
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
DIVISIÓN DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANIDADES
DOCTORADO EN CIENCIAS ECONÓMICAS

DESEMPLEO INVOLUNTARIO EN
EQUILIBRIO GENERAL COMPETITIVO

TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTORA EN CIENCIAS ECONÓMICAS

PRESENTA:

ABIGAIL RODRÍGUEZ NAVA

DIRECTOR DE TESIS:

DR. FERNANDO ANTONIO NORIEGA UREÑA

JUNIO DE 2005

ÍNDICE

CONTENIDO	PÁGINAS
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 Planteamiento del problema de investigación	1
1.2 Hipótesis de trabajo	1
1.3 Metodología y organización de la investigación para la contrastación de las hipótesis	2
1.4 Principales resultados	3
2. EL CONCEPTO DE DESEMPLEO INVOLUNTARIO	12
3. LA TEORÍA NEOCLÁSICA	21
3.1 Introducción	21
3.2 Equilibrio general competitivo	27
3.2.1 Condiciones iniciales	27
3.2.2 Cálculo económico de los agentes	28
3.2.3 Equilibrio general	36
3.2.4 Neutralidad del dinero	37
3.2.5 Resultados de desempleo	37
3.3 Crecimiento neoclásico (Solow - Swan, 1956)	40
3.3.1 Antecedentes	40
3.3.2 Crecimiento de estado estacionario	42
3.3.3 Crecimiento de estado estacionario con depreciación	43
3.3.4 Estabilidad del sistema	47
3.3.5 Modificaciones en la tasa de crecimiento de la población y en la tasa de ahorro	52
3.3.6 Crecimiento con progreso tecnológico	53
3.3.7 Desempleo en contextos de crecimiento exógeno	56
3.4 Crecimiento óptimo	58
3.4.1 La tasa óptima de ahorro (Ramsey, 1928)	59

3.4.2 Crecimiento óptimo (Ramsey - Cass - Koopmans, 1965)	64
3.4.3 Crecimiento en generaciones traslapadas (Samuelson, 1958; Diamond, 1965)	75
3.4.4 El desempleo en los modelos de crecimiento óptimo	80
3.5 Competencia imperfecta (Pissarides, 1990)	82
3.5.1 Estructura en el corto plazo	82
3.5.2 El contexto dinámico	101
3.5.3 El desempleo en competencia imperfecta	118
4. LA TEORÍA GENERAL DE LA OCUPACIÓN, EL INTERÉS Y EL DINERO	123
4.1 Introducción	123
4.2 Crítica a la Teoría Neoclásica	131
4.3 Teoría del consumo	144
4.4 Teoría de la inversión	154
4.5 Teoría de la ocupación	170
4.6 Teoría del dinero	181
4.7 Teoría de los precios y de la tasa de interés	187
5 LA NUEVA ECONOMÍA KEYNESIANA	207
5.1 Introducción	207
5.2 Salarios de eficiencia	210
5.2.1 Modelo básico de salarios de eficiencia (Solow, 1979)	219
5.2.2 El desempleo como mecanismo de disciplina en el trabajo (Shapiro - Stiglitz, 1984)	221
5.2.3 Equilibrio general con salarios de eficiencia. Crítica: Demostración de exogeneidad de la rigidez salarial	232
5.2.4 El desempleo en los modelos de salarios de eficiencia	252
5.3 Contratos implícitos	255
5.3.1 Salarios y empleo con incertidumbre de demanda (Baily, 1974)	256
5.3.2 Contratos implícitos con información simétrica y con información asimétrica (Azariadis y Stiglitz, 1983)	268
5.3.3 El desempleo en modelos de contratos implícitos	278
5.4 Negociación salarial	280

5.4.1	Negociación salarial y empleo (McDonald y Solow, 1981)	280
5.4.2	El desempleo en la negociación salarial	285
5.5	Costos de menú	286
5.5.1	Pequeños costos de menú y ciclos de negocios (Mankiw, 1985)	288
5.5.2	Ejemplo empírico de los efectos de los costos de menú	294
5.5.3	El desempleo en presencia de costos de menú	296
5.6	Fallas de coordinación	298
5.6.1	Efectos de las fallas de coordinación (Cooper - John, 1988)	299
5.6.2	El desempleo resultante de las fallas de coordinación	307
6	LA NUEVA MACROECONOMÍA CLÁSICA	310
6.1	Introducción	310
6.2	Modelos de shocks monetarios	318
6.2.1	Inflación y desempleo bajo expectativas racionales (Lucas, 1973)	318
6.2.2	Contratos de trabajo de largo plazo con expectativas racionales (Fischer, 1977)	330
6.3	Ciclos reales con shocks de productividad	339
6.3.1	Shocks de productividad en generaciones traslapadas	340
6.3.2	Shocks de productividad en modelos de crecimiento óptimo	343
6.3.3	Shocks aditivos de consumo en modelos de crecimiento óptimo	346
6.3.4	Desempleo en presencia de shocks de productividad	347
6.4	Ciclos reales con shocks de tecnología (Kydland - Prescott, 1982)	348
6.5	Crítica a la Nueva Macroeconomía Clásica (Hahn - Solow, 1995)	364
6.5.1	Introducción	364
6.5.2	Implicaciones de la flexibilidad y rigidez de precios y salarios	365
6.5.3	El desempleo en la crítica a la Nueva Macroeconomía Clásica	382
7	LA TEORÍA DE LA INEXISTENCIA DEL MERCADO DE TRABAJO	384
7.1	Introducción	384
7.2	Modelo básico, el trabajo como único factor de producción	385
7.3	Modelo ampliado, trabajo y capital como factores de producción	405
7.4	Superioridad de las hipótesis alternativas respecto a las convencionales	422

8 GENERALIZACIÓN DE LA TEORÍA DEL PRODUCTOR	429
8.1 Introducción	429
8.2 La función de producción en la Teoría Neoclásica y en la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo	430
8.3 La función de producción polinómica	445
8.4 Modelo básico de equilibrio general con maximización de la tasa de ganancia sin costos de instalación, el trabajo como único factor de producción	448
8.5 Anexo. Estudio de los coeficientes de las funciones polinómicas de tercer grado.	467
8.6 Anexo. Propiedades matemáticas de las funciones polinómicas	479
9. CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y AGENDA DE INVESTIGACIÓN	496

BIBLIOGRAFÍA

A continuación puntualizamos el problema de investigación que orienta este documento y subrayamos su justificación. También presentamos las hipótesis generales de trabajo que sustentan la investigación y señalamos cómo se ha organizado ésta con el fin de realizar la contrastación teórica. Finalmente, precisamos las aportaciones que hemos realizado en cada fase, nuestra principal contribución al problema que nos atañe, y esbozamos los resultados obtenidos.

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Esta investigación tiene como propósito estudiar las causas que explican el desempleo involuntario en el corto plazo en condiciones de competencia perfecta, plena descentralización y propiedad privada. Más aún, pretende mostrar que el desempleo involuntario es consecuencia de la insuficiencia de la demanda efectiva y es compatible con el equilibrio general competitivo.

El interés en este problema se origina en el hecho de que las vertientes teóricas más relevantes y difundidas como la Teoría Neoclásica, la Nueva Economía Keynesiana y la Nueva Economía Clásica coinciden en atribuir el desempleo a algún factor que limita la vigencia de una estricta competencia perfecta; no logran explicar el desempleo como un fenómeno compatible con el equilibrio general competitivo. Así por ejemplo, las dos primeras teorías centran la explicación en la rigidez de precios, mientras que la tercera distingue el papel de la información imperfecta.

En este contexto, la cuestión básica es entonces analizar si el desempleo sólo puede originarse a partir de alguna falla en la competencia perfecta, tal como la rigidez de precios o la escasa información, o si existe alguna otra causa atribuible al comportamiento de los agentes en un escenario plenamente competitivo.

1.2 HIPÓTESIS DE TRABAJO

Las hipótesis generales que sustentan nuestra investigación son dos:

1. Una economía de competencia perfecta, caracterizada por un número muy grande de agentes simétricos en su capacidad de decisión, homogeneidad de bienes, precios y cantidades plenamente flexibles, además de la vigencia de propiedad privada y plena descentralización de las decisiones, es compatible con la existencia del desempleo involuntario. Entendemos por éste, el fenómeno en el cual existen individuos que ofrecen su trabajo, pero no encuentran ocupación, ni al salario prevaleciente en el mercado, ni a uno inferior.

2. El desempleo involuntario existe como consecuencia, no de una rigidez exógena que altere el funcionamiento libre de los mercados, sino de la insuficiencia de la demanda efectiva, tal como Keynes intuyó. La existencia del desempleo involuntario es compatible con el equilibrio.

1.3 METODOLOGÍA Y ORGANIZACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN PARA LA CONTRASTACIÓN DE LAS HIPÓTESIS

La estructura de este documento refleja precisamente el orden que seguimos en la investigación para la contrastación teórica de nuestras hipótesis.

Evaluamos cómo explican el desempleo involuntario la Teoría Neoclásica, la *Teoría General*, la Nueva Economía Keynesiana, la Nueva Macroeconomía Clásica y la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo, a través de una lectura crítica de cada una de ellas.

En primer término estudiamos el funcionamiento general de estos modelos, y después, precisamos las posibilidades de cada uno de ellos para explicar el desempleo involuntario; examinamos la consistencia entre sus hipótesis explicativas y los resultados de desempleo. Creemos que es conveniente hacerlo así, porque esto nos permite identificar inmediatamente cómo en el modelo se explica la formación del desempleo. Además, así tenemos la oportunidad de contrastar las diferencias metodológicas entre los modelos base de cada escuela con la

metodología propia del escenario analítico que suscribimos: la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo.

Finalmente, presentamos nuestra generalización de la teoría del productor que permite superar las insuficiencias del cálculo convencional, y mostrar la existencia del desempleo involuntario en equilibrio general competitivo.

1.4 PRINCIPALES RESULTADOS

Como exponemos en el capítulo siguiente, en la literatura económica existen al menos tres acepciones de desempleo involuntario diferentes a la propuesta por Keynes:

1. Es la situación en la que existen agentes dispuestos a emplearse al salario prevaleciente en el mercado de trabajo o a uno inferior pero no son contratados. La causa de este desempleo es la rigidez exógena o endógena del salario real. Si la rigidez es exógena se cree erróneamente que el desempleo involuntario es un resultado neoclásico; si la rigidez es endógena se acostumbra creer, también erróneamente como lo hacen los Nuevos Economistas Neokeynesianos, que se trata de un resultado keynesiano.

2. Es la situación en la que se encuentran los individuos cuyas habilidades son considerablemente superiores para la vacante que cubren, así, ellos están involuntariamente desempleados respecto al sector laboral en el que idealmente deberían o desearían participar. Ésta es la única interpretación para el concepto que puede aceptar la Nueva Escuela Clásica.

3. Es la situación en la que el nivel de empleo es de equilibrio, pero es inferior al óptimo.

En La Teoría Neoclásica se define el equilibrio general como el vector de precios relativos que hace posible la coincidencia de las ofertas y demandas de bienes (vaciado de mercados) resultantes de la maximización de la utilidad de los consumidores bajo su restricción presupuestaria, y de la maximización de la ganancia de los productores bajo su restricción técnica.

El proceso de intercambio que ocurre en el sistema se verifica si existen la doble coincidencia de necesidades entre los agentes y la seguridad de que las mercancías a intercambiar son equivalentes en valor. Esto significa que el proceso

de mercado permite a los agentes cambiar entre sí los bienes con los que cuentan por otros que les sean más satisfactorios, pero que tienen el mismo valor, de modo que no se provocan efectos distributivos. La redistribución del ingreso sólo es posible si se modifican los precios relativos como resultado de cambios en los gustos y preferencias, en las dotaciones iniciales o en la tecnología; es decir, en los argumentos de largo plazo del vector de precios.

El modelo tiene vigencia en condiciones de competencia perfecta, cuando se asume la existencia de agentes tomadores de precios, representativos de los consumidores y de las firmas porque son homogéneos en sus gustos y preferencias y en su tecnología; cuando los agentes cuentan con perfecta información acerca del funcionamiento del mercado tanto de los precios actuales como de los precios futuros; si los agentes son racionales porque toman las mejores decisiones que les permiten maximizar sus ganancias como productores y sus utilidades como consumidores; y si hay perfecta movilidad de los factores de producción.

En la presentación del esquema neoclásico considerando dos mercados (bienes y trabajo), un factor de producción y un periodo de análisis, el cálculo económico de las firmas conduce a que los máximos beneficios se obtienen al demandar una cantidad de trabajo con la que el producto marginal de éste iguala al salario real dado en el mercado; la relación que se establece entre el salario real y la demanda de trabajo es inversa.

Por otro lado, del cálculo del consumidor, resulta que la oferta de trabajo se establece en función de los gustos y preferencias, las dotaciones iniciales y los ingresos salariales y no salariales, específicamente es positiva decreciente de los ingresos salariales.

El cálculo del equilibrio general permite determinar el precio relativo que coordina la demanda y la oferta de bienes y trabajo. Ese equilibrio es compatible con la ley de Walras, por lo que cualquier precio superior o inferior a ese nivel origina que los intercambios no sean eficientes al obtenerse demandas excedentes no nulas.

La principal conclusión del modelo neoclásico puntualiza que, ante una rigidez en el precio relativo para el trabajo que lo ubique en un rango mayor a su precio de equilibrio, se genera desempleo o exceso de la oferta de trabajo sobre la demanda.

En una situación de desequilibrio como la descrita, el desempleo obtenido podría parecer involuntario en el sentido de que existen trabajadores que están dispuestos a contratarse al salario vigente en el mercado o a uno menor, pero no son contratados; sin embargo, en el escenario neoclásico todo desempleo es friccional y transitorio porque desaparece cuando se corrige la rigidez que provocó la disociación del precio relativo de su nivel de equilibrio.

Los criterios de política económica deben entonces limitarse a la abstención de la intervención pública eliminando subsidios, impuestos, rigideces de precios y todos los obstáculos que impidan la libre transferencia en el mercado; de lo contrario se generan ineficiencias, una intervención pública puede mejorar el salario, pero ocasiona desempleo.

El escenario neoclásico de largo plazo contempla la elección intertemporal que realizan los individuos sobre su consumo y ahorro, su decisión óptima depende de la relación entre la tasa de interés dada por el mercado y de su tasa de preferencia intertemporal. Además, las condiciones de equilibrio de las firmas implican que el pago a los factores de producción iguala a su productividad marginal; así, tanto el cálculo del consumidor como el de las firmas se apoya en dos precios dados por el mercado: la tasa de interés y el salario real.

Con el estudio de los modelos neoclásicos de largo plazo mostramos que existen inconsistencias con el escenario de corto plazo, necesariamente aquel debería reproducir los resultados de este último; sin embargo, comprobamos una de las críticas a esta teoría: en el largo plazo, al variar exógenamente los salarios reales no se provoca desempleo.¹

En el contexto del crecimiento óptimo no es posible abordar el problema del empleo porque se supone que el tamaño de la oferta de trabajo es idéntico al tamaño de la población y a la demanda de trabajo.

En la propuesta de Pissarides, el escenario de base introduce rigideces exógenas que significan inflexibilidad de precios, se trata de la existencia de costos de alquiler, costos de capital y un salario de reserva. Asimismo, se incorpora exógenamente el desempleo porque se asume la existencia de una función de emparejamiento con la que se intenta coordinar las vacantes disponibles y los

¹ Noriega, F. (2004). "El poder de los salarios: Una crítica a los fundamentos de la teoría neoclásica del crecimiento", documento de trabajo mimeografiado, UAM, México.

trabajadores desocupados. No se trata de desempleo involuntario porque los trabajadores no están dispuestos a aceptar una disminución del salario para emplearse sino que esperan un salario que cuando menos sea igual al ingreso que perciben estando desempleados. El modelo propuesto por Pissarides expresa un equilibrio sólo para el productor, y en realidad se trata de un modelo con desequilibrio puesto que el intercambio ocurre a precios de desequilibrio.

No obstante, como en el modelo neoclásico de base, en la propuesta de Pissarides, los precios permiten determinar la remuneración de factores; y en contextos dinámicos, la tasa de crecimiento depende de la productividad marginal del capital, equivalente a la tasa de interés.

A continuación analizamos la *Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero*, en lo referente a la definición del desempleo involuntario y a su explicación. Para ello, también examinamos su crítica a la Teoría Neoclásica, y sus planteamientos acerca del consumo, la inversión, la determinación del nivel de empleo y sus teorías de los precios y del dinero.

En esta sección, contribuimos a la lectura de la *Teoría General*, precisando aquellos aspectos de los que se han derivado interpretaciones erróneas, apoyándonos en diversos pasajes de la vasta obra de Keynes.

En especial, mostramos que en la *Teoría General*:

- Keynes se opone al modelo neoclásico que puede llamarse “recursivo por la oferta”, en el cual, el equilibrio se determina a partir de los resultados del lado de la oferta donde se establecen el salario real, el nivel de empleo y el nivel de producción; si Keynes se opone a este modelo, es porque la única causa del desempleo se debe a la falta de ajuste del salario real.

- El consumo no es una actividad exclusiva de los agentes consumidores, sino también la efectúan los productores; este hecho implica que la noción de consumo se desliga del concepto de utilidad.

- Existe la posibilidad de que para un periodo cualquiera, el valor de la producción no iguale al valor de la demanda de bien.

- La inversión determina al ahorro, y además la magnitud de ambos puede no coincidir.

- Existe desempleo involuntario de personas, y éste es compatible con el equilibrio del mercado de producto.

- Las firmas demandan la cantidad de trabajo que requieren para generar el nivel de producción demandado por el mercado, entonces, el desempleo involuntario resulta de una insuficiencia de la demanda efectiva.

- No se constituye un sistema al que pueda hacerse referencia como "mercado de trabajo".

- La vigencia de la ley de Walras sólo se sostiene si se excluye al sector laboral.

- El salario nominal se determina por la negociación entre firmas y trabajadores. Para el salario real, existen dos formas posibles de determinación, una de ellas es a través de su igualdad con la productividad marginal del trabajo, y la otra, mediante la determinación del nivel de precios, en el supuesto de que se introduce al sistema justamente la cantidad de dinero que se demanda para los motivos transacción, precaución y especulación.

- Existe la posibilidad de que los productores enfrenten pérdidas, en el supuesto de que los agentes conserven sus ingresos en forma de activos líquidos, y por ende, en el hecho de que tales tenencias de dinero no los compromete a mantener un plan de consumo.

- Se intenta vincular la teoría neoclásica del valor y la teoría monetaria a través de una nueva ecuación cuantitativa.

- Las políticas fiscal y monetaria contribuyen a lograr el equilibrio del mercado de producto, a reducir el desempleo involuntario, y a la expansión del sistema económico a través de sus efectos multiplicadores.

Una vez que estudiamos con detalle la *Teoría General*, examinamos en el cuarto capítulo el programa de investigación de la Nueva Economía Keynesiana. Éste tiene como base la hipótesis de que la existencia del desempleo involuntario es consecuencia de la rigidez endógena del salario real, a la que conduce el comportamiento racional de las firmas.

Aun cuando los nuevos economistas keynesianos sostienen su adhesión al pensamiento de Keynes, por nuestro análisis de la *Teoría General*, podemos afirmar que tal hipótesis proviene de una lectura errónea de esta obra, y en la creencia de que se necesita su aproximación metodológica al marco tradicional.

La hipótesis señalada se expresa en tres tipos de modelos: salarios de eficiencia, contratos implícitos y negociación salarial.

Con relación a los modelos de salarios de eficiencia se destacan los trabajos pioneros de Leibenstein (1957), Solow (1979) y Shapiro y Stiglitz (1984).

Un resultado relevante de nuestra investigación en este marco analítico, deriva del modelo de equilibrio general que hemos utilizado para contrastar la consistencia interna de la hipótesis de salarios de eficiencia respecto a los resultados que sus autores anuncian. Mientras ellos sostienen que las rigideces que provocan el desempleo se generan endógenamente, en nuestro modelo demostramos que tal aseveración es incorrecta: la rigidez que requiere la hipótesis de salarios de eficiencia es tan exógena como todas las que hacen posible en la Teoría Neoclásica la explicación del desempleo. Por esta razón es posible afirmar, como demostración sustentable en nuestra investigación, que el modelo principal de la Nueva Economía Keynesiana no es consistente con el programa de investigación que esta escuela propone. En todo caso, sus resultados son plenamente compatibles con aquellos propios de los modelos neoclásicos tradicionales.

También, como parte de la Nueva Economía Keynesiana, se exponen los resultados de los modelos de contratos implícitos en una de sus formas originales como la de Baily (1974) y en contextos de información simétrica y asimétrica. Finalmente, en la misma línea, se analizan los modelos de negociación salarial derivados de las propuestas de Dunlop (1944) y de Farber (1978 y 1987).

Una visión diferente la constituyen los modelos de costos de menú, los cuales se basan en la existencia de rigideces nominales que son compatibles con impulsos a la demanda efectiva.

La sección concluye examinando el enfoque de fallas de coordinación principalmente a través del modelo desarrollado por Cooper y John (1988). Se trata de una línea de investigación que es ubicada dentro de la Nueva Economía Keynesiana, aunque no se sustenta en la rigidez de precios, sino en la posibilidad de que los agentes no puedan hacer compatibles sus decisiones.

El capítulo seis presenta la visión de la Nueva Escuela Clásica respecto al desempleo: éste sólo existe en el corto plazo cuando ocurre un cambio no esperado en el ingreso nominal, y sólo tiene duración hasta que se corrige la confusión de los agentes de que tal variación es precisamente de los precios nominales y no de precios reales; es por tanto un desempleo transitorio. Para la Nueva Escuela Clásica

la generalidad es más bien el desempleo voluntario en el sentido de que los agentes escogen ocio sobre trabajo.

En este capítulo se presentan tres tipos de escenarios: modelos de shocks monetarios como los de Lucas (1973) y Fischer (1977); modelos de ciclos reales con shocks de productividad tipo Ramsey y Diamond; y modelos de ciclos reales con shocks de tecnología en la propuesta de Kydland y Prescott (1982).

La incapacidad de la Nueva Escuela Clásica y su negación para explicar el fenómeno del desempleo involuntario, la enfatizamos mediante la oposición que a ella hacen Hahn y Solow (1995), crítica en la cual, evocan la responsabilidad de la ciencia económica con la sociedad; a pesar de la intención de ambos autores por exhibir la existencia del desempleo involuntario en escenarios de competencia perfecta, solamente logran hacerlo cuando incurren en rigideces.

El capítulo siete presenta el modelo básico de la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo propuesta por Noriega (1994). Se hace un especial énfasis en las hipótesis del modelo y en sus resultados, ya que constituyen la base de la propuesta que presentamos en el siguiente capítulo.

La TIMT propone dos correcciones al cálculo tradicional del productor: éste maximiza no la masa de beneficios sino la tasa de beneficios, porque al hacerlo así obtiene las máximas ganancias posibles; la tecnología que representa la actividad de la firma debe incluir, además de la ingeniería, a la organización que se expresa en los costos de instalación.

De este planteamiento alternativo, resulta que en equilibrio general existe desempleo involuntario que se origina por la insuficiencia de la demanda efectiva. El desempleo es compatible con el equilibrio del mercado de producto. Además, la teoría muestra que existe un sector laboral en el que cantidades de oferta y demanda de trabajo, responden a criterios distintos entre los agentes consumidores y productores, y no se rigen por el salario real, de modo que no se constituye un mercado de trabajo.

Finalmente, en el capítulo ocho exponemos nuestra principal contribución: la explicación del desempleo involuntario como resultado de la insuficiencia en la demanda de bienes, a través de la generalización del cálculo tradicional del productor.

En esta contribución realizamos lo siguiente:

1. Adoptamos de la TIMT la hipótesis de maximización de la tasa de ganancia, con lo que aseguramos que el productor actúa como agente racional y que obtiene los máximos beneficios posibles; la magnitud de los beneficios así obtenidos supera a los resultantes del cálculo tradicional.

2. Proponemos una noción de tecnología que incorpora explícitamente a la ingeniería a través de la demanda de factores, e implícitamente incorpora a la organización. Esta tecnología se expresa mediante una función de producción polinómica.

3. Concebimos a la organización como el elemento inherente a la firma, que posibilita la vinculación entre las unidades de trabajo y el uso eficiente de los recursos.

Y nuestros resultados al respecto son:

1. La TIMT sugería que los costos de instalación son necesarios para determinar el tamaño de la industria en niveles positivos de insumos y de producto. Nosotros mostramos que esto es posible, aun sin costos de instalación si se utiliza en el cálculo de la firma una función de producción polinómica.

2. El comportamiento del consumidor es el señalado por la TIMT: este agente ofrece la máxima cantidad posible de trabajo, limitado sólo por sus gustos y preferencias, y su demanda producto está en relación directa con su nivel de ingreso.

3. Determinamos que la demanda de trabajo depende de las características tecnológicas como se relacionan las fases del proceso productivo, y que la oferta de producto depende de la demanda efectiva.

4. Comprobamos que no se constituye un mercado de trabajo porque no existe un criterio común entre firmas y trabajadores que determine y coordine la demanda y la oferta de trabajo (Este resultado se extiende al caso en el que participa otro insumo en la producción además del trabajo).

5. Demostramos que bajo nuestras hipótesis, el desempleo involuntario se genera ante una contracción de la demanda efectiva, exactamente como Keynes intuyó en la *Teoría General* y como se muestra en la TIMT.

6. Demostramos que el hecho de que la oferta de bienes de la firma se represente mediante una función de producción polinómica no restringe las condiciones de competencia perfecta, ni invalida las características necesarias para

el equilibrio general competitivo. Esto es así, porque que en equilibrio general resulta una función de producción total positiva decreciente del trabajo y por tanto, un conjunto solución para los productores convexo, cuyas propiedades se sustentan plenamente.

7. Mostramos que la organización es necesaria para mejorar la eficiencia con la que opera una firma; tal eficiencia se manifiesta en el requerimiento de menores cantidades de trabajo utilizadas con una intensidad constante, con las que se expande el producto marginal y el producto medio del trabajo, y por tanto la demanda de trabajo y la producción.

8. Evidenciamos que es posible explicar endógenamente el avance tecnológico como una mejora en la eficiencia de la firma debida a la organización.

Con estos resultados alcanzamos el propósito principal de nuestra investigación. Tanto en la formalización desarrollada en la TIMT como en la que proponemos, se demuestra que el desempleo involuntario se genera si existe una contracción de la demanda efectiva respecto al nivel de equilibrio de pleno empleo. Sin embargo, mientras que en la TIMT, la magnitud precisa del nivel de empleo depende de la demanda de producto y de las características tecnológicas representadas en los costos de instalación y en el grado de homogeneidad de la función de producción, en nuestra propuesta el nivel de empleo depende de la demanda de producto y de la forma como se vinculan las distintas fases del proceso productivo, es decir, de la tecnología y de la ingeniería.

Entonces, comprobamos las dos hipótesis generales de investigación: en vigencia de las condiciones de competencia perfecta se demuestra la existencia de desempleo involuntario; éste tiene como principal determinante la insuficiencia de la demanda efectiva y no una rigidez de precios.

CAPÍTULO 2

EL CONCEPTO DE DESEMPLEO

INVOLUNTARIO

En este capítulo definimos el concepto de desempleo involuntario. Nuestros propósitos son dos: precisar cuáles son los elementos que definen esta categoría analítica y que la distinguen de otras, y señalar en qué sentido recuperamos tal noción de la *Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero*.

En la literatura económica existen varias acepciones para los términos “desempleo” y “desempleo involuntario”. En este capítulo precisamos cuál es el concepto de desempleo involuntario que nos parece más acertado y que por tanto suscribimos; además mostramos cómo esta acepción es compatible con el programa de investigación legado por Keynes.

Esta tarea es relevante para el conjunto de nuestra investigación, porque de acuerdo con la claridad que tengamos respecto a este concepto, podremos evaluar el alcance de las distintas corrientes teóricas que han intentado su explicación. Pero sobre todo, porque describimos el tipo de desempleo cuya existencia pretendemos mostrar bajo el escenario del equilibrio general competitivo.

El desempleo involuntario y sus implicaciones tales como la pobreza o la delincuencia se manifiestan claramente en las sociedades, y nos recuerdan la impostergable necesidad de buscar su solución; nos enfrentamos a un problema que dista mucho de ser sólo una construcción teórica. Sin embargo, desde la teoría, requerimos su definición precisa porque sólo entonces podrán determinarse los criterios y medidas de política económica para su corrección.

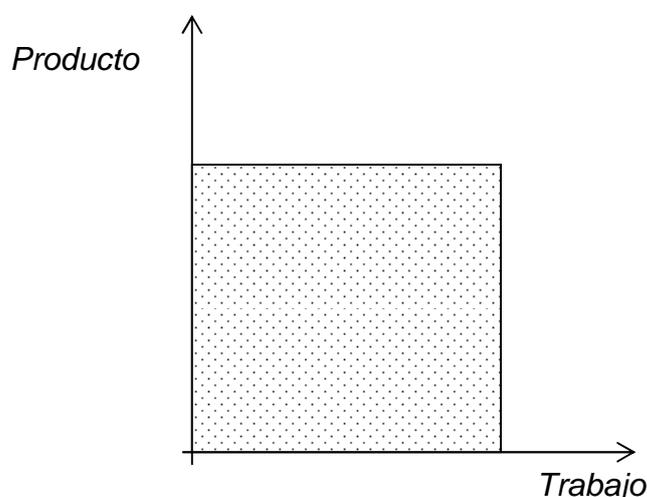
En principio conviene advertir que recurrimos al término de desempleo para designar a la desocupación del trabajo y no a la sub - utilización de cualquier insumo productivo.

Para la adecuada caracterización de las variantes de desempleo nos parece útil partir de la descripción de la estructura del sector laboral.¹

Supongamos que la economía mundo está totalmente representada en el espacio producto - trabajo:

Gráfica 2.1

Caracterización del sector laboral



Podemos pensar en un escenario general donde existe un solo mercado de producto en el que está inmerso un sector laboral (el único bien físico ha sido elaborado por el trabajo). Las subdivisiones a este escenario conducen a la existencia de varios mercados de producto y sus correspondientes sectores laborales.

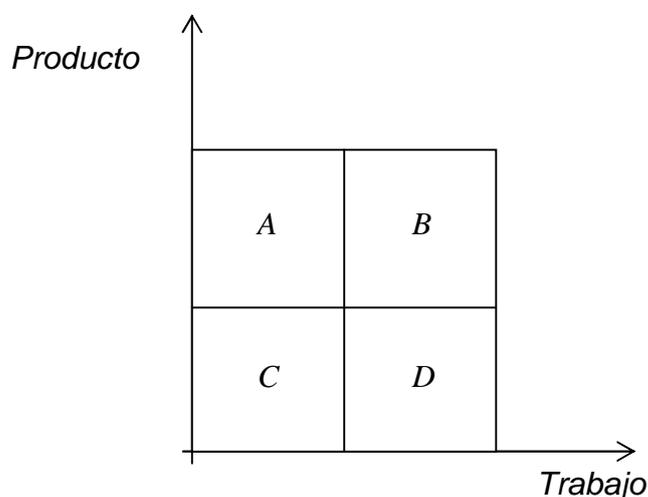
Por ejemplo, del siguiente diagrama deducimos que nuestro escenario general puede contener n bienes. Sin embargo, por simplicidad, supongamos que solamente existen 4 bienes, 4 mercados de producto y 4 sectores laborales.

¹ El procedimiento para el análisis de este concepto lo rescatamos de la obra de De Vroey, M. (2004b). *Involuntary Unemployment. The elusive quest for a theory*. Routledge, Inglaterra, pp. 28 ss. Encontramos en ella una completa clasificación de los tipos de desempleo; sin embargo, no coincidimos totalmente con el autor. De Vroey inicia detallando cómo es la estructura del mercado de trabajo, bajo el entendido de que si éste no existe, el desempleo tampoco.

Adicionalmente, supongamos que los bienes son físicamente semejantes, pero sustancialmente diferentes en términos cualitativos, de modo que $A > B > C > D$.

La relación cualitativa entre los bienes también se expresa en las habilidades de trabajo necesarias para elaborarlos y en la remuneración que reciben quienes participan en su producción.

Gráfica 2.2
Caracterización de los sectores laborales



De acuerdo a la *Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero*, el desempleo involuntario se presenta cuando existen en la economía agentes dispuestos a trabajar al salario prevaleciente o a uno inferior, pero no encuentran ocupación.

De esta definición subrayamos el hecho de que los agentes desempleados involuntariamente están dispuestos incluso a aceptar una remuneración inferior a la que usualmente recibirían.

Keynes puntualiza que su concepto excluye la desocupación de las horas de trabajo adicionales, o por encima del promedio, que algunos individuos desean

ofrecer; también se excluye a quienes prefieren no trabajar que aceptar menos de cierta remuneración.²

En la concepción de Keynes, hay dos rasgos esenciales que distinguen al desempleo involuntario: éste tiene su origen en la insuficiencia de la demanda efectiva, y entonces, no puede ser corregido mediante disminuciones del salario real, sino a través de impulsos a la demanda efectiva.³

Recuperemos ahora la caracterización de los sectores laborales que presentamos en la gráfica 2.2.

Un agente X dotado con las mejores habilidades estará en posibilidad de ofrecer su trabajo en el sector A . Si por una insuficiencia en la demanda efectiva del bien A , se reduce la demanda de trabajo en ese sector y nuestro agente queda sin empleo, decimos que él ha sufrido el “racionamiento del trabajo”; no obstante, él no se encuentra en desempleo involuntario, sino sólo en un desempleo friccional y transitorio porque puede emigrar a otro sector laboral, emplearse en éste y recibir una remuneración aunque sea inferior a la que antes percibía. El carácter transitorio y friccional del desempleo resulta evidente cuando el individuo X encuentra ocupación en el sector B .

Sólo podemos afirmar que nuestro agente se encuentra en desempleo involuntario, en el caso en que sufre racionamiento de trabajo en el sector D para el que se requieren las mínimas habilidades, debido a una insuficiencia de la demanda efectiva, y bajo los supuestos de que obtiene todo su ingreso del trabajo, y que no existe seguro de desempleo.⁴

² En la *Teoría General* se lee: “...por desocupación ‘involuntaria’ no queremos decir la mera existencia de una capacidad inagotable de trabajo. Una jornada de ocho horas no significa desocupación aunque no esté más allá de la capacidad humana trabajar diez; ni tampoco consideraríamos como desocupación ‘involuntaria’ el abandono del trabajo por un grupo de obreros porque les parezca mejor no trabajar que admitir menos de cierta remuneración. Más aún, será conveniente eliminar la desocupación friccional de nuestra definición, la cual queda, por tanto, como sigue: los hombres se encuentran involuntariamente sin empleo cuando, en el caso de que se produzca una pequeña alza en el precio de los artículos para asalariados, en relación con el salario nominal, tanto la oferta total de mano de obra dispuesta a trabajar por el salario nominal corriente como la demanda total de la misma a dicho salario son mayores que el volumen de ocupación existente.” Keynes, J. M. (1936). *Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero*, 11ª. reimpresión de la 2ª. edición en español, FCE, México, p. 25.

³ No nos parece que sea un elemento accesorio indicar que el desempleo involuntario no pueda corregirse por una disminución en los salarios como se señala en De Vroey (2004b, 21).

Alternativamente, Keynes define ocupación plena como “la situación en que la ocupación total es inelástica frente a un aumento en la demanda efectiva de la producción correspondiente.” Keynes (1936, 34).

En los capítulos siguientes mostraremos que el sistema económico ha conducido a m individuos a la situación del agente X ; no se encuentran así por elección, sino que involuntariamente han sido excluidos, al negárseles cualquier forma de participación en el sistema productivo. ¿No es entonces una tarea obligada de la ciencia económica indagar sobre el funcionamiento de los sectores productivos y laborales y proponer vías para corregir y superar sus ineficiencias?

Nuevamente queremos resaltar que para caracterizar la situación de desempleo involuntario no basta con señalar sus características finales, es imprescindible explicar que su origen se halla en la insuficiencia de la demanda efectiva.

Si como De Vroey creyéramos que el racionamiento del trabajo se produce invariablemente por la presencia de un salario real superior al walrasiano, o bien, superior al salario de reserva, entonces inmediatamente obtendríamos la solución neoclásica al desempleo.⁵

⁴ El concepto de racionamiento de trabajo y las tres características del desempleo involuntario las recuperamos de De Vroey (2004b, 32 ss). Excepto porque el autor no indica como se origina el racionamiento de trabajo, no describe las diferencias salariales entre los sectores, y asume la existencia de mercados de trabajo, consideramos que sus siguientes definiciones son cercanas a la idea de la *Teoría General*:

“A first necessary condition for involuntary unemployment then emerges, namely that rationing must arise in the unskilled labor market. An additional condition is that the rationed agent has to be wage dependent as his or her choice set then turns out to be a singleton: it comprises no other possibility than the unemployment status. Only when this is the case, can his or her status no longer be considered chosen. In contrast as soon as a non-wage activity alternative exists, any unemployment position should be considered as chosen...In total, three conditions ought to be fulfilled for the existence of involuntary unemployment: 1 the national agents experience labour rationing in the unskilled labour market, 2 the rationed agents ought to be wage-dependent, 3 the rationed agents are not pseudo-rationed agents...”

...it may be worth giving neater definitions...

Unemployment: Unemployment is a social category regrouping individuals (i) who have encountered labour market rationing, (ii) who neither take up a job in lower-skill markets nor take up a non-wage activity, and (iii) who still want to participate in the specific market from which they have been rationed at the first possible opportunity.

Voluntary unemployment: Voluntary unemployment refers to individuals who, after being rationed in their specific labour market, prefer to remain jobless during the trade round under consideration in order to preserve their chances of being hired in this market in further trade rounds, rather than either supplying their labour service in a lower-skill market or taking up some available non-wage activity.

Involuntary unemployment: Involuntary unemployment refers to individuals who face rationing in the unskilled labour market and who, moreover, lack any non-wage activity possibility.”

⁵ De Vroey dice: “An individual is labour rationed when the market real wage rate exceeds his reservation wage, yet he is not participating in labour trade. A skilled individual may successively enter into lower skill markets and be rationed each time.” De Vroey (2004b, 35).

Más precisamente, nosotros afirmamos que el racionamiento en el mercado de trabajo puede producirse por dos formas: por la imposición de un salario real superior al de equilibrio o por una insuficiencia de la demanda efectiva.

Cuando resulta de la primera vía, el desempleo nunca es involuntario, siempre es friccional y transitorio, porque aunque se caiga en el sector de las ínfimas habilidades, siempre está latente la posibilidad de recuperación inmediata a través de la corrección a la baja del salario real. En cambio, cuando se contrae la demanda efectiva en el sector de mínimas habilidades indiscutiblemente se está en presencia del desempleo involuntario porque nunca podremos corregirlo con disminuciones mayores del salario real.

Así, una lectura ligera del resultado neoclásico de desempleo conduce a pensar erróneamente que los agentes que no pueden contratarse al salario prevaleciente se encuentran en desempleo involuntario. Paradójicamente esta visión también ha significado para algunos que la economía funciona simultáneamente en situaciones de desequilibrio individual, pero de equilibrio global.⁶

⁶ En este punto, queremos resaltar las definiciones imprecisas de desempleo involuntario que han propuesto algunos economistas destacados. Estas definiciones son presentadas por De Vroey, sólo para mostrar que coinciden entre sí y en relación con la idea del desequilibrio individual. De Vroey no observa la imprecisión que nosotros hemos señalado, incluso él mismo cae en ella. Las definiciones son las siguientes:

“1. It is assumed (in conventional discussions) that individuals may work as many hours as they wish at a known wage rate. Suppose now that this latter assumption is false and there is some upper limit of the number of hours that a consumer-worker can sell to his employer or to any others employers he can find. A worker is then defined as involuntarily unemployed if the number of hours he would otherwise choose to sell is greater than the number of hours he can sell. By this definition a worker who is involuntarily unemployed is forced to consume more non-market time than he would prefer and, consequently, a smaller bundle of commodities. Alternatively, a worker who is involuntarily unemployed cannot work as much as he would prefer and thus cannot purchase as large a bundle of commodities as he would prefer. (Ashenfelter, 1978. ‘What is Involuntary Unemployment’, *Proceedings of the American Philosophical Society*, vol. 122, pp. 135-138).

2. From the economist’s point of view, there is involuntary unemployment whenever, for any substantial number of workers, the marginal (consumption) value of leisure is less than the going real wage in occupations for which they are qualified. (Solow, 1986. ‘Unemployment: Getting the Question Right’, *Economica*, vol 47, supplement, pp. 23 – 34).

3. For Keynes a worker is involuntarily unemployed if the market wage for his labour exceeds his shadow wage. The shadow wage is the wage at which a worker would be indifferent between not accepting and accepting an offer of work. (Hahn, 1987. ‘On Involuntary Unemployment’, *The Economic Journal*, vol. 97, pp. 1 – 17).

4. For Keynes a worker is involuntarily unemployed when he is willing to work at the same wage received by workers like him in every respect, yet the employer will not hire him. (Hoover, 1988. *The New Classical Macroeconomics: A Sceptical Inquiry*, Basil Blackwell, UK).”
De Vroey (2004b, 14).

Nuestro desacuerdo con la interpretación común del desempleo involuntario encuentra eco en la crítica que hace Lucas a ese concepto impreciso, aunque él cree que tal ha sido la noción propuesta por Keynes.⁷

Notemos además, que explicar al desempleo involuntario por la insuficiencia de la demanda efectiva nos da la posibilidad de buscar otras formas de corrección que superen a la trivial.

Ahora bien, para entender el concepto de desempleo involuntario no necesitamos la idea del sucesivo racionamiento del trabajo al que se enfrenta un agente y que lo obliga a emigrar a sectores laborales inferiores. Tenemos desempleo involuntario aunque exista un solo mercado de producto y un sector laboral si ocurre la contracción de la demanda efectiva en el primero, si el agente no encuentra ocupación en ese sector al salario prevaleciente o a uno inferior, y si su única fuente de ingreso es el salario que obtiene por su trabajo.

Suponer a la economía subdividida en n sectores nos ayuda a distinguir cuándo el desempleo es voluntario y cuándo es involuntario. Lucas como representante de la Nueva Macroeconomía Clásica sostiene que por muy miserables que sean las opciones de trabajo uno siempre puede aceptarlas, pero ¿no es involuntario el desempleo de aquellos agentes que también son excluidos de estas opciones de trabajo?⁸

⁷ Lucas señala: "La diferencia entre las horas ofrecidas y demandadas de los servicios laborales a precios que no vacían los mercados se identifica, si no es negativa, como 'desempleo involuntario.' Pero ¿por qué hay que identificar a esta variable teórica con las cifras de desempleo que aparecen en las encuestas? No hay personas desempleadas en este escenario walrasiano, sino solamente horas de servicio laborales desempleadas. Nadie encuentra un trabajo, o lo busca o es despedido." Lucas, R. (1987). *Modelos de ciclos económicos*, Alianza Universidad, España, p. 68.

⁸ "...there is an involuntary element in all unemployment, in the sense that no one chooses bad luck over good; there is also a voluntary element in all unemployment in the sense that however miserable one's current work options, one can always choose to accept them." Lucas (1978). "Unemployment policy", *American Economic Review*, Vol. 78, N. 2, pp. 354.

Al parecer la única acepción correcta que encuentra Lucas para el término desempleo involuntario es la que se refiere a los individuos cuyas habilidades son considerablemente superiores para la vacante que cubren, así, ellos están involuntariamente desempleados respecto al sector laboral en el que idealmente deberían participar. Esta concepción es señalada por Hahn:

"Thus, imagine Professor Lucas dismissed from his post because of serious malinvestment by his university. We find him washing up in a hamburger parlour. He is likely to be involuntarily unemployed as an economist." Hahn, F. (1983). "Comment on Axel Leijonhufvud's 'Keynesianism, Monetarism and Rational Expectations: some Reflections and Conjectures'", Frydman, R. And Phelps (eds) *Individual Forecasting and Aggregate Outcomes, Rational Expectations Explained*, Cambridge University Press, pp. 223 – 230; *apud* De Vroey (2004b, 201).

Creemos que la no ocupación sólo es voluntaria cuando quien ha sido racionado en el trabajo no está dispuesto a emigrar a otros sectores laborales, no está dispuesto a aceptar salarios reales inferiores al que percibía, o bien, prefiere dedicarse al ocio o usar su tiempo en actividades no remuneradas salarialmente. Excepto por estas tres circunstancias, el desempleo nunca es una cuestión de elección.

Por último, debemos mencionar que existe una tercera interpretación incorrecta de desempleo involuntario. De acuerdo con ésta, todos los agentes se encuentran siempre en equilibrio óptimo porque su situación es el resultado de un problema de optimización; sin embargo, existe un desempleo involuntario global en el sentido de que la acción colectiva bien encauzada siempre permitiría alcanzar un nuevo equilibrio con mayor utilización del trabajo.⁹

Finalmente, resumimos las concepciones de desempleo y pleno empleo de las corrientes alternativas a la *Teoría General* y que evaluaremos en los capítulos posteriores.

Como explicamos, en el caso neoclásico, el único desempleo posible es el friccional y transitorio que ocurre por la imposición o rigidez del salario real por encima de su nivel de equilibrio; por tanto, el problema se corrige inmediatamente

⁹ De Vroey explica claramente esta acepción de desempleo involuntario y proporciona la referencia de economistas que la adoptan.

“To every agent it is optimal in the sense that it results from constrained optimising decision-making. Thus the reservation wage principle is satisfied and supply of and demand for labour are matching. Nonetheless, a higher utility would be reached if a greater employment level could be arrived at. The wedge between the optimal and the effective level of employment is then called involuntary unemployment...”

This conception of involuntary unemployment is to be found in the writings of several authors...

1. Suppose that if the two situations (S', x') and (S'', x'') were presented for collective decision, the decision would be in favour of (S'', x''). In this case we shall say that the society is involuntarily operating under the system S'...Why should one call the maintenance of system S' involuntary if the system is not in fact discarded in favour of S''? Should not this be called 'irrational' rather than 'involuntary'? The crucial point here is the following. Each group operating under the system S' may, from that group's point of view, be acting in the most rational and consistent fashion. The eventual decision to change the system S' is of an entirely different nature. It requires collective action. (Haavelmo, 1950. "The Notion of Involuntary Economic Decisions", *Econometrica*, vol. 18, pp. 1-8)...

2. Keynes' involuntary unemployment is the difference between maximum unemployment and equilibrium employment. (Meltzer, 1988. *Keynes's Monetary Theory. A Different Interpretation*, Cambridge University Press)...

3. For inefficiency to be present (which is what the notion of 'involuntarity' is attempting to capture), there must exist another equilibrium, which for the same tastes and technology (but perhaps a different level of government activity), has a higher level of employment. Hence, models of involuntary unemployment are often ones with multiple equilibria. (Drazen, 1987. 'Reciprocal Externality Models of Low Employment' *European Economic Review*, vol. 31, pp. 436 – 443)."

De Vroey (2004 b, 18ss).

mediante la solución trivial: eliminar la rigidez del salario real reduciéndolo a su nivel original de equilibrio.

La vigencia de la ley de Walras ocasiona que el desequilibrio en el mercado de trabajo (exceso de oferta de trabajo) se compense exactamente con un desequilibrio transitorio en el mercado de producto (exceso de demanda de producto).

En esta visión ortodoxa, como tanto los consumidores y productores son agentes racionales que contribuyen por igual a los resultados económicos, el nivel de empleo que establecen es el óptimo, aunque quizá no sea el máximo posible.

La Nueva Macroeconomía Clásica subraya la no existencia del desempleo involuntario, excepto si se le quiere llamar así a la sobre – habilidad de algunos agentes respecto al puesto que ocupan. Para esta corriente teórica ocasionalmente y en el muy corto plazo ocurre un desempleo transitorio provocado por un cambio no esperado en el ingreso nominal, que se mantiene hasta que los agentes se dan cuenta que los precios reales no se han modificado.

Por tanto, en este contexto, siempre existe el pleno empleo y el vaciado de todos los mercados.

La Nueva Economía Keynesiana es quizá la principal responsable de haber difundido el concepto erróneo de desempleo involuntario que hemos señalado. Para la mayoría de estos economistas, la tarea es mostrar cómo el desempleo involuntario resulta de rigideces endógenas del salario real, y para otros, el propósito es mostrar su deducción a partir de las rigideces del salario nominal.

Una alternativa que deseamos resaltar es la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo. Encontramos en este marco teórico la concepción certera del desempleo involuntario y la fidelidad al programa de investigación trazado por Keynes.

CAPÍTULO 3

LA TEORÍA NEOCLÁSICA

En este capítulo analizamos las posibilidades de la Teoría Neoclásica para explicar el desempleo involuntario, en cuatro escenarios analíticos fundamentales: El corto plazo, considerando un espacio, un periodo y un producto; el modelo dinámico de base; la presencia de generaciones traslapadas; y el modelo de competencia imperfecta de Christopher Pissarides.

3.1 INTRODUCCIÓN

La Teoría Neoclásica del Equilibrio General Competitivo define el equilibrio como un vector de precios relativos que hace posible la coincidencia de las ofertas y demandas de bienes (vacío de mercados) resultantes de la maximización de la utilidad de los consumidores bajo su restricción presupuestaria, y de la maximización de la ganancia de los productores bajo su restricción técnica.

El proceso de intercambio que ocurre en el sistema se verifica si existen la doble coincidencia de necesidades entre los agentes y el *quid pro quo*, o la seguridad de que las mercancías a intercambiar son equivalentes en valor. Esto significa que el proceso de mercado permite a los agentes cambiar entre sí los bienes con que cuentan por otros que les sean más satisfactorios, pero que tienen el mismo valor, de modo que no se provocan efectos distributivos. La redistribución del ingreso sólo es posible si se modifican los precios relativos como resultado de cambios en los gustos y preferencias, en las dotaciones iniciales o en la tecnología; es decir, en los argumentos de largo plazo del vector de precios.

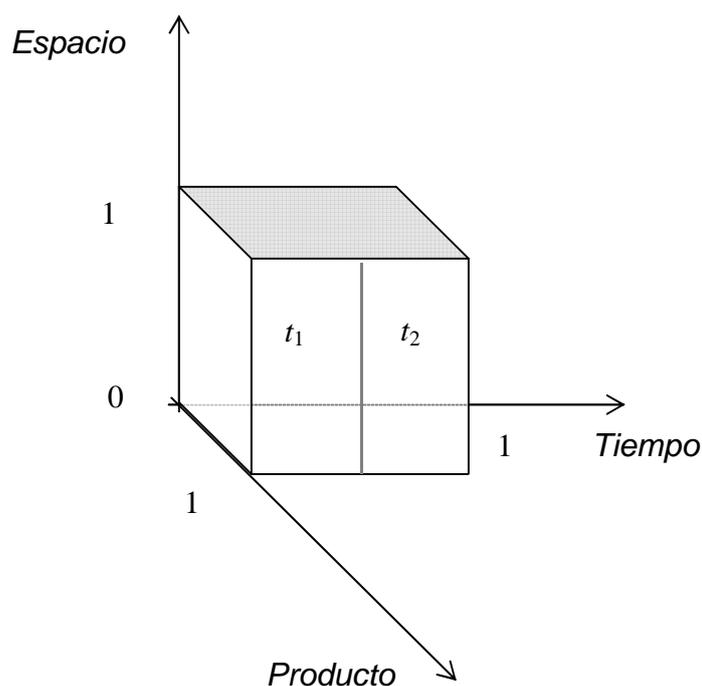
El marco teórico tiene vigencia en condiciones de competencia perfecta. Se asume la existencia de un gran número de firmas y de consumidores lo que impide que alguno de ellos en particular pueda influir en el funcionamiento del mercado, de hecho, se asume que los agentes son tomadores de precios; existen agentes representativos porque los consumidores son homogéneos en sus gustos y preferencias y las firmas en su tecnología; hay perfecta movilidad de los factores de

producción tanto del capital como del trabajo; los agentes cuentan con perfecta información acerca del funcionamiento del mercado y tanto de los precios actuales como de los precios futuros; y los agentes son racionales porque toman las mejores decisiones que les permiten maximizar sus ganancias como productores y sus utilidades como consumidores.

El capítulo inicia con el análisis del modelo neoclásico de base para un escenario conformado por un lugar, un periodo de análisis y un producto no durable. Se trata del modelo más sencillo si se considera el número de elementos que se incorporan en términos de ámbitos, agentes y categorías analíticas; sin embargo, es también el modelo más general a partir del cual se derivarán los resultados de producción, empleo y precios propios del marco ortodoxo.

El modelo que se describirá en primer término es el más general porque representa a una economía mundo. La especificación de un espacio, un periodo de análisis y un producto no durable significa que en ésta, se hallan contenidos todos los espacios posibles, todas las divisiones temporales que se deseen y todas las particularidades que definen a cualquier tipo de producto. Además la generación de un producto no durable significa ausencia de acumulación y por tanto la participación exclusiva del trabajo como factor de producción.

*Gráfica 3.1.1
Economía mundo*



El diagrama anterior ilustra la economía mundo y ejemplifica la posibilidad de hacer una subdivisión temporal de ésta en dos periodos de análisis (t_1 y t_2) obteniéndose un escenario específico.

Lo anterior implica que aquellos modelos que definen escenarios complejos conformados, por ejemplo por múltiples periodos, distintos espacios (economías abiertas), varios productos y factores de producción no son generales, sino particulares.¹

En la presentación del esquema neoclásico se inicia con el modelo más general, para después particularizar los supuestos. Esta metodología se seguirá también en los siguientes capítulos en el entendido de que sólo es posible demostrar lo que acontece en escenarios particulares si antes se ha demostrado en el escenario más simple.

Cuando en el esquema neoclásico se considera un espacio, un periodo de análisis y un producto no durable, el cálculo económico de las firmas conduce a determinar las funciones de oferta de producto y demanda de trabajo, mientras que el cálculo del consumidor consiste en determinar la demanda de producto y la oferta de trabajo, estas funciones se obtienen suponiendo que los agentes toman los precios como dados. El cálculo del equilibrio general implica la determinación del precio relativo, siendo la variable que hace compatibles las decisiones de los agentes.

Entre los resultados de este modelo destacan que el productor obtiene sus máximos beneficios si su demanda de trabajo es tal que el producto marginal de éste iguale al salario real dado en el mercado; la relación que se establece entre el salario real y la demanda de trabajo es inversa.

Por otro lado, la oferta de trabajo se establece en función de los gustos y preferencias, las dotaciones iniciales y los ingresos salariales y no salariales. Específicamente es positiva decreciente de los ingresos salariales.

La demostración de existencia del equilibrio general competitivo realizada por Kenneth Arrow y Gerard Debreu (1954) para mercados completos requiere tres condiciones consideradas suficientes de las funciones de demanda: su continuidad

¹ Este hecho se sugiere en Noriega, F. (2001). *Macroeconomía para el desarrollo. Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo*, Mc Graw Hill, México.

en el dominio de los precios relativos, su homogeneidad de grado cero en precios nominales, y la satisfacción de la ley de Walras.

La principal conclusión del modelo neoclásico es que el equilibrio general competitivo tiene la propiedad de optimalidad paretiana, por la cual, la situación alcanzada luego del intercambio, es la mejor posible; por tanto si se modificaran exógenamente los resultados, se incurriría en ineficiencia social.

Los criterios de política económica deben entonces limitarse a la abstención de la intervención pública eliminando subsidios, impuestos, rigideces de precios y todos los obstáculos que impidan la libre movilidad en el mercado; de lo contrario se generan ineficiencias. Una intervención pública puede mejorar el salario, pero con ello ocasionará desempleo.

El escenario neoclásico de largo plazo fue estudiado por Robert Solow (1956), Trevor Swan (1956) y poco después por James E. Meade (1961), con la intención de resolver el problema que Roy G. Harrod (1939) había planteado respecto a la divergencia entre el crecimiento natural y el garantizado. Ellos encontraron que era posible la estabilidad del equilibrio de largo plazo con pleno empleo mediante el ajuste de la razón capital - producto hasta igualar a la tasa natural de crecimiento.

Pero el modelo de Solow - Swan no resolvió el problema de la estabilidad macroeconómica, entendido éste como la divergencia entre las tasas efectiva y garantizada de crecimiento. Esta dificultad fue ignorada bajo el supuesto de que el ahorro determina la inversión. Si el ahorro y la inversión se establecían *ex - ante*, no era necesario estudiar los determinantes del ahorro como se requeriría en un escenario neoclásico, ni una función de inversión como se propondría en el esquema keynesiano.

Antes incluso del estudio formal del crecimiento económico, se analizó la posibilidad de encontrar una tasa de ahorro óptima que maximizara la utilidad actual y futura de los agentes, tal como lo hizo Frank P. Ramsey (1928). El ejercicio era necesario para mostrar que la tasa de ahorro mantenida por los agentes era sub - óptima según había propuesto A. C. Pigou.²

² Esto se evidencia claramente en la siguiente cita: "Generally speaking, everybody prefers present pleasures or satisfactions of given magnitude to future pleasures or satisfactions of equal magnitude, even when the latter are perfectly certain to occur. But this preference for present pleasures does not imply that a present pleasure of given magnitude is any greater than future pleasure of the same magnitude. It implies only that our telescopic faculty is defective, and that we, therefore, see future

La cuestión del ahorro óptimo fue aplicada a los modelos de crecimiento inicialmente por Jan Tinbergen (1956, 1960) y Richard Goodwin (1961); más adelante por David Cass (1965), Tjalling Koopmans (1965), Edmond Malinvaud (1965), James A. Mirrless (1967) y Karl Shell (1967).³

El modelo conocido como de Ramsey - Cass - Koopmans, contempla la elección intertemporal que realizan los individuos sobre su consumo y ahorro. Se encuentra que su decisión óptima depende de la relación entre la tasa de interés dada por el mercado y su tasa de preferencia intertemporal; además las condiciones de equilibrio de las firmas implican que el pago a los factores de producción debe igualar a sus respectivas productividades marginales.

Así, tanto el cálculo del consumidor como el de las firmas se apoya en dos precios dados por el mercado: la tasa de interés y el salario real; lo más relevante es que la conjunción de las decisiones de consumidores y firmas conduce a que los precios del trabajo y del capital influyan en el crecimiento económico.

La propuesta de Christopher Pissarides (1990), es un ejemplo de lo que la teoría neoclásica señala ocurriría cuando se infringen las condiciones de competencia perfecta. El escenario de base introduce rigideces exógenas que significan inflexibilidad de precios; se trata de la existencia de costos de alquiler, costos de capital y un salario de reserva. Este modelo expresa un equilibrio sólo para el productor, y en realidad se trata de un modelo con desequilibrio puesto que el intercambio ocurre a precios de desequilibrio.

pleasures, as it were, on a diminished scale... This reveals a far - reaching economic disharmony. For it implies that people distribute their resources between the present, the near future, and the remote future on the basis of a wholly irrational preference." Pigou, A. C. (1920). *Economics of Welfare*, 4ª. edición, Mc Millan, Inglaterra, Part I, Chapter II, Desires and satisfactions, section 3.

³ Al respecto pueden consultarse: Tinbergen, J. (1956). "The optimum rate of saving", *Economic Journal*, Vol. 66, pp. 603-609 y (1960). "Optimum savings and utility maximization over time" *Econometrica*, Vol. 28, pp. 481-489; Goodwin, R. M. (1961). "The optimal growth path for an underdevelopment economy" *Economic Journal*, Vol. 71, pp. 756-774; Cass, D. (1965). "Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation" *Review of Economic Studies*, Vol. 32, pp. 233-240; Koopmans, T. C. (1965). "On the concept of optimal economic growth", *Pontificae Academiae Scientiarum Scripta Varia*, Vol. 28, pp. 225-300; Malinvaud, E. (1965). "Croissances optimales dans un modèle macroéconomique", *Pontificae Academiae Scientiarum Scripta Varia*, Vol. 28, pp. 301-384; Mirrlees (1967). "Optimum growth when technology is changing" *Review of Economic Studies*, Vol. 34, pp. 95-124; Shell, K. (1967). "Optimal programs of capital accumulation for an economy in which there is exogenous technical change" en Shell, editor, 1967. *Essays on the Theory of Optimal Economic Growth*, Cambridge, MIT Press.

Resumimos ahora las conclusiones que derivamos para el desempleo.

En el modelo neoclásico de corto plazo, una rigidez exógena en el precio relativo del trabajo, que lo ubique en un rango mayor a su precio walrasiano producirá desempleo o exceso de oferta de trabajo.

El desempleo así provocado podría parecer involuntario en el sentido de que existen trabajadores que están dispuestos a contratarse al salario vigente en el mercado o a uno menor, pero no son contratados. Sin embargo, en el escenario neoclásico todo desempleo es friccional y transitorio, porque desaparece cuando se corrige la rigidez que provocó la disociación del precio relativo vigente respecto a su nivel de equilibrio.

Cuando consideramos el modelo de crecimiento exógeno, observamos que éste no reproduce los resultados del corto plazo. No se presenta la vinculación esperada entre el escenario de corto plazo y el largo plazo porque en éste último una variación de los precios relativos no genera desempleo. Este resultado tiene una implicación muy fuerte con relación a la consistencia del modelo neoclásico.

En el contexto del crecimiento óptimo no es posible abordar el problema del desempleo porque se supone que el tamaño de la oferta de trabajo es idéntico al tamaño de la población y a la demanda de trabajo.

En la propuesta de Pissarides, como en el modelo neoclásico de base, los precios permiten determinar la remuneración de factores; y en contextos dinámicos, la tasa de crecimiento depende de la productividad marginal del capital, que se supone equivalente a la tasa de interés.

Aquí se incorpora exógenamente el desempleo porque se asume la existencia de una función de emparejamiento con la que se intenta coordinar las vacantes disponibles y los trabajadores desocupados. No se trata de un desempleo involuntario porque los trabajadores no están dispuestos a aceptar una disminución del salario para emplearse, sino que esperan un salario que cuando menos sea igual al ingreso que perciben estando desempleados.

3.2 EQUILIBRIO GENERAL COMPETITIVO⁴

3.2.1 Condiciones iniciales

Este modelo se desarrolla en un escenario de competencia perfecta, con precios y cantidades plenamente flexibles, información perfecta y agentes que actúan racionalmente, cualidad que los conduce a tomar decisiones que les permiten obtener como productores los máximos beneficios, y que les asegura como consumidores, la mayor utilidad en función de la cantidad de producto que pueden demandar y de la cantidad de tiempo que pueden dedicar al ocio.

Inicialmente los agentes cuentan con una distribución, que se expresa en sus dotaciones iniciales y en los derechos de propiedad.

En el intercambio se verifican la doble coincidencia de necesidades y el *quid pro quo* o intercambio entre equivalentes, de modo que ningún agente que interviene en el intercambio pierde a causa del proceso; es decir, los agentes intercambian bienes que tienen el mismo valor, pero diferente utilidad. Por tanto con el intercambio los agentes no modifican el valor de su distribución inicial, pero sí la composición de ésta por una que les es más satisfactoria, de donde resulta que el intercambio es eficiente.

La consistencia contable del modelo se basa en la Ley de Walras, que implica que los ingresos de unos agentes son los gastos de otros en virtud del sistema de precios, sea éste o no de equilibrio.

Se considera un sistema compuesto por un espacio, un periodo de análisis y un producto, es decir, se analiza la economía mundo en la que intervienen un productor y un consumidor representativos, donde p es el precio del bien, Q_d la demanda de producto, Q_s la oferta de producto, N_s la oferta de trabajo, N_d la demanda de trabajo, w el salario vigente y Π la masa de beneficios.

Las relaciones contables entre los agentes que expresan sus planes de participación en la economía, son las siguientes:

Consumidores:

$$\Pi + wN_s = pQ_d \quad (1)$$

⁴ El modelo sigue la metodología sugerida en Noriega (2001, 35 ss).

Productores:

$$pQ_s = wN_d + \Pi \quad (2)$$

Sumando (1) y (2):

$$\Pi + wN_s + pQ_s = pQ_d + wN_d + \Pi \quad (3)$$

$$p(Q_d - Q_s) + w(N_d - N_s) = 0 \quad (4)$$

Para que la igualdad a cero se satisfaga es crucial el papel de los precios. La Ley de Walras establece que la suma de las demandas excedentes en todos los mercados debe ser idénticamente igual a cero, cualquiera sea el vector de precios. La suma de las demandas excedentes resulta de las restricciones presupuestarias de todos los agentes; si cada uno de ellos la satisface, la economía en su conjunto tiene que satisfacer una restricción presupuestaria agregada.

3.2.2 Cálculo económico de los agentes

A) Consumidores

Supuesto 1. La función de utilidad del consumidor es cóncava, continua, diferenciable en todos sus puntos y no separable, depende de la demanda de producto Q_d y del tiempo dedicado al ocio S .

$$U = g(Q_d, S) \quad (5)$$

Supuesto 2. El tiempo dedicado al ocio S , es igual al tiempo individual biológicamente disponible para el trabajo τ , menos el que se ofrece al mercado de trabajo N_s .

$$S = (\tau - N_s) \quad (6)$$

El problema de maximización del consumidor es:

$$\text{Máx } U = u(Q_d, S)$$

$$\text{S. a } wN_s + \Pi = pQ_d \quad (7)$$

Resolviendo:

$$L(U) = u(Q_d, S) + \lambda(wN_s + \Pi - pQ_d) \quad (8)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Q_d} = u' Q_d - \lambda p \quad u' Q_d = \lambda p \quad (9)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_s} = -u' S + \lambda w \quad -u' S = -\lambda w \quad (10)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = w N_s + \Pi - p Q_d \quad w N_s + \Pi = p Q_d \quad (11)$$

La ecuación (11) es una de las condiciones de equilibrio del consumidor. Para determinar la otra, dividimos (10) entre (9):

$$-\frac{\partial \mathcal{L} / \partial N_s}{\partial \mathcal{L} / \partial Q_d} = \frac{u' S}{u' Q_d} = \frac{w}{p} \quad (12)$$

Siendo φ un parámetro resultante de las características de gustos y preferencias que expresa la relación inversa y proporcional entre el consumo y el ocio; entonces (12) se escribe así:

$$\frac{\varphi Q_d}{(\tau - N_s)} = \frac{w}{p} \quad (12b)$$

Despejando N_s de (12b), sustituyendo en (11) y resolviendo para Q_d :

$$\Pi + w \left(\tau - \frac{\varphi p Q_d}{w} \right) = p Q_d$$

$$Q_d = \frac{\Pi + w \tau}{p(1 + \varphi)} \quad (13)$$

Las propiedades de la demanda de producto (13) son:

$$\frac{\partial Q_d}{\partial p / w} = - \left(\frac{p}{w} \right)^{-2} \frac{\tau}{1 + \varphi} < 0$$

$$\frac{\partial^2 Q_d}{\partial (p/w)^2} = 2 \left(\frac{p}{w} \right)^{-3} \frac{\tau}{1 + \varphi} > 0$$

Es decir que se trata de una función respecto a los precios relativos (Marshall) con pendiente negativa creciente.

Y también:

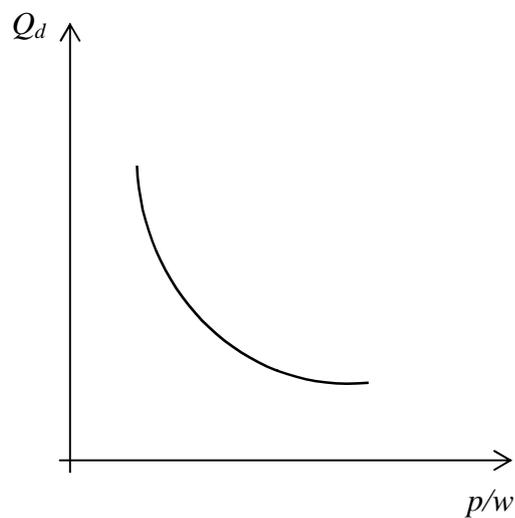
$$\frac{\partial Q_d}{\partial (\Pi + w\tau)} = \frac{1}{p(1+\varphi)} > 0$$

$$\frac{\partial^2 Q_d}{\partial (\Pi + w\tau)^2} = 0$$

Es una función respecto al ingreso o a las dotaciones iniciales (Engel) positiva constante.

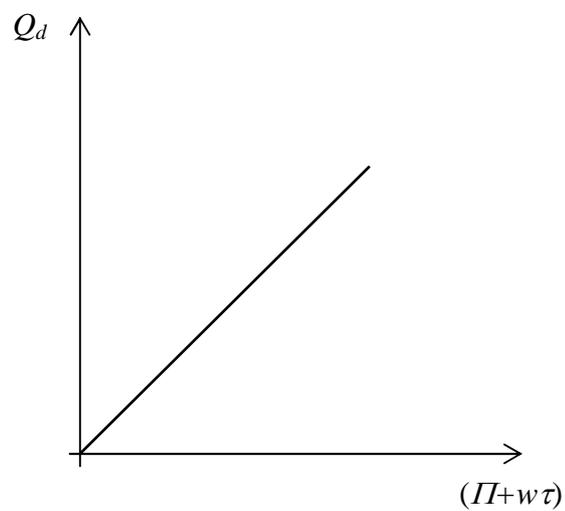
Gráfica 3.2.1

Función Marshall de demanda de producto



Gráfica 3.2.2

Función Engel de demanda de producto



Resolviendo Q_d de (11):

$$Q_d = \frac{\Pi + wN_s}{p}$$

Sustituyendo este resultado en (12c):

$$N_s = \tau - \frac{\varphi p \left(\frac{\Pi + wN_s}{p} \right)}{w}$$

$$N_s = \frac{\tau w - \varphi \Pi}{w(1 + \varphi)}$$

$$N_s = \tau(1 + \varphi)^{-1} - \varphi(1 + \varphi)^{-1} \frac{\Pi / p}{w / p} \quad (14)$$

Cuyas propiedades son:

$$\frac{\partial N_s}{\partial w / p} = \frac{\varphi}{1 + \varphi} \left(\frac{\Pi}{p} \right) \left(\frac{w}{p} \right)^{-1} > 0$$

$$\frac{\partial^2 N_s}{\partial (w / p)^2} = -\frac{\varphi}{1 + \varphi} \left(\frac{\Pi}{p} \right) \left(\frac{w}{p} \right)^{-2} < 0$$

La función oferta de trabajo es una función positiva decreciente respecto a los ingresos salariales.

Y también:

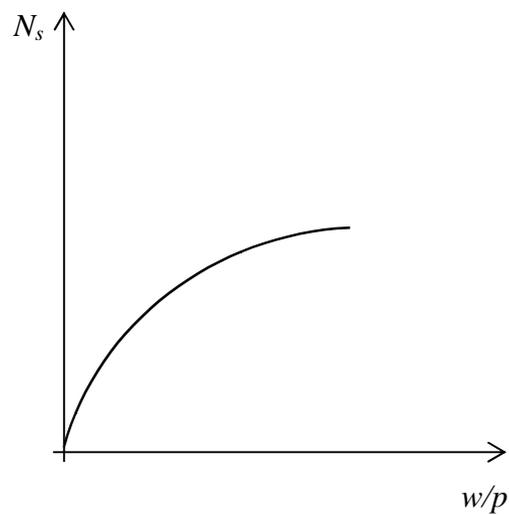
$$\frac{\partial N_s}{\partial \Pi / p} = -\frac{\varphi}{(1 + \varphi)w / p} < 0$$

$$\frac{\partial^2 N_s}{\partial (\Pi / p)^2} = 0$$

Es una función negativa constante respecto de los ingresos no salariales.

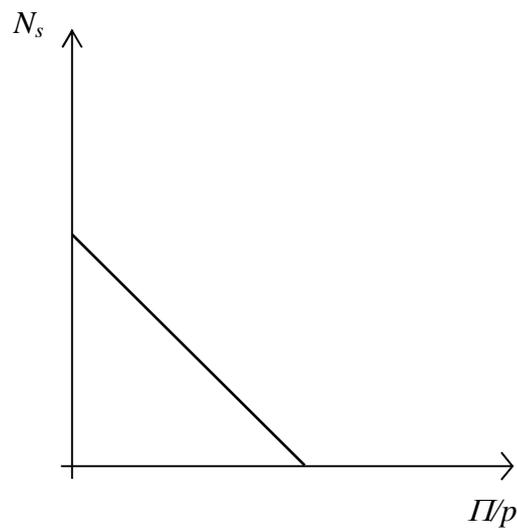
Gráfica 3.2.3

Función oferta de trabajo respecto al ingreso salarial



Gráfica 3.2.4

Función oferta de trabajo respecto al ingreso no salarial



B) Productores

Supuesto 3. Los productores maximizan sus beneficios dados por la diferencia entre los ingresos obtenidos por su oferta de producto y los pagos a la remuneración de factores.

$$\Pi = pQ_s - wN_d \quad (2b)$$

Supuesto 4. La oferta de producto es una función positiva decreciente de la demanda de trabajo.

$$Q_s = f(N_d) \quad f' > 0, \quad f'' < 0, \quad \text{y} \quad f(0) = 0 \quad (15)$$

El problema de optimización de los productores es:

$$\text{Máx } \Pi = pQ_s - wN_d$$

$$\text{S. a } Q_s = f(N_d) \quad f' > 0, \quad f'' < 0, \quad \text{y} \quad f(0) = 0 \quad (16)$$

Resolviendo:

$$L(\Pi) = pQ_s - wN_d + \lambda(Q_s - f(N_d)) \quad (17)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q_s} = p + \lambda \quad p = -\lambda \quad (18)$$

$$\frac{\partial L}{\partial N_d} = -w - \lambda f'_{Nd} \quad -w = \lambda f'_{Nd} \quad (19)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = Q_s - f(N_d) \quad Q_s = f(N_d) \quad (20)$$

Dividiendo (19) entre (18):

$$\frac{w}{p} = \frac{\lambda f'_{Nd}}{\lambda} \quad \text{entonces} \quad f'_{Nd} = w/p \quad (21)$$

Esta ecuación establece que en equilibrio el salario equivale al producto marginal del trabajo.

