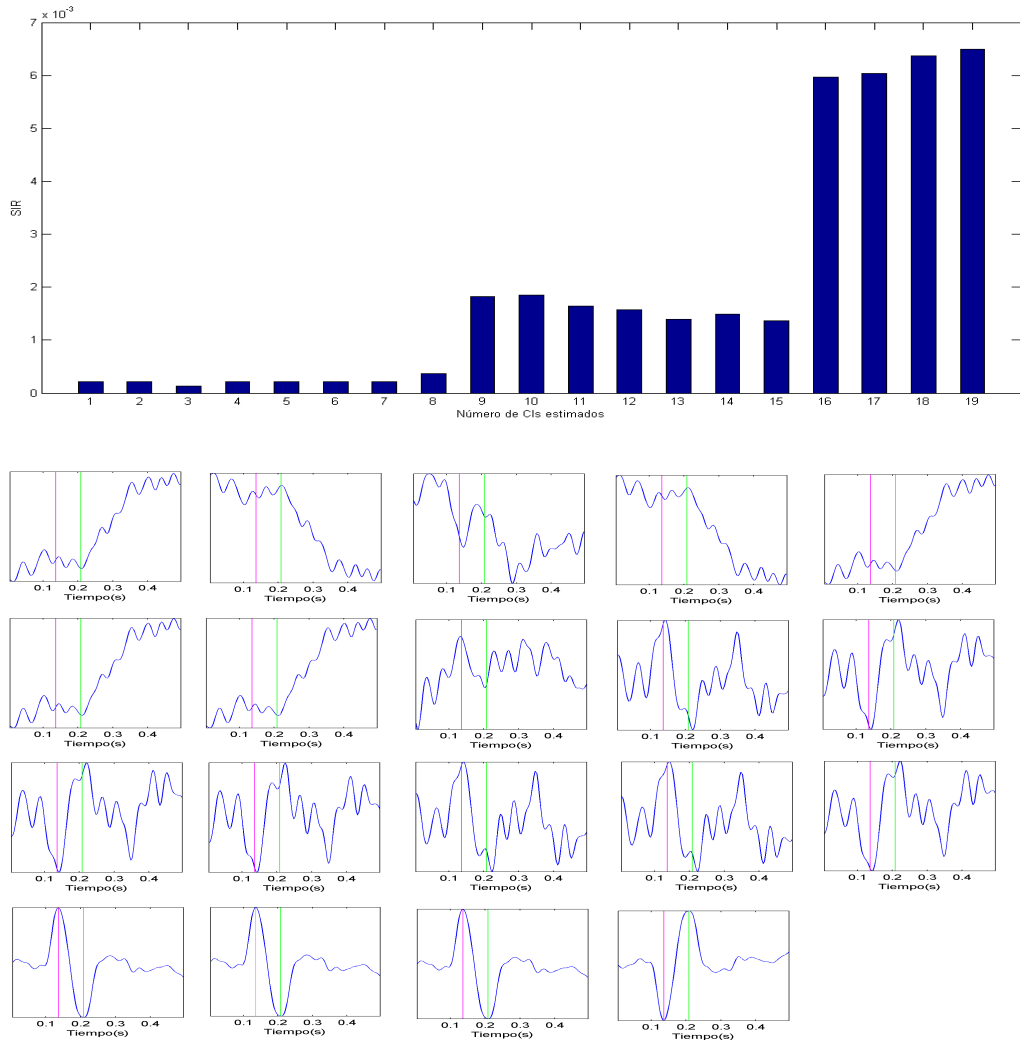


Figura B.1: Resultados de FastICA en conjunto de datos con amplitud de PEA = $10 \mu V$. **Superior:** Gráfica de máximos valores de SIR que identifican a los CIs asociados al PEA cuando se estiman de 1 a 19 CIs. **Inferior:** De izquierda a derecha, los CIs asociados al PEA cuando se estima de 1 a 19 CIs

Apéndice B. Resultados extendidos de casos de estudio

En la Figura B.2 siguiendo con los resultados de FastICA cuando se aplica al conjunto con amplitud de PEA igual a $20 \mu V$, el valor de SIR cuando se estiman de 1 a 10 CIs es irregular, manteniéndose más constante del 11 al 15 y siendo el máximo del 16 al 19.

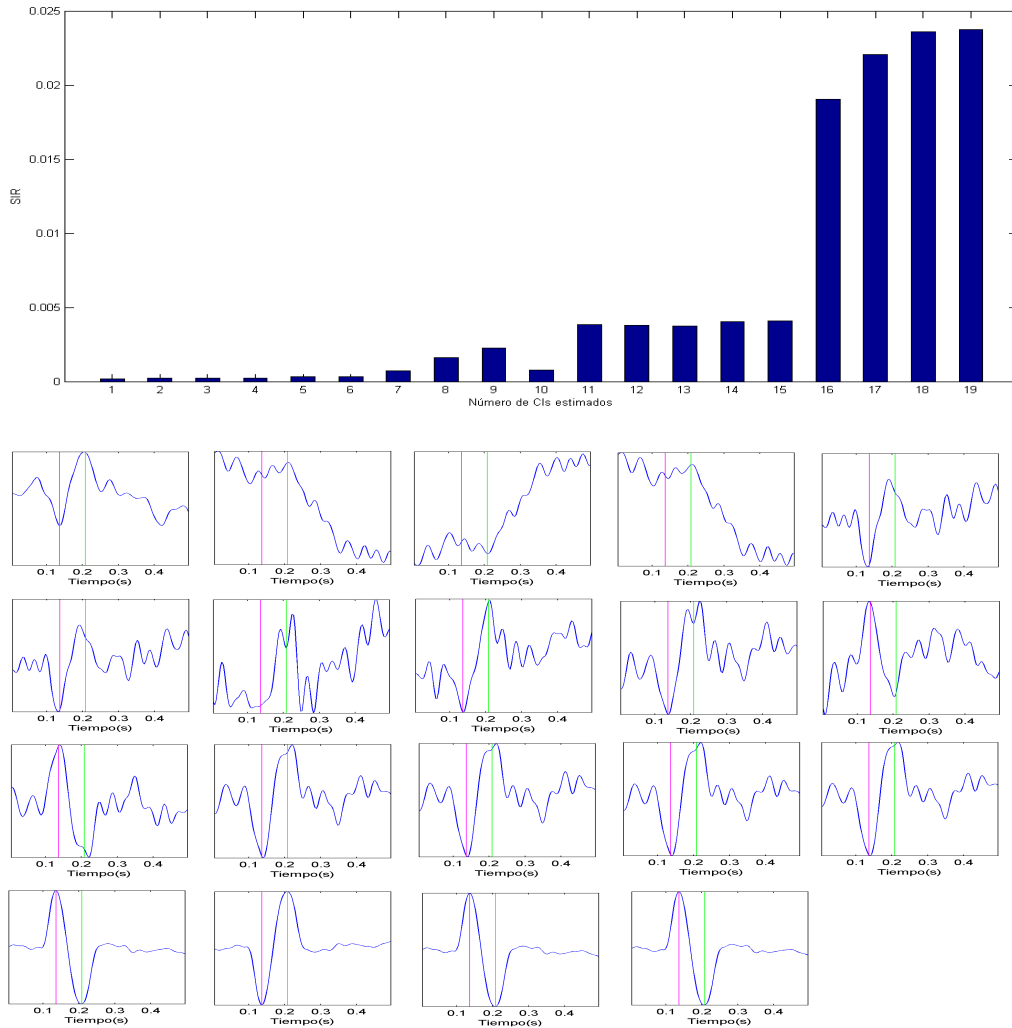


Figura B.2: Resultados de FastICA en conjunto de datos con amplitud de PEA = $20 \mu V$. **Superior:** Gráfica de máximos valores de SIR que identifican a los CIs asociados al PEA cuando se estiman de 1 a 19 CIs. **Inferior:** De izquierda a derecha, los CIs asociados al PEA cuando se estima de 1 a 19 CIs

Apéndice B. Resultados extendidos de casos de estudio

En la Figura B.3 los resultados de FastICA sobre el conjunto con amplitud de PEA igual a $30 \mu V$, muestra que cuando se estiman de 1 al 8 CIs los valores de SIR son los más bajos en los resultados, del 9 al 16 los valores son muy irregulares mientras que los máximos son cuando se estiman de 17 a 19 CIs.