Las ecuaciones (20) y (21) son las condiciones de equilibrio del productor.

Supuesto 5. La expresión $Q_s = f(N_d)$ es homogénea de grado μ tal que $1 > \mu > 0$.

Entonces por el Teorema de Euler:

$$\mu Q_s = f' N_d \quad (22)$$

De donde:

$$f' = \mu \left(\frac{Q_s}{N_d} \right) \quad (22b)$$

Reemplazando (21) en (22b):

$$\mu \frac{Q_s}{N_d} = \frac{w}{p} \quad (23)$$

Resolviendo (23) para N_d y sustituyendo en (20):

$$N_d = \frac{\mu p Q_s}{w} \quad (23b)$$

$$Q_s = f\left(\frac{\mu p Q_s}{w}\right) \quad (24)$$

Como $Q_s = f(N_d)$ es homogénea de grado μ :

$$Q_s = \left(\frac{\mu p Q_s}{w}\right)^\mu$$

$$Q_s = \mu^{\frac{\mu}{1-\mu}} \left(\frac{p}{w}\right)^{\frac{\mu}{1-\mu}}$$

$$Q_s = j\left(\frac{p}{w}\right) \quad j' > 0 \quad (25)$$

La función oferta de producto (25) es homogénea de grado $[\mu(1-\mu)^{-1}]$ en p/w .

Su pendiente positiva además es: creciente si $\partial^2 Q_s / \partial (p/w)^2 > 0$ y si la función es homogénea de grado mayor que 1 en p/w para $\mu > 0.5$; constante si $\partial^2 Q_s / \partial (p/w)^2 = 0$ y si la función es homogénea de grado 1 en p/w para $\mu = 0.5$; decreciente, si $\partial^2 Q_s / \partial (p/w)^2 < 0$ y si la función es homogénea de grado menor a 1 en p/w para $0.5 > \mu > 0$.

Para calcular la demanda de trabajo se reemplaza (25) en (23b):

$$N_d = \mu j\left(\frac{p}{w}\right) \frac{p}{w}$$

$$N_d = \mu \mu^{\frac{\mu}{1-\mu}} \left(\frac{p}{w}\right)^{\frac{\mu}{1-\mu}} \frac{p}{w}$$

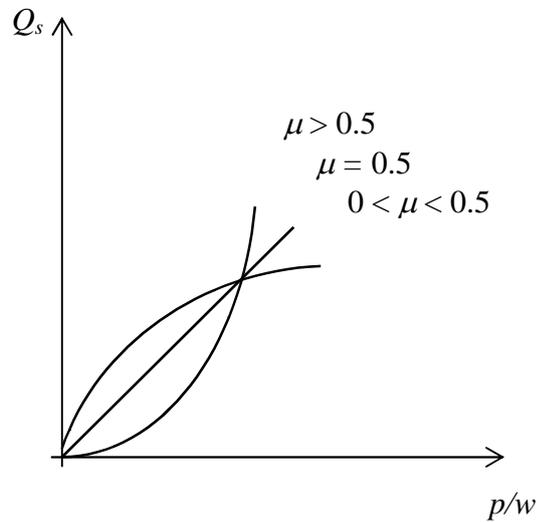
$$N_d = \mu^{\frac{1}{1-\mu}} \left(\frac{p}{w}\right)^{\frac{1}{1-\mu}}$$

$$N_d = \frac{1}{\mu} \left(\frac{w}{p}\right)^{-\frac{1}{1-\mu}}$$

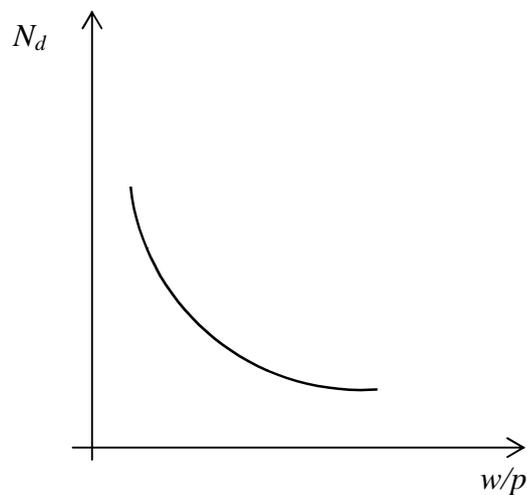
$$N_d = j^* \left(\frac{w}{p}\right) \quad j^{*'} < 0 \text{ y } j^{*''} > 0 \quad (26)$$

La expresión (26) representa la demanda de trabajo neoclásica; se trata de una función con pendiente negativa creciente y su grado de homogeneidad es de $[-(1-\mu)^{-1}]$ en w/p .

Gráfica 3.2.5
Oferta de producto



Gráfica 3.2.6
Demanda de trabajo



3.2.3 Equilibrio general

Para el equilibrio general, se necesita conocer el valor de Π/p , por (2b) es:

$$\frac{\Pi}{p} = Q_s - \frac{w}{p} N_d \quad (2c)$$

Sustituyendo (25) y (26) en (2c):

$$\frac{\Pi}{p} = j(p/w) - \frac{w}{p} j^*(w/p)$$

Usando el grado de homogeneidad de la oferta de producto y de la demanda de trabajo:

$$\begin{aligned} \frac{\Pi}{p} &= \left[j\left(\frac{p}{w}\right) \right]^{\frac{\mu}{1-\mu}} - \frac{w}{p} \left[j^*\left(\frac{w}{p}\right) \right]^{\frac{1}{1-\mu}} \\ \frac{\Pi}{p} &= \left[j\left(\frac{p}{w}\right) \right]^{\frac{\mu}{1-\mu}} - \left[j^*\left(\frac{p}{w}\right) \right]^{\frac{\mu}{1-\mu}} \\ \frac{\Pi}{p} &= \left[k\left(\frac{p}{w}\right) \right]^{\frac{\mu}{1-\mu}} \end{aligned} \quad (27)$$

Usando el mercado de trabajo:

$$Z_t = N_d - N_s = 0 \quad (28)$$

Reemplazando las funciones (14), (26) y (27) en (28) se tiene:

$$\begin{aligned} \left[j^*\left(\frac{w}{p}\right) \right]^{\frac{1}{1-\mu}} - \frac{\tau}{1+\varphi} + \frac{\varphi}{1+\varphi} \left(\frac{w}{p}\right)^{-1} \left[k\left(\frac{p}{w}\right) \right]^{\frac{\mu}{1-\mu}} &= 0 \\ \left[j^*\left(\frac{w}{p}\right) \right]^{\frac{1}{1-\mu}} - \frac{\tau}{1+\varphi} + \frac{\varphi}{1+\varphi} \left[k\left(\frac{w}{p}\right) \right]^{\frac{1}{1-\mu}} &= 0 \\ \frac{w}{p} &= l^{-1} \frac{\tau}{(1+2\varphi)} \end{aligned} \quad (29)$$

La ecuación (29) expresa el precio relativo resultante del cálculo de equilibrio general. Este precio permite demandas excedentes nulas en los mercados de trabajo y de producto.

3.2.4 Neutralidad del dinero

La incorporación del dinero al sistema se realiza a través de la ecuación cuantitativa:

$$M_o V = PQ \quad (30)$$

Donde M_o es la oferta monetaria, V la velocidad del dinero (que suponemos igual a uno), P el nivel general de precios y Q el producto.

Dada la oferta monetaria y conocida la cantidad de producto generada en equilibrio, la introducción del dinero sólo permite conocer el nivel general de precios.

$$P = \frac{M_o}{Q} \quad (31)$$

De (31) también se observa que una variación en la cantidad de dinero, origina un incremento proporcional en el nivel general de precios, sin modificaciones en el producto, por tanto, el dinero es neutral.

3.2.5 Resultados de desempleo

El desempleo de horas de trabajo que puede provocarse en el modelo se muestra claramente a partir de las funciones de oferta y demanda de trabajo.

Sea γ un número real cualquiera tal que $\gamma > 0$; el salario real se incrementa en magnitud γ , si este parámetro multiplica a la ecuación (29):

$$\gamma \frac{w}{p} = \gamma \left[l^{-1} \frac{\tau}{1 + 2\phi} \right] \quad (29b)$$

En consecuencia las funciones oferta de trabajo y demanda de trabajo se modifican así:

$$N_s = \tau(1 + \phi)^{-1} - \phi(1 + \phi)^{-1} \frac{\Pi / p}{\gamma(w / p)} \quad (14b)$$

$$N_d = j^* \left(\gamma \frac{w}{p} \right) \quad (26b)$$

Como se exhibió anteriormente, la oferta de trabajo es una función positiva decreciente del salario real, mientras que la demanda de trabajo es una función negativa creciente. Esto significa que un aumento del salario real en la magnitud γ , aleja a cada una de esas funciones de sus niveles de equilibrio y se genera desempleo.

En la gráfica 3.2.7, se muestra que el equilibrio general (línea continua) corresponde a un precio relativo que coordina los mercados de trabajo y de bienes, haciendo que en ambos las demandas excedentes sean nulas.

También se muestra lo que ocurriría si se estableciera un salario rígido superior a su nivel de equilibrio (línea discontinua). En tal caso se produciría una oferta de trabajo superior a la demanda porque los trabajadores están dispuestos a ofrecer a ese salario la cantidad de trabajo N_2 , mientras que los empresarios sólo demandan N_1 . A este precio de desequilibrio le corresponde un exceso positivo de demanda de bienes porque mientras los consumidores demandan Q_2 , las firmas sólo ofrecen Q_1 .

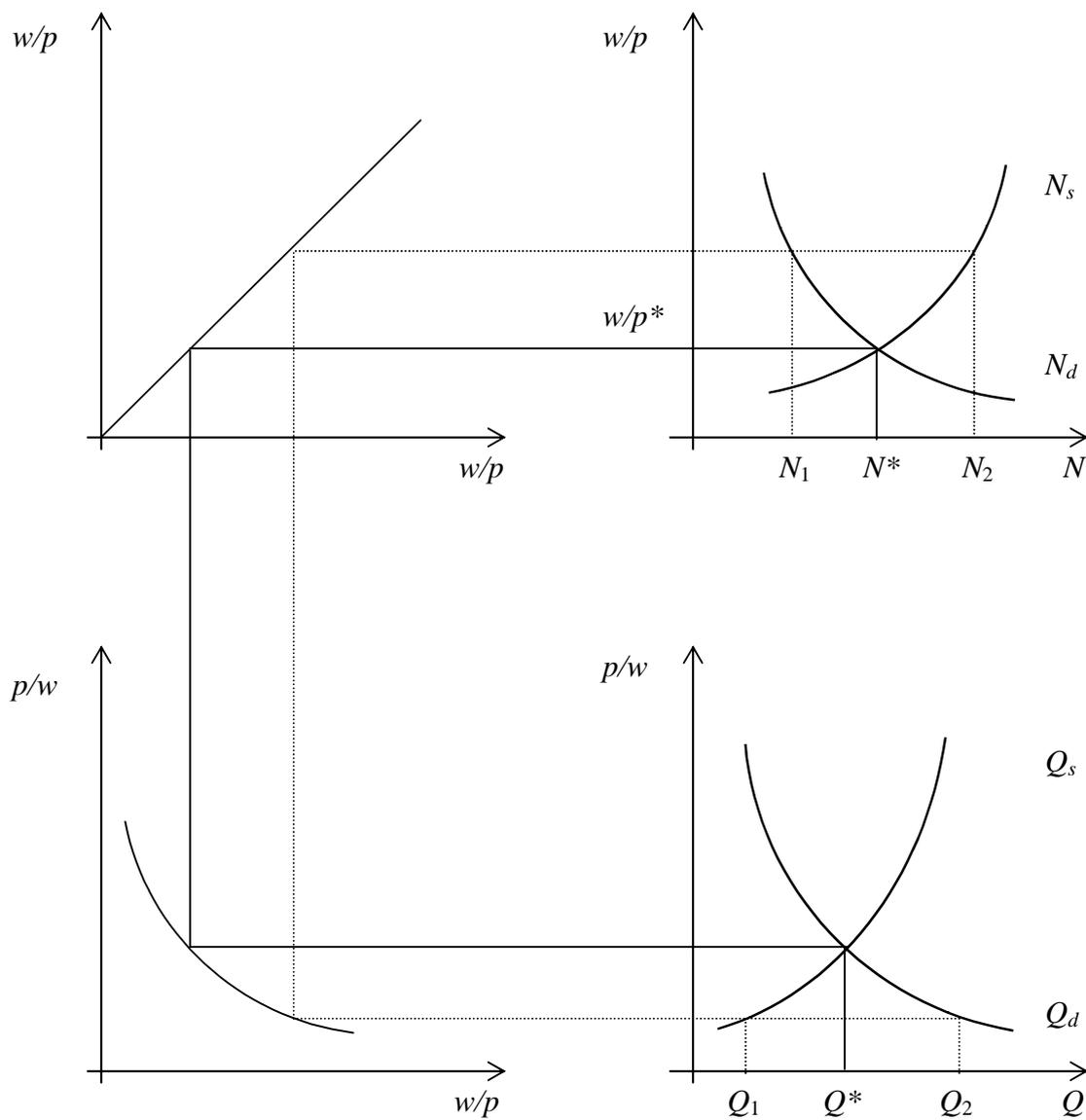
En el modelo neoclásico tradicional los productores demandan trabajo en el punto de la función de producción donde la productividad marginal del trabajo iguala al salario real, dado el número de firmas. La demanda de trabajo es una función negativa del salario real.

Los consumidores ofrecen trabajo según sus gustos y preferencias, dotaciones iniciales, y sus ingresos salariales y no salariales. La oferta de trabajo es decreciente de los ingresos no salariales y creciente del ingreso salarial.

El salario real obtenido en equilibrio depende de las dotaciones iniciales, de los gustos y preferencias y de la tecnología; con este precio se garantiza el pleno empleo y la eficiencia social.

El desempleo sólo es posible como consecuencia de rigideces en el mercado; por ejemplo el establecimiento de un salario mínimo. Sin embargo, se trata de un desempleo friccional y transitorio porque desaparece cuando se elimina la rigidez.

Gráfica 3.2.7
Equilibrio general y desempleo con rigidez salarial



3.3 CRECIMIENTO NEOCLÁSICO (SOLOW - SWAN, 1956)

3.3.1 Antecedentes

Roy F. Harrod (1939), pionero en estudiar el crecimiento económico, determinó en su trabajo que la renta nacional Y , y el stock de capital K debían crecer a una tasa fija dada por la razón que existe entre la propensión media a ahorrar s , y la relación capital - producto $v = K/Y$.

Estas relaciones se expresan así:

$$Y(t) = Y(0)e^{\frac{s}{v}t} \quad (1)$$

$$K(t) = K(0)e^{\frac{s}{v}t} \quad (2)$$

Ambos resultados se originan como solución a las ecuaciones: $dy / dt = (s / v)y$ y también $dk / dt = (s / v)k$.

Una seria limitación del planteamiento de Harrod, es la exogeneidad e independencia de las variables que considera: La tasa de crecimiento de la población n dependiente de patrones demográficos, la propensión media a ahorrar s que depende de las preferencias de los agentes y la relación capital - producto v determinada a partir de una tecnología fija.

Las variables anteriores se incorporan en hipótesis exógenas y constituyen la base de sus resultados, éstas son: 1) El ahorro es una proporción constante de la renta nacional $S=sY$; 2) Hay una relación constante entre el capital y el producto $v=K/Y$; 3) Existe una relación constante entre el trabajo y el producto $u=N/Y$, lo que implica que la máxima tasa de crecimiento del producto está dada por la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo.

Harrod encontró dos problemas fundamentales. Uno de ellos era asegurar la posibilidad de alcanzar un crecimiento de pleno empleo, caracterizado por la coincidencia entre la tasa de crecimiento de la población y la tasa de crecimiento efectiva $n=s/v$. El otro problema se refería a la estabilidad del crecimiento porque nada aseguraba que las tasas efectiva y garantizada coincidieran, entendiendo a esta última como la razón entre la propensión media a ahorrar y la relación capital - producto que los empresarios se formulan como expectativa.

El modelo de Harrod es en esencia keynesiano puesto que se incluye una función de inversión que junto con el multiplicador genera cierta demanda efectiva. Bajo los supuestos de nula depreciación del capital y de la igualdad entre el ahorro y la inversión entonces:

$$sY = I = v\dot{Y} \quad (3)$$

Evsey Domar (1946) propuso una explicación dual acerca del comportamiento de la inversión. Afirmó que la inversión es capaz de aumentar el nivel de renta potencial máximo \hat{Y} , si al incrementarse genera un stock de capital mayor:

$$\hat{Y} = \alpha I \quad (4)$$

Además, la inversión determina la renta efectiva a través del multiplicador:

$$\dot{Y} = \frac{1}{s} I \quad (5)$$

En consecuencia dedujo que la tasa de crecimiento de la inversión que asegure el que la renta efectiva alcance su máximo nivel de crecimiento potencial debía igualar a la propensión a ahorrar, dado que α es una constante, es decir:

$$\frac{\dot{I}}{I} = \alpha s \quad (6)$$

En el modelo de Domar no se incluyen expectativas, pero la inestabilidad es posible si ocurren cambios paramétricos exógenos.

Las propuestas de Harrod y Domar iniciaron la formalización del crecimiento, en particular, mostraron la posibilidad de expresar algebraicamente la relación entre los factores que lo determinan. Las principales objeciones a sus resultados son su estrecha determinación a partir de las hipótesis en las que se basan, y la ausencia de elementos explicativos para las variables que incorporan y que haga factible su derivación a partir de la conducta de los agentes.

En la propuesta de Robert Solow y Trevor Swan (1956) sólo se retomó el primer problema planteado por Harrod, pero se hizo a través de una metodología neoclásica; de este modo se supuso que la inversión está determinada por el ahorro,

y que en equilibrio los precios de los factores (salario real y tasa de interés) se obtienen por un proceso de vaciado de mercados. Además, a diferencia del modelo de Harrod que suponía una función de producción de proporciones fijas, Solow y Swan consideraron una función que permitía distintas combinaciones de los factores, pero que debía cumplir las condiciones de concavidad, homogeneidad de grado uno y de Inada.

3.3.2 Crecimiento de estado estacionario

El modelo se desarrolla en un contexto de competencia perfecta y se basa en el comportamiento de variables agregadas.

Supuesto 1. Existe una condición de equilibrio macroeconómico:

$$DA = OA = Y = Y_d \quad (7)$$

Donde DA es la demanda agregada, OA es la oferta agregada, Y el ingreso o renta nacional y Y_d la renta disponible; la expresión anterior implica además que el ahorro es equivalente a la inversión.

Definición 1. La demanda agregada se forma por el consumo y la inversión.

$$DA = C + I \quad (8)$$

Supuesto 2. Existe una función consumo:

$$C = cY \quad (9)$$

Donde c es la propensión marginal a consumir.

Definición 2. El ahorro S es la parte del ingreso que no se consume:

$$S = Y - C \quad (10)$$

Usando (3) en (4) se obtiene:

$$S = Y(1-c) \quad (11)$$

Donde $(1-c)$ es la propensión marginal a ahorrar.

Supuesto 3. El ahorro es una proporción del producto total:

$$S = sY \quad (12)$$

Como el ahorro es igual a la inversión, también:

$$I = sY \quad (12b)$$

Dividiendo (12b) entre el monto de trabajo existente en la economía N , entonces:

$$\frac{I}{N} = s \left(\frac{Y}{N} \right) \quad (13)$$

Siendo $i=I/N$ la inversión per cápita, e $y=Y/N$ el producto per cápita, entonces la condición de equilibrio macroeconómico puede escribirse como:

$$i = sy \quad (14)$$

Supuesto 4. La oferta agregada está dada por una función de producción en la que intervienen como factores el capital K , y el trabajo N . Esta función es homogénea de grado uno, por lo que presenta rendimientos constantes a escala.

$$Y = F(K, N) \quad (15)$$

Dividiendo (15) entre la cantidad de trabajo total:

$$\frac{Y}{N} = F\left(\frac{K}{N}, 1\right) \quad (16)$$

Siendo $k = K/N$ la relación capital - trabajo, entonces:

$$y = f(k) \quad (17)$$

Donde $f(k)$ es la función de producción en forma intensiva o per cápita.

Usando (14) y (17), la condición de equilibrio macroeconómico puede escribirse como:

$$i = sf(k) \quad (18)$$

La ecuación (18) nos indica cuál es la inversión de equilibrio por persona.

Para cada nivel de la razón capital - trabajo k , existen los niveles correspondientes de inversión, consumo y producto per cápita; esto significa que

ante variaciones en k , la razón capital - producto v se modifica, de modo que no se fija exógenamente como ocurre en el modelo de Harrod.

Supuesto 5. La población crece exógenamente a la tasa n :

$$g_N = \frac{dN}{dt} = n \quad (19)$$

Si no existe nueva inversión, entonces el crecimiento de la población ocasionará que la razón capital - trabajo decrezca. Por lo tanto, para que k sea constante, la tasa de crecimiento requerida para el capital es precisamente n :

$$g_K^r = \frac{dK/dt}{K} = n \quad (20)$$

Si no hay depreciación $I = dK/dt$, entonces la inversión requerida es:

$$I^r = nK \quad (21)$$

Dividiendo (21) entre la cantidad de trabajo existente:

$$\frac{I^r}{N} = \frac{nK}{N} \quad (22)$$

O bien:

$$i^r = nk \quad (23)$$

La ecuación (23) indica cuál es la inversión que se requiere para mantener constante k , dado el crecimiento de la población.

En el modelo se busca mantener la constancia de k , porque se pretende encontrar el crecimiento de estado estacionario, definido como aquel crecimiento proporcional que no induce a cambios en los precios relativos a lo largo del tiempo. Si se modificara la participación del capital y del trabajo en la producción, también fluctuarían sus precios.

En consecuencia la ecuación fundamental del crecimiento neoclásico se define por la evolución de k :

$$\frac{dk}{dt} = i - i^r = sf(k) - nk$$

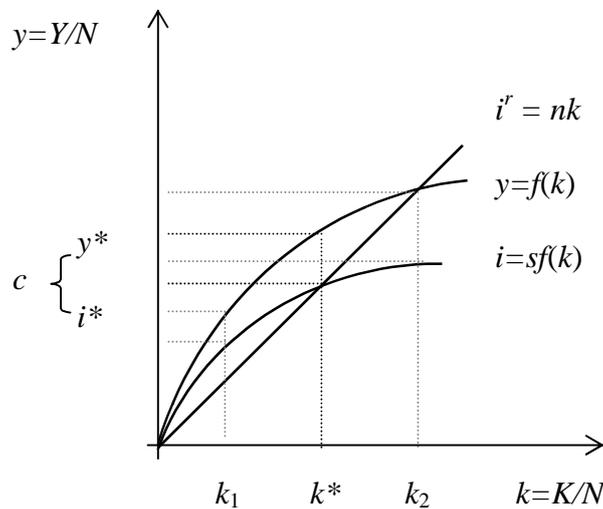
$$\dot{k} = sf(k) - nk \tag{24}$$

En estado estacionario $dk/dt = 0$ y por lo tanto $sf(k^*) = nk^*$

En la gráfica siguiente, k^* es estable porque cualquier otra razón capital - trabajo se aproxima a ésta en el tiempo.

Gráfica 3.3.1

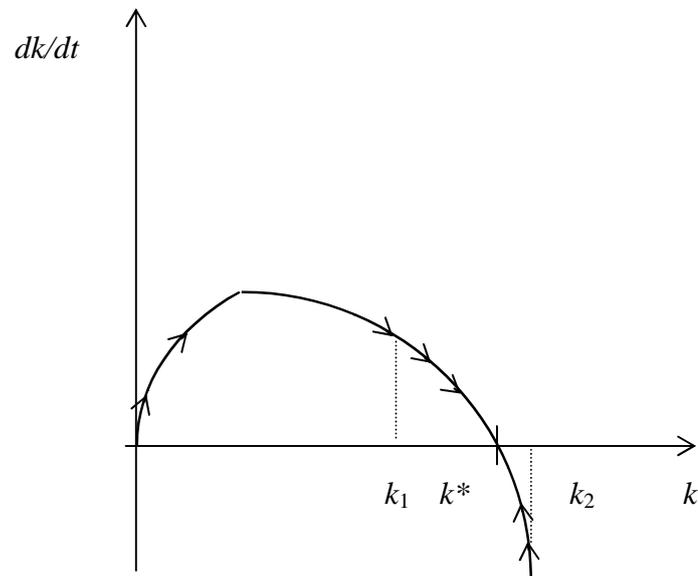
Crecimiento de estado estacionario



Si por ejemplo $k_1 < k^*$ entonces $i > i^r$, en consecuencia k aumenta porque el capital crece más rápido que el trabajo; por el contrario, si $k_2 > k^*$ entonces $i < i^r$ y en consecuencia k se reduce porque el capital crece más lentamente que el trabajo.

La gráfica (3.3.1) también muestra que en estado estacionario se cumple que la inversión real es igual a la requerida $sf(k) = nk$, y que el consumo se determina por la diferencia entre el producto y la inversión.

La siguiente gráfica representa un diagrama de fases del modelo Solow - Swan; en particular destaca que el estado estacionario es estable y que en él $dk/dt=0$.



3.3.3 Crecimiento de estado estacionario con depreciación

Si existiera depreciación del capital, la condición de equilibrio macroeconómico (18) se conservaría idéntica, pero la inversión requerida sería diferente, porque ahora para que k se mantenga constante, debe cubrir el aumento de la población n y la depreciación del capital δ .

Es decir, la ecuación (23) se modifica a:

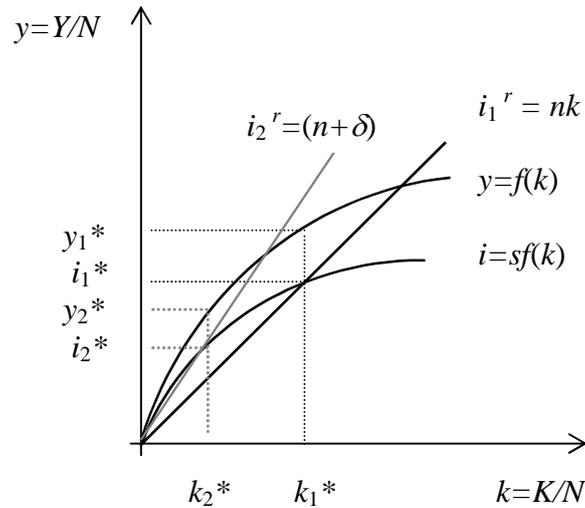
$$i^r = (n + \delta)k \quad (25)$$

Y por tanto la ecuación de crecimiento es ahora:

$$\dot{k} = sf(k) - (n + \delta)k \quad (26)$$

A partir de la ecuación (25) se observa que la curva de inversión requerida tiene mayor pendiente cuando el capital se deprecia; esto ocasiona que la tasa k^* de estado estacionario sea menor, pero las tasas de crecimiento del stock de capital, del consumo y del producto son mayores porque ahora corresponden a la suma $(n + \delta)$.

Crecimiento de estado estacionario con depreciación



En la gráfica 3.3.3 se comparan los equilibrios de estado estacionario sin depreciación de capital k_1^* y con depreciación de capital k_2^* .

3.3.4 Estabilidad del sistema

Para evaluar la estabilidad de la tasa k^* de estado estacionario, puede utilizarse una función de producción específica, por ejemplo, de tipo Cobb - Douglas:

$$Y = K^\alpha N^{1-\alpha} \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (27)$$

En forma intensiva la función de producción es:

$$\frac{Y}{N} = \frac{K^\alpha}{N} \frac{N}{N^\alpha}$$

O bien:

$$y = k^\alpha \quad (28)$$

Sin depreciación de capital, la ecuación fundamental de crecimiento es:

$$\frac{dk}{dt} = sk^\alpha - nk \quad (29)$$

Para resolver la ecuación diferencial, puede linealizarse definiendo un nuevo término:

$$Z = k^{1-\alpha} \quad (30)$$

De aquí:

$$\frac{dz}{dt} = (1-\alpha) \left(\frac{dk}{dt} \right) (k^{1-\alpha-1})$$

O bien:

$$\frac{dz}{dt} = (1-\alpha) \left(\frac{dk/dt}{k^\alpha} \right) \quad (31)$$

Sustituyendo (29) en (31):

$$\frac{dz}{dt} = (1-\alpha) \left(s - \frac{nk}{k^\alpha} \right) \quad (32)$$

Usando (30) en (32), esta última ecuación es:

$$\frac{dz}{dt} = (1-\alpha)s - (1-\alpha)nz \quad (32b)$$

Se trata de una ecuación diferencial ordinaria lineal, cuya solución es:

$$z(t) = Ce^{-(1-\alpha)nt} + \frac{s}{n} \quad (33)$$

Por (30) sabemos que:

$$z = k^{1-\alpha} \quad \text{y también} \quad k = z^{1/(1-\alpha)}$$

Usando estas relaciones en (33):

$$k(t) = \left[Ce^{-(1-\alpha)nt} + \frac{s}{n} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (34)$$

Cuando $t = 0$:

$$k(0) = \left[c + \frac{s}{n} \right]^{1-\alpha} \quad \text{entonces} \quad c = k(0)^{1-\alpha} - \frac{s}{n} \quad (35)$$

Usando (35) en (34) obtenemos la solución de la ecuación diferencial (29):

$$k(t) = \left\{ \left[k(0)^{1-\alpha} - \frac{s}{n} \right] e^{-(1-\alpha)nt} + \frac{s}{n} \right\}^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad n > 0 \quad \text{y} \quad 0 < \alpha < 1 \quad (36)$$

Si se calcula:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ \left[k(0)^{1-\alpha} - \frac{s}{n} \right] e^{-(1-\alpha)nt} + \frac{s}{n} \right\}^{\frac{1}{1-\alpha}} = \left(\frac{s}{n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

La ecuación de crecimiento es estable porque la tasa capital - trabajo se mantiene en estado estacionario en el valor:

$$k^* = \left(\frac{s}{n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (37)$$

Y cualquier $k(t)$ tiende a k^* .

Para formas funcionales más generales, la estabilidad de la ecuación de crecimiento puede revisarse a través del método de Liapounov⁵

⁵ Una forma como puede evaluarse la estabilidad de un punto crítico en un sistema es el método de Liapounov, cuya ventaja principal es que no requiere conocer la solución del sistema de ecuaciones diferenciales.

Considerando el sistema autónomo:

$$\frac{dx}{dt} = F(x, y), \quad \frac{dy}{dt} = G(x, y) \quad (a)$$

Y suponiendo que el punto $x=0, y=0$ es un punto crítico asintóticamente estable, entonces existe algún dominio D que contiene a $(0,0)$ al que toda la trayectoria que comienza en D , debe aproximarse a ese punto cuando t tiende a infinito; es decir, si las trayectorias se aproximan al origen cuando $t \rightarrow \infty$, entonces ese punto es asintóticamente estable.

La función V se llama función de Liapounov. Sea V definida sobre algún dominio D que contiene al origen, se dice que V es definida negativa (positiva) sobre D si $V(0,0) = 0$ y $V(x,y) < 0$ ($V(0,0) = 0$ y $V(x,y) > 0$) para todos los demás puntos en D . Si las desigualdades son \leq y \geq entonces V es semidefinida negativa y semidefinida positiva.

Siendo $x = \phi(t), y = \psi(t)$ una solución del sistema (a):

$$\frac{dV[\phi(t), \psi(t)]}{dt} = V_x[\phi(t), \psi(t)] \frac{d\phi(t)}{dt} + V_y[\phi(t), \psi(t)] \frac{d\psi(t)}{dt}$$

Introduciendo una función Liapounov:

$$V(t) = [k(t) - k^*]^2 \quad (38)$$

Donde k es la razón capital - trabajo. En estado estacionario $k(t) = k^*$ y $V(t)=0$, fuera del estado estacionario $k(t) \neq k^*$ y $V(t)>0$. El sistema se considera estable si $dV(t)/dt < 0$, es decir, si conforme transcurre el tiempo, la diferencia entre $k(t)$ y k^* se reduce.

Definiendo $z = k(t) - k^*$, la función (38) es:

$$V(t) = z^2 \quad (38b)$$

Diferenciando $V(t)$ con respecto al tiempo:

$$\frac{dV(t)}{dt} = 2z \left(\frac{dz}{dt} \right) \quad (39)$$

De nuestra definición de z se sabe que $dz/dt = dk(t)/dt$, y de la ecuación de crecimiento se tiene que $dk/dt = sf(k) - nk$.

Sustituyendo el valor de estas expresiones en (39) se obtiene:

$$\frac{dV(t)}{dt} = 2z[sf(k) - nk] \quad (39b)$$

Como $k(t) = z + k^*$, entonces:

$$\frac{dV(t)}{dt} = 2z[sf(z + k^*) - n(z + k^*)] \quad (39c)$$

La concavidad de la función de producción implica que:

$$\dot{V}(x, y) = V_x(x, y)F(x, y) + V_y(x, y)G(x, y) \quad (b)$$

Donde $\dot{V}(x, y)$ puede interpretarse como la rapidez de cambio de V a lo largo de la trayectoria del sistema de (a) que pasa por el punto (x, y) .

Los dos teoremas de Liapounov son:

1) Suponiendo que el sistema autónomo (a) tiene un punto crítico aislado en el origen, si existe una función V que es continua y tiene primeras derivadas parciales continuas, se define positiva y para la cual la función V dada por la ecuación (b) es definida negativa sobre algún dominio D en el plano xy que contenga a $(0,0)$, entonces el origen es un punto crítico asintóticamente estable. Si V es semidefinida negativa, entonces el origen es un punto crítico estable.

2) Sea el origen un punto crítico aislado del sistema autónomo (a) y sea V una función que es continua y tiene primeras derivadas parciales continuas. Suponiendo que $V(0,0) = 0$ y que en toda vecindad del origen hay cuando menos un punto en el cual V es positiva (negativa), entonces si existe

$$\frac{[f(z + k^*) - f(k^*)]}{z} \leq f'(z)$$

O bien:

$$f(z+k^*) \leq f(k^*) + zf'(k^*) \quad (40)$$

Usando (40) en (39c):

$$\frac{dV(t)}{dt} \leq 2z[sf(k^*) + szf'(k^*) - n(z + k^*)] \quad (41)$$

Por definición de estado estacionario en equilibrio $sf(k^*) = nk^*$, entonces la ecuación (41) se reduce a:

$$\frac{dV(t)}{dt} \leq 2z[szf'(k^*) - nz] \quad (41b)$$

A partir de la igualdad $sf(k^*) = nk^*$, $s = nk^*/f(k^*)$, por lo que la ecuación anterior es equivalente a:

$$\frac{dV(t)}{dt} \leq 2z \left[\frac{nk^*}{f(k^*)} zf'(k^*) - nz \right] \quad (41c)$$

Factorizando la expresión entre corchetes con el término $nz/f(k^*)$:

$$\frac{dV(t)}{dt} \leq \left[\frac{2nz^2}{f(k^*)} \right] [k^* f'(k^*) - f(k^*)]$$

Que es equivalente a:

$$\frac{dV(t)}{dt} \leq - \left[\frac{2nz^2}{f(k^*)} \right] [f(k^*) - k^* f'(k^*)] \quad (42)$$

La ecuación de crecimiento de estado estacionario se ha obtenido suponiendo rendimientos constantes a escala en la función de producción; el término $[f(k^*) - k^* f'(k^*)]$ es el producto marginal del trabajo y es positivo, mientras

un dominio D que contenga al origen tal que la función V dada por (b) es definida positiva (definida

que el término $[2nz^2 / f(k^*)]$ es no negativo, por lo tanto $dV(t)/dt < 0$ y la razón k^* de estado estacionario es globalmente estable.

3.3.5 Modificaciones en la tasa de crecimiento de la población y en la tasa de ahorro

En el modelo de Solow - Swan, la tasa de crecimiento de la población n determina la tasa a la que crecen las variables agregadas en estado estacionario: el producto Y , el consumo C , el capital K y el trabajo N ; si se existe depreciación del capital entonces estas variables crecerán a la tasa $(n + \delta)$. Las variables per cápita: y , c y k se mantienen constantes en el tiempo.

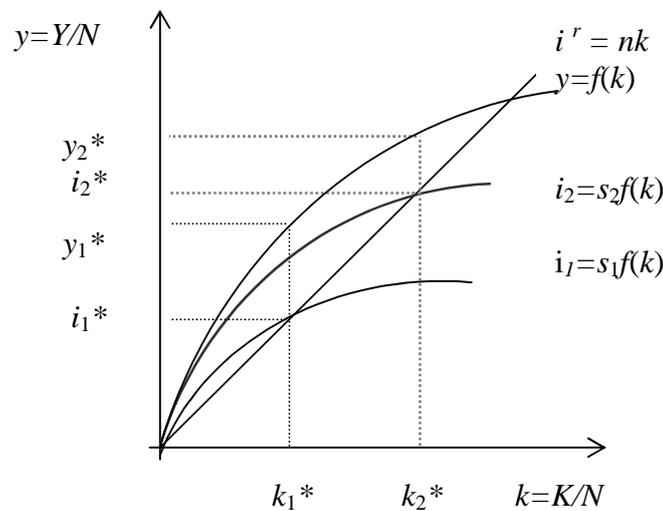
Un cambio en la tasa de crecimiento de la población modifica la inversión requerida, si aumenta dicha tasa se alcanzará un nivel de equilibrio de estado estacionario para una razón capital - trabajo inferior a la original. Este cambio es idéntico al que se produce cuando se incorpora la depreciación del capital.

Una variación positiva de la tasa de ahorro incrementa temporalmente las tasas de crecimiento del producto, del capital y del consumo; aun cuando la tasa de ahorro aumente permanentemente, en el largo plazo no tendrá efectos sobre el crecimiento.

Como se observa en la gráfica 3.3.4, un aumento en la tasa de ahorro desplaza la curva de inversión real hacia arriba. Si inicialmente con la razón capital - trabajo k_1^* las variables agregadas estaban creciendo a la tasa n , durante el tránsito hacia el nuevo estado estacionario k_2^* , el producto, el capital y el consumo crecen un poco más rápido que n , pero una vez que se alcanza el nuevo equilibrio, la tasa de crecimiento de dichas variables retorna a su nivel original.

La gráfica también muestra que el crecimiento de estado estacionario no implica en general la obtención del mayor consumo posible, de hecho podría ser ineficiente en el sentido de que un cambio en la propensión a ahorrar puede mejorar el consumo per cápita.

negativa) sobre D , entonces el origen es un punto crítico inestable.



3.3.6 Crecimiento con progreso tecnológico

Dada la función de producción $Y = F(K, N)$, y bajo el supuesto de que el progreso técnico ocurre en cada periodo, la función anterior puede modificarse como: $Y = F(K, N, t)$, que en su forma intensiva es: $y = f(k, t)$.

Como consecuencia del progreso técnico, la función de producción se traslada hacia arriba en cada periodo, y con ello se incrementa permanentemente la razón capital - trabajo, mientras que las tasas de crecimiento de las variables agregadas son mayores que el crecimiento de la población (gráfica 3.3.5).

El progreso técnico aumentador de trabajo o neutral en el sentido de Harrod, es el único tipo de progreso técnico compatible con el estado estacionario estable de tasa k^* porque mantiene constante la tasa capital - producto a lo largo del tiempo.

Siendo $A(t)$ el factor de cambio técnico, la función de producción se representa como:

$$Y = F(K, A(t)N), \quad A > 0 \quad \text{y} \quad dA/dt > 0 \quad (43)$$

Para expresar (43) en su forma intensiva, dividimos entre AN :

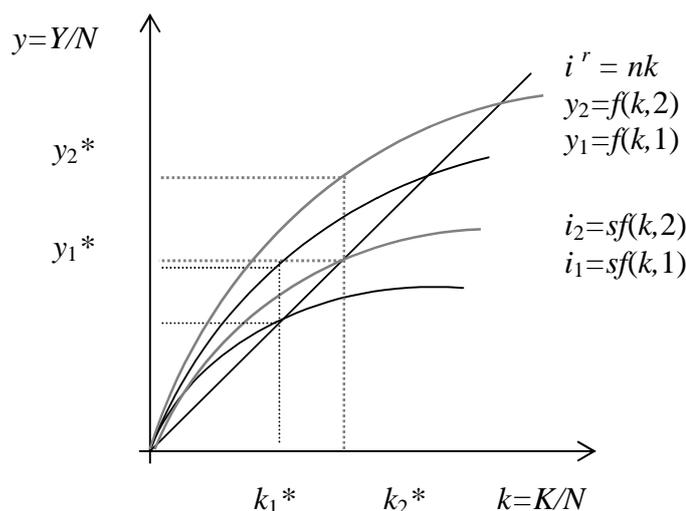
$$\frac{Y}{AN} = F\left(\frac{K}{AN}, 1\right)$$

O bien:

$$y^e = f(k^e) \quad (44)$$

Donde y^e es la tasa producto - trabajo efectivo y k^e es la tasa capital - trabajo efectivo.

Gráfica 3.3.5
Progreso técnico



La pendiente de la función de producción intensiva es el producto marginal del capital.

Como $F(K, AN) = ANf(k^e)$ entonces:

$$r = \frac{\partial [ANf(k^e)]}{\partial K} = \frac{\partial \left[ANf\left(\frac{K}{AN}\right)^e \right]}{\partial K} = ANf'(k^e) \left(\frac{AN}{A^2 N^2} \right) = f'(k^e)$$

La condición de equilibrio macroeconómico es ahora:

$$\frac{I}{AN} = s \left(\frac{Y}{AN} \right)$$

Que también puede expresarse como:

$$i^e = sy^e = sf(k^e) \quad (45)$$

Si el trabajo N crece a la tasa n , y el progreso técnico a la tasa θ , entonces el trabajo efectivo debe crecer a la tasa $(n + \theta)$:

$$g_{AN} = g_N + g_A = n + \theta \quad (46)$$

En estado estacionario, el capital debe crecer a la misma tasa que el trabajo efectivo, para que k^e sea constante, es decir, $g_K = n + \theta$.

Por tanto la inversión requerida debe ser:

$$I^r = \frac{dK}{dt} = (n + \theta)K$$

$$i^{re} = (n + \theta)k^e \quad (47)$$

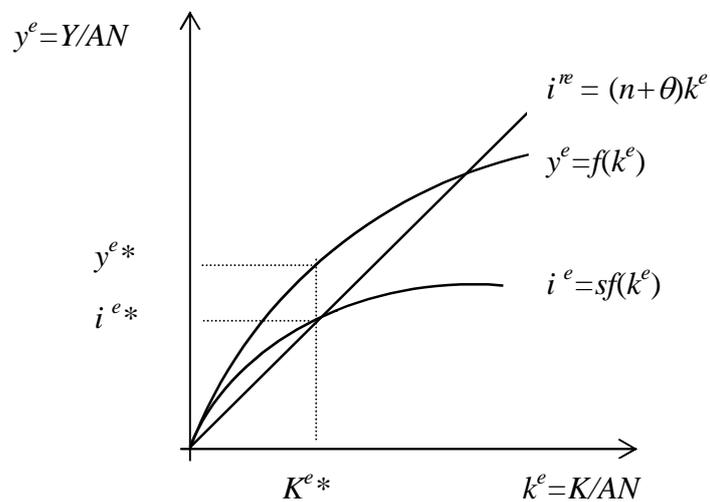
Y la ecuación de crecimiento neoclásico con progreso tecnológico es:

$$\frac{dk^e}{dt} = sf(k^e) - (n + \theta)k^e \quad (48)$$

A diferencia del modelo básico, aquí la inversión requerida incluye la tasa de crecimiento del progreso técnico (47).

Gráfica 3.3.6

Crecimiento con progreso técnico neutral en el sentido de Harrod



3.3.7 Desempleo en contextos de crecimiento exógeno

La propuesta de Solow - Swan formaliza en el marco neoclásico la idea de que las tasas de crecimiento de la población y del progreso tecnológico son las determinantes del crecimiento económico.

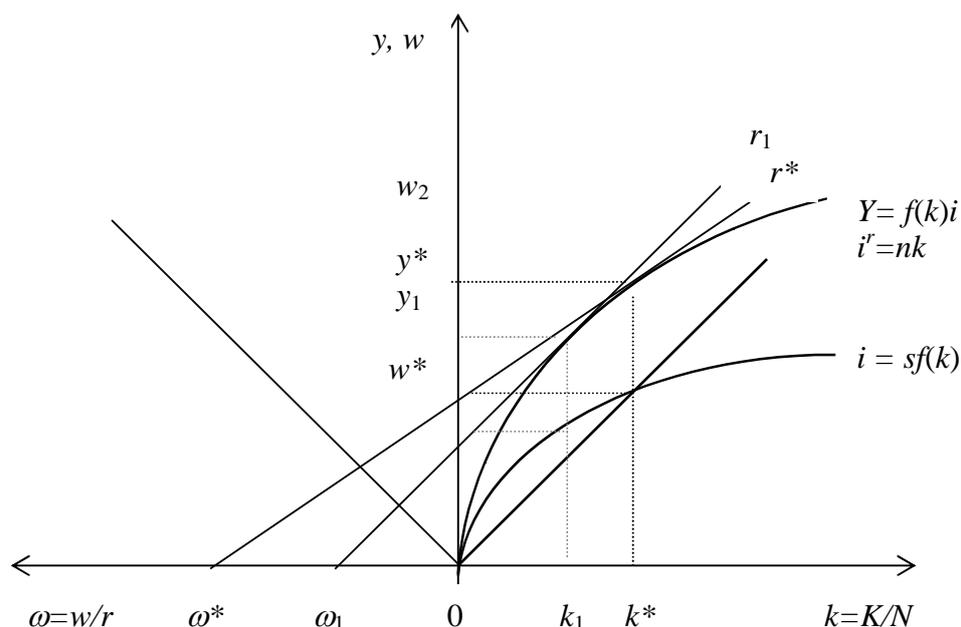
En términos del problema que nos ocupa, este modelo tiene dos serias limitaciones. La primera es el hecho de que el progreso técnico sólo tiene como resultado la modificación de la escala de producción (según se observa en la gráfica 3.3.5). Si se introduce progreso tecnológico aumentador de trabajo, sus efectos serán además el aumento de la razón capital - trabajo hasta que se alcance el nuevo estado estacionario, y la constancia de la razón capital - producto en equilibrio de estado estacionario. Sin embargo, pese a la alusión de progreso técnico, se mantiene un concepto de tecnología invariable porque en el largo plazo el modo como los factores intervienen en la producción se mantiene constante, y porque se exige que la función de producción conserve sus propiedades típicas.⁶

Por otra parte, en este escenario analítico no es posible arribar al resultado de desempleo porque se ha construido bajo el supuesto de que los mercados se vacían siempre.

Más precisamente, en el modelo se asume que la función de producción exhibe rendimientos constantes a escala y que los factores se remuneran de acuerdo a sus productividades marginales, por lo tanto las firmas obtienen nulos beneficios. También se asume que siempre prevalece el pleno empleo.

Iniciando con una razón capital - trabajo cualquiera k , y un equilibrio de estado estacionario k^* , tales que $k < k^*$, entonces el proceso de ajuste hacia el equilibrio implica que el capital crezca en mayor proporción que el trabajo, y en consecuencia que la productividad marginal del capital se reduzca, al mismo tiempo que aumenta la productividad marginal del trabajo de modo que la ganancia se mantenga constante.

⁶ Véase *infra*, capítulo 7.



En la gráfica anterior, k_1 representa una razón capital - trabajo inferior a la de estado estacionario k^* , la pendiente de la función de producción en ese punto es la productividad marginal del capital, equivalente a la tasa de interés r_1 ; esta pendiente cruza el eje vertical en el punto correspondiente a la productividad marginal del trabajo w_1 . En el estado estacionario, la pendiente de la función de producción es menor, ello implica menor productividad marginal del capital r^* y mayor productividad marginal del trabajo w^* .

La gráfica permite observar claramente que no existe posibilidad de un desequilibrio de empleo. Si por ejemplo, a partir del equilibrio estacionario se deseara mejorar el salario real hasta w_2 se requeriría situar la producción más allá de la frontera de eficiencia técnica; además la condición de beneficios nulos impediría que aumentaran simultáneamente las productividades marginales del salario y del trabajo.

Por tanto el modelo básico de crecimiento exógeno, no permite derivar resultados de desempleo ante una variación de los precios relativos, como era posible al considerar un periodo analítico. Este hecho tiene una implicación muy fuerte: la desvinculación entre el escenario neoclásico de corto plazo y el de largo plazo, desde que este último no extiende ni reproduce los resultados del primero.⁷

3.4 CRECIMIENTO ÓPTIMO

Como se mencionó en la introducción a este capítulo, los modelos de crecimiento óptimo iniciaron con el estudio de la tasa de ahorro que permitiera alcanzar las mayores utilidades presentes y futuras posibles para todos los individuos.

La determinación de la tasa de ahorro óptima se consideró por algunos economistas como Peter T. Bauer (1957) y J. de V. Graaff (1957) como un ejercicio poco relevante bajo los argumentos de que no era posible implementarla dadas las preferencias de los agentes y en el caso de que se hiciera se trataría de una decisión política impuesta a los agentes.⁸

Sin embargo, la cuestión del ahorro óptimo adquirió una gran relevancia para el fortalecimiento del modelo neoclásico de crecimiento; porque permitía superar dos de sus debilidades: El uso de una tasa exógena de ahorro y la posible ineficiencia del equilibrio de estado estacionario.

En las siguientes secciones se presentan el planteamiento original de Frank P. Ramsey (1928), el modelo de crecimiento óptimo neoclásico debido a David Cass y Tjalling C. Koopmans (1965), y el modelo de generaciones traslapadas en tiempo discreto de Paul Samuelson (1958) y P. A. Diamond. Finalmente, el apartado sobre crecimiento óptimo concluye con un examen de las posibilidades que ofrece éste para la explicación del desempleo involuntario.

⁷ Véase Noriega, F. (2004). "El poder de los salarios: Una crítica a los fundamentos de la teoría neoclásica del crecimiento", documento de trabajo mimeografiado, UAM, México.

3.4.1 La tasa óptima de ahorro (Ramsey, 1928)

Ramsey se propuso determinar qué parte del ingreso debe ahorrar un país. El análisis se desarrolla en un escenario de largo plazo. A lo largo del tiempo el tamaño de la población, se mantiene constante; los individuos son homogéneos en sus gustos y preferencias.

La sociedad está formada por los miembros actuales y futuros, todos ellos tienen el mismo peso en el bienestar social, no hay posibilidades de que alguna generación consuma egoístamente el ahorro.

También se eliminan las posibilidades de que la acumulación sea destruida por algún factor exógeno, y que se introduzcan en algún momento nuevos inventos o mejoras en la organización.

Supuesto 1. La sociedad tiene inicialmente una tasa de consumo $C(t)$, de trabajo $N(t)$ y de capital $K(t)$. El ingreso total es una función del trabajo y del capital $F(N,K)$, es decir $Y = F(K, N)$. El ingreso es equivalente a la suma del ahorro $S = I = \frac{dK}{dt}$, y del consumo C :

$$\frac{dK}{dt} + C = F(K, N) \quad (1)$$

Supuesto 2. La utilidad total depende de la utilidad obtenida por el consumo $U(C)$ y de la desutilidad de la oferta de trabajo $V(N)$:

$$U(C, N) = U(C) - V(N) \quad U' > 0, \quad U'' < 0, \quad V' > 0, \quad \text{y} \quad V'' < 0 \quad (2)$$

Supuesto 3. Existe un punto de bienaventuranza o felicidad B (*bliss point*), que representa la máxima utilidad posible para una generación. La distancia entre la felicidad y la situación en el periodo t para cualquier generación es: $[B - U(C) + V(N)]$; para bajos niveles de consumo $B \geq [U(C) - V(N)]$, de modo que se obtiene utilidad incrementando el consumo. En el punto de felicidad: $B = U(C) - V(N)$ y la utilidad marginal del consumo es cero.⁹

⁹ Cfr. Bauer, P. T. (1957). *Economic Analysis and Policy in Underdeveloped Countries*, Durham, Duke University Press; y Graaff J. V. (1957). *Theoretical Welfare Economics*, Cambridge University Press, U. K.

Entonces, el problema consiste en minimizar la distancia hacia la felicidad de todas las generaciones, o bien, encontrar la asignación de consumo entre generaciones para la cual la distancia al punto de felicidad es minimizada bajo la restricción del ingreso y del stock de capital inicial. En tiempo discreto puede representarse como:

$$\text{Mín } \sum_{t=0}^{\infty} [B - U(C_t) + V(N_t)] \quad (3)$$

$$\text{S. a } \frac{dK}{dt} = F(K_t, N_t) - C_t$$

$$K(0) = K_0$$

En un escenario más simplificado en el que se omite la desutilidad del trabajo, el problema puede representarse a través de la gráfica siguiente:

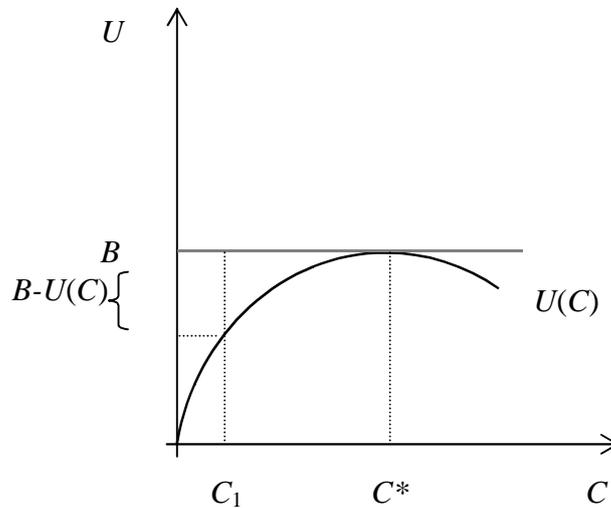
⁹ Ramsey deseaba encontrar una tasa de ahorro óptima que maximizara la utilidad de todas las generaciones, esto le condujo a enfrentar la disyuntiva de elegir, como planteamiento del problema, entre la suma directa de las utilidades de todas las generaciones $\sum_{t=0}^{\infty} U(C_t)$, y el uso de algún factor de descuento en dicha suma $\sum_{t=0}^{\infty} \delta^t U(C_t)$.

En el primer caso, se presenta la posibilidad de que al adicionar las utilidades se encuentren trayectorias de consumo infinitas, que en consecuencia no puedan ser comparables. La alternativa conocida hasta entonces era el uso de algún factor de descuento por el cual se pondera la utilidad entre las generaciones actuales y futuras, pero es posible obtener trayectorias finitas y comparables de consumo; Ramsey rechazó este camino argumentando que tal práctica es éticamente indefendible (Cfr. Ramsey, F. P. 1928. "A mathematical theory of savings" *Economic Journal*, Vol. 38, p.543).

En su lugar, Ramsey propuso una función de bienestar social: $\sum_{t=0}^{\infty} [B - U(C_t)]$ ésta permite comparar distintas trayectorias de consumo y elegir la que converge a la felicidad; sin embargo el punto deseable de bienaventuranza, donde el consumo se maximiza es introducido exógenamente. Además se desconoce qué nivel de felicidad se alcanza en cualquier punto del tiempo para una trayectoria de consumo dada.

Christian Von Weizsäcker (1965) e Hiroshi Atsumi (1965) propusieron un método alternativo para comparar trayectorias de consumo infinitas conocido como *Overtaking criterion*, que consiste en imponer un tiempo finito T a la evolución del consumo y evaluar la utilidad alcanzada hasta ese punto, para después extender el análisis añadiendo sucesivamente más periodos. Así una trayectoria C_t^α es mejor que la trayectoria C_t^β si $\sum_{t=0}^T U(C_t^\alpha) > \sum_{t=0}^T U(C_t^\beta)$. Sin embargo, el problema de comparabilidad no queda totalmente resuelto porque depende del periodo que se escoja; bien puede ocurrir por ejemplo que: $\sum_{t=0}^{T+1} U(C_t^\alpha) < \sum_{t=0}^{T+1} U(C_t^\beta)$ (Al respecto pueden consultarse: Weizsäcker, C. 1965. "Existence of optimal programs of accumulation for an infinite time horizon", *Review of Economic Studies*, Vol. 32, pp. 85-104, y también Atsumi, H. 1965. "Neoclassical growth and the efficient program of capital accumulation", *Review of Economic Studies*, Vol. 32, pp. 127-136).

La estrategia de utilizar un factor de descuento (δ) en una suma de tiempo discreto: $\sum_{t=0}^{\infty} \delta^t U(C_t)$, evolucionó para usarse como una tasa de descuento (ρ) en una suma de tiempo continuo: $\int_0^{\infty} e^{-\rho t} U(C_t) dt$ donde $\delta = \frac{1}{1 + \rho}$.



Intuitivamente podría pensarse que la felicidad se alcanzará más rápido entre mayor sea el ahorro de las primeras generaciones, ya sea manteniendo el consumo, pero mejorando la acumulación de capital, o bien, manteniendo ésta y reduciendo el consumo. Sin embargo, de lo que se trata es de ponderar equitativamente el costo de la convergencia a la bienaventuranza con la utilidad corriente del consumo.

Sustituyendo en la función objetivo la restricción de recursos y denotando la sumatoria como X se obtiene:

$$X = B - U \left[F(K, N) - \frac{dK}{dt} \right] + V(N) \quad (4)$$

De (4) se obtiene:

$$\frac{\partial X}{\partial N} = -U' \left[F(K, N) - \frac{dK}{dt} \right] F'(N) + V'(N) \quad (5)$$

$$\frac{\partial X}{\partial \frac{dN}{dt}} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial X}{\partial K} = -U' \left[F(K, N) - \frac{dK}{dt} \right] F'(K) \quad (7)$$

$$\frac{\partial X}{\partial \frac{dK}{dt}} = U' \left[F(K, N) - \frac{dK}{dt} \right] \frac{d}{dt} \quad (8)$$

Entonces sumando (5) con (6) y (7) con (8) se obtiene:

$$\frac{\partial X}{\partial N} + \frac{\partial X}{\partial \frac{dN}{dt}} = -U' \left[F(K, N) - \frac{dK}{dt} \right] F'(N) + V'(N) = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial X}{\partial K} + \frac{\partial X}{\partial \frac{dK}{dt}} = -U' \left[F(K, N) - \frac{dK}{dt} \right] F'(K) + \frac{d}{dt} U' \left[F(K, N) - \frac{dK}{dt} \right] \quad (10)$$

Recordando que $C = F(K, N) + \frac{dK}{dt}$, de (9) resulta que la desutilidad marginal del consumo debe ser igual al producto marginal del trabajo multiplicado por la utilidad marginal del consumo:

$$V'(N) = U'(C)F'(N) \quad (11)$$

De (10) se obtiene que la productividad marginal del capital es equivalente al negativo de la tasa de crecimiento de la utilidad marginal del consumo:

$$F'(K) = -\frac{dU'(C)/dt}{U'(C)} \quad (12)$$

El modelo requiere dos condiciones de transversalidad que indican cómo evoluciona la función que representa la cantidad que separa el disfrute de la bienaventuranza (X), ante variaciones en la oferta de trabajo (N) o en el stock de capital (K):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left[X - \frac{\partial X}{\partial \frac{dN}{dt}} \frac{dN}{dt} \right] = 0 \quad (13)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left[X - \frac{\partial X}{\partial \frac{dK}{dt}} \frac{dK}{dt} \right] = 0 \quad (14)$$

Definiendo:

$$\left[X - \frac{\partial X}{\partial \frac{dK}{dt}} \frac{dK}{dt} \right] = \alpha, \text{ o bien:}$$

$$[B - U(C) + V(N)] - U' \left[F(K, N) - \frac{dK}{dt} \right] \frac{d}{dt} \frac{dK}{dt} = \alpha$$

$$[B - U(C) + V(N)] - \frac{dU'(C)}{dt} \frac{dK}{dt} = \alpha \quad (15)$$

Como $\lim_{t \rightarrow \infty} \alpha = 0$, puede resolverse dK/dt de (15) con igualdad a cero:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{B - U(C) + V(N)}{\frac{dU'(C)}{dt}} \quad (16)$$

La ecuación (16) se conoce como Regla Keynes - Ramsey; establece que la evolución óptima del ahorro es igual a la distancia que existe entre la bienaventuranza y la utilidad que efectivamente se disfruta, dividida entre la evolución de la utilidad marginal del consumo. Simplemente señala que el beneficio obtenido de acelerar la bienaventuranza es igual al costo marginal que se paga por alcanzarla.

Asumiendo que el trabajo se ofrece inelásticamente y utilizando el supuesto 1 por el cual $dK/dt = Y - C$, entonces la regla Keynes - Ramsey es:

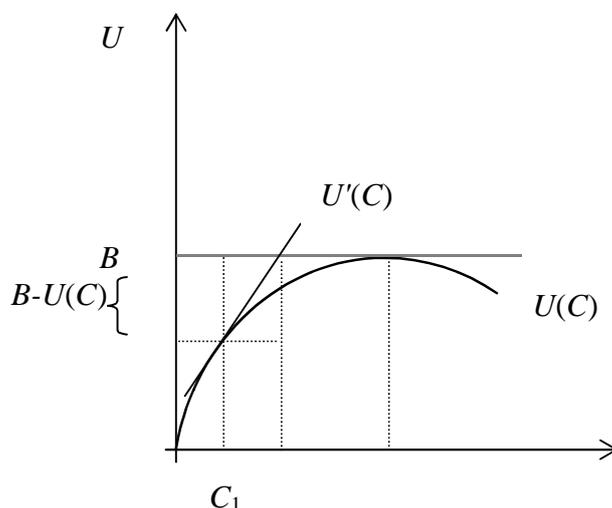
$$Y - C = \frac{B - U(C)}{\frac{dU'(C)}{dt}} \quad (16b)$$

Si inicialmente se tiene un nivel de ingreso Y_1 y de consumo C_1 tales que $Y_1 \neq C_1$, entonces $dK/dt > 0$. La variación en el stock de capital incrementará el producto y también la utilidad derivada del consumo aunque a una tasa decreciente; en el punto en que la utilidad marginal del consumo es nula, $Y^* = C^*$, $dK/dt = 0$ y se alcanza el punto de felicidad. Esto se muestra en la gráfica (3.4.2):

Es importante destacar que la Regla Keynes - Ramsey es independiente del precio de los factores capital y trabajo. Para determinar la trayectoria óptima de

consumo sólo se requiere conocer el stock de capital inicial $K(0)$, la forma de la función de utilidad $U(C)$, y el punto de felicidad B .

Gráfica 3.4.2
Consumo óptimo



3.4.2 Crecimiento óptimo (Ramsey - Cass - Koopmans, 1965)

Aquí se analiza el crecimiento óptimo bajo certidumbre. Se estudian las implicaciones de las decisiones de consumo e inversión para la asignación de recursos óptima intertemporal.

Se parte de un escenario en competencia perfecta. Existen agentes idénticos entre sí como consumidores o como productores; los individuos poseen previsión perfecta y actúan bajo un principio de racionalidad que los conduce a maximizar sus utilidades y beneficios. En particular, la previsión perfecta aquí supone el conocimiento de los valores actuales del salario w y de la tasa de interés r , que se toman como dados.

El modelo representa un horizonte de vida infinito para las familias. Aunque los individuos tengan vida finita, las familias hacen sus planes considerando el bienestar de sus miembros actuales y futuros.

Las firmas no realizan una decisión intertemporal, pero el resultado de la producción puede ser acumulado, es decir, agregado al stock de capital.

A) Consumidores

Supuesto 1. La población total N_t crece a la tasa constante n .

Supuesto 2. Las familias poseen trabajo y capital que rentan a las firmas.

Esto conducirá a que las familias dividan su ingreso proveniente del trabajo y del capital que ofrecen a las firmas, en cantidades de consumo y ahorro, de manera que se maximice su utilidad en cada punto del tiempo.

Supuesto 3. Cada miembro de la familia ofrece inelásticamente una unidad de trabajo en cada punto del tiempo.

Este supuesto significa que el tamaño de la fuerza laboral es igual al tamaño de la población.

Supuesto 4. La función de utilidad de una familia representativa es cóncava:

$$U = \int_0^{\infty} u(c_t) e^{-(\rho-n)t} dt \quad u'(c) > 0, \quad u''(c) < 0 \quad (1)$$

Donde c_t es el consumo de cada miembro de la familia en el tiempo t , y ρ es la tasa de preferencia en el tiempo o tasa subjetiva de descuento; si $\rho = 0$ los individuos valoran igualmente el consumo presente y el consumo futuro, si $\rho > 0$ se valora más el consumo presente que el futuro, y si $\rho < 0$ se valora más el consumo futuro que el presente.

El número de individuos o miembros de una familia está dado por $N(t) = e^{nt}$, de modo que la ecuación (1) indica que si los individuos son iguales, la utilidad de la familia es igual al producto de la utilidad de cada individuo por el número de individuos o miembros de la familia. Bajo esta idea, la ecuación (1) es equivalente a:

$$U = \int_0^{\infty} u(c_t) e^{nt} e^{-\rho t} dt$$

La función de utilidad no incluye el ocio, y la elección de la familia se reduce a la trayectoria de consumo.

Supuesto 5. Para que la utilidad esté acotada y el problema tenga significado económico, debe cumplirse que $\rho > n$, lo que se verifica cuando $t \rightarrow \infty$.

Si $\rho > n$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u(c_t) e^{-(\rho-n)t} dt = 0 \quad \text{porque} \quad e^{-k\infty} = 0$$

La maximización de la función de utilidad está sujeta a la restricción presupuestal de las familias:

$$\dot{a}_t = w_t + r_t a_t - c_t - n a_t \quad (2)$$

La expresión (2) indica que los activos por persona aumentan con la renta (proveniente del salario w_t y de intereses por préstamos de capital $r_t a_t$) y se reducen con el consumo c_t y con la expansión de la población $n a_t$.

Resolviendo para c_t de (2) se tiene:

$$c_t = w_t + r_t a_t - n a_t - \dot{a}_t \quad (2b)$$

De esta forma, la ecuación (2b) indica que el valor presente del consumo no puede exceder a la suma de los ingresos obtenidos por trabajo y préstamos de capital con la riqueza inicial.

A largo plazo, las familias terminan en equilibrio sin deudas ni créditos; no hay desempleo involuntario, el mercado de trabajo se vacía siempre y las familias venden la cantidad deseada de trabajo.

El problema de maximización de las familias es:

$$\text{Máx } U = \int_0^{\infty} u(c_t) e^{-(\rho-n)t} dt$$

$$\text{S. a } \dot{a}_t = w_t + r_t a_t - c_t - n a_t$$

Se define el hamiltoniano:

$$H = c(t) e^{-(\rho-n)t} + \eta(w + r a - c - n a) \quad (3)$$

En este problema de optimización la variable de control es c , la variable de estado es a , y la variable de coestado es η (que es el precio sombra y aquí indica en qué magnitud cambiaría la utilidad cuando cambia la cantidad de activos que el individuo posee).

Obteniendo las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = c'(t) e^{-(\rho-n)t} - \eta \quad (4)$$

$$\frac{\partial H}{\partial a} = \eta r - \eta n = \eta(r - n) \quad (5)$$

Definición 1. $-\frac{\partial H}{\partial a} = \dot{\eta}$ (6)

Entonces:

$$\frac{\partial H}{\partial a} = \dot{\eta} = -\eta(r - n) \quad (7)$$

De (4) se resuelve para η :

$$\eta = c'(t)e^{-(\rho-n)t} \quad (4b)$$

Derivando (4b) con respecto al tiempo:

$$\dot{\eta} = \frac{dc'(t)}{dt} e^{-(\rho-n)t} - (\rho - n)c'(t)e^{-(\rho-n)t} \quad (4c)$$

Sustituyendo (4b) y (4c) en (7) se obtiene:

$$\frac{dc'(t)}{dt} e^{-(\rho-n)t} - (\rho - n)c'(t)e^{-(\rho-n)t} = -(r - n)c'(t)e^{-(\rho-n)t}$$

$$e^{-(\rho-n)t} \left[\frac{dc'(t)}{dt} - (\rho - n)c'(t) \right] = -(r - n)c'(t)e^{-(\rho-n)t}$$

$$\frac{dc'(t)}{dt} = (\rho - n)c'(t) - (r - n)c'(t)$$

$$\frac{dc'(t) / dt}{c'(t)} = (\rho - n) - (r - n)$$

$$\frac{dc'(t) / dt}{c'(t)} = \rho - r$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = (\rho - r) \frac{c'(t)}{c''(t)c} \quad (8)$$

La expresión (8) es la ecuación de Euler, e indica en qué medida el individuo está dispuesto a sacrificar consumo actual por futuro, o de otra forma, indica que el patrón de consumo aumentará, permanecerá constante o decrecerá según $r > \rho$, $r = \rho$ ó $r < \rho$. Así por ejemplo, cuanto más elevada sea la rentabilidad del capital respecto a

la tasa subjetiva de descuento, más rentable es renunciar al consumo presente para aumentar el futuro.¹⁰

¹⁰ Pueden usarse en este resultado funciones de utilidad específicas, por ejemplo las siguientes:

$$1) u(c) = \frac{c^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}, \quad \text{para } \sigma \in (0, \infty) \quad (a)$$

Esta expresión se conoce como función instantánea de utilidad con elasticidad de sustitución constante o con aversión relativa constante al riesgo (la aversión es medida por el coeficiente $1-\sigma$).

El término σ mide la concavidad de la función de utilidad y expresa el deseo de las familias de intercambiar consumo entre distintos periodos. El hecho de que $\sigma > 0$ refleja el deseo de los individuos de tener trayectorias de consumo estables; si $\sigma = 0$ la función de utilidad sería lineal, la utilidad marginal del consumo será constante y los individuos aceptarán amplias fluctuaciones en su consumo para aprovechar las diferencias existentes entre la tasa de descuento y la tasa de rendimiento.

De (a):

$$u'(c) = \frac{(1-\sigma)c^{(1-\sigma-1)}(1-\sigma)}{(1-\sigma)^2} = c^{-\sigma} \quad (b)$$

$$u''(c) = -\sigma c^{-\sigma-1} \quad (c)$$

Considerando la ecuación de Euler:

$$\frac{\dot{c}}{c} = (\rho - r) \frac{c'(t)}{c''(t)c} \quad (d)$$

Usando (b) y (c) en (d):

$$\frac{\dot{c}}{c} = (\rho - r) \left(\frac{c^{-\sigma}}{-\sigma c^{-\sigma-1}c} \right)$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = -\frac{1}{\sigma} (\rho - r) \quad (e)$$

$$2) u(c) = -\frac{1}{\sigma} e^{-\sigma c} \quad \sigma > 0 \quad (f)$$

La ecuación (f) representa una función de utilidad exponencial negativa, conocida como función de aversión absoluta constante al riesgo (el término que mide la aversión es la constante σ).

De (f):

$$u'(c) = -\frac{1}{\sigma} (-\sigma e^{-\sigma c}) = e^{-\sigma c} \quad (g)$$

$$u''(c) = -\sigma e^{-\sigma c} \quad (h)$$

Usando (g) y (h) en (d):

$$\frac{\dot{c}}{c} = (\rho - r) \left(\frac{e^{-\sigma c}}{-\sigma e^{-\sigma c}c} \right)$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = -\frac{1}{\sigma c} (\rho - r) \quad (i)$$

$$3) u(c) = \ln c \quad (j)$$

La función de utilidad logarítmica se obtiene al utilizar la regla de L'Hôpital para definir la función $u(c) = \frac{c^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$ cuando $\sigma \rightarrow 1$.

$$\lim_{\sigma \rightarrow 1} u(c) = \frac{c^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} = \lim_{\sigma \rightarrow 1} u(c) = \frac{-c^{1-\sigma} \ln c}{-1} = \ln c$$

De (i):

Se tiene también que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \eta a = 0 \quad (9)$$

La expresión (9) es la condición de transversalidad. De acuerdo con (7) el precio sombra de la renta evoluciona a lo largo del tiempo según:

$$\dot{\eta} = -\eta(r - n) \quad (7)$$

La expresión (7) es una ecuación diferencial ordinaria separable, que al resolver resulta:

$$\frac{d\eta}{dt} = \eta(n - r)$$

$$\frac{1}{\eta} d\eta = (n - r) dt$$

$$\int \frac{1}{\eta} d\eta = \int (n - r) dt$$

$$\ln \eta = (n - r)t + c$$

$$\eta(t) = \eta(0)e^{-(r-n)t} \quad (10)$$

Usando (10) en (9):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} a(0)\eta(0)e^{-(r-n)t} = 0 \quad (11)$$

O bien:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\eta_t \cdot a_t] = 0$$

$$u'(c) = \frac{1}{c} \quad (j)$$

$$u''(c) = -\frac{1}{c^2} \quad (k)$$

Usando (j) y (k) en (d):

$$\frac{\dot{c}}{c} = (\rho - r) \left(\frac{1/c}{(-1/c^2)c} \right)$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = r - \rho \quad (l)$$

La expresión (11) es la condición de transversalidad, indica que el valor del stock de capital debe ser asintóticamente igual a cero, por lo que los activos generarían mayor utilidad si se consumieran en un tiempo finito.