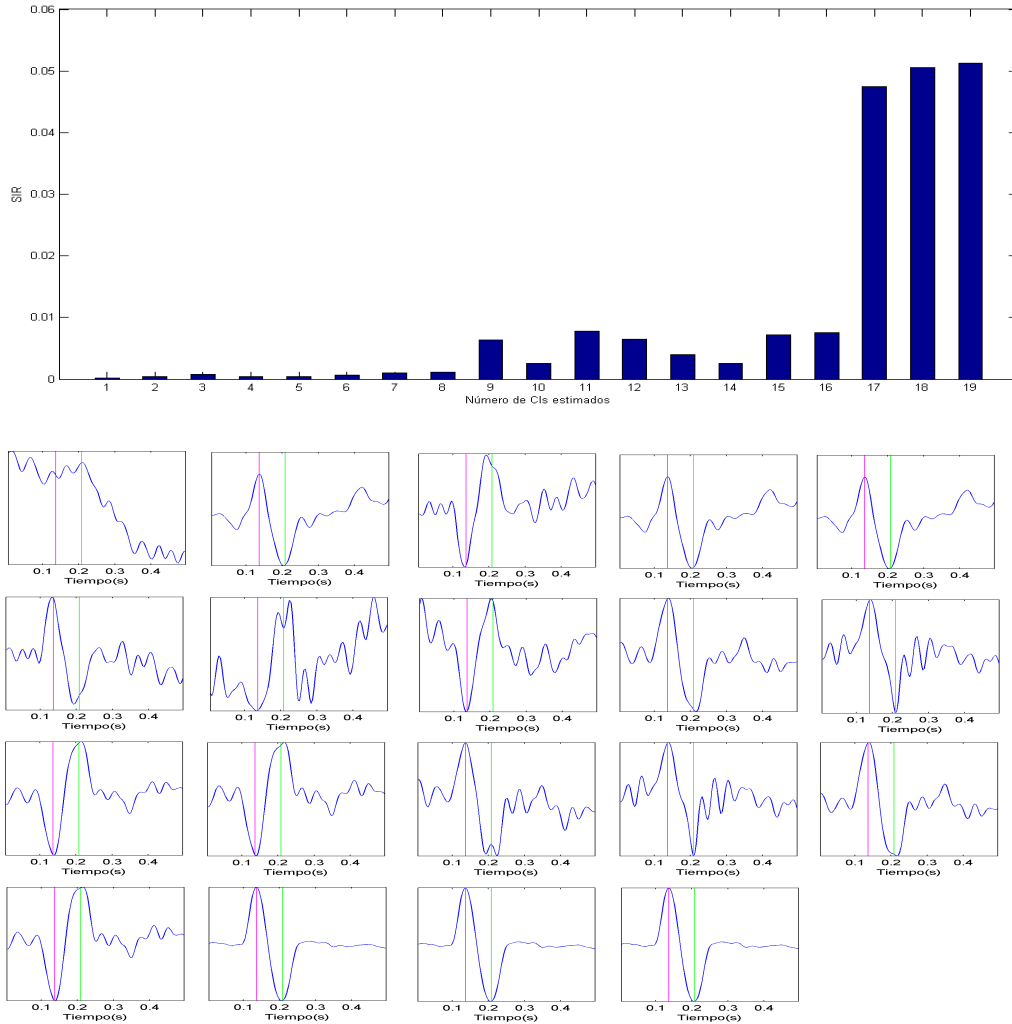


Figura B.3: Resultados de FastICA en conjunto de datos con amplitud de PEA = $30 \mu V$. **Superior:** Gráfica de máximos valores de SIR que identifican a los CIs asociados al PEA cuando se estiman de 1 a 19 CIs. **Inferior:** De izquierda a derecha, los CIs asociados al PEA cuando se estima de 1 a 19 CIs

Apéndice B. Resultados extendidos de casos de estudio

La última Figura de FastICA B.4 corresponde al conjunto donde la amplitud del PEA es de $40 \mu\text{V}$. En esta se mantienen los valores menores de SIR cuando se estiman de 1 a 9 CIs, aumentando y manteniendo casi constante del 10 al 15 y siendo los mayores del 17 al 19.

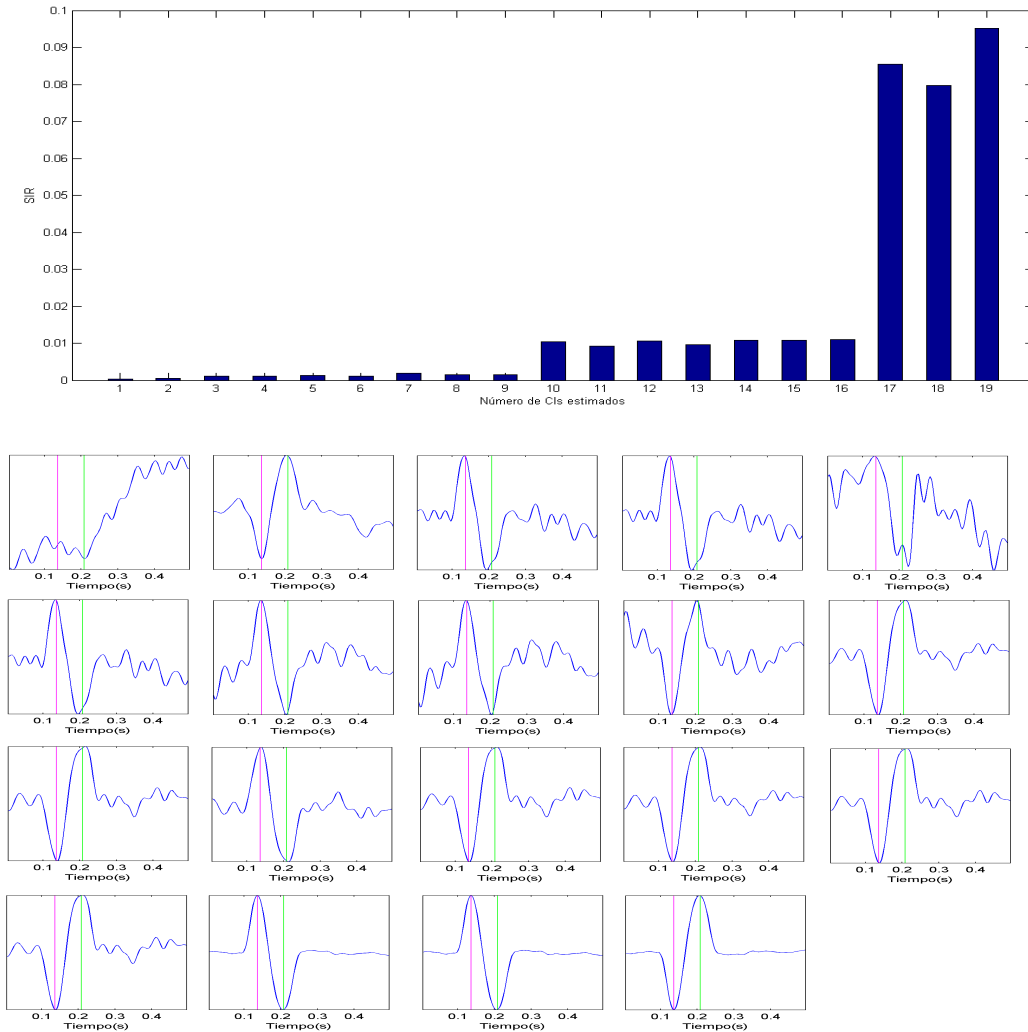


Figura B.4: Resultados de FastICA en conjunto de datos con amplitud de PEA = $40 \mu\text{V}$. **Superior:** Gráfica de máximos valores de SIR que identifican a los CIs asociados al PEA cuando se estiman de 1 a 19 CIs. **Inferior:** De izquierda a derecha, los CIs asociados al PEA cuando se estima de 1 a 19 CIs

Apéndice B. Resultados extendidos de casos de estudio

Para Infomax los resultados se muestran en la Figura B.5 a la B.8. Independientemente de la SNR , el número de CIs con el que se obtienen los menores valores de SIR son del 1 al 7 y aumentan del 9 al 18. Estimando 19 CIs se tiene el CI con menos ruido antes del complejo N100-P200.

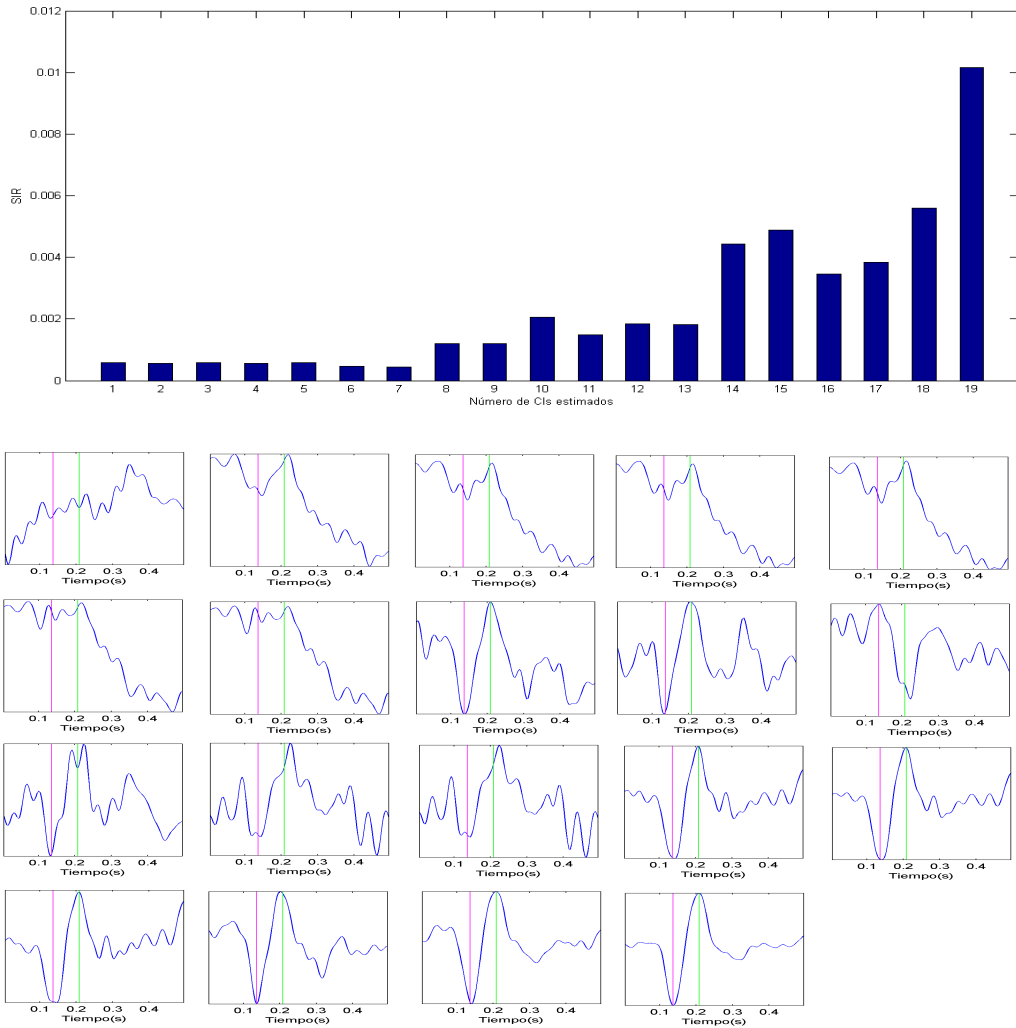


Figura B.5: Resultados de Infomax en conjunto de datos con amplitud de PEA = $10 \mu V$. **Superior:** Gráfica de máximos valores de SIR que identifican a los CIs asociados al PEA cuando se estiman de 1 a 19 CIs. **Inferior:** De izquierda a derecha, los CIs asociados al PEA cuando se estima de 1 a 19 CIs

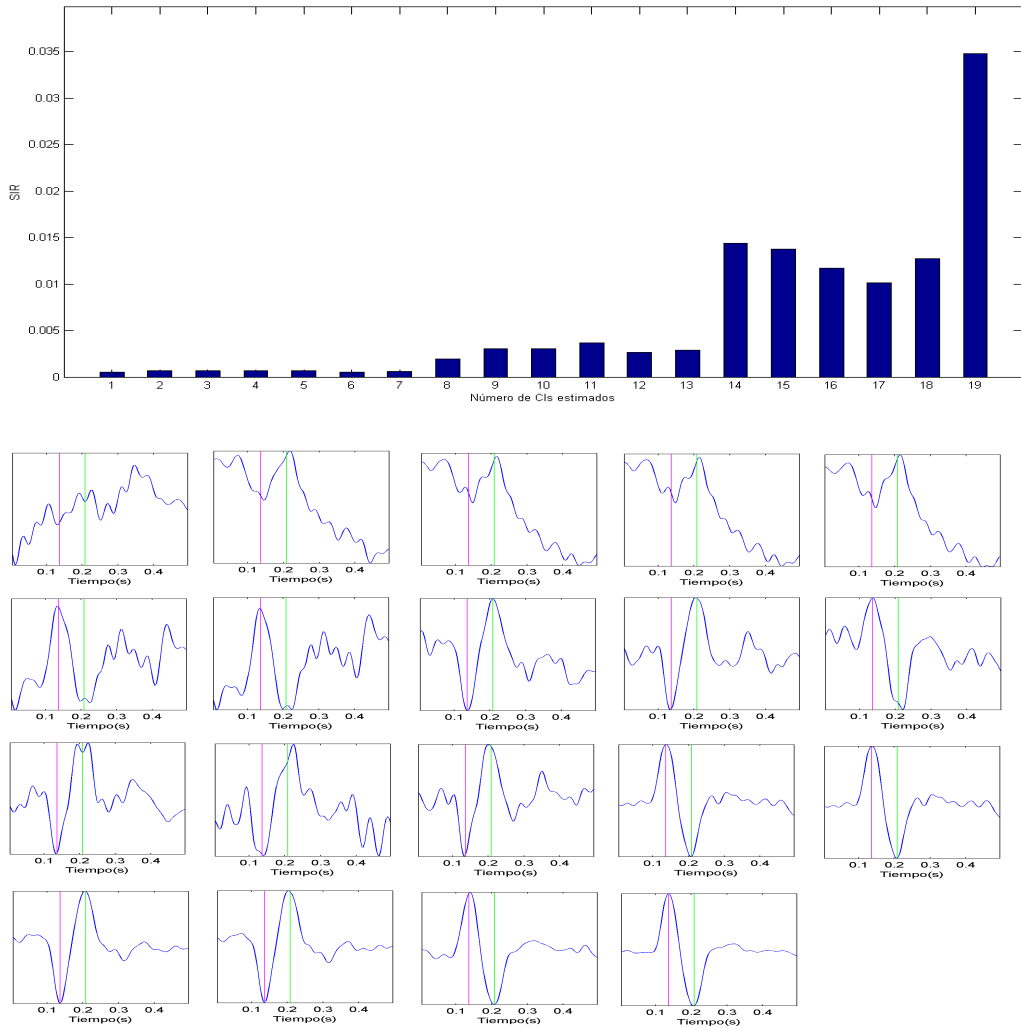


Figura B.6: Resultados de Infomax en conjunto de datos con amplitud de PEA = $20 \mu V$. **Superior:** Gráfica de máximos valores de SIR que identifican a los CIs asociados al PEA cuando se estiman de 1 a 19 CIs. **Inferior:** De izquierda a derecha, los CIs asociados al PEA cuando se estima de 1 a 19 CIs

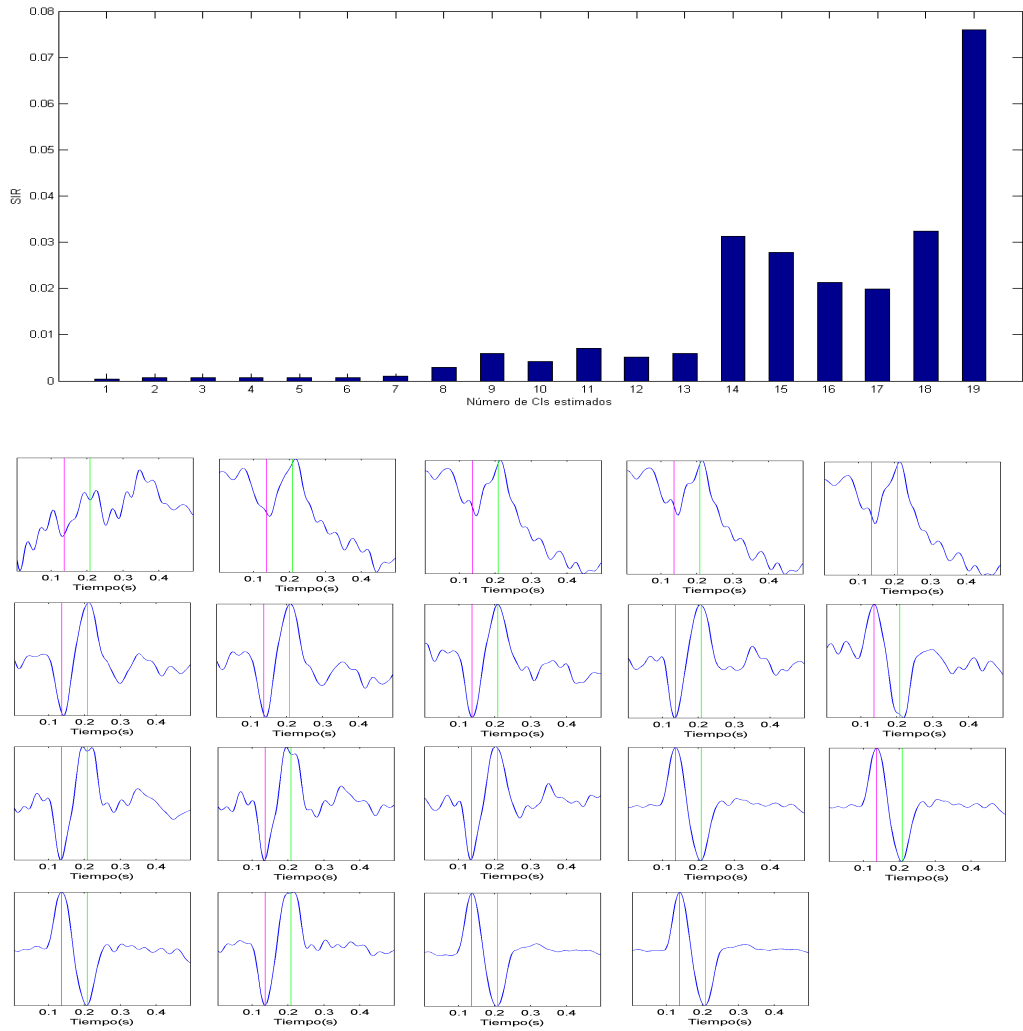


Figura B.7: Resultados de Infomax en conjunto de datos con amplitud de PEA = $30 \mu V$. **Superior:** Gráfica de máximos valores de SIR que identifican a los CIs asociados al PEA cuando se estiman de 1 a 19 CIs. **Inferior:** De izquierda a derecha, los CIs asociados al PEA cuando se estima de 1 a 19 CIs