B) Productores

Supuesto 6. Todas las empresas tienen la misma tecnología, expresada en una función de producción estrictamente cóncava, homogénea de grado uno, y que satisface las condiciones de Inada.

La función de producción de la firma es:

$$Y = F(K, N) \quad (12)$$

Supuesto 7. La firma puede rentar capital productivo y activos financieros cuyos respectivos rendimientos son R y r (o $R-\delta$ en el primer caso si hay depreciación del capital), dado que existe certidumbre respecto al futuro, ambos rendimientos coinciden $r = R$ (o $r=R-\delta$).

Las empresas maximizan sus beneficios que están dados por:

$$\Pi = F(K, N) - rK - wN \quad (13)$$

Las condiciones de primer orden implican que el pago de los factores iguale a sus productividades marginales.

Dado que la función de producción es homogénea de grado 1, entonces el producto marginal del trabajo y el producto marginal del capital pueden expresarse como funciones de la razón capital - trabajo k :

$$r = \frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{\partial F(K, N)}{\partial K} = \frac{\partial [Nf(k)]}{\partial K} = \frac{\partial \left[Nf\left(\frac{K}{N}\right) \right]}{\partial K} = Nf'(k) \left(\frac{N}{N^2} \right) = f'(k)$$

$$r = f'(k) \quad (14)$$

$$w = \frac{\partial Y}{\partial N} = \frac{\partial F(K, N)}{\partial N} = \frac{\partial [Nf(k)]}{\partial N} = \frac{\partial \left[Nf\left(\frac{K}{N}\right) \right]}{\partial N} = f(k) + Nf'(k) \left(-\frac{K}{N^2} \right) = f(k) - kf'(k)$$

$$w = f(k) - kf'(k) \quad (15)$$

Supuesto 8. Una unidad de activos es igual a una unidad de capital. Dado que no hay gobierno y que en una economía cerrada todo el stock de capital y los activos deben ser poseídos por alguien, o sea, por los residentes del país, entonces $a = k$ y $\dot{a} = \dot{k}$.

Puede escribirse:

$$\dot{k} = w + rk - c - nk \quad (2c)$$

Sustituyendo (14) y (15) en (2c), se obtiene:

$$\dot{k} = f(k) - c - nk \quad (16)$$

La ecuación (16) determina la evolución de k . Muestra la restricción de recursos para toda la economía porque indica que el cambio en el stock de capital por trabajador es igual al producto menos el consumo por trabajador menos la razón k multiplicada por la tasa a la que crece el trabajo.

C) Equilibrio de estado estacionario

Se tienen las ecuaciones:

$$\frac{\dot{c}}{c} = (\rho - r) \quad (8)$$

$$\dot{k} = f(k) - c - nk \quad (16)$$

Éstas forman un sistema de dos ecuaciones diferenciales en \dot{c} y \dot{k} que junto con la condición inicial $k(0)$ y la condición de transversalidad determinan la trayectoria temporal de c , k e y .

Si $r = f'(k)$, entonces la ecuación (8) puede expresarse como:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \rho - f'(k) \quad (8b)$$

En estado estacionario, $\dot{c} = 0$, entonces:

$$f'(k^*) = \rho \quad (8c)$$

Por otra parte, si en estado estacionario $\dot{k} = 0$, la ecuación (16), es entonces:

$$c = f(k) - nk \quad (16b)$$

El punto que maximiza el consumo es el que iguala su derivada a cero, es decir:

$$\frac{\partial c}{\partial k} = f'(k) - n$$

La razón capital - trabajo de la regla de oro k_{oro} , viene determinada por la igualdad $f'(k) = n$. En este punto se maximiza el consumo.

La condición de transversalidad (11) puede expresarse como:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} K(t) \eta(0) e^{-(r-n)t} = 0 \quad (11b)$$

La ecuación (11b) requiere que en estado estacionario, la tasa de rendimiento $f'(k)$ sea mayor que la tasa de crecimiento de k que es n , es decir, se necesita que $f'(k) > n$. Por el supuesto 5 se introdujo el hecho de que $\rho > n$, si como se observó antes $f'(k^*) = \rho$ y $f'(k_{oro}) = n$, entonces $f'(k^*) > f'(k_{oro})$ y además $k^* < k_{oro}$. Por tanto, siempre que se cumpla la condición de transversalidad, el stock de capital de estado estacionario estará situado a la izquierda de k_{oro} .

El stock de capital k_{oro} que maximiza el consumo, divide el rango de valores del capital en dos zonas: En stocks de capital superiores a k_{oro} si se desea lograr un consumo mayor, la economía debe desprenderse de una parte del capital que ha acumulado, es decir, para consumir más en el futuro se requiere des - ahorrar o consumir más en el presente, por lo que estos puntos constituyen la región dinámicamente ineficiente. Por debajo de k_{oro} , si se desea aumentar el consumo la economía debe ahorrar, es decir, se logrará un mayor consumo futuro con menor consumo presente, en consecuencia los puntos de k inferiores a k_{oro} constituyen la región dinámicamente eficiente.

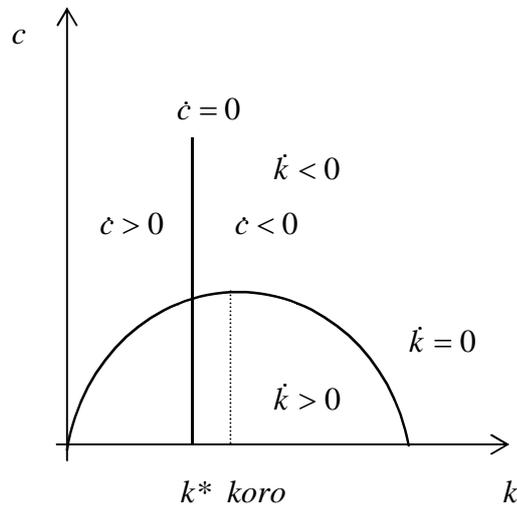
Dado que $k^* < k_{oro}$, el estado estacionario en este modelo nunca se sitúa en la región dinámicamente ineficiente.

El comportamiento de \dot{k} y \dot{c} se representa en la gráfica 3.4.3. En el eje horizontal se representa al stock de capital y en el eje vertical al consumo; la línea

vertical, representa los puntos en que $\dot{c}=0$, y la curva representa los puntos en que $\dot{k}=0$, la intersección entre ambas, determina la localización del estado estacionario.

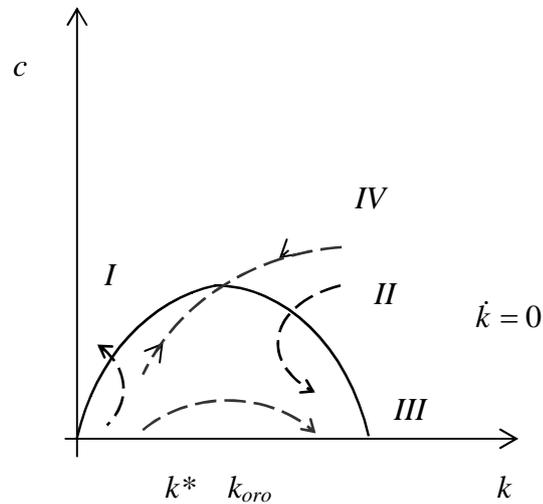
Gráfica 3.4.3

Dinámica y estado estacionario, Cass - Koopmans



Cuando el consumo por trabajador supera el valor para el cual $\dot{k}=0$ (todos los puntos sobre $\dot{k}=0$) el stock por trabajador es decreciente $\dot{k}<0$, y cuando \dot{c} es inferior al valor para el cual $\dot{k}=0$ (todos los puntos por debajo de $\dot{k}=0$) entonces el stock por trabajador es creciente $\dot{k}>0$. Similarmente cuando el stock de capital supere al valor para el cual $\dot{c}=0$ (todos los puntos a la derecha de $\dot{c}=0$) $\dot{c}<0$ y cuando el stock de capital sea inferior al valor para el cual $\dot{c}=0$ (a la izquierda de $\dot{c}=0$) entonces $\dot{c}>0$.

La gráfica 3.4.4 ilustra la dinámica de la economía a través de cuatro trayectorias diferentes. En la trayectoria *I* el consumo es excesivo y el capital escaso, en *II* y *III* se acumula capital y tiende a suprimirse el consumo, mientras que la trayectoria *IV* converge al estado estacionario. Por tanto sólo es posible alcanzar el estado estacionario a partir de dos de los cuatro escenarios posibles, distinguibles por la situación que guarden \dot{c} y \dot{k} .



D) Resultados de desempleo

En este modelo se presenta el comportamiento dinámico de la economía a nivel agregado a partir de decisiones de los agentes, consumidores y productores, con el principal resultado de que la elección intertemporal que realizan los individuos sobre su consumo y ahorro es óptima en un escenario competitivo y plenamente descentralizado.

La decisión óptima de cada familia depende de la relación entre la tasa de interés dada por el mercado y de su tasa de preferencia intertemporal; la tasa óptima de ahorro ahora es endógena a diferencia de los modelos anteriores (Solow - Swan 1956, y Ramsey, 1928).

El modelo no permite abordar el problema del empleo, desde que se introdujo como supuesto que todos los miembros de la sociedad ofrecen una unidad de trabajo en cada punto del tiempo, es decir, el tamaño de la oferta laboral es equivalente al tamaño de la población e idéntico a la demanda de trabajo.

3.4.3 Crecimiento en generaciones traslapadas (Samuelson, 1958; Diamond, 1965)

Este modelo fue diseñado por Paul Samuelson (1958) y Peter Diamond (1965). Se trata de un escenario de competencia perfecta de largo plazo que se desarrolla en tiempo discreto, básicamente usando dos periodos de análisis.

Existen agentes racionales y homogéneos en sus decisiones, que actúan como consumidores y como productores.

El rasgo característico del modelo es el hecho de que en un mismo periodo coexisten dos diferentes generaciones de individuos: jóvenes y adultos. Los jóvenes ofrecen trabajo inelásticamente y consumen parte de su ingreso, su ahorro se destina a la generación del stock de capital del siguiente periodo. Los adultos consumen en el segundo momento el ahorro que mantuvieron cuando eran jóvenes.

A) Consumidores

Supuesto 1. La economía se compone de n agentes representativos. Cada agente vive durante dos periodos: t y $t+1$.

Supuesto 2. Un agente obtiene utilidad del consumo que realiza siendo joven y adulto:

$$u(c_{1t}) + \frac{u(c_{2t+1})}{1+\rho}, \quad \rho \geq 0, \quad u'(\cdot) > 0, \quad u''(\cdot) < 0 \quad (1)$$

Donde ρ es la tasa de descuento subjetiva intertemporal.

Supuesto 3. Cuando son jóvenes, los agentes ofrecen inelásticamente su oferta de trabajo a las firmas a cambio del salario real W , y consumen parte de ese ingreso. Cuando son adultos, retiran su oferta de trabajo y consumen el ahorro que mantuvieron previamente.

Supuesto 4. La utilidad se representa a través de una función de aversión relativa al riesgo constante, siendo $1-\sigma$ la elasticidad consumo de la utilidad:

$$u(c) = \frac{c^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}, \quad \sigma \in (0, \infty) \quad (2)$$

El problema de optimización del individuo consiste en maximizar el consumo en los dos periodos de su vida, sujeto a la restricción del ingreso que puede generar en ambos:

$$\text{Máx } L = \frac{C_{1t}^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \frac{1}{1+\rho} \frac{C_{2t+1}^{1-\sigma}}{1-\sigma} \quad (3)$$

$$\text{S. a } C_{1t} + S_t = w_t \quad (4)$$

$$C_{2t+1} = (1+r_{t+1})S_t \quad (5)$$

Donde r_{t+1} es la tasa de interés que se paga en el periodo $t+1$, del ahorro mantenido en t . Combinando las restricciones (4) y (5) se obtiene una sola restricción:

$$C_{2t+1} = (1+r_{t+1})(w_t - C_{1t}) \quad (6)$$

$$\frac{C_{2t+1}}{(1+r_{t+1})} + C_{1t} = w_t \quad (6b)$$

Sustituyendo (6b) en (3):

$$L = \frac{C_{1t}^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \frac{1}{1+\rho} \frac{C_{2t+1}^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \lambda \left[w_t - \frac{C_{2t+1}}{1+r_{t+1}} - C_{1t} \right] \quad (7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial C_{1t}} = C_{1t}^{-\sigma} - \lambda \quad C_{1t} = \lambda \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial C_{2t+1}} = \frac{1}{1+\rho} C_{2t+1}^{-\sigma} - \frac{\lambda}{1+r_{t+1}} \quad \frac{1}{1+\rho} C_{2t+1}^{-\sigma} = \frac{\lambda}{1+r_{t+1}} \quad (9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = w_t - \frac{C_{2t+1}}{1+r_{t+1}} - C_{1t} \quad w_t = \frac{C_{2t+1}}{1+r_{t+1}} + C_{1t} \quad (10)$$

Sustituyendo (8) en (9):

$$\frac{1}{1+\rho} C_{2t+1}^{-\sigma} = \frac{C_{1t}^{-\sigma}}{1+r_{t+1}}$$

$$\left(\frac{1+r_{t+1}}{1+\rho} \right)^{\frac{1}{\sigma}} = \frac{C_{2t+1}}{C_{1t}} \quad (11)$$

La ecuación (11) expresa la relación marginal de sustitución intertemporal. Indica lo que se paga al individuo por sacrificar el consumo presente a cambio de consumo futuro. El consumo del individuo aumentará o disminuirá en el tiempo según la tasa de interés sea mayor o menor que la tasa de descuento. Debido a que $1/\sigma$ expresa la elasticidad de sustitución del consumo entre dos puntos del tiempo, este parámetro determina la magnitud en la variación del consumo ante diferencias en r y ρ .

De (11):

$$C_{2t+1} = \left(\frac{1+r_{t+1}}{1+\rho} \right)^{1/\sigma} C_{1t} \quad (11b)$$

Reemplazando (11b) en (6) y resolviendo para C_{1t} :

$$\begin{aligned} \left(\frac{1+r_{t+1}}{1+\rho} \right)^{1/\sigma} C_{1t} &= (1+r_{t+1})(w_t - C_{1t}) \\ w_t &= \frac{(1+r_{t+1})^{1/\sigma} C_{1t} + C_{1t}(1+\rho)^{1/\sigma}}{(1+\rho)^{1/\sigma}} \\ C_{1t} &= w_t \frac{(1+\rho)^{1/\sigma}}{(1+r_{t+1})^{1/\sigma} + (1+\rho)^{1/\sigma}} \end{aligned} \quad (12)$$

La ecuación (12) es la función de consumo para el agente en el momento t . El término que multiplica al ingreso (o al salario real) es la propensión marginal a consumir.

La propensión marginal a ahorrar es $s = (1-c)$, o:

$$\begin{aligned} s &= 1 - \frac{(1+\rho)^{1/\sigma}}{(1+r_{t+1})^{1/\sigma} + (1+\rho)^{1/\sigma}} \\ s &= \frac{(1+r_{t+1})^{1/\sigma} - (1+\rho)^{1/\sigma}}{(1+r_{t+1})^{1/\sigma} + (1+\rho)^{1/\sigma}} \end{aligned} \quad (13)$$

El ahorro del individuo es

$$S = w_t \frac{(1 + r_{t+1})^{\frac{1}{\sigma}-1}}{(1 + r_{t+1})^{\frac{1}{\sigma}-1} + (1 + \rho)^{\frac{1}{\sigma}}} \quad (14)$$

B) Productores

Supuesto 5. Las firmas utilizan una tecnología que presenta rendimientos constantes a escala $Y = F(K, N)$. Rentan capital y trabajo, pagando por ellos el valor de sus productividades marginales, es decir:

$$r = f'(k) \quad (15)$$

$$w = f(k) - kf'(k) \quad (16)$$

Donde k es la razón capital - trabajo.

Supuesto 6. El stock de capital en el periodo $t+1$ es el monto ahorrado por los jóvenes en el periodo inicial.

$$K_{t+1} = s(r_{t+1})w_t N_t \quad (17)$$

Dividiendo (17) entre el total de individuos existentes en la economía, obtenemos el stock de capital per cápita:

$$k_{t+1} = \frac{s(r_{t+1})w_t}{1+n} \quad (18)$$

Sustituyendo (15) y (16) en (18):

$$k_{t+1} = \frac{sf'(k_{t+1})[f(k_t) - k_t f'(k_t)]}{1+n} \quad (19)$$

La ecuación (19) implícitamente indica que el stock de capital futuro depende de su nivel en el presente.

C) Dinámica de la economía

La ecuación (19) señala la evolución de k ; en equilibrio $k_t = k_{t+1}$. La evolución de k se representa en la gráfica 3.4.5.

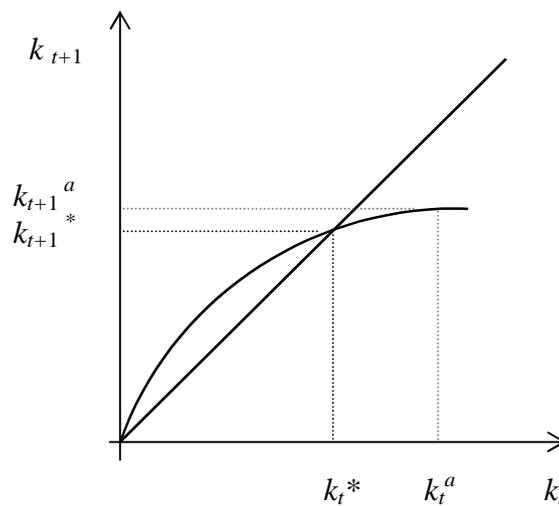
En equilibrio de crecimiento balanceado, la tasa de ahorro, el producto por trabajador y la razón capital - producto son constantes.

Las posibilidades de alcanzar el equilibrio estable pueden apreciarse al escribir la ecuación (19) de la forma:

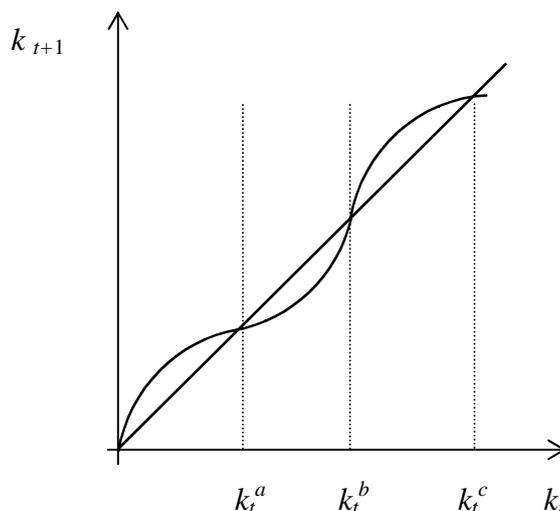
$$k_{t+1} = \frac{1}{1+n} sf'(k_{t+1}) \frac{[f(k_t) - k_t f'(k_t)]}{f(k_t)} f(k_t) \quad (19b)$$

Donde $sf'(k_{t+1})$ indica la fracción del ingreso que es ahorrado, $[f(k_t) - k_t f'(k_t)] / f(k_t)$ es la fracción del producto que se paga al trabajo, y $f(k_t)$ es el producto por unidad de trabajo efectivo.

*Gráfica 3.4.5
Dinámica del stock de capital*



Cuando la fracción del ingreso que se ahorra y la fracción del producto que se paga al trabajo son constantes puede alcanzarse el equilibrio estable. Sin embargo, si los agentes ahorran una fracción mayor de su ingreso (aun cuando la tasa de interés sea baja) o si la fracción que se paga al trabajo es mayor para altos niveles de k , entonces puede existir más de un equilibrio estable; ello se representa en la gráfica 3.4.6.



D) Resultados

El escenario de generaciones traslapadas tiene las siguientes dificultades: No se garantiza que exista un equilibrio de estado estacionario único; ello depende de la relación que guarden entre sí las magnitudes k_t y k_{t+1} .

Como se mostró, en equilibrio el stock de capital futuro es el mismo que el actual ($k_t = k_{t+1} = k^*$); sin embargo este resultado puede ser ineficiente porque puede situar al stock de capital por encima del nivel de la regla de oro, en cuyo caso es posible mejorar el consumo desahorrando.

En cambio, el modelo es muy útil para examinar qué implicaciones tiene para la economía el hecho de que los agentes mantengan estrecha vinculación con los miembros de otras generaciones; en particular se facilita analizar los efectos del altruismo y de los esquemas de seguridad social.

3.4.4 El desempleo en los modelos de crecimiento óptimo¹¹

Los modelos de crecimiento óptimo (de Ramsey - Cass - Koopmans y Diamond - Samuelson) no permiten el estudio del desempleo involuntario porque ambos suponen que el tamaño de la población (o el número de jóvenes en el

¹¹ Esta sección recupera una de las críticas hechas a estos modelos en Noriega (2004)

escenario de generaciones traslapadas) es justamente la cantidad de trabajo que se demanda.

En el modelo Ramsey - Cass - Koopmans, las ecuaciones fundamentales son las siguientes:

$$\frac{\dot{c}}{c} = (\rho - r) \frac{c'(t)}{c''(t)c} \quad (1)$$

$$\frac{\dot{k}}{k} = \rho - f'(k) \quad (2)$$

$$f'(k) = n \quad (3)$$

$$\Pi = F(K, N) - rK - wN \quad (4)$$

$$\dot{k} = w + rk - c - nk \quad (5)$$

$$\dot{k} = f(k) - c - nk \quad (6)$$

Según la condición de largo plazo de beneficios nulos, si la producción es constante, cualquier modificación en la productividad marginal del trabajo o en el nivel de salarios debe acompañarse por un cambio proporcional (aunque de signo contrario), en la productividad marginal del capital o tasa de interés.

Por ejemplo, si se incrementa exógenamente el nivel de salarios, necesariamente se produce la contracción de la tasa de interés. Con este cambio en ambos precios, en el nuevo estado estacionario, la igualdad $\rho = f'(k)$ alcanza una magnitud inferior; ahora la tasa de crecimiento del consumo es menor (2).

Dada la relación entre las productividades marginales de los factores (3), la variación exógena de alguna de ellas no altera las condiciones dinámicas como se comporta la economía (2) y (5). Por tanto, la modificación del salario real no provoca desempleo.

En el esquema de generaciones traslapadas, los resultados fundamentales son:

$$C_{1t} = w_t \frac{(1 + \rho)^{\frac{1}{\sigma}}}{(1 + r_{t+1})^{\frac{1}{\sigma}-1} + (1 + \rho)^{\frac{1}{\sigma}}} \quad (7)$$

$$S = w_t \frac{(1 + r_{t+1})^{\frac{1}{\sigma}-1}}{(1 + r_{t+1})^{\frac{1}{\sigma}-1} + (1 + \rho)^{\frac{1}{\sigma}}} \quad (8)$$

$$k_{t+1} = \frac{s(r_{t+1})w_t}{1+n} \quad (9)$$

$$k_{t+1} = \frac{1}{1+n} sf'(k_{t+1}) \frac{[f(k_t) - k_t f'(k_t)]}{f(k_t)} f(k_t) \quad (10)$$

A partir de ellos, observamos que el incremento en el salario real aumenta las magnitudes de consumo, ahorro y acumulación de capital en el monto determinado por las propensiones marginales a consumir c y a ahorrar s (7), (8) y (9).

Dada la relación $s = 1 - c$, si ocurriera que $s > c$, entonces incrementar el salario real favorece el ahorro y la acumulación del sistema, pero no se provoca desempleo involuntario. Esto significa que en el modelo de generaciones traslapadas, las condiciones de equilibrio obtenidas cuando a los agentes se les retribuye según sus productividades marginales, no representan la eficiencia social. Una intervención exógena que favorezca el nivel salarial, no origina los desequilibrios de oferta y demanda de los mercados de bienes y de trabajo característicos del corto plazo; en cambio tal intervención sí genera efectos benéficos para el consumo y la acumulación de capital.

3.5 COMPETENCIA IMPERFECTA (PISSARIDES, 1990)

3.5.1 Estructura en el corto plazo

A) Condiciones iniciales

En este modelo se describe el comportamiento de firmas y trabajadores exclusivamente a partir del mercado de trabajo. La ausencia de al menos otro mercado (idealmente, el de producto), imposibilita desprender relaciones contables entre los agentes que participan en ellos y la satisfacción de la ley de Walras.

La actividad productiva que caracteriza a las firmas conduce a distinguir entre el mercado de trabajo para el intercambio (donde se asocian vacantes disponibles y trabajadores desocupados), y el mercado de trabajo para la producción (en el que se asocian puestos de trabajo ocupados y trabajadores empleados).

Aquí, el desempleo es una condición inicial presente a través de la función de emparejamientos (el tamaño de la población es mayor que la demanda de trabajo), y

en el resultado sólo se determina su magnitud. A diferencia del modelo neoclásico de base, en este escenario, el desempleo se refiere a personas sin ocupación y no a las horas desaprovechadas, pero a semejanza de aquel, la extensión del desempleo es consecuencia de rigideces como el incremento de la fuerza laboral, shocks aleatorios en los precios relativos, la heterogeneidad en las calidades de los trabajadores y de las ocupaciones, las diferencias en la localización de vacantes y trabajadores, y la información imperfecta.

Debe señalarse también que Pissarides reconoce su plena adscripción a la tradición neoclásica y a la macroeconomía clásica, así como su oposición a la teoría de la ocupación expresada en la *Teoría General*.¹²

Supuesto 1. Existe un mercado de trabajo constituido por dos sectores completamente separados: intercambio y producción.

El sector de intercambio intenta coordinar las vacantes que proporcionan las firmas y la fuerza laboral que ofrecen los trabajadores.

Supuesto 2. Existe una función de emparejamiento (*matching*) que genera una cantidad de contrataciones para cada nivel de vacantes y de trabajadores sin ocupación:

$$xN = x(uN, vN) \tag{1}$$

Donde N es el número de personas que forman al conjunto de la fuerza laboral, u es la tasa de desempleo o de trabajadores sin ocupación, y v es la tasa de vacantes de trabajo; en consecuencia, (1) expresa el número de empleos formados como función del número de trabajadores que buscan trabajo uN , y del número de vacantes vN .

La función (1) es creciente en sus dos argumentos, cóncava y homogénea de grado uno. Por ello entre mayores sean las cantidades de trabajadores desocupados

¹² Las siguientes citas son ilustrativas del pensamiento de Pissarides: "Entry into unemployment is assumed to be exogenous: it results from stochastic structural change and from new entry into the labor force." (p. IX), "Keynes' famous statement that the unemployment of workers between jobs can be ignored in the study of more important kinds of unemployment is unverified conjecture. Descriptively it is false: with exception of a few 'discouraged' workers, unemployment workers are always between jobs, or between some other state and a job ... In this book, unemployment consists of workers who lose their jobs because it is not to their advantage (and to their employer's advantage) to continue to be employed." (Pissarides, C. 1990. *Equilibrium Unemployment Theory*, Basil Blackwell, Inglaterra, p. X).

y de vacantes disponibles, mayor será el número de empleos formados; además la variación de este último es proporcional a la variación de sus argumentos.

Supuesto 3. Los trabajadores y las vacantes que son emparejados en cualquier punto del tiempo, son seleccionados aleatoriamente de los conjuntos uN y vN de acuerdo a un proceso Poisson, a la tasa $x(uN, vN) / vN$.¹³

¹³ El matemático francés Denise Poisson, propuso en 1837 un teorema que permite el cálculo de probabilidades binomiales, cuando existe un número elevado de repeticiones y una probabilidad muy reducida de obtener éxito en cada una de ellas.

Formalmente, siendo λ un número real, positivo, fijo y n un entero positivo cualquiera, para cada número entero no negativo x se tiene:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{x} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^x \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-x} = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad (a)$$

Donde el miembro izquierdo, expresa la probabilidad de que una variable aleatoria binomial $B(n,p)$ tenga un valor igual a x , cuando la probabilidad de éxito p , está dada por el cociente λ/n ; si existe un número elevado de repeticiones independientes ($n \rightarrow \infty$), la probabilidad de éxito de cada una es muy reducida porque es el cociente entre la constante λ y n .

La aproximación Poisson a la distribución binomial es útil para probabilidades $p \leq 0.10$ y un número elevado de repeticiones, tal que $np > 5$, aunque la igualdad sólo se verifica si el tamaño muestral fuera infinito. La demostración de este teorema es la siguiente:

El término izquierdo de (a) es:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{x} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^x \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-x} &= \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = \frac{n!}{x!(n-x)!} \frac{\lambda^x}{n^x} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{-x} \\ &= \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-x+1)}{n^x} \frac{\lambda^x}{n^x} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{-x} \end{aligned} \quad (b)$$

Obteniendo por separado cada uno de los límites, suponiendo que $n \rightarrow \infty$ y $p \rightarrow \infty$ para que el valor del producto np permanezca igual al valor fijo λ :

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-x+1)}{n^x} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n} \frac{n-1}{n} \frac{n-2}{n} \dots \frac{n-x+1}{n}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{2}{n}\right) \dots \left(1 - \frac{x-1}{n}\right)\right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right) \dots \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{x-1}{n}\right) = (1)(1)(1) \dots (1) = 1 \end{aligned}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n = e^{-\lambda}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{-x} = 1$$

L. von Bortkiewicz propuso en 1898 utilizar el valor numérico proporcionado por la aproximación del teorema de Poisson como una distribución de probabilidad en sí misma que se expresa como:

$$P(X = x) = P(x, \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \text{ para } x = 0, 1, 2, \dots \quad (c)$$

Cuyas propiedades son las siguientes:

i) Se trata de una función de probabilidad con soporte discreto, cuya función generatriz de momentos es:

$$M_x(t) = E(e^{tx}) = \sum_{x=0}^{\infty} e^{tx} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^x e^{-\lambda t x}}{x!} = \sum_{x=0}^{\infty} \frac{(\lambda e^t)^x e^{-\lambda}}{x!} = e^{-\lambda} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{(\lambda e^t)^x}{x!}$$

La expansión en series de Taylor es:

$$\sum_{x=0}^{\infty} \frac{(\lambda e^t)^x}{x!} = e^{\lambda e^t}$$

Por lo que la función generatriz de momentos es:

$$e^{-\lambda} e^{\lambda e^t} = e^{\lambda(e^t - 1)}$$

(d)

ii) La esperanza matemática está dada por la siguiente serie infinita:

$$E(X) = \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

El valor del primer término para $x = 0$ es cero, por lo que se puede empezar la suma con $x = 1$, entonces:

$$E(X) = \sum_{x=1}^{\infty} x \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = \lambda \sum_{x=1}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^{x-1}}{(x-1)!}$$

Si se define $y = x - 1$:

$$E(X) = \lambda \sum_{y=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!}$$

La suma de esta serie es:

$$e^{-\lambda} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^x}{x!} = e^{-\lambda} e^{\lambda} = 1$$

Y la media es:

$$(\lambda)(1) = \lambda$$

(e)

El mismo resultado se obtiene a partir de la función generadora de momentos:

$$\mu = m^{(1)}(0) = M_1 \frac{dM_x(t)}{dt} \Big|_{t=0} = \frac{d}{dt} (e^{\lambda e^t - \lambda}) \Big|_{t=0} = \lambda e^t e^{\lambda(e^t - 1)} \Big|_{t=0} = \lambda e^{\lambda e^t - \lambda + t} \Big|_{t=0} = \lambda$$

iii) La varianza de la distribución Poisson es:

$$Var(x) = E(X(X-1)) = \sum_{x=0}^{\infty} x(x-1) \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = \sum_{x=2}^{\infty} x(x-1) \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = \lambda^2 \sum_{x=2}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^{x-2}}{(x-2)!}$$

Si se define $y = x - 2$:

$$E(X(X-1)) = \lambda^2 \sum_{y=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!} = \lambda^2$$

Y la varianza es:

$$E(X(X-1)) = E(X^2) - (E(X))^2 = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = \lambda$$

(f)

Usando la función generadora de momentos se obtiene el mismo resultado:

$$\begin{aligned} \mu_2 = m^{(2)}(0) &= M_2 \frac{d^2 M_x(t)}{dt^2} \Big|_{t=0} = \frac{d}{dt} \left[(\lambda e^{\lambda e^t - \lambda + t}) \Big|_{t=0} (\lambda e^t + 1) \lambda e^{\lambda e^t - \lambda + t} \Big|_{t=0} \right] \\ &= (\lambda + 1)\lambda = \lambda^2 + \lambda \end{aligned}$$

$$Var(X) = E(M_2) - (M_1)^2 = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = \lambda$$

La distribución de Poisson se utiliza como una distribución de probabilidad apropiada para variables aleatorias donde la incógnita es el número total de ocurrencias x durante un periodo de tiempo fijo o

Siendo θ la razón v/u , entonces la tasa a la cual las vacantes se ocupan o la tasa a la cual cambia el estado de las vacantes de trabajo también puede escribirse como:

$$q(\theta) = x\left(\frac{u}{v}, 1\right) \quad (2)$$

Durante un intervalo pequeño δt , una vacante es asociada con un trabajador desempleado con probabilidad $q(\theta)\delta t$, y la duración media de una vacante de trabajo es $1/q(\theta)$. Además $q'(\theta) \leq 0$ y $q(\theta)$ tiene una elasticidad cuyo valor absoluto se denota por $\eta(\theta)$ y es tal que $-1 < \eta(\theta) < 0$.

Supuesto 4. Los trabajadores desempleados cambian a una situación de empleo de acuerdo a un proceso Poisson a la tasa $x(uN, vN) / uN$.

Si:

$$\frac{x(uN, vN)}{uN} = x\left(1, \frac{v}{u}\right), \quad q(\theta) = x\left(\frac{u}{v}, 1\right) \quad \text{y} \quad \theta = \frac{v}{u}$$

en una región fija del espacio, o con una estructura estacionaria por ejemplo, el número de llamadas telefónicas recibidas en una central durante un periodo de tiempo fijo, o el número de defectos en una longitud específica de una cinta de grabación. El proceso físico que genera estas ocurrencias debe satisfacer tres condiciones matemáticas para que la distribución de probabilidad de la variable aleatoria en cuestión, sea Poisson, tales condiciones son:

i) El número de ocurrencias en dos intervalos de tiempo disjuntos, deben ser independientes entre sí. Por ejemplo, si en una central se recibe un número muy grande de llamadas telefónicas, durante un intervalo concreto, la probabilidad de que se reciba al menos una llamada durante un próximo intervalo permanece inalterada; igualmente, si no se han recibido llamadas durante un intervalo muy largo, la probabilidad de que se reciba una llamada durante un próximo intervalo más corto, permanece inalterada.

ii) La probabilidad de una ocurrencia durante cualquier intervalo de tiempo muy pequeño, debe ser aproximadamente proporcional a la longitud de ese intervalo. Formalmente, $\lim_{t \rightarrow 0} o(t)/t = 0$, es decir $o(t)$ debe ser una función que se aproxime a cero cuanto t tiende a cero, pero además, debe aproximarse a cero más rápido que t . Como consecuencia de esta condición, el proceso observado debe ser estacionario sobre el periodo de observación completo, es decir, la probabilidad de ocurrencia debe ser la misma sobre el periodo completo de observación, sin que puedan existir intervalos donde las ocurrencias tengan mayor o menor frecuencia que otros.

iii) La probabilidad de que haya dos o más ocurrencias en cualquier intervalo de tiempo muy pequeño, debe tener una magnitud menor que la probabilidad de que haya sólo una ocurrencia.

En resumen, un proceso $\{N(t), t \geq 0\}$ es Poisson con tasa λ , $\lambda > 0$ si:

- 1) $N(0) = 0$
- 2) El proceso tiene incrementos independientes
- 3) El número de eventos en cualquier intervalo de longitud t , tiene distribución Poisson con media λt , es decir, si para todo, $s, t \geq 0$:

$$P\{N(t+s) - N(s) = n\} = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!}, \quad n = 0, 1, \dots$$

Entonces:

$$\frac{x(uN, vN)}{uN} = \theta q(\theta).$$

En un intervalo pequeño δt , un trabajador desocupado encuentra empleo con probabilidad $\theta q(\theta)\delta t$, la duración media del desempleo es $1/(\theta q(\theta))$, y $\theta q(\theta)$ tiene una elasticidad $1-\eta(\theta) \geq 0$.

La dependencia de las funciones $q(\theta)$ y $\theta q(\theta)$ respecto al número de intercambios es un ejemplo de externalidad, que ocurre porque el precio no es el único mecanismo de asignación, sino que existe algún otro factor estocástico, de modo que existe también una probabilidad $1-q(\theta)\delta t$, de que una firma no encuentre un trabajador y una probabilidad $1-\theta q(\theta)\delta t$, de que un trabajador desocupado no encuentre ocupación.

El traslado hacia una situación de desempleo o la ruptura en un par ocupación - trabajador en un pequeño intervalo δt , se asume como resultado de un shock adverso aleatorio según un proceso Poisson con tasa s , y con probabilidad de que el trabajador cambie su situación de empleo a desempleo de $s\delta t$. Sin crecimiento o variación de la fuerza de trabajo, el número de trabajadores que ingresan al desempleo durante un pequeño intervalo es $s(1-u)N\delta t$, y el número de trabajadores que dejan el desempleo es $xN\delta t$.

En estado estacionario, la tasa media de desempleo es constante, lo que significa que la tasa a la que se arriba al desempleo y la tasa de contrataciones coinciden:

$$s(1-u) = \theta q(\theta)u \tag{3}$$

La ecuación anterior muestra además que la tasa de desocupados u crece si la tasa de arribo al desempleo s es mayor que la tasa de contrataciones $\theta q(\theta)$.

Escribiendo en términos de u :

$$s - su = \theta q(\theta)u$$

$$u = \frac{s}{s + \theta q(\theta)} \tag{4}$$

La ecuación (4) señala que siendo dados el parámetro s y la incógnita θ , hay una única tasa de desempleo de equilibrio.

B) Productores

Supuesto 5. Existe un gran número de firmas, cada una tiene sólo un puesto de trabajo, que puede estar vacante u ocupado por un trabajador; cuando la ocupación está cubierta, la firma renta capital k a la tasa r y su producción es $f(k)$, y cuando el puesto de trabajo está vacante, la firma tiene un costo fijo γ_o por unidad de tiempo.

Siendo J el valor presente descontado de las ganancias esperadas de un trabajo ocupado, y V el valor presente descontado de las ganancias esperadas de un trabajo vacante, con mercado de capital perfecto, V satisface que:

$$rV = -\gamma_o + q(\theta)(J - V) \quad (5)$$

Un puesto de trabajo es considerado un activo propiedad de la firma. La ecuación (5) indica que el costo de capital rV , es exactamente igual a la tasa de retorno del activo, es decir, el costo de mantener vacante una ocupación por unidad de tiempo γ_o , más los cambios de estado de la vacante (desocupado a ocupado) de acuerdo a un proceso Poisson con la tasa $q(\theta)$ y el rendimiento neto $J - V$. En estado estacionario, no hay ganancias o pérdidas de capital provenientes de los cambios en la valuación de los trabajos, V y J son constantes.

La condición de equilibrio es que $V = 0$, usando en (5) y resolviendo para J :

$$J = \gamma_o / q(\theta) \quad (6)$$

Para una firma individual la duración media de una vacante de trabajo es $1/q(\theta)$, así que la condición (6) establece que en equilibrio, el número de puestos laborales es tal que la ganancia esperada de un trabajo ocupado es exactamente igual al costo esperado de mantener un trabajo vacante.

Usando los supuestos anteriores, entonces el puesto de trabajo ocupado, que es un activo, tiene un valor de $J+k$, es decir, la suma de los valores presentes descontados de las ganancias esperadas del trabajo ocupado y del valor del capital

que se renta, y el costo del activo es $r(J+k)$. El rendimiento del puesto de trabajo es $f(k) - \delta k - w$, donde $f(k)$ es el producto real, δk es la depreciación del capital y w es el costo del trabajo. El puesto de trabajo presenta un riesgo s de un shock adverso que conduce a la pérdida de J , por tanto:

$$r(J+k) = f(k) - \delta k - w - sJ \quad (7)$$

La firma considera la tasa de interés y la tasa salarial como dadas, y renta tanto capital como sea necesario para maximizar el valor del trabajo.

Supuesto 6. La función de producción $Y = F(K, N)$ tiene las características usuales $f(k) > 0$, $f'(k) < 0$. El producto marginal del capital es igual al costo marginal del capital más la tasa de depreciación:

$$f'(k) = r + \delta \quad (8)$$

Usando (6) en (7) se tiene:

$$r\left(\frac{\gamma_o}{q(\theta)} + k\right) = f(k) - \delta k - w - s\left(\frac{\gamma_o}{q(\theta)}\right)$$

$$f(k) - (r + \delta)k - w - \frac{\gamma_o(r + s)}{q(\theta)} = 0 \quad (9)$$

La ecuación (9) es la condición para la demanda de trabajo bajo rendimientos constantes a escala, $f(k) - (r + \delta)k$ es el producto marginal del trabajo cuando la condición (8) es satisfecha y $\gamma_o(r + s) / q(\theta)$ es el valor capitalizado esperado de los costos de alquiler de la firma. Si la firma no tiene costos de alquiler, entonces (9) se reduciría a la condición estándar para la productividad marginal en estado estacionario.¹⁴

¹⁴ El comportamiento de las firmas es análogo al escenario neoclásico de base. Si bien en principio, una firma obtiene rendimientos positivos de sus puestos de trabajo, tanto si están ocupados como si están vacantes, la condición de equilibrio $V=0$ determina que sus beneficios finales dependan del producto real $F(K, N)$, de la depreciación del capital δK y del costo del trabajo w como en la teoría tradicional del productor; asimismo son semejantes a ésta el cumplimiento de las condiciones de Inada para la función de producción, y que las condiciones de primer orden derivadas de su función de beneficios determinen el alquiler de los factores de acuerdo a su productividad marginal.

Las condiciones (4), (8) y (9) contienen cinco incógnitas, de las cuales tres son cantidades: desempleo u , stock de capital k , número de ocupaciones θ , y dos son precios: tasa de salario real w y tasa real de interés r .

C) Trabajadores

Supuesto 7. El tamaño de la fuerza de trabajo y la intensidad de búsqueda de ocupación son constantes.

Supuesto 8. El ingreso de un trabajador empleado es w . El ingreso de un trabajador que busca ocupación es la constante z , medida en unidades de salario real que incluye, entre otros elementos, un seguro de desempleo, el ingreso que puede obtener por ocupaciones irregulares en un sector secundario, y el rendimiento posible por actividades de ocio no pagadas.

En una unidad de tiempo el trabajador desocupado espera cambiar su situación al empleo con probabilidad $\theta q(\theta)$.¹⁵

Siendo U el valor presente descontado del ingreso esperado de un trabajador desocupado y E el valor presente descontado del ingreso esperado de un trabajador ocupado, U satisface que:

$$rU = z + \theta q(\theta)(E - U) \quad (10)$$

Esta ecuación indica que el capital humano del trabajador desocupado es un activo cuyo costo, rU (la mínima compensación que el trabajador desocupado requiere para iniciar la búsqueda de una ocupación, o también el máximo monto que el trabajador desocupado puede gastar sin que disminuya su capital) es igual al rendimiento de mantenerse desocupado, más los cambios de estado (desempleo a empleo) según la tasa $\theta q(\theta)$ y el rendimiento neto $E - U$.

Los trabajadores pierden sus puestos y llegan al desempleo a la tasa exógena s , E satisface que:

$$rE = w + s(U - E) \quad (11)$$

¹⁵ En el enfoque neoclásico de base, la tasa marginal de sustitución entre el trabajo y el ocio determina que sólo se remunere al trabajo, mientras que aquí, el trabajador desocupado disfruta también de un ingreso (no utilidad) medido en unidades de salario real, pero que no compromete el

La ecuación (11) expresa que el ingreso permanente de los trabajadores empleados rE , no equivale al salario porque existe un riesgo de desempleo.¹⁶

Las ecuaciones (10) y (11) pueden resolverse para el ingreso permanente de los trabajadores desempleados y empleados, en términos de los rendimientos z y w y de las tasas de transición s y $\theta q(\theta)$.

Para rU , despejando E de (11):

$$E = \frac{w + sU}{r + s} \quad (11b)$$

Sustituyendo este resultado en (10) y resolviendo para rU :

$$\begin{aligned} rU &= z - U\theta q(\theta)U + \frac{w\theta q(\theta) + sU\theta q(\theta)}{r + s} \\ rU &= \frac{rz + sz - rU\theta q(\theta) - sU\theta q(\theta) + w\theta q(\theta) + sU\theta q(\theta)}{r + s} \\ rU &= \frac{(r + s)z - rU\theta q(\theta) + w\theta q(\theta)}{r + s} \\ \frac{rrU + rsU + rU\theta q(\theta)}{r + s} &= \frac{(r + s)z + w\theta q(\theta)}{r + s} \\ rU &= \frac{(r + s)z + \theta q(\theta)w}{r + s + \theta q(\theta)} \quad (12) \end{aligned}$$

Para rE , se resuelve U de (10):

$$U = \frac{z + \theta q(\theta)E}{r + \theta q(\theta)} \quad (10b)$$

Sustituyendo este resultado en (11) y resolviendo para rE :

$$rE = w - sE + \frac{sz + s\theta q(\theta)E}{r + \theta q(\theta)}$$

beneficio de la firma (véase (7)), porque no se desprende de una actividad productiva, sino de sus actividades de ocio, de su ocupación irregular en algún sector secundario y del seguro de desempleo.

¹⁶ Si sólo se contempla la existencia de una firma y un puesto de trabajo, los precios no son el único mecanismo de asignación, porque existe un factor estocástico que genera una probabilidad de que un trabajador no encuentre ocupación y de que una firma no encuentre un trabajador para su vacante; pero si se considera un escenario en el que existen muchas firmas y cada una tiene un gran número de vacantes disponibles, entonces se atenúa la incertidumbre del factor estocástico.

$$rE = \frac{rw + w\theta q(\theta) - srE - sE\theta q(\theta) + sz + s\theta q(\theta)E}{r + \theta q(\theta)}$$

$$\frac{rE\{r + \theta q(\theta)\} + srE}{r + \theta q(\theta)} = \frac{sz + \{r + \theta q(\theta)\}w}{r + \theta q(\theta)}$$

$$rE = \frac{sz + \{r + \theta q(\theta)\}w}{r + \theta q(\theta) + s} \quad (13)$$

Para que el mercado sea viable $w \geq z$, de otro modo, ningún trabajador desearía estar ocupado; de (12) y (13) se sigue que los trabajadores empleados tienen un mayor ingreso permanente descontado que los desempleados.¹⁷

D) Salarios

En equilibrio, los puestos de trabajo ocupados generan un rendimiento total estrictamente mayor que la suma de los rendimientos esperados de la firma que busca trabajador y del trabajador que busca empleo; todos los pares ocupación - trabajador son igualmente productivos, por lo que las ganancias conjuntas de la firma y del trabajador son iguales.

La tasa salarial de una ocupación es determinada por la firma y por el trabajador una vez que han coincidido. Debido a que todos los trabajos son igualmente productivos y todos los trabajadores valoran de la misma forma al ocio, el salario establecido para cada trabajo en cualquier lugar es el mismo; sin embargo, una firma individual y un trabajador son demasiado pequeños para influir en el mercado, así que cuando fijan la tasa salarial toman el comportamiento del resto del mercado como dado.

Siendo w_i la tasa salarial entre una firma y un trabajador, cuando ambos coinciden, el rendimiento esperado por la firma de la ocupación J_i satisface que:

$$rJ_i = f(k) - (r + \delta)k - w_i - sJ_i \quad (14)$$

Si el puesto laboral está desocupado su valor es $V = 0$.

¹⁷ En ausencia del comportamiento del consumidor, la única condición para que una persona ofrezca su trabajo es que el ingreso que pudiera percibir por estar ocupado supere al ingreso de desempleo ($w \geq z$). En cambio, en el modelo neoclásico de base se ofrece trabajo según los gustos y preferencias, las dotaciones iniciales y los ingresos salariales (en forma positiva y decreciente), y no salariales (en forma negativa constante).

Para el trabajador, el valor de la ocupación E_i es:

$$rE_i = w_i - s(E_i - U) \quad (15)$$

El rendimiento esperado de la búsqueda de ocupación U , es independiente de w_i y satisface (12), con w denotando los salarios del resto del mercado.

El salario derivado de una negociación Nash es el w_i que maximiza el rendimiento ponderado neto proveniente de la ocupación de los trabajadores y de las firmas:¹⁸

$$(E_i - U)^\beta (J_i - V)^{1-\beta}, \quad 0 \leq \beta \leq 1 \quad (16)$$

Aquí β puede interpretarse como una medida de la intensidad de la negociación o de la contribución al producto total que un puesto ocupado crea. Se considera un parámetro constante $1 > \beta > 0$; en situaciones de simetría entre firmas y trabajadores su valor es $1/2$, si β es grande, el poder de negociación del trabajador es mayor.

De (16) se obtiene la condición de maximización de primer orden tomando el logaritmo natural y usando la regla de la función implícita:

$$\beta \ln(E_i - U) + (1 - \beta) \ln(J_i - V) = 0$$

$$\frac{d(E_i - U)}{d(J_i - V)} = \frac{\partial F / \partial (J_i - V)}{\partial F / \partial (E_i - U)} = \frac{\frac{(1 - \beta)}{J_i - V}}{\frac{\beta}{E_i - U}} = \frac{(1 - \beta)(E_i - U)}{\beta (J_i - V)}$$

¹⁸ Un problema de negociación Nash se define de la siguiente manera:

Dado un subconjunto $S \subseteq \mathcal{R}^n$. S es compacto y convexo. Siendo T una colección de problemas de negociación, entonces una solución sobre T es una función $\varphi: T \rightarrow \mathcal{R}^n$ tal que $\varphi(S) \in S$ para todo $S \in T$.

La única solución $\varphi(S)$ satisface cuatro axiomas:

1) Optimalidad Pareto débil: $s > \varphi(S) \rightarrow s \notin S$.

2) Covarianza con transformación positiva a escala: Siendo $\tau: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^n$ una transformación positiva, lineal dada por $\tau(x) = (\lambda_1 x_1, \lambda_2 x_2)$, con $\lambda_1, \lambda_2 > 0$ para todo $x \in \mathcal{R}^n$ y $X \subset \mathcal{R}^n$ siendo $\tau(X) = \{y \in \mathcal{R}^n \mid y = \tau(x)\}$ para algún $x \in X$, entonces $\varphi(\tau(S)) = \tau(\varphi(S))$.

3) Simetría: Si $s \in S \rightarrow (s_2, s_1) \in S$, entonces $\varphi_1(S) = \varphi_2(S)$.

iv) Independencia de las alternativas irrelevantes: $S \subseteq T$ y $\varphi(T) \in S \rightarrow \varphi(T) = \varphi(S)$

Un perfil de estrategias $\hat{s} = (\hat{s}_1, \dots, \hat{s}_I)$ es un equilibrio de Nash si para todo jugador i y $s_i \in S_i$: $u_i(\hat{s}) \geq u_i(\hat{s}_1, \dots, \hat{s}_{i-1}, s_i, \hat{s}_{i+1}, \dots, \hat{s}_I)$. Se trata de un perfil de estrategias en el que la parte correspondiente a cada jugador es una respuesta tan buena a lo que harán los restantes jugadores, como cualquier otra estrategia disponible para este jugador.

$$E_i - U = \beta(1 - \beta)^{-1}(J_i - V) = \beta(J_i + E_i - V - U) \quad (17)$$

$E_i - U$ de (17) representa el rendimiento de un trabajador como la fracción del valor de un puesto ocupado y del valor por estar él empleado, menos lo que se pierde por estar la vacante disponible y él desempleado.

Ahora se convierte (17) en una ecuación para el salario. Sustituyendo E_i y J_i de (15) y (14) en (17), y usando la condición de equilibrio $V = 0$ se tiene:

$$rE_i = w_i - s(E_i - U) \quad (15)$$

$$E_i = \frac{w_i + sU}{r + s} \quad (15b)$$

$$rJ_i = f(k) - (r + \delta)k - w_i - sJ_i$$

$$J_i = \frac{f(k) - (r + \delta)k - w_i}{r + s} \quad (14b)$$

Sustituyendo en (17) y resolviendo para w_i :

$$E_i - U = \beta(J_i + E_i - V - U) \quad (17)$$

$$\frac{w_i + sU}{r + s} - U = \beta \left\{ \frac{f(k) - (r + \delta)k - w_i}{r + s} + \frac{w_i + sU}{r + s} - V - U \right\}$$

$$\frac{w_i + sU - rU - sU}{r + s} = \frac{\beta f(k) - \beta(r + \delta)k - \beta w_i + \beta w_i + \beta sU - \beta rU - \beta sU}{r + s}$$

$$w_i = rU + \beta \{ f(k) - (r + \delta)k - rU \} \quad (18)$$

Los trabajadores reciben en su salario la reserva rU y la fracción β del excedente neto que crean aceptando un puesto, el cual consiste en su producto marginal $f(k)$, el costo neto del capital $(r + \delta)k$ y rU .

Otra versión para el salario se obtiene considerando de (18) que todos los puestos se ofrecen al mismo salario. Sustituyendo (6) en (17):

$$E_i - U = \beta \left(\frac{\gamma_o}{q(\theta)} + E_i - V - U \right) \quad (17)$$

$$E_i - U = \beta(1 - \beta)^{-1} \left(\frac{\gamma_o}{q(\theta)} - V \right) \quad (17c)$$

Sustituyendo (17c) en (10):

$$rU = z + \theta q(\theta) \left(\frac{\gamma_o}{q(\theta)} - V \right) \beta (1 - \beta)^{-1} \quad (10b)$$

Reemplazando este resultado en (18) y resolviendo para w_i :

$$\begin{aligned} w_i &= rU(1 - \beta) + \beta \{ f(k) - (r + \delta)k \} \\ w_i &= \left\{ z + \theta q(\theta) \left(\frac{\gamma_o}{q(\theta)} - V \right) \beta (1 - \beta)^{-1} \right\} (1 - \beta) + \beta \{ f(k) - (r + \delta)k \} \\ w_i &= (1 - \beta)z + \beta \theta \gamma_o - \beta \theta q(\theta) V + \beta \{ f(k) - (r + \delta)k \} \\ w_i &= (1 - \beta)z + \beta \{ f(k) - (r + \delta)k + \theta \gamma_o \} \end{aligned} \quad (19)$$

Donde $\theta \gamma_o$ es el costo promedio de alquiler para cada trabajador desempleado.¹⁹

Una ocupación crea un excedente positivo para la firma y para el trabajador, que equivale a la suma del costo de búsqueda de trabajo y al costo de renta o alquiler. El rendimiento neto de la firma, proveniente de la ocupación es J , el cual por (6) debe ser positivo e igual al costo esperado de alquiler. Para el trabajador, el rendimiento es $E - U$, que es positivo con $w \geq z$.

E) Equilibrio

El equilibrio en el sistema, se define como el estado en el cual las firmas y los trabajadores maximizan sus respectivas funciones objetivo, a partir de las funciones de emparejamiento y de producción, y en el cual el flujo de trabajadores que ingresan al desempleo equivale al flujo de los que egresan.

Para cerrar el sistema y determinar todas las incógnitas se requiere el lado de la demanda que influye a través de la tasa de interés.

Si como se ha supuesto la tasa de interés está dada y θ es la razón v/u que expresa la estrechez del mercado de trabajo; las cuatro incógnitas son desempleo u , número de puestos de trabajo v ó θ (asumiendo que $\theta = v/u$), salario real w y stock de capital k . Las cuatro ecuaciones que determinan el equilibrio son:

$$u = \frac{s}{s + \theta q(\theta)} \quad (4)$$

$$f'(k) = r + \delta \quad (8)$$

$$f(k) - (r + \delta)k - w - \frac{\gamma_o(r + s)}{q(\theta)} = 0 \quad (9)$$

$$w_i = (1 - \beta)z + \beta\{f(k) - (r + \delta)k + \theta\gamma_o\} \quad (19)$$

La solución del sistema de equilibrio es recursiva, dada la tasa de interés, (8) determina el stock de capital; con éste determinado, (9) y (19) resuelven salarios y la estrechez en el mercado de trabajo; con θ conocido (4) determina el desempleo que es la última variable que se resuelve en el sistema recursivo porque depende de varios parámetros del modelo.

El sistema puede simplificarse más sustituyendo los salarios de (19) en (9), con lo que esta última ecuación es:

$$(1 - \beta)\{f(k) - (r + \delta)k - z\} - \frac{(r + s) + \beta\theta q(\theta)}{q(\theta)}\gamma_o = 0 \quad (20)$$

El equilibrio del intercambio está representado por la ecuación (4), iguala el flujo de ingreso al desempleo con el flujo de egreso y corresponde a la curva UV o curva Beveridge.²⁰

Su forma se obtiene obteniendo sus derivadas primera y segunda, usando que $\theta = v/u$ y la regla de la función implícita:

$$u = \frac{s}{s + \frac{v}{u} q\left(\frac{v}{u}\right)}$$

$$\frac{\partial u}{\partial v} = - \frac{\partial f(u, v) / \partial v}{\partial f(u, v) / \partial u}$$

¹⁹ Las ecuaciones (18) y (19) muestran que, en esencia, al trabajo se paga según su productividad marginal.

²⁰ La curva Beveridge debe su nombre a William Beveridge, quien realizó un estudio empírico para el Reino Unido donde relacionó el desempleo y las vacantes disponibles (Véase Beveridge, W. 1944, *Full Employment in a Free Society*).

$$\frac{\partial u}{\partial v} = - \frac{-s \left(\frac{1}{u} \right) q' \left(\frac{v}{u} \right) \frac{1}{u}}{\left[s + \frac{v}{u} q \left(\frac{v}{u} \right) \right]^2} = - \frac{s \frac{1}{u} q' \left(\frac{v}{u} \right) \frac{1}{u}}{s \frac{v}{u^2} q' \left(\frac{v}{u} \right) \left(-\frac{v}{u^2} \right)} = - \frac{u}{v} < 0$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial v^2} = - \frac{\partial(-u/v) / \partial v}{\partial(-u/v) / \partial u} = - \frac{u/v^2}{-1/v} = \frac{u}{v} > 0$$

Entonces en estado estacionario la curva Beveridge tiene una pendiente negativa creciente en el espacio vacantes - desempleo. Indica que cuando existen más vacantes disponibles, el desempleo es menor porque los trabajadores desempleados encuentran ocupación más fácilmente.

La curva UV se traslada hacia la derecha cuando ocurre un mayor cambio estructural en la economía, representado por el parámetro s (frecuencia de los shocks de los precios relativos que ocasiona la disociación de los pares trabajador - vacante); un aumento en la tasa de cambio estructural aumenta tanto las vacantes como el desempleo, pero reduce θ (la tasa de estrechez del mercado de trabajo v/u), porque la expectativa de escasa duración de los trabajos, ocasiona que las ganancias anticipadas de las firmas, provenientes de las ocupaciones, se reduzcan.²¹

Otra causa del traslado de la curva UV es un cambio exógeno en la tasa de emparejamientos. En una economía real, los emparejamientos no tienen lugar instantáneamente debido a la heterogeneidad en las calidades de los trabajadores y de las ocupaciones, las diferencias en la localización y la información imperfecta. Así puede suceder que no se produzcan los emparejamientos entre vacantes y trabajadores porque las firmas demandan habilidades que estos últimos no tienen, o

²¹ Es importante destacar que Pissarides define al cambio estructural como la frecuencia de shocks de los precios relativos que provocan la disociación entre vacantes y trabajadores. Pissarides (1990, 16). Por ello cuando Pissarides afirma que el desempleo se provoca por un cambio estructural estocástico, quiere decir que el desempleo aparece como consecuencia de la modificación exógena de los precios relativos, lo cual es plenamente compatible con la Teoría Neoclásica y la Nueva Macroeconomía Clásica.

bien, porque la localización geográfica del puesto de trabajo y de la residencia del trabajador no coinciden. Formalmente el proceso puede representarse con algún parámetro en la función de emparejamiento cuyo aumento traslade la curva UV a la derecha incrementando el desempleo y las vacantes, y reduciendo la estrechez y los salarios.

Entonces, el principal resultado que se produce por el desplazamiento de la curva Beveridge hacia la derecha es la existencia de mayores niveles de desempleo y de vacantes.

Recordando que por definición $\theta = v/u$, θ es la pendiente de una línea que parte del origen.

Finalmente, la curva VS que expresa la oferta de puestos de trabajo, se obtiene sustituyendo $q(\theta)$ de (4) en (20) de donde:

$$q(\theta) = \frac{s - Us}{U(\theta)} \quad (4b)$$

$$(1 - \beta)\{f(k) - (r + \delta)k - z\} - \frac{r\gamma_o + s\gamma_o + \beta\theta\left(\frac{s - sU}{u(\theta)}\right)\gamma_o}{\frac{s - Us}{u(\theta)}} = 0$$

$$(1 - \beta)\{f(k) - (r + \delta)k - z\} - \beta\gamma_o\theta - \frac{r\gamma_o + s\gamma_o}{s} \frac{u(\theta)}{1 - u} = 0 \quad (21)$$

Sustituyendo $\theta = v/u$ en (21):

$$(1 - \beta)\{f(k) - (r + \delta)k - z\} - \beta\gamma_o \frac{v}{u} - \frac{r\gamma_o + s\gamma_o}{s} \frac{\left(\frac{v}{u}\right)u}{1 - u} = 0$$

$$(1 - \beta)\{f(k) - (r + \delta)k - z\} - \gamma_o \left(\beta \frac{1}{u} + \frac{r + s}{s(1 - u)}\right)v = 0 \quad (22)$$

La curva VS (22), determina las vacantes disponibles que maximizan las ganancias de las firmas cuando desempleo y salarios están en equilibrio.

La pendiente de la curva VS en el espacio vacantes - desempleo para una tasa de interés arbitrariamente pequeña ($r = 0$) se obtiene calculando $\partial v / \partial u$ de (22) usando la regla de la función implícita y es:

$$(1-\beta)\{f(k)-(r+\delta)k-z\}-\left(\frac{\gamma_o v \beta}{u}+\frac{\gamma_o v}{(1-u)}\right)=0 \quad (22b)$$

$$\frac{\partial v}{\partial u} = -\frac{+\frac{\gamma_o v \beta}{u^2}-\frac{\gamma_o v}{(1-u)^2}}{-\frac{\gamma_o \beta}{u}-\frac{\gamma_o}{(1-u)}} = \frac{+\frac{v \beta}{u^2}-\frac{v}{(1-u)^2}}{\frac{\beta}{u}+\frac{1}{(1-u)}} = \frac{v \beta (1-u)^2 - v u^2}{\beta (1-u) + u} \quad (23)$$

$$\frac{\partial v}{\partial u} = \frac{v[\beta(1-u)^2 - u^2]}{u[\beta(1-u)^2 + (1-u)u]}$$

Que es positiva si el desempleo es menor que el empleo:

$$\beta > \left(\frac{u}{1-u}\right)^2 \quad (24)$$

Usando (24) con igualdad en (23) se obtiene:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial u^2} = 0$$

La pendiente de la curva VS es positiva constante. Esto indica que la alta desocupación para las vacantes dadas implica bajos salarios y por tanto que la demanda de trabajo es elevada; además, la alta desocupación está asociada con una baja tasa de emparejamientos y en consecuencia, con un alto costo de alquiler para la firma. Si la condición (24) se satisface, el primer efecto domina y el resultado final es una curva VS positiva.

La curva VS se traslada a la derecha siempre que ocurra una caída en la demanda de trabajo a una tasa de desempleo dada; el incentivo a demandar trabajo se contrae, por ejemplo, con un aumento exógeno en la contribución al producto total que un puesto ocupado crea β , o con el aumento en el ingreso de desempleo z , debido a que incrementan el salario de equilibrio.

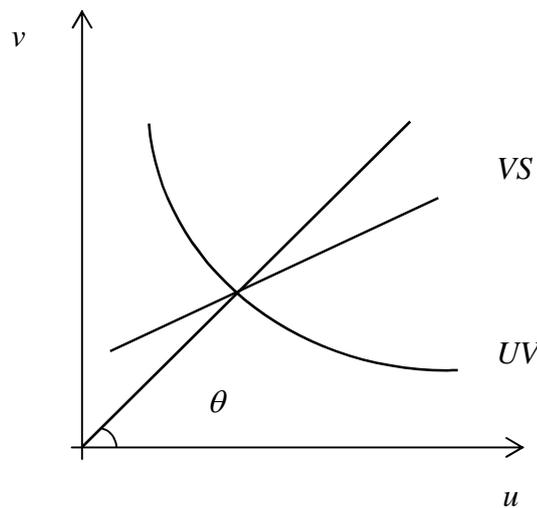
Un aumento en la tasa de interés, también traslada la curva VS a la derecha, debido a que las ganancias descontadas provenientes de una ocupación caen más que los costos descontados de alquiler. Finalmente VS puede desplazarse cuando hay un aumento en el costo exógeno de alquiler γ_o ante el efecto directo sobre el costo esperado de alquiler y el aumento en los salarios.

Cuando la curva VS se traslada hacia la derecha, el desempleo aumenta y las vacantes caen, consecuentemente la tasa v/u y los salarios de equilibrio caen.

La curva VS puede trasladarse hacia la izquierda cuando ocurre un aumento exógeno en la productividad del trabajo, debido a que aumenta la demanda de éste; en el largo plazo, los salarios deberían absorber totalmente los cambios en la productividad y debería existir un equilibrio con crecimiento balanceado con desempleo constante.

Las vacantes y el desempleo en equilibrio se determinan en la intersección de las curvas UV y VS . El traslado de las curvas UV y VS hacia la derecha genera resultados distintos; en el primer caso ocurre el aumento del desempleo y el aumento de las vacantes de trabajo, y en el segundo, la contracción de la demanda de trabajo y de las vacantes.

*Gráfica 3.5.1
Relación entre vacantes y desempleo*



El siguiente cuadro resume las propiedades del equilibrio:

*Cuadro 1
Vinculación de las variables en el corto plazo*

Modificación / Efectos	Desempleo	Vacantes	Estrechez	Salarios
------------------------	-----------	----------	-----------	----------

Cambio estructural	+	+	-	-
Tecnología de emparejamientos	-	-	+	+
Tasa de interés	+	-	-	-
Costo de alquiler	+	-	-	-
Contribución del trabajo	+	-	-	+
Ocio / ingreso de desempleo	+	-	-	+
Productividad del trabajo	-	+	+	+

3.5.2 El contexto dinámico

Ahora se extiende el modelo a uno de largo plazo, caracterizado por la existencia de desempleo con crecimiento económico, especialmente, se introducen cambios en la especificación del costo de alquiler de las firmas, y se analizan los efectos del crecimiento de la fuerza laboral, de la existencia del progreso técnico aumentador de trabajo y del crecimiento monetario.

A) Firmas

Supuesto 9. Una firma puede emplear a muchos trabajadores y es en promedio lo suficientemente grande como para eliminar toda la incertidumbre acerca del flujo del trabajo.

Como antes la tasa salarial está dada por una negociación a nivel individual, es decir, el salario se establece suponiendo que la firma realiza una negociación Nash con cada empleado en forma individual, pero suponiendo que el salario de los otros trabajadores está dado.

Siendo K_i y N_i el capital y el empleo de la firma i , y siendo $F(K_i, N_i)$ una función de producción con rendimientos constantes a escala; la firma compra capital K_i al precio de la tasa de interés r y paga a los trabajadores el salario real w , al nivel (19) y considerado como dado por la firma.

Por cada vacante la firma incurre en un costo de reclutamiento γ_o , y en rendimientos para el trabajador a la tasa $q(\theta)$, θ está fuera del control de la firma.

Supuesto 10. La fuerza de trabajo de la firma cambia de acuerdo a:

$$\dot{N}_i = q(\theta)V_i - sN_i \quad (25)$$

Donde V_i es el número de vacantes que tiene la firma y sN_i es la tasa a la que la firma pierde trabajadores. La variable de elección de la firma en (1) es V_i .

El valor presente descontado de las ganancias esperadas por la firma en cada momento del tiempo es:

$$\Pi_i = \int_0^{\infty} e^{-rt} (F(K_i, N_i) - wN_i - \gamma_o V_i - \dot{K}_i - \delta K_i) dt \quad (26)$$

Donde δ es la tasa de depreciación del stock de capital. La firma maximiza (26) con respecto a K_i y V_i sujeta a (25). Sustituyendo (25) en (26) se obtiene:

$$\Pi_i = \int_0^{\infty} e^{-rt} (F(K_i, N_i) - wN_i - \gamma_o \frac{\dot{N}_i + sN_i}{q(\theta)} - \dot{K}_i - \delta K_i) dt \quad (27)$$

Donde la condición lineal de ajuste del empleo es $[\gamma_o/q(\theta)] \dot{N}_i$; la firma ajusta el empleo a un menor costo, cuando θ es menor.

Las condiciones de Euler que satisfacen la secuencia óptima de K_i y N_i son:

$$e^{-rt} (F_K(K_i, N_i) - \delta) - \frac{d}{dt} (-e^{-rt}) = 0 \quad (28)$$

$$e^{-rt} \left(F_N(K_i, N_i) - w - \gamma_o \frac{s}{q(\theta)} \right) - \frac{d}{dt} \left(-e^{-rt} \gamma_o \frac{1}{q(\theta)} \right) = 0 \quad (29)$$

En estado estacionario θ y w son constantes y (28) y (29) se reducen a:

$$F_K(K_i, N_i) - \delta - r = 0 \quad (30)$$

$$F_N(K_i, N_i) - w - \frac{r+s}{q(\theta)} \gamma_o = 0 \quad (31)$$

Desde que $F(K_i, N_i)$ tiene rendimientos constantes a escala, puede expresarse $F_K(K_i, N_i)$ y $F_N(K_i, N_i)$ como funciones de una variable K_i/N_i . Todas las firmas tienen la misma tasa $k = K_i/N_i$.

Si se define:

$$f(k) = \frac{1}{N_i} F(K_i, N_i) = F\left(\frac{K_i}{N_i}, 1\right) \quad (32)$$

Donde $f(k)$ es el producto por persona ocupada. Entonces:

$$F_K(K_i, N_i) = f(k) \quad (33)$$

$$F_N(K_i, N_i) = f(k) - kf'(k) \quad (34)$$

Sustituyendo (33) en (30) se obtiene:

$$f'(k) = r + \delta \quad (35)$$

Que es la condición (32). Sustituyendo también (34) en (31) se obtiene:

$$f(k) - kf'(k) - w - \frac{r + s}{q(\theta)} \gamma_o = 0 \quad (36)$$

La tasa de vacantes de la firma está dada por (25) con un nivel de empleo que satisface (31).

En estado estacionario, sin crecimiento $\dot{N}_i = 0$, entonces (25) implica que:

$$V_i / N_i = s / q(\theta) \quad (37)$$

Todas las firmas escogen la misma tasa vacantes - desempleo (37). Para volver a la notación de la sección anterior, se usa $\sum_i V_i = \theta u N$, donde N es la fuerza de trabajo y $\sum_i N_i = (1-u)N$; sustituyendo V_i y N_i en (37) se obtiene:

$$\frac{\theta u}{1 - u} = \frac{s}{q(\theta)} \quad (38)$$

Que es equivalente a la condición final de equilibrio (4).

B) Costos de alquiler e ingresos de desempleo

En estado estacionario los dos factores responsables de transmitir shocks de productividad en el empleo son el costo fijo de alquiler para cada vacante y el ingreso que se obtiene durante el desempleo.

Supuesto 11. Las firmas gastan recursos en la actividad de alquiler y pueden escoger qué cantidad de insumos utilizar en ésta.

El costo de alquiler es:

$$\gamma_o = \gamma w \quad (39)$$

Donde γ es una constante positiva, y w es la tasa salarial dada por (19).

Aunque no se modela la elección de insumos que efectúan las firmas, se supone que tal actividad está controlada porque la firma escoge el número de vacantes. Asimismo, se asume que existe una tecnología de alquiler, con la propiedad de que el costo de alquilar trabajo es proporcional al costo de emplearlo.

El alquiler se considera una actividad intensiva en trabajo, que pudiera organizarse, por ejemplo, a través de agentes ocupados cuyas retribuciones en equilibrio son proporcionales a los salarios; el sector de alquiler en la economía es pequeño comparado con el sector de producción, por lo que puede asumirse que todos los salarios están determinados en el sector de la producción por convenio entre firmas y trabajadores.

Supuesto 12. El ingreso del desempleo es proporcional a los salarios:

$$z = \lambda w, \quad 0 \leq \lambda < 1 \quad (40)$$

El ingreso del desempleo consiste en el ingreso actual recibido durante el desempleo y el valor atribuido al tiempo de los trabajadores desempleados, que en conjunto se establece en términos de la tasa salarial. Si existe un mercado perfecto de capital y los trabajadores tienen un horizonte de largo plazo, la mínima compensación que requieren para dejar el bien ocio por trabajo, es función de su riqueza. Aquí se sigue un enfoque no de maximización de la utilidad, sino de maximización del ingreso, por lo que se ignora la utilidad en z .

En estado estacionario, todas las variables crecen a la misma tasa sin que importe que el ingreso por desempleo dependa de los salarios o de la riqueza; además en este contexto la riqueza es proporcional a los salarios debido a la acumulación del capital y porque el ingreso permanente es proporcional a los salarios.

El parámetro λ de la ecuación (40) puede considerarse un parámetro de política que mide la compensación al desempleo. También puede medir el valor del ocio del trabajador, o todos los rendimientos que puede alcanzar cuando acepta una ocupación.