Apéndice B. Resultados extendidos de casos de estudio

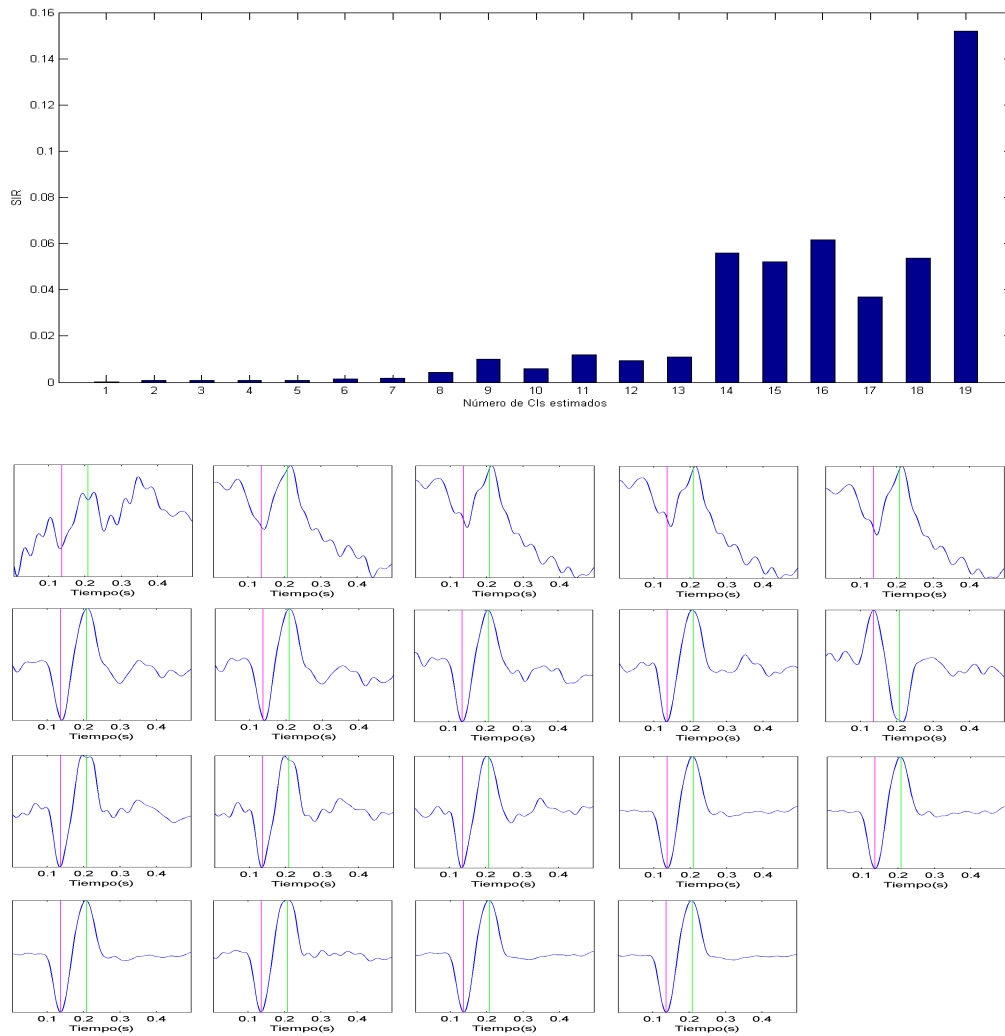


Figura B.8: Resultados de FastICA en conjunto de datos con amplitud de PEA = $40 \mu V$. **Superior:** Gráfica de máximos valores de *SIR* que identifican a los CIs asociados al PEA cuando se estiman de 1 a 19 CIs. **Inferior:** De izquierda a derecha, los CIs asociados al PEA cuando se estima de 1 a 19 CIs

Apéndice B. Resultados extendidos de casos de estudio

En las Figuras B.9 a la B.12 se muestran los resultados del algoritmo SOBI donde independientemente de la $SNRel$ comportamiento es similar. Se tiene un valor de SIR bajo y variable cuando se estiman hasta 13 CIs, de 14 a 18 aumenta para después disminuir y tener su valor máximo cuando se estiman 19 CIs.

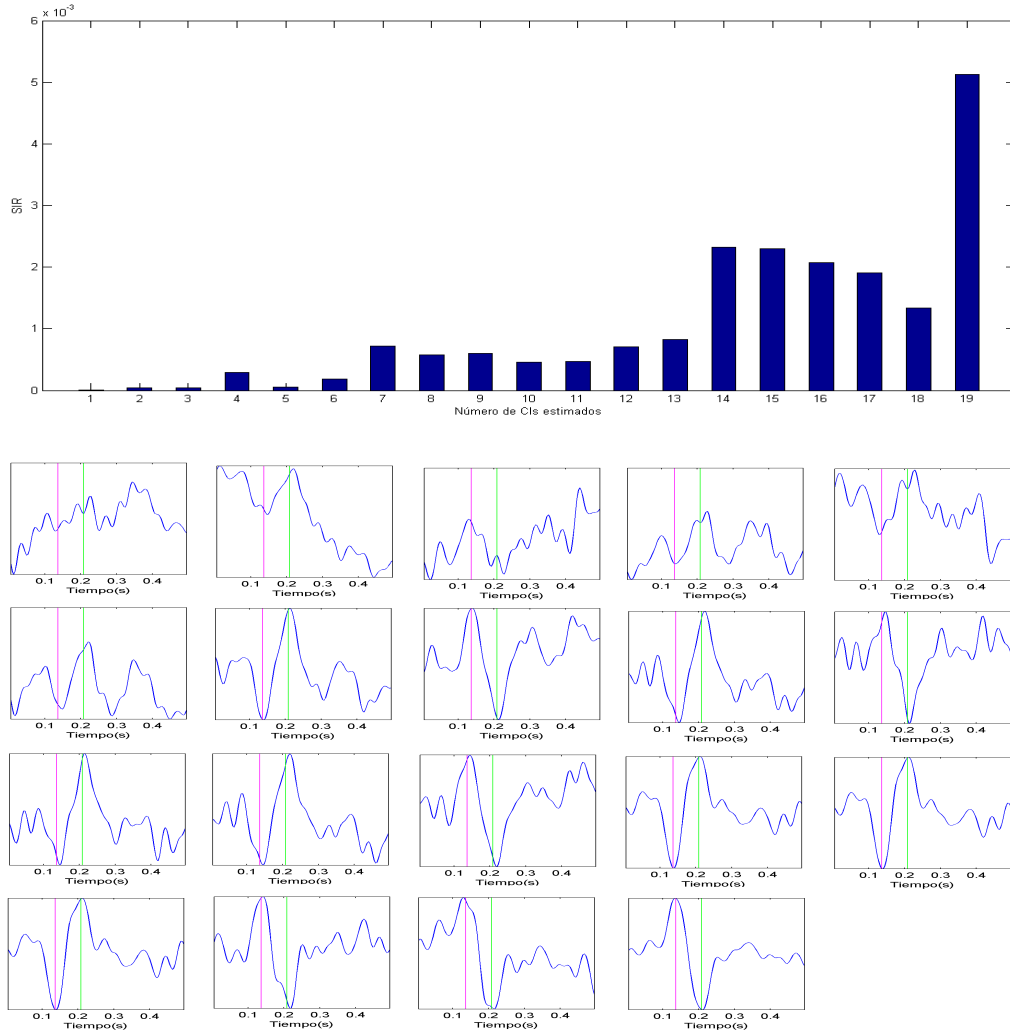


Figura B.9: Resultados de SOBI en conjunto de datos con amplitud de PEA = $10 \mu V$. **Superior:** Gráfica de máximos valores de SIR que identifican a los CIs asociados al PEA cuando se estiman de 1 a 19 CIs. **Inferior:** De izquierda a derecha, los CIs asociados al PEA cuando se estima de 1 a 19 CIs

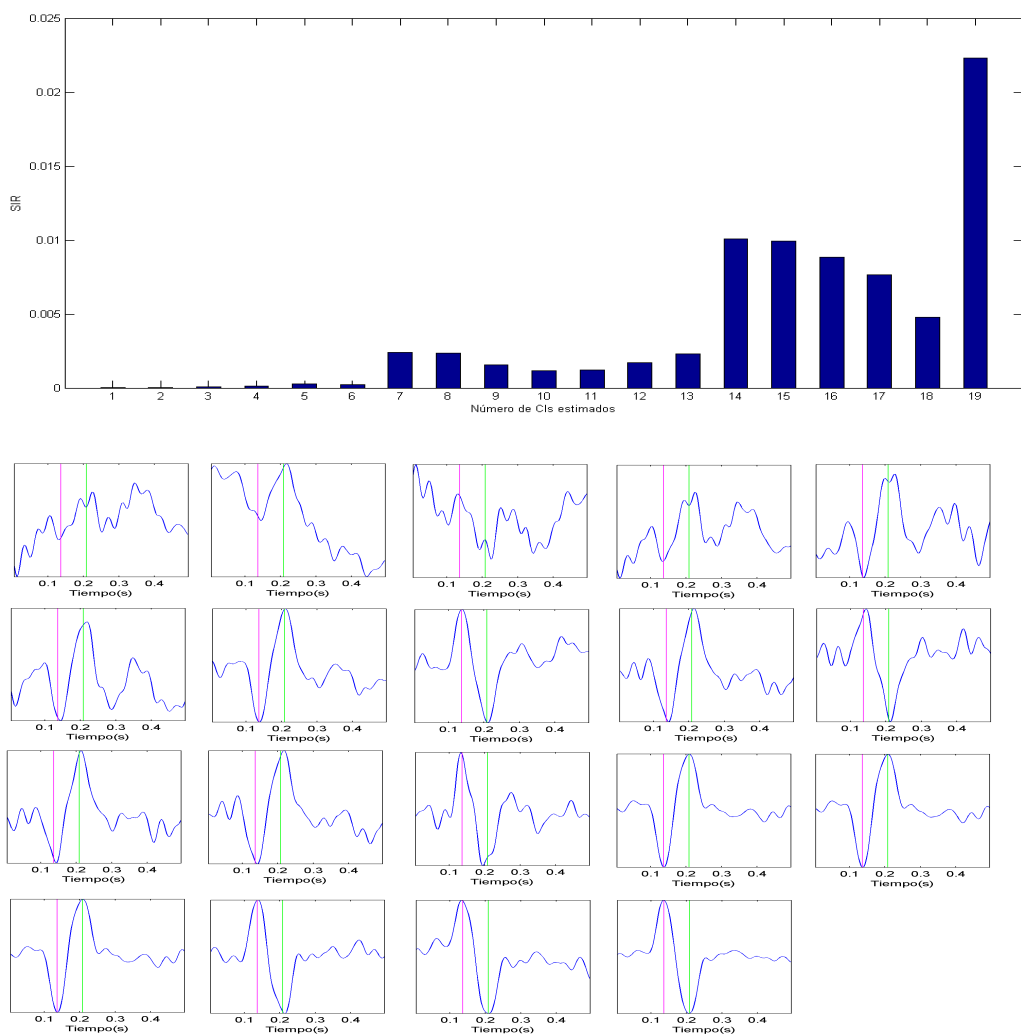


Figura B.10: Resultados de SOBI en conjunto de datos con amplitud de PEA = $20 \mu V$. **Superior:** Gráfica de máximos valores de SIR que identifican a los CIs asociados al PEA cuando se estiman de 1 a 19 CIs. **Inferior:** De izquierda a derecha, los CIs asociados al PEA cuando se estima de 1 a 19 CIs

Apéndice B. Resultados extendidos de casos de estudio

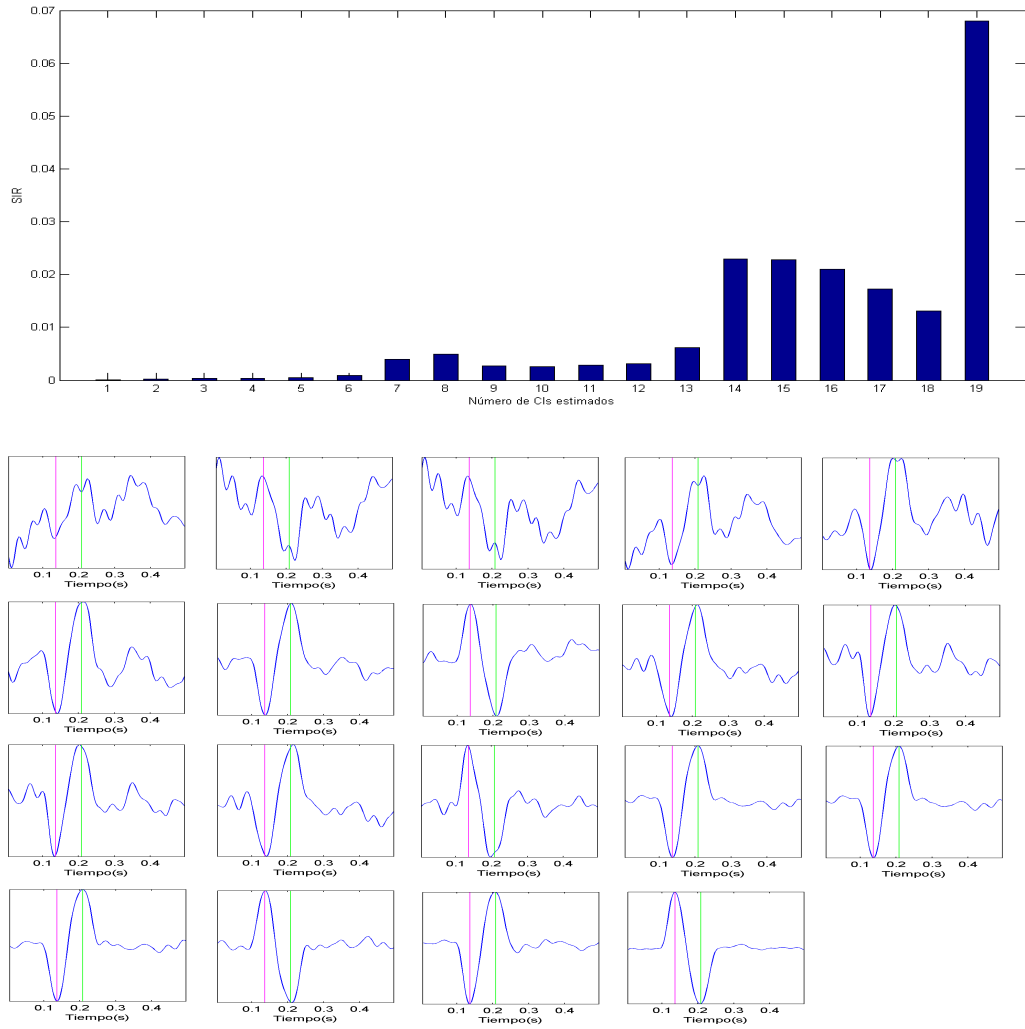


Figura B.11: Resultados de SOBI en conjunto de datos con amplitud de PEA = $30 \mu V$. **Superior:** Gráfica de máximos valores de SIR que identifican a los CIs asociados al PEA cuando se estiman de 1 a 19 CIs. **Inferior:** De izquierda a derecha, los CIs asociados al PEA cuando se estima de 1 a 19 CIs

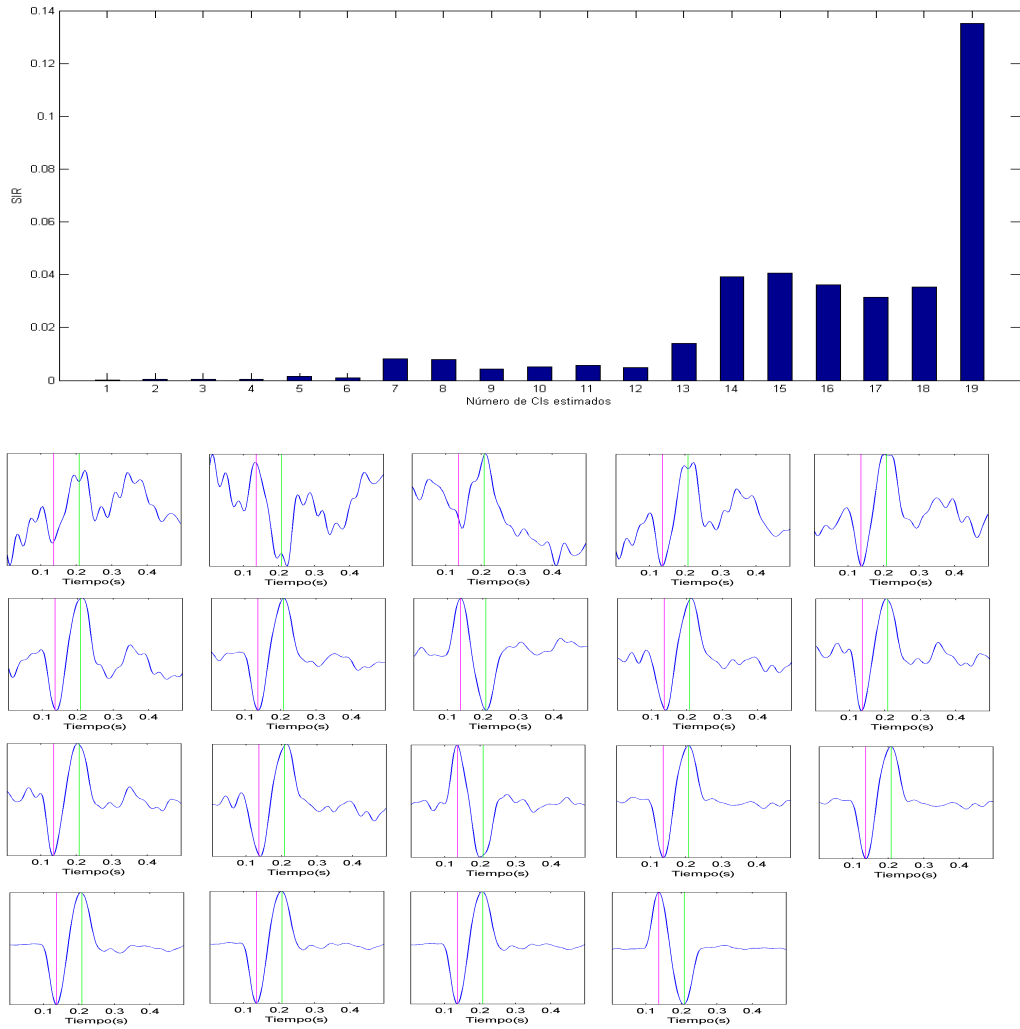


Figura B.12: Resultados de SOBI en conjunto de datos con amplitud de PEA = $40 \mu V$. **Superior:** Gráfica de máximos valores de SIR que identifican a los CIs asociados al PEA cuando se estiman de 1 a 19 CIs. **Inferior:** De izquierda a derecha, los CIs asociados al PEA cuando se estima de 1 a 19 CIs

B.2 Disminución del número de electrodos

Cuando se conoce el origen de la señal que se está buscando se puede limitar la colocación de electrodos a una zona, lo que implica la reducción del número de electrodos colocados sobre la superficie del cuero cabelludo y por lo tanto, reducción del número de registros, observaciones o mezclas, como se menciona en la sección 2.1 en el Marco Teórico.

Asumiendo que el PEA que se está buscando se encuentra en la parte frontocentral de la cabeza, se realiza la agrupación de los electrodos como se menciona en la Tabla 3.4 para construir 5 conjuntos de datos centrados en el electrodo Cz. A cada uno de estos grupos de electrodos se les aplican los algoritmos de ICA con sus parámetros óptimos sin realizar la reducción de dimensiones, es decir, manteniendo el número de CIs a estimar igual al número de registros o canales. Posteriormente se realiza la evaluación de cada CI estimado con el índice *SIR* para nuevamente seleccionar el valor máximo como indicador de CI asociado al PEA.

En las Figuras B.13 a la B.15 se grafican los resultados de los algoritmos. En la parte superior se muestran los valores de *SIR* con los que se identifican los CIs para los cinco grupos de electrodos formados para los conjuntos con diferentes amplitudes del PEA, es de notar que los algoritmos mantienen un comportamiento de proporcionalidad del índice *SIR* con la *SNR* del PEA. En la parte inferior se grafican los CIs promediados que corresponden a dichos valores de *SIR*, donde cada fila corresponde a los resultados de cada conjunto con diferente *SNR*.