Las condiciones de equilibrio de estado estacionario cambian cuando γ_0 y z están dadas por (39) y (40). La sustitución de (39) y (40) en (19) da la nueva ecuación de salario:

$$\begin{aligned}
 w &= (1 - \beta)z + \beta[f(k) - (r + \delta)k + \theta\gamma_0] \\
 w &= (1 - \beta)\lambda w + \beta[f(k) - (r + \delta)k + \theta\gamma w] \\
 w(1 - (1 - \beta)\lambda - \beta\theta\gamma) &= \beta[f(k) - (r + \delta)k] \\
 w &= (1 - (1 - \beta)\lambda - \beta\theta\gamma)^{-1} = \beta[f(k) - (r + \delta)k] \quad (41)
 \end{aligned}$$

Los salarios son proporcionales al producto marginal del trabajo, el factor de proporcionalidad depende positivamente de la estrechez del mercado de trabajo.

Sustituyendo (39) en la condición para el trabajo (36) se tiene:

$$\begin{aligned}
 f(k) - kf'(k) - w - \frac{r + s}{q(\theta)}\gamma w &= 0 \\
 f(k) - kf'(k) &= w \frac{(q(\theta) + r\gamma + s\gamma)}{q(\theta)} \quad (36b)
 \end{aligned}$$

Sustituyendo (41) en (36b) y considerando que $f'(k) = r + \delta$:

$$\begin{aligned}
 f(k) - kf'(k) &= \frac{\beta[f(k) - (r + \delta)k]}{[1 - (1 - \beta)\lambda - \beta\theta\gamma]} \left[\frac{q(\theta) + r\gamma + s\gamma}{q(\theta)} \right] \\
 1 - (1 - \beta)\lambda - \beta\theta\gamma &= \beta \left[1 + \frac{r\gamma + s\gamma}{q(\theta)} \right] \\
 (1 - \beta)(1 - \lambda) - \beta\gamma\theta - \beta\gamma \frac{r + s}{q(\theta)} &= 0 \quad (42)
 \end{aligned}$$

La estrechez del mercado de trabajo en estado estacionario es independiente de la productividad.

El nuevo sistema se conforma por las ecuaciones:

$$u = \frac{s}{s + \theta q(\theta)} \quad (4)$$

$$f'(k) = r + \delta \quad (8)$$

$$w = (1 - (1 - \beta)\lambda - \beta\theta\gamma)^{-1} = \beta f'(k) - (r + \delta)k \quad (41)$$

$$(1 - \beta)(1 - \lambda) - \beta\gamma\theta - \beta\gamma \frac{r + s}{q(\theta)} = 0 \quad (42)$$

El único cambio en las propiedades del sistema es que ahora los shocks de productividad son totalmente absorbidos por los salarios y el equilibrio de desempleo no responde a ellos. En términos gráficos, la curva VS es ahora más inclinada.²²

Para obtener la curva VS a partir de (42), se resuelve $q(\theta)$ de (4):

$$q(\theta) = \frac{s - Us}{U(\theta)} \quad (4b)$$

Sustituyendo (4b) en (42) se tiene:

$$(1 - \beta)(1 - \lambda) - \beta\gamma\theta - \beta\gamma \frac{r + s}{\frac{(1 - u)}{u\theta}} = 0$$

$$(1 - \beta)(1 - \lambda) - \beta\gamma \left(\theta + \frac{(r + s)u\theta}{1 - u} \right) = 0 \quad (42b)$$

Haciendo $\theta = v/u$ en (18b):

$$(1 - \beta)(1 - \lambda) - \beta\gamma \left(\frac{v}{u} + \frac{(r + s)u \frac{v}{u}}{1 - u} \right) = 0$$

La ecuación de la curva VS es ahora:

$$(1 - \beta)(1 - \lambda) - \beta\gamma \left(\frac{1}{u} + \frac{r + s}{s(1 - u)} \right) v = 0 \quad (43)$$

²² El principal resultado de incorporar costos de alquiler para la firma γ , es que el salario queda afectado negativamente por éstos, según (42), pero continúa estableciéndose básicamente en función de su productividad marginal.

La condición suficiente para que VS sea positiva es que el desempleo sea menor que el empleo, y como $\beta < 1$, su pendiente es más inclinada que antes. Una importante propiedad de esta nueva curva es que los cambios exógenos en la productividad del trabajo no la trasladan, sólo pueden hacerlo el ingreso del desempleo, el costo de alquiler, la tasa real de interés y la contribución del trabajo en el salario que se negocia. Como antes, el ingreso relativo del desempleo no traslada la curva UV .

C) Crecimiento real

Para extender el modelo estático del mercado de trabajo, se introduce el crecimiento de la fuerza de trabajo y el progreso técnico aumentador de la fuerza de trabajo.

Supuesto 13. La fuerza de trabajo N , crece a la tasa n .

En estado estacionario el empleo y el desempleo totales, también deben crecer a la tasa n . En términos absolutos el flujo al desempleo consiste en trabajadores que pierden sus trabajos $s(1-u)N$, y los nuevos miembros que se incorporan a la fuerza de trabajo nN ; mientras que el flujo hacia el empleo consiste en los trabajadores que encuentran ocupación $q(\theta)\theta uN$.

En equilibrio:

$$s(1-u)N + nN - q(\theta)\theta uN = unN \quad (44)$$

Resolviendo para la tasa de desempleo de equilibrio:

$$sN - suN + nN - q(\theta)\theta uN = unN$$

$$u = \frac{s + n}{s + n + q(\theta)\theta} \quad (45)$$

En estado estacionario con crecimiento de la fuerza de trabajo $\dot{N}_i = nN_i$.

La ecuación (45) reemplaza a (4). El efecto del crecimiento de la fuerza de trabajo sobre el desempleo en estado estacionario es el mismo que un alto cambio estructural en la economía. La incorporación de nuevos trabajadores no afecta al salario de negociación, ni a la razón v/u ; el stock agregado de capital, el empleo, el desempleo y el número de vacantes crecen también a la tasa n .

Considerando la gráfica 3.5.2, el crecimiento de la fuerza de trabajo traslada la curva UV hacia la derecha, desde que su ecuación es ahora (45); como la razón v/u se mantiene constante, la incorporación de nuevos trabajadores también traslada la curva VS hacia la izquierda.

La ecuación de la curva VS cuando hay crecimiento de la fuerza laboral se obtiene sustituyendo $q(\theta)$ de (45) en (42):

$$u = \frac{s+n}{s+n+q(\theta)\theta} \quad (45)$$

$$q(\theta) = \frac{s(1-u)+n(1-u)}{u(\theta)} \quad (45b)$$

Sustituyendo (45b) en (42) se obtiene:

$$(1-\beta)(1-\lambda) - \beta\gamma\theta - \beta\gamma \frac{r+s}{q(\theta)} = 0 \quad (42)$$

$$(1-\beta)(1-\lambda) - \beta\gamma\theta - \beta\gamma \frac{r+s}{\frac{(s+n)(1-u)}{u(\theta)}} = 0$$

$$(1-\beta)(1-\lambda) - \beta\gamma \left(\theta + \frac{(r+s)u(\theta)}{(s+n)(1-u)} \right) = 0$$

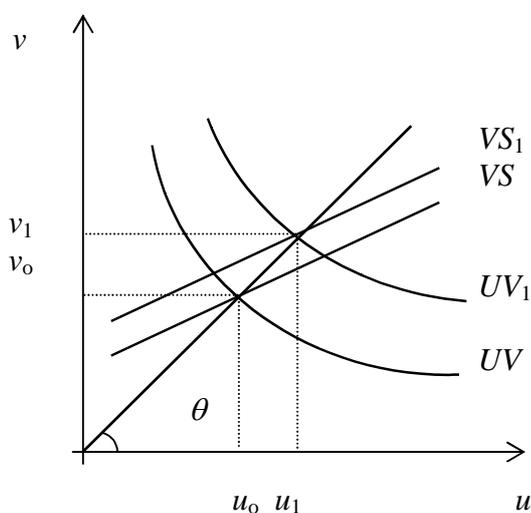
Haciendo $\theta = v/u$:

$$(1-\beta)(1-\lambda) - \beta\gamma \left(\frac{1}{u} + \frac{r+s}{n+s} \frac{1}{1-u} \right) v = 0 \quad (46)$$

El crecimiento de la fuerza de trabajo aumenta el desempleo y las vacantes, sin otros efectos sobre el sistema.

Gráficamente el incremento de la fuerza laboral ocasiona un cambio en el equilibrio de (u_0, v_0) hacia (u_1, v_1) :

Efecto del crecimiento de la fuerza de trabajo sobre vacantes y desempleo



Supuesto 14. La presencia de un cambio técnico aumentador de trabajo a la tasa g , modifica la función de producción a:

$$F = F(K_i, e^{gt} N_i) \quad (47)$$

Para obtener el equilibrio que resulta de un cambio técnico aumentador de trabajo, se utilizan las ecuaciones (28) y (29), y se sustituye en ellas (47) y (49); en estado estacionario la tasa θ es constante, pero los salarios crecen a la tasa g ; las condiciones de Euler son ahora:

$$F_K(K_i, e^{gt} N_i) - r - \delta = 0 \quad (48)$$

$$F_N(K_i, e^{gt} N_i) - w - \frac{r+s-g}{q(\theta)} \gamma w = 0 \quad (49)$$

Definiendo k como la tasa de stock de capital agregado a unidades de eficiencia de trabajo, y $f(k)$ como el producto de cada unidad eficiente de trabajo, se satisface:

$$f(k) = \frac{1}{e^{gt} N} F(K, e^{gt} N) = F\left(\frac{K}{e^{gt} N}, 1\right) \quad (50)$$

$$F_K = f'(k) \quad (51)$$

$$F_N = e^{gt} [f(k) - kf'(k)] \quad (52)$$

En virtud de los rendimientos constantes a escala, cada firma tiene la misma tasa k , y se obtiene sustituyendo (27) en (24):

$$f'(k) - r - \delta = 0 \quad (53)$$

Como k está ahora definido en términos de unidades de eficiencia de trabajo, el stock de capital agregado debe crecer a la tasa de crecimiento de las unidades de eficiencia de trabajo $n+g$.

En estado estacionario, k es constante, sustituyendo $f'(k)$ de (53) en (52) y usando (41) para un θ dado, se encuentra que los salarios crecen a la misma tasa del progreso técnico g .

Sustituyendo F_N de (52) y w de (41) en (49) se obtiene:

$$e^{gt} [f(k) - kf'(k)] - \frac{\beta [f(k) - (r + \delta)k]}{(1 - \lambda)(1 - \beta) - \beta\gamma\theta} - \frac{(r + s + g)}{q(\theta)} \gamma \frac{\beta [f(k) - (r + \delta)k]}{(1 - \lambda)(1 - \beta) - \beta\gamma\theta} = 0$$

Dividiendo entre e^{gt} , y considerando que $(r + \delta)k = kf'(k)$:

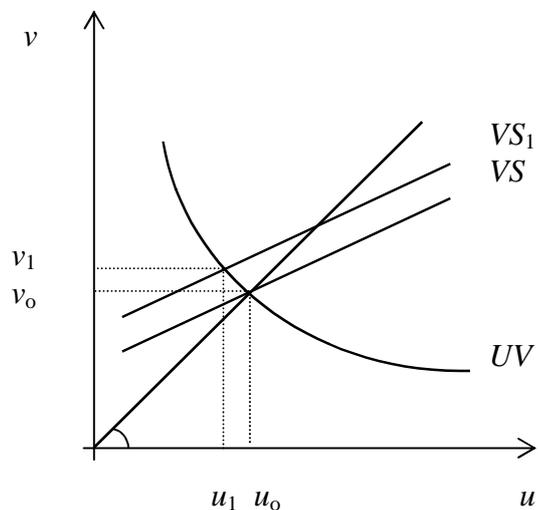
$$(1 - \beta)(1 - \lambda) - \beta\gamma\theta \frac{r + s - g}{q(\theta)} \beta\gamma = 0 \quad (54)$$

La tasa de progreso técnico influye en la estrechez del mercado de trabajo, si g es alto, θ es alto.

En resumen, con progreso técnico aumentador de trabajo y crecimiento de la fuerza laboral, el stock de capital, los salarios reales y la tasa capital trabajo, crecen a en estado estacionario; las modificaciones en las vacantes disponibles y en el nivel de desempleo, dependen de la rapidez con que ocurran los cambios en el progreso técnico o en la fuerza de trabajo.

Gráfica 3.5.3

Efectos de la variación del progreso técnico en las vacantes y el desempleo

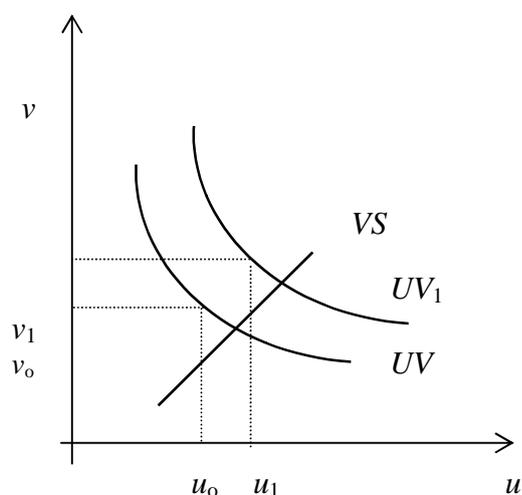


Así por ejemplo, si es más rápida la tasa de progreso técnico, la curva VS se traslada hacia arriba y a la izquierda, mientras que la curva UV se mantiene sin cambio, con ello se incrementarían las vacantes y se reduciría el desempleo. En la gráfica 3.5.3 ocurre un cambio del equilibrio (u_0, v_0) hacia (u_1, v_1) :

En cambio, si es más rápido el crecimiento de la fuerza de trabajo, se obtendrían altas tasas de desempleo y un incremento en las vacantes, porque sólo se trasladaría la curva UV , como se observa en la siguiente gráfica:

Gráfica 3.5.4

Efectos de la variación de la fuerza de trabajo sobre las vacantes y el desempleo



D) Demanda agregada

Para completar la solución del modelo, se requiere una ecuación que determine la tasa de interés. En lugar de considerarse exógena como se hizo en la primera parte, aquí se determina para una economía cerrada con previsión perfecta y siguiendo un sistema *IS - LM*.

Si el producto agregado por unidad de tiempo es $Y(t)$, la fuerza de trabajo y el empleo crecen a la tasa n ; considerando N el nivel de empleo para algún año base ($t=0$), la oferta de producto está dada por:

$$Y(t) = e^{(n+g)t} Nf(k) \quad (55)$$

Donde g es la tasa de progreso técnico aumentador de trabajo y k es el stock de capital para cada unidad de eficiencia de trabajo. Puede expresarse también que:

$$K = K(t) / e^{(n+g)t} N \quad (56)$$

El producto es consumido o ahorrado. Aquí se distingue también entre renovación de la inversión $\delta K(t)$, e inversión neta $\dot{K}(t)$. La ecuación del producto (curva *IS*) implica que la inversión neta o la oferta de fondos prestables está dada por:

$$\dot{K}(t) = Y(t) - \delta K(t) - C(t) \quad (57)$$

Donde $C(t)$ es el consumo agregado, que es a su vez, una fracción constante b , del ingreso disponible.

Supuesto 15. Existe una tasa μ que expresa el crecimiento de la oferta de dinero, y una tasa π de la inflación actual y esperada.

Si las tenencias reales de dinero en el momento t son $M(t)/P(t)$, entonces las ganancias de capital para los consumidores sobre sus tenencias de dinero son $(\mu\pi)M(t)/P(t)$, con $M(t)$ como la cantidad de dinero en circulación y $P(t)$ el nivel de precios.

En consecuencia, el consumo es una fracción de las ganancias por tenencias de dinero (que son parte del ingreso disponible) y de las ganancias que resultan del producto neto $Y(t) - \delta K(t)$, entonces:

$$C(t) = b \left[Y(t) - \delta K(t) + (\mu - \pi) \frac{M(t)}{P(t)} \right] \quad (58)$$

La demanda de dinero es homogénea de grado 1 en el producto y depende también de la tasa nominal de interés. El costo de oportunidad de mantener dinero es $r + \pi$, y la demanda de dinero es $m(r + \pi)Y(t)$ con $m'(r + \pi) \leq 0$.

Supuesto 16. Las transferencias monetarias del gobierno a los individuos son *lump sum*, pero el impuesto que generan (inflación) es proporcional a las tenencias de dinero.

En equilibrio el stock de dinero es igual a la demanda de dinero, por lo que se tiene una condición de portafolio balanceado (curva *LM*):

$$M(t) / P(t) = m(r + \pi)Y(t) \quad (59)$$

Sustituyendo ahora el stock de dinero de (59) en (58) y el consumo de (58) en la ecuación de producto (57) se tiene la oferta de fondos para inversión como:

$$\begin{aligned} \dot{K}(t) &= Y(t) - \delta K(t) - b \left[Y(t) - \delta K(t) + (\mu - \pi) m(r + \pi) Y(t) \right] \\ \dot{K}(t) &= Y(t) [1 - b - b(\mu - \pi) m(r + \pi)] - (1 - b) \delta K(t) \end{aligned} \quad (60)$$

A lo largo de la trayectoria de crecimiento balanceado, k es constante. De (56) esto requiere que la inversión crezca de acuerdo a:

$$\dot{K}(t) = (n + g)ke^{(n+g)t}N \quad (61)$$

Igualando las ecuaciones (60) y (61), y sustituyendo en éstas las definiciones de producto y de la razón capital - trabajo dadas por (55) y (56), se obtiene la condición de estado estacionario:

$$\begin{aligned} [1 - b - b(\mu - \pi)m(r + \pi)]Y(t) - (1 - b)\delta K(t) &= (n + g)ke^{(n+g)t}N \\ [1 - b - b(\mu - \pi)m(r + \pi)][e^{(n+g)t}Nf(k)] - (1 - b)\delta K(t) &= (n + g)\frac{K(t)}{e^{(n+g)t}N}e^{(n+g)t}N \\ [1 - b - b(\mu - \pi)m(r + \pi)]f(k) - (1 - b)\delta k(t) - (n + g)k &= 0 \\ [1 - b - b(\mu - \pi)m(r + \pi)]f(k) - ((1 - b)\delta + n + g)k &= 0 \end{aligned} \quad (62)$$

La condición (62) es clave en el modelo con crecimiento balanceado, si su derivada parcial con respecto a k es negativa se tiene estabilidad del sistema.

Para cerrar el sistema se requiere una ecuación que determine la tasa de inflación, sustituyendo (55) en (59):

$$\frac{M(t)}{P(t)}e^{-(n+g)t} = m(r + \pi)Nf(k) \quad (63)$$

Diferenciando con respecto al tiempo y considerando que $M(t)$ crece a la tasa μ , se obtiene la inflación sobre la trayectoria de crecimiento balanceada como una diferencia entre el crecimiento monetario y real:

$$\pi = \mu - (n + g) \quad (64)$$

El lado de la demanda queda constituido por tres ecuaciones: la condición de estado estacionario (62), la condición de portafolio balanceado (63), y la ecuación que determina la tasa de inflación (64); dos incógnitas que son la tasa de inflación y el nivel de precios; y dos variables exógenas la oferta monetaria y su tasa de crecimiento.

E) Equilibrio de estado estacionario

Sustituyendo π de (64) en (62) permite obtener una condición alternativa de estado estacionario:

$$[1 - b - b(\mu - (\mu - (n + g)))m(r + \mu - (n + g))]f(k) - ((1 - b)\delta + n + g)K = 0$$

$$[1 - b - b(n + g)m(r + \mu - n - g)]f(k) - ((1 - b)\delta + n + g)K = 0 \quad (65)$$

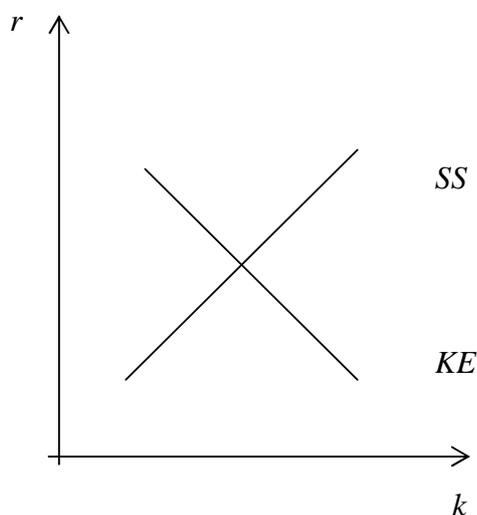
Cuyas incógnitas son r y k , las mismas de la condición de equilibrio del capital o demanda de fondos prestables (53), por lo que se determinan por (65) y (53). Si las ganancias de capital por tenencias de dinero son ignoradas en la definición de ingreso disponible, entonces (65) determina k , y (53) determina r .

La determinación de la tasa capital - trabajo y de la tasa real de interés se representa gráficamente con la intersección de las curvas SS (*steady state*) para el estado estacionario, obtenida de (65) y cuya pendiente es positiva por la condición de estabilidad (60) y el impuesto de inflación (sin éste sería una línea vertical); y de la curva KE (*capital equilibrium*) para el capital de equilibrio, obtenida de (53).

Una vez determinada r , (54) determina la estrechez del mercado de trabajo y la ecuación (45) determina el desempleo. Cualquier efecto de demanda agregada sobre las vacantes y el desempleo, es transmitido a través de la tasa de interés.

Gráfica 3.5.5

Determinación de la tasa capital trabajo y de la tasa de interés



Los salarios reales están determinados por la ecuación (41) y el nivel de precios por (63). Sin el efecto de la inflación (65), (53), (42), (45) y (54) forman un bloque real, que resuelve todas las variables reales k , r , w , u , y v , sin que se conozcan las variables monetarias μ y $M(t)$.

En el modelo completo se satisface que: la razón capital / producto se mantiene constante, la razón capital - trabajo crece a una tasa constante, la tasa de salario real crece constante y la ecuación cuantitativa del dinero es satisfecha, además de que la tasa de desempleo se mantiene constante sobre la trayectoria de crecimiento estacionario.²³

F) Influencia de la demanda y oferta sobre el desempleo

Aquí se consideran los efectos de cuatro cambios paramétricos sobre el equilibrio. Por el lado de la demanda se considera el cambio en la tasa de crecimiento monetario; por el lado de la oferta se analizan la modificación de la tasa de progreso técnico, la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo y cambios en la productividad.

Si aumenta la tasa crecimiento monetario μ , la curva SS se traslada hacia la derecha, reduciéndose la tasa real de interés e incrementándose la razón capital - trabajo. La inflación se incrementa en el mismo monto en que varía la tasa de crecimiento monetario.²⁴ Dada una tasa de interés, su aumento ocasiona la contracción de la demanda de dinero y el incremento en el nivel de precios; la reducción en las ganancias provenientes de la tenencia de dinero provoca la caída del consumo y el aumento del ahorro, éste a su vez, aumenta la tasa capital - trabajo y reduce la tasa real de interés.

La caída de la tasa real de interés aumenta la razón v/u (54), reduce el desempleo de equilibrio (45) y aumenta el número de puestos de trabajo porque se

²³ Estos comportamientos son algunos "hechos estilizados del crecimiento" en opinión de Pissarides. Los fenómenos que se conocen como hechos estilizados deben ser explicados por los modelos de crecimiento; éstos son: 1) La relación entre el crecimiento del capital y el crecimiento del producto no muestra un patrón sistemático, 2) el capital por trabajador crece a una tasa más o menos sostenida, 3) el producto per cápita crece a una tasa más o menos constante en periodos prolongados, 4) el rendimiento del capital tiene una tendencia horizontal, aunque pueden presentarse cambios bruscos debidos a variaciones en la demanda efectiva, 5) la tasa de crecimiento del producto per cápita es diferente entre los países, y 6) en aquellos países donde a los beneficios les corresponde una participación grande del ingreso, se tienen altas proporciones entre inversión y producto (Cfr. Kaldor, N. 1956. "Alternative theories of distribution", *Review of Economic Studies*, vol. 23).

²⁴ Considerando la ecuación cuantitativa $MV = PT$, la oferta monetaria como exógena $M^o = \bar{M}^o$, la condición de equilibrio del mercado monetario $M^d - M^o = 0$ y suponiendo que $V=1$ y $Q = T$ entonces $P = \bar{M}^o / Q$, por lo cual, si la oferta monetaria se incrementa en alguna proporción, el nivel de precios se incrementará en esa misma proporción.

incrementan las ganancias descontadas de la firma provenientes del alquiler; gráficamente, la reducción de la tasa de interés traslada la curva VS a la izquierda.

En síntesis el crecimiento monetario provoca efectos expansivos porque se incrementan los salarios, aumenta el capital, se reduce el desempleo y aumentan las vacantes de trabajo.²⁵

Conviene también destacar que ocurre simultáneamente un aumento en la tasa de inflación y una caída en el desempleo de equilibrio.

Por el lado de la oferta se considera el efecto de un cambio en la tasa de progreso técnico, g . Para una tasa de interés dada, un aumento en g , aumenta las vacantes disponibles y reduce el desempleo.

En un modelo completo, un aumento en g reduce la razón capital - trabajo y aumenta la tasa de interés, a partir del traslado de la curva SS a la izquierda; el incremento de la tasa de interés transmite un efecto negativo a través del sistema vacantes - desempleo, por el que la curva VS se traslada a la derecha. El resultado final sobre el desempleo depende de la diferencia $r-g$, si la tasa de progreso técnico es mayor, o si $r-g$ cae, la curva VS se traslada hacia arriba y a la izquierda, reduciéndose el desempleo y aumentando el número de vacantes.

Como ocurre con el progreso técnico, el crecimiento de la fuerza de trabajo traslada la curva SS a la izquierda y aumenta la tasa de interés. En este caso el único efecto posible es el incremento en el desempleo, aunque la cantidad de vacantes disponibles aumente o se reduzca.

Finalmente, si el parámetro de productividad α varía, entonces se modifica el producto por unidad de eficiencia de trabajo de $f(k)$ a $\alpha f(k)$. El parámetro α afecta en primer término al stock de capital de equilibrio y a la tasa real de interés; un aumento en α traslada la curva SS hacia la derecha con lo que aumenta el producto y el ahorro, pero también aumenta el producto marginal de capital; como las firmas no pueden mantener el stock de capital existente a la nueva tasa de interés, la curva KE también se traslada hacia la derecha.

El efecto del cambio en α es positivo e inequívoco para el stock de capital, pero para la tasa de interés es ambiguo y por tanto también lo es para el desempleo

²⁵ En los modelos de crecimiento neoclásicos, el dinero es no neutral puesto que un cambio en la oferta nominal de dinero provoca la modificación de la razón capital - trabajo.

y para las vacantes disponibles. Esto es así porque no existen condiciones suficientes que muestren cuál efecto de α sobre la tasa de interés predomina: si se incrementa esta tasa y provoca el aumento del ahorro, o si se reduce para incrementar la inversión.

Finalmente, la mejora en la productividad eleva el producto marginal del trabajo y por tanto los salarios.

El cuadro 2 resume los efectos sobre el desempleo, las vacantes disponibles, la razón v/u y los salarios, resultantes de variaciones reales y monetarias.

Cuadro 2
Vinculaciones en el largo plazo

Variable	Progreso técnico	Fuerza de trabajo	Crecimiento monetario
Desempleo	-,+	+,+	0,-
Vacantes	+,-	+,-	0,+
Estrechez	+,-	0,-	0,+
Salarios	+,-	0,-	0,+

El primer signo muestra el efecto por el lado de la oferta, y el segundo por el lado de la demanda.

3.5.3 El desempleo en competencia imperfecta

El modelo propuesto por Christopher Pissarides parte de un escenario ajeno a la competencia perfecta, a pesar de que se considera la existencia de un gran número de firmas y de trabajadores idénticos en sus funciones de producción y en su productividad, porque se supone la presencia de rigideces exógenas que implican la inflexibilidad de precios: la tasa a la cual las vacantes se cubren $q(\theta)$, la tasa a la cual los trabajadores se ocupan $\theta q(\theta)$, y el costo fijo exógeno de alquiler que modifica el comportamiento de una firma γ_0 .

Un motivo más relevante de rigidez, lo constituye la determinación del salario, en el que se incluye, además del producto marginal $f(k) - k f'(k)$, una fracción negativa

que cubre el costo neto del capital $(r+\delta)k$, el costo promedio de alquiler por cada trabajador desempleado (fijo y exógeno) γw y el seguro de desempleo z .

En el marco del modelo sugerido por Pissarides, el desempleo que se estudia está presente por supuestos del modelo; no es el desempleo involuntario, puesto que los trabajadores no están dispuestos a corregirlo a través de una disminución del salario, de hecho, el salario que desearían por estar empleados, debe satisfacer un mínimo que sea cuando menos igual al ingreso que perciben estando desempleados; además, si el salario que perciben los trabajadores ocupados está determinado por la firma, la presencia de las rigideces, impide que éste disminuya. Este rasgo origina que el modelo propuesto por Pissarides, exprese un equilibrio sólo para el productor, y que en realidad, se trate de un modelo con desequilibrio, puesto que el intercambio ocurre a precios de desequilibrio.

Tal como señala Pissarides, su modelo sólo examina la magnitud del desempleo. Su existencia se asume señalando que es siempre friccional y nunca involuntario porque se presenta ante la disociación entre las vacantes disponibles y los trabajadores desocupados; esta ruptura es más bien voluntaria porque expresa la elección que más favorece a trabajadores y firmas.

En el equilibrio de corto plazo se supone la existencia de una tasa de desempleo que depende totalmente de parámetros exógenos: la probabilidad de que se rescindan los contratos de trabajo s , y la probabilidad de que los trabajadores se ocupen $\theta q(\theta)$.

$$u = \frac{s}{s + \theta q(\theta)} \quad (4)$$

La ecuación anterior conocida como curva Beveridge expresa la relación negativa creciente entre desempleo y vacantes de trabajo; por ella se conocen dos causas exógenas en que puede aumentar el desempleo: el incremento en s (señalado por Pissarides como "cambio estructural") y alguna modificación en la función de emparejamientos.

Otra ecuación esencial es la que determina las vacantes disponibles que maximizan las ganancias de las firmas:

$$(1 - \beta)\{f(k) - (r + \delta)k - z\} - \gamma_o \left(\beta \frac{1}{u} + \frac{r + s}{s(1 - u)} \right) v = 0 \quad (22)$$

O bien:

$$(1-\beta)\{f(k)-(r+\delta)k-z\}\gamma_o^{-1}\left(\beta\frac{1}{u}+\frac{r+s}{s(1-u)}\right)^{-1}=v \quad (22b)$$

De acuerdo con esa ecuación, si aumenta la contribución al producto total que un puesto de trabajo crea β , o si aumenta el ingreso que perciben los agentes estando desempleados z , entonces se contrae la demanda de trabajo. Éstas son otras dos causas que aumentan el desempleo.

En el modelo, el salario no es exactamente el producto marginal del capital, sino que se expresa como:

$$w_i = (1-\beta)z + \beta\{f(k)-(r+\delta)k + \theta\gamma_o\} \quad (19)$$

Cuando se sustituye el salario en la condición que determina la demanda de trabajo (9) se obtiene una ecuación equivalente a (22):

$$f(k)-(r+\delta)k-w-\frac{\gamma_o(r+s)}{q(\theta)}=0 \quad (9)$$

$$f(k)-(r+\delta)k-\left[\beta\{f(k)-(r+\delta)k+\theta\gamma_o\}\right]-\frac{\gamma_o(r+s)}{q(\theta)}=0$$

$$(1-\beta)\{f(k)-(r+\delta)k-z\}-\frac{\gamma_o(r+s)+\beta\theta q(\theta)}{q(\theta)}=0 \quad (20 \text{ ó } 22d)$$

Si ahora se sustituye $\theta = v/u$, y:

$$q(\theta) = \frac{s - Us}{U(\theta)}$$

Se obtiene la tasa de vacantes disponibles (22b). En esta ecuación los componentes del salario están representados en los términos $\beta(1/u)$, y $(1-\beta)\{f(k)-(r+\delta)k-z\}\gamma_o^{-1}$. Por lo tanto, si se incrementa el salario principalmente a través del aumento de los parámetros β y γ_o , entonces disminuye la demanda de trabajo; aquí el comportamiento del productor es el mismo que en el escenario neoclásico básico.

En el modelo no existe una función que explique cómo un agente ofrece trabajo; solamente se menciona que el ingreso resultante de la ocupación debe ser mayor al ingreso que se obtiene al estar desempleado $w \geq z$, para que un individuo esté dispuesto a cubrir una vacante.

En el modelo dinámico, la demanda agregada en estado estacionario está representada por la ecuación (62) en la que se incluye la participación del nivel de producción, la evolución del stock de capital, el consumo, la demanda y oferta de dinero, y la tasa de inflación.

$$[1 - b - b(\mu - \pi)m(r + \pi)]f(k) - ((1 - b)\delta + n + g)k = 0 \quad (62)$$

La variable que modifica el nivel del desempleo es la tasa de crecimiento monetario μ ; si ésta aumenta, se reduce la tasa de interés lo que implica que se desplace a la derecha la curva SS , pero también que se contraiga la curva VS , es decir que se reduzca el desempleo porque aumentan las ganancias descontadas de la firma al pagar menos por el alquiler de factores.

La reducción de la tasa de interés provocada cuando aumenta la tasa de crecimiento monetario se muestra así:

$$r = \frac{[(1-b)\delta + n + g]k - f(k) + bf(k) - \Pi}{f(k)(-b)(\mu - \Pi)m} - \Pi$$

$$\frac{\partial r}{\partial \mu} = - \frac{\{[(1-b)\delta + n + g]k - f(k) + bf(k)\}\{f(k)(-b)m\}}{[-bf(k)(\mu - \Pi)m]^2} < 0$$

El efecto de la tasa de interés sobre la tasa de vacantes se obtiene de (22b) o (43b):

$$(1 - \beta)\{f(k) - (r + \delta)k - z\}\gamma_o^{-1} \left(\beta \frac{1}{u} + \frac{r + s}{s(1 - u)} \right)^{-1} = v \quad (22b)$$

$$(1 - \beta)(1 - \lambda) - (\beta\gamma)^{-1} \left(\frac{1}{u} + \frac{r + s}{s(1 - u)} \right)^{-1} = v \quad (43b)$$

$$\frac{\partial v}{\partial r} = \frac{- \left[k \left(\frac{\beta}{u} + \frac{r + s}{s(1 - u)} \right) + (f(k) - (r + \delta)k - z) \frac{1}{s(1 - u)} \right]}{\gamma \left[\frac{\beta}{u} + \frac{r + s}{s(1 - u)} \right]^2} < 0$$

O bien:

$$\frac{\partial v}{\partial r} = \frac{-[(1-\beta)(1-\lambda)] \left[\frac{\beta\gamma}{s(1-u)} \right]}{\beta\gamma \left[\frac{1}{u} + \frac{r+s}{s(1-u)} \right]^2} < 0$$

Por el lado de la oferta, a partir de la ecuación (52) se obtuvo que los salarios crecen a la misma tasa que el progreso técnico:

$$F_N = e^{gt} [f(k) - kf'(k)] \quad (52)$$

Entonces el aumento del progreso técnico tiene el mismo efecto que un incremento de los salarios: el agravamiento del desempleo.

Finalmente, el incremento en la productividad no tiene un efecto determinante, puede aumentar la tasa de interés y disminuir el número de vacantes, o disminuir y aumentar éstas.

En síntesis, en este modelo, al incrementar el salario se agrava el desempleo, resultado que también se obtiene al modificar otros factores en forma exógena (aumento del "cambio estructural", modificaciones en la función de emparejamientos, incremento de la tasa de interés y aumento del progreso técnico). Por tanto, las causas que provocan desempleo son plenamente compatibles con las del escenario neoclásico de base.

CAPÍTULO 4 LA TEORÍA GENERAL DE LA OCUPACIÓN, EL INTERÉS Y EL DINERO

A continuación analizamos la *Teoría General* de John Maynard Keynes. Especialmente resaltamos su crítica a la Teoría Neoclásica y su explicación del desempleo involuntario como resultado de la insuficiencia de la demanda efectiva. Adicionalmente exponemos sus concepciones acerca del consumo, la inversión, los precios y el dinero.

4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se analiza la *Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero* desarrollada por John Maynard Keynes (1936). El principal propósito de su estudio es mostrar de qué manera se justifica en esta teoría, la que consideramos nuestra hipótesis más relevante de investigación: la posibilidad de existencia del desempleo involuntario en un escenario de plena flexibilidad de precios y salarios.

Como se hará evidente en el capítulo, Keynes explica tal hipótesis a través de diferentes argumentos, pero en su trabajo está ausente una formalización rigurosa que la demuestre.

También efectuamos el análisis de la *Teoría General*, con la intención de recuperar los principales razonamientos teóricos presentes en ella, por ejemplo su oposición al modelo neoclásico y sus consideraciones sobre los precios, el consumo, la inversión y el dinero; en lo posible, tratamos de ser lo más fieles al pensamiento de Keynes y por ello subrayamos la lectura incorrecta que comúnmente se hace de algunos argumentos.

Con esta sola obra Keynes legó dos tipos de aportaciones a la ciencia económica: unas teóricas y otras de carácter metodológico.

Aunque las primeras se mostrarán con detalle en las siguientes secciones, conviene destacar aquí que el propósito de la *Teoría General* ha sido mostrar que los postulados de la Teoría Neoclásica representan sólo un caso especial de todas

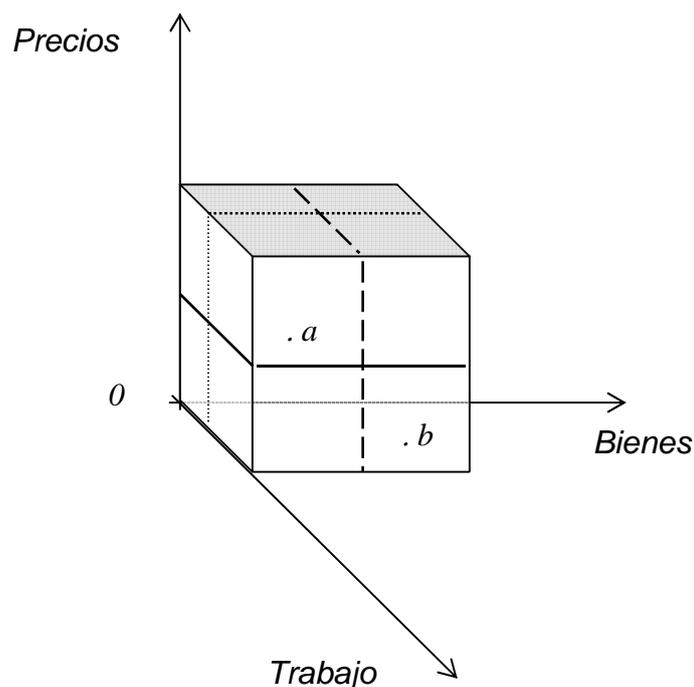
las posiciones posibles de equilibrio, y ello se hace a través de la presentación de las condiciones iniciales y del funcionamiento del que Keynes propone es el caso general.

Como se precisó en el capítulo anterior, un modelo es más general cuanto más simple es, y mientras las condiciones iniciales en que se basa contengan todos los escenarios particulares posibles.

Coincidimos en que la tradición neoclásica y su extensión a la Nueva Escuela Clásica constituyen casos particulares de la keynesiana, principalmente porque el resultado de demandas excedentes nulas en todos los mercados cuando existe plena flexibilidad de precios; el ajuste automático hacia el nivel natural de empleo si existe flexibilidad de precios y aun cuando existe incertidumbre; y la insatisfacción de los planes de los agentes cuando existe rigidez de precios, son los casos particulares.

Si reproducimos el primer diagrama del capítulo anterior, pero designamos como nuestras coordenadas a las categorías analíticas: precios, bienes y trabajo tendremos:

Gráfica 4.1.1
Escenario analítico general



Ahora este diagrama representa el escenario analítico más general.¹ Contiene todas las combinaciones posibles de precios positivos y cantidades positivas de bienes y de trabajo. Por ejemplo, los vectores (Ba, Pa, Ta) y (Bb, Pb, Tb) , representan distintos escenarios analíticos, pero ambos se incluyen en el escenario general.

Con la línea continua gruesa, se ha dividido el escenario horizontalmente. Si consideramos sólo los vectores que se encuentran a lo largo de esta línea, y sus características las utilizamos como condiciones iniciales en nuestros modelos, obtendríamos escenarios analíticos con cualquier combinación positiva de bienes y trabajo, pero con precios rígidos. Consecuentemente, la rigidez de precios restringe la generalidad de nuestro escenario analítico. Estos casos particulares son el objeto de estudio de la Nueva Economía Keynesiana.

Además, en el diagrama, el guión largo divide verticalmente el escenario analítico, mientras que el guión corto lo divide transversalmente. La combinación de ambos cortes representa situaciones en las que existen cualesquiera precios positivos, pero una cantidad única de trabajo y una cantidad única de bienes. A estos escenarios se reduce el análisis de la Teoría Neoclásica y de la Nueva Escuela Clásica.

En cambio, en la *Teoría General* y en la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo, el marco de análisis es el escenario general, puesto que no introducen ninguna limitación que lo restrinja.

Podemos resumir al conjunto de las contribuciones teóricas de Keynes en el hecho de que explicó el funcionamiento de la economía en el escenario general y proporcionó los elementos necesarios para la correcta interpretación de los casos particulares.

Respecto a las aportaciones metodológicas, resaltaremos especialmente tres de ellas.

La primera, es el recordatorio que hace a los economistas sobre la finalidad de la construcción teórica. Como cualquier ciencia, la economía se propone lograr una explicación lógicamente correcta, y la más cercana a la veracidad, acerca de las características y funcionamiento de su objeto de estudio. Para la economía, éste es

¹ Aunque en realidad se trata de una subdivisión del diagrama 3.1.1.

el conjunto de fenómenos resultantes de la relación que se establece entre las necesidades humanas y los satisfactores a través de la producción, la distribución y el intercambio.²

Cuando la ciencia económica converja hacia su objetivo y en la medida que éste se alcance, se tendrá la posibilidad de resolver los problemas económicos del mundo real. No existe para esta ciencia otra finalidad.³

La segunda aportación esencial es la idea de que los fenómenos y procesos económicos no son invariables ni reversibles. Como se trata de manifestaciones del mundo real, no pueden ser atemporales, ocurre más bien que circunstancias particulares de un estado de la naturaleza puedan determinar las decisiones económicas.

En la *Teoría General* esto se observa, por ejemplo, cuando se afirma que los ciclos económicos se explican en parte por el estado de las expectativas de los individuos, que a su vez, dependen en el largo plazo, de los pronósticos más probables que puedan realizarse y de la confianza con que se haga la previsión.

Los individuos basan sus expectativas en la observación del estado de la naturaleza y en el estado de la confianza; podrían reevaluar constantemente sus compromisos, apoyándose en las facilidades del sistema financiero, si conocieran o incluso supusieran la existencia de algún hecho que pudiera alterar negativamente su situación, si no lo hacen así es porque confían en la continuidad de la convención, confían en que se hallan en una situación que será estable por tiempo indefinido.⁴

La aceptación de Keynes de que las características de un estado de la naturaleza pudieran influir en las decisiones económicas, no significa que niegue la posibilidad de estimar el curso de los eventos futuros. Si esta última idea se derivara

² Véase Noriega, F. (2001). *Macroeconomía para el desarrollo. Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo*, Mc Graw Hill, México, p. 3.

³ Keynes es muy preciso al respecto: "Nuestra crítica de la teoría económica clásica aceptada no ha consistido tanto en buscar los defectos lógicos de su análisis, como en señalar que los supuestos tácticos en que se basa se satisfacen rara vez o nunca, con la consecuencia de que no puede resolver los problemas económicos del mundo real." Keynes, J. M. (1936). *Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero*, 11ª. reimpresión de la 2ª. edición en español, FCE, México, p. 333. Y también: "En el momento actual, la gente está excepcionalmente deseosa de un diagnóstico más fundamental; más particularmente dispuesto a recibirlo; ávida de ensayarlo, con tal que fuera por lo menos verosímil." *Ibidem*, p. 337.

de la anterior, no hubiese sustentado como lo ha hecho, ni la permanencia de la convención, ni las ventajas del sistema financiero.

A diferencia de algunas interpretaciones, no consideramos que Keynes rechace toda posibilidad de estimación probabilística, ni de análisis estadístico, e incluso que no admita el estudio de los procesos estocásticos.

Coincidimos en cambio, en que la *Teoría General* no es compatible con la idea de procesos estacionarios, ni con el concepto de los procesos estocásticos ergódicos.⁵

⁴ *Ibidem*, pp. 135 ss.

⁵ En la *Teoría General* se lee: "Aun haciendo a un lado la inestabilidad debida a la especulación, hay otra inestabilidad que resulta de la característica humana: que gran parte de nuestras actividades positivas dependen más del optimismo espontáneo que de una expectativa matemática, ya sea moral, hedonista o económica. Quizá la mayor parte de nuestras decisiones de hacer algo positivo,, sólo pueden considerarse resultado de la fogosidad... y no como consecuencia de un promedio ponderado de los beneficios cuantitativos multiplicados por las probabilidades cuantitativas...si la fogosidad se enfría y el optimismo espontáneo vacila, dejando como única base de sustentación la probabilidad matemática, la empresa se marchita y muere." *Ibidem*, p. 147. Y más adelante: "No debemos deducir de esto que todo depende de oleadas de psicología irracional. Al contrario, el estado de expectativa a largo plazo es firme, y, aun cuando no lo sea, los otros factores ejercen efectos compensadores. Estamos simplemente acordándonos de que las decisiones humanas que afectan el futuro, ya sean personales, políticas o económicas, no pueden depender de la expectativa matemática estricta, desde el momento en que las bases para realizar semejante cálculo no existen." *Ibidem*, p. 148.

Davidson refiere a la lectura de estas líneas, y de ellas deriva la siguiente interpretación: "Keynes' s claim that some future prospects cannot have probability ratios assigned to them can be interpreted as either a) rejecting the belief that particular observed economic phenomena are the outcomes of any stochastic process, or b) if economic stochastic processes exist, they are no ergodic.

If observed economic events are not the result of stochastic processes then objective probability structures do not even fleetingly exist. Nevertheless, mechanical use of formulas still permits one to calculate a value for an arithmetic mean, etc., for any data set collected over time. If we do not possess, never have possessed, and conceptually never will possess an ensemble of macroeconomic worlds, then it can be logically argued that a distribution function cannot be defined. The application of the mathematical theory of stochastic processes to macroeconomic phenomena would therefore be questionable, if not in principle invalid." Davidson, P. (1994). *Post - Keynesian Macroeconomic Theory*, Edward Elgar, Inglaterra, p. 91.

Sólo coincidimos con Davidson en que la *Teoría General* no es compatible con los procesos estocásticos que son ergódicos.

Un proceso estocástico estacionario es aquel en el cual ocurren procesos autorregresivos y cuyas perturbaciones o innovaciones se comportan como una serie temporal ruido blanco; en un proceso económico esto indicaría que los eventos futuros se comportan esencialmente con referencia a los eventos pasados.

Formalmente $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$ es un proceso estocástico estacionario si:

$$|\rho| < 1, E[u_t] = 0 \text{ para todo } t, \text{Var}[u_t] = \sigma_{\varepsilon^2} / (1 - \rho^2), \text{Cov}[u_t, u_s] = \frac{\rho^{|t-s|} \sigma_{\varepsilon^2}}{1 - \rho^2}$$

$$E[\varepsilon_t] = 0, E[\varepsilon_t^2] = \sigma_{\varepsilon^2} \text{ y } \text{Cov}[\varepsilon_t, \varepsilon_s] = 0 \text{ para todo } s \neq t, \{\varepsilon_t\}, t = (-\infty, +\infty)$$

Un proceso estocástico ergódico es un proceso estacionario en el que las medias muestrales convergen a los parámetros poblacionales.

En nuestra perspectiva, otros procesos estocásticos sí son admisibles en un escenario keynesiano, por ejemplo los procesos martingalas y las cadenas de Markov.

Un proceso estocástico $X = \{x_1, x_2, \dots\}$ es martingala si dada toda la información hasta el tiempo t , el valor esperado de x en el instante futuro $t+s$ es x_t , es decir, si $E_t[x_{t+s}] = x_t$, donde el subíndice en el operador de valor esperado E_t denota que la expectativa es condicional a la información disponible en el momento t . En un proceso martingala la mejor predicción para un precio es el precio actual.

Una Cadena de Markov es un tipo especial de proceso estocástico para el cual, en cualquier instante del tiempo dado, y conocidos todos los estados del proceso, el actual x_n y los previos x_1, \dots, x_{n-1} , las probabilidades de los estados futuros x_j ($j > n$) dependen solamente del estado actual y no de los anteriores. Formalmente, habiendo una sucesión posible de estados x_1, x_2, \dots, x_{n+1} , con $n = 1, 2, \dots$ una Cadena Markov es un proceso en el cual:

$$P(X_{n+1} = x_{n+1} / X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n) = P(X_{n+1} = x_{n+1} / X_n = x_n)$$

Ambos tipos de procesos estocásticos son coherentes con el pensamiento de Keynes:

"Il n'existe aucune base scientifique sur laquelle construire le moindre calcul de probabilité. Simplement: on ne sait pas. Toutefois la nécessité d'agir et de décider nous contraint, en tant qu'hommes d'action, à faire de notre mieux pour résoudre cet embarrassant problème, et à nous conduire exactement comme nous l'aurions fait si nous avions pu disposer d'un solide calcul benthamien d'une suite d'avantages et de désavantages anticipés, chacun pondéré par la probabilité appropriée, et n'attendant plus que d'être additionnés. Comment, dans ces conditions, parvenir à sauver la face en tant qu'agent économique rationnel? Nous avons imaginé toute une série de techniques à cet effet, dont le plus importantes sont les trois suivantes:

1. Nous supposons que le présent constitue pour le futur un guide bien meilleur que ne le révélerait un examen lucide de nos expériences passées. En d'autres termes, nous ne tenons aucun compte des changements à venir dont nous ignorons tout.

2. Nous supposons que l'état actuel de l'opinion, tel qu'il s'exprime à travers les prix ou les caractéristiques de la production courante, repose sur une juste synthèse des perspectives futures, et que l'on peut s'y fier, au moins jusqu'à ce que quelque fait nouveau et significatif vienne modifier le contexte.

3. Conscient du peu de valeur de notre propre jugement individuel, nous veillons à l'aligner sur le jugement de tous les autres, sans doute mieux informés. Cela signifie que nous cherchons à nous conformer à l'attitude de la majorité, ou de la moyenne. La psychologie d'une société faite d'individus qui, tous, cherchent mutuellement à s'imiter, nous conduit à ce qu'il convient d'appeler très précisément un jugement de convention." Keynes, J. M. (1937a). "La théorie générale de l'emploi", *La pauvreté dans l'abondance*, 2002, tr. del inglés, Gallimard, Francia, p. 250.

Debe puntualizarse que existen tres interpretaciones de probabilidad, seguramente Keynes se inclinaba por la tercera de las siguientes:

1) Una primera visión del concepto es la probabilidad frecuentista, de acuerdo con ésta la probabilidad de un suceso en un fenómeno experimental es el número en el que tiende a estabilizarse la frecuencia de ocurrencia de dicho suceso cuando se repite un número grande de veces en condiciones similares. Siendo N el número de repeticiones de un fenómeno, A un suceso determinado y n el número de veces en que se produce dicho suceso se tiene: $P(A) = \lim_{N \rightarrow \infty} n/N$. Por ejemplo, en el caso en que se lanza una moneda suele decirse que la probabilidad de sacar cara o cruz es de $1/2$ porque al repetirse el experimento un número grande de veces, la proporción de lanzamientos en los que se obtiene cara es aproximadamente $1/2$.

Esta interpretación permite calcular probabilidades sin necesidad de que el investigador conozca leyes previas sobre el comportamiento del fenómeno que observa. No obstante, tiene los siguientes inconvenientes: no proporciona bases científicas para definir a la probabilidad ya que no se precisa lo que se entiende por "número suficientemente grande" ni lo que se entiende por "condiciones similares" (si éstas fueran completamente idénticas todos los resultados serían iguales); y sólo puede utilizarse en situaciones experimentales, donde un mismo proceso puede repetirse, pero eso excluye a muchos estudios que buscan determinar la probabilidad de un fenómeno que sólo ocurre una vez.

2) Otra interpretación es la probabilidad clásica la cual se basa en el concepto de resultados igualmente verosímiles; por ejemplo en el caso del lanzamiento de una moneda se espera que las probabilidades de sacar cara o cruz son cada una de $1/2$ porque ambos resultados son igualmente probables. Formalmente, la probabilidad de que ocurra un suceso A de una colección de sucesos análogos es $P(A) = 1/n$. Esta probabilidad tiene como inconvenientes que no existe estrictamente una definición de probabilidad puesto que ésta se expresa en función de resultados igualmente

La tercera contribución metodológica que deseamos resaltar es la definición de un criterio que permite homogeneizar las diferentes clases de trabajo a través del salario. Aunque se trata de una solución, ya considerada por la escuela clásica, al problema de la agregación de diferentes tipos de trabajo, la precisión de las unidades de análisis es fundamental en la *Teoría General*.⁶

El método propuesto por Keynes consiste en escoger un tipo particular de trabajo (el trabajo ordinario), para que su remuneración sea la unidad de medida de

verosímiles o igualmente probables (como si se dijera que la probabilidad de que ocurra uno de dos sucesos es la probabilidad de que ocurra el otro); y que no es posible su utilización para asignar probabilidades a resultados que no sean igualmente verosímiles.

3) La tercera interpretación es la probabilidad subjetiva, según la cual la probabilidad que una persona asigna a uno de los posibles resultados de un proceso representa su propio juicio sobre la verosimilitud de que se obtenga el resultado, tal juicio es obviamente diferente para cada sujeto y se basa en la información con que se cuente.

Bruno De Finetti (1906 - 1985), una de las figuras más relevantes de la estadística en el siglo XX, hizo principalmente las siguientes aportaciones: la formalización rigurosa del concepto de probabilidad como grado de creencia, el concepto de intercambiabilidad ('equivalencia' según la notación de Khinchin, A. o 'exchangeability' según notación de Frèchet M.) y los teoremas de representación que permiten integrar los conceptos estadísticos frecuentistas con el concepto de probabilidad como grado de creencia, y las funciones de evaluación que permiten calibrar la asignación de probabilidades y contrastar la idoneidad de un modelo probabilístico.

Para De Finetti, la probabilidad no tiene existencia objetiva, no es una propiedad de la naturaleza ni de los individuos, sino que describe una relación entre un individuo y la naturaleza, así al escribir $P_i(E/H)$ se denota la medida del grado de creencia en la ocurrencia de un suceso E , asignada por el individuo i , en unas condiciones H .

La definición de probabilidad es totalmente operativa, por ejemplo $P_i(E/H)$ significaría el máximo precio que el individuo i estaría dispuesto a pagar por un boleto de una rifa, jugado en las condiciones H , en la que obtendría un premio unidad, si y solamente si E tiene lugar. Así, una persona que afirma que la probabilidad de que una moneda lanzada al aire salga cara es 0.5, debería estar dispuesta a pagar un máximo de 50 pesos por un boleto que le daría derecho a cobrar 100 pesos si al lanzar la moneda se obtiene una cara.

Para las definiciones conceptuales pueden consultarse: Bernardo, J. M. (1996). "The concept of Exchangeability and its Applications", *Far East Journal Mathematical Sciences*, No. 4; Bernardo, J. M. (1998). "Bruno De Finetti en la Estadística Contemporánea", *Historia de la Matemática en el siglo XX*, Real Academia de Ciencias de Madrid; Bernardo, J. M. (2001). "Bayesian Statistics, Manuscript of an article written for the UNESCO", *Encyclopedia of Life Support Systems*; Brock, W. y Durlauf, S. (2001). "Growth Empirics and Reality. What have we learned from a decade of empirical research on growth?", *The World Bank Economic Review*, vol. 15, No. 2; De Groot, M. (1988). *Probabilidad y estadística*, Addison Wesley Iberoamericana; Green, W. (1999). *Análisis Económico*, Prentice Hall, Madrid; Judge (1988). *Introduction to the Theory and Practice of Econometrics*, John Wiley & Sons.

⁶ "Al tratar de la teoría de la ocupación me propongo, por tanto, usar solamente dos unidades fundamentales de cantidad, a saber, cantidades de valor en dinero y cantidades de ocupación. La primera es estrictamente homogénea y la segunda puede hacerse que lo sea; pues en la medida en que grados y clases diferentes de trabajo y empleo asalariado disfruten de una remuneración relativa más o menos fija, la magnitud de la ocupación puede definirse bastante bien, para nuestro objeto, tomando una hora de empleo del trabajo ordinario como unidad y ponderando una hora de trabajo especial proporcionalmente a su remuneración; es decir, una hora de trabajo especial remunerada al doble del tipo ordinario se contará por dos. Denominaremos unidad de trabajo a la unidad en que se mide el volumen de ocupación, y llamaremos unidad de salario al salario nominal de una unidad de trabajo." Keynes (1936, 46).

todos los salarios. Si los salarios mantienen una estructura estable, puede afirmarse que el nivel de empleo está definido como la cantidad de trabajo ordinario que se puede comprar con la masa salarial total.⁷

Finalmente, es conveniente subrayar que Keynes expresó siempre su plena filiación al pensamiento liberal, adhesión que lo condujo a la defensa del sistema capitalista sobre otras formas de organización económica, y a determinar tanto los mecanismos que provocan su crisis, como los que incentivan su desarrollo.⁸

⁷ Véase Klimovsky, E. A. (1995). "El concepto de trabajo homogéneo en el sistema de Sraffa y en la tradición clásica", *Economía: Teoría y Práctica*, Nueva Época, N. 4, México, pp. 7 - 24.

⁸ La filiación liberal de Keynes se muestra en las siguientes citas:

"Comment pourrais - je m'astreindre à faire partie des conservateurs? Ils ne m'offrent ni nourriture, ni boisson, ni aucune consolation d'ordre intellectuel ou spirituel. Je n'en tirerais ni plaisir, ni stimulation ni enseignement... cela ne mène nulle part, ne répond à aucun idéal, à aucun critère intellectuel; ce n'est même pas prudent ou calculé pour mettre à l'abri du pillage le degré de civilisation que nous avons déjà atteint.

Drevrais je alors me rallier au Parti travailliste? En apparence il est plus attractif; mais, à regarder de plus près, les obstacles sont de taille. Pour commencer, c'est un parti de classe, et cette classe n'est pas la mienne. Si je dois revendiquer des avantages pour une fraction de la société, ce sera pour celle à laquelle j'appartiens. Si cela tourné à la lutte de classes en tant que telle, mon patriotisme local et personnel, comme chez tout un chacun, hormis certaines exceptions d'un zèle déplaisant, s'attachera à mon propre milieu. Je peux être sensible à ce que je crois être la justice et le bon sens; mais la guerre de classes me trouvera du côté de la bourgeoisie cultivée...

Sur la base de cette expérience négative, je suis donc enclin à croire que le Parti libéral demeure le meilleur instrument de progrès...Je ne crois plus en la philosophie politique dont la doctrine du libre - échange s'était parée. Je crois dans le libre - échange parce que, sur le long terme et en général, c'est la seule politique qui soit techniquement sensée et intellectuellement rigoureuse." Keynes, J. M. (1925). "Suis - je un libéral?", *La pauvreté dans l'abondance*, 2002, tr. del inglés, Gallimard, Francia, pp. 17 - 20.

"... le protectionnisme d'un côté, le socialisme marxiste de l'autre. Ces doctrines ont toutes deux la caractéristique, pas seulement ou principalement, d'enfreindre la présomption générale en faveur du laissez - faire, mais d'être de pures erreurs logiques. Toutes deux sont des exemples d'une pensée pauvre, d'une incapacité à analyser un processus et de le suivre jusqu'à son terme. Les arguments qu'on leur objecte, bien que renforcés par le principe du laissez - faire, ne le requièrent pas strictement. De deux, le protectionnisme est au moins plausible et il n'y a pas lieu de s'étonner des forces qui oeuvrent à le rendre populaire. Le socialisme marxiste, lui, restera toujours un prodige pour les historiens de l'opinion: comment une doctrine aussi illogique et ennuyeuse a-t-elle pu exercer une influence si forte et si durable sur les esprits et, à travers eux, sur les événements!" Keynes, J. M. (1926). "La fin du laissez - faire", *La pauvreté dans l'abondance*, 2002, tr. del inglés, Gallimard, Francia, p. 75.

"Ce que je critique dans le socialisme d'État doctrinaire, ce n'est pas qu'il cherche à mettre les élans altruistes de l'homme au service de la société, ou qu'il abandonne le laissez - faire, ou qu'il ôte aux hommes la liberté naturelle de devenir millionnaires, ou qu'il a le courage de tenter des expériences hardies. Au contraire, j'applaudis à tout cela. Je le critique parce que la signification de ce qui est réellement en train de se passer lui échappe; parce qu'il est, en fait, à peine mieux que le vestige poussiéreux d'un plan destiné à affronter les problèmes d'il y a cinquante ans fondé sur l'incompréhension de ce que quelqu'un a dit il y a cent ans....

Les agenda de l'État les plus importants concernent non pas les activités que les individus privés accomplissent déjà, mais les fonctions que ne relèvent pas de la sphère individuelle, et les décisions qui ne seront prises par personne si l'État ne les prend pas lui - même." *Ibidem*, pp. 81 -82.

En las siguientes secciones se examina la obra de Keynes, especialmente en lo referente a su crítica al enfoque ortodoxo, y a los fundamentos de sus teorías del consumo, la inversión, la ocupación, los precios y el dinero. Aunque la principal referencia es la *Teoría General*, en ocasiones recurrimos a algunos de sus ensayos para reforzar la explicación.

4.2 CRÍTICA A LA TEORÍA NEOCLÁSICA

Keynes explícitamente señala cuatro oposiciones a la teoría tradicional que inmediatamente reflejan su apartamiento de ésta: la desocupación friccional y voluntaria, la neutralidad del dinero, la relación marginal de sustitución del consumidor, y la ley de Say.

En los siguientes apartados (especialmente en el apartado 4.5) estudiaremos el rechazo de Keynes a los dos primeros conceptos. Solamente destacamos aquí su crítica a la ley de Say así como a la relación marginal de sustitución porque resumen su concepción del modelo neoclásico al que se opone.

La proposición conocida como ley de Say afirma que el valor total de los bienes que se demandan es exactamente idéntico al valor de los bienes que se ofertan.

Con este enunciado entendemos que el producto genera un volumen de recursos financieros con el que se paga a los factores incluyendo al capital. Estas erogaciones regresan al aparato productivo cuando los agentes que las reciben adquieren bienes.

En *A Treatise on Political Economy* claramente se expresan dos ideas: existe una dirección de causalidad que determina el vaciado del mercado de bienes en el sentido de que la oferta crea su propia demanda; y el crecimiento de la producción en un mercado propicia el crecimiento o expansión de otros mercados.⁹

⁹ Say escribió: "It is worth while to remark, that a product is no sooner created, than it, from that instant, affords a market for other products to the full extent of its own value. When the producer has put the finishing hand to his product, he is most anxious to sell it immediately, lest its value should diminish in his hands. Nor is he less anxious to dispose of the money he may get for it; for the value of money is also perishable. But the only way of getting rid of money is in the purchase of some product or other. Thus, the mere circumstance of the creation of one product immediately opens a vent for other products. For this reason, a good harvest is favourable, not only to the agriculturist, but likewise to the dealers in all commodities generally...The success of one branch of commerce supplies more ample means of purchase, and consequently opens a market for the products of all the other

Podemos pensar en dos interpretaciones de la crítica que hizo Keynes a la ley de Say.

La primera interpretación resalta la relación de causalidad entre la oferta y la demanda.¹⁰

De acuerdo a esta explicación, Keynes se opone al modelo tradicional de la época que puede llamarse “recursivo por la oferta”.¹¹

Se trata de un modelo donde el equilibrio general se determina en forma secuencial. Primero en el subsistema de la oferta se determinan el salario real w/p , el nivel de empleo a través de la oferta y la demanda de trabajo N_s y N_d y la oferta de equilibrio Y ; luego, en el subsistema de la demanda se determinan el consumo C , la inversión I , tasa de interés r , y precios p , con lo que se asegura que la demanda global se iguale a la oferta global previa.

Formalmente el modelo de la ley de Say se representa así:

Subsistema de la oferta

$$Y = F(N, K_s)$$

$$N_d = N_d(K_s, w/p)$$

$$N_s = N_s(w/p)$$

$$N_s(w/p) = N_d(K_s, w/p)$$

branches; on the other hand, the stagnation of one channel of manufacture, or of commerce, is felt in all the rest. But it may be asked, if this be so, how does it happen, that there is at times so great a glut of commodities in the market, and so much difficulty in finding a vent for them? Why cannot one of these superabundant commodities be exchanged for another? I answer that the glut of a particular commodity arises from its having outrun the total demand for it in one or two ways; either because it has been produced in excessive abundance, or because the production of other commodities has fallen short.” Say, J. B. (1803). *A Treatise on Political Economy*, tr. al inglés de la 4ª. edición francesa, Longmans, UK, p. 56.

¹⁰ Harris por ejemplo, precisa esta causalidad como el elemento fundamental en la ley de Say: “La identidad de Say afirma que es la demanda planeada o ex ante de bienes la que se iguala a la oferta planeada... En otras palabras, si la oferta de bienes planeada por los productores es tal que su producción emplee plenamente todos sus recursos, los compradores optarán por comprar precisamente ese volumen de producción.” Y más adelante subraya: “En efecto, el propio Say percibió la causalidad en esta forma”. Harris, L. (1981). *Teoría monetaria*, tr. al español del inglés, FCE, México, pp. 120 – 121.

¹¹ Debemos esta interpretación a Benetti, C. (1998). “La estructura lógica de la Teoría General de Keynes” *Cuadernos de Economía*, Universidad Nacional de Colombia, vol. XIX, No. 33, 2000, pp. 10 – 49, (versión original: “La structure logique de la Theorie Générale de Keynes”, *Cahiers d’Economie Politique*, París, N. 30 – 31).

Subsistema de la demanda:

$$C = C(Y, M, p, r)$$

$$I = I(K_s, N, r)$$

$$Y = C + I$$

$$M^o = pL(r, Y)$$

La existencia de un modelo recursivo por la oferta se respalda en el hecho de que Keynes resalta como los "dos postulados clásicos" a las relaciones como se establecen la oferta y la demanda de trabajo, lo que significa que el sector laboral tiene primacía sobre lo que acontece en los mercados de bienes.

Además, esta perspectiva es congruente con la neutralidad del dinero; si la demanda planeada depende de la oferta planeada, no es posible que variaciones en la cantidad de dinero afecten al sector real.

Si Keynes se opone al modelo recursivo por la oferta es porque en éste la única causa del desempleo involuntario es la falta de ajuste del salario real. En su lugar, él se proponía mostrar que el desajuste en el sector laboral provenía del lado de la demanda, específicamente de la insuficiencia en la demanda efectiva y por ello abogaba por un modelo de interdependencia general donde la oferta y la demanda se determinaran simultáneamente.¹²

Alternativamente encontramos la idea de que en la tradición de la época aunque el sector laboral tiene primacía sobre el mercado de bienes, es el salario nominal el que se determina junto con el nivel de empleo en el lado de la oferta, mientras que el salario real se determina una vez que se vacía el mercado de bienes.¹³

Considerar que existe un mercado de trabajo que se ajusta a través del salario nominal no nos parece un razonamiento adecuado que pueda sustentarse

¹² *Ibidem.*

¹³ Esta idea se presenta en: De Vroey, M. (2004b). *Involuntary Unemployment. The elusive quest for a theory*. Routledge, Inglaterra, p. 64.

sólo en el hecho de que se trata de una economía “Marshalliana” y no “Walrasiana”.¹⁴

El mismo De Vroey reconoce que la argumentación que se lee en la *Teoría General* acerca del sector laboral bajo la concepción de la escuela neoclásica gira en torno al salario real. No consideramos que sea un error en Keynes esta lectura.¹⁵

¹⁴ En: De Vroey, M. (2003). “Perfect information à la Walras versus Perfect information à la Marshall”, *Journal of Economic Methodology*, vol. 10, pp. 465 – 492, el autor subraya la necesidad de distinguir entre las economías marshallianas y las walrasianas a través de los siguientes rasgos:

En una economía marshalliana los agentes conocen las características de todos los bienes y pueden distinguirlos por sus características físicas, disponibilidad en el tiempo y en los estados de la naturaleza; además los agentes conocen los datos económicos públicos tales como los precios y cantidades presentes y pasadas de los bienes; también conocen los datos económicos privados como son los gustos y preferencias o las dotaciones de otros consumidores, así como las funciones de producción bajo las que operan las firmas. En este escenario la formación del equilibrio descansa plenamente en los agentes.

En una economía walrasiana, los agentes desconocen la información privada y por tanto son incapaces de calcular el equilibrio por sí mismos; aquí entonces, se hace necesaria la presencia de un subastador que regule la oferta y la demanda de todo el sistema.

De Vroey resalta además que un modelo walrasiano aunque es menos exigente que el marshalliano en cuanto al requisito de la información perfecta, es más sorprendente por la posibilidad de ajustar de una sola vez a toda la economía; en la variante marshalliana los agentes son omniscientes, pero en lo que respecta a un mercado aislado.

Por otro lado, en: De Vroey, M. (2000). “La estructura lógica de la Teoría General de Keynes. Una crítica de Benetti”, *Cuadernos de Economía*, Universidad Nacional de Colombia, vol. XIX, N. 33, 2000, pp. 52 – 69, (versión original: “La structure logique de la de la Théorie Générale de Keynes. Une critique de Benetti”, *Cahiers d' Economie Politique*, París, N. 36), el autor supone sin demostrar que las tres características esenciales de una economía marshalliana que la distinguen de una walrasiana son: los mercados son lugares autónomos de formación del equilibrio, los mercados de factores se realizan previamente a los mercados de bienes finales, y dado que se trata siempre de una economía monetaria, el precio monetario es la variable de ajuste en los mercados.

¹⁵ En *The Economics of Welfare* encontramos elementos que sugieren al salario real como la variable de ajuste, por ejemplo:

“The marginal private net product is that part of the total net product of physical things or objective services due to the marginal increment of resources in any given use or place which accrues in the first instance—i.e. prior to sale—to the person responsible for investing resources there...The value of the marginal private net product is the sum of money which the marginal private net product is worth in the market.” Pigou, A. C. (1920). *The Economics of Welfare*, 4ª. Edición, Mc Millan, Inglaterra, Part II, Chapter II, The definition of marginal social and private net products, section 5. Aquí, Pigou sólo hace referencia al valor monetario para cuantificar el monto del producto marginal, pero no como una variable que coordine distintos mercados.

En cambio, se refiere a movimientos de la oferta y demanda de bienes y factores en términos de precios relativos:

“A moderate upward movement in demand should, therefore, in general be met by about the same percentage of wage change as an equal downward movement. But for large upward and downward movements this symmetry no longer obtains. When the demand for labour falls considerably, there is a limit beyond which the wage cannot be reduced without reducing the available amount of the labour in question to zero. This limit will be determined, for unskilled men, by the conditions of life when they are unemployed altogether and subsisting on unemployment insurance and so on, and, for skilled men, in the last resort, by what they can earn in unskilled occupations. Thus, if the demand for labour has fallen in more than a moderate degree, a further fall should be accompanied by a less than proportionate fall, and eventually by no fall, in wage.” *Ibidem*, Part III, chapter XX Fixed and Fluctuating wage rates in particular industries, section 11.

Como precisamos, Keynes se opone a que la única explicación del desempleo involuntario sea el desajuste y la rigidez del salario real; de hecho, es parte de su propuesta la rigidez nominal porque ésta sí es compatible con impulsos de la demanda efectiva.¹⁶

Si queremos recuperar la distinción entre las economías marshallianas y walrasianas como propone De Vroey, nosotros creemos que el avance de la teoría neoclásica la ha conducido a centrarse en el equilibrio general walrasiano y los estudios de equilibrio parcial son lo que él considera “equilibrio a la Marshall”; pero estos tipos de equilibrio no se contraponen.

Suponer que desde su inicio la teoría ortodoxa planteaba sus razonamientos a través de un salario nominal significaría olvidar el problema de la incorporación del dinero a la teoría del valor.

“In the light of this general analysis, we have now to inquire how far it is possible to provide, in the terms of a governing award or agreement, automatic machinery for adjusting the wage rate to changes in demand occurring within the period covered by it. The best-known instrument intended for this purpose is a sliding scale connecting the wage rate of an industry with the price of its finished product. Changes in the price of the product are regarded as indices of changes in the demand for the labour that produces it; and a definite scheme relating different amounts of price change to different amounts of wage change is set up.” *Ibidem*, Part III, chapter XX Fixed and Fluctuating wage rates in particular industries, section 12.

“There is, however, a ... serious objection to be urged against sliding scales. Changes in the price of the finished product only constitute a good index of changes in the demand for the labour that makes it, on condition that other things are equal... A fall in price will occur in consequence of a fall in the demand for the commodity, and also in consequence of a cheapening in the supply of the raw material. Thus there are two routes connecting changes in price with changes in labour demand. A price movement caused in one way indicates a fall; caused in another way, a rise. If, for example, the price of iron goes up on account of an increase in the public need for iron, there is a rise in the demand for iron-workers' services; if, however, it goes up because a strike in the coal trade has rendered one of the constituents used in making it more expensive, there is a fall in this demand. It is obvious that, in the latter event, wages ought not to follow prices, but should move in the opposite direction.” *Ibidem*, Part III, chapter XX Fixed and Fluctuating wage rates in particular industries, section 14.