Tabla B.1: Valores de *SIR* en las pruebas de reducción de número de CIs estimados

		Valores de <i>SIR</i> . Disminución de número de CIs estimados.											
		FastICA				INFOMAX				SOBI			
CIs estimados	Amplitud de PEA (μV)	10	20	30	40	10	20	30	40	10	20	30	40
	1	2.12E-04	1.69E-04	2.25E-04	2.30E-04	2.30E-04	5.89E-04	4.84E-04	3.90E-04	3.05E-04	5.99E-06	3.03E-05	7.33E-05
2	2.14E-04	2.25E-04	3.77E-04	5.92E-04	5.92E-04	5.69E-04	6.56E-04	7.52E-04	8.56E-04	4.40E-05	4.27E-05	2.51E-04	3.94E-04
3	1.34E-04	2.20E-04	7.63E-04	1.14E-03	1.14E-03	5.75E-04	6.57E-04	7.45E-04	8.39E-04	3.57E-05	6.39E-05	3.65E-04	3.65E-04
4	2.15E-04	2.28E-04	3.78E-04	1.10E-03	1.10E-03	5.57E-04	6.36E-04	7.18E-04	8.06E-04	2.94E-04	1.33E-04	2.88E-04	5.10E-04
5	2.09E-04	3.10E-04	3.80E-04	1.19E-03	1.19E-03	5.82E-04	6.81E-04	7.88E-04	9.05E-04	5.06E-05	2.62E-04	5.10E-04	1.54E-03
6	2.12E-04	2.99E-04	6.28E-04	1.00E-03	1.00E-03	4.52E-04	5.27E-04	7.63E-04	1.33E-03	1.84E-04	2.06E-04	8.82E-04	9.43E-04
7	2.15E-04	7.21E-04	1.02E-03	1.81E-03	1.81E-03	4.36E-04	6.16E-04	1.07E-03	1.83E-03	7.20E-04	2.39E-03	3.98E-03	8.25E-03
8	3.61E-04	1.60E-03	1.17E-03	1.43E-03	1.43E-03	1.20E-03	1.96E-03	2.93E-03	4.14E-03	5.80E-04	2.35E-03	4.91E-03	8.03E-03
9	1.82E-03	2.24E-03	6.38E-03	1.56E-03	1.56E-03	1.19E-03	3.06E-03	5.92E-03	9.96E-03	5.97E-04	1.55E-03	2.72E-03	4.33E-03
10	1.85E-03	7.79E-04	2.61E-03	1.03E-02	1.03E-02	2.05E-03	3.03E-03	4.26E-03	5.77E-03	4.58E-04	1.15E-03	2.54E-03	5.14E-03
11	1.64E-03	3.83E-03	7.83E-03	9.16E-03	9.16E-03	1.49E-03	3.67E-03	7.03E-03	1.19E-02	4.72E-04	1.20E-03	2.83E-03	5.67E-03
12	1.57E-03	3.81E-03	6.53E-03	1.05E-02	1.05E-02	1.84E-03	2.60E-03	5.11E-03	9.28E-03	7.04E-04	1.71E-03	3.10E-03	4.78E-03
13	1.39E-03	3.74E-03	3.93E-03	9.69E-03	9.69E-03	1.83E-03	2.84E-03	5.94E-03	1.09E-02	8.28E-04	2.29E-03	6.10E-03	1.39E-02
14	1.49E-03	4.05E-03	2.51E-03	1.07E-02	1.07E-02	4.43E-03	1.44E-02	3.14E-02	5.60E-02	2.33E-03	1.01E-02	2.29E-02	3.93E-02
15	1.37E-03	4.06E-03	7.16E-03	1.09E-02	1.09E-02	4.89E-03	1.37E-02	2.78E-02	5.20E-02	2.30E-03	9.92E-03	2.28E-02	4.06E-02
16	5.96E-03	1.90E-02	7.57E-03	1.11E-02	1.11E-02	3.45E-03	1.17E-02	2.12E-02	6.15E-02	2.08E-03	8.86E-03	2.10E-02	3.62E-02
17	6.04E-03	2.21E-02	4.75E-02	8.54E-02	8.54E-02	3.84E-03	1.01E-02	1.99E-02	3.71E-02	1.91E-03	7.67E-03	1.73E-02	3.14E-02
18	6.36E-03	2.36E-02	5.05E-02	7.97E-02	7.97E-02	5.59E-03	1.27E-02	3.25E-02	5.36E-02	1.33E-03	4.76E-03	1.32E-02	3.54E-02
19	6.49E-03	2.37E-02	5.13E-02	9.51E-02	9.51E-02	1.02E-02	3.48E-02	7.60E-02	1.52E-01	5.13E-03	2.23E-02	6.80E-02	1.35E-01

Apéndice B. Resultados extendidos de casos de estudio

Los resultados para el algoritmo FastICA se muestran en la Figura B.13 donde los valores de SIR tienen un comportamiento variable ante el agrupamiento de los electrodos independientemente del conjunto de datos aplicado. Sin embargo el efecto de la SNR se aprecia en los CIs graficados que aunque permiten la identificación del complejo N100-P200 del PEA tienen menor variación antes y después del complejo identificado.

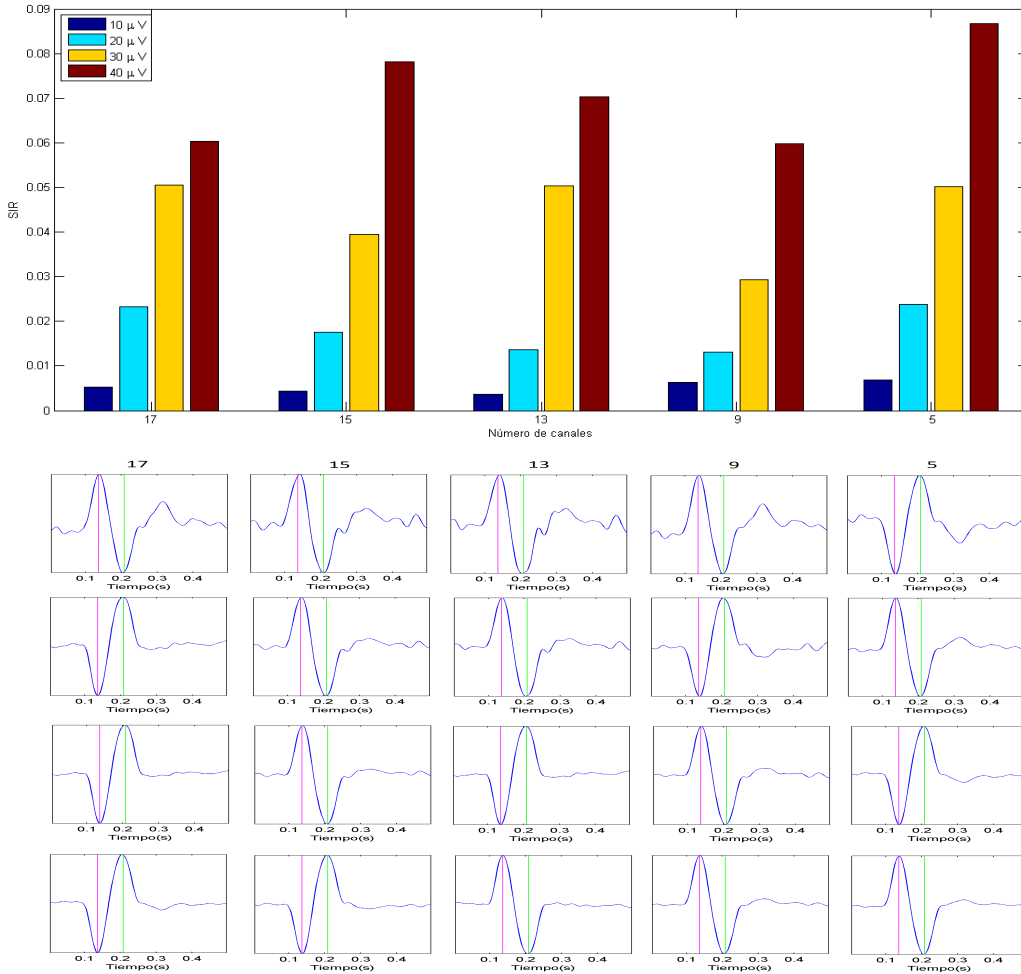


Figura B.13: Resultados del algoritmo FastICA Superior: Valores de SIR para identificar al CI asociado al PEA en cada grupo de electrodos. Inferior: Los CIs identificados como asociados al PEA para cada grupo de electrodos. Amplitud del PEA en conjunto analizado en la fila: 1) 10 μV , 2) 20 μV , 3) 30 μV , 4) 40 μV

La Figura B.14 corresponde a los resultados para el algoritmo Infomax. Los valores de SIR además de ser más altos que los resultados de FastICA tienen un comportamiento más constante ante los diferentes valores de SNR . De igual manera se puede identificar el complejo N100-P200 en los CIs con la diferencia de que la variación antes y después del complejo .