¹⁶ Benetti, es muy preciso al respecto: “La respuesta que se deduce de la posición general de Keynes – unánimemente compartida hasta una reciente fecha – es que el empleo aumenta cuando el salario monetario baja. Este resultado no depende del funcionamiento clásico del mercado de trabajo ya que la oferta de trabajo está desactivada. En realidad se obtiene a partir del denominado ‘efecto Keynes’: la disminución de los precios que se genera por la disminución del salario monetario, aumenta los saldos líquidos reales. Este exceso de oferta de dinero reduce la tasa de interés en el mercado de títulos, de donde se deriva el aumento de la inversión privada. El desempleo involuntario sólo puede persistir a causa de una rigidez a la baja del salario monetario.” Benetti (1998, 26).

Creemos que De Vroey cae en una confusión porque está suponiendo que Keynes critica la visión ricardiana de la ley de Say, cuando en realidad critica la visión neoclásica.¹⁷

La segunda interpretación subraya la participación del dinero.

Conviene primero destacar los siguientes conceptos de la *Teoría General* aun cuando profundizaremos en ellos más adelante.

El precio de la oferta global es el valor monetario de la producción total resultante del empleo de N unidades de trabajo. El precio de la demanda global es el valor monetario que los empresarios esperan obtener por su producto. Y la demanda efectiva es la intersección de la oferta global con la demanda global, o bien el punto en que la demanda global llega a hacerse efectiva en el sentido de que a ese nivel de ocupación la expectativa de ganancias de los empresarios (proveniente de los niveles esperados de consumo e inversión) es la máxima. La demanda efectiva no es igual a la demanda global.

Para la visión tradicional si la cantidad de los bienes ofrecidos y demandados es la misma, ello equivale a decir que el valor de los bienes que se producen y el valor de los que se ofertan coincide.¹⁸

Sin embargo, de acuerdo con la *Teoría General*, en cualquier periodo que se desee considerar, el valor de los bienes que se ofertan (o el valor de la producción) es siempre superior al valor de los bienes que se demandan (o el valor de ventas), excepto en un caso especial.¹⁹

¹⁷ Sardoni hace evidente las diferencias entre Marx y Keynes respecto a su crítica a la ley de Say. Mientras Marx critica la versión de Ricardo según la cual el ingreso monetario total de un país es siempre gastado; Keynes critica la visión neoclásica en la cual el dinero no existe o es neutral de modo que las transacciones se hacen en términos reales. Sardoni, C. (1986). "Marx and Keynes on Effective Demand and Unemployment" *John Maynard Keynes. Critical Assessments*, John Cunningham (ed.), vol. 6, Routledge, Inglaterra, pp. 481 - 503 (versión original en *History of Political Economy*, vol. 18, N. 3, pp. 419 – 441).

¹⁸ Keynes (1936, 28 ss).

¹⁹ Utilizamos la siguiente base lógica en nuestro razonamiento: La categoría "cantidad" es inferior a la categoría "valor", en el sentido de que la primera, es un monto invariable de una sola magnitud expresado en un número y una unidad de medida acorde a las cualidades intrínsecas del objeto del que se trate; mientras que por valor se designa a una categoría que relaciona otras dos: precio y cantidad, obviamente la relación se obtiene a través del producto de ambas y se expresa a través de un número y una unidad de medida designada por ser la más conveniente a los fines que se desee.

Acordes a nuestra certeza de que el procedimiento correcto de construcción lógica para los estudios que pretenden ser científicos es el deductivo, es decir, apoyándonos en nuestra afirmación de que podemos derivar un principio particular de uno general (cuando se expresa en sentido positivo), pero no a la inversa, creemos que: Puede afirmarse que si dos "valores" son iguales, es

Más precisamente, en opinión de Keynes, erróneamente la tradición neoclásica ha supuesto que los costos de producción siempre coinciden con el producto de las ventas, porque si alguien deja de consumir para ahorrar, automáticamente aumenta la inversión gracias a que existe un mecanismo conocido como tasa de interés que coordina siempre el ahorro y la inversión.

Pero para Keynes, una economía es esencialmente monetaria, el dinero se caracteriza por ser el eslabón que une el presente con el futuro, no es sólo medio de cambio, sino también almacén de valor. Por lo tanto existe la posibilidad de que el valor de la producción no coincida con el valor de las ventas y en consecuencia no se verifique la ley de Say.

Además, dado que un aumento del ingreso ocasiona un aumento del consumo pero en menor proporción, entonces la inversión debe aumentar hasta absorber los recursos que no se consumieron, de lo contrario no se justificaría el nuevo nivel de ocupación que trae consigo el incremento del ingreso. Para Keynes la expansión de la inversión no resulta automáticamente cuando disminuye el consumo o aumenta el ahorro, sólo se incrementa si la ganancia esperada por los empresarios produciendo bienes de capital (o la eficiencia marginal del capital) es mayor que la tasa de interés (que a su vez es función de la demanda y oferta de dinero).

Entonces, sólo es un caso muy especial, el que la demanda global sea igual a la demanda efectiva, o bien que el valor del consumo y de la inversión igualem al

porque los "precios" y las "cantidades" que hay en ellos son iguales; pero no podemos decir que si dos precios o dos cantidades son iguales, entonces tendremos dos valores iguales.

No obstante, cuando las afirmaciones se expresan en sentido negativo, la deducción y la inducción son equivalentes. Podemos aseverar que si dos valores no son iguales es porque las cantidades o los precios que participan no coinciden, lo que es equivalente a decir que si los precios o las cantidades no son iguales, entonces los valores no son idénticos.

A partir de estas precisiones, notamos que primeramente Keynes dice que si la tradición neoclásica afirma que dos valores son iguales (los de la oferta y de la demanda), también puede suponerse que para esta escuela las cantidades sean iguales. La crítica es que los neoclásicos no consideran la veracidad del argumento en sentido negativo. Por supuesto, a Keynes no le interesa *per se* evidenciar las características lógicas como se construye la teoría ortodoxa, pero sí destacar las implicaciones y relaciones conceptuales que por sus procedimientos lógicos excluye.

El punto es que para Keynes, es también perfectamente posible que dos valores no coincidan porque sus precios o sus cantidades no son los mismos.

valor de la oferta global, o en otros términos, que la suma de la propensión marginal a consumir y la propensión marginal a ahorrar sea la unidad.²⁰

Ahora revisamos la crítica de Keynes a la relación marginal de sustitución neoclásica. En su opinión, la Teoría Neoclásica se construye con base en dos postulados:

- 1) El salario es igual al producto marginal del trabajo.

²⁰ Queremos subrayar este planteamiento de Keynes: “La conclusión de que los costos de producción se cubren siempre globalmente con los productos de las ventas derivadas de la demanda es muy aceptable, porque resulta difícil distinguirla de otra proposición semejante, que es indudable (en sentido irónico): la de que el ingreso global percibido por todos los elementos de la comunidad relacionados con una actividad productiva necesariamente tiene un valor igual al valor de la producción. De manera semejante... un acto de ahorro individual conduce inevitablemente a otro paralelo de inversión, porque, una vez más, es indudable que la suma de los incrementos netos de la riqueza de los individuos debe ser exactamente igual al total del incremento neto de riqueza de la comunidad. Sin embargo, quienes piensan de este modo se engañan, como resultado de una ilusión óptica que hace que dos actividades esencialmente diversas parezcan iguales. Caen en una falacia al suponer que existe un eslabón que liga las decisiones de abstenerse del consumo presente con las que proveen al consumo futuro, siendo así que los motivos que determinan las segundas no se relacionan en forma simple con los que determinan las primeras.” Keynes (1936, 30).

En uno de sus ensayos anteriores a la *Teoría General* encontramos el mismo planteamiento: “Il y a, j'en suis convaincu, une faille fatale dans la partie du raisonnement effective et le volume global de l'emploi; et elle est largement due au fait que la doctrine classique n'a pas réussi à élaborer une théorie satisfaisante du taux d'intérêt.

Présenté très brièvement, ce point est à peu près le suivant. Chaque individu, lorsqu'il dispose d'un certain revenu, en dépensera une partie en consommation, conformément à ses habitudes, ses goûts et son sens de la prudence, et il épargnera le reste. Si son revenu augmente, il consommera très certainement plus qu'avant, mais il est très probable qu'il épargnera aussi davantage. Autrement dit, il n'augmentera pas sa consommation autant que son revenu a augmenté. Dès lors, si un revenu national donné était réparti de façon moins égalitaire ou, si le revenu national augmentait en sorte que les revenus individuels soient plus élevés qu'avant, l'écart entre le total des revenus et la dépense total de consommation s'accroîtrait probablement. Mais les revenus ne peuvent être générés qu'en produisant des biens de consommation ou en produisant des biens destinés à être utilisés comme capital. Aussi, l'écart entre le revenu global et la dépense de consommation ne peut pas être plus grand que le montant des nouveaux biens de capitaux que l'on juge rentable de produire. En conséquence, notre habitude de soustraire à la consommation une somme croissante à mesure que notre revenu augmente signifie qu'il est impossible que notre revenu augmente à moins que nous changions nos habitudes afin de consommer plus, ou que le monde des affaires calcule qu'il vaut la peine de produire davantage de biens capitaux. En effet, en dehors de ces deux possibilités, l'augmentation de l'emploi et de la production, qui constituent la seule source d'augmentation des revenus, s'avérera non profitable et ne persistera pas.

Ici, l'école qui croit en l'auto-ajustement suppose, en fait, que le taux d'intérêt s'ajuste de lui-même plus ou moins automatiquement, afin d'amener la production des biens capitaux au niveau juste nécessaire pour maintenir le revenu au niveau maximum que notre énergie, notre organisation et nos connaissances concernant la façon de produire efficacement permettent d'atteindre. C'est là, cependant, pure hypothèse. Il n'y a pas de raison théorique pour croire que cela est vrai.” Keynes, J. M. (1934). “La pauvreté dans l'abondance: le système économique est-il autorégulateur?”, *La pauvreté dans l'abondance*, 2002, tr. del inglés, Gallimard, Francia.

2) La utilidad del salario, cuando se usa determinado volumen de trabajo es igual a la desutilidad marginal de ese mismo volumen de ocupación.

El primero de ellos destaca la idea de que los factores de producción son pagados según el valor de su productividad marginal, o bien, según el valor que aportan a la producción, medido como el incremento en el valor del producto total que se obtiene al adicionar una unidad del factor, cuando todos los demás permanecen constantes.

Keynes, reconoce en este principio una regla propia del empresario, rige su decisión respecto a la forma como debe determinarse la magnitud del salario real, y en tal sentido, la acepta plenamente. Por supuesto, no significa que el empresario decida unilateralmente la magnitud del salario porque ello implicaría alejarnos de la competencia perfecta; sencillamente, esta regla indica el criterio que según el empresario debería seguirse para determinar el salario real.

Una de las ideas esenciales de la *Teoría General* es que el volumen ofrecido de producto Q_s se determina de acuerdo a la demanda efectiva que como señalamos corresponde a la suma del consumo y de la inversión esperados.

Por lo tanto, para Keynes, la demanda de trabajo queda expresada como:

$$N_d = F(K_s, (p/w)^e)$$

Es decir, la demanda de trabajo es función negativa de la disponibilidad de bienes de capital K_s (o de los bienes de inversión ya existentes), y positiva respecto a la expectativa de precios de los bienes de consumo y de capital $(p/w)^e$ ya que a partir de sus precios se determinarán las cantidades demandadas.²¹

El segundo postulado hace referencia a la relación marginal de sustitución del consumidor, que en el capítulo anterior expresamos formalmente como:

²¹ Benetti propone que la demanda de trabajo para Keynes es una función del salario real y de la oferta de capital. Benetti (1998, 24).

De Vroey considera que para Keynes la demanda de trabajo es función del salario nominal y del nivel de precio de los bienes. De Vroey (2004b, 66).

Para Darity la demanda de trabajo en el sector de bienes de capital depende del salario real, la tasas de interés y la expectativa de los negocios. Darity, W. A. y B. L. Horn (1983). "Involuntary unemployment reconsidered", *John Maynard Keynes. Critical Assessments*, John Cunningham (ed.), vol. 5, Routledge, Inglaterra, p. 266. (versión original en *Southern Economic Journal*, vol. 49, N. 3, pp. 717 – 733).

$$\frac{\varphi Q_d}{(\tau - N_s)} = \frac{w}{p}$$

Donde φ es un parámetro resultante de las características de gustos y preferencias que expresa la relación inversa y proporcional entre el consumo y el ocio, Q_d es la cantidad demandada de bien de consumo, τ es el tiempo biológicamente disponible para el trabajo, N_s es la oferta de trabajo, w es el salario nominal o precio nominal del trabajo, p es el precio nominal del bien de consumo, y w/p es el salario real o el valor del trabajo en términos de bienes de consumo.

La expresión anterior indica una relación inversa entre la utilidad marginal de dos bienes y su precio. Esta relación establece la igualdad entre el costo subjetivo de oportunidad y el costo objetivo de oportunidad, es decir, hace coincidir una valoración individual con la valoración del mercado.

De acuerdo con la notación señalada, la relación marginal de sustitución, indica que el individuo está dispuesto a sacrificar una unidad de ocio a cambio de φ unidades del bien de consumo; para el mercado indica que una unidad de trabajo vale φ unidades de bien de consumo, o bien, que si el individuo desea φ unidades de bien, entonces debe ofrecer una unidad de trabajo.

Keynes subraya que de tal relación, la teoría ortodoxa pretende derivar el criterio que sigue un individuo como consumidor, cuando decide la cantidad de trabajo que ofrecerá.

En su opinión, no es válido creer que un agente utiliza la relación marginal de sustitución para decidir su oferta de trabajo por dos razones.

La primera, porque no refleja la conducta real de los trabajadores. Convencionalmente se supone que entre mayor sea el salario real, o entre mayor sea la cantidad de bienes de consumo que se obtenga con una unidad de trabajo, los individuos buscarán trabajar más; y por el contrario, si el salario real se reduce, los agentes disminuirán su oferta de trabajo.

Sin embargo Keynes subraya que los trabajadores no siempre se comportan así, de hecho, tienen una doble actitud hacia las variaciones del salario real. Cuando el salario real disminuye porque se contraen los salarios nominales, inmediatamente protestan y retiran su oferta de trabajo, pero si el salario real disminuye porque

aumentó el precio de los bienes de consumo, los agentes no tienen ninguna objeción y por tanto no modifican su oferta de trabajo.²²

La otra razón, por la que Keynes niega la relación marginal de sustitución, es el carácter de los convenios sobre salarios, entendido como la existencia de un procedimiento invariable en su determinación (la negociación entre firmas y trabajadores) y caracterizado por la suscripción de un acuerdo válido en un cierto periodo.

Los trabajadores no cuentan con un medio ni con un procedimiento por el que puedan revisar los convenios que han suscrito, aun cuando cambien sus gustos y preferencias, dicho de otro modo, si se ha convenido en una proporción por la que se haga corresponder unidades de trabajo con unidades de salario real, el contrato de trabajo obliga a los suscriptores a conservar esa relación durante un periodo específico; aunque para el individuo varíe la relación de preferencia entre la utilidad marginal que le reportan los bienes, no puede modificar su contrato.

Es importante subrayar que esta segunda razón en que Keynes justifica su rechazo a la veracidad de la relación marginal de sustitución, de ninguna manera significa que, en su opinión, la sociedad en conjunto funcione a través de un salario rígido e invariable; sólo indica que dos agentes particulares han convenido en mantener durante algún periodo, una proporción de cambio entre dos bienes y no en intercambiar una cantidad específica de unidades de bienes, además es perfectamente admisible que este convenio sea distinto al que acuerdan otros dos agentes particulares.

²² Para Keynes, suponer que se verifica la relación marginal de sustitución "... equivale a admitir que todos aquellos que por el momento están si ocupación, aunque deseosos de trabajar al salario corriente, retirarán su oferta de trabajo si el costo de la vida se eleva un poco". Keynes (1936, 23).

En los capítulos siete y ocho fundamentaremos las razones por las que para nosotros sí es válido este segundo postulado. Por el momento, es suficiente señalar que si los trabajadores protestan cuando se reduce su salario nominal y no cuando aumenta el precio de los bienes de consumo, es porque consideran que parte de sus derechos establecidos en un contrato de trabajo se han violado; en cambio, nada pueden hacer si se incrementa el precio de los bienes porque con nadie han pactado que permanecerían invariables.

Aquí también queremos recuperar una crítica a Keynes que aunque no nos parece fundamental, ilustra el razonamiento de su autor. De Vroey objeta que en la *Teoría General* constantemente se transita entre el mundo real y el mundo teórico, para un estudio serio sólo deberíamos quedarnos con los razonamientos teóricos; si es así, entonces el segundo postulado sólo dice que si existe alguna fuerza que ocasione variaciones en los precios se llegará al desequilibrio o al equilibrio según la situación inicial. De Vroey (2004b, 68).

La idea fundamental que se deriva de la crítica al segundo postulado es la siguiente.²³

Dado que se invalida una de las condiciones de equilibrio de los consumidores (la relación marginal de sustitución) entonces para Keynes la oferta de trabajo no depende del salario real; sino más bien, de un salario monetario exógeno (no rígido) que se establece por negociación entre firmas y trabajadores.

De este modo, la función oferta de trabajo, debe expresarse como:

$$N_s = F(w)$$

Es entonces una función positiva del salario monetario que pueda negociarse.²⁴

Si reunimos las nuevas ecuaciones para la demanda y oferta de trabajo, observamos que no existe un criterio que coordine ambas, y a partir de ello podemos afirmar que en la *Teoría General* no se constituye un mercado de trabajo.

Aún más, es posible que siga verificándose la ley de Walras como en el escenario neoclásico tradicional, pero cuando se excluye al sector laboral, o bien, que la participación de este sector con el resto del sistema la invalide.

Si pensamos en términos del salario real, recordemos que en el modelo neoclásico, la expresión que representa la restricción presupuestal de los consumidores es: $pQ_d = wN_d + \Pi$; pero ahora la nueva restricción es $pQ_d = wN_s + \Pi$, dado que son las empresas quienes determinan la cantidad de trabajo realmente empleada. El hecho es que la suma de las $(n-1)$ restricciones presupuestales para los $(n-1)$ mercados (aislando la restricción de los oferentes de trabajo) es cero.

²³ Recogemos estos elementos de Benetti (1998, 22 ss).

²⁴ Benetti considera que la expresión correcta para la oferta de trabajo es: $N_s = f(w/p)$, pero además que $w = w_s$. Benetti (1998, 24).

De Vroey supone que la oferta de trabajo es función del salario nominal y de los precios esperados de los bienes. De Vroey (2004b, 66).

De acuerdo a los argumentos de Keynes, nosotros consideramos que la oferta de trabajo no puede depender del salario real porque se ha invalidado el segundo postulado; tampoco puede ser función de los precios esperados de los bienes porque en el mejor de los casos los trabajadores suponen que

O bien, si deseamos incluir al sector laboral no se cumplirá la ley de Walras y los equilibrios parciales se determinarán de acuerdo al salario monetario exógeno.²⁵

De cualquier forma, la compatibilidad de la *Teoría General* con la ley de Walras es una idea interpretativa del trabajo de Keynes que nos permite contrastarlo con la visión ortodoxa.

De la crítica a la Teoría Neoclásica es evidente que Keynes suscribía la relación inversa entre nivel de empleo y salario real (primer postulado), pero deseaba explicar la existencia del desempleo involuntario a través del lado de la demanda, y con esto transitar del estudio aislado de los mercados al del sistema en su conjunto.²⁶

Finalmente queremos destacar la trascendencia de la obra de Keynes en su intención de explicar teóricamente al desempleo involuntario por la demanda efectiva, lo que hasta entonces sólo era una relación observable en el mundo real.²⁷

4.3 TEORÍA DEL CONSUMO

En la *Teoría General*, existe una categoría llamada demanda efectiva que significa el total de bienes y servicios, no duraderos o duraderos, a adquirirse en un

permanecerán en su nivel actual, además de que no hay mecanismos que les permitan revisar su oferta en función de las variaciones en los precios.

²⁵ “Obtenemos un conjunto de equilibrios competitivos, cada uno parametrizado según el salario monetario exógeno, y cuya característica común es la realización de los planes de producción de las empresas, cualquiera que sea el grado de realización de los planes de los asalariados.” Benetti (1998, 24).

²⁶ De Vroey expresa el distanciamiento de Keynes hacia la ley de Walras: “Such a willingness to adopt an interdependency perspective should not be interpreted as an adhesion to the Walrasian general equilibrium approach. In Keynes’ time, Walras’ views were hardly appreciated in Cambridge and, for better or worse, Keynes did not think that Walras’ theory could be of any help to his own project. To him, the route to be taken was to generalise Marshallian analysis, by taking into account the interdependency across markets. De Vroey (2004b, 56) y resalta: “An extract of a letter from Keynes to Georgescu Rodan dated December 1934 and running as follows: - All the same, I shall hope to convince you some day that Walras’ theory and the others along those lines are little better than nonsense! – “ *Ibidem*, p. 256.

²⁷ Por ejemplo, encontramos esta idea en Pigou: “Movements in the employers’ demand for the commodity the labour is helping to make are derived directly from movements in the public demand for the commodity. The liability to oscillation of that demand is, of course, different for different classes of commodities... Thus the demand would seem to be less variable for common objects of wide consumption than for luxuries... When the oscillations of the public demand for any commodity are given, it is natural to suppose that the oscillations of the employers’ demand for it will be exactly equivalent to them.” Pigou (1920, Part III, chapter XX Fixed and fluctuating wage rates in particular industries, sections 6 - 7).

periodo determinado y cuya producción representa la ganancia máxima esperada para los empresarios.

En principio, se considera en conjunto a la adquisición de bienes intermedios y bienes finales para hacer evidente que ambos representan una decisión de compra, y como tal, implican el destino de recursos a esa finalidad, aunque la razón fundamental es mostrar que ambos determinan la magnitud de la demanda de bienes para cada periodo.

A continuación, Keynes distingue entre la compra de bienes de uso final a la que designa como consumo, y la compra de bienes intermedios, una vez descontado el costo de uso, a lo que llama inversión. El propósito de esta división es explicar en qué difieren ambas decisiones de compra y por qué se rigen por diferentes factores.

Keynes propone una función consumo que relaciona el nivel de éste con el monto del ingreso:

$$C = cY \quad 0 < c < 1 \quad (1)$$

Donde Y es el ingreso o renta total y c es la propensión marginal a consumir; esta última se define como la tasa de cambio en el consumo ante una variación en el ingreso. Si su valor es cercano a cero, las modificaciones en el ingreso tendrán un impacto escaso sobre el nivel de consumo, y por el contrario si se aproxima a uno, cambios en el ingreso ejercerán gran influencia sobre el nivel de consumo.

Esta relación sólo es válida en el corto plazo, cuando la propensión marginal a consumir permanece constante porque los gustos y hábitos de los agentes no se modifican.

A partir de (1):

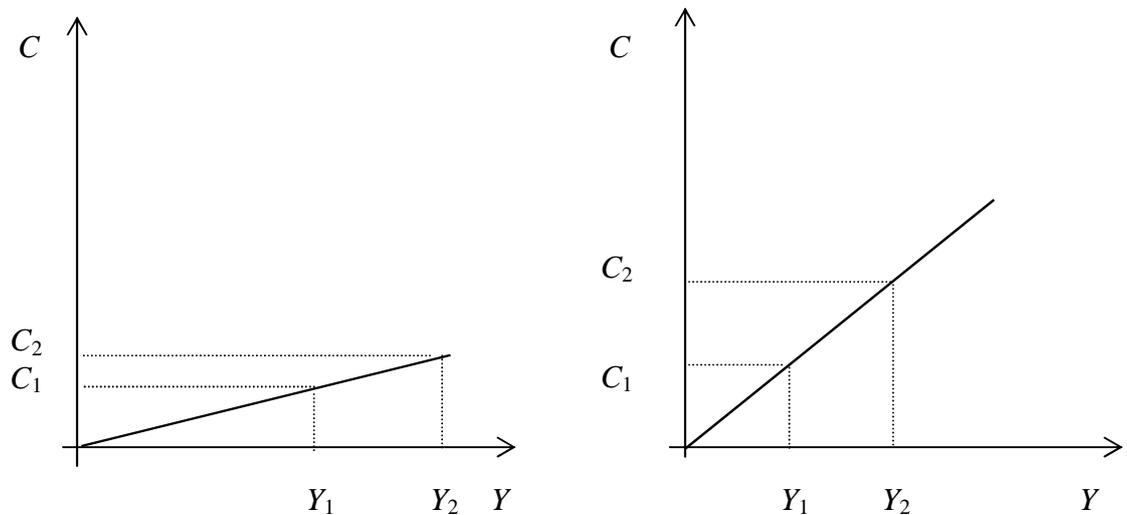
$$\frac{\partial C}{\partial Y} = c > 0, \quad \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} = 0$$

Con las consideraciones anteriores, la función consumo se representa como en la gráfica 4.3.1.

En el lado izquierdo se ha representado el caso en que la propensión marginal a consumir es cercana a cero, mientras que el lado derecho corresponde a una propensión marginal a consumir cercana a la unidad.

Gráfica 4.3.1

Función consumo en el corto plazo



Keynes subraya que en el largo plazo, sí ocurre la modificación de la propensión marginal a consumir, ésta tiende a reducirse al mismo tiempo que aumenta la propensión marginal a ahorrar cuando el ingreso aumenta.²⁸

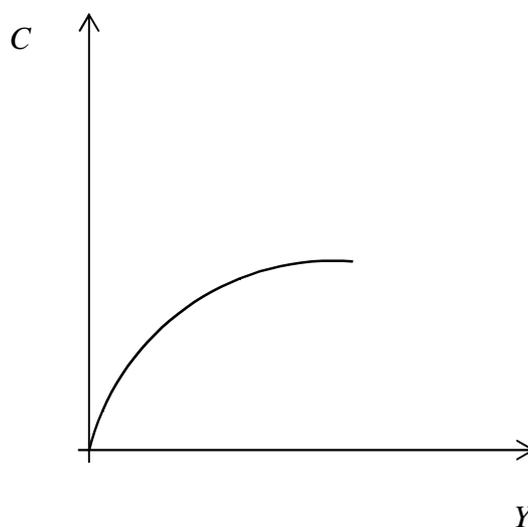
En consecuencia la expresión formal de la función consumo es:

$$C = f(cY) \tag{2}$$

Con las propiedades:

$$\frac{\partial C}{\partial Y} > 0, \quad \frac{\partial^2 C}{\partial Y^2} < 0$$

Lo que indica que la función consumo en el largo plazo es positiva decreciente del ingreso como se muestra en la gráfica 4.3.2.



Así entonces, la inclinación de la función consumo depende de la propensión marginal a consumir. La magnitud de ésta depende esencialmente de dos factores: el nivel de ocupación y el ahorro.²⁹

El primero de ellos ya se ha señalado: a medida que aumenta el nivel de ocupación y por tanto el ingreso real de la sociedad, disminuye la propensión marginal a consumir.

Por otro lado, cuando la fracción del ingreso total que es propiedad de los empresarios es mayor que aquella que poseen los trabajadores, el hecho de que los primeros tengan una propensión marginal a consumir reducida (o una propensión marginal a ahorrar significativa) y los últimos elevada, ocasiona que en conjunto la propensión marginal a consumir se reduzca.³⁰

²⁸ Keynes (1936, 93).

²⁹ *Ibidem*, pp. 113 ss.

³⁰ En realidad, el hecho de que los empresarios posean una fracción mayor del ingreso no tiene ninguna implicación para la propensión marginal a consumir, aunque sí para el nivel de consumo total. Aquí lo esencial es la diferencia entre la propensión marginal a consumir de los empresarios y de los trabajadores; si aceptamos que para los primeros su valor es cercano a cero (por ejemplo 0.2) y para los trabajadores cercano a la unidad (por ejemplo 0.8), entonces la propensión marginal a consumir de la sociedad, como promedio, disminuirá.

Además, cuando existe desempleo, la propensión marginal a consumir de los trabajadores desocupados no tiene ninguna importancia en la magnitud de la propensión del total de la sociedad; pero cuando dichos trabajadores vuelven a ocuparse su propensión marginal sí disminuye porque antes que consumir deben devolver los recursos que algún agente les otorgó cuando su ingreso era nulo.

Ahora bien, existe la posibilidad de que los agentes realicen cierto consumo independientemente de su nivel de ingreso, ya sea porque se trate de una adquisición habitual de bienes, o bien, porque su compra sea imprescindible. Si se considera este hecho la función consumo de corto plazo se expresa como:

$$C = \bar{C} + cY \quad 0 < c < 1 \quad (3)$$

La magnitud del consumo autónomo, o la posición de la función consumo, depende por lo tanto de los gustos y preferencias de los agentes que Keynes identifica como factores objetivos y subjetivos de la propensión a consumir.

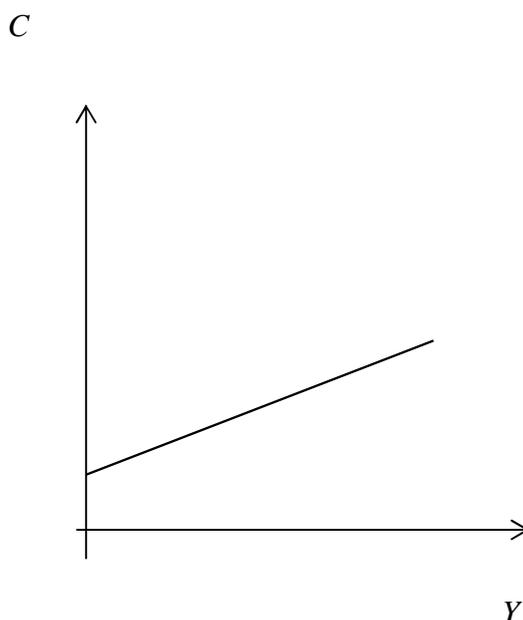
Tales factores son también los que determinan cuál es la propensión media a consumir de un individuo. Este concepto se define como la razón del consumo total entre el ingreso total, es decir: C / Y ; es por tanto una medida de la disposición o de la preferencia que tiene un agente por gastar su ingreso, en lugar de ahorrarlo.

Los factores objetivos que definen la propensión a consumir son:

1) Cambios en la unidad de salario. En general, el consumo es una función positiva del ingreso real. Si el ingreso nominal permanece constante al igual que el precio de los bienes, o si ambos varían en la misma proporción, el ingreso real del individuo aumenta y por tanto su consumo, si puede incrementar su cantidad de unidades de trabajo ocupadas.

Si precios y salarios variaran en la misma proporción y el nivel de ocupación se mantuviera constante, entonces el gasto en bienes de consumo sería mayor, pero la propensión a consumir no se modificaría.

Función consumo en el corto plazo cuando existe consumo autónomo



2) Cambios en la diferencia entre ingreso e ingreso neto. El ingreso total es equivalente al valor de la producción menos los costos, y por tanto a la suma del consumo más la inversión. El ingreso neto es la suma del consumo más la inversión neta (o la inversión a la que se ha descontado la depreciación). Si se requiere destinar más recursos a la conservación de una cantidad determinada de inversión; entonces disminuye la proporción que se destina al consumo.

3) Cambios imprevistos en el valor de los bienes de capital, no considerados al calcular el ingreso neto. Si los bienes de capital se identifican simplemente con la riqueza, entonces cuando su valor se incrementa inesperadamente, la propensión a consumir varía en el mismo sentido. Sin embargo, si los bienes de capital se identifican con los bienes intermedios, cuando su valor se incrementa (o cuando su precio en términos de bienes de consumo aumenta) y la cantidad demandada de ellos se mantiene constante (muy probablemente porque se conserve la ingeniería con que se usan en los procesos de producción), necesariamente se reduce la propensión a consumir.

4) Cambios en la tasa de descuento. Esta tasa debe entenderse como un parámetro subjetivo que indica las preferencias de los individuos entre el consumo presente y el consumo futuro; su magnitud depende simplemente de los gustos de

los individuos (e incluso de sus expectativas acerca de lo que pueden disfrutar hoy y de lo que podrán disfrutar mañana). Si la tasa de descuento es positiva, los individuos valoran más el consumo presente que el futuro, y por el contrario, si es negativa valorarán más el consumo futuro que el presente.

Dado un valor inicial de la tasa de descuento, si se modifica por cambios en las preferencias de los agentes, necesariamente se modificará la propensión al consumo.

Así se explica la influencia de la tasa de descuento sobre el consumo.

Keynes subrayó que tasa de interés y tasa de descuento no son sinónimos. Esto es así, en primer lugar, porque su concepción de tasa de interés, la vincula estrechamente con la cantidad de dinero existente en la economía. En segundo lugar, porque supone que las modificaciones en el consumo no responden tan rápidamente a las variaciones en la tasa de interés como a las de la tasa de descuento, es decir, el consumo sólo varía con la tasa de interés en el largo plazo, o sea, cuando se modifica su tendencia.

A estas diferencias podemos agregar una tercera: el consumo presente varía en el mismo sentido que la tasa de descuento, pero en sentido opuesto a la tasa de interés.

5) Cambios en la política fiscal. Puede afectarse negativamente al consumo si se introducen impuestos que disminuyen el ingreso de los agentes; y puede incentivarse, si la política fiscal consiste en la transferencia de recursos o en el otorgamiento de subsidios.

Las reglas de política fiscal no solamente influyen en el consumo presente, también pueden determinar el consumo futuro si los agentes tienen la expectativa de que ocurrirá un cambio en ellas.

6) Cambios en las expectativas acerca de la relación entre el nivel presente y futuro del ingreso. Con estas líneas, se resalta la posibilidad de que el ingreso de los individuos varíe a lo largo del tiempo; si la expectativa de un individuo es que su ingreso futuro sea menor en términos reales a su ingreso actual, entonces reducirá su propensión a consumir.

En la *Teoría General*, el ingreso de un individuo puede aumentar si aumenta el precio relativo de los bienes que posee en mayor cantidad. Así por ejemplo, el ingreso de un individuo aumenta, como consumidor, si se incrementa el precio de su

trabajo en relación con el precio de los bienes finales; como empresario, si el precio de los bienes que produce se eleva con relación al precio de los bienes que adquiere.³¹

Aquí, no existe la analogía neoclásica entre ingreso y dotación inicial, porque todo ingreso se obtiene a través de la participación en el sistema productivo.³²

Keynes menciona que el cambio en el ingreso de un individuo, si bien modifica su consumo, en el agregado las modificaciones del ingreso neutralizan cualquier variación en el consumo, es decir, lo dejan invariable. Esta idea es perfectamente inteligible, si consideramos que el ingreso varía por la alteración de los precios relativos.

Los factores subjetivos que inhiben el consumo en los hogares son: precaución, previsión, cálculo, mejoramiento, empresa, orgullo y avaricia.

También existen factores subjetivos que inhiben el consumo de los empresarios:

1) El motivo empresa. Significa asegurar recursos para mayores inversiones futuras sin que se recurra al endeudamiento.

2) El motivo liquidez. Implica reservar recursos propios para enfrentar cualquier contingencia.

³¹ Cuando Keynes explica los factores subjetivos que definen el consumo, hay cierta alusión a que el ingreso varía de acuerdo a la vida activa de un individuo. Específicamente cuando señala entre los motivos que impulsan a abstenerse de gastar: "... proveer para una anticipada relación futura entre el ingreso y las necesidades del individuo y su familia, como, por ejemplo, por lo que respecta a la vejez, la educación de la familia, o el sostenimiento de quienes dependen de uno; ... disfrutar de un gasto gradualmente creciente ya que complace más al instinto normal la perspectiva de un nivel de vida que mejore gradualmente que lo contrario; aun cuando la capacidad de satisfacción vaya disminuyendo." Keynes (1936,102).

La idea de que el ingreso se modifica a lo largo de la vida es formalizada por Modigliani, F. y Brumberg, R. (1954) y por Modigliani y Ando (1963), aunque siguiendo la metodología convencional y una interpretación diferente a la keynesiana. Ellos suponen que los individuos desean mantener trayectorias de consumo estables de modo que el gasto que se realice en cada periodo no depende del ingreso obtenido en ese momento, sino del total de los recursos (actuales y futuros); entonces puede ocurrir que la propensión media al consumo aumente cuando disminuya el ingreso (en la vejez), o bien, que la propensión media disminuya cuando aumenta el ingreso (en la edad activa).

Véase Modigliani, F. y Brumberg, R. (1954). "Utility analysis and the consumption function: a interpretation of cross - section data" en Kurihara, K. (1954). *Post - keynesian economics*, Rutgers University Press; y Modigliani, F. y Ando, A. (1963). "The life cycle hypothesis of saving: Agregate implications and test", *American Economic Review*, Vol. 53, pp. 55 - 84.

³² Sin embargo, el ingreso obtenido en el sistema productivo, no corresponde al grado en que se participa en él como sí ocurre en la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo (Véase *infra*, capítulo 7).

3) El motivo mejoramiento. Implica la necesidad de destinar una proporción mayor del ingreso al gasto productivo (o inversión), en el entendido de que ello generará mayores ingresos futuros; de ser así, se percibirá a la empresa como poseedora de una buena administración.

4) El motivo prudencia financiera. Significa conservar un monto de recursos mayor a la suma de los costos de uso y suplementario, con el fin de evitar pérdidas por obsolescencia.

La distinción entre los factores objetivos y subjetivos radica en que los primeros varían en el corto plazo, mientras que los segundos generalmente se conservan inalterables.³³

Podemos también agregar que son disímiles porque los factores objetivos indican cómo se afecta la inclinación al consumo cuando cambian las circunstancias sociales o institucionales, mientras que los factores subjetivos responden únicamente a la percepción y evaluación que el agente (consumidor o productor) tenga de sí mismo.

A continuación se exponen cuatro diferencias fundamentales entre la teoría del consumo que se ha descrito, y la teoría convencional.

Dos de las diferencias están vinculadas con una acepción más general del término consumo que la expuesta hasta aquí. Se ha dicho que el consumo es el gasto en bienes finales y la inversión es la adquisición de bienes intermedios, una vez que se descuenta el costo de uso; no obstante, podemos considerar que el consumo es el disfrute, el uso o el agotamiento de ambos tipos de bienes, así, puede suponerse que los individuos como trabajadores consumen bienes finales y como empresarios consumen bienes intermedios. Hay en la *Teoría General* algunas evidencias que permiten sostener esta interpretación.³⁴

³³ Keynes (1936, 81 y 104).

³⁴ Por ejemplo, se lee: "El consumo es el único objeto y fin de la actividad económica. Las oportunidades de ocupación están necesariamente limitadas por la extensión de la demanda total. Ésta puede solamente derivarse de nuestro consumo presente o de nuestras reservas para el consumo futuro... El consumo se satisface parcialmente con cosas producidas en la actualidad y en parte con las producidas previamente, es decir con la desinversión." *Ibidem*, pp. 99 - 100.

Es claro que en un periodo cualquiera se producen bienes finales y bienes intermedios, y que el consumo que se satisface con los bienes producidos previamente no es otra cosa que el uso o agotamiento de los bienes intermedios.

No sugerimos que la suma del valor de los bienes finales y de los bienes intermedios sea igual al monto del consumo total, ni tampoco que el valor de los bienes finales y el valor del agotamiento o de

Entonces, dos de las diferencias con la tradición neoclásica se encuentran en concepto de consumo entendido como uso.

En primer lugar, para la tradición ortodoxa la finalidad del consumo es la satisfacción de los deseos del individuo. Por supuesto, no se trata de cualesquiera deseos o aspiraciones, sino sólo de aquellos que tienen un valor económico y que por tanto son susceptibles de contabilizarse en términos de cantidades y unidades de medida (por ejemplo: diez litros, veinte kilogramos o cincuenta horas); y que además puede asignárseles un precio.

la parte que se usa de los bienes intermedios es equivalente al valor del consumo total; sino simplemente que así como los hogares realizan el acto de consumir bienes finales cuando los usan, igualmente, los empresarios consumen bienes intermedios cuando los usan, y que en general el valor del consumo de los hogares es equivalente al valor del consumo de las empresas (excepto cuando el ahorro es distinto a la inversión).

En la *Teoría General*, el uso de los bienes intermedios por parte de los empresarios se designa costo de uso (no costo suplementario), pero no existe una categoría semejante para designar el uso de los bienes finales, porque se entiende que éstos se agotan en su totalidad.

Sobre el costo de uso se dice: "Una parte de la disminución de valor del equipo solamente se presenta cuando se usa. Esta partida se carga en el costo de uso...es la reducción de valor que el equipo sufre al emplearse, comparada con la que ocurriría si no se usara, después de tener en cuenta el costo de mantenimiento y de las mejoras que convendría realizar y las compras a otros empresarios" *Ibidem*, pp. 69 - 70.

Keynes define: El ingreso Y es igual a $A - U$, el consumo C es igual a $A - A_I$, y la inversión I es igual a $A_I - U$; donde A es el valor de las ventas totales hechas durante el periodo, A_I el valor de las ventas realizadas entre empresarios, y U es el costo de uso. Entonces podemos escribir que $Y = C + I$, o bien, $C = Y - I$ ó $C = A - U - (A_I - U)$

El siguiente ejemplo numérico puede ayudar a clarificar el concepto de consumo:

Suponiendo que en una comunidad, el valor de la producción total en el periodo actual sea de 160 unidades de salario $A = 160$; de este total, los bienes intermedios, o lo que empresarios compran entre sí, tiene un valor de 100 unidades de salario $A_I = 100$; los bienes finales que demandan los hogares tienen por lo tanto un valor de 60 unidades de salario; y el costo de uso es también de 60 unidades de salario.

Entonces el ingreso total de la comunidad será de 100 unidades, puesto que equivale al producto total menos el costo de uso, es decir si $Y = A - U$, entonces $100 = 160 - 60$. Los hogares consumen, usan o agotan el total del valor de los bienes finales, es decir 60 unidades. El valor de los bienes que ha adquirido el empresario es de 100 unidades, parte de este valor se consume como costo de uso, por lo que la inversión es igual a 40 unidades, es decir si $I = A_I - U$, entonces $40 = 100 - 60$. Por tanto, el consumo para los hogares tiene un valor de 60 unidades de salario y para los empresarios también, lo que no significa que se trate de los mismos bienes.

Por construcción en general coincidirán el valor de los consumos de hogares y empresarios. Esto se muestra con el ejemplo anterior, si suponemos que el costo de uso de los empresarios implica pagar 60 unidades de salario a los hogares, los que por supuesto lo dedicarían al consumo.

Aun cuando ya se explicó conviene señalar aquí, que el ingreso de la comunidad Y , equivalente a la suma del consumo C (o bien $A - A_I$) y la inversión I ($A_I - U$), no es idéntico al valor de la producción como se acostumbra señalar en los modelos convencionales *IS - LM*. En la *Teoría General*, es claro que $Y = A - U$, sólo se dice que $Y = A$, en el caso en que el consumo o el costo de uso sea nulo: "Si se admite que el ingreso es igual al valor de la producción corriente, que la inversión es igual al valor de aquella parte de dicha producción que no se ha consumido y que ahorro es igual al excedente del ingreso sobre el consumo -todo lo cual está de acuerdo tanto con el sentido común como con la costumbre tradicional de la gran mayoría de los economistas- la igualdad entre el ahorro y la inversión es una consecuencia necesaria." *Ibidem*, p. 64.

Cuando se ordenan las preferencias de los agentes a través de los axiomas de completitud, reflexividad y transitividad, y se satisfacen las condiciones de continuidad, monotonicidad e insaciabilidad local, entonces se puede establecer una representación de la forma como los bienes son convertidos en satisfacción para el ser humano.

El ordenamiento de las preferencias y la condición de insaciabilidad local permiten entender por qué en el escenario neoclásico las aspiraciones del agente se ven satisfechas si puede obtener más bienes que le reportan utilidad. En el esquema neoclásico, el consumo significa disponer de los bienes y servicios de uso final que generen satisfacción al agente en el periodo considerado.

Para Keynes un agente puede obtener satisfacción al consumir, pero también al privarse del consumo, es decir, el consumo no es necesariamente la satisfacción de las aspiraciones individuales; además, el consumo no es una decisión privativa de los hogares o familias, sino también es una elección que hacen las firmas cuando escogen la cantidad de bienes y servicios intermedios que requieren para la producción. El hecho de que las firmas consuman bienes y servicios intermedios ocasiona que esta categoría se desligue de la utilidad, porque el consumo por sí mismo, no es una finalidad en todos los casos.

Por tanto, en principio, el concepto de consumo en la tradición neoclásica difiere del que se encuentra en la *Teoría General* porque en ésta no se establece una vinculación entre consumo y utilidad o satisfacción, ni el consumo es una categoría exclusiva del agente como individuo como sí ocurre en el primer caso.

Keynes puntualiza otras tres diferencias. Una de ellas es que el acto de privarse del consumo en el presente, no significa necesariamente un mayor consumo futuro como se considera convencionalmente.³⁵

Otra diferencia, es que en el escenario tradicional acostumbra suponerse que entre menor sea el monto de recursos gastados en consumo, mayores serán los recursos que se destinen a la inversión y por lo tanto mayores serán el valor de la producción y del ingreso.

Por el contrario, en la *Teoría General* como acaba de mencionarse, abstenerse de consumir en la actualidad no tiene ninguna relación con incrementar

³⁵ Por ejemplo se lee: "... el acto de ahorro supone no una sustitución del consumo presente por algún consumo adicional... sino de un deseo de riqueza." *Ibidem*, p. 89.

la inversión en el futuro. Además, si se rescata la que hemos señalado como nuestra primera diferencia, resulta comprensible que un incremento del consumo puede incrementar el valor de la producción incluso si se mantiene constante la inversión.

Finalmente, subrayamos como diferencia esencial, el rechazo de Keynes a la relación marginal de sustitución convencional, es decir, el rechazo a que la utilidad del salario cuando se usa determinado volumen de trabajo sea igual a la desutilidad marginal de ese mismo volumen de ocupación.

Dicho de otra forma, para Keynes el salario real no iguala a la relación que existe entre la utilidad del consumo y la desutilidad del ocio porque no expresa la relación entre lo que el individuo busca consumir y lo que está dispuesto a sacrificar.

Estas cuatro diferencias permiten afirmar que Keynes se opone a la teoría tradicional del consumidor.

4.4 TEORÍA DE LA INVERSIÓN

La inversión es la fracción del ingreso, en términos de valor, que se destina a la adquisición de bienes intermedios, una vez que se descuenta el costo de uso.

Conviene precisar primeramente el significado de los siguientes términos:

1) Costo de factores. Es el pago por sus servicios a los participantes de la producción (incluye salarios y pago de intereses)

2) Costo de uso. Es la reducción del valor del equipo disponible, ocasionada por su uso, se trata de la depreciación necesaria y prevista.

3) Costo suplementario. Es la reducción involuntaria y prevista en el valor del equipo; es involuntaria porque ocurre independientemente de su uso, y es prevista porque los eventos que la provocan se presentan con cierta regularidad, tal es el caso de la obsolescencia o inclusive de las catástrofes naturales.

4) Costo primo. Es la suma del costo de factores y del costo de uso.

Es esencial resaltar que para Keynes, los conceptos de ahorro y de inversión no son equivalentes. Se ha señalado anteriormente que el consumo es una actividad realizada tanto por los hogares como por las firmas, y en este último caso, su valor se expresa en el costo de uso. Igualmente, tanto los hogares como las firmas pueden abstenerse de consumir, tal acción cuando es realizada por los individuos se

identifica como ahorro, y cuando es realizada por las empresas se designa como inversión.³⁶

Esta primera distinción se anula en el enfoque convencional, donde se consideran el ingreso, el consumo, y el ahorro o la inversión como magnitudes globales. Bajo esta perspectiva, el ingreso agregado es la suma de los recursos destinados a consumo y a inversión $Y = C + I$, el ingreso que no se consume es ahorrado $S = Y - C$, y en consecuencia, el ahorro es equivalente a la inversión $S = I$. Keynes acepta que esta interpretación es correcta, precisamente sólo en el caso de que se consideren magnitudes agregadas.³⁷

Otra diferencia entre ahorrar e invertir se manifiesta en la contribución de cada una de esas acciones a la demanda de bienes.

El ahorro es un acto que sólo significa la abstención del consumo presente y no el traslado del consumo actual al consumo futuro; se trata de un acto negativo porque deprime la demanda presente de bienes de consumo, e incluso puede contraer la demanda futura si suponemos expectativas estáticas, es decir, si suponemos que la expectativa de demanda de bienes futura, depende de la expectativa de demanda actual.³⁸

Por el contrario, la inversión es un acto positivo que promueve tanto la demanda actual de bienes intermedios como la demanda futura.³⁹

Desde que el ahorro y la inversión son decisiones de agentes distintos, sus determinantes son diferentes.

³⁶ El mismo planteamiento acerca de la distinción entre ahorro e inversión se encuentra en la *Teoría General* y en el *Tratado sobre el Dinero*; en este último se lee: "Saving is the act of the individual consumer and consists in the negative act of refraining from spending the whole of his current income on consumption. Investment, on the other hand, is the act of the entrepreneur whose function it is to make the decisions which determine the amount of the non - available output, and consists in the positive act of starting or maintaining some process of production or of with holding liquid goods." Keynes, J. M. (1930b). *A treatise on money*, Vol. I, Macmillan, Inglaterra, p. 172.

³⁷ "... como el monto del ahorro es una consecuencia del proceder colectivo de los consumidores individuales, y el monto de la inversión lo es de la conducta colectiva de los empresarios individuales, estas dos cantidades son necesariamente iguales, ya que cada una de ellas es igual al excedente del ingreso sobre el consumo... Por consiguiente, en conjunto, el excedente del ingreso sobre el consumo, al que llamamos ahorro, no puede diferir de la adición al equipo de capital, al que llamamos inversión." Keynes (1936, 64).

³⁸ *Ibidem*, pp. 188 ss.

³⁹ "... siempre que se produzca un objeto durante el periodo, con la intención de satisfacer el consumo posteriormente, se pone en movimiento una expansión de la demanda corriente." *Ibidem*, p. 100.

En la *Teoría General* se distingue entre el ingreso de los hogares y el ingreso de las firmas. El primero es simplemente la cantidad en unidades de salario que las empresas pagan a los individuos por su participación en la producción, es por tanto equivalente al costo de factores (lo que se paga por trabajo y préstamos de capital).

La decisión de los hogares es elegir la fracción de su ingreso que dedicarán a consumir y la fracción que dedicarán a ahorrar.

Aun cuando no se precisa en la *Teoría General*, podemos escribir la restricción presupuestal de los individuos como:

$$Y_c = wN_s + iK_s = C + S \quad (4)$$

Donde Y_c es el ingreso del individuo obtenido por su participación en la producción a través de su trabajo N_s y de préstamos de capital K_s .

O bien:

$$Y_c = wN_s + iK_s = f(cY_c) + g(sY_c), \quad 0 < c < 1, \quad s = 1 - c \quad (4b)$$

Donde c es la propensión marginal a consumir, y s es la propensión marginal a ahorrar.

El ahorro no implica la adquisición de bienes intermedios ni en el presente ni el futuro, ni tampoco significa postergar una decisión de consumo.

Como se observa en la ecuación (4), el ahorro es simplemente la conservación de recursos por parte de un individuo con el objeto de preservar riqueza. Para que la fracción del ingreso ahorrada, efectivamente constituya una riqueza que pueda trasladarse en el tiempo requiere fundamentalmente que se conserve a través de un bien susceptible de almacenar valor como el dinero.

A diferencia del ahorro, el monto de inversión no depende directamente del monto de los recursos que constituyen el ingreso del empresario.

En la *Teoría General* el ingreso del empresario es el excedente de valor de su producción terminada y vendida durante un periodo, sobre su costo primo. La masa de ingreso del empresario es equivalente a su masa de ganancia.⁴⁰

Esta concepción de ingreso coincide plenamente con la neoclásica:

$$II = A - (u + f) \quad (5)$$

⁴⁰ *Ibidem*, p. 56.

$$\Pi = A - (uK_d + iK_d + wN_d) \quad (5b)$$

Donde Π es la masa de ganancia, A es el valor total de los productos vendidos, u es el costo de uso, f es el costo de factores, K_d es el volumen de capital utilizado, N_d el volumen de trabajo empleado, i es la tasa de interés y w es el salario que se paga al trabajo por su participación en la producción.

Las empresas en su conjunto, pueden incurrir en pérdidas si sus costos de producción son mayores que sus ventas, y por el contrario, obtienen ganancias si las ventas son superiores a los costos de producción.⁴¹

Las decisiones de inversión dependen de la eficiencia marginal del capital EMK y de la tasa de interés i . Formalmente:

$$I = h(EMK, i) \quad (6)$$

En la *Teoría General*, la inversión implica la adquisición de un bien intermedio o bien de capital. Si el empresario decide comprar este tipo de bienes es porque espera que su utilización en el proceso productivo le genere una serie de rendimientos probables: $r_0, r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$. Es decir, adquirir un bien de capital en el presente generará en el periodo actual $t=0$ y en cada periodo sucesivo un rendimiento.

Cada uno de los rendimientos se obtiene de la venta de los productos después de deducir los costos de operación.⁴²

Entonces puede decirse que para cada periodo t :

$$r_t = \Pi_t = A_t - (uK_d)_t - (iK_d)_t - (wN_d)_t \quad (7)$$

⁴¹ "Par ailleurs, la rentabilité des affaires, considérées dans leur ensemble, dépend, et ne peut dépendre de rien d'autre que de la différence entre le produit des ventes des entrepreneurs et leurs coûts de production. Si ce qui leur revient sous forme de produit des ventes excède ce qu'ils ont déboursé en coûts de production, ils réalisent nécessairement du profit. Et de la même manière, si ce qui leur revient est inférieur à ce qu'ils ont déboursé, ils doivent nécessairement subir des pertes." Keynes, J. M. (1931). "Une analyse économique du chômage", *La pauvreté dans l'abondance*, 2002, tr. del inglés, Gallimard, Francia, p. 144.

⁴² En la *Teoría General* se lee: "Cuando un individuo compra una inversión, un bien de capital, adquiere derecho a una serie de rendimientos probables, que espera obtener de la venta de los productos, durante la vida del bien, después de deducir los gastos de operación respectivos." Keynes (1936, 125).

A la suma en valor presente de todas las masas de ganancia se denomina rendimiento probable de la inversión R .

$$R = \Pi = \sum \left[\frac{r_1}{(1+i)} + \frac{r_2}{(1+i)^2} + \frac{r_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{r_n}{(1+i)^n} \right] \quad (8)$$

$$R = \Pi = \sum_{t=0}^n \frac{r_t}{(1+i)^t} \quad (8b)$$

Donde:

$$r_0 > \frac{r_1}{(1+i)} > \frac{r_2}{(1+i)^2} > \frac{r_3}{(1+i)^3} > \dots > \frac{r_n}{(1+i)^n}$$

Keynes supone que tradicionalmente se han hecho análogos el rendimiento probable de la inversión y la productividad marginal del capital y precisa que ésta no es correctamente medida.⁴³

Nosotros consideramos que no hay tal confusión porque ambos conceptos son diferentes. Como señalamos, el primero es la masa de ganancia, se obtiene al deducir los costos de producción del importe total de ventas; mientras que la productividad marginal del capital es el valor que éste aporta a la producción y se obtiene evaluando el incremento en el producto total cuando se incrementa el capital en una unidad. Por tanto, no existe oposición entre ambos conceptos y los dos son igualmente útiles.

Existe además un costo de reposición o precio de oferta del bien de capital, por el cual un empresario está dispuesto a producir una unidad adicional de este bien.

La eficiencia marginal de capital EMK es la relación que existe entre el rendimiento probable de la inversión R y el precio de oferta P .

⁴³ "... existe la distinción (que al tomarse en cuenta ha sido la principal causa de confusión y equivocaciones) entre el incremento de valor que puede obtenerse usando una cantidad adicional de capital en la situación existente y la serie de incrementos que se espera obtener a través de la duración completa del bien de capital adicional -es decir, la distinción entre Q_1 y la serie completa $Q_1, Q_2, \dots, Q_n, \dots$ -. Esto lleva consigo todo el problema del lugar que ocupa la expectativa en la teoría económica. La mayor parte de los estudios sobre la eficiencia marginal del capital parecen no conceder atención a ningún término de la serie, excepto a Q_1 . Sin embargo, esto no puede ser lícito, más que en una teoría estática, en que todas las Q son iguales. La teoría usual de la distribución, donde se supone que el capital da en el presente su productividad marginal (en un sentido u en otro), sólo es válida en una situación estacionaria". *Ibidem*, pp. 127 - 128.

$$EMK = R - P \quad (9)$$

O bien:

$$EMK = \Pi - P \quad (9b)$$

Sustituyendo (7) en (8b) y ésta en (9b):

$$EMK = \left[\sum_{t=0}^n \frac{(A_t - u_t - w_t)}{(1+i)^t} \right] - P \quad (10)$$

El criterio que sigue un empresario para invertir se divide en dos momentos. En primer lugar, si el rendimiento probable de la inversión es mayor que el precio de oferta (o si la eficiencia marginal del capital es positiva), hay incentivo para invertir.

Pudiera creerse que entre mayor sea la eficiencia marginal del capital mayor será la inversión; sin embargo, en realidad, a medida que aumenta la inversión en un tipo específico de bien de capital su eficiencia marginal se reduce debido a la mayor disponibilidad de esos bienes y al incremento de su precio de oferta por unidad.⁴⁴

Esta relación se reproduce para el conjunto de bienes de capital y se denomina curva de demanda de inversión o curva de eficiencia marginal del capital (gráfica 4.4.1).

$$\frac{\partial EMK}{\partial I} < 0$$

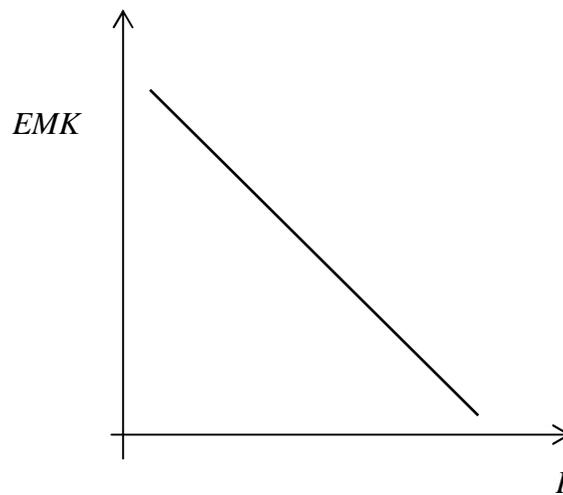
En el segundo momento, el empresario evalúa la relación existente entre la eficiencia marginal del capital y la tasa de interés. Escoge asignar más recursos a inversión hasta el punto en que ambas coincidan.

Debe notarse aquí que no hay posibilidades de comparar una cantidad expresada en unidades de salario o en unidades monetarias y un número puro; sólo puede establecerse una relación si ambas fueran proporciones.

Gráfica 4.4.1

⁴⁴ La primera de estas razones induce a pensar que Keynes hace equivalentes los términos rendimiento y productividad marginal. *Ibidem*, p. 126.

Relación entre la eficiencia marginal de capital y la inversión



En la *Teoría General* no se explica cómo la eficiencia marginal de capital que se definió como una masa, puede interpretarse como si fuera una tasa. Sin embargo, Keynes supone que en el caso en que la eficiencia marginal del capital sea efectivamente una tasa, mientras sea mayor a la tasa de interés, habrá incentivos para invertir; pero finalmente, en equilibrio la inversión se establece cuando ambas coincidan.⁴⁵

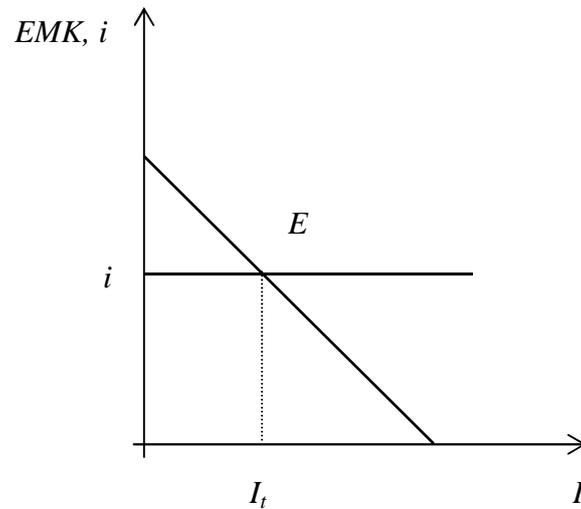
Es necesario subrayar que la eficiencia marginal del capital no es el concepto convencional de ganancia (la diferencia entre el importe obtenido con la venta de bienes terminados y el costo de producción), sino el excedente de ésta sobre el costo de producir o adquirir un bien de capital, es decir, es el beneficio que se obtiene al comprar un bien de capital.⁴⁶

Gráfica 4.4.2

Eficiencia marginal del capital y tasa de interés

⁴⁵ "... está el problema de si la eficiencia marginal del capital es una cantidad absoluta o una proporción. El contexto en que se usa y la práctica de tratarla como si fuera de la misma dimensión que la tasa de interés parecen obligarnos a pensar en una proporción. No obstante, no suele plantearse con claridad cuáles son los términos de esta proporción." *Ibidem*, p. 127.

⁴⁶ En el capítulo siete de este documento se expone cómo se vinculan los conceptos de masa de ganancia y tasa de ganancia, aunque en el contexto de la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo no es necesario utilizar la eficiencia marginal del capital ni el precio de oferta. En *la Teoría General* se avanzaría en explicar a la eficiencia marginal de capital como una tasa, si se usara la tasa de ganancia, en lugar de la masa, aunque quedaría por determinar cómo el precio de oferta se asocia a una proporción.



También debe precisarse, que en la tradición neoclásica, el costo del capital es equivalente a su productividad marginal y a la tasa de interés; la firma retribuye con ésta al propietario del capital por utilizarlo como factor de producción; la ganancia se expresa entonces como:

$$\Pi = F(K, N) - iK - wN$$

El supuesto de rendimientos constantes a escala que caracteriza a la competencia perfecta implica que las ganancias sean nulas porque el producto obtenido es exactamente lo que se paga a los factores como tasa de interés y como salario.

En cambio, en la *Teoría General*, existe un costo asociado con el consumo de una unidad del bien de capital (costo de uso) uK_d ; otro, asociado con el volumen de capital que se utilizará y por el cual se paga un interés iK_d ; y uno último denominado costo de capital CK , y que es el monto que se pierde o se deja de ganar cuando se adquiere un bien intermedio, no se determina exclusivamente por la tasa de interés, sino por la relación de ésta con la eficiencia marginal del capital.

$$CK = EMK - i \tag{11}$$

En la *Teoría General* no existe una equivalencia entre la tasa de interés y la productividad marginal del capital.

En la gráfica 4.4.2, la recta inclinada expresa la eficiencia marginal del capital que corresponde a cada nivel de inversión, y la línea horizontal indica una tasa de interés constante. En la zona ubicada a la izquierda del punto *E*, el empresario obtiene beneficios porque la eficiencia marginal del capital es mayor que la tasa de interés, esto lo conduce a incrementar la inversión; en la zona situada a la derecha de *E*, por el contrario se incurre en pérdidas.

Lo importante a destacar es que existen dos variantes de ganancia: el beneficio individual obtenido de la diferencia entre la eficiencia marginal del capital y la tasa de interés; y el beneficio colectivo obtenido de la diferencia entre el producto de las ventas y el costo de operación.

Aun cuando el ahorro y la inversión ejerzan una influencia distinta para la demanda de bienes, ambos influyen de forma interdependiente sobre la demanda efectiva.⁴⁷

El monto de la producción (en términos monetarios) que está disponible para el consumo está determinado por el monto de inversión que las empresas deciden realizar. Entre mayor sea la inversión, menor será la fracción de la producción que se destine al consumo, independientemente del nivel de ahorro; si la inversión fuera escasa e incluso negativa, la fracción del producto que se consume aumenta para cualquier nivel de ahorro.⁴⁸

Considerando nuevamente el ejemplo numérico de la sección anterior, si el valor de la producción de bienes en un periodo determinado es de 160 unidades salariales, y las empresas adquieren bienes por un valor de 100 unidades salariales, entonces, el monto que se destina al consumo es de 60 unidades, aunque los

⁴⁷ "... el capital no es una entidad que subsista por sí misma con independencia del consumo. Al contrario, cada debilitamiento en la propensión a consumir, considerada como hábito permanente, tiene que hacer flaquear la demanda de capital lo mismo que la de consumo." *Ibidem*, p. 101.

⁴⁸ Reproducimos lo que Keynes señala al respecto: "In this case (cuando el bien es no durable) the amount of consumption is exactly equal to the amount of the available output. But the proportion of the total output which shall be available has been determined unequivocally by the amount of investment which the entrepreneurs have decided to make. Thus when positive investment take place, consumption falls short of output quite irrespective of the volume of saving; and when investment is negative, consumption exceeds output also quite irrespective of the volume of saving. In short, the increase or decrease of capital depends on the amount of investment and not on the amount of saving." Keynes (1930b, 173).

hogares pueden decidir si destinan todo su ingreso al consumo, o ahorran una fracción de él; por ejemplo pueden escoger consumir $4/5$ partes de su ingreso (el equivalente a 48 unidades salariales) y ahorrar la quinta parte (12 unidades de salario).

Ahora, supongamos que las empresas adquieren cierta cantidad de bienes cuyo valor es de 70 unidades salariales; con ello se destinan al consumo bienes por un valor de 90 unidades de salario. Si los hogares mantienen su propensión marginal a consumir ($c = 4/5$), entonces consumirán bienes por un valor de 72 unidades salariales y ahorrarán el equivalente a 18 unidades de salario.

Este ejemplo muestra que la inversión determina el nivel de consumo, y además, que la inversión determina el volumen o masa de los recursos destinados al ahorro.

Ahora precisaremos tres ideas fundamentales: la relación existente entre inversión y ahorro determina el beneficio colectivo de los empresarios; la cantidad de bienes de consumo que es rentable producir depende de los bienes de capital rentables de producir; y el nivel de inversión determina el nivel de producción y de empleo.

En primer lugar, suponemos un sistema en el que sólo se produce un bien que puede consumirse o utilizarse en la producción junto con el trabajo. En este contexto, toda la producción debe agotarse en cada periodo, aunque el bien puede consumirse o emplearse en la producción; si las familias escogen ahorrar, puede ocurrir cualquiera de los siguientes casos:

1) Si el valor del ahorro y la inversión coinciden, porque el monto del ahorro se utiliza en capital fijo o circulante, y si además no existen variaciones en el nivel de empleo, entonces, igualmente coincidirán en valor el monto de consumo y el monto de la producción disponible para este fin; por tanto un incremento de la inversión reduce la producción de bienes disponibles para el consumo en el mismo monto que el aumento del ahorro reduce el gasto en consumo.

2) Si el valor del ahorro y la inversión coinciden, pero ésta implica el incremento del capital circulante y del nivel de empleo, entonces un aumento del ahorro que reduce el gasto en consumo se compensa exactamente con el

incremento en gastos de consumo que provoca el mayor pago a los factores de la producción.

3) Cuando el ahorro excede a la inversión, y la producción de bienes de consumo es constante, existirá una disminución en la demanda de bienes y consecuentemente la reducción de sus precios y la pérdida de recursos por parte de los empresarios. Por el contrario, si el ahorro es escaso en comparación con la inversión, y la producción de bienes de consumo es constante, el incremento de la demanda de bienes de consumo originará el incremento de los precios y ganancias para los empresarios.

La misma vinculación puede establecerse si resaltamos la participación de la inversión; si es inferior al ahorro, la producción de bienes de consumo es mayor, si la demanda de bienes es constante, se reducirán sus precios y consecuentemente el conjunto de empresarios tendrán pérdidas. O bien, si los recursos disponibles para el consumo se reducen, porque la inversión es mayor que el ahorro, y si la demanda de bienes finales es constante, se provocará el aumento en el precio de los bienes de consumo y la consecuente ganancia de los empresarios que los producen.⁴⁹

⁴⁹ Keynes ilustra estos argumentos con la parábola de las bananas: "Let us suppose a community owning banana plantations and labouring to cultivate and collect bananas and nothing else; and consuming bananas and nothing else. Let us suppose, further, that there has been an equilibrium between saving and investment in the sense that the money - income of the community, not spent on the consumption of bananas but saved, is equal to the cost of production of new investment in the further development of plantations; and that the selling price of bananas is equal to their cost of production (including in this the normal remuneration of entrepreneurs). Finally, let us suppose, what is plausible, that ripe bananas will not keep for more than a week or two.

Into this Eden there enters a Thrift Campaign, urging the members of the public to abate their improvident practices of devoting nearly all their current incomes to buying bananas for daily food. But at the same time there is no corresponding increase in the development of new plantations - for one or other of many reasons: it may be that counsels of prudence are influencing entrepreneurs as well as savers, fears of future over - production of bananas and a falling price - level deterring them from new development; or technical reasons may exist which prevent new development at more than a certain pace; or the labour required for such development may be highly specialised and not capable of being drawn from labour ordinarily occupied in harvesting bananas; or there may be a considerable time - lag between the initial preparation required for development and the date of the bulk of the expenditure eventually required by it. What, in such case, will happen?

The same quantity of bananas as before will continue to be marketed, whilst the amount of current income devoted to their purchase will, by reason of the thrift campaign, be diminished. Since bananas will not keep, their price must fall; and it will fall proportionately to the amount by which saving exceeds investment. Thus, as before, the public will consume the whole crop of bananas, but at a reduced price - level. This is splendid, or seems so. The Thrift Campaign will not only have increased saving; it will have reduced the cost of living. The public will have saved money, without denying themselves anything. They will be consuming just as much as before, and virtue will be sumptuously rewarded.

But the end is not yet reached. Since wages are still unchanged, only the selling - price of bananas will have fallen and not their cost of production; so that the entrepreneurs will suffer an abnormal loss. Thus the increased saving has not increased in the least the aggregate wealth of the community; it has simply caused a transfer of wealth from the pockets of the entrepreneurs into the pockets of the

Cuando la acumulación es posible, se conserva la explicación anterior, excepto porque ahora existe un sistema financiero en el que se depositan los ahorros de los consumidores y a través del cual se otorgan créditos de capital a los empresarios.

Podemos representar los flujos reales y monetarios que ocurren en el sistema mediante los siguientes ejemplos.

Supongamos que existen en la economía agentes consumidores y empresarios, se producen y se demandan bienes de consumo y bienes de capital, y en la producción de ambos bien intervienen el trabajo y el capital. Además, cada unidad de bien producido tiene un valor de una unidad salarial. Si el ingreso del consumidor es equivalente al costo de operación del empresario $Y_c = wN_s + uK_s$, y su demanda Q_d es precisamente 6 bienes de consumo y 4 bienes de capital como ahorro; entonces como los recursos destinados a inversión son equivalentes a los destinados al ahorro, ni los consumidores ni las firmas tienen pérdidas o ganancias (diagrama 4.4.1).

- 1) Si no existe acumulación y cada empresario decide producir 6 unidades de bienes de consumo B_c y 4 unidades de bienes de capital B_k , cada empresario habrá generado bienes por un valor de 10 unidades salariales, $pQ_s = \$10$; si el ingreso del consumidor es equivalente al costo de operación del empresario $Y_c = wN_s + uK_s$, y su demanda Q_d es precisamente 6 bienes de consumo y 4 bienes de capital como ahorro; entonces como los recursos destinados a inversión son equivalentes a los destinados al ahorro, ni los consumidores ni las firmas tienen pérdidas o ganancias (diagrama 4.4.1).

Diagrama 4.4.1

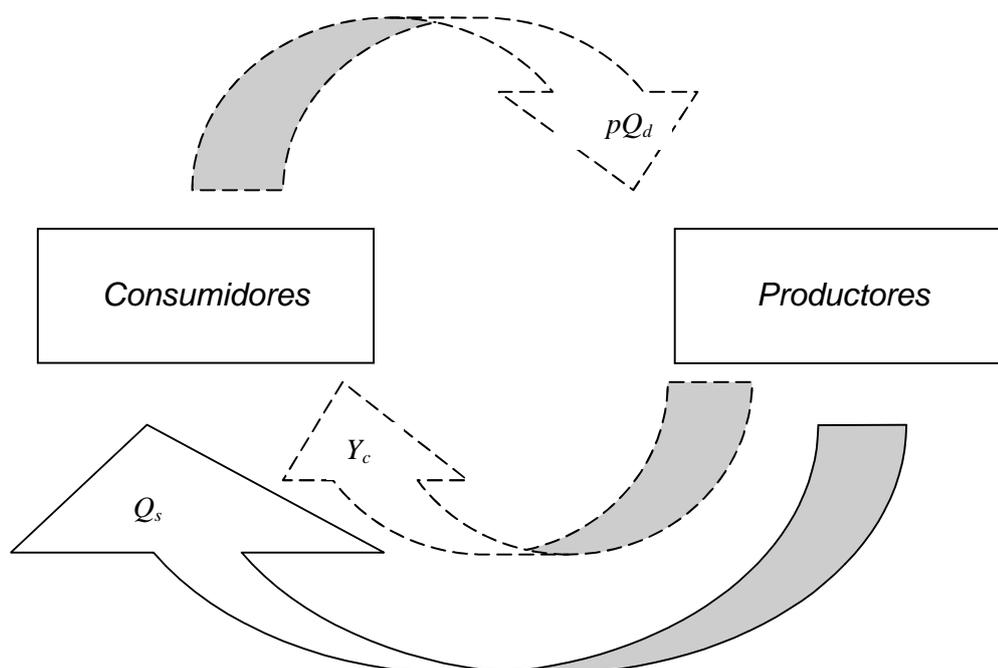
Flujos reales y financieros entre los agentes cuando no existe acumulación

$N_s + K_s$

general public. The savings of the consumers will be required, either directly or through the intermediary of the banking system, to make good the losses of the entrepreneurs. The continuance of this will cause entrepreneurs to seek to protect themselves by throwing their employees out of work or reducing their wages. But even this will not improve their position, since the spending power of the public will be reduced by just as much as the aggregate costs of production. By however much entrepreneurs reduce wages and however many of their employees they throw out of work, they will continue to make losses so long as the community continues to save in excess of new investment.