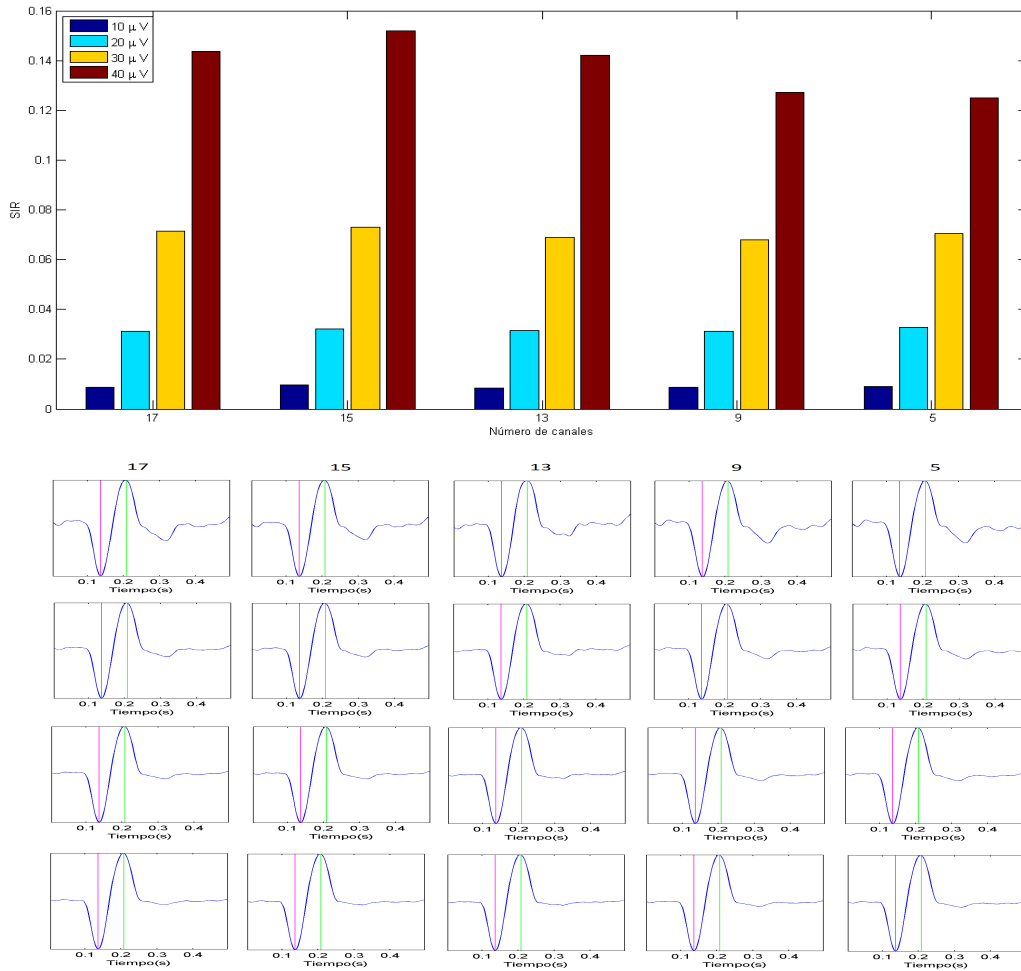


Figura B.14: Resultados del algoritmo Infomax **Superior:** Valores de SIR para identificar al CI asociado al PEA en cada grupo de electrodos. **Inferior:** Los CIs identificados como asociados al PEA para cada grupo de electrodos. Amplitud del PEA en conjunto analizado en la fila: 1) $10 \mu V$, 2) $20 \mu V$, 3) $30 \mu V$, 4) $40 \mu V$

Apéndice B. Resultados extendidos de casos de estudio

Los resultados para el algoritmo SOBI se presentan en la Figura B.15. Los valores de SIR graficados carecen de un comportamiento estable ante los cambios de SNR , lo cual puede notarse al observar las barras en amarillo que corresponden al índice SIR de los resultados de aplicar SOBI al conjunto con PEA de amplitud $30 \mu V$. Cuando se utilizan 13 electrodos el valor de SIR es casi el mismo al resultado obtenido sobre el conjunto con PEA de amplitud $20 \mu V$.

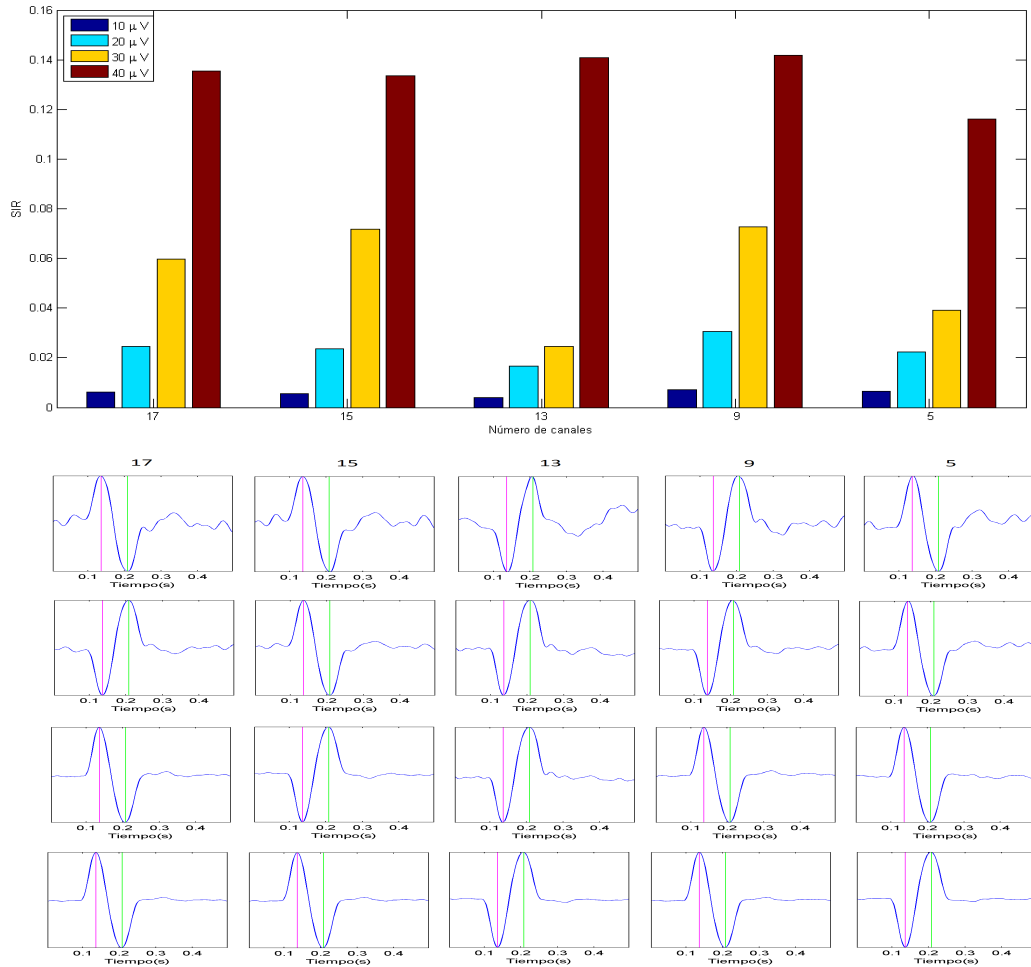


Figura B.15: Resultados del algoritmo SOBI **Superior**: Valores de SIR para identificar al CI asociado al PEA en cada grupo de electrodos. **Inferior**: Los CIs identificados como asociados al PEA para cada grupo de electrodos. Amplitud del PEA en conjunto analizado en la fila: 1) $10 \mu V$, 2) $20 \mu V$, 3) $30 \mu V$, 4) $40 \mu V$

Apéndice B. Resultados extendidos de casos de estudio

La comparación de los valores de *SIR* obtenidos en la prueba de reducción de número de CIs y de número de electrodos se muestran en la Tabla B.2

Tabla B.2: Comparación de los valores de *SIR* reduciendo el número de CIs estimados y el número de electrodos usados

Comparación de valores de <i>SIR</i> de las pruebas.										
FastICA										
No.de CIs	Amplitud de PEA				No. de electrodos	No. de CIs	Amplitud de PEA			
	10	20	30	40			10	20	30	40
17	6.04E-03	2.21E-02	4.75E-02	8.54E-02	17	5.21E-03	2.32E-02	5.06E-02	6.03E-02	
15	1.37E-03	4.06E-03	7.16E-03	1.09E-02	15	4.30E-03	1.75E-02	3.95E-02	7.81E-02	
13	1.39E-03	3.74E-03	3.93E-03	9.69E-03	13	3.59E-03	1.36E-02	5.03E-02	7.04E-02	
9	1.82E-03	2.24E-03	6.38E-03	1.56E-03	9	6.35E-03	1.31E-02	2.94E-02	5.98E-02	
5	2.09E-04	3.10E-04	3.80E-04	1.19E-03	5	6.86E-03	2.38E-02	5.02E-02	8.68E-02	
Infomax										
No.de CIs	Amplitud de PEA				No. de electrodos	No. de CIs	Amplitud de PEA			
	10	20	30	40			10	20	30	40
17	3.84E-03	1.01E-02	1.99E-02	3.71E-02	17	8.84E-03	3.12E-02	7.16E-02	1.44E-01	
15	4.89E-03	1.37E-02	2.78E-02	5.20E-02	15	9.52E-03	3.20E-02	7.30E-02	1.52E-01	
13	1.83E-03	2.84E-03	5.94E-03	1.09E-02	13	8.54E-03	3.14E-02	6.88E-02	1.42E-01	
9	1.19E-03	3.06E-03	5.92E-03	9.96E-03	9	8.80E-03	3.12E-02	6.79E-02	1.27E-01	
5	5.82E-04	6.81E-04	7.88E-04	9.05E-04	5	9.18E-03	3.28E-02	7.06E-02	1.25E-01	
SOBI										
No.de CIs	Amplitud de PEA				No. de electrodos	No. de CIs	Amplitud de PEA			
	10	20	30	40			10	20	30	40
17	1.91E-03	7.67E-03	1.73E-02	3.14E-02	17	6.05E-03	2.45E-02	5.99E-02	1.35E-01	
15	2.30E-03	9.92E-03	2.28E-02	4.06E-02	15	5.45E-03	2.37E-02	7.17E-02	1.34E-01	
13	8.28E-04	2.29E-03	6.10E-03	1.39E-02	13	3.90E-03	1.65E-02	2.45E-02	1.40E-01	
9	5.97E-04	1.55E-03	2.72E-03	4.33E-03	9	7.22E-03	3.07E-02	7.29E-02	1.42E-01	
5	5.06E-05	2.62E-04	5.10E-04	1.54E-03	5	6.40E-03	2.25E-02	4.00E-02	1.16E-01	

Bibliografía

- [1] D. J. Islas Marroquín, *Registro Electrofisiológico para el Diagnóstico de la Patología de la Comunicación Humana*, ch. III. Bases de la electroencefalografía, pp. 27–31. México D.F.: Secretaria de Salud. Instituto Nacional de la Comunicación Humana, 1997. ISBN=9688115185.
- [2] D. M. Rossete de Díaz, *Registro Electrofisiológico para el Diagnóstico de la Patología de la Comunicación Humana*, ch. XI. Potenciales Provocados Auditivos, Potenciales Provocados de TalloCerebral, fundamento y aplicaciones en la hipoa-cusia infantil, pp. 143–153. México D.F.: Secretaria de Salud. Instituto Nacional de la Comunicación Humana, 1997. ISBN=9688115185.
- [3] K. Chiappa, *Evoked Potentials in Clinical Medicine*. Liprincott Raven, 3 ed., 1997.
- [4] J. Barajas de Prat, F. Zenker Castro, and R. Fernández Belda, *Tratado de Otorri-nologología y Cirugía de Cabeza y Cuello*, ch. Potenciales Evocados Auditivos, pp. 1133–1155. Argentina: Editorial Medica Panamericana, 2 ed., 2007. ISBN=978-84-9835-076-0.
- [5] P. L. Nunez and R. Srinivasan, *Electric fields of the brain: The neurophysics of EEG*. London, UK: Oxford University Press, 2 ed., 2006.
- [6] N. Kraus and T. Nicol, *Encyclopedia of Neuroscience*, ch. Auditory Evoked Poten-tials, pp. 214–218. Berlin: Springer, 2009.
- [7] A. Hyvärinen and E. Oja, “Independent Component Analysis: Algorithms and Applications,” *Neural Networks*, vol. 13, pp. 411–430, 2000.