Thus there will be no position of equilibrium until either a) all production ceases and the entire population starves to death; or b) the thrift campaign is called off or peters out as result of the growing poverty; or c) investment is stimulated by some means or another so that its cost no longer lags behind the rate of saving." *Ibidem*, pp. 176 - 178.

En el diagrama, los flujos reales se representan en línea continua, y los financieros en línea discontinua. Los consumidores dan trabajo y capital a las firmas $N_s + K_s$, éstas deciden producir 6 bienes de consumo y 4 bienes de capital; por su participación en la producción pagan a los consumidores $Y_c = wN_d + uK_d = \$10$, de las 10 unidades salariales que reciben, los consumidores deciden destinar 6 para



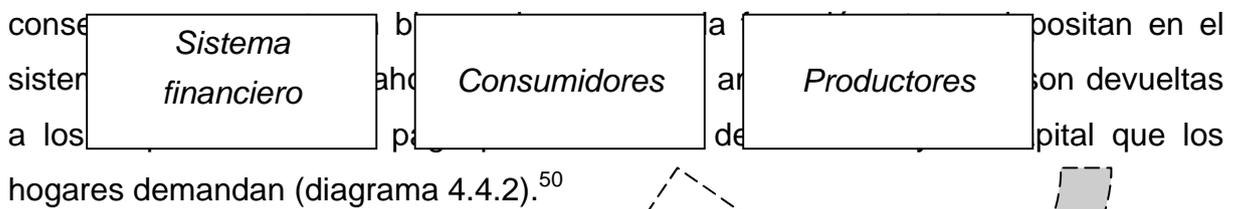
comprar bienes de consumo y 4 para ahorrar o comprar capital a las firmas, es decir, $pQ_d = \$10$; finalmente, las firmas dan producto físico a los hogares $10 Q_s = 6 B_c + 4 B_k$.

2) Utilizando el mismo diagrama, si las empresas deciden producir 6 bienes de consumo y 4 bienes de capital, pero los consumidores deciden destinar 5 de las 10 unidades salariales que constituyen su ingreso, a la compra de bienes de consumo y 5 a la compra de bienes de capital, entonces el ahorro es mayor que la inversión; para que los hogares quisieran adquirir las 6 unidades de consumo que han sido producidas, las firmas tendrían que aceptar cambiar cada unidad de bien de consumo por un monto inferior a su costo, es decir, en lugar de cambiar un bien de consumo por una unidad salarial, tendrían que aceptar 0.833 unidades salariales por cada bien, mientras que el precio en unidades salariales de los bienes de capital no varía (porque no usamos precios relativos, sino precios nominales). De este

modo, el valor y costo de la producción es de 10 unidades salariales $pQ_s = Y_c = \$10$, mientras que obtienen por su venta $pQ_d = 5Bc (\$0.833) + 5Bk (\$1) = \$9.165$, es decir los empresarios tienen pérdidas.

3) Si las firmas deciden producir 6 bienes de consumo y 4 bienes de capital, pero los hogares demandan 7 bienes de consumo y 3 de capital, entonces la inversión es mayor que el ahorro. El valor de lo que las firmas producen es $pQ_s = 6Bc + 4Bk = \$10$, pero obtienen por su venta $pQ_d = 7Bc (\$1.166) + 3Bk (\$1) = \$11.165$, lo que resulta en una ganancia.

4) Si existe acumulación de bienes de capital que no sirven para producir, pueden reproducirse los tres casos anteriores, excepto que ahora el costo de operación o ingreso del consumidor es: $pQ_s = Y_c = wN_d + rK_d$, los hogares



hogares demandan (diagrama 4.4.2).⁵⁰

Diagrama 4.4.2: Interacción entre el sistema real y financiero entre los agentes económicos.

K_s

⁵⁰ Keynes proporciona el siguiente ejemplo: "Supposons par exemple que la population ait l'habitude de dépenser les neuf dixièmes de son revenu en biens de consommation; dans cette hypothèse, si les entrepreneurs en venaient à produire des biens de consommation pour un coût total plus de neuf fois supérieur au coût total de leur production de biens d'equipements, alors une partie de leur production de bien de consommation ne pourrait être écoulee à prix couvrant le coût de production. En effet, le total des biens de consommation mis en vente coûterait dans ces conditions plus des neuf dixièmes du revenu total de la population, et excéderait alors la demande de biens de consommation, fixée par hypothèse aux neuf dixièmes du revenu total. Ainsi les entrepreneurs subiraient des pertes jusqu'à ce qu'ils réduisent la production de biens de consommation à un niveau tel qu'elle n'excède pas neuf fois le montant de la production courante de biens d'equipement." Keynes (1937a, 257).

	c	κ	$C = \bar{C} + cY$	I	Y	N (personas)
1	0.98	50	\$498 000 = \$8000 + \$490 000	\$2 000	\$500 000	1000 000
2	0.98	50	\$493 100 = \$800 0 + \$485 100	$\Delta I = -5\% = -\$100$ \$1 900	$\Delta Y = \kappa \Delta I = -\$5 000$ \$495 000	990 000 $\Delta = -1\%$
3	0.98	50	\$439 200 = \$8000 + \$431 200	$\Delta I = -60\% = -\$1200$ \$800	$\Delta Y = \kappa \Delta I = -\60000 \$440 000	880 000 $\Delta = -12\%$
4	0.98	50	\$566 600 = \$8000 + \$558 600	$\Delta I = 70\% = \$1400$ \$3 400	$\Delta Y = \kappa \Delta I = \$70 000$ \$570 000	1 140 000 $\Delta = 14\%$
5	0.1	1.111	\$58 000 = \$8000 + \$50 000	\$442 000	\$500 000	1000 000
6	0.1	1.111	\$55 544.44 = \$8000 + \$47 544.44	$\Delta I = -5\% = -\$22100$ \$419 900	$\Delta Y = \kappa \Delta I = -\24555.5 \$475 444.4	950 888.88 $\Delta = -5\%$
7	0.1	1.111	\$28 533.33 = \$8000 + \$20 533.33	$\Delta I = -60\% = -\$265200$ \$176 800	$\Delta Y = \kappa \Delta I = -\294666.6 \$205 333.36	410 666.67 $\Delta = -41\%$
8	0.1	1.111	\$65 000 = \$8000 + \$57000	$\Delta I = 14.25\% = \$63000$ \$505 000	$\Delta Y = \kappa \Delta I = \$70 000$ \$570 000	1 140 000 $\Delta = 14\%$

En el cuadro anterior se muestra que en una comunidad pobre, la propensión marginal a consumir es cercana a la unidad; en tal caso, el valor de la producción de bienes de capital es inferior al valor de los bienes de consumo. Suponiendo que la oferta de trabajo se constituye por 1 140 000 personas, alcanzar el pleno empleo (o incrementar la ocupación en 14% respecto a la situación original), implica aumentar en gran proporción el nivel de inversión $\Delta I = 70\%$.

Por el contrario, en una comunidad rica, la propensión marginal a consumir es cercana a cero, y el valor de los bienes de capital es superior al de los bienes de consumo producidos; en este caso, alcanzar el pleno empleo sólo implica un aumento moderado de la inversión $\Delta I = 14.25\%$.

⁵¹ "... un boom provient d'un excédent de l'investissement sur l'épargne et une crise d'un excédent de

4.5 TEORÍA DE LA OCUPACIÓN

El propósito central de la teoría de la ocupación es mostrar cómo se produce el desempleo involuntario cuando existe plena flexibilidad de precios.

Para tal fin, en la *Teoría General* se utilizan los siguientes elementos:

- 1) La homogeneización del trabajo a través del salario nominal
- 2) La crítica a la Ley de Say
- 3) La crítica a la oferta de trabajo
- 4) El principio de la demanda efectiva
- 5) La función de ocupación

Primeramente, definimos el desempleo involuntario como la situación en la que existen agentes dispuestos a trabajar al salario real prevaleciente, o incluso a uno inferior, pero no encuentran ocupación.⁵²

Ahora precisamos el papel de cada uno de los elementos anteriores en la determinación del volumen de ocupación.

- 1) La homogeneización del trabajo a través del salario nominal

Keynes homogeneiza diferentes clases de trabajo a través del salario nominal, esto permite asociar cantidades de trabajo con cantidades de salario; el más simple de los casos, y que hemos utilizado en todos los ejemplos anteriores, es aquel donde a cada unidad de trabajo le corresponde una unidad de salario nominal o se le retribuye por una unidad monetaria, es decir: 1 unidad de trabajo ordinario = $1 w = \$1$.

Al trabajo especializado, o de mayor calificación, le corresponderá mayor salario nominal, por ejemplo: 1 unidad de trabajo especial = $2 w = \$2$.

El supuesto de que existen tantas unidades salariales como unidades monetarias permite mantener constante el valor de cada unidad de trabajo. Además, cuando éstas se expresan en términos monetarios, es posible conocer la cantidad total de recursos que los productores destinan al pago de este factor, y sobre todo, el nivel de ocupación expresado en términos de dinero.

l'èpargne sur l'investissement." Keynes (1931, 145).

⁵² "Los hombres se encuentran involuntariamente sin empleo, cuando, en el caso de que se produzca una pequeña alza en el precio de los artículos para asalariados, en relación con el salario nominal, tanto la oferta total de mano de obra dispuesta a trabajar por el salario nominal corriente como la

Keynes precisa que la unidad de trabajo es la unidad en que se mide el volumen de ocupación.⁵³ En la *Teoría General* no existe un criterio que especifique cómo se convierte el número de horas dedicadas al trabajo en personas ocupadas o desocupadas; sin embargo si consideramos la concepción del desempleo involuntario, entonces puede afirmarse que el volumen de ocupación se mide a través del número de personas empleadas, es decir, cada persona representa una unidad de trabajo.

2) La crítica a la ley de Say

En la sección 4.2, explicamos que esta crítica puede verse como una oposición al “modelo recursivo por la oferta” en el que el sector laboral tiene primacía sobre el mercado de bienes en la determinación del equilibrio; también subrayamos cómo el papel de las expectativas en una economía monetaria fundamenta la desigualdad entre la oferta y demanda de bienes.

En nuestro estudio acerca de la inversión, agregamos además, que el valor de la producción puede ser diferente al valor de la demanda de producto cuando no coinciden las decisiones de firmas y consumidores. Señalamos que en el caso de que los empresarios decidan producir una mayor proporción de bienes de consumo que de bienes de capital, mientras que los consumidores pretendan ahorrar una fracción mayor de su ingreso (es decir, demanden una considerable cantidad de bienes de capital) y destinar al consumo una fracción reducida, entonces necesariamente los empresarios enfrentarán pérdidas, desde que el valor de la demanda de bienes finales es inferior al valor de la oferta. Asimismo mostramos el caso contrario, en que los empresarios obtienen ganancias si el valor de la demanda de bienes finales supera al valor de la oferta.

3) El principio de la demanda efectiva

Hemos señalado también que la demanda efectiva se constituye por el consumo y la inversión.

Debemos subrayar que el valor de la demanda efectiva no es equivalente al valor de la producción.

demanda total de la misma a dicho salario son mayores que el volumen de ocupación existente." Keynes (1936, 25).

⁵³ Keynes (1936, 46).

El valor de la demanda efectiva se constituye por el valor de los bienes finales que demandan los consumidores (consumo I) y el valor de los bienes intermedios una vez descontado el costo de uso que demandan los productores (inversión I). En cambio, el valor de la producción incluye los bienes finales demandados por los consumidores y los bienes intermedios demandados por las firmas, sin descontar el costo de uso.

Es decir, siendo DE el valor de la demanda efectiva, y A , B_c , B_k y u los valores de la producción total, de los bienes de consumo, de capital y del costo de uso, entonces:

$$DE = B_c + (B_k - u) = C + I \quad (14)$$

$$A = B_c + B_k \quad (15)$$

Y recurriendo a nuestro ejemplo de la sección 4.3 (nota 34):

$$DE = 100 = 60 + (100 - 60) = 60 + 40$$

$$A = 160 = 60 + 100$$

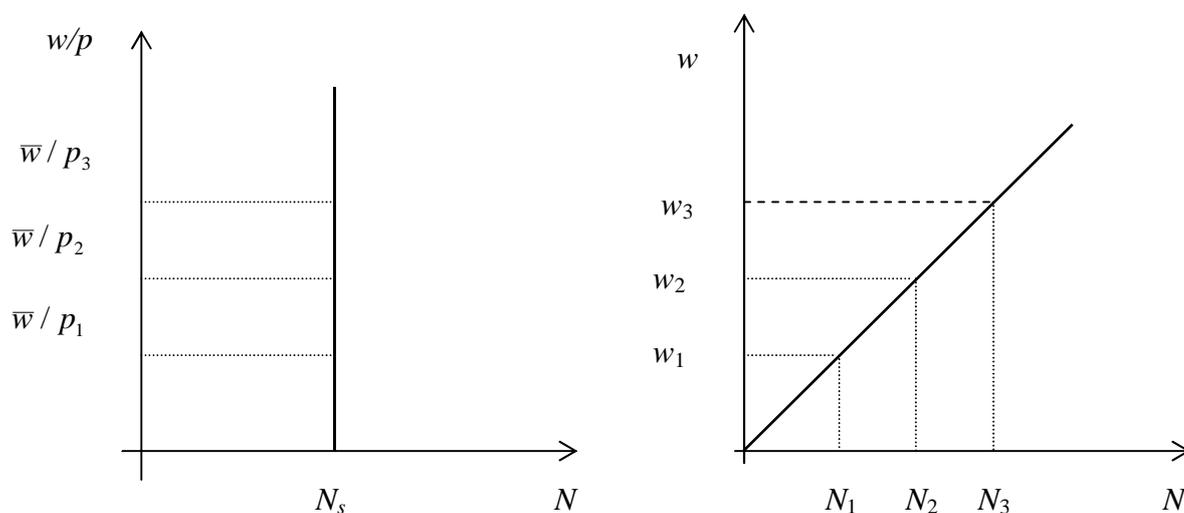
Por lo tanto, sólo coinciden los valores de la demanda efectiva y de la producción, en los siguientes casos: 1) si no existen bienes de capital B_k y por tanto no existe el costo de uso u , generado por la utilización de aquellos en el proceso productivo; o bien 2) cuando no es posible almacenar valor para el siguiente proceso productivo y toda la demanda de bienes intermedios o de capital se agota en cada periodo $I = 0$.

Finalmente, aclaramos que inversión significa conservar recursos en el tiempo, por tanto la magnitud de la inversión en la ecuación (14), se encuentra expresada en valor presente, para así poder adicionarse al valor actual del consumo de bienes finales. Con ello, todavía es más evidente, que incrementar los recursos destinados a inversión, incrementa la demanda efectiva actual y futura.

4) La crítica a la oferta de trabajo

Como se expuso en la sección 4.2, Keynes afirma que de la relación marginal de sustitución, no puede derivarse la proporción por la que un agente intercambia su trabajo por bienes; lo que significa que la oferta de trabajo no es una función positiva del salario real.

Gráfica 4.5.1
Oferta de trabajo



Esta caracterización de la oferta de trabajo es compatible con la definición de desempleo involuntario y con el verdadero comportamiento de los agentes (muestran ilusión monetaria); cualquier variación del salario real ocasionada por un cambio en los precios de los bienes o un cambio en la cantidad de unidades monetarias, mantiene la oferta de trabajo constante.

Sin embargo, la oferta de trabajo sí es positiva del salario nominal, y en su determinación pueden incluirse los gustos y preferencias de los agentes, por el hecho de que Keynes rechaza el segundo postulado neoclásico.⁵⁴

⁵⁴ Observamos esta relación primeramente en las siguientes citas: "... aunque una reducción en el nivel existente de salarios nominales ocasionará retiro de trabajo, no se desprende de ello que una baja en el salario nominal medido en artículos para asalariados, produciría el mismo resultado si fuera debida a un alza en el precio de las mercancías respectivas. En otras palabras, puede suceder que, dentro de ciertos límites, lo que los obreros reclaman sea un mínimo de salario nominal y no de salario real... la experiencia diaria nos dice, sin dejar lugar a duda que, lejos de ser mera posibilidad aquella situación en que los trabajadores estipulan (dentro de ciertos límites) un salario nominal y no real, es el caso normal. Si bien los trabajadores suelen resistirse a una reducción de su salario nominal, no acostumbran abandonar el trabajo cuando suben los precios de las mercancías para asalariados." *Ibidem*, pp. 19 - 20.

"Cuando se produce un cambio en la ocupación, los salarios nominales tienden a cambiar en la misma dirección, pero no en forma muy desproporcionada al cambio de la ocupación, ... está de acuerdo con la experiencia que tenemos de la naturaleza humana; porque aunque la lucha por los salarios nominales es, como lo hemos indicado, esencialmente una pugna para mantener un alto salario relativo, es probable que, a medida que crezca el empleo, se intensifique en cada caso individual, tanto porque mejore la posición del trabajador para contratar, como porque la reducida utilidad marginal de su salario y la mejoría de su margen financiero lo predispongan más a correr riesgos." *Ibidem*, pp. 221 - 223.

Las propiedades de la oferta de trabajo se muestran en la gráfica 4.5.1.

5) La función de ocupación

En la *Teoría General*, se presentan tres categorías importantes que describimos a continuación.

La primera de ellas es la función de demanda global, definida como la relación que existe entre el valor total de la demanda de bienes D (lo que antes llamamos pQ_d) y la cantidad de personas ocupadas N .

$$D = f(N) \quad f' > 0 \quad (16)$$

La ecuación (16) indica que entre mayor sea la cantidad de personas ocupadas en una sociedad, mayor será la cantidad física y el valor de la demanda de bienes; esto es así si consideramos dados precios y salarios, que la mayor ocupación implica el mayor ingreso total, y considerando que la propensión marginal a consumir es positiva del ingreso.⁵⁵

Otra categoría es la función de oferta global, que relaciona el valor de los productos ofrecidos Z (lo que antes hemos llamado pQ_s), con la cantidad de personas ocupadas.

$$Z = \Phi(N) \quad \Phi' > 0 \quad (17)$$

De acuerdo con (17), entre mayor sea la cantidad de personas ocupadas, se incrementa la cantidad y el valor de los bienes que las empresas producen.

Keynes puntualiza, que cuando el valor de la demanda supera a la oferta, $D > Z$, entonces las ganancias incentivan a las firmas a incrementar la ocupación porque de ello depende que puedan generar más producto.⁵⁶

La tercera categoría importante es la función de ocupación.⁵⁷

$$N = f(D) \quad (18)$$

⁵⁵ "... cuando aumenta la ocupación, aumenta también el ingreso global real de la comunidad; la psicología de ésta es tal que cuando el ingreso real aumenta, el consumo total crece, pero no tanto como el ingreso." *Ibidem*, p.35.

⁵⁶ *Ibidem*, p. 33.

⁵⁷ "La función de ocupación solamente difiere de la función de oferta global en que es, de hecho, su función inversa, y se define en unidades de salarios, siendo el objeto de la función de ocupación relacionar el volumen de la demanda efectiva, medida en unidades de salarios que pesa sobre una empresa o industria dadas o la industria en conjunto, con el volumen de ocupación." *Ibidem*, p. 249.

O en nuestra notación:

$$N_d = f(Q_d)$$

Esta ecuación indica que el nivel de ocupación está determinado por la demanda efectiva de bienes; por tanto, representa la forma como el empresario determina el volumen de empleo: contrata los trabajadores que requiere para producir la cantidad de bienes que se le demandan.⁵⁸

Luego, Keynes supone, que para cada nivel de empleo N , se conserva la igualdad entre productividad marginal del trabajo y salario real; esta igualdad no es el criterio que sigue el empresario al decidir la demanda de trabajo, sino la forma como el empresario define cuál debe ser la remuneración que se pague en cada nivel de empleo. A diferencia de la tradición neoclásica, la demanda de trabajo no se determina en función del salario real.

Sumando estos elementos, en particular, el hecho de que la oferta y la demanda de trabajo se rijan por distintos factores, y no ambos a través del salario real, permite afirmar que en la concepción de la *Teoría General*, no existe el mercado de trabajo.

⁵⁸ Alain Barrère presenta una interesante interpretación acerca de la función de empleo, que sin embargo es semejante a la nuestra: "Pendant longtemps le problème de l'utilisation de la main - d'oeuvre a été abordé en termes d'offre et de demande de travail. À la suite de l'explication de Keynes, on a de plus en plus utilisé un langage en termes d'offre et de demande d'emplois..."

Traiter de l'offre et de la demande de travail, c'est avoir recours à l'interprétation selon laquelle les salariés sont offreurs et les entrepreneurs demandeurs, sur ce que l'on appelle le marché du travail. Dans cette conception, la régulation de l'offre et de la demande s'effectue par un marché, sur lequel le salaire est un prix et le travail (ou la force de travail) une marchandise...

Raisoner en termes d'emplois procède d'une tout autre conception. Ce sont les entrepreneurs qui, en fonction du volume de production qu'ils décident de produire, créent un volume déterminé d'emplois, distribué entre les branches d'activité et les catégories professionnelles correspondant aux emplois créés dans chaque branche, entre lesquelles la main - d'oeuvre se répartit selon ses qualifications. Ce sont donc les entrepreneurs qui sont créateurs d'emplois et les salariés qui en sont preneurs...l'initiative du nombre d'emplois à pourvoir revient aux entrepreneurs puisque c'est eux qui fixent leur volume de production et, par voie de conséquence, le volume de main - d'oeuvre nécessaire pour l'obtenir, eu égard aux conditions générales de la production. La quantité d'emplois à pourvoir est donc fixée, avant tout contact concernant le taux de salaire, entre 'créateurs' et 'preneurs' d'emplois. Ceci signifie que la création du volume d'emplois à pourvoir est faite à partir d'un salaire monétaire déjà fixé par conventions collectives et donc sans perspective de baisse, alors que la rémunération ouvrière a été elle - même établie sans que soit pris en compte le volume d'emplois à distribuer. C'est dire qu'il n'y a ni marchandage, ni tâtonnement salaire - emploi au sens walrasien, de sorte que la procédure de marchandage et de tâtonnement conduisant à l'ajustement disparaît et, avec elle, le marché. " Barrère, A. (1990) *Macroéconomie Keynésienne*, Dunod, Francia, pp. 210 - 211.

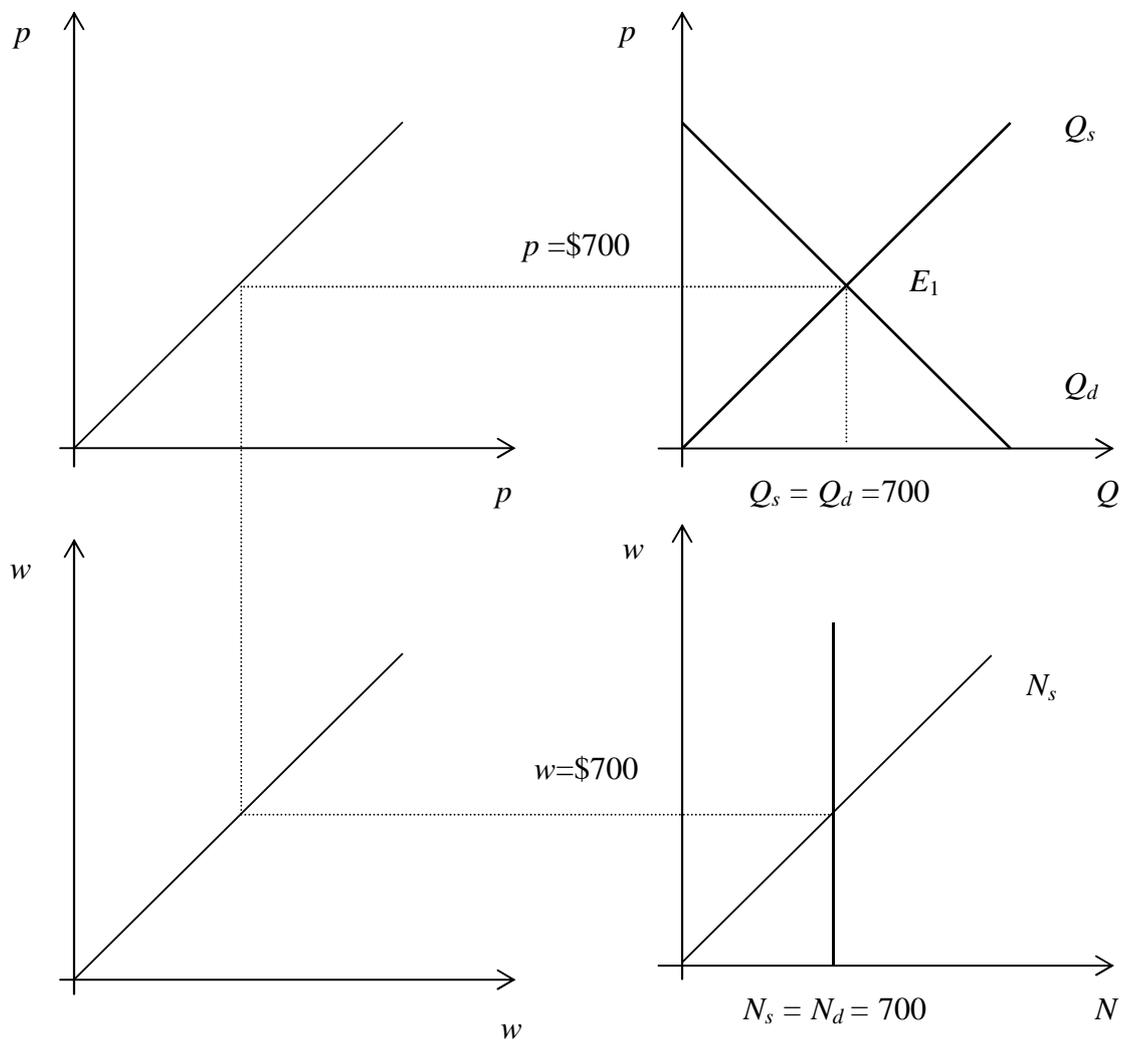
En las gráficas 4.5.2 y 4.5.3, mostramos cómo se produce el desempleo involuntario, recuperando para ello los argumentos anteriores, incluso de las secciones precedentes. Consideramos la posibilidad de que ocurra alguno de los siguientes tres casos:

Caso 1. Aquí consideramos la gráfica 4.5.2 construida utilizando precios y salarios nominales, que son la base de la argumentación de Keynes. Dos de los cuadrantes representan el mercado de producto y el sector laboral; en el primero representamos la oferta y demanda en función de los precios nominales, y para el sector laboral como indicamos, la oferta de trabajo es una función positiva del salario nominal, y la demanda de trabajo se dibuja de acuerdo a la demanda efectiva.

En el punto E_1 , hay equilibrio en el mercado de producto, supongamos por ejemplo, que firmas y consumidores coinciden en intercambiar 700 unidades físicas de bienes, por 700 unidades salariales $Q_d = Q_s = 700$, y $pQ_d = pQ_s = \$700$, es decir, la firma decide producir 700 unidades de bienes, vender cada una de ellas en una unidad salarial o monetaria y obtener en total 700 unidades salariales; los consumidores a ese precio nominal, demandan exactamente 700 unidades de bienes.

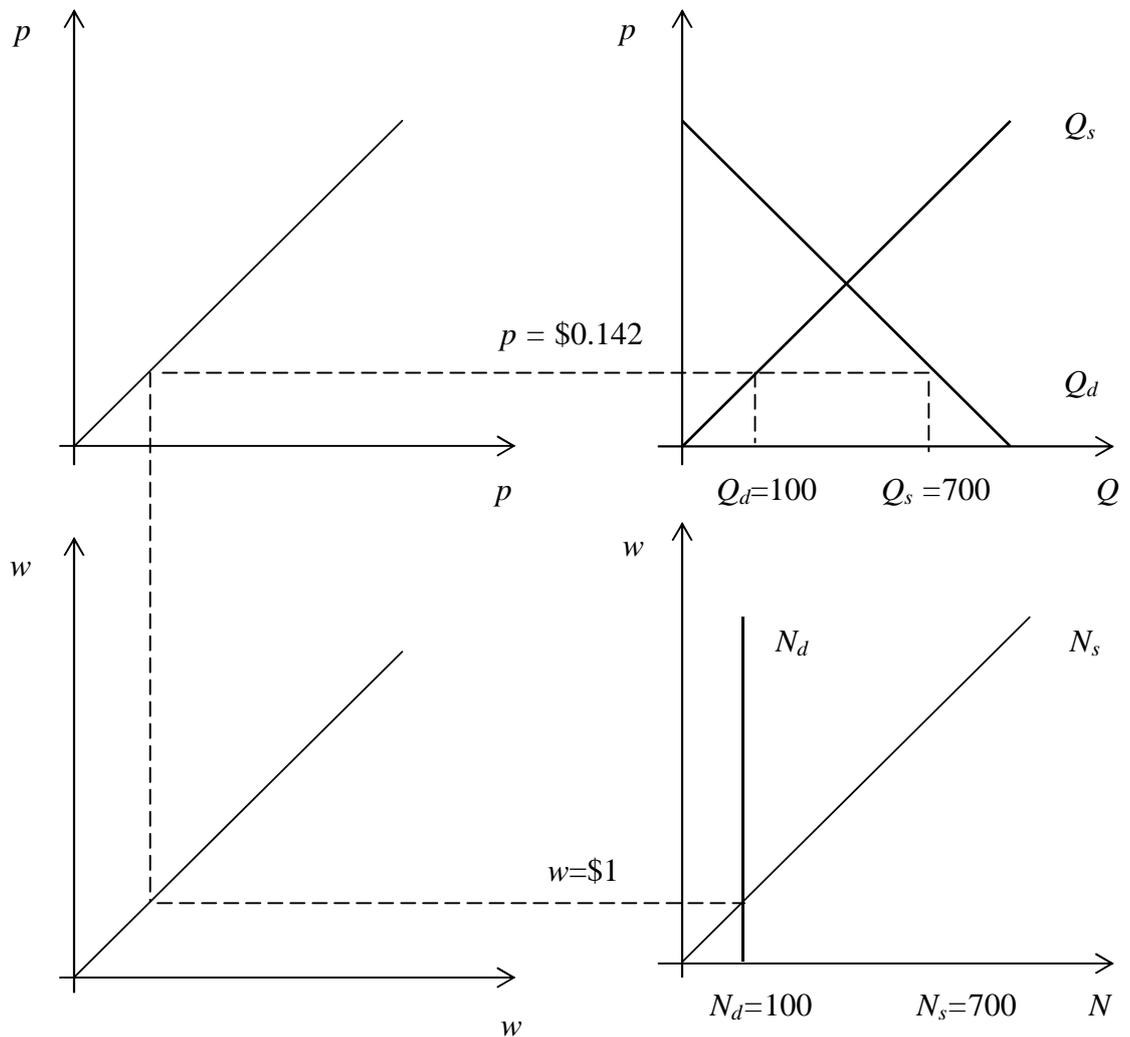
Además suponemos que cada persona puede aportar a la producción una unidad de trabajo (la oferta máxima en pleno empleo es de 700 unidades de trabajo), que cada una de éstas se traduce en una unidad de bien físico, y que se remunera a la unidad de trabajo por una unidad de salario nominal o monetaria, entonces, si la demanda efectiva es de 700 unidades de bien físico, se demandarán exactamente 700 unidades de trabajo (la cantidad total de oferta de trabajo).

Gráfica 4.5.2
Pleno empleo



En este caso, existe pleno empleo porque para producir la cantidad de bien físico que el mercado demanda, se requiere utilizar en la producción exactamente la cantidad máxima disponible de oferta de trabajo, además de que la función de ocupación tiene plena vigencia. En este contexto, los beneficios son nulos y la productividad marginal del trabajo equivale al salario real, lo que significa que si el salario nominal es negociado, el salario real se determina de acuerdo a la igualdad con su productividad marginal.

Gráfica 4.5.3



Caso 2. A partir de una situación inicial de pleno empleo $t=0$ (como la descrita en el caso anterior y en la gráfica 4.5.2), si ocurriera, después de la producción, en $t=1$, que los agentes deciden consumir sólo la séptima parte de su ingreso, es decir, que sólo adquirirán bienes por un valor de \$100, en tal caso, la única posibilidad de que las firmas puedan vender su producto es aceptando por cada unidad física el equivalente a \$0.142, teniendo pérdidas por \$600. En este caso, en $t=1$ si permanecen constantes los salarios nominales individuales en el nivel en que han sido negociados, la disminución en el precio de los bienes de consumo aumentará los salarios reales.

Para evitar pérdidas futuras en $t=2$, la acción de las firmas al inicio del periodo, cuando planean el volumen de producción que ofrecerán, es reducir la demanda de unidades de trabajo que ahora situarán en 100 unidades porque suponen que la demanda de producto continuará en ese nivel. Por tanto, la insuficiencia de la demanda de bienes en $t=1$ y la expectativa de que este nivel continuará en $t=2$ ha provocado el desempleo involuntario de 600 unidades de trabajo en $t=2$ (en nuestros supuestos, el equivalente a 600 personas) con precios y salarios flexibles. Entonces, en el periodo $t=2$ se lleva a cabo la producción en función de la demanda esperada; el precio de cada bien y el salario real pueden recuperar sus niveles previos dado el salario nominal, es decir, se producen 100 unidades físicas, empleando a 100 trabajadores y pagando por el total de salarios el equivalente a \$100, sin embargo, existe ya desempleo involuntario si consideramos que la oferta total de trabajo es de 700 personas.

Para el siguiente periodo $t=3$, puede agravarse el desempleo si ocurre una situación similar en la que se demande sólo una fracción de lo producido; puede mantenerse el nivel de desempleo, si en esta ocasión se hacen coincidir oferta y demanda de producto; puede lograrse una mejoría en el volumen de empleo, si se incentiva la demanda efectiva; e incluso, podría generarse sobre - empleo si la demanda real de producto supera la expectativa que para ella tuvieron los empresarios.

Caso 3. Existe la posibilidad de que no se verifique la igualdad entre la productividad marginal del trabajo y el salario real, en tal caso si el salario nominal es negociado, el salario real queda determinado por las variaciones de la oferta monetaria.

Por último, precisamos que el nivel de empleo determinado por los empresarios depende de la demanda efectiva, y por tanto, depende a su vez, de la propensión marginal a consumir y del volumen de inversión; entre mayores sean estos últimos mayor será la demanda efectiva y por tanto la demanda de trabajo. Incluso, en sentido más general, se verifica que el nivel de ocupación actual depende de las expectativas actuales y de las que existieron anteriormente, es decir,

de lo que el empresario espera serán el valor de sus costos, de su producción terminada y el valor de la demanda efectiva.⁵⁹

Estos tres casos evidencian que el nivel de empleo, no depende inversamente del salario real, si éste se redujera, el nivel de consumo podría permanecer constante o reducirse de acuerdo a los motivos objetivos y subjetivos que propician el consumo; por tanto, no hay una vinculación directa entre salario real, demanda efectiva y nivel de empleo. Sin embargo, aclaramos que la única vinculación posible es una indirecta entre el salario monetario y el empleo.⁶⁰

Como hemos visto, la decisión de inversión depende de la relación que exista entre la eficiencia marginal del capital y la tasa de interés. Por ello, Keynes puntualiza que una de las causas del desempleo mundial es la elevada tasa de interés, si los empresarios observan que no podrán obtener los rendimientos que esperaban, entonces la inversión disminuye; el origen de las crisis económicas será precisamente el hecho de que la inversión es inferior al ahorro.

Keynes se opone totalmente a la reducción de precios y salarios como el medio para restaurar la actividad económica y el empleo, especialmente, porque la aplicación de esta política amenaza la estabilidad y armonía social, pero sobre todo, porque la disminución del ingreso ocasionará que la carga de las deudas sea mayor tanto para los individuos como para la sociedad en su conjunto.⁶¹

⁵⁹ Nuestro ejemplo es totalmente compatible con la participación de las expectativas en la determinación del volumen de ocupación: "Toda producción tiene, por fin último la satisfacción de algún consumidor. Normalmente pasa algún tiempo, sin embargo -y algunas veces mucho tiempo-, entre el momento en que el productor soporta los costos (teniendo en cuenta al consumidor) y el de la compra de la producción por el consumidor final. Entretanto, el empresario (incluyendo en este término tanto al productor como al inversionista) tiene que hacer las mejores previsiones que estén a su alcance sobre lo que los consumidores podrán pagarle cuando esté listo para abastecerlos directa o indirectamente) después que haya pasado un periodo que puede ser largo; y no le queda más remedio que guiarse por estas expectativas si es que desea producir algo por medio de procesos que llevan tiempo...

Es evidente, por lo anterior, que el nivel de ocupación depende, en todo tiempo y en cierto sentido, no sólo del estado actual de las expectativas, sino de las que existieron durante un determinado periodo anterior." Keynes (1936, 50 – 53)

Veáse también nuestra nota 21.

⁶⁰ Veáse la nota 16.

⁶¹ "Dans un discours très remarqué prononcé récemment à Londres, le Dr Sprague déclarait par exemple qu'il était préférable que les coûts et les prix de biens manufacturés tombent au niveau des prix des biens agricoles, plutôt que d'essayer de faire remonter les prix agricoles au niveau des prix industriels..."

Pour ma part, je suis en complet désaccord avec ce point de vue et, si je le pouvais, j'aimerais provoquer une franche controverse, une vraie discussion sur ce problème, dans l'espoir que du choc

En su lugar, Keynes propone como forma de mejorar la actividad económica y el empleo llevar a cabo simultáneamente las acciones siguientes: 1) restaurar la confianza de prestamistas y prestatarios (los empresarios), de modo que pueda reducirse la tasa de interés si se confía en un menor riesgo de insolvencia, y de manera que los empresarios esperen obtener los ingresos suficientes para cumplir sus compromisos de pago; 2) disminuir la tasa de interés de largo plazo, para que la oferta y demanda de bienes de capital coincidan, y para que a ésta última se destine el ahorro de la sociedad.

Una acción aislada no fortalece la demanda efectiva, aun cuando disminuya la tasa de interés, la inversión no aumentará, si la eficiencia marginal del capital decrece en mayor proporción que la tasa de interés; asimismo, si la inversión aumenta, el nivel de ocupación puede no aumentar, si la propensión a consumir se reduce.

4.6 TEORÍA DEL DINERO

Por lo común, se acepta la idea de que el dinero es cualquier bien cuyas características permitan su utilización como unidad de cuenta, medio de cambio y almacén de valor.

Aun cuando Keynes reconoce distintos clases de dinero, toda la argumentación de la *Teoría General* está sustentada en una en particular.

En el *Tratado sobre el Dinero*, se presentan como las principales variantes el dinero mercancía, el dinero ordenado y el dinero dirigido.

des idées puisse émerger quelque chose d'utile... Ma propre conclusion est qu'il existe certaines raisons fondamentales, d'une force irrésistible, pour vouloir une hausse des prix,... La première de ces raisons concerne la stabilité et l'harmonie sociale. Une sévère ajustement à la baisse des traitements et salaires ne provoquerait - il pas une résistance très désagréable et dangereuse?... la seconde raison qui milite en faveur d'une hausse des prix tient à des considérations de justice sociale et d'opportunité ayant trait à la charge de l'endettement libellé en termes monétaires. Si nous retrouvions un nouvel équilibre en réduisant salaires et traitements, la charge de la dette monétaire s'en trouverait accrue dans la même proportion...Il s'ensuit que les dettes publiques, les dettes de guerre, les dettes obligatoires entre nations, les prêts hypothécaires aux agriculteurs et à la construction et, d'une manière générale, l'ensemble de la structure financière se trouverait ébranlée si l'on adoptait la proposition du Dr Sprague. Un mouvement générale de banqueroute, de défaut de paiement et de répudiation des dettes s'ensuivrait nécessairement." Keynes (193, 151 – 153).

1) Dinero mercancía. Se trata de un bien particular, su oferta se determina al igual que la de cualquier otro bien, es decir, de acuerdo a su escasez y a sus costos de producción.

A este tipo de dinero, podemos asociar lo que Keynes identifica como capital fijo y capital circulante. El primero, se refiere a los bienes durables, se usen o no en un proceso productivo, por ejemplo, máquinas, edificios, casas y terrenos. El capital circulante es también un bien, pero que, a diferencia del capital fijo, tiene un alto costo de almacenamiento, se trata en este caso de mercancías tales como el azúcar o el trigo.

Aun cuando en la *Teoría General* no se indican explícitamente cuáles son los distintos tipos de capital, sí se explica que todos los bienes tienen tres atributos básicos que poseen en distinto grado: rendimiento, desgaste y liquidez.

El rendimiento q se refiere al beneficio que generan a la firma o al consumidor; el desgaste es el deterioro o costo de almacenamiento c que implica su posesión a lo largo del tiempo; y la liquidez es la disponibilidad del bien en un momento cualquiera, la prima de liquidez l es la cantidad que se está dispuesto a pagar por la disponibilidad del bien. Entonces, existen bienes como las casas cuyo rendimiento es elevado, mientras que sus costos de almacenamiento y prima de liquidez son reducidos; y otros como el trigo, cuyos rendimiento y prima de liquidez son escasos, mientras que su costo de almacenamiento es elevado.⁶²

2) Dinero ordenado. Es el papel o moneda, creado y emitido por el Estado, su valor monetario no tiene un referente objetivo de equivalencia, y está dissociado de su valor intrínseco derivado de los costos de su producción.

3) Dinero dirigido. Es el papel o moneda, creado y emitido por el Estado, quien ha determinado además, las condiciones por las que puede convertirse o canjearse por otros bienes; sí tiene, por tanto una equivalencia precisa respecto a cualquier bien concreto.

Esta variante es equivalente a lo que Keynes también denomina dinero de cuenta. Los argumentos centrales de la *Teoría General* se basan en esta clase de dinero.

⁶² Keynes (1936, 201 – 202).

El dinero dirigido, al igual que los bonos y las acciones se consideran capital líquido, y comparten las siguientes propiedades que los distinguen de otros tipos de capital:

1) Su elasticidad de producción es cero. Keynes define esta elasticidad como el aumento en la producción en cualquier industria cuando se dirige hacia ella más demanda efectiva en unidades de salarios.⁶³

Con esta propiedad se indica que el sector privado no puede producir dinero, aunque se deseara hacerlo debido a su mayor demanda o a su mayor precio.

2) Tienen una elasticidad de sustitución de cero o cercana a cero. A medida que se incrementa la cantidad de bienes que se pueden cambiar por una unidad de dinero, se reduce la tendencia a sustituir éste por cualquier otro bien de capital.

Para Keynes, poseer capital es sinónimo de poseer bienes durables o poseer dinero, ninguno de los dos se desean por sí mismos, sino por la riqueza que implica su propiedad.

Como se mencionó a todo capital puede asociársele un rendimiento, un costo de almacenamiento y una liquidez. En particular, los propietarios de dinero, obtienen un rendimiento equivalente a la tasa de interés cuando la liquidez es nula, es decir, cuando evitan atesorar, o conservar sumas de dinero líquido para sí mismos, y en su lugar, las depositan en el sistema financiero; al convertirse en acredores de una deuda, exigen la devolución del capital principal más una cantidad equivalente al pago de intereses.⁶⁴

Keynes explica que la inclinación de los agentes por conservar su riqueza en forma de dinero dirigido, antes que en otras clases de capital, se debe a la necesidad de su utilización en las transacciones, y a los propósitos de precaución y especulación.

Por ahora, nos limitamos a subrayar el papel del dinero en estas operaciones; en la siguiente sección analizamos la participación de la incertidumbre que caracteriza al motivo especulación.

⁶³ *Ibidem*, p. 251.

⁶⁴ "... la tasa de interés es la recompensa por privarse de liquidez durante un periodo determinado; porque dicha tasa no es en sí misma, más que la inversa de la proporción que hay entre una suma de dinero y lo que se puede obtener por desprenderse del control del dinero a cambio de una deuda durante un periodo determinado de tiempo." *Ibidem*, p. 151. Además: "... el interés ha sido generalmente considerado como la recompensa por no gastar, cuando en realidad es la recompensa por no atesorar." *Ibidem*, p. 157.

La demanda de dinero para transacciones, significa la deseabilidad de disponer de liquidez, para poder efectuar operaciones de compra y venta de bienes y servicios en el periodo corriente.

Tanto los consumidores como las firmas requieren dinero con este propósito. Para cualquier agente, la demanda presente de dinero depende de su ingreso presente o actual.

Conociendo cuáles son los ingresos de consumidores y empresarios, de acuerdo a las ecuaciones (4) y (5), entonces la demanda de dinero para transacción M_T^d es:

$$M_T^d = \alpha_1 Y_c = \alpha_1 (wN_s + iK_s) \quad 0 < \alpha_1 < 1 \quad (19)$$

$$M_T^d = \beta_1 \Pi = \beta_1 (uK_d + iK_d + wN_d) \quad 0 < \beta_1 < 1 \quad (19b)$$

$$\alpha_1 \neq \beta_1$$

Lo que significa que un individuo decide conservar dinero para transacciones, sólo en el equivalente a la fracción de su ingreso que destina al consumo.

El motivo precaución por el que se demanda dinero, consiste en disponer de liquidez para solventar compromisos de pago futuros o para cubrir pagos no previstos.

Las cantidades monetarias que se guarden con este objetivo M_P^d , también dependen del ingreso de los agentes, entonces:

$$M_P^d = \alpha_2 Y_c = \alpha_2 (wN_s + iK_s) \quad 0 < \alpha_2 < 1 \quad (20)$$

$$M_P^d = \beta_2 \Pi = \beta_2 (uK_d + iK_d + wN_d) \quad 0 < \beta_2 < 1 \quad (20b)$$

$$\alpha_2 \neq \beta_2$$

Por tanto:

$$M_T^d + M_P^d = \alpha Y_c \quad 0 < \alpha < 1 \quad (21)$$

$$M_T^d + M_P^d = \beta \Pi \quad 0 < \beta < 1 \quad (21b)$$

$$\alpha \neq \beta$$

Y en términos agregados, siendo $Y = Y_c + \Pi$, y γ el promedio de α y β :

$$M_{T+P}^d = \gamma Y \quad 0 < \gamma < 1 \quad (22)$$

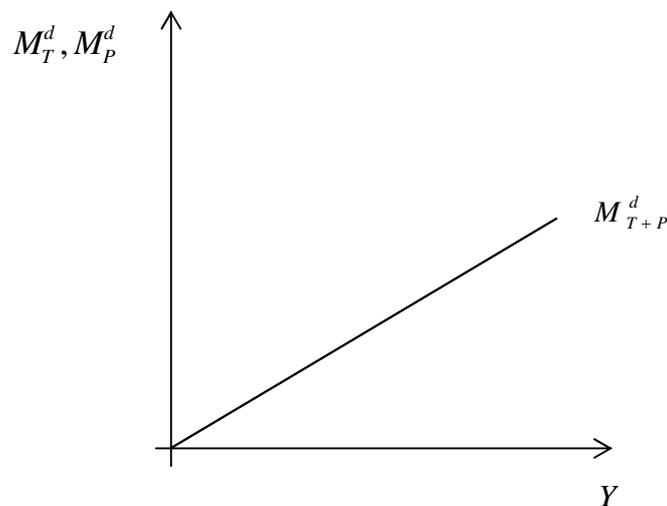
Esta relación se representa en la gráfica 4.6.1.

Dada la eficiencia marginal del capital, la disminución de la tasa de interés aumenta la inversión y el ingreso total; si la demanda de dinero es una fracción positiva del ingreso, entonces la disminución de la tasa de interés está asociada a la mayor demanda monetaria para satisfacer los motivos transacción y especulación.

Los vínculos entre la demanda de dinero, la tasa de interés y el ingreso total, se muestran en la gráfica 4.6.2.

Gráfica 4.6.1

Demanda de dinero por motivos transacción y precaución

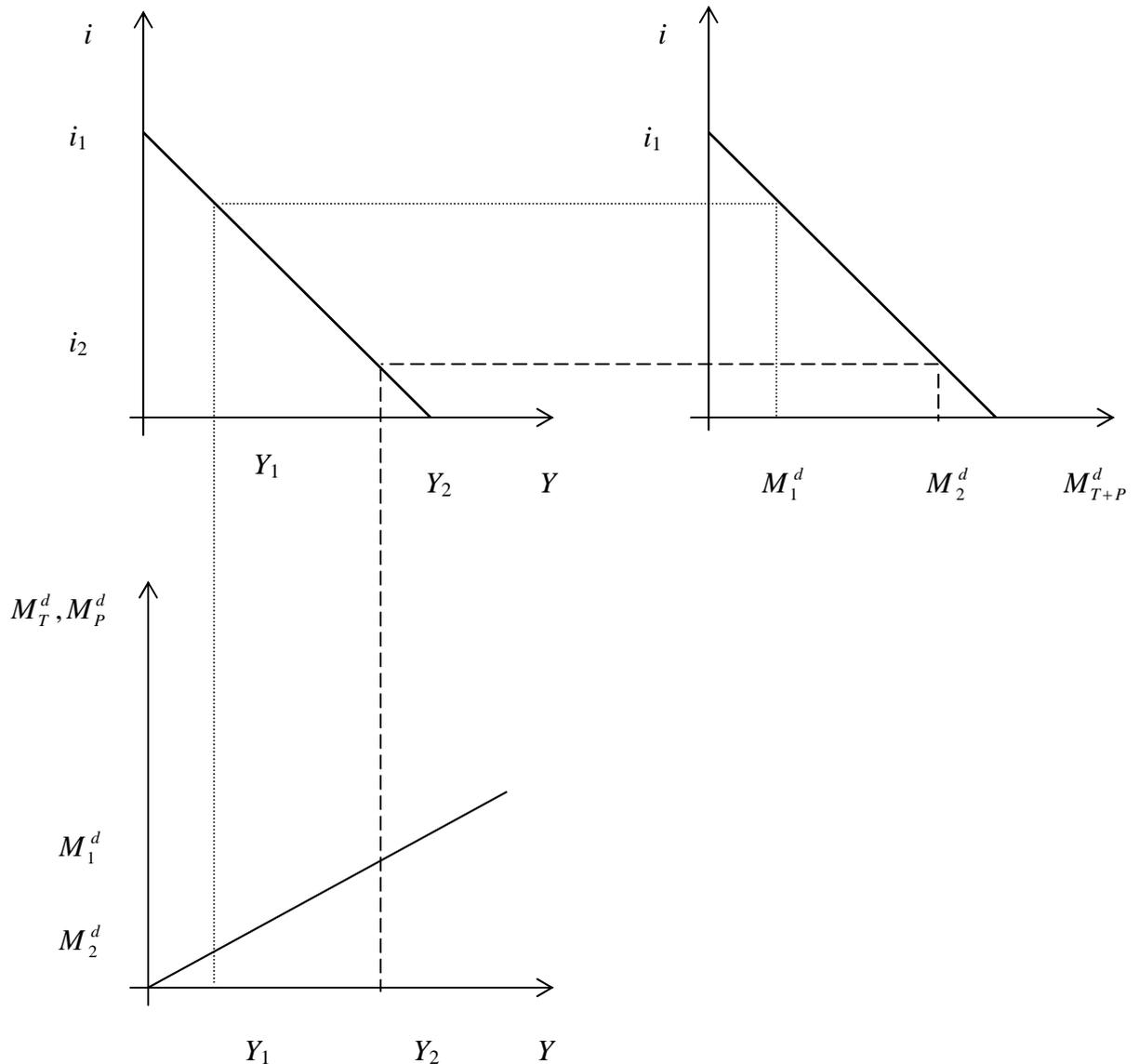


Respecto al motivo especulación, los agentes pretenden disponer de liquidez, para obtener ganancias por conocer el futuro mejor que el mercado.

En el escenario más sencillo, cuando no se conocen el valor y del rendimiento de los distintos tipos de capital, los agentes prefieren mantener dinero sobre otras formas de riqueza porque con ello evitan pérdidas (aunque también renuncian a posibles ganancias), en el entendido de que el valor del dinero en términos de sí mismo es constante.⁶⁵

⁶⁵ Harris proporciona un ejemplo muy claro al respecto: "... consideremos una mujer que posee cierta cantidad de riqueza que puede invertir en dinero, en bonos, o en ambas cosas. En el momento en que toma la decisión acerca de los activos que comprará, hay una tasa corriente de interés sobre los bonos. Es posible que la mujer crea con certeza que la tasa de interés aumentará, bajará o permanecerá al mismo nivel durante el periodo en que conservará los bonos que decida comprar. Si espera que baje la tasa de interés, espera obtener una ganancia de capital, porque una baja de la tasa de interés involucra un aumento en el precio del bono. Sumando esta ganancia de capital a los pagos de intereses que recibe, la mujer obtendrá un beneficio neto conservando los bonos. Dado que

Demanda de dinero por motivos transacción y precaución, tasa de interés e ingreso



el beneficio financiero que puede obtener conservando dinero es igual a cero por definición, en este mundo de certeza decidirá la mujer invertir toda su riqueza en bonos. Pero supongamos que, en el momento en que toma su decisión, es menor la tasa de interés. Es posible que entonces espere la mujer que aumente la tasa de interés, de modo que esperará una pérdida de capital si conserva los bonos. La pérdida de capital esperada puede superar las ganancias de intereses de los bonos poseídos, de modo que la mujer esperará incurrir en una pérdida neta en todos los bonos que compre. En tal caso optará por mantener toda su riqueza en forma de dinero (en la que no puede incurrir en pérdida alguna). Por lo tanto, dada la tasa de interés que espera, la mujer deseará conservar sólo dinero cuando la tasa de interés corriente sea baja, y sólo bonos cuando la tasa sea elevada." Harris, L. (1981). *Teoría Monetaria*, FCE, México, p. 222.

La demanda de dinero para especulación resulta entonces de la comparación de los niveles actual y esperado de la tasa de interés, con el precio de los distintos bienes de capital.

3.7 TEORÍA DE LOS PRECIOS Y DE LA TASA DE INTERÉS

En la *Teoría General* encontramos dos aportaciones teóricas esenciales: la explicación del desempleo involuntario como resultado de una insuficiente demanda efectiva, y la vinculación entre la teoría del valor y la teoría monetaria.

En esta sección se examina la segunda aportación, aunque no puede desligarse totalmente de la primera.

Keynes se opone al estudio tradicional de los fenómenos económicos que establece una división entre la teoría del valor y la teoría del dinero. En su opinión, la división correcta debe ser entre la teoría de la firma o industria individual, y la teoría de la producción en su conjunto.⁶⁶

Esta propuesta es congruente con los argumentos que se exhiben en la *Teoría General*, por ejemplo:

- Las distinciones entre la propensión marginal a consumir individual y la de la sociedad en su conjunto; así como la diferencia entre el consumo que realizan los hogares, el que realizan las firmas y el consumo total.
- Las características de las decisiones de inversión de los empresarios individuales y su relación con la magnitud de la inversión total.
- La composición del ingreso de los hogares, de los productores, y su vinculación con el ingreso total.
- La diferencia entre las ganancias del empresario individual y del conjunto de empresarios.
- La distinción entre el salario nominal individual y la masa total de salarios.

En el escenario tradicional, el nivel general de precios se determina con la introducción de la moneda al sistema, a través de la ecuación cuantitativa. Siendo M

⁶⁶ "La división de la economía en teoría del valor y la distribución por una parte, y teoría del dinero por la otra, es, en mi opinión, una separación falsa. Sugiero que la dicotomía correcta es entre la teoría de la industria o firma individual y las remuneraciones y distribución de una cantidad dada de recursos entre diversos usos por una parte y la teoría de la producción y la ocupación por la otra." Keynes (1936, 260).

la cantidad de dinero, M^d demanda de dinero, M^o oferta monetaria, V la velocidad de circulación de la moneda, P el nivel general de precios, y $T = Q$ el número de transacciones efectuadas equivalente al número de unidades producidas, entonces:

$$MV = PT$$

$$M^d = PQ$$

$$M^o = M^d$$

De acuerdo a las expresiones anteriores, si la velocidad del dinero y el número de transacciones permanece constante, un cambio en la oferta monetaria provoca un cambio sólo en el nivel absoluto de los precios. Conocidos la oferta monetaria y el nivel de producción de equilibrio, puede conocerse el nivel general de precios:

$$P = M^o / Q$$

En la *Teoría General*, las modificaciones en la oferta monetaria afectan en primer lugar a la demanda efectiva, y los cambios en ésta afectan al nivel de precios.

Las modificaciones en la demanda efectiva se obtienen mediante la siguiente elasticidad:

$$e_d = \frac{M}{dM} \frac{dD}{D} \quad (23)$$

Donde e_d es la elasticidad de la demanda efectiva ante variaciones en la cantidad de dinero, M es la cantidad de dinero existente y D la demanda efectiva. Si $e_d = 1$, la demanda efectiva cambia en la misma proporción que la cantidad de dinero y los agentes conservan una proporción constante de su ingreso en forma de dinero; si $e_d < 1$, las variaciones en la oferta monetaria modifican escasamente a la demanda efectiva; por el contrario si $e_d > 1$, un pequeño cambio en la cantidad de dinero altera considerablemente la demanda efectiva.

El grado en que la cantidad de dinero influye sobre la demanda efectiva depende esencialmente del nivel de la tasa de interés. Si ésta es reducida, dada la preferencia por la liquidez, los agentes preferirán conservar su riqueza en forma de dinero; dada la eficiencia marginal del capital, las empresas decidirán invertir más; y a través del multiplicador de inversión se incrementará la demanda efectiva. En

cambio, si la tasa de interés es elevada, aumentar la oferta monetaria tiene escasa influencia sobre la demanda efectiva.

Ahora bien, el incremento de la demanda efectiva implica variaciones positivas en la ocupación, en los salarios y en los precios.

Los cambios en el nivel de empleo se determinan con las siguientes elasticidades:

$$e_e = \frac{D}{dD} \frac{dN}{N} \quad (24)$$

$$e_o = \frac{D}{dD} \frac{dO}{O} \quad (25)$$

La ecuación (24) es la elasticidad de la ocupación, y mide cómo cambia la cantidad de empleo cuando se modifica la demanda efectiva (o el número de unidades de salario que se esperará serán gastadas en la compra de la producción). Su magnitud depende del tipo de bienes a los que se dirija el incremento de la demanda efectiva; si se trata de bienes de consumo final, su valor es reducido porque tales artículos requieren periodos de producción considerables; en cambio, cuando aumenta la demanda de bienes intermedios o de inversión, la elasticidad de ocupación es mayor.

La ecuación (25) es la elasticidad de la producción y mide cómo varía la producción total (o la oferta de producto) cuando cambia la demanda efectiva.

Por otro lado, la elasticidad precio de la demanda es:

$$e_p = \frac{D}{dD} \frac{dP}{P} \quad (26)$$

Y la elasticidad de los salarios nominales respecto a la demanda efectiva es:

$$e_s = \frac{D}{dD} \frac{dS}{S} \quad (27)$$

Keynes subraya que la demanda efectiva se absorbe mediante variaciones en la producción y en los precios. Entonces:

$$e_o + e_p = 1 \quad (28)$$

En el escenario general, el incremento de la demanda efectiva generado por la elevación de la oferta monetaria, se traduce en el aumento de la ocupación o del nivel de empleo y en el aumento de los precios. Una vez alcanzado el pleno empleo, el crecimiento de la cantidad de dinero, sólo se traduce en variaciones proporcionales de precios.

Utilizando las elasticidades anteriores:

$$e_p = 1 - e_e e_o (1 - e_s) \quad (29)$$

Cuando $e_s = 1$ la unidad de salarios aumenta en la misma proporción que la demanda efectiva, si además la producción no se modifica cuando varía la demanda efectiva $e_o = 0$, entonces $e_p = 1$. Sólo en este caso, es constante la velocidad - ingreso del dinero, entendida como la relación entre la demanda efectiva y la cantidad de dinero existente, es decir, sólo en este caso los precios cambian en la misma proporción que la cantidad de dinero.

Usando (23) y (26)

$$e_d e_p = \frac{M}{dM} \frac{dD}{D} \frac{D}{dD} \frac{dP}{P}$$

$$e = \frac{M}{dM} \frac{dP}{P} \quad (30)$$

El resultado mostrado en (30) expresa cómo varían los precios nominales ante cambios en la cantidad de dinero. Se trata, en opinión de Keynes, de una generalización de la ecuación cuantitativa, porque incluye no sólo el caso en que la velocidad ingreso del dinero es constante, sino también las situaciones en las que varían precios y dinero.

La vinculación de las variaciones de precios con los cambios en la demanda efectiva, en la ocupación y en los salarios se conoce mediante la siguiente relación:

Usando (29):

$$e_d e_p = e_d [1 - e_e e_o (1 - e_s)]$$

$$e = e_d [1 - e_e e_o + e_e e_o e_s] \quad (31)$$

Con la que se confirma que en el caso en que exista ocupación plena ($e_e e_o = 1$), incrementos en la demanda efectiva sólo ocasionan incrementos en los precios. Las

variaciones en la cantidad de dinero provocan inflación sólo cuando la oferta de producto no responde a modificaciones en la demanda efectiva porque se ha alcanzado el pleno empleo.

Ahora consideramos el significado de la tasa de interés en la *Teoría General*.

Keynes proporciona tres acepciones: tasa de interés propia, tasa de interés monetaria y tasa de interés neutral.

La tasa de interés propia se define para cualquier bien de capital en función de sus atributos de rendimiento q , desgaste c y liquidez l , es decir, se define como el rendimiento que se espera de la propiedad de un bien de capital, en términos de sí mismo, obtenido de la suma del rendimiento más la prima de liquidez, menos el costo de almacenamiento ($q+l-c$).

Dado que para los bienes de capital fijo, su prima de liquidez y su costo de almacenamiento son despreciables, entonces, su tasa propia de interés es simplemente q ; para los bienes de capital circulante, su rendimiento y prima de liquidez son reducidos, por lo que su tasa propia de interés es $-c$; y para el dinero sólo es considerable su prima de liquidez l , por lo que ésta es su tasa propia.

Si los rendimientos del capital fijo, del capital circulante y del dinero se expresan en términos del mismo patrón de valor, entonces los agentes escogerán convertir su riqueza en forma del bien de capital que genera más rendimiento.

Keynes indica que la tasa monetaria de interés es el excedente del precio de una suma de dinero contratada para entrega futura sobre su precio actual.⁶⁷

Esta concepción es equivalente a la noción tradicional de tasa de interés que la define como el precio intertemporal, por la que se cambian cierta cantidad de unidades de bien futuro por otra cantidad de unidades de bien actual, excepto que en la *Teoría General*, se expresan esas unidades de bienes en términos de su valor monetario.

Entonces la tasa monetaria de interés se expresa como:

$$i = \frac{pq_1}{pq_0} - 1 \quad (32)$$

En el razonamiento de Keynes, la tasa monetaria de interés es equivalente a la tasa de interés propia del dinero $i = l$.

⁶⁷ *Ibidem*, p. 198.

Si bien es posible elegir el rendimiento de cualquier bien de capital como patrón de valor, existen algunas razones por las que se utiliza la tasa monetaria de interés y no la tasa propia de cualquier otro bien.

Sabemos que normalmente la producción de bienes tiene lugar, cuando su precio de oferta es menor que su precio de demanda. Si se trata de bienes de capital, entonces su eficiencia marginal será superior a su tasa de interés (expresadas en términos de sí mismo); sin embargo, a medida que aumenta la existencia de bienes, su eficiencia marginal se reduce, por tanto, sólo será factible su producción si su tasa de interés se reduce proporcionalmente; finalmente se llegará a la situación en que se suspenda la producción de bienes de capital porque ya no se obtenga ningún beneficio. En cambio, el dinero tiene una tasa de interés propia fija o semi fija, y ésta, entre otras cualidades, permite su uso como referente del rendimiento de cualquier bien.

El hecho de que la tasa de interés monetaria sea fija se debe a que las elasticidades de producción y de sustitución del dinero son nulas.

Como señalamos, la acepción de tasa de interés monetaria en la propuesta de Keynes, coincide con la noción tradicional. Aquí puntualizamos que esto es cierto sólo en el caso en que permite evaluar el rendimiento y precio de un bien de capital considerado individualmente; en el agregado, el papel de la tasa de interés es distinto en la *Teoría General* y en la Teoría Neoclásica.

Desde que esta última acepta la veracidad de la ley de Say, la tasa de interés debe ser el precio que coordina la demanda y la oferta de bienes de capital, o bien, la tasa que hace equivalentes al ahorro y a la inversión.

En cambio, Keynes afirma que la tasa de interés es el precio que equilibra la preferencia por la liquidez y la cantidad de dinero, y señala algunos argumentos en contra de la concepción tradicional.

En primer lugar, suponer erróneamente que la tasa de interés es la recompensa por conservar riqueza en el sentido de ahorrar o evitar el consumo, cuando en realidad es la recompensa por privarse de liquidez al colocar la riqueza en forma de bienes de capital diferentes al dinero.

En segundo lugar, la tasa de interés no es el precio que coordina el ahorro y la inversión, porque cuando se eleva la tasa de interés, no siempre se incrementa la fracción ahorrada del ingreso (el monto dedicado al ahorro depende además de

otros factores), mientras que la inversión disminuye invariablemente; es decir, los determinantes del ahorro y la inversión no se reducen a la tasa de interés.⁶⁸

Como tercer elemento, Keynes asevera que los neoclásicos sostienen dos teorías distintas de la tasa de interés: la que coordina al ahorro con la inversión, y la que supone su reducción con el incremento de la cantidad de dinero.

Por otro lado, la tasa neutral de interés es aquella compatible con el pleno empleo, es decir, la que prevalece en equilibrio cuando la producción y la ocupación permiten que la elasticidad de ocupación sea cero.⁶⁹

En lo que resta de la sección especificamos cuál es el papel de la tasa de interés en los contextos agregado e individual y cómo se relacionan entre ellos; además subrayamos la relevancia de la incertidumbre.

La tasa de interés participa en el conjunto del sistema, en primer lugar, a través del impacto que ejerce una variación monetaria sobre el nivel de la demanda efectiva, o el ingreso global; si la tasa de interés es reducida, el incremento de la oferta monetaria genera un aumento considerable de la demanda efectiva, y por el contrario, si la tasa de interés es elevada se modificará escasamente la demanda efectiva.

Anteriormente señalamos que la demanda efectiva se agota mediante cambios en los niveles de producción y de precios. Entonces, si la tasa de interés es reducida, al aumentar la cantidad de dinero, la demanda efectiva aumentará en mayor proporción que los precios; lo contrario ocurre cuando la tasa de interés es elevada. No obstante, en cualquier caso, la tasa de interés influye en la determinación del nivel de ingreso.

Si consideramos dadas la preferencia por la liquidez, la eficiencia marginal del capital y la propensión a consumir, el incremento en la cantidad de dinero reduce la tasa de interés, y como hemos visto, a continuación se suceden el incremento de la inversión y la demanda efectiva; ésta a su vez incrementa el nivel de empleo, que a su vez aumenta la unidad de salarios, el ingreso global y los precios.

De acuerdo a la elasticidad de los precios, cuando existe pleno empleo la oferta de producto no responde a variaciones positivas de la demanda efectiva; en

⁶⁸ Veáse nota 20.

⁶⁹ Keynes (1936, 216).

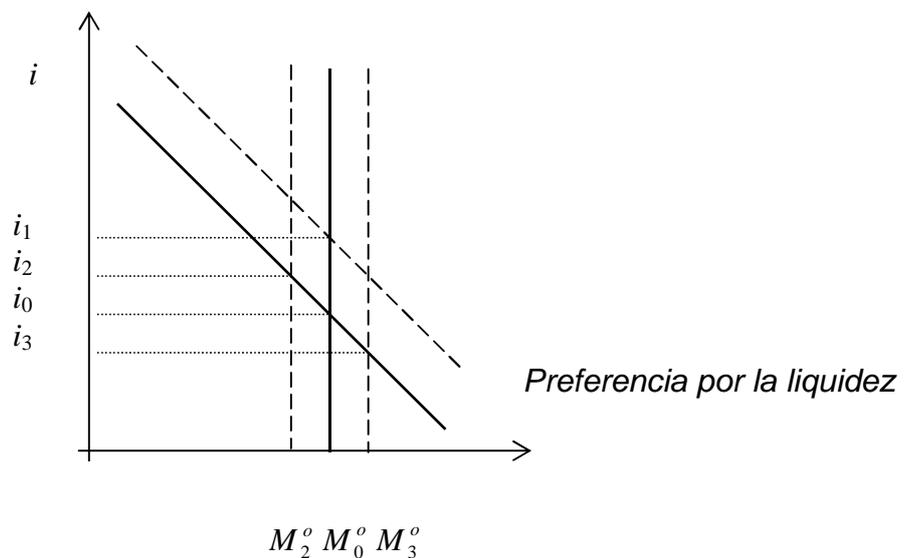
este contexto, la tasa de interés es invariable y el aumento de la cantidad de dinero sólo ocasiona crecimiento de los precios.⁷⁰

Por el contrario, la disminución de la oferta monetaria aumenta la tasa de interés, y disminuye inversión, demanda efectiva, ocupación, salarios, ingreso y precios.

La determinación y variación de la tasa de interés de acuerdo a la preferencia por la liquidez y a la cantidad de dinero existente se muestra en la gráfica 4.7.1. A partir del punto (M^o_0, i_0) , dada la oferta monetaria y la tasa de interés, un aumento de la demanda efectiva y del ingreso, implica la necesidad mayor disponibilidad de efectivo para los motivos transacción y precaución, en tal caso se traslada a la derecha la curva de preferencia por la liquidez, aumentando la tasa de interés (hasta i_1). Si lo que ocurre es una variación en la oferta monetaria, dada la preferencia por la liquidez, cuando la cantidad de dinero se reduce, aumenta la tasa de interés (por ejemplo hasta i_2), y cuando aumenta la cantidad de dinero, la tasa de interés se reduce (por ejemplo hasta i_3).

Gráfica 4.7.1

Determinación de la tasa de interés



⁷⁰ Por tanto, podemos afirmar que en la *Teoría General*, el dinero es no neutral mientras exista desocupación, y neutral cuando existe pleno empleo.

La segunda influencia de la tasa de interés es que, a través de los precios, genera cambios en la distribución del ingreso. Una tasa de interés reducida está asociada al incremento del ingreso, salarios y precios; desde que la tasa de interés bajo la cual se han suscrito contratos de préstamos de capital es constante, entonces, una fracción mayor del ingreso se traslada al empresario y una fracción menor se destina a los rentistas.

Inversamente, si la tasa de interés es considerable y es constante, la consecuente reducción del ingreso y de los precios, traslada el ingreso de los empresarios a los rentistas.

En la gráfica 4.7.2 mostramos la relación entre la tasa de interés, la demanda de dinero, la demanda efectiva y la producción a través de los efectos multiplicadores. Para su construcción recuperamos de las secciones anteriores las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 DE &= C + I \\
 C &= \bar{C} + cY & 0 < c < 1 \\
 I &= h(EMK, i) & I'_i < 0 \\
 M_{T+P}^d &= \gamma Y & 0 < \gamma < 1
 \end{aligned}$$

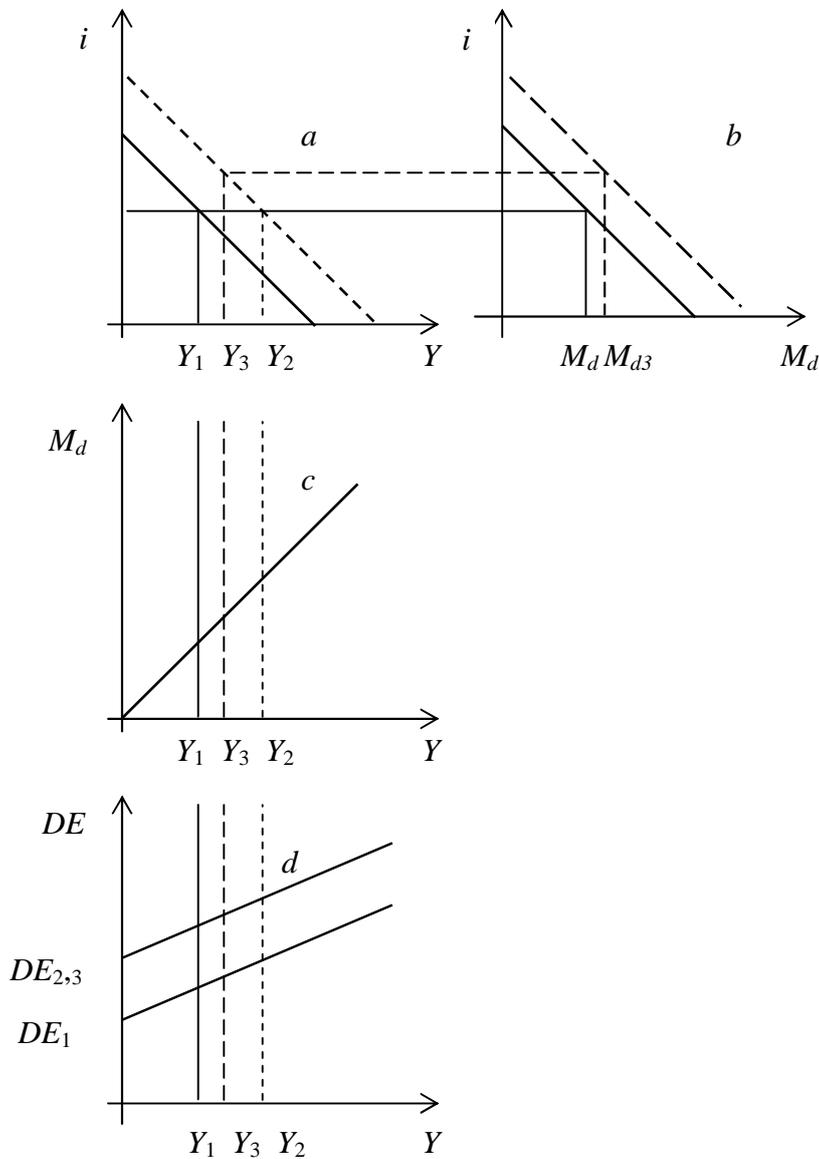
La demanda de dinero mantiene una relación inversa con la tasa de interés, y se incrementa con la producción o ingreso total, de acuerdo con los cuadrantes (b) y (c). En el cuadrante (d) se presenta la demanda efectiva cuya ordenada se determina por el gasto autónomo, y su pendiente por la propensión marginal a consumir, entre mayor sea ésta, más inclinada será la curva de demanda agregada.

Si sustituimos las definiciones de consumo e inversión en la ecuación de la demanda efectiva y suponemos que el mercado de bienes siempre se encuentra en equilibrio, tendremos la siguiente expresión:

$$Y = \frac{1}{1-c} [\bar{C} + h(EMK, i)]$$

Que indica una relación negativa entre la tasa de interés y en nivel de producto como se presenta en el cuadrante (a); para esta curva entre mayor sea la propensión marginal a consumir, la pendiente es menor.

Efectos multiplicadores de la expansión en la demanda efectiva y en la oferta monetaria



Dada una situación inicial (línea gris continua), podrían generarse los siguientes efectos:

1) Si la política fiscal logra incrementar la demanda agregada mediante aumentos en el gasto autónomo, la curva de demanda se desplaza hacia arriba, y la curva que relaciona tasa de interés y producto a la derecha (guión corto); el

incremento en la producción hasta Y_2 es más que proporcional al incremento en el gasto autónomo debido al papel del multiplicador si la tasa de interés se mantiene constante, es decir, política fiscal es efectiva y eficiente puesto que logra incentivar a la actividad económica con recursos inferiores a los que se obtienen.

2) Si a partir del caso anterior, resulta que la tasa de interés se eleva ante el incremento en la demanda de dinero (guión largo), entonces, el resultado final sobre el nivel de producción es inferior al producido por el multiplicador simple Y_3 .

3) Si se mantiene la igualdad entre la oferta y la demanda de dinero, el incremento de la oferta monetaria aumenta la demanda efectiva junto con la tasa de interés, obteniéndose directamente el punto de equilibrio Y_3 .

En consecuencia, se derivan como criterios de política, la combinación de las políticas fiscal y monetaria expansivas de la demanda efectiva, y la estabilidad de la tasa de interés en un nivel reducido; estas recomendaciones son válidas en las situaciones generales en que existe desempleo, pero no lo son cuando existe pleno empleo porque en este caso sólo se producirá inflación.

Por otro lado, la tasa de interés influye en las decisiones de los agentes individuales, en particular sobre la forma como eligen conservar su riqueza y en su preferencia por la liquidez.

En primer término consideramos las decisiones intertemporales de los agentes en ausencia de incertidumbre; en particular examinamos la participación de la tasa de interés en la valuación de los bienes de capital y en la constitución de mercados de futuros. A continuación mostramos cómo son las elecciones de los agentes cuando existe incertidumbre, y resaltamos la diferencia entre el resultado tradicional en el que la ganancia de la empresa no está sujeta a riesgos, y el resultado de la *Teoría General*, en el que la ganancia de la empresa puede o no realizarse.

En la sección 4.4 señalamos el significado de lo que Keynes denominó rendimiento probable de la inversión R . Este concepto, de hecho, representa el procedimiento convencional en que se calcula el precio presente de un bien de capital.

Reescribiendo la ecuación (8):

$$P_0 = \sum \left[\frac{D_1}{(1+i)} + \frac{D_2}{(1+i)^2} + \frac{D_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{D_n}{(1+i)^n} \right] \quad (33)$$

Donde D es el dividendo que se paga al poseedor del bien de capital, en calidad de rendimiento en cada periodo; e i es la tasa de interés. Por lo tanto, la ecuación (33) establece que el precio actual de un bien de capital es igual al valor presente de todos los rendimientos que genere.

Debemos destacar que en la versión convencional, el monto de los dividendos depende de las decisiones discrecionales de la empresa, mientras que en *la Teoría General*, se determina de acuerdo a la ganancia obtenida (la diferencia entre el valor de ventas y el costo de producción).

El rendimiento del dividendo se obtiene como la razón de cada dividendo entre el precio actual del bien de capital, es decir: D_1/P_0 , D_2/P_0 , D_3/P_0 , etcétera; y la ganancia de capital es la tasa de crecimiento de los dividendos g . En conjunto ambos rendimientos son equivalentes a la tasa de interés:

$$i = D/P_0 + g \quad (34)$$

Un inversionista escogerá adquirir y conservar un bien de capital, entre mayores sean ambos rendimientos, porque la tasa de interés será justamente la tasa de retorno de su inversión. Por supuesto, para elegir un bien de capital sobre otras formas de riqueza, debe comparar el rendimiento que cada una le genera.

Un agente cuya principal motivación para adquirir bienes de capital sea la especulación (si tiene plena certeza de la magnitud de las tasas de interés para los periodos en los que hace su elección), comparará los precios presente y futuro del bien en cuestión con los de otros bienes.

Por ejemplo, si el individuo conoce el precio que tendrá un bien luego de transcurrir un año y el rendimiento o la tasa de interés que genera, entonces, será más conveniente adquirir el bien en el presente para venderlo después, entre mayor sea la tasa de interés, porque así se asegura el mayor diferencial entre los precios actual y futuro. El agente calcula lo que debe pagar por el bien en el presente según la siguiente ecuación:

$$P_0 = \frac{D_1 + P_1}{1+i} \quad (35)$$

En lo que respecta a la decisión de conservar riqueza en forma de bonos, el agente igualmente compara sus precios presente y futuro. Conocidos el precio al vencimiento P_f (o precio a la par), el número de periodos que transcurre hasta el vencimiento t , el cupón D (o el monto que se paga periódicamente por intereses), la tasa cupón r (la razón del monto de cupón anual y el valor a la par $r=D/P_f$) y la tasa de interés i (o rendimiento a la madurez), el valor presente del bono se calcula así:

$$P_0 = D \frac{\left[1 - \frac{1}{(1+i)^t}\right]}{i} + \frac{P_f}{(1+i)^t} \quad (36)$$

Es decir, su valor se calcula como la suma en valor presente de los flujos de cupones y del precio a la par. Cuando la tasa cupón es idéntica a la tasa de interés, el precio actual y el de vencimiento coinciden.

Cuando quien emite el bono paga una tasa cupón inferior a la tasa de interés, sólo puede lograrse que el bono sea adquirido por algún agente, si su precio presente es inferior al precio de vencimiento, porque en este caso, la pérdida de intereses se compensará con la ganancia de capital al existir un diferencial de precios. Por el contrario, si la tasa cupón que paga el emisor del bono supera a la tasa de interés, el comprador del bono obtiene una ganancia por intereses y una pérdida de capital.

Ahora bien, sabemos que en un sistema de mercados, un bien está definido (y se distingue de otros) por sus características intrínsecas, la localidad en la que se encuentre disponible y su fecha de entrega; existen tantos mercados como número de bienes.

La teoría del equilibrio general competitivo, contempla la posibilidad de que los agentes realicen decisiones de consumo y producción intertemporales e intertemporales, y en ambos casos se conservan los resultados fundamentales del escenario más sencillo.

El modelo de mercados de futuros, se basa en los siguientes supuestos: los hogares tienen un plan de consumo en el que se incluyen las cantidades deseadas de bienes para cada periodo, y tienen una sola restricción presupuestal que reúne sus ingresos o dotaciones (constituidas por bienes presentes y futuros) de todas las fechas; las firmas elaboran un único plan de maximización de ganancias formado

por el valor de la producción que realizarán en todas las fechas, y sus respectivas necesidades de insumos.

El mecanismo de los mercados consiste en que, en la fecha actual, se celebran todos los acuerdos de compra y venta, aunque la entrega de los bienes (o la ejecución del acuerdo) se aplaze hasta el periodo en que se ha convenido. Por supuesto, se consideran conocidos y dados todos los precios presentes y futuros en el momento en que se negocian las transacciones, los acuerdos se realizan en términos del valor presente de tales precios.⁷¹

El principal resultado es la obtención de un equilibrio consistente en un vector de precios, por el que se igualan las cantidades ofrecidas y demandadas de todos los bienes (actuales y futuros). El equilibrio obtenido es eficiente en el sentido de Pareto.

Por otro lado, cuando existe incertidumbre, la teoría neoclásica considera básicamente tres posibilidades para el funcionamiento del sistema económico: el sistema completo de derechos contingentes de Arrow, el sistema completo de valores bursátiles y el sistema incompleto de valores bursátiles.

La incertidumbre significa que los agentes no conocen lo que sucederá en el futuro, pero sí saben lo que podría ocurrir. En consecuencia, los individuos conocen con precisión el conjunto de todos los posibles estados de la naturaleza, aunque ignoran cuáles de ellos acontecerán.

El modelo de derechos contingentes de Arrow, supone: los hogares realizan un plan de consumo en el que expresan las cantidades de bienes deseadas para cada relación fecha - estado de la naturaleza, se trata de un plan de consumo contingente a la ocurrencia del estado de la naturaleza, si los hogares son aversos al riesgo elegirán cantidades positivas de bienes para todos los eventos posibles, de lo contrario, sólo eligen bienes para algunos estados del mundo.

⁷¹ En este modelo, se celebran contratos presentes (*spot*) y futuros (*forward*); estos últimos son acuerdos que obligan a comprar o vender cierta cantidad de un bien en una fecha, lugar y precio específicos.

El hecho de que el contrato se realice en el presente implica trasladar los precios futuros P_f a valor presente P_0 , usando la tasa de interés i :

$$P_0 = \frac{P_f}{(1 + it)}$$

Por su parte, las firmas escogen un plan de producción para todas las fechas y eventos posibles que maximiza el valor de sus productos e insumos contingentes, esto es equivalente a maximizar el valor presente de todos los rendimientos esperados, de modo que las decisiones de la firma están libres de riesgo.

El funcionamiento del sistema se basa en el pleno conocimiento de los precios de todos los bienes contingentes, y en la existencia de tantos títulos de Arrow como estados del mundo existan. En la fecha actual, los individuos celebran los acuerdos de compra y venta de los bienes contingentes a través del intercambio de títulos de Arrow, cada uno de éstos, es el derecho de recibir una unidad de numerario si un estado del mundo específico se realiza, y nada si no se verifica; es decir, en la fecha actual, conocidos los precios de todos los bienes y basados en sus planes de maximización, los agentes compran un título de Arrow que podrán canjear por una unidad de numerario en la fecha ahí señalada sólo si el estado de la naturaleza que ahí se especifica ocurre, con tal cantidad de numerario, los agentes pueden adquirir el bien deseado al precio spot de ese momento.

Como resultado se obtiene un equilibrio consistente en un vector de precios para todos los bienes contingentes. El equilibrio es eficiente; sin embargo, si observamos lo que ha ocurrido una vez acontecidos todos los estados de la naturaleza, tendremos que las firmas han realizado sus planes de ganancia, mientras que los hogares pueden desear haber hecho otras elecciones, ya que sus planes de consumo posiblemente no se hayan verificado.

El modelo basado en el sistema completo de valores bursátiles, recupera la dificultad que existe al suponer que los agentes pueden determinar sus decisiones de compra y venta en el periodo actual basándose en su conocimiento de los precios de mercado (precios spot de cada fecha), aun antes de que los intercambios en esos mercados se realicen.

En consecuencia, aquí se supone la existencia de tantos títulos bursátiles (equivalentes a los títulos de Arrow) como estados del mundo. Para determinar los precios de equilibrio, se supone que los agentes no necesitan conocer los precios de todos los bienes contingentes, sino sólo el valor bursátil de la empresa (obtenido como el valor presente de los rendimientos esperados) y sus planes de producción (oferta de bienes y demanda de insumos para cada par fecha - estado del mundo).

Por lo tanto en este escenario, el resultado de equilibrio puede ser o no eficiente desde que no es resultado de la maximización.

La tercera alternativa para el intercambio intertemporal, es el sistema incompleto de valores bursátiles caracterizado por la existencia de un número de títulos menor al de estados del mundo posibles; en tal caso, no pueden determinarse los precios de equilibrio.

Como sabemos, en la tradición neoclásica, la presencia de alguna perturbación que altere el equilibrio competitivo, conduce a una nueva situación, en la que sólo se satisfacen los planes de uno de los agentes; aun cuando existe un agente que sí maximiza su bienestar, ocurre un desequilibrio en todos los mercados. En la *Teoría General*, el desequilibrio es posible también cuando no coinciden los planes de los agentes (por ejemplo de oferta y demanda de producto); sin embargo en tal situación puede existir el equilibrio en un mercado, aunque ninguno de los agentes maximice.

Por ejemplo, aceptemos un sistema económico, conformado por los mercados de producto y de trabajo, los agentes representativos consumidores y firmas, un factor de producción y un bien obtenido no durable, y dos periodos de producción independientes uno del otro $t=1$ y $t=2$.

A partir del tal escenario, en la teoría neoclásica el equilibrio general se expresa en la determinación del salario real o del precio relativo que permite demandas excedentes nulas en los dos mercados y la maximización de la utilidad de los consumidores y de las ganancias de las firmas. En la *Teoría General*, el equilibrio es la coincidencia de las decisiones de compra y venta de los agentes a ciertos precios nominales.

Convencionalmente, en el periodo 1, una intervención exógena ocasiona que sólo un agente resulte beneficiado, porque su demanda y oferta se ajustan plenamente a los nuevos precios relativos; más precisamente, el agente que posee el bien cuyo precio relativo disminuye y que demanda aquel bien cuyo precio relativo aumenta, siempre realizará sus planes. No obstante, existe desequilibrio en los dos mercados porque resultan demandas excedentes no nulas de ambos bienes, esto implica que de efectuarse los intercambios a esos nuevos precios quedarían siempre una cantidad positiva del bien cuyo precio relativo aumentó sin posibilidad de

venderse y una demanda deseada del bien cuyo precio disminuyó sin posibilidad de realizarse.

En la *Teoría General*, si inicialmente existía un equilibrio, la alteración sólo puede ocurrir en el segundo periodo (la producción se realiza en el primero y se lleva al mercado en el segundo). Ninguno de los agentes resulta beneficiado, aunque la firma resulta cualitativamente menos afectada. Las firmas sólo producen la cantidad de productos que se les demanda; suponiendo que esperan una demanda equivalente a su máxima producción y actúan con este plan, entonces, si en el siguiente periodo encuentran que la demanda de bien es inferior a la planeada, se ven obligadas a aceptar una disminución del precio nominal del bien producido, pierden ganancias (o ingresos), pero pueden vender toda su producción; entonces se obtiene que el mercado de producto se equilibra al nuevo precio nominal, no quedan bienes sin venderse, ni demandas deseadas sin realizarse.

Los consumidores por su parte, venden en el periodo inicial su oferta máxima de trabajo, lo que está acorde con los requerimientos de la empresa en ese momento; para el segundo periodo, aparentemente mejoran su situación porque el salario nominal que han convenido se conserva y el salario real ha aumentado; no obstante, a la larga, desde el tercer periodo en adelante, estos agentes pierden al conservar cantidades de trabajo que no pueden vender.

Si ahora consideramos nuestra exposición anterior acerca de los modelos convencionales para representar mercados de bienes futuros ciertos y contingentes, podemos afirmar que en la tradición neoclásica, el análisis puede efectuarse colapsando las decisiones de intercambio de todos los periodos al momento actual, o bien, suponiendo el recurso de una economía secuencial; en cambio, en *la Teoría General*, el análisis económico sólo es posible con este último recurso.

Además, para la teoría neoclásica, es factible la existencia de un equilibrio general competitivo aun con incertidumbre, si existe un sistema completo de títulos de Arrow. En la *Teoría General*, el equilibrio con incertidumbre sólo acontece por casualidad; desde la perspectiva neoclásica diríamos que los desequilibrios son consecuencia de que sólo se permiten sistemas completos e incompletos de títulos bursátiles.

Hasta aquí, hemos distinguido dos elementos entre ambas teorías: la concepción temporal en la que se realizan y ejecutan las decisiones de compra y

venta; y la noción de equilibrio, así como, las consecuencias asociadas a las perturbaciones de éste.

Queda por precisar el origen de las perturbaciones en ambos escenarios. Para la teoría convencional, en un escenario de corto plazo sin incertidumbre, tal origen se encuentra en una intervención exógena que afecta el libre funcionamiento de los mercados; el desequilibrio se corrige cuando se elimina la perturbación.

En la *Teoría General*, el origen del desequilibrio no es muy preciso, pero puede centrarse en el papel de las expectativas. Podemos sugerir que en un periodo cualquiera se genera el desequilibrio del periodo siguiente, por cualquiera de estas razones: las firmas sólo consideran algunos estados de la naturaleza, y los correspondientes cantidades y precios de los bienes que se demandarán en ellos, equivocan sus expectativas y realizan previsiones inadecuadas (deberían considerar el riesgo en sus decisiones); o bien, las firmas realizan sus mejores predicciones, consideran todos los estados de la naturaleza y maximizan sus ganancias a través de sus planes de producción, sin embargo, omiten la posibilidad de que los agentes cuenten con instrumentos financieros precisos (derivados) que les permitan cambiar sus elecciones del periodo inicial debido a que el ingreso monetario de los agentes (o la cantidad de dinero que poseen) no los compromete a mantener un plan.⁷²

Nos parece que no es consistente con el pensamiento de Keynes, proponer que los consumidores pueden revisar y ajustar en cada periodo sus decisiones mientras que las firmas no pueden hacerlo, en alusión al modelo de contratos escalonados de Stanley Fischer de 1977.

Una explicación del riesgo que afrontan los empresarios, y que constituye una aproximación a la explicación del origen de los desequilibrios (expresados en la insuficiencia de la demanda efectiva y en el desempleo involuntario) se encuentra en el *Tratado sobre el Dinero*.

En esta obra, Keynes sugiere que el empresario considera para sus decisiones de producción actuales, los precios esperados (*forward*) a los que podrá vender sus productos. Si supone que el precio esperado (*forward*) será mayor que el precio actual (*spot*), entonces celebrará acuerdos para vender bienes a ese precio

⁷² Recordemos que desde finales del siglo XIX se utilizaban en Europa instrumentos financieros derivados; poco después se conoció la propuesta de Bachelier (1900) para determinar el precio de una opción.

futuro obteniendo una ganancia si su previsión era certera (efecto *contango*). Por el contrario si supone que el precio futuro será inferior al precio actual (efecto *backwardation*) tendrá pérdidas.

Keynes señala que el productor como especulador, participa en el mercado de futuros para reducir el riesgo al que está sujeto dada la fluctuación de precios, por lo general asumen posiciones largas (como compradores) en el mercado actual, y posiciones cortas (como vendedores) en el mercado de futuros. Entonces, los productores aceptan por sus bienes un precio futuro inferior al precio actual, para disminuir el riesgo de un mayor diferencial de precios.⁷³

La segunda explicación posible para el origen del desequilibrio consiste en que firmas y productores realizan sus planes de maximización para el periodo siguiente basándose en sus mejores previsiones. Adicionalmente, los hogares adquieren en el periodo inicial, la opción de comprar (en la siguiente fecha) los bienes en la cantidad y precio convenidos.⁷⁴ Por lo tanto, en el segundo momento, mientras las empresas esperan realizar sus planes de maximización, los consumidores ejercerán su opción de compra sólo si ésta es rentable; si al comparar el rendimiento que le genera adquirir esos bienes, con el rendimiento que obtendría al destinar su riqueza en otros usos, y encuentra que otras formas de bienes de capital le reportan más beneficio, entonces no ejercerá su opción de compra, si éste es el caso, los productores se verán obligados a reducir el precio de sus productos para evitar una oferta excedente positiva.

Finalmente, concluimos nuestro examen de la *Teoría General*, subrayando que en esta obra existen argumentos suficientes que evidencian cómo es el

⁷³ "Now, if the period of production is of the order of six months, the latter price (forward) is the one which matters to a producer considering whether he shall extend or curtail the scope of his operations; for this is the price at which he can at once sell his goods forward for delivery on the date when they will be ready. If this price shows a profit upon his costs of production, then he can go full steam ahead, selling his product forward and running no risk. If, on the other hand, this price does not cover his costs (even after allowing for what he loses by temporarily laying up his plant), then it cannot pay him to produce at all.

... it is not necessary that there should be an abnormal shortage of supply in order that a backwardation should be established. If supply and demand are balanced, the spot price must exceed the forward price by the amount which the producer is ready to sacrifice in order to 'hedge' himself, *i.e.* to avoid the risk of price fluctuations during his production period. Thus in normal conditions the spot price exceeds the forward price, *i. e.* there is a backwardation. In other words, the normal supply price on the spot includes remuneration for the risk of price fluctuations during the period of production, whilst the forward price excludes this." Keynes (1930b, 142- 143).

funcionamiento general del sistema. Éste se caracteriza por una economía monetaria secuencial, donde las decisiones actuales se eligen con base en los acontecimientos anteriores y mediante las expectativas de ocurrencia de los eventos futuros; sólo por casualidad sucede la coincidencia de los planes de compra y venta de bienes de todos los agentes. En general, se presenta la insuficiencia de la demanda efectiva, el equilibrio en el mercado de producto, el desequilibrio en el sector laboral y el desempleo involuntario; fenómenos resultantes de la incertidumbre.⁷⁵

⁷⁴ Una opción es un contrato que otorga al comprador el derecho, pero no la obligación, de comprar o vender un bien o un activo, en una fecha y precio específicos, a cambio de pagar el precio de la opción, y una prima adicional por el beneficio de escoger ejercer la opción si es rentable.

⁷⁵ Por último, reproducimos lo que Keynes opina de su propia obra: "Este libro, por otra parte, se ha convertido en lo que es: sobre todo, un estudio de las fuerzas que determinan los cambios en la escala de producción y de ocupación como un todo; y si bien opino que el dinero entra en el sistema económico de una manera esencial y especial, dejo en segundo plano, los detalles monetarios técnicos. Veremos que una economía monetaria es, ante todo, aquella en que los cambios de opinión respecto al futuro son capaces de influir en el volumen de ocupación y no sólo en su dirección; pero nuestro método de analizar la conducta económica presente, bajo la influencia de los cambios de ideas respecto al futuro, depende de la acción recíproca de la oferta y la demanda, quedando de este modo ligada con nuestra teoría fundamental del valor." Keynes (1936, 10).

CAPÍTULO 5 LA NUEVA ECONOMÍA KEYNESIANA

En este capítulo analizamos la hipótesis de investigación de la Nueva Economía Keynesiana, según ésta, el desempleo involuntario es consecuencia de la rigidez endógena del salario real. Aquí hacemos evidente que tal hipótesis no ha sido probada satisfactoriamente y proponemos un modelo de equilibrio general con salarios de eficiencia en el que mostramos que la única rigidez posible es exógena. Adicionalmente, presentamos las implicaciones para el desempleo de dos modelos alternativos: costos de menú y fallas de coordinación.

5.1 INTRODUCCIÓN

Uno de los intereses fundamentales para la Nueva Economía Keynesiana es el estudio de la coordinación de las actividades económicas, en particular el análisis del mercado de trabajo para explicar cómo el equilibrio es compatible con el desempleo involuntario.

La Nueva Economía Keynesiana reconoce que como señala la *Teoría General*, el pleno empleo es sólo un estado de varios posibles; pero al mismo tiempo reconoce la debilidad analítica de los argumentos keynesianos sobre todo por la falta de una explicación en términos de resultados y decisiones de los individuos. Erróneamente supone que la *Teoría General* explica el desempleo involuntario por rigideces, cuando en realidad se hace a partir de un mecanismo de racionamiento de las firmas que transmite la deficiencia de demanda de producto a una deficiencia de demanda de trabajo.¹

¹ Véase por ejemplo, Stiglitz, Joseph (1984). "Theories of Wage Rigidity", *Working Papers Series*, NBER, No. 1442, Cambridge, MA., p. 1. donde, sostiene una equivocada interpretación de la *Teoría General* cuando suscribe lo siguiente: "Es ampliamente conocido que el supuesto de que los salarios son rígidos es central en la explicación keynesiana del desempleo involuntario."

Asimismo puede consultarse a Laurent, Thierry (1992). "La nouvelle économie keynésienne, n' est pas ce que l'on croit" *Keynes et les nouveaux keynésiens* en Richard Arena et Dominique Torre (coord.), pp. 255 -275, donde el autor coincide en que esta interpretación es errónea y en cambio afirma que la vigencia de un modelo keynesiano requiere necesariamente la existencia de precios perfectamente flexibles, y señala por ejemplo como la interpretación errónea es sostenida por Howitt, P. (1990). *The Keynesian Recovery and Others Essays*, Philip Allan ed., y como Schumpeter

A partir de las consideraciones anteriores, la Nueva Economía Keynesiana se propone establecer los fundamentos teóricos sólidos para un equilibrio keynesiano con desempleo utilizando la metodología neoclásica; busca mostrar que el equilibrio general de pleno empleo es un caso particular, porque la generalidad significa el funcionamiento de la economía fuera del equilibrio.

El programa de investigación general de esta corriente teórica se basa en la hipótesis de que la existencia del desempleo involuntario es consecuencia de la rigidez endógena del salario real, a la que conduce el comportamiento racional de las firmas. La tarea básica es entonces endogeneizar la rigidez de precios.

Sin embargo, la Nueva Economía Keynesiana no ha sido capaz de demostrar la endogeneidad de la rigidez salarial; no exhibe un acuerdo común en el cual sustentar la rigidez, sino por el contrario ha reunido un conjunto muy amplio de estudios que introducen algún rasgo en el comportamiento de los agentes y ello ha conducido además a resultados muy diferentes.

Justamente la incorporación de supuestos acerca del comportamiento de los agentes propicia que la rigidez salarial continúe explicándose de forma exógena.

La hipótesis común que sirve de base a la Nueva Economía Keynesiana se expresa en tres tipos de modelos: salarios de eficiencia, contratos implícitos y negociación salarial.

En el primer caso, la conducta racional de los agentes (y las imperfecciones del mercado de trabajo) está asociada con un salario de eficiencia presente a través de una amplia variedad de posibilidades tales como la productividad o el esfuerzo de los trabajadores, la calidad del trabajo, la rotación laboral, el comportamiento de los trabajadores (cumplimiento o evasión de responsabilidades) y la actitud justa de las firmas.

Cualquiera de estas posibilidades es el argumento al que se recurre para explicar porqué las firmas establecen los salarios reales superiores al de equilibrio; pero formalmente en ningún caso ha sido posible demostrar que ese salario de eficiencia es endógeno. Al respecto examinamos las propuestas de Robert Solow (1979) y de Carl Shapiro y Joseph Stiglitz (1984).

consideró que la única explicación del desempleo era la rigidez salarial aunque Keynes deseara evitarla, en Shumpeter J. A. (1954): *Histoire de l'analyse économique*, Gallimard, Paris.

Por otro lado, en los modelos de contratos implícitos, como los presentados por Martin Baily (1974) y Costas Azariadis y Joseph Stiglitz (1983), se intenta profundizar en la explicación de la rigidez salarial en escenarios con incertidumbre que permitan introducir algún grado de aversión al riesgo

Sin embargo, en estos escenarios el desempleo no existe, porque las relaciones de intercambio entre firmas y trabajadores que se efectúen en cada periodo, han sido establecidas por mutuo acuerdo en un momento previo y siguiendo un proceso walrasiano, es decir, el convenio de los contratos implícitos parte de un salario walrasiano correspondiente al pleno empleo, al que se añaden compensaciones o se descuentan primas (de acuerdo al estado de la naturaleza que se verifique) para mantener constante la utilidad; en consecuencia se obtienen salarios rígidos pero de pleno empleo.

En los modelos de negociación salarial, por ejemplo el desarrollado por Ian McDonald y Robert Solow (1981), los contratos eficientes requieren que el salario y el empleo sean determinados conjuntamente por firmas y sindicatos, el desempleo involuntario sólo puede explicarse a partir de los supuestos propios del modelo, es decir, desde que el número de trabajadores pertenecientes a un sindicato supere al número demandado por la firma.

La intención de estudiar los modelos de salarios de eficiencia, de contratos implícitos y de negociación salarial es evaluar su pertinencia en el programa general de investigación de la Nueva Economía Keynesiana.

Finalmente, presentamos dos modelos alternativos: los costos de menú y las fallas de coordinación. Ambos modelos se alejan del planteamiento general de la Nueva Economía Keynesiana.

Estudiamos el enfoque de costos de menú a través de la propuesta de Gregory Mankiw (1985). Estos modelos se basan en la existencia de fricciones que impiden el ajuste de los precios (ocurren rigideces nominales) ante modificaciones de la demanda y cuyas consecuencias son el aumento o reducción del bienestar social.

Por último en la propuesta de Russell Cooper y Andrew John (1988) se intenta explicar el desempleo involuntario en ausencia de rigideces salariales. La causa que propicia el desequilibrio es el fracaso de los agentes al intentar coordinar sus acciones.

5.2 SALARIOS DE EFICIENCIA

La concepción de los salarios de eficiencia tiene su origen en un trabajo efectuado por J. Leibenstein (1957), cuyo propósito general es analizar la condición subdesarrollada de algunas economías. Su problema específico era explicar por qué algunos países muestran un crecimiento económico sustancial mientras otros permanecen atrasados o rezagados.

Leibenstein sugiere que existe una relación entre el nivel salarial o nivel de ingreso y la nutrición, y entre ésta y la productividad. Señala que el monto de trabajo que un individuo representativo puede desarrollar, depende de su nivel de energía, de su salud y de su vitalidad, los que a su vez dependen de su nivel de consumo y más directamente del valor nutritivo de su alimentación.

Con base en algunos estudios empíricos, Leibenstein deduce que un aumento del salario que permita aumentar el contenido calórico de una dieta, conduce a un incremento más que proporcional del trabajo efectivo, pero puntualiza que sólo es así a partir del salario mínimo necesario para mantener con vida a la fuerza de trabajo. Un salario inferior a ese mínimo provocaría inanición.

La relación entre el salario y la productividad, así como el carácter exógeno del primero se exhiben claramente en la gráfica 5.2.1, donde N_s representa la oferta de trabajo efectivo, e las unidades de trabajo efectivo, w el salario y w_o el salario mínimo.²

Además Leibenstein explica a través de dos argumentos, cómo el pago de altos salarios, puede conducir a incrementar las ganancias de las firmas.

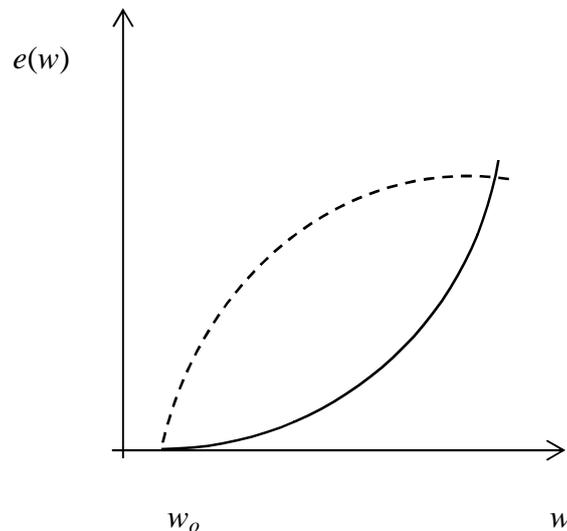
Para el primer argumento supone que la productividad de cada individuo depende directamente del salario (en términos gráficos esto implica que se obtienen curvas de productividad más altas entre mayores sean los salarios). Pero también supone que, como ocurre en la teoría tradicional, los puntos de interés para la firma son aquellos donde la productividad marginal de los factores es positiva decreciente,

² La representación gráfica de Leibenstein muestra un incremento menos que proporcional de las unidades de trabajo efectivo ante el aumento del salario, aunque su argumentación se basa en el incremento más que proporcional del trabajo ante la elevación del salario. En la gráfica que aquí se presenta la línea continua corresponde a la oferta de trabajo efectivo u oferta de esfuerzo cuando es positiva y creciente del salario, y en línea discontinua cuando la oferta de esfuerzo es positiva y decreciente del salario, en ambos casos se considera la existencia de un salario mínimo (Cfr. Leibenstein, J. 1957. *Economic Backwardness and Economic Growth*, Wiley, NY, p. 66).

y que la demanda de trabajo es negativa creciente respecto al salario formándose por todas las combinaciones en que la productividad marginal del trabajo equivale al salario.

Gráfica 5.2.1

Relación entre nivel de esfuerzo y salario

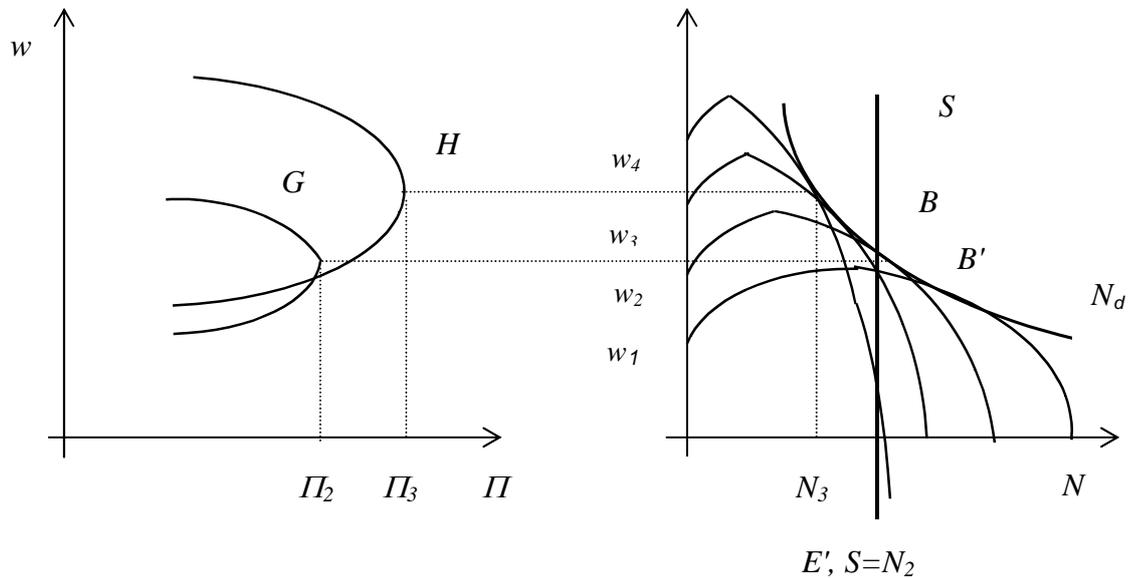


Estas dos ideas son incompatibles porque resulta que la productividad marginal de la fuerza de trabajo (es decir, el producto adicional que se obtendría si se aumentara una unidad adicional de trabajo) en pleno empleo es elevada cuando se pagan bajos salarios (la distancia $S-B'$ de la gráfica 5.2.2) y es escasa e incluso negativa cuando se pagan altos salarios (la distancia $E'-S$ de la gráfica 5.2.2), olvidándose que el salario equivale a la productividad marginal del trabajo.

El segundo argumento supone que si el trabajo efectivo se incrementa más que proporcionalmente al incremento de los salarios es posible combinar recursos óptimamente para incrementar el producto. Esto significa que es posible obtener beneficios positivos si el producto se incrementa en forma más que proporcional al aumento de salarios, y si la demanda de trabajo mantiene una relación negativa creciente con estos.

Leibenstein presenta una gráfica como la siguiente para explicar de qué manera los salarios elevados son compatibles con beneficios positivos.³

Gráfica 5.2.2.
Salarios y beneficios



En la propuesta de Leibenstein son posibles dos formas de desempleo, ambas resultan de la existencia de dos tipos de trabajo.

A diferencia de la oferta de trabajo efectiva que es creciente de los salarios, la simple oferta de trabajo es equivalente al número de personas existentes en la economía y es inelástica al salario real; esta oferta de trabajo propicia el desempleo involuntario a partir de su exceso sobre la demanda a niveles salariales elevados en los que se maximizan las ganancias.

Dada la forma de la curva de ganancias óptimas, un acuerdo institucional podría hacer que la firma empleara a toda la oferta de trabajo existente S , pero que utilizara realmente una cantidad de trabajo inferior (en la gráfica 4.2.2 dada por N_3), si pagara a ésta un salario superior al walrasiano w_3 podría obtener más ganancias que las que obtendría si realmente utilizara a toda la oferta de trabajo en la

³ La gráfica de Leibenstein exhibe una forma particular para la curva de ganancias óptimas Π , que claramente indica la existencia de una combinación de máximos beneficios; sin embargo no se

producción (en la gráfica 5.2.2 son mayores las ganancias en H que en G). La diferencia entre la cantidad contratada de fuerza de trabajo y la cantidad que realmente se utiliza origina el desempleo disfrazado.⁴

La explicación de Leibenstein ha sido una de las bases para el desarrollo de modelos de salarios de eficiencia, aunque su hipótesis no deja de presentar algunos elementos discutibles como los señalados, y a los que se añade la falta de una adecuada formalización.

Alternativamente al enfoque eficiencia – productividad existen otras explicaciones a la existencia de salarios de eficiencia.

A) Calidad

Existen modelos que enfatizan la calidad del trabajo. El supuesto principal es que la firma paga altos salarios con el fin de reclutar a la fuerza de trabajo de mayor calidad. Esta hipótesis implica no sólo la heterogeneidad del trabajo, sino también la imperfección de la información, que conduce a la firma a interesarse por la relación entre los salarios que paga y la calidad de la mano de obra; si por el contrario, se conociera perfectamente la calidad que aporta cada trabajador, el salario variaría simplemente en proporción directa a la calidad, sin que existieran ganancias para la empresa.

Para una empresa i , la calidad de los trabajadores empleados depende del salario que ofrezca w_i , del salario ofrecido por otras empresas \bar{w} , y del número total de buscadores de empleo N , es decir:

$$\lambda_i = \lambda(w_i, \bar{w}, N) \quad (1)$$

También se supone que una firma no puede identificar quién es más productivo ni quién lo es menos, sino que conoce sólo la calidad media de los solicitantes de empleo. Además se supone que si una empresa aumenta sus salarios en relación con la empresa i , entonces los trabajadores que esta última reclute serán menos productivos:

presenta su deducción formal.

⁴ Aunque Leibenstein no lo señala explícitamente, su argumento supone que una entidad exógena paga el salario a los trabajadores que son contratados pero que no intervienen realmente en la producción.

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial w} < 0 \quad (2)$$

En equilibrio, todas las empresas tienen la misma función de calidad y pagan el mismo salario, lo escogen de modo que minimice los costos de la mano de obra:

$$\bar{\lambda}_w(w, N) = \frac{\bar{\lambda}(w, N)}{w} \quad (3)$$

Y demandan trabajo hasta el punto en que el salario sea igual al valor del producto marginal:

$$\bar{\lambda}(w, N)F'[\bar{\lambda}(w, N)N] = w \quad (4)$$

B) Rotación de la fuerza laboral

El enfoque de salarios de eficiencia - rotación, supone que una firma incurre en costos de trabajo que se componen de salarios y costos de entrenamiento y alquiler de la fuerza de trabajo. Las firmas no tienen la posibilidad de distinguir ex ante a los trabajadores estables de los inestables. En términos generales, la disyuntiva de las firmas es elegir entre salarios bajos asociados con alta rotación, o bien, salarios elevados con baja tasa de rotación. En ausencia de desempleo si una firma quisiera reducir la tasa de abandono, podría lograrlo aumentando los salarios, pero el efecto es nulo si todas las firmas actúan similarmente; el salario de eficiencia funciona haciendo que ya no se gane aumentando más el salario cuando la tasa de desempleo es suficientemente elevada y la tasa de abandono suficientemente baja.

En este contexto, la función de esfuerzo se sustituye por una función de permanencia en el trabajo de la forma:

$$q = q(w / Ew, U) \quad (5)$$

Donde q es la tasa de permanencia, w es el salario pagado por la firma en cuestión, Ew es el salario pagado por otras firmas y U es la tasa de desempleo.

La firma escoge un nivel de salario y una demanda de trabajo que maximicen sus ganancias dadas por:

$$\text{Máx } F(Y) - wN - TqN = F - wN \quad (6)$$

Donde T es el costo de entrenamiento - alquiler por trabajador.

Bajo estas condiciones el producto marginal del trabajo iguala al salario más los costos de permanencia por trabajador:

$$F'(N) = w + Tq \quad (7)$$

Así la cantidad demandada de trabajo es una función del salario:

$$N = N_d(w^*) \quad (8)$$

C) Evasión e incitación

Los modelos de salarios de eficiencia - incitación, tienen la característica de que la información entre las firmas y los trabajadores es asimétrica, por ejemplo, una firma no puede saber qué trabajadores cumplen efectivamente con su trabajo y cuáles no, y cada trabajador desconoce si la firma le paga el salario que verdaderamente le corresponde.

En el escenario básico se supone que debe existir un salario suficientemente alto para inducir a los trabajadores a no evadir aquellas responsabilidades para las que fueron contratados.

Este criterio intenta establecer una penalidad para quienes no cumplan con su trabajo; si existiera pleno empleo y una vigilancia imperfecta sobre los trabajadores, despedir a una persona que es sorprendida evadiendo su trabajo, no constituye una penalización porque inmediatamente encontrará otra ocupación. En cambio, si una firma paga salarios superiores a los que pagan otras empresas, el trabajador despedido sí será penalizado, aunque esto provocaría que todas las firmas elevaran sus salarios, no obstante, la sanción efectiva tendría lugar cuando la elevación de los salarios redujera la demanda de trabajo y apareciera el desempleo.

En ausencia de beneficios de desempleo, la demanda de trabajo de la firma se establece en el punto en que el producto marginal del trabajo iguale a su costo:

$$F'(N) = w^* \quad (9)$$

Aunados a este modelo, resaltan los casos de selección adversa y de riesgo moral. En la selección adversa se supone que las habilidades de los trabajadores y sus salarios están asociados positivamente, de modo que los salarios elevados atraerán a los mejores candidatos, y los sucesivos incrementos del salario

conducirán a que sólo queden empleados quienes demuestren estar mejor calificados; los trabajadores, por su parte, evitarán contratarse a salarios inferiores a los que correspondan a sus habilidades, porque de hacerlo incurrirían en una selección adversa al ir en detrimento de sus utilidades.

El caso de riesgo moral, comúnmente se refiere a la veracidad con que la firma remunera a los trabajadores según el esfuerzo que realizan; por ejemplo, puede ocurrir que no se retribuya al personal según su productividad marginal; es posible que a los trabajadores jóvenes se les otorgue un salario inferior a su productividad con la promesa de que cuando adquieran experiencia se les compensará pagándoles un salario superior a su productividad; sin embargo existe un riesgo moral, porque la firma puede despedir a los trabajadores expertos y reemplazarlos con jóvenes, argumentando la evasión en el trabajo.

Como alternativa a los modelos de evasión se ha propuesto la introducción de un sistema de cuotas o emisión de bonos a ser pagados por los trabajadores a las firmas en caso de incumplimiento de sus tareas; con ello podría eliminarse el desempleo involuntario, pero se incurriría igualmente en un problema de riesgo moral por parte de las firmas quienes pudieran argumentar evasión para apropiarse del bono.

D) Justicia

Finalmente, en los modelos de salarios de eficiencia - justicia, el supuesto básico es que el esfuerzo de los trabajadores depende de la percepción que tengan sobre la justicia y el reconocimiento que las firmas les otorguen, si los trabajadores observan que los productores se preocupan por su bienestar, proporcionándoles salarios justos, buenas condiciones de trabajo, y estímulos a su esfuerzo, entonces corresponderán desempeñándose eficientemente en sus funciones.

George Akerlof (1984) presenta cuatro paradigmas que sitúan al individuo como integrante de un grupo social y donde el comportamiento común entre firmas y trabajadores conduce naturalmente a un comportamiento de fijación de salarios.

Entre estos paradigmas se encuentran:

1) La existencia de mercados duales que difieren considerablemente en la magnitud de los salarios que otorgan, las condiciones de trabajo, las promociones de ascenso, la adquisición de habilidades y las tasas de rotación; características que

propician su propia reproducción y que sugieren la existencia de salarios de eficiencia.

2) La formación de organizaciones jerárquicas donde existe una división del trabajo bien especificada y en las que la disciplina en el ejercicio de las tareas es el resultado de la lealtad de los empleados hacia las metas de la organización.

3) La teoría de la equidad supone que a los trabajadores que producen más les corresponden mejores retribuciones.

4) El paradigma de los grupos de trabajo supone que la autoridad no es completa, pero que es posible obtener la lealtad de los trabajadores a cambio de altos salarios y esa lealtad puede traducirse en alta productividad. Como en la producción existen empleados con distintas funciones, pudiera ocurrir que quienes tienen puestos básicos tomaran represalias contra quienes tienen funciones de supervisión si sienten que son tratados injustamente.

Ahora bien, de los modelos más difundidos sobre salarios de eficiencia destacan el de Robert Solow (1979) y el propuesto por Carl Shapiro y Joseph Stiglitz (1984), que son justamente los que analizamos en las siguientes páginas.

En el primero de ellos, la determinación del nivel de empleo y del salario correspondiente son decisiones exclusivas de la firma quien busca maximizar sus beneficios con la restricción de la técnica, donde ésta se expresa en una función de producción que depende del esfuerzo y de la cantidad de trabajo. El modelo concluye con tres resultados: se demanda trabajo efectivo donde su producto marginal iguale a su costo, en el nivel del salario de eficiencia el esfuerzo es máximo, y se genera desempleo porque el salario de eficiencia se mantiene en un nivel superior al walrasiano, el cual no puede disminuir porque si se hace así, se reducirían la productividad y los beneficios de la empresa.

En el modelo de Solow la introducción de la función de esfuerzo se hace mediante un supuesto, por el que se asume que es positivo decreciente del salario, además la función de esfuerzo sólo es válida a partir de un nivel mínimo de salario, pero no hay un criterio endógeno que determine ese mínimo. Otra dificultad es que este modelo no es suficiente para reunir en sí todo el razonamiento de la hipótesis de la endogeneidad del salario real, porque no muestra lo que ocurre con el comportamiento de los consumidores, ni tampoco en qué condiciones se alcanza el equilibrio general.

En el modelo de Shapiro y Stiglitz al igual que en el de Solow sólo se formaliza el funcionamiento del mercado de trabajo, ignorando lo que acontece en el de producto. La decisión óptima de cada firma implica escoger el mismo salario de eficiencia que el resto de las firmas, es decir, toma el salario de eficiencia como dado (porque es el que asegura la no evasión) y escoge el nivel de empleo en el que se iguale ese salario al producto marginal del trabajo. Los trabajadores por su parte deciden qué nivel de esfuerzo ofrecer a partir de la comparación de la utilidad que obtendrían cuando cumplen eficientemente sus labores y cuando evaden sus responsabilidades.

En este modelo se obtiene un desempleo aparentemente involuntario porque los trabajadores desocupados desean contratarse al salario prevaleciente en el mercado, pero las firmas no los contratan ni a ese salario ni a uno inferior debido a que suponen que los salarios reducidos los incentivan a descuidar sus obligaciones. Este desempleo es entonces resultado de la incapacidad de las firmas de observar el esfuerzo de los trabajadores, pero su existencia no se debe a la insuficiencia de la demanda efectiva sino a que se supone una diferencia entre la oferta total de trabajo y la demanda, y al uso de tasas exógenas de abandono y de incorporación al mercado de trabajo.

Para verificar la hipótesis de investigación de la Nueva Economía Keynesiana en el contexto de la formación de salarios de eficiencia, proponemos un modelo de equilibrio general en el que analizamos el comportamiento de los agentes como productores y como consumidores. Además, demostramos que la rigidez salarial es exógena puesto que no puede calcularse a partir de las especificidades del modelo, sino que depende de la magnitud del salario de reserva que se ha establecido exógenamente.

En nuestro modelo, el equilibrio general queda determinado por las ecuaciones tradicionales de demanda de producto y de oferta de trabajo; sin embargo, la creencia de los empresarios respecto al comportamiento de los trabajadores ocasiona que las funciones de oferta de producto y demanda de trabajo estén determinadas por los precios de eficiencia, propiciando el desempleo. En consecuencia, aquí se observa que la rigidez no existe si no es exógena, aunque se coincide en que ésta provoca el desempleo.

La pretensión de determinar la oferta de trabajo y la demanda de producto del consumidor en términos de salarios de eficiencia, como lo hace el productor con la demanda de trabajo y oferta de producto no es viable porque ello supondría que estas funciones dependen de la magnitud del salario de reserva, y además implicaría obtener en equilibrio general un salario de reserva que coordinara las decisiones de los agentes, es decir, la posibilidad de que el equilibrio competitivo se alcance con nula producción.

En síntesis, la Nueva Economía Keynesiana a través de los salarios de eficiencia, ha creado distintos argumentos con los que se justifica porqué deberían existir salarios reales superiores al walrasiano, pero en ningún caso ha mostrado que su formación es endógena; tampoco ha logrado derivar el resultado de desempleo involuntario.

5.2.1 Modelo básico de salarios de eficiencia (Solow, 1979)

La formalización básica debida a Robert Solow (1979) intenta recuperar el planteamiento de Leibenstein por lo que supone que la productividad de los trabajadores está en función del salario real que perciben. Si éste aumenta, se incrementará la productividad como resultado del mayor esfuerzo realizado.

El modelo se desarrolla en un escenario competitivo con agentes racionales y representativos de las firmas y de los trabajadores.

Únicamente se analiza el funcionamiento del mercado de trabajo en el que las firmas deciden la demanda de trabajo y el salario correspondiente.

Supuesto 1. La función de producción de una firma es:

$$Y = A F [e(w) N_d], \quad F' > 0, \quad F'' < 0 \quad (1)$$

Donde A es una variable aleatoria que describe shocks eventuales debidos a la tecnología o variaciones en los precios relativos, N_d es la cantidad de trabajo que la firma emplea, w es el salario real, y e es el esfuerzo que realizan los trabajadores.

Supuesto 2. Existe una función de esfuerzo:

$$e = e(w) \quad e'(\cdot) > 0, \quad e''(\cdot) < 0, \quad e(w_0) = 0 \quad (2)$$

Los beneficios resultan de la cantidad de trabajo empleado menos su remuneración, de modo que la función objetivo de las firmas es:

$$\Pi = AF[e(w) N_d] - wN_d \quad (3)$$

Las decisiones de la firma respecto a la cantidad de trabajo que demanda y el salario correspondiente se efectúan a partir del siguiente ejercicio de maximización:

$$\text{Máx } AF [e(w) N_d] - w N_d \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial N_d} = AF' [e(w) N_d] e(w) - w = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial w} = AF [e(w) N_d] e'(w) N_d - N_d = 0 \quad (6)$$

Dividiendo ambos términos de (5) entre $e(w)$:

$$AF' [e(w) N_d] = w / e(w) \quad (7)$$

Esta expresión indica que la firma demandará trabajo hasta el punto en que el producto marginal del trabajo efectivo sea igual a su costo; es decir, hasta el punto en que el producto marginal del trabajo iguale al salario real por unidad de esfuerzo.

Sustituyendo (7) en (6) y dividiendo entre N_d :

$$w^* e' (w^*) / e (w^*) = 1 \quad (8)$$

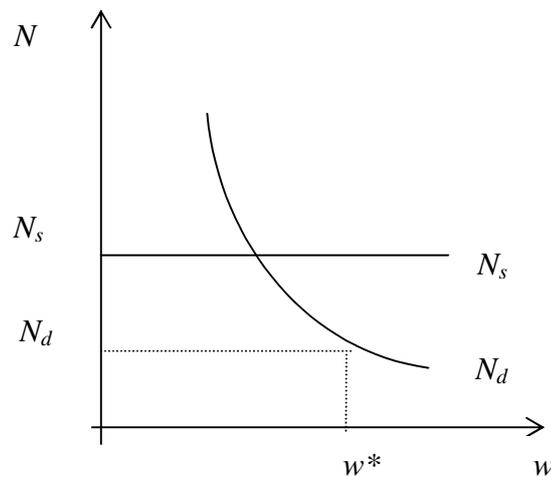
Esta ecuación indica la sensibilidad del esfuerzo ante variaciones marginales del salario real. Establece que en el salario de eficiencia, la elasticidad del esfuerzo respecto al salario es uno. Esto se explica porque si la función de producción requiere una cantidad de trabajo efectivo eN_d , cuando la firma contrata a un trabajador obtiene $e(w)$ unidades de trabajo efectivo al costo w , de modo que el costo por unidad de trabajo efectivo es la tasa $w / e(w)$.

El modelo está asociado necesariamente con la existencia de desempleo involuntario desde que una vez determinado el salario de eficiencia éste se mantiene en un nivel superior al walrasiano. La existencia de una oferta de trabajo que exceda a su demanda, no se corrige disminuyendo el salario real a través del mercado, si así sucediera la tasa de variación del esfuerzo marginal $e'(w) / e(w)$ disminuiría, y con ello la productividad y los beneficios de la empresa.

Dada una oferta de trabajo inelástica al salario, y una demanda de trabajo negativa creciente respecto al salario, el desempleo resulta inmediatamente del establecimiento de un salario de eficiencia superior al walrasiano, tal como se muestra en la gráfica 5.2.3 (la diferencia entre N_s y N_d).

Gráfica 5.2.3

Desempleo asociado a la existencia del salario de eficiencia



5.2.4 El desempleo como mecanismo de disciplina en el trabajo (Shapiro y Stiglitz, 1984)

El modelo desarrollado por Carl Shapiro y Joseph Stiglitz (1984) asigna al salario un doble papel: es el precio que permite calcular la demanda de trabajo, y es un mecanismo por el que puede incentivarse el esfuerzo de los trabajadores.

Uno de los rasgos más relevantes del modelo, es que además de los elevados salarios, la existencia del desempleo involuntario es un factor que motiva a los trabajadores a esforzarse al máximo en la labor que desempeñan.

Los supuestos y resultados del enfoque competitivo tradicional, tales como la información perfecta, la existencia de agentes idénticos entre sí como productores y como consumidores, y el equilibrio de pleno empleo, no contemplan la posibilidad de que los trabajadores asuman de forma distinta sus responsabilidades laborales ni consideran algún medio que evite su evasión. Así un trabajador que no desempeña

correctamente su actividad y es sorprendido, podría ser separado de su ocupación en el caso extremo, no obstante, esta acción no constituye una verdadera pérdida para el trabajador desde que inmediatamente va a ser contratado de nuevo por otra firma.

El razonamiento propuesto por Shapiro y Stiglitz supone que la firma escoge pagar salarios elevados (superiores a la productividad marginal del trabajo) con el fin de evitar que los trabajadores evadan las responsabilidades para las que fueron contratados, ya que de esta forma el individuo que es sorprendido evadiendo su trabajo y es despedido queda penalizado con la pérdida de ese salario; sin embargo, si todas las firmas actuaran de la misma manera, el salario elevado deja de ser el incentivo del esfuerzo, ahora ese papel lo ocuparía el desempleo resultante de la disminución de la demanda de trabajo ante el aumento del salario real, y el consecuente distanciamiento entre la demanda y la oferta de trabajo.

El desempleo generado en el modelo es involuntario porque los individuos desocupados estrictamente preferirían trabajar a salarios menores que el prevaleciente en el mercado a estar desempleados, pero no encuentran vacantes porque no pueden asegurar a las firmas que no descuidarán las actividades que les correspondan aunque los salarios sean muy bajos. Así puede afirmarse entonces que el desempleo involuntario resulta de la incapacidad de las firmas de observar el esfuerzo de los trabajadores.

El modelo también muestra que el seguro de desempleo incrementa la tasa de desempleo de equilibrio, no tanto porque haya pocos incentivos para buscar trabajo, sino más bien, porque reduce la penalidad de estar desocupado.

A) Trabajadores

Supuesto 1. Existen N trabajadores idénticos. La función instantánea de utilidad de cada trabajador es función del salario recibido y del nivel de esfuerzo. La función de utilidad es separable:

$$U = w - e \tag{1}$$

Supuesto 2. Los trabajadores empleados pueden ofrecer el esfuerzo mínimo $e=0$, o algún nivel positivo de esfuerzo $e>0$.

Supuesto 3. Los trabajadores desocupados reciben el beneficio de desempleo \bar{w} .

Supuesto 4. Existe una probabilidad b por unidad de tiempo de que un trabajador sea despedido debido a alguna causa exógena.

Supuesto 5. Los trabajadores son neutrales al riesgo.

A partir de los supuestos anteriores se desprende que si un individuo está empleado y evade sus responsabilidades su utilidad es w porque $e=0$, si está empleado y no evade su trabajo su utilidad es $w - e$, y si está desempleado su utilidad es nula porque el seguro de desempleo no está considerado en la función de utilidad.

Supuesto 6. La situación de desocupado no estigma a un individuo. La firma supone que un trabajador es tan inmoral como cualquier otro y su situación de desocupado sólo le indica que su salario era tan exiguo que lo incentivó a evadir su responsabilidad.

La única elección que realiza un trabajador es el nivel de esfuerzo que maximice el valor de presente del flujo de sus utilidades. Esto lo hace comparando la utilidad que obtendría si evade las actividades que debe realizar con la que obtendría si no evade.

El trabajador maximiza el valor esperado de utilidad a la tasa de descuento $r > 0$:

$$w = E \int_0^{\infty} u[w(t), e(t)] e^{-rt} dt \quad (2)$$

Supuesto 7. Existe una probabilidad exógena q de ser sorprendido evadiendo la responsabilidad y en consecuencia de ser despedido.

Supuesto 8. Existe una tasa a de adquisición de una ocupación, que se define como la razón entre las nuevas contrataciones y el número de desempleados.

La utilidad esperada de un trabajador que evade es:

$$rV_E^S = w + (b + q)(V_U - V_E^S) \quad (3)$$

Es decir, la utilidad esperada de quien evade V_E^S , es igual al salario sin descontar algún monto por esfuerzo w , más el producto de la probabilidad de

desempleo $(b+q)$ por la diferencia entre lo que obtiene al estar desocupado \bar{w} y lo que obtiene al estar empleado y evadir w .

Similarmente, la utilidad esperada de un trabajador que no evade es:

$$rV_E^N = w - e + b(V_U - V_E^N) \quad (4)$$

Para obtener la condición de no evasión primero se despejan los valores de V_E^S y V_E^N de las ecuaciones (3) y (4) que son:

$$V_E^S = \frac{w + (b+q)V_U}{r+b+q} \quad (3b)$$

$$V_E^N = \frac{w - e + bV_U}{r+b} \quad (4b)$$

Igualando (3b) y (4b):

$$\frac{w + bV_U + qV_U}{r+b+q} = \frac{w - e + bV_U}{r+b}$$

$$rqV_U = wq - re - be - qe$$

$$w \geq rV_U + \frac{(r+b+q)e}{q} \equiv \hat{w} \quad (5)$$

La ecuación (5) es conocida como condición de no evasión (*No Shirking Condition NSC*) indica que el salario crítico para no evadir \hat{w} es más alto, mientras mayores sean el esfuerzo e , la utilidad del desempleo V_U , la tasa de interés o de descuento r y la tasa de separación del trabajo b , y cuanto menor sea la tasa de ser sorprendido evadiendo las responsabilidades q .⁵

De la comparación de las ecuaciones (3b) y (4b) se sigue que un trabajador escoge no evadir si $V_E^N \geq V_E^S$:

$$\frac{w - e + bV_U}{r+b} \geq \frac{w + (b+q)V_U}{r+b+q}$$

⁵ En su exposición Shapiro y Stiglitz utilizan invariablemente el término salario crítico para referirse al salario que incentiva ejercer esfuerzo, el cual en otros modelos se designa como salario de eficiencia.

Para que se cumpla la desigualdad es necesario que la magnitud de q y su influencia sobre la utilidad esperada al evadir V_E^S y sobre la utilidad del desempleo V_U exceda al valor del esfuerzo e . De esta forma la condición de no evasión puede escribirse alternativamente como:

$$q(V_E^S - V_U) \geq e \quad (6)$$

B) Firmas

Supuesto 9. Hay M firmas idénticas $i = 1, \dots, M$. Cada firma tiene la función de producción:

$$Q_{s,i} = f(N_{d,i}) \quad f' > 0, \quad f'' < 0 \quad (7)$$

Donde $N_{d,i}$ es la demanda de trabajo efectivo de la firma i . Entonces en el agregado la función de producción es:

$$Q_s = f(N_d) \quad f' > 0, \quad f'' < 0 \quad (8)$$

Supuesto 10. La productividad marginal del trabajo es mayor que el esfuerzo:

$$f'(N_d) > e \quad (9)$$

Con este supuesto Stiglitz y Shapiro afirman que el pleno empleo es eficiente.

Por otro lado, del supuesto 3 se deduce que todas las firmas ofrecen la misma compensación al desempleo \bar{w} establecida en un nivel mínimo, si se incrementara necesariamente debe aumentar el salario crítico \hat{w} . De otra forma, puede decirse que el comportamiento de la firma está determinado por la utilidad esperada de un trabajador desocupado V_U , la cual es:

$$rV_U = \bar{w} + a(V_E - V_U) \quad (10)$$

Siendo V_E es la utilidad esperada de un trabajador ocupado.

Supuesto 11. En equilibrio:

$$V_E = V_E^N \quad (11)$$

La demanda de trabajo de la firma se establece donde el valor del producto marginal del trabajo iguala al costo de alquilar un empleado adicional:

$$f'(N_d) = \hat{w} \quad \text{si } \bar{w} = 0 \quad (12)$$

$$f'(N_d) = w + \frac{\bar{w}b}{a+r} \quad \text{si } \bar{w} > 0 \quad (12b)$$

C) Equilibrio de estado estacionario

Con el equilibrio del mercado de trabajo se determinan los niveles de empleo y salario.

Puede pensarse que si los salarios son muy elevados, los trabajadores valorarán su empleo precisamente por los salarios que obtienen en ellos y los escasos puestos de trabajo, entonces las firmas supondrán que pueden disminuir el salario real sin riesgo a que los trabajadores incumplan su labor. Inversamente, si el salario es muy bajo, se intentará evadir porque trabajar a salarios tan reducidos es sólo moderadamente preferible a estar desocupado, además de que la excesiva demanda de trabajo hace que el periodo de desocupación sea breve; estos hechos motivarán a las firmas a incrementar los salarios.

El equilibrio del mercado ocurre cuando una firma toma como dados los niveles de empleo y salarios de otras firmas y encuentra óptimo ofrecer ese mismo salario.

La ecuación (12) determina la demanda de trabajo; el salario crítico \hat{w} al que corresponde la demanda de trabajo se obtiene de la condición de no evasión agregada que se calcula a continuación.

Usando $V_E = V_E^N$ se sustituye V_E^N de (4b) en (10):

$$rV_U = \bar{w} + a(V_E - V_U)$$

$$rV_U = \bar{w} + a \left[\frac{w - e + bV_U - rV_U - bV_U}{r+b} \right]$$

$$rV_U \left(1 + \frac{a}{r+b} \right) = \frac{\bar{w}(r+b) + a(w-e)}{r+b}$$

$$rV_U = \frac{\bar{w}(r+b) + a(w-e)}{r+b+a} \quad (13)$$

Ahora se obtiene rV_E resolviendo V_U de (10), sustituyendo este resultado en (4b) y simplificando:

$$\begin{aligned}
 rV_U &= \bar{w} + aV_E - aV_U \\
 V_U &= \frac{\bar{w} + aV_E}{r + a} \\
 V_E &= \frac{w - e + b \left[\frac{\bar{w} + aV_E}{r + a} \right]}{r + b} \\
 V_E - \frac{baV_E}{(r + a)(r + b)} &= \frac{wr + wa - er - ea + b\bar{w}}{(r + b)(r + a)} \\
 V_E \left(1 - \frac{ba}{(r + a)(r + b)} \right) &= \frac{wr + wa - er - ea + b\bar{w}}{(r + b)(r + a)} \\
 V_E &= \frac{(w - e)(r + a) + b\bar{w}}{r(r + a + b)} \\
 rV_E &= \frac{(w - e)(r + a) + b\bar{w}}{(r + a + b)} \tag{14}
 \end{aligned}$$

Sustituyendo (13) en (5):

$$\begin{aligned}
 w &\geq \frac{\bar{w}(r + b) + a(w - e)}{r + b + a} + \frac{(r + b + q)e}{q} \\
 w \left(1 - \frac{a}{r + b + a} \right) &\geq \frac{\bar{w}(r + b)}{r + b + a} - \frac{ae}{r + b + a} + \frac{(r + b + q)e}{q} \\
 w &\geq \bar{w} - \frac{ae}{r + b} + \frac{(r + b + q)e(r + b + a)}{q(r + b)} \\
 w &\geq \bar{w} + \frac{-aeq + err + erb + erq + erb + ebb + ebq + eaq + ear + eab}{q(r + b)} \\
 w &\geq \bar{w} + \frac{qe(r + b) + e(a + b + r)(r + b)}{q(r + b)} \\
 w &\geq \bar{w} + e + \frac{e(a + b + r)}{q} \equiv \hat{w} \tag{15}
 \end{aligned}$$

La ecuación (15) es la condición de no evasión agregada y extiende los resultados de la condición de no evasión del trabajador individual (5).

En estado estacionario se cumple que:

$$bN_d = a(N_s - N_d) \quad (16)$$

$$a = \frac{bN_d}{N_s - N_d} \quad (16b)$$

La condición (16) establece que en estado estacionario el monto de la fuerza laboral que fluye hacia el desempleo debe ser equivalente al monto que deja el desempleo.

Además si $N_d = N_s$ y a tiende a infinito, los trabajadores que se encuentren desocupados inmediatamente volverán a ser contratados.

Si se sustituye (16b) en la condición de no evasión agregada se obtiene (15):

$$w \geq \bar{w} + e + \frac{e(a+b+r)}{q} \equiv \hat{w}$$

$$w \geq \bar{w} + e + \frac{e}{q} \left(\frac{bN_d}{N_s - N_d} + b + r \right)$$

$$w \geq \bar{w} + e + \frac{e}{q} \left(\frac{bN_s}{N_s - N_d} + r \right)$$

$$w \geq \bar{w} + e + \frac{e}{q} \left(\frac{b}{U} + r \right) \equiv \hat{w} \quad (17)$$

Donde U es la tasa de desempleo:

$$U = \frac{N_s - N_d}{N_s} \quad (18)$$

En consecuencia la ecuación (17) es la condición de no evasión agregada expresada en términos de la tasa de desempleo; indica que el salario crítico \hat{w} es mayor cuanto menor sea la tasa de desempleo.

El equilibrio de estado estacionario ocurre cuando la demanda agregada de trabajo interseca la condición de no evasión agregada:

$$f'(N_d) = \bar{w} + e + \frac{e}{q} \left(\frac{bN_s}{N_s - N_d} + r \right) \quad (19)$$

Cada firma toma la tasa de contratación a como dada y encuentra que debe ofrecer al menos el salario \hat{w} . La demanda de trabajo (12) determina cuántos trabajadores deben ser contratados a ese salario.

Ahora se determinan las propiedades de la condición de no evasión agregada:

$$\frac{\partial w}{\partial N_s} = \frac{e}{q} \frac{b(N_s - N_d) - bN_s}{(N_s - N_d)^2} > 0 \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial N_s^2} &= \frac{e}{q} \frac{(b-b)(N_s - N_d)^2 - [b(N_s - N_d) - bN_s]2(N_s - N_d)}{(N_s - N_d)^4} \\ &= \frac{e - (bN_s - bN_d - bN_s)2(N_s - N_d)}{q (N_s - N_d)^4} = \frac{e}{q} \frac{2bN_d}{(N_s - N_d)^3} > 0 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\frac{\partial w}{\partial N_d} = \frac{e}{q} \frac{(0)(N_s - N_d) - bN_s(-1)}{(N_s - N_d)^2} = \frac{e}{q} \frac{bN_s}{(N_s - N_d)^2} > 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial N_d^2} = \frac{e}{q} \frac{(0)(N_s - N_d)^2 - bN_s[2(N_s - N_d)(-1)]}{(N_s - N_d)^4} = \frac{e}{q} \frac{2bN_s}{(N_s - N_d)^3} > 0 \quad (23)$$

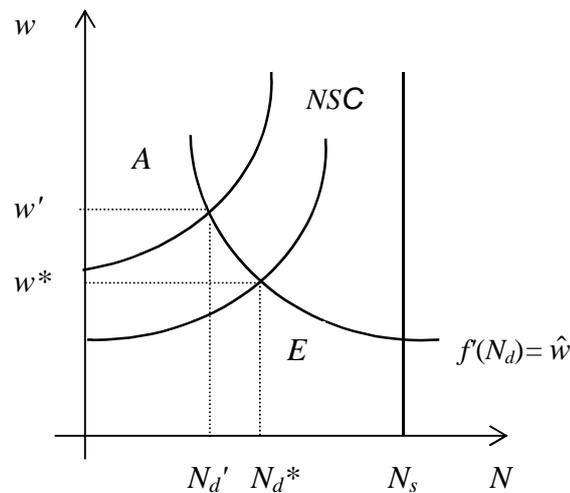
Por lo tanto la condición de no evasión agregada es positiva creciente del nivel de empleo.

Como se observa en la gráfica 5.2.4, el equilibrio ocurre en el punto E , donde las firmas obtienen todo el trabajo que desean N_d^* al salario $w^* = \hat{w}$, es decir a un salario en el que los trabajadores no evaden sus responsabilidades.

Sin embargo en el punto de equilibrio existe desempleo en la magnitud determinada por la diferencia entre N_s y N_d^* ; el desempleo aparentemente es involuntario porque los individuos desocupados preferirían trabajar al salario w^* o a uno inferior, pero no pueden hacerlo porque no pueden garantizar que a este nivel salarial no incumplirán con sus labores. Existe perfecta información acerca de la disponibilidad de puestos de trabajo, sólo que las firmas no pueden supervisar perfectamente las actividades de sus empleados.

En conclusión, la no evasión es incompatible con el pleno empleo.

Condición de no evasión y equilibrio en economía descentralizada



Un traslado de la curva NSC hacia arriba puede producirse según (5), (15) y (17), si se incrementa cualquiera de los siguientes factores: esfuerzo, tasa de interés, compensación al desempleo, tasa de desocupación, tasa a la que se deja el desempleo, o bien si se reduce la probabilidad de ser sorprendido evadiendo el trabajo. El desplazamiento hasta NSC' conduce al nuevo equilibrio A , deja sin cambio a la curva de demanda agregada de trabajo, reduce la demanda de trabajo, incrementa el salario de equilibrio y aumenta el desempleo.

D) Análisis del bienestar

A continuación se efectúa el cálculo del problema de maximización de un planeador central, que consiste en maximizar la utilidad esperada de un trabajador representativo sujeta a la condición de no evasión y a la restricción de recursos, luego se compara este resultado con el anteriormente efectuado para los agentes individuales.

El problema de maximización del planeador central es:

$$\text{Máx}_{w, \bar{w}, N_d} (w - e)N_d + \bar{w}(N_s - N_d)$$

$$\text{S. a} \quad w \geq e + \bar{w} + \frac{e}{q} \left(\frac{bN_s}{N_s - N_d} + r \right)$$

$$wN_d + \bar{w}(N_s - N_d) \leq f(N_d)$$

$$\bar{w} \geq 0 \quad (24)$$

$$L = (w - e)N_d + \bar{w}(N_s - N_d) + \lambda \left[w - e - \bar{w} - \frac{e}{q} \left(\frac{bN_s}{N_s - N_d} + r \right) \right] + \mu [f(N_d) - wN_d - \bar{w}(N_s - N_d)]$$

$$\frac{\partial L}{\partial w} = N_d + \lambda - \mu N_d \leq 0$$

$$= 0 \quad \text{si} \quad w > 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{w}} = (N_s - N_d) - \lambda - \mu(N_s - N_d) \leq 0$$

$$= 0 \quad \text{si} \quad \bar{w} > 0 \quad (26)$$

En el nivel óptimo $\bar{w} = 0$ por lo que el problema del planeador central es:

$$\text{Máx}_{w, N_d} (w - e)N_d$$

$$\text{S. a} \quad w \geq e + \frac{e}{q} \left(\frac{bN_s}{N_s - N_d} + r \right)$$

$$wN_d \leq f(N_d) \quad (27)$$

$$L = (w - e)N_d + \lambda \left[w - e - \frac{e}{q} \left(\frac{bN_s}{N_s - N_d} + r \right) \right] + \mu [f(N_d) - wN_d]$$

$$\frac{\partial L}{\partial w} = N_d + \lambda - \mu N_d \quad (28)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu} = f(N_d) - wN_d \quad (29)$$

De (29) se obtiene:

$$w = \frac{f(N_d)}{N_d} \quad (30)$$

Es decir, bajo la maximización del productor central el salario es equivalente al producto medio.