- [8] T.-P. Jung, S. Makeig, M. Westerfield, J. Townsend, E. Courchesne, and T. J. Sejnowski, "Removal of eye activity artifacts from visual event-related potentials in normal and clinical subjects," *Clinical Neurophysiology*, vol. 111, pp. 1745–1758, 2000.
- [9] C. A. Joyce, I. F. Gorodnitsky, and M. Kutas, "Automatic removal of eye movement and blink artifacts from EEG data using blind component separation," *Psychophysiology*, vol. 41, pp. 313–325, 2004.
- [10] D. Mantini, K. E. H. II, G. Alleva, and S. Comani, "Performance comparison of independent component analysis algorithms for fetal cardiac signal reconstruction: a study on synthetic fMCG data," *Phys. Med. Biol.*, vol. 51, pp. 1033–1046, 2006.
- [11] A. Delorme, T. Sejnowski, and S. Makeig, "Enhanced detection of artifacts in EEG data using higher-order statistics and independent component analysis," *NeuroImage*, vol. 34, pp. 1443–1449, 2007.
- [12] D. Iyer and G. Zouridakis, "Single-trial evoked potential estimation: Comparison between independent component analysis and wavelet denoising," *Clinical Neurophysiology*, vol. 118, pp. 495 – 504, 2006.
- [13] M. Klemm, J. Haueisen, and G. Ivanova, "Independent component analysis: comparison of algorithms for the investigation of surface electrical brain activity," *Med. Biol. Eng. Comput.*, vol. 47, pp. 413–423, 2009.
- [14] N. Castañeda Villa and C. J. James, "The selection of optimal ICA algorithm parameters for robust AEP component estimates using 3 popular ICA algorithms," in *30th Annual International IEEE EMBS Conference*, (Vancouver British Columbia Canada), pp. 5216–5219, August 2008.
- [15] N. Castañeda Villa and C. J. James, "Independent Component Analysis for Auditory Evoked Potentials and Cochlear Implant Artifact Estimation," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 58-2, pp. 348–354, 2011.

- [16] F. C. Viola, J. D. Thorne, S. Bleeck, J. Eyles, and S. Debener, "Uncovering auditory evoked potentials in cochlear implant users with independent component analysis," *Psychophysiology*, vol. 1-11, pp. 1–10, 2011. DOI: 10.1111/j.1469-8986.2011.01224.x.
- [17] F. C. Viola, M. de Vos, J. Hine, P. Sandmann, S. Bleeck, J. Eyles, and S. Debener, "Semi-automatic attenuation of cochlear implant artifacts for the evaluation of late auditory evoked potentials," *Hearing Research*, vol. 284, pp. 6–15, 2012. DOI: 10.1016/j.heares.2011.12.010.
- [18] J. Walter Williams and Y. Li, "Performance Comparison of Known ICA Algorithms to Wavelet-ICA Merger," *Signal Processing: An International Journal*, vol. 5, pp. 80–88, 2011.
- [19] J. Malmivuo and R. Plonsey, *Bioelectromagnetism - Principles and Applications of Bioelectric and Biomagnetic Fields*. New York: Oxford University Press, 1995.
- [20] N. Srinivasan, "Cognitive neuroscience of creativity: EEG based approaches," *Methods*, vol. 42, pp. 109–116, 2007.
- [21] C. J. James and C. W. Heese, "Independent component analysis for biomedical signals," *Physiological Measurement*, vol. 26, pp. R15–R39, 2005.
- [22] S. A. Shamma, M. Elhilail, and C. Micheyl, "Temporal coherence and attention in auditory scene analysis," *Trends in Neuroscience*, vol. 34-3, pp. 114–123, 2011.
- [23] J. M. Dermott, "The cocktail party problem," *Current Biology*, vol. 19, pp. R1024–R1027, 2009.
- [24] A. Mansour, A. K. Barros, and N. Ohnishi, "Blind Separation of Sources: Methods, Assumptions and Applications," *IEICE Transaction Fundamentals*, vol. E83-A, pp. 1498–1512, 2000.
- [25] L. Mesin, A. Holohar, and R. Merletti, *Advanced Methods of Biomedical Signal Processing*, ch. 15: Blind Source Separation: Application to Biomedical Signals. Hoboken, NJ, USA.: John Wiley and Sons, Inc, 2 ed., 2011. doi: 10.1002/9781118007747.

- [26] T. Cover and J. Thomas, *Elements of Information Theory*, ch. 2: Entropy, Relative Entropy and Mutual Information. USA: John Wiley and Sons, Inc, 2 ed., 1991.
- [27] J.-F. Cardoso and T. W. Lee, “Dependence, Correlation and Gaussianity in Independent Component Analysis,” *Journal of Machine Learning Research*, vol. 4, pp. 1177–1203, 2003.
- [28] Y. Li, D. Powers, and J. Peach, “Comparison of Blind Source Separation Algorithms,” *WSES Advances in Neural Networks and Applications*, pp. 18–21, 2000.
- [29] A. J. Bell and T. J. Sejnowski, “An information-maximisation approach to blind separation and blind deconvolution,” *Neural Computation*, vol. 7, pp. 1129–1159, 1995.
- [30] A. Belouchrani, K. Amed Meraim, J. F. Cardoso, and E. Moulines, “A Blind Source Separation Technique Using Second Order Statistics,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45-2, pp. 434–444, 1997.
- [31] K. Nordhausen, E. Ollila, and H. Oja, “On the Performance Indices of ICA and Blind Source Separation,” *IEEE 12th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, pp. 461–465, 2011.
- [32] S. Amari, A. Cichocki, and H. H. Yang, “A New Learning Algorithm for Blind Signal Separation,” in *Advances in Neural Information Processing Systems*, pp. 757–763, MIT Press, 1996.
- [33] G. Gómez Herrero, A. Gotchev, and K. Egiazarian, “Distortion Measures for Sparse Signals,” in *International Conference on Computer Systems and Technologies*, pp. III.9-1 –III.9-6, 2005.
- [34] P. E. McSharry, G. D. Clifford, L. Tarassenko, and L. A. Smith, “A Dynamical Model for Generating Synthetic Electrocardiogram Signals,” *IEEE Trans. on Biomed. Engin*, vol. 50-3, pp. 289–294, 2003.

- [35] V. Makinen, H. Tiitinen, and P. May, "Auditory event related responses are generated independently of ongoing brain activity," *Neuroimage*, vol. 24, pp. 961–968, 2005.
- [36] N. Yeung, R. Bogacz, C. B. Holroyd, S. Nieuwenhuis, and J. D. Cohen, "Theta phase-resetting and the error-related negativity," *Psychophysiology*, vol. 44, pp. 39–49, 2007.
- [37] N. Yeung, R. Bogacz, C. B. Holroyd, and J. D. Cohen, "Detection of synchronized oscillations in the electroencephalogram: An evaluation of methods," *Psychophysiology*, vol. 41, pp. 822–832, 2004. j.1469-8986.2004.00239.x.
- [38] A. Hyvärinen, "Independent component analysis: recent advances," *Phil Trans R Soc A*, vol. 371: 20110534, 2013. <http://dx.doi.org/10.1098/rsta.2011.0534>.
- [39] A. Hyvärinen and E. Oja, "A Fast Fixed-Point Algorithm for Independent Component Analysis," *Neural Computation*, vol. 11-1, pp. 157–192, 1999.
- [40] J. Himberg and A. Hyvärinen, "ICASSO: SOFTWARE FOR INVESTIGATING THE RELIABILITY OF ICA ESTIMATES BY CLUSTERING AND VISUALIZATION," In *Proceed (2003) IEEE Workshop in Neural Networks for Signal Processing (NNSP2003)*, 2003.
- [41] A. Delorme and S. Makeig, "EEGLAB: An open source toolbox for analysis of single-trial EEG dynamics including independent component analysis," *Journal of Neuroscience Methods*, vol. 13, pp. 9–21, 2004.
- [42] S. Baloch, H. Krim, and M. Genton, "Robust independent component analysis," in *Statistical Signal Processing, 2005 IEEE/SP 13th Workshop on*, pp. 61–64, July 2005.
- [43] J.-C. Chao and S. C. Douglas, "A Simple and Robust Fastica Algorithm Using the Hubber M-Estimator Cost Function," in *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP 2006 Proceedings*, vol. 5, pp. V–V, IEEE, 2006.

- [44] R. Banerjee, “Fair M-Estimators as a cost function for FASTICA,” in *Signal Processing and Communication (ICSC), 2013 International Conference on*, pp. 445–448, Dec 2013.
- [45] G. Clifford, *Course materials for HST.582J / 6.555J / 16.456J, Biomedical Signal and Image Processing*. mit opencourseware (<http://ocw.mit.edu>) ed., 2007.
- [46] J. Hernández Orallo, M. J. Ramirez Quintana, and C. Ferri Ramírez, *Introducción a la Minería de Datos*. Madrid, España: Pearson-Prentice Hall, 2 ed., 2008.
- [47] A. Cichocki and S. ichi Amari, *Adaptive Blind Signal and Image Processing Learning Algorithms*. John Willey and Sons Inc., 2002.