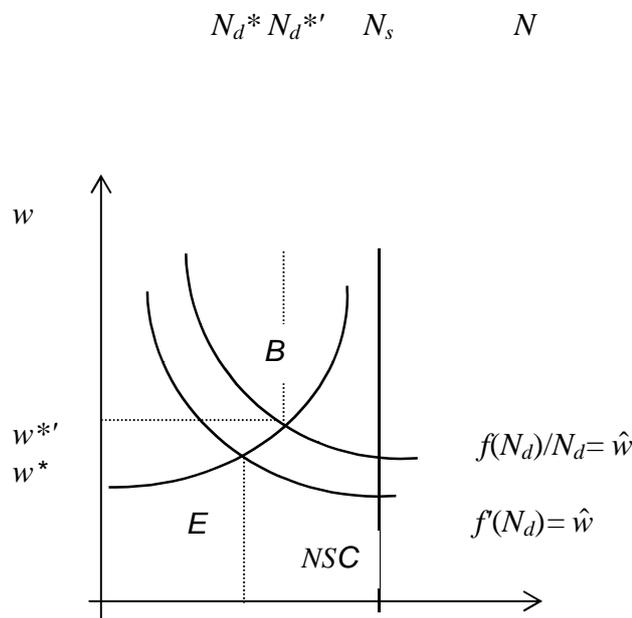
Si existen rendimientos decrecientes a escala, el producto medio supera al producto marginal.

Como resultado de la maximización del productor central el nuevo equilibrio ocurre en el punto *B* de la gráfica 5.2.5, donde se obtiene mayores salarios y se reduce el desempleo.

El punto B es óptimo y superior al equilibrio del mercado señalado en el punto E , sólo si los individuos fueran simultáneamente trabajadores y productores; en caso contrario, si las firmas y los trabajadores fueran distintos individuos el nuevo equilibrio no sería Pareto óptimo porque el incremento de los salarios y del empleo implicaría la reducción de las ganancias.

Gráfica 5.2.5

Condición de no evasión y equilibrio en economía centralizada



5.2.3 Equilibrio general con salarios de eficiencia. Crítica: Demostración de exogeneidad de la rigidez salarial

Contrariamente a la hipótesis que supone que la rigidez salarial es endógena, según sostiene la Nueva Economía Keynesiana, aquí se presenta un modelo de equilibrio general con salarios de eficiencia donde se muestra que la rigidez no existe si no es exógena; por ello se afirma que el resultado principal de esta teoría es equivalente al neoclásico.

A) Condiciones iniciales

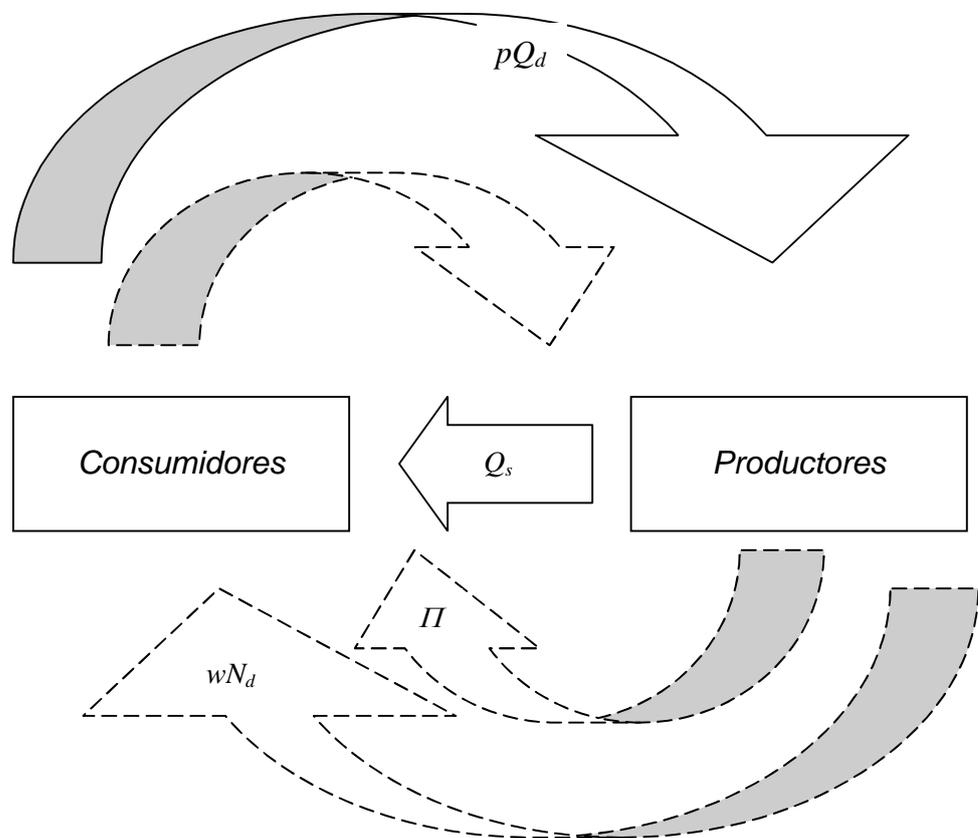
El modelo que se propone a continuación se desarrolla en un escenario de competencia perfecta, plenamente descentralizado y de propiedad privada, con precios y cantidades plenamente flexibles, información perfecta y agentes

representativos que actúan racionalmente y que buscan maximizar sus beneficios como productores y sus utilidades como consumidores. El sistema económico está compuesto por un producto no durable, un factor de producción y un periodo de análisis.

Diagrama 5.2.1

Flujos reales y financieros entre los agentes

Siendo Π la masa de beneficios, w el salario, p el precio del bien, Q_d y Q_s las cantidades demandadas y ofrecidas de producto, N_d N_s las cantidades



demandadas y ofrecidas de trabajo, los ingresos de los productores son: $pQ_s = \Pi + wN_d$, y la restricción presupuestal de los consumidores se expresa como: $pQ_d = \Pi + wN_s$, sumando ambos se obtiene la expresión contable de la Ley de Walras:

$$p(Q_s - Q_d) + w(N_s - N_d) = 0.$$

B) Firmas

Supuesto 1. Existe un número grande de firmas idénticas M . Cada firma busca maximizar sus beneficios que están dados por:

$$\Pi = pQ_s - wN_d \quad (1)$$

Supuesto 2. La producción de una firma depende del número de trabajadores que emplea y del esfuerzo que ellas esperen que realicen, o en otros términos, puede decirse que la producción es función de la cantidad de trabajo eficiente:

$$Q_s = Af(eN_d) \quad f' > 0, \quad f'' < 0 \quad (2)$$

Donde A es una variable aleatoria que describe cambios en la tecnología (shocks de productividad) o en los precios relativos de la firma, y e denota el esfuerzo por trabajador.

Las dos ecuaciones anteriores indican que la firma adquiere trabajo eficiente, porque sólo con éste es posible una cantidad positiva de producto.

C) Propiedades de la función de esfuerzo

Supuesto 3. El esfuerzo de cada trabajador es una función del salario que la firma le paga. La función de esfuerzo es positiva decreciente del salario y puede tomar cualquier valor en el intervalo cerrado $[0,1]$.⁶

$$e = e(w) \quad e' > 0, \quad e'' < 0 \quad 0 \leq e(w) \leq 1 \quad (3)$$

Este supuesto básico indica que existe un salario mínimo a partir del cual el trabajo se hace eficiente.

Siendo w_o el salario mínimo, entonces:

$$e(w) = 0 \quad \text{para } w < w_o, \quad e(w) > 0 \quad \text{para } w \geq w_o \quad (3b)$$

Proposición 1. La función de esfuerzo es la siguiente:⁷

$$e(w) = 1 - \frac{w_o}{w} \quad (4)$$

⁶ Esta restricción se introduce en el modelo propuesto para especificar los valores posibles de la función de esfuerzo.

⁷ La forma funcional que se propone permite observar con claridad los determinantes del esfuerzo.

Prueba:

$$\frac{\partial e(w)}{\partial w} = \frac{w_o}{w^2} > 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 e(w)}{\partial w^2} = -\frac{2w_o}{w^3} < 0 \quad (6)$$

Se trata entonces de una función esfuerzo positiva decreciente del salario.

Por sí misma, la función de esfuerzo permite determinar el nivel del salario de eficiencia como se hace a continuación.

Multiplicando (5) por w :

$$\frac{\partial e(w)}{\partial w} w = \frac{w_o}{w} \quad (7)$$

Usando (4):

$$e(w) = 1 - \frac{\partial e(w)}{\partial w} w$$

$$1 = \frac{1}{e(w)} - \frac{\partial e(w)}{\partial w} \frac{w}{e(w)}$$

$$\frac{\partial e(w)}{\partial w} \frac{w}{e(w)} = \frac{1}{e(w)} - 1$$

Sustituyendo (7) en la última expresión:

$$\frac{\frac{w_o}{w}}{e(w)} = \frac{1}{e(w)} - 1$$

Sustituyendo aquí (4):

$$\frac{\frac{w_o}{w}}{1 - \frac{w_o}{w}} = \frac{1}{1 - \frac{w_o}{w}} - 1$$

$$\frac{ww_o}{w(w - w_o)} = \frac{w - w + w_o}{w - w_o}$$

$$1 = 1$$

$$\frac{w_o}{w - w_o} = 1$$

Resolviendo para w :

$$w_o = w - w_o$$

$$2w_o = w \tag{8}$$

Este mismo resultado puede obtenerse usando la elasticidad del esfuerzo respecto al salario y usando la forma funcional sugerida:

$$\frac{we'(w)}{e(w)} = 1$$

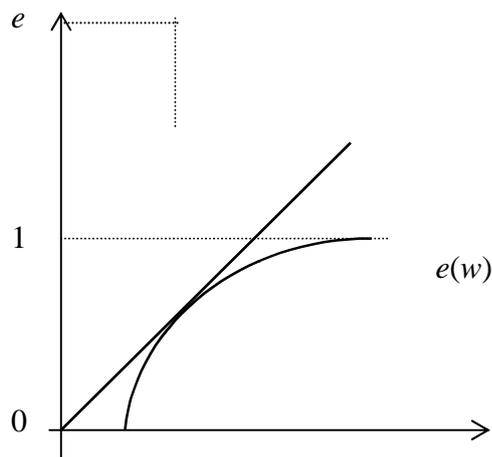
$$2w_o = w$$

Los resultados (5), (6) y (8) permiten representar a la función esfuerzo como se muestra en la gráfica 5.2.6.

Gráfica 5.2.6
Función esfuerzo

w_o $2w_o$ w

D) Propiedades de la función de producción



Con la función esfuerzo especificada en (4), las propiedades de la función de producción son las siguientes.

Sustituyendo (4) en (2):

$$Q_s = Af \left[\left(1 - \frac{w_o}{w} \right) N_d \right]$$

Utilizando (8):

$$Q_s = Af \left[\left(1 - \frac{w_o}{2w_o} \right) N_d \right]$$

$$Q_s = Af [0.5N_d] \quad (9)$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial N_d} = Af' [0.5N_d] 0.5 > 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 Q_s}{\partial N_d^2} = Af'' [0.5N_d] 0.25 < 0 \quad (11)$$

De modo que la función de producción es positiva decreciente del trabajo.

E) Cálculo del productor

El problema de maximización de la firma es:

$$\text{Máx } \Pi = pQ_s - wN_d$$

$$\text{S. a } Q_s = Af[e(w)N_d]$$

$$L(\Pi) = pQ_s - wN_d + \lambda \{ Q_s - Af[e(w)N_d] \} \quad (12)$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial L}{\partial N_d} = -w - \lambda Af' [e(w)N_d] e(w) = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial L}{\partial w} = -N_d - \lambda Af' [e(w)N_d] e'(w)N_d = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q_s} = p + \lambda = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = Q_s - Af [e(w)N_d] = 0 \quad (16)$$

Dividiendo (10) entre (12):

$$\frac{w^*}{p} \frac{1}{e(w^*)} = Af' [e(w^*)N_d] \quad (17)$$

La ecuación (17) establece que la firma demandará trabajo donde el producto marginal de trabajo iguale al salario real, es decir en la frontera de la función de producción.

Sustituyendo (15) y (17) en (14):

$$N_d = p \frac{w^*}{p} \frac{1}{e(w^*)} e'(w^*) N_d$$

$$\frac{w^* e'(w^*)}{e(w^*)} = 1 \quad (18)$$

La ecuación (18) establece que la elasticidad del esfuerzo con respecto al salario es uno.

Las ecuaciones (17) y (18) determinan en conjunto el equilibrio del productor, maximiza sus beneficios produciendo en el punto donde el producto marginal de trabajo iguala al salario real por unidad de esfuerzo (17), que coincide con el punto de la función de producción en que se maximiza el esfuerzo al salario determinado (18).

El hecho de que la elasticidad trabajo - esfuerzo del producto sea unitaria, significa que el producto medio es equivalente al producto marginal y que existen nulos beneficios porque todo el producto se destina a la remuneración de los factores.

Si se sustituye la función esfuerzo en (18) se obtiene la condición para el salario de eficiencia ya señalada en (8) como se hace a continuación.

Usando (4) y (5) en (18):

$$\frac{w \frac{w_o}{w^2}}{1 - \frac{w_o}{w}} = 1$$

$$2w_o = w^* \quad (19)$$

F) Funciones resultantes

El nivel de salario de eficiencia que permite el equilibrio del productor se obtiene directamente si se introduce la función esfuerzo (4) en el problema de

optimización; la realización del ejercicio efectuado enseguida permitirá además, calcular las funciones de oferta de producto y demanda de trabajo.

Usando (4) el problema de maximización de la firma es:

$$\text{Máx } \Pi = pQ_s - wN_d$$

$$\text{S. a } Q_s = Af \left[\left(1 - \frac{w_o}{w} \right) N_d \right]$$

$$L(\Pi) = pQ_s - wN_d + \lambda \left\{ Q_s - Af \left[\left(1 - \frac{w_o}{w} \right) N_d \right] \right\} \quad (20)$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial L}{\partial N_d} = -w - \lambda Af' \left[\left(1 - \frac{w_o}{w} \right) N_d \right] \left(1 - \frac{w_o}{w} \right) = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial L}{\partial w} = -N_d - \lambda Af' \left[\left(1 - \frac{w_o}{w} \right) N_d \right] \left(\frac{w_o}{w^2} \right) N_d = 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q_s} = p + \lambda = 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = Q_s - Af \left[\left(1 - \frac{w_o}{w} \right) N_d \right] = 0 \quad (24)$$

Dividiendo (21) entre (23):

$$\frac{w}{p} = Af' \left[\left(1 - \frac{w_o}{w} \right) N_d \right] \left(1 - \frac{w_o}{w} \right) \quad (25)$$

Análogamente a (17), el resultado (25) indica que se producirá donde el producto marginal del trabajo iguale al salario real.

Sustituyendo (23) y (25) en (22):

$$N_d = p Af' \left[\left(1 - \frac{w_o}{w} \right) N_d \right] \left(\frac{w_o}{w^2} \right) N_d$$

$$N_d = p \frac{w}{p} \left(1 - \frac{w_o}{w} \right)^{-1} \left(\frac{w_o}{w^2} \right) N_d$$

Simplificando:

$$1 = w \left(1 - \frac{w_o}{w} \right)^{-1} \left(\frac{w_o}{w^2} \right)$$

$$2w_o = w^* \quad (26)$$

Este resultado es equivalente a (18) y muestra que el salario de eficiencia depende del salario de reserva, más aún, precisa que su magnitud debe ser el doble del salario de reserva.

Ahora se calcula la demanda de trabajo del productor.

Sustituyendo (26) en (25):

$$\begin{aligned} \frac{2w_o}{p} &= Af' \left[\left(1 - \frac{w_o}{w}\right) N_d \right] \left(1 - \frac{w_o}{2w_o}\right) \\ \frac{2w_o}{p} &= Af' \left[\left(1 - \frac{w_o}{w}\right) N_d \right] 0.5 \end{aligned} \quad (27)$$

Proposición 2. La ecuación de oferta de producto es la siguiente:

$$Q_s = A[0.5N_d]^\mu \quad 1 > \mu > 0 \quad (28)$$

De donde se obtiene:

$$\frac{\partial Q_s}{\partial N_d} = \mu A [0.5N_d]^{\mu-1} 0.5 \quad (29)$$

Es posible sustituir (29) en (27) porque son equivalentes los resultados

$$\frac{\partial Q_s}{\partial N_d} = Af' \left[\left(1 - \frac{w_o}{w}\right) N_d \right] 0.5 \quad \text{y} \quad \frac{\partial Q_s}{\partial N_d} = \mu A [0.5N_d]^{\mu-1} 0.5 \cdot$$

Entonces:

$$\frac{2w_o}{p} = \left\{ \mu A [0.5N_d]^{\mu-1} 0.5 \right\} 0.5$$

Resolviendo para N_d :

$$\begin{aligned} \frac{2w_o}{p} \frac{1}{0.25} \frac{1}{A\mu} &= [0.5N_d]^{\mu-1} \\ N_d &= 2 \left(\frac{0.125 A\mu}{w_o / p} \right)^{\frac{1}{1-\mu}} \end{aligned} \quad (30)$$

$$N_d = \left[2(0.125A\mu)^{\frac{1}{1-\mu}} \right] \left(\frac{w_o}{p} \right)^{\frac{1}{\mu-1}} \quad (30b)$$

Ahora se evalúan las propiedades de la función demanda de trabajo:

$$\begin{aligned}\frac{\partial N_d}{\partial w_o / p} &= \left[2(0.125A\mu)^{\frac{1}{1-\mu}} \right] \left(\frac{1}{\mu-1} \right) \left(\frac{w_o}{p} \right)^{\frac{1}{\mu-1}-1} \\ \frac{\partial N_d}{\partial w_o / p} &= \left[2(0.125A\mu)^{\frac{1}{1-\mu}} \right] \left(\frac{1}{\mu-1} \right) \left(\frac{w_o}{p} \right)^{\frac{2-\mu}{\mu-1}}\end{aligned}\quad (31)$$

Para determinar el signo de esta derivada se requiere el valor de μ . Como se estableció en (28), $1 > \mu > 0$, entonces suponiendo que $\mu = 0.5$ se tiene:

$$\begin{aligned}\frac{\partial N_d}{\partial w_o / p} \Big|_{\mu=0.5} &= \left[2\{(0.125)(0.5)A\}^{\frac{1}{1-0.5}} \right] \left(\frac{1}{0.5-1} \right) \left(\frac{w_o}{p} \right)^{\frac{2-0.5}{0.5-1}} \\ \frac{\partial N_d}{\partial w_o / p} \Big|_{\mu=0.5} &= \left[2\{0.0625A\}^2 \right] (-2) \left(\frac{w_o}{p} \right)^{-3} \\ \frac{\partial N_d}{\partial w_o / p} \Big|_{\mu=0.5} &= -0.015625A^2 \left(\frac{w_o}{p} \right)^{-3} < 0\end{aligned}\quad (32)$$

Y también:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 N_d}{\partial (w_o / p)^2} &= \left[2(0.125A\mu)^{\frac{1}{1-\mu}} \left(\frac{1}{\mu-1} \right) \right] \left(\frac{2-\mu}{\mu-1} \right) \left(\frac{w_o}{p} \right)^{\frac{2-\mu}{\mu-1}-1} \\ \frac{\partial^2 N_d}{\partial (w_o / p)^2} &= \left[2(0.125A\mu)^{\frac{1}{1-\mu}} \left(\frac{1}{\mu-1} \right) \right] \left(\frac{2-\mu}{\mu-1} \right) \left(\frac{w_o}{p} \right)^{\frac{3-2\mu}{\mu-1}}\end{aligned}\quad (33)$$

Evaluando este resultado con $\mu = 0.5$ se tiene:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 N_d}{\partial (w_o / p)^2} \Big|_{\mu=0.5} &= \left[2\{(0.125)(0.5)A\}^{\frac{1}{1-0.5}} \left(\frac{1}{0.5-1} \right) \right] \left(\frac{2-0.5}{0.5-1} \right) \left(\frac{w_o}{p} \right)^{\frac{3-2(0.5)}{0.5-1}} \\ \frac{\partial^2 N_d}{\partial (w_o / p)^2} \Big|_{\mu=0.5} &= \left[2(0.0625A)^2 (-2) \right] (-3) \left(\frac{w_o}{p} \right)^{-4} \\ \frac{\partial^2 N_d}{\partial (w_o / p)^2} \Big|_{\mu=0.5} &= 0.046875A^2 \left(\frac{w_o}{p} \right)^{-4} > 0\end{aligned}\quad (34)$$

De (32) y (34) se desprende que la función demanda de trabajo efectiva es negativa creciente respecto al salario real de reserva, este resultado es válido en todo el dominio de la ecuación de oferta de producto $1 > \mu > 0$; debe puntualizarse que los resultados aquí obtenidos indican que un aumento del salario real de reserva implica la contracción de la demanda de trabajo menos que proporcionalmente a dicha variación.

Ahora se determina cómo es la función oferta de producto:

Sustituyendo (30) en (28):

$$Q_s = A \left\{ 2 \left[\left(\frac{0.125 A \mu}{w_o / p} \right)^{\frac{1}{1-\mu}} \right] (0.5) \right\}^{\mu}$$

Simplificando:

$$Q_s = A \left[\left(\frac{0.125 A \mu}{w_o / p} \right)^{\frac{1}{1-\mu}} \right]^{\mu}$$

$$Q_s = A A^{\frac{\mu}{1-\mu}} \left[\frac{0.125 \mu}{w_o / p} \right]^{\frac{\mu}{1-\mu}}$$

$$Q_s = A^{\frac{1}{1-\mu}} (0.125 \mu)^{\frac{\mu}{1-\mu}} (p / w_o)^{\frac{\mu}{1-\mu}} \quad (35)$$

Respecto a las propiedades de la función oferta de producto:

$$\frac{\partial Q_s}{\partial p / w_o} = \left[A^{\frac{1}{1-\mu}} (0.125 \mu)^{\frac{\mu}{1-\mu}} \right] \left(\frac{\mu}{1-\mu} \right) \left(\frac{p}{w_o} \right)^{\frac{\mu}{1-\mu}-1}$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial p / w_o} = \left[A^{\frac{1}{1-\mu}} (0.125 \mu)^{\frac{\mu}{1-\mu}} \right] \left(\frac{\mu}{1-\mu} \right) \left(\frac{p}{w_o} \right)^{\frac{2\mu-1}{1-\mu}} \quad (36)$$

Para determinar el signo de (36) se evalúa con $\mu = 0.5$:

$$\frac{\partial Q_s}{\partial p / w_o} \Big|_{\mu=0.5} = \left[A^{\frac{1}{1-0.5}} \{ (0.125)(0.5) \}^{\frac{0.5}{1-0.5}} \right] \left(\frac{0.5}{1-0.5} \right) \left(\frac{p}{w_o} \right)^{\frac{2(0.5)-1}{1-0.5}}$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial p / w_o} \Big|_{\mu=0.5} = \left[A^2 (0.0625) \right] \left(\frac{p}{w_o} \right)^0$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial (p/w_o)} \Big|_{\mu=0.5} = 0.0625A^2 > 0 \quad (37)$$

Además:

$$\frac{\partial^2 Q_s}{\partial (p/w_o)^2} = \left[A^{\frac{1}{1-\mu}} (0.125\mu)^{\frac{\mu}{1-\mu}} \left(\frac{\mu}{1-\mu} \right) \right] \left(\frac{2\mu-1}{1-\mu} \right) \left(\frac{p}{w_o} \right)^{\frac{2\mu-1}{1-\mu}-1}$$

$$\frac{\partial^2 Q_s}{\partial (p/w_o)^2} = \left[A^{\frac{1}{1-\mu}} (0.125\mu)^{\frac{\mu}{1-\mu}} \left(\frac{\mu}{1-\mu} \right) \right] \left(\frac{2\mu-1}{1-\mu} \right) \left(\frac{p}{w_o} \right)^{\frac{3\mu-2}{1-\mu}} \quad (38)$$

Usando $\mu = 0.5$:

$$\frac{\partial^2 Q_s}{\partial (p/w_o)^2} \Big|_{\mu=0.5} = \left[A^{\frac{1}{1-0.5}} \{ (0.125)(0.5) \}^{\frac{0.5}{1-0.5}} \left(\frac{0.5}{1-0.5} \right) \right] \left(\frac{2(0.5)-1}{1-0.5} \right) \left(\frac{p}{w_o} \right)^{\frac{3(0.5)-2}{1-(0.5)}}$$

$$\frac{\partial^2 Q_s}{\partial (p/w_o)^2} \Big|_{\mu=0.5} = 0 \quad (39)$$

De acuerdo a (37) y (39), la función oferta de producto es positiva constante respecto a los precios relativos, este resultado es válido en todo el dominio de la ecuación de oferta de producto $1 > \mu > 0$.

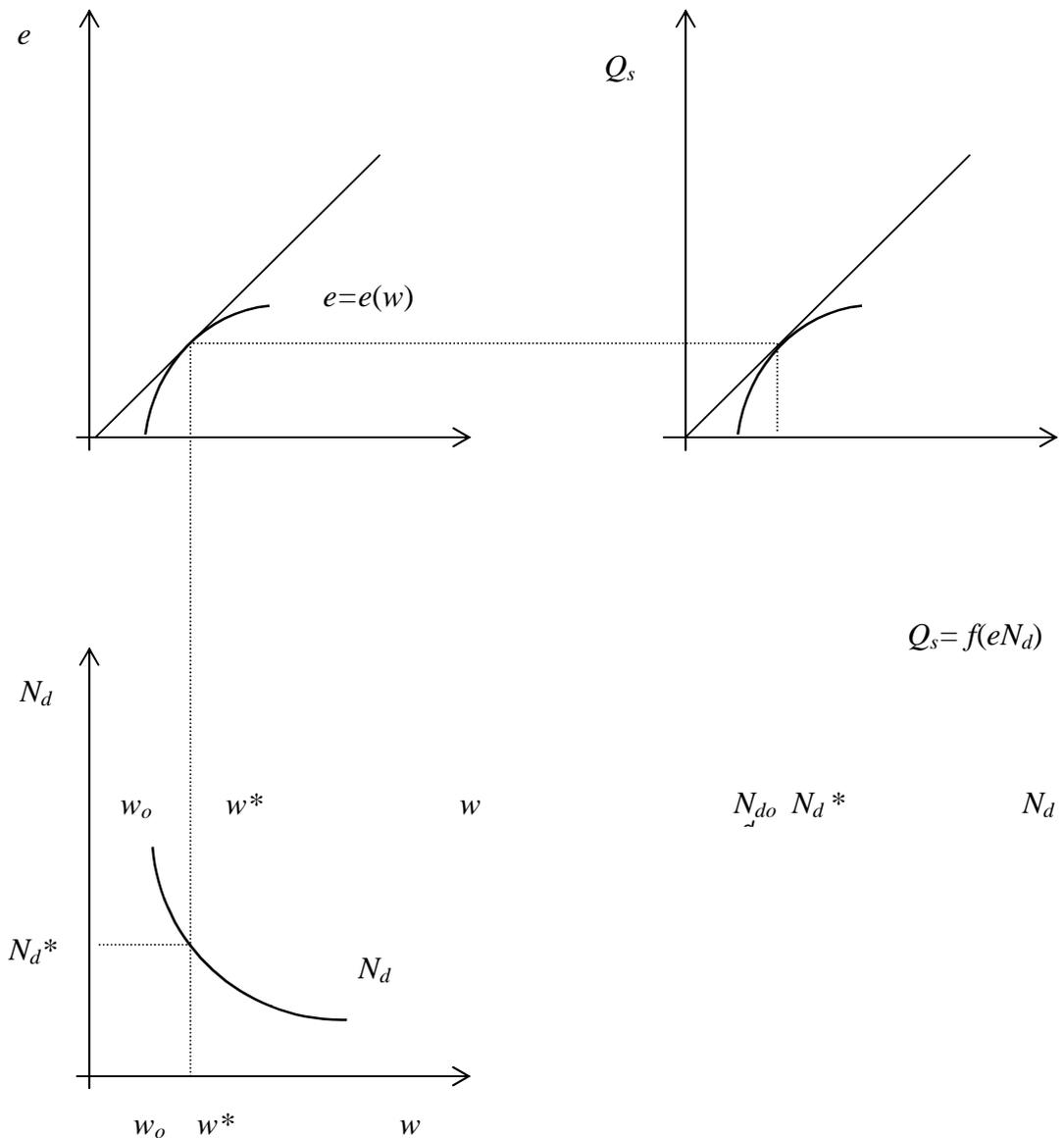
El equilibrio del productor se muestra en la gráfica 5.2.7. En él destacan sobre todo las funciones demanda de trabajo y oferta de producto. La primera, es negativa creciente del salario real de reserva. La función oferta de producto está desplazada hacia la derecha del origen debido a la introducción de la función de esfuerzo, con nulos beneficios se produce utilizando N_d^* al nivel del salario de eficiencia, en ese punto son tangentes la función de producción cuya pendiente es el producto marginal del trabajo, y la recta de isobeneficio cuya pendiente es el salario real.

G) Consumidores

Supuesto 4. Existe un número fijo de consumidores idénticos N, cada uno obtiene utilidad de la cantidad de producto que consume y del tiempo que dedica al ocio.

$$U = g(Q_d, S) \quad (40)$$

Equilibrio del productor cuando existe función de esfuerzo



Supuesto 5. La cantidad de producto que puede adquirir, depende de los ingresos que obtiene por el trabajo eficiente que ofrece, y de los beneficios no salariales derivados de su propiedad de las empresas. Esto se expresa en su restricción presupuestal:

$$wN_s + \Pi = pQ_d \tag{41}$$

El tiempo que dedica al ocio es el que queda al descontar del tiempo biológicamente disponible, el que ofrece como trabajo:

$$S = \tau - N_s \quad (42)$$

H) Cálculo del consumidor

El problema de optimización del consumidor es:

$$\text{Máx } U = g(Q_d, S)$$

$$\text{S. a } wN_s + \Pi = pQ_d$$

$$L(U) = g[Q_d, \tau - N_s] + \lambda(wN_s + \Pi - pQ_d) \quad (43)$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial L}{\partial Q_d} = g'Q_d - \lambda p = 0 \quad (44)$$

$$\frac{\partial L}{\partial S} = -g'S + \lambda w = 0 \quad (45)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = wN_s + \Pi - pQ_d = 0 \quad (46)$$

Dividiendo (45) entre (44):

$$\frac{-\frac{\partial L}{\partial S}}{\frac{\partial L}{\partial Q_d}} = \frac{g'S}{g'Q_d} = \frac{w}{p} \quad (47)$$

La expresión (47) es la relación marginal de sustitución entre el ocio y el consumo, es decir, la relación inversa entre la desutilidad marginal del trabajo y la utilidad marginal del consumo. Como en la teoría tradicional del consumidor, el equilibrio para este agente se encuentra en la tangencia de su restricción presupuestal con la curva de indiferencia más alta posible, o sea, donde su pendiente iguala a la tasa marginal de sustitución entre los bienes S y Q_d .

Definiendo como α a la relación inversa y proporcional entre ambos bienes, entonces la última expresión también puede escribirse como:

$$\frac{\alpha Q_d}{\tau - N_s} = \frac{w}{p} \quad (48)$$

l) Funciones resultantes

Ahora se determinan las funciones de oferta de trabajo y demanda de producto.

Despejando N_s de (48):

$$N_s = \frac{\tau w - \alpha p Q_d}{w} \quad (49)$$

Sustituyendo (49) en (41), y resolviendo para Q_d :

$$w \left(\frac{-\alpha p Q_d + \tau w}{w} \right) + \Pi = p Q_d$$

$$Q_d = \frac{\Pi + \tau w}{p(1 + \alpha)} \quad (50)$$

Las propiedades de la función demanda de producto son:

$$\frac{\partial Q_d}{\partial p/w} = - \left(\frac{(1 + \alpha)p}{\tau w} \right)^2 \left(\frac{1 + \alpha}{\tau} \right) < 0 \quad (51)$$

$$\frac{\partial^2 Q_d}{\partial (p/w)^2} = 2 \left(\frac{(1 + \alpha)p}{\tau w} \right)^3 \left(\frac{1 + \alpha}{\tau} \right)^2 > 0 \quad (52)$$

Por tanto, la función demanda de producto es negativa creciente de los precios relativos.

Sustituyendo (50) en (49) y resolviendo para N_s :

$$N_s = \frac{-\alpha p \left(\frac{\Pi + \tau w}{p(1 + \alpha)} \right) + \tau w}{w}$$

$$N_s = \frac{-\alpha \Pi + \tau w}{w[1 + \alpha]} \quad (53)$$

$$N_s = \frac{\tau}{[1 + \alpha]} - \frac{\alpha}{(1 + \alpha)} \frac{\Pi / p}{w / p} \quad (53b)$$

Ahora se evalúan las propiedades de esta función.

$$\frac{\partial N_s}{\partial w/p} = \left(-\frac{\alpha}{1 - \alpha} \right) \left(-\frac{\Pi / p}{(w/p)^2} \right) > 0 \quad (54)$$

$$\frac{\partial^2 N_s}{\partial (w/p)^2} = \left(-\frac{\alpha}{1-\alpha} \right) \left(\frac{2\Pi/p}{(w/p)^3} \right) < 0 \quad (55)$$

A partir de (54) y (55) la función oferta de trabajo es positiva decreciente del salario real.

Respecto a los ingresos no salariales la oferta de trabajo tiene las siguientes propiedades:

$$\frac{\partial N_s}{\partial \Pi/p} = -\frac{\alpha}{(1+\alpha)} \frac{1}{2w_o/p} < 0 \quad (56)$$

$$\frac{\partial^2 N_s}{\partial (\Pi/p)^2} = 0 \quad (57)$$

Es decir, es negativa constante.

J) Equilibrio general

En equilibrio general se determina el precio relativo p/w que satisface la expresión contable de la Ley de Walras:

$$\frac{p}{w}(Q_s - Q_d) + (N_s - N_d) = 0 \quad (58)$$

Del cálculo del productor efectuado anteriormente, se obtuvieron las funciones de oferta de producto y demanda de trabajo (30) y (35). Dicho cálculo se realizó con base en el supuesto de que los trabajadores actúan siguiendo una función de esfuerzo positiva decreciente del salario, a partir de un nivel mínimo.

Por otro lado, las funciones resultantes de oferta de trabajo y demanda de producto no están expresadas en términos de un salario de eficiencia ni de un salario de reserva, debido a que la hipótesis de eficiencia, no se encuentra incorporada en el cálculo del consumidor, es decir, los trabajadores no actúan ofreciendo trabajo de acuerdo a una función de esfuerzo como es la creencia de los productores.

El cálculo de equilibrio general sólo es posible haciendo compatibles la creencia del productor sobre la actuación de los trabajadores, con su verdadera acción. Si el esfuerzo de los trabajadores es en todo momento el máximo, entonces la función de esfuerzo asociada es:

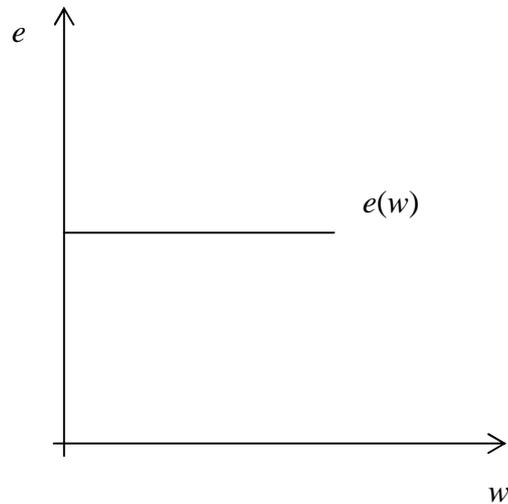
$$e(w) = 1 \quad \forall w \in \mathfrak{R}^+ \quad (59)$$

Cuyas propiedades son:

$$\frac{\partial e(w)}{\partial w} = 0 \quad (60)$$

$$\frac{\partial^2 e(w)}{\partial w^2} = 0 \quad (61)$$

Gráfica 5.2.8
Función esfuerzo



Esta función de esfuerzo no altera el cálculo anterior del consumidor, pero sí modifica el cálculo del productor en la forma siguiente:

Usando (4) el problema de maximización de la firma es:

$$\text{Máx } \Pi = pQ_s - wN_d$$

$$\text{S. a } Q_s = Af[e(w)N_d], \text{ o bien } Q_s = Af[N_d]$$

$$L(\Pi) = pQ_s - wN_d + \lambda \{Q_s - Af[N_d]\} \quad (62)$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial L}{\partial N_d} = -w - \lambda Af'[N_d] = 0 \quad (63)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q_s} = p + \lambda = 0 \quad (64)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = Q_s - Af[N_d] = 0 \quad (65)$$

Dividiendo (64) entre (63):

$$\frac{w}{p} = Af'[N_d] \quad (66)$$

Si (65) es homogénea de grado μ tal que $1 > \mu > 0$ entonces:

$$\mu Q_s = Af'[N_d] \quad (67)$$

$$f' = \mu (Q_s / N_d) \quad (67b)$$

Reemplazando (67b) en (66):

$$\frac{w}{p} = \frac{\mu Q_s}{N_d} \quad (68)$$

Utilizando (65), (68) y resolviendo para N_d :

$$\frac{w}{p} = \frac{\mu f(N_d)}{N_d}$$

$$N_d = f^{-1}(\mu^{-1} w/p)$$

$$N_d = j(w/p) \quad N_d' < 0, \quad N_d'' > 0 \quad (69)$$

Reemplazando (69) en (65):

$$Q_s = Af[f^{-1}(\mu^{-1} w/p)]$$

$$Q_s = j^*(p/w) \quad Q_s' > 0, \quad Q_s'' = 0 \quad (70)$$

Para determinar los precios de equilibrio, primeramente se calcula Π/p , esta magnitud se obtiene a partir de (1):

$$\frac{\Pi}{p} = Q_s - \frac{wN_d}{p} \quad (1b)$$

Sustituyendo aquí, las funciones de oferta de producto (70) y demanda de trabajo (69):

$$\frac{\Pi}{p} = j^*(p/w) - \frac{wj(w/p)}{p}$$

$$\frac{\Pi}{p} = k(p/w) \tag{71}$$

Usando el mercado de trabajo:

$$N_d - N_s = 0 \tag{72}$$

Reemplazando las funciones (53) y (72):

$$j(w/p) - \tau(1+\alpha)^{-1} + \alpha(1+\alpha)^{-1} \Pi/w = 0$$

$$j(w/p) - \tau(1+\alpha)^{-1} + \alpha(1+\alpha)^{-1} (\Pi/p)/(w/p) = 0$$

$$j(w/p) - \tau(1+\alpha)^{-1} + \alpha(1+\alpha)^{-1} K(p/w)(p/w) = 0$$

Reemplazando $j(w/p)$ y $K(p/w)(p/w)$ por $i(p/w)$:

$$i(p/w) - \tau(1+\alpha)^{-1} + \alpha(1+\alpha)^{-1} i(p/w) = 0 \quad \xrightarrow{Q_d}$$

Resolviendo para p/w :

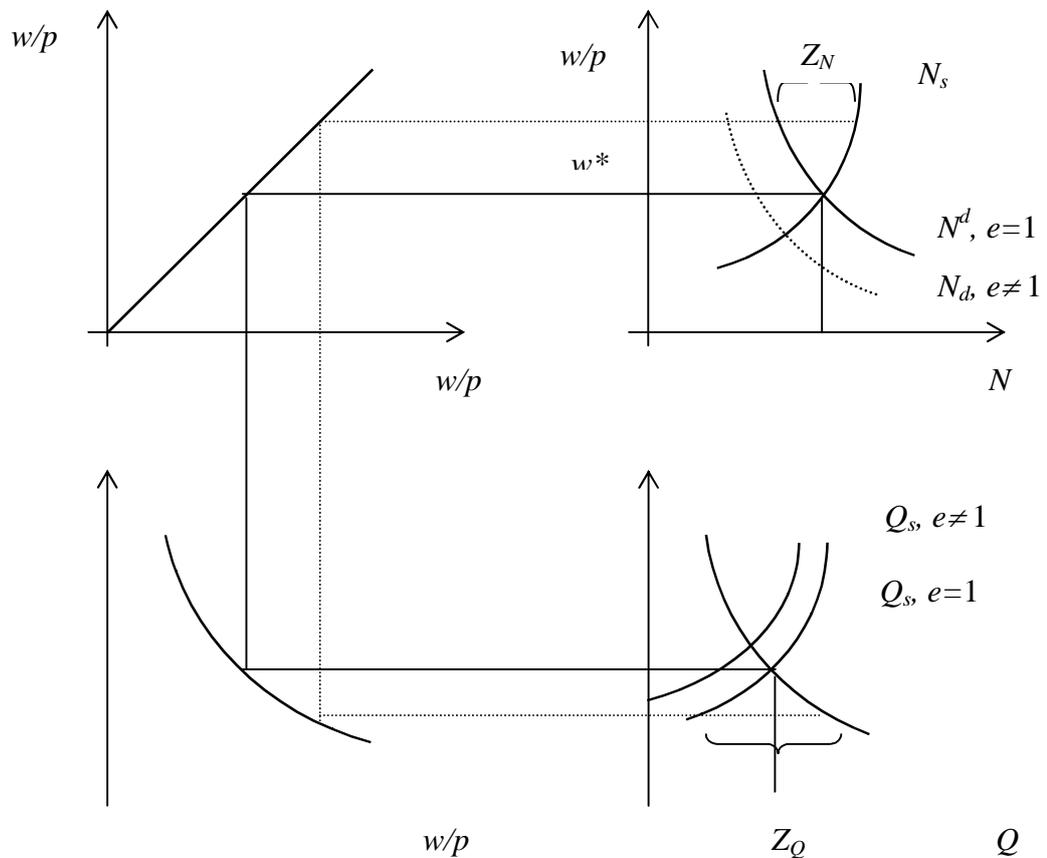
$$i(p/w) + \alpha(1+\alpha)^{-1} i(p/w) = \tau(1+\alpha)^{-1}$$

$$i(p/w) [1 + \alpha(1+\alpha)^{-1}] = \tau(1+\alpha)^{-1}$$

$$p/w = i^{-1} \tau(1+2\alpha)^{-1} \tag{73}$$

Gráfica 5.2.9

Equilibrio general con salario de eficiencia



El resultado expresado en la ecuación (73) muestra que en el contexto del modelo propuesto es posible determinar el equilibrio general, es decir, los precios relativos hacen posible lograr simultáneamente el equilibrio del mercado de trabajo con pleno empleo, y el equilibrio en el mercado de producto. Sin embargo, este equilibrio es sólo posible, cuando se cancelan las particularidades de la función de esfuerzo ($e' > 0$, $e'' < 0$ y $e(w) > 0$ para $w > w_0$), aun cuando no se elimine totalmente del cálculo del productor (puede suponerse que $e(w) = 1$).

El equilibrio general queda determinado por las ecuaciones (50) y (70) para el mercado de producto y (53) y (69) para el mercado de trabajo.

5.2.4 El resultado de desempleo en los modelos de salarios de eficiencia

En esta sección presentamos los resultados que se derivan de los tres modelos que hemos presentado para la explicación del desempleo involuntario.

El modelo desarrollado por Solow (1979) intenta mostrar que el desempleo resulta de la rigidez del salario real.

Aun cuando no se presenta cómo es el comportamiento del consumidor, se concluye que existe desempleo, en apariencia involuntario, porque existen trabajadores desocupados que desean trabajar al salario de eficiencia, pero las firmas no los contratan ni a ese salario ni a uno inferior.

De acuerdo a las características del modelo, el desempleo sólo es evidente si suponemos que la oferta de trabajo es mayor que la demanda. Además ese desempleo tendría su origen en la creencia de las firmas de que los trabajadores mejor pagados son más eficientes; tal idea se deriva de su incapacidad para observar y evaluar el verdadero esfuerzo de los trabajadores, y conduce a fijar un salario de eficiencia superior a su nivel walrasiano.

Si bien se argumenta la causa de que las firmas deseen establecer un salario de eficiencia, su magnitud no es endógena; formalmente se observa que su valor resulta de magnitudes exógenas señaladas en las propiedades de la función de esfuerzo, particularmente del supuesto de que el salario de eficiencia debe ser superior al salario de reserva porque de lo contrario la producción es nula.

En la propuesta de Shapiro y Stiglitz (1984) el resultado principal es el equilibrio del mercado de trabajo logrado por la intersección de la demanda de trabajo agregada (que determina precisamente la cantidad de trabajo que el productor demanda) y de la condición de no evasión (que determina el mínimo salario crítico que debe ofrecerse para evitar el incumplimiento de responsabilidades en el trabajo). Este equilibrio es compatible con la existencia de desempleo.

El equilibrio de mercado no es óptimo de Pareto, porque es posible mejorar la situación de productores y trabajadores si la maximización la efectúa un planeador central. Aquí el aspecto más interesante es que la optimización en el sentido de Pareto, depende de la distribución de la riqueza; si los trabajadores tienen propiedad de las empresas entonces la maximización del planificador central es óptima, si trabajadores y productores son agentes diferentes entonces el ejercicio del planificador central sólo da un resultado diferente (mejora la situación de los trabajadores y afecta a las firmas), pero no es superior al del mercado.

Además para que el cálculo del planificador central sea óptimo se requeriría incorporar en la utilidad esperada de los trabajadores los beneficios esperados por su propiedad de las empresas.

El desempleo que resulta en el modelo en apariencia es involuntario porque los individuos desocupados prefieren trabajar al salario crítico o a uno inferior, pero no pueden hacerlo porque las firmas suponen que a salarios tan reducidos, el trabajador no cumplirá adecuadamente sus actividades. Esta creencia de las firmas se sustenta en su incapacidad para supervisar totalmente la labor de los empleados.⁸

Debe destacarse que este modelo muestra lo que ocurre sólo en el mercado de trabajo y se construye sobre la base de que los trabajadores no eligen la cantidad de trabajo que ofrecerán a cada nivel de salario, sólo tienen la elección del esfuerzo que ejercerán estando empleados, es decir, es posible que los trabajadores estén ocupados, pero no ejerzan ningún esfuerzo.

La elección del esfuerzo no depende de alguna forma funcional de éste; dado que la función de utilidad se ha supuesto separable del salario y del esfuerzo, aquí el esfuerzo se escoge comparando la utilidad que se obtendría si su magnitud es nula con la que se obtendría si es positiva.

Las firmas por su parte buscarán un salario crítico que garantice magnitudes de esfuerzo positivas y a ese salario harán corresponder su demanda de trabajo. Las firmas simplemente demandan trabajo, incorporan a la producción trabajo con esfuerzo y trabajo sin esfuerzo; es precisamente su incapacidad para distinguir entre ambos tipos de trabajo lo que las conduce a creer que el esfuerzo de los trabajadores se relaciona directamente con el salario que perciben.

El desempleo que se muestra en el modelo es un resultado exógeno porque deriva de la comparación de la demanda de trabajo de equilibrio con la oferta de trabajo, esta última se ha determinado exógenamente. De la misma manera, la tasa de desempleo se obtiene comparando una magnitud endógena con una exógena.

Además, el salario crítico, equivalente al salario de eficiencia, no se obtiene a través de un ejercicio de optimización, sino sólo a través de la comparación de

⁸ La percepción de los autores es que sí han mostrado el origen del desempleo involuntario; según ellos, éste se produce por la rigidez del salario: "Involuntary unemployment appears to be a persistent feature of many labor markets. The presence of such unemployment raises the question of why wages do not fall to clear labor markets...we show how...the inability of employers to costlessly observe workers' on the job effort, can explain involuntary unemployment..." Shapiro, C. y Stiglitz, J. (1984). "Equilibrium unemployment as a worker discipline device", *American Economic Review*, N. 74, p. 433.

utilidades; es exógeno porque su valor sólo se determina dependiendo de la magnitud de parámetros exógenos.

Finalmente, en nuestra propuesta, a diferencia de los modelos anteriores sí realizamos un estudio de equilibrio general.

En este caso, la creencia de los empresarios respecto al comportamiento de los trabajadores, ocasiona que las funciones de oferta de producto y demanda de trabajo estén determinadas por los precios de eficiencia y propicien el desempleo. Nuevamente, es la creencia o ilusión de los empresarios la que genera el desempleo involuntario, al establecer un precio para el trabajo superior al que vacía el mercado; es sólo creencia porque los trabajadores ofrecen todo su esfuerzo con su trabajo; de hecho en el cálculo del consumidor no se contempla ninguna función de esfuerzo.

El ejercicio de maximización del productor, calculado suponiendo que el comportamiento del trabajador se basa en la existencia de una función esfuerzo positiva decreciente del salario a partir de un nivel mínimo, permite determinar un salario de eficiencia $2w_o = w^*$. Es fundamental observar que sólo se determina endógenamente un criterio de elección del salario de eficiencia (según el cual debe duplicar al salario mínimo), pero su magnitud depende totalmente del salario de reserva o salario mínimo; este último es introducido exógenamente puesto que no puede calcularse a partir de las especificidades del modelo, e inclusive se carece de elementos que puedan orientar acerca de su valor.

En consecuencia, contrariamente a la hipótesis que supone que la rigidez salarial es endógena, según sostiene la Nueva Economía Keynesiana, nuestro modelo muestra una vez más que la rigidez no existe si no es exógena, aunque se coincide en que la rigidez de precios provoca el desempleo.

Con esta conclusión queda en duda el aporte básico pretendido por la Nueva Economía Keynesiana a través de los modelos de salarios de eficiencia, puesto que lejos de constituir un avance respecto a la Teoría Neoclásica del Equilibrio General, reafirma sus resultados al encontrarse que la posibilidad del desempleo aparece únicamente a través de una rigidez salarial exógena.

5.3 CONTRATOS IMPLÍCITOS

En los modelos de contratos implícitos se intenta profundizar en la explicación de la rigidez salarial en escenarios con incertidumbre.

La idea general de estos modelos es que firmas y trabajadores son agentes diferentes en cuanto a su actitud hacia el riesgo (las empresas son neutrales y los trabajadores son aversos al riesgo).

La presencia de la incertidumbre origina que las firmas realicen una elección intertemporal (respecto a la oferta de producto y a la demanda de trabajo) sustentada en el objetivo de maximizar sus beneficios para todos los estados de la naturaleza posibles. Los trabajadores por su parte, desearían maximizar su utilidad en cada estado de la naturaleza, pero dada su aversión al riesgo, buscan que al menos su utilidad sea invariable.

Por tanto, desde un inicio se establecen las relaciones de intercambio entre firmas y trabajadores que tendrán vigencia en cada periodo, éstas han sido establecidas por mutuo acuerdo y siguiendo un proceso walrasiano.

El convenio de los contratos implícitos parte entonces de un salario walrasiano correspondiente al pleno empleo, al que se añaden compensaciones o se descuentan primas (de acuerdo al estado de la naturaleza que se verifique) para mantener constante la utilidad.

Por construcción en estos modelos siempre se obtienen salarios rígidos pero de pleno empleo.

La única posibilidad de mostrar desempleo es suponiendo que existe más oferta de trabajo que demanda.

Para este apartado examinamos la propuesta de Martin Baily (1974) que constituye una de las primeras versiones de los contratos implícitos; aunque Baily muestra la conveniencia de la rigidez salarial para firmas y trabajadores, el modelo resulta insuficiente porque los niveles óptimos de empleo, salarios y producción, así como la posibilidad del desempleo involuntario, se introducen exógenamente.

También se analizan los modelos para contratos implícitos cuando existe información simétrica y asimétrica, como son presentados por Costas Azariadis y Joseph Stiglitz (1983) y por Joseph Stiglitz (1984). En ellos se muestra que en condiciones competitivas sólo es posible explicar la rigidez salarial, pero no el desempleo involuntario, como dijimos, sólo se manifiesta el desempleo por el

exceso exógeno de la oferta de trabajo sobre la demanda, o bien, por deficiencias y asimetrías en la información.

5.3.1 Salarios y empleo con incertidumbre de demanda (Baily, 1974)

A) Condiciones iniciales

La propuesta de Baily (1974) parte de dos ideas básicas: las firmas, cuentan con grandes montos de riqueza, grandes proporciones de los derechos de propiedad y gran experiencia financiera lo que les permite tener fácil acceso al mercado de capital y ser neutrales al riesgo, mientras que la situación de los trabajadores es la opuesta, por lo que tienen aversión al riesgo; la otra idea fundamental es que existe amplia movilidad del trabajo que genera costos de rotación.

La existencia de costos de movilidad en este modelo significa que el mercado de trabajo no es perfecto, aunque el mercado de producto sí lo es. Esto es así en el sentido de que las firmas no toman como dado algún salario exógeno, sino que tienen cierta libertad para decidir su estrategia salarial.

La cuestión básica es determinar qué situación es más conveniente para firmas y para trabajadores (en términos de la maximización de ganancias y utilidades), si mantener salarios constantes y gran fluctuación del empleo, o si es preferible optar por salarios inciertos y un nivel constante de empleo.

La estrategia a seguir es una decisión fundamental porque la relación entre firmas y trabajadores en el mercado laboral, no se establece secuencialmente a través de mercados *spot*, sino que implica una elección intertemporal bajo incertidumbre, es decir la decisión de producción, empleo y salarios que se efectúe en un periodo inicial, afectará el nivel de ganancias y utilidades de los periodos consecutivos.

Dado el supuesto de amplia movilidad del trabajo, las firmas sólo pueden atraer fuerza laboral si deciden ofrecer un paquete de empleo que convenga a los trabajadores, el cual idealmente incluiría un salario elevado, sobre todo si se considera que existen compensaciones al desempleo y que existe una probabilidad positiva de ser desocupado, y también incluiría algún mecanismo que permita aminorar su aversión al riesgo.

B) Firmas

Supuesto 1. Las firmas operan en un escenario competitivo con una demanda estocástica para su producto.

Supuesto 2. Existe un horizonte finito de tiempo. En cada periodo t ($t = 1, \dots, T$), el precio del producto p_t es una variable aleatoria, el modelo asume que se conocen el soporte y su distribución.⁹

El valor esperado de los precios a lo largo de todo el horizonte se define como:

$$E(p_t) = \int_{t=1}^T p_t f(p_1, \dots, p_T) dp_t \quad (1)$$

Supuesto 3. El producto de la firma en el periodo t es x_t y está dado por:

$$x_t = f(N_{d,t}) \quad f' > 0, \quad f'' < 0 \quad (2)$$

La ganancia de la firma en el periodo t es:

$$\Pi_t = p_t f(N_{d,t}) - w_t N_{d,t} \quad (3)$$

El valor presente de las ganancias esperadas para todos los periodos es:

$$E(\Pi) = \sum_{t=1}^T (1+r)^{-t} E(p_t f(N_{d,t}) - w_t N_{d,t}) \quad (4)$$

C) Trabajadores

Supuesto 4. El ingreso de un trabajador representativo en el periodo t es y_t . Los valores (y_1, \dots, y_T) son variables estocásticas que dependen de las perspectivas de salario y empleo.

Como ocurre con el precio del producto, se asume que son conocidos el soporte y la distribución del ingreso como variable aleatoria; sólo se indica que en el corto plazo, el salario no debe ser tan exiguo que incentive dejar a la firma.

Con este supuesto se introduce la idea de que los consumidores no tienen acceso al mercado de capital porque no tienen propiedad de las empresas y obtienen todo su ingreso del trabajo que ofrecen.

⁹ Es decir, supone que se conoce el intervalo de valores que puede tener la variable aleatoria precio, así como la regla de asociación de probabilidad de ocurrencia de cada precio.

Supuesto 5. En el momento $t-1$ el trabajador toma la decisión de incorporarse o no a una firma; la utilidad esperada en ese momento V_{t-1} , es el valor presente de las utilidades esperadas en cada periodo:

$$V_{t-1} = E_{t-1} \left\{ \sum_{i=1}^T U(y_i)(1+\rho)^{-\tau+t-1} \right\} \quad U' > 0, \quad U'' < 0 \quad \text{y} \quad \tau \geq t \quad (5)$$

Supuesto 6. Existe un ingreso disponible para el trabajador en cada periodo (y_1^0, \dots, y_T^0) , cuyo valor es estocástico.

Supuesto 7. El trabajador que deja una firma sufre un costo en el periodo τ , tal que $C_\tau^t \geq 0$ y $\tau \geq t$.

Este supuesto se expresa bajo la forma de menores ingresos en los primeros periodos de incorporación a una nueva firma. Si no existiera movilidad, se tendría que $w_t = y_t$.

Supuesto 8. La probabilidad de encontrar empleo, o la probabilidad de estar empleado en el periodo t es igual a la razón entre la demanda de trabajo $N_{d,t}$ y la cantidad de trabajo total N , es decir:

$$q_t = \frac{N_{d,t}}{N} \quad (6)$$

C) Ausencia de incertidumbre de demanda

La firma elige una estrategia que consiste en dos reglas de decisión sobre el empleo y los salarios.

Supuesto 9. La firma anuncia en el momento inicial una estrategia S definida por dos conjuntos de mapeos (a_1, \dots, a_T) y (b_1, \dots, b_T) tales que:

$$\begin{aligned} N_t^d &= a_t(p_1, \dots, p_T, y_1^0, \dots, y_T^0) \\ w_t &= b_t(p_1, \dots, p_T, y_1^0, \dots, y_T^0) \end{aligned} \quad (7)$$

Definición. Una estrategia es factible si la firma tiene al menos \tilde{N} trabajadores disponibles en cada periodo t .

Cada firma se asegura que contará con \tilde{N} trabajadores si les ofrece el mismo nivel de utilidad esperada que ofrecen otras firmas.

Se consideran dos estrategias específicas:

Estrategia S_1 : La firma paga un salario constante \tilde{w} y emplea un número constante de trabajadores \tilde{N} .

Estrategia S_2 : La firma emplea un número constante de trabajadores \tilde{N} , pero la trayectoria de salarios w_t es desconocida.

A partir de estas estrategias, la utilidad esperada de cada trabajador es:

$$V = E \left\{ \sum_{t=1}^T U(y_t^0)(1+\rho)^{-t} \right\} \quad (8)$$

$$V = \left\{ \sum_{t=1}^T U(\tilde{w})(1+\rho)^{-t} \right\} \quad \text{para la estrategia } S_1$$

$$V = E \left\{ \sum_{t=1}^T U(w_t)(1+\rho)^{-t} \right\} \quad \text{para la estrategia } S_2$$

Definición. Una condición de factibilidad es una medida de la libertad de la firma para tomar sus decisiones, considerando el costo de movilidad existente en el mercado de trabajo.

Para la estrategia S_1 la condición de factibilidad es:

$$\left\{ \sum_{t=2}^T U(\tilde{w})(1+\rho)^{-\tau+t-1} \right\} \geq E_{t-1} \left\{ \sum_{t=2}^T U(y_t^0 - C_\tau^t)(1+\rho)^{-\tau+t-1} \right\} \quad (9)$$

Esta expresión indica que un trabajador que se encuentra laborando en una empresa que actúa según la estrategia S_1 y abandona la firma empeorará su posición porque la utilidad que obtendría en el periodo 2 (o un periodo siguiente al inicial en el que el trabajador está en condiciones de reevaluar su posición), es mayor permaneciendo en la firma que le ofrece un salario constante, a la que obtendría en una nueva firma cuando su ingreso es variable y debe pagar costos de movilidad.

La condición de factibilidad sólo se cumple si los costos de movilidad son suficientemente grandes respecto al ingreso disponible y_t^0 . Si hay un incremento de y_t^0 , también debe aumentar \tilde{w} .

Para la estrategia S_2 la condición de factibilidad es:

$$E_{t-1} \left\{ \sum_{t=2}^T U(w_t)(1+\rho)^{-\tau+t-1} \right\} \geq E_{t-1} \left\{ \sum_{t=2}^T U(y_t^0 - C_\tau^t)(1+\rho)^{-\tau+t-1} \right\} \quad (10)$$

En este caso la condición indica que en el periodo 2, la utilidad esperada de un trabajador que permanece en una firma que le ofrece un salario variable es mayor que la utilidad que podría tener en otra firma porque debe pagar en ésta costos de movilidad.

Proposición 1. Si se satisfacen las condiciones de factibilidad, la estrategia S_1 con salario y empleo constantes proporciona mayores ganancias esperadas a la firma, que la estrategia S_2 con salario estocástico y empleo constante.¹⁰

Prueba:

Bajo la estrategia S_1 , las ganancias esperadas de la firma son:

$$E(\Pi|S_1) = \sum_{t=1}^T (1+r)^{-t} E(f(N_{d,t}) - \tilde{w}\tilde{N}) \quad (11)$$

Bajo la estrategia S_2 las ganancias esperadas son:

$$E(\Pi|S_2) = \sum_{t=1}^T (1+r)^{-t} E(f(N_{d,t}) - w_t\tilde{N}) \quad (12)$$

La diferencia en las ganancias esperadas entre ambas estrategias es:

$$E(\Pi|S_1) - E(\Pi|S_2) = \sum_{t=1}^T (1+r)^{-t} (E(w_t) - \tilde{w})\tilde{N} \quad (13)$$

Este resultado indica que la suma a valor presente de los salarios constantes puede ser menor que la suma del valor esperado de los salarios estocásticos, o bien, que la firma maximiza sus ganancias ofreciendo un salario constante en lugar de uno aleatorio.¹¹

Si se considera la condición de factibilidad (9) que expresa la aversión al riesgo de los trabajadores, entonces se obtiene que ellos también maximizan su utilidad si escogen laborar en una firma que sigue la estrategia S_1 .

¹⁰ Es importante destacar que esta proposición implica ausencia de incertidumbre de demanda porque prescinde del supuesto 2, o utiliza $p_t = 1 \forall t$, lo que significa que el precio es el mismo en cualquier periodo y en consecuencia no cambian las condiciones de producción; además, la incertidumbre de demanda se anula porque se mantiene en todos los periodos un nivel constante de empleo que se asocia con un nivel constante de producción.

¹¹ Baily utiliza indistintamente las expresiones salario constante y salario no estocástico.

D) Existencia de incertidumbre de demanda.

Supuesto 10. Los precios no responden plena e instantáneamente a las fluctuaciones de demanda. Cada productor se forma expectativas acerca del nivel futuro de precios y de producción. Con base en estas expectativas, define una estrategia de salario y empleo.¹²

Supuesto 11. Existen M firmas ($m = 1, \dots, M$). Todas las firmas operan bajo las mismas condiciones y con la misma tecnología, difiriendo sólo en la escala de producción.

Esto significa que todas las firmas adoptan la misma estrategia de producción, empleo y salarios.

Supuesto 12. Existe una compensación al desempleo, de modo que el ingreso real de un trabajador cuando está desocupado es la constante v_u

Alternativamente v_t se define como el ingreso real del trabajador cuando está ocupado en el momento t .

Se consideran dos estrategias específicas:

Estrategia S : La firma paga un salario estocástico v_t , emplea un número variable de trabajadores $N_{d,t}$ y mantiene la probabilidad de desempleo $1-q_t$.

Estrategia \hat{S} : La firma paga un salario no estocástico \hat{v} , emplea un número variable de trabajadores $N_{d,t}$ y mantiene la probabilidad de desempleo $1-q_t$.

Proposición 2. Existe una estrategia \hat{S} con un salario no estocástico, el mismo nivel de producto y empleo que la estrategia S y que ofrece una utilidad esperada idéntica, pero el valor presente de las ganancias esperadas por las firmas es mayor con \hat{S} .

Prueba:

¹² Baily escribe lo siguiente: "Each producer ... forms expectations about the movements of output and the price level. Based upon these expectations each producer, as before, sets a strategy for wages and employment. This will in general, be conditional on the values of output and price than actually occur." Baily, M. N. (1974). "Wages and employment under uncertain demand", *Review of Economic Studies*, Vol. 41, p. 43. En consecuencia la propuesta de Baily introduce expectativas estáticas lo que permite, como se mostrará más adelante, suprimir la variabilidad de precios o suponer que utiliza $p_t = 1 \forall t$, así aun cuando exista incertidumbre de demanda ésta sólo se expresa en la variabilidad del empleo.

La hipótesis de expectativas estáticas fue propuesta inicialmente por Ezekiel en 1938 y establece que el valor esperado de una variable en el periodo actual es el valor observado en el periodo anterior, o similarmente que el valor esperado de una variable para un periodo futuro es el valor

Bajo la estrategia S , el valor presente de la suma de las ganancias esperadas por todas las firmas a lo largo de todos los periodos es:

$$E(\Pi|S) = \sum_{t=1}^T (1+r)^{-t} E \left\{ \sum_{m=1}^M f_m(N_{d,mt}) - v_t N_{d,t} \right\} \quad (14)$$

Y bajo la estrategia \hat{S} :

$$E(\Pi|\hat{S}) = \sum_{t=1}^T (1+r)^{-t} E \left\{ \sum_{m=1}^M f_m(N_{d,mt}) - \hat{v} N_{d,t} \right\} \quad (15)$$

La diferencia en las ganancias esperadas entre ambas estrategias es:

$$E(\Pi|\hat{S}) - E(\Pi|S) = \sum_{t=1}^T (1+r)^{-t} E \{ v_t N_{d,t} - \hat{v} N_{d,t} \} \quad (16)$$

Lo que indica que las ganancias se maximizan para todas las firmas si mantienen una misma trayectoria de empleo y un salario constante.

La utilidad esperada por cada trabajador bajo la estrategia S es la suma de la utilidad que obtendría en cada periodo cuando está ocupado y el salario es estocástico $U(v_t)$, con la utilidad que obtendría cuando está desocupado $U(v_u)$:

$$V = \sum_{t=1}^T (1+\rho)^{-t} E \{ q_t U(v_t) + (1-q_t) U(v_u) \} \quad (17)$$

La utilidad esperada con la estrategia \hat{S} es:

$$\hat{V} = \sum_{t=1}^T (1+\rho)^{-t} E \{ q_t U(\hat{v}) + (1-q_t) U(v_u) \} \quad (18)$$

Si se escoge un salario \hat{v} tal que la utilidad esperada sea la misma bajo las dos estrategias, es decir si $V = \hat{V}$ entonces el valor esperado de la suma de las utilidades para todos los trabajadores es constante:

$$\sum_{t=1}^T (1+\rho)^{-t} E \{ N_{s,t} U(v_t) + N_{s,t} U(\hat{v}) \} = 0 \quad (19)$$

actual. Formalmente suponiendo que la variable aleatoria es el precio p , entonces: $p_t^e = p_{t-1}$, o bien,

El término $U(v_t)$ puede expandirse en series de Taylor:

$$U(v_t) = U(\hat{v}) + U'(\hat{v})(v_t - \hat{v}) + \frac{1}{2}U''(\phi_t)(v_t - \hat{v})^2 \quad (20)$$

Igualando (16) con (19), pero usando en ésta (20):

$$\begin{aligned} & \sum_{t=1}^T (1+\rho)^{-t} E\{N_{d,t}v_t + N_{d,t}\hat{v}\} \\ &= \sum_{t=1}^T (1+\rho)^{-t} E\{N_{s,t}U(\hat{v}) + N_{s,t}U'(\hat{v})(v_t - \hat{v}) + \frac{1}{2}N_{s,t}U''(\phi_t)(v_t - \hat{v})^2 - N_{s,t}U(\hat{v})\} \\ &= \sum_{t=1}^T (1+\rho)^{-t} \frac{1}{2U''(\hat{v})} E\{-U''(\phi_t)(v_t - \hat{v})^2 N_{s,t}\} \end{aligned} \quad (21)$$

Si $r = \rho$, e ignorando las derivadas de orden superior a U'' , el último resultado también puede expresarse como:

$$E(\Pi|\hat{S}) - E(\Pi|S) = R_A \left[\sum_{t=1}^T (1+r)^{-t} \frac{1}{2} E\{N_{s,t}(v_t - \hat{v})^2\} \right] \quad (22)$$

Con este resultado, se obtiene que la diferencia en las ganancias esperadas entre las dos estrategias depende del grado de aversión absoluta al riesgo de los trabajadores R_A , entre mayor sea su aversión al riesgo, mayores son las ganancias al mantener un salario constante.¹³

El resultado expresado en (22) prueba la segunda proposición suponiendo que existen M firmas, es decir, asumiendo que todas las firmas escogen la misma estrategia de empleo, salario y producción, lo que implica que no existen costos de movilidad desde que los trabajadores no tienen motivos para dejar a una firma e incorporarse a otra.

Si la estrategia \hat{S} es elegida únicamente por una firma mientras el resto escoge la estrategia S , entonces para que la firma pueda maximizar sus ganancias

$p_{t+1}^e = p_t$.

¹³ La medida de aversión absoluta al riesgo Arrow - Pratt se define como: $R_A = -U''(y)/U'(y)$ siendo la función de utilidad continua, monótona creciente y doblemente diferenciable. En el caso de un individuo con aversión al riesgo $R_A > 0$ si la función de utilidad es monótonamente creciente y

con la estrategia \hat{S} , mantener la misma trayectoria de empleo que las demás firmas y asegurar la misma utilidad a los trabajadores que la ofrecida por otras firmas, debe cumplir la siguiente condición de factibilidad:

$$E_{t-1} \left\{ \sum_{i=2}^T (1+\rho)^{-\tau+i-1} [q_i U(\hat{v}) + (1-q_i) U(v_u)] \right\} \geq E_{t-1} \left\{ \sum_{i=2}^T (1+\rho)^{-\tau+i-1} [q_i U(v_i - C_\tau^i) + (1-q_i) U(v_u)] \right\} \quad (23)$$

O simplificando:

$$E_{t-1} \left\{ \sum_{i=2}^T (1+\rho)^{-\tau+i-1} [U(\hat{v}) - U(v_i - C_\tau^i)] q_i \right\} \geq 0 \quad (24)$$

Esta condición establece que una firma retiene trabajadores si el valor presente de la utilidad que éstos esperan obtener es mayor permaneciendo en la firma que ofrece un salario constante a la que obtendrían si la abandonan para incorporarse a cualquier otra firma que ofrece salarios variables.¹⁴

Existe también una condición asociada a una caída en v_t , que propiciaría que los trabajadores abandonaran las firmas que siguen la estrategia S , para incorporarse a la firma que ofrece salarios constantes; en este caso, la condición de factibilidad es:

$$E_{t-1} \left\{ \sum_{i=2}^T (1+\rho)^{-\tau+i-1} [q_i U(\hat{v} - C_\tau^i) + (1-q_i) U(v_u)] \right\} > E_{t-1} \left\{ \sum_{i=2}^T (1+\rho)^{-\tau+i-1} [q_i U(v_i) + (1-q_i) U(v_u)] \right\} \quad (25)$$

O simplificando:

$$E_{t-1} \left\{ \sum_{i=2}^T (1+\rho)^{-\tau+i-1} [U(\hat{v} - C_\tau^i) - U(v_i)] q_i \right\} > 0 \quad (26)$$

estrictamente cóncava, para un individuo neutral al riesgo $R_A = 0$ si la función de utilidad es lineal, y para un individuo afín al riesgo $R_A < 0$ cuando la función de utilidad es estrictamente convexa.

¹⁴ Debe recordarse que el costo de movilidad se paga por el trabajador cuando se incorpora a la nueva firma.

Es decir, los trabajadores dejarían las firmas que siguen una estrategia S para incorporarse a una que ofrezca salarios constantes, porque de esta forma mejoran su utilidad, aun cuando incurran en costos de movilidad.

Proposición 3. Existe una estrategia \hat{S} que implica una trayectoria de salario constante y variabilidad en el empleo, y una estrategia \tilde{S} en la que el salario y el empleo son constantes; las ganancias se maximizan con \hat{S} .

Esta proposición significa que la estrategia de maximización de ganancias a través de la constancia del producto y por ende de la constancia del empleo, no conduce verdaderamente a maximizar las ganancias esperadas.

Prueba:

La utilidad esperada con la estrategia \hat{S} es:

$$\hat{V} = \sum_{t=1}^T (1 + \rho)^{-t} E\{q_t U(\hat{v}) + (1 - q_t) U(v_u)\} \quad (27)$$

Y bajo la estrategia \tilde{S} :

$$\tilde{V} = \sum_{t=1}^T (1 + \rho)^{-t} U(\tilde{v}) \quad (28)$$

Escogiendo \tilde{v} tal que $\hat{V} = \tilde{V}$:

$$\sum_{t=1}^T (1 + \rho)^{-t} \{E(q_t) U(\hat{v}) + (1 - E(q_t)) U(v_u) - U(\tilde{v})\} = 0 \quad (29)$$

Y la diferencia en las ganancias esperadas entre ambas estrategias es:

$$E(\Pi|\hat{S}) - E(\Pi|\tilde{S}) = \sum_{t=1}^T (1 + r)^{-t} E\{\tilde{v} - \hat{v} E(q_t)\} N \quad (30)$$

El resultado (30) indica que si firma decide como estrategia mantener salarios y empleo constantes (éste para mantener constante el producto) incurre en mayores costos (o menores ganancias) que si optara por una estrategia con empleo variable, porque está contratando empleo más allá de sus necesidades.

Proposición 4. Existe una estrategia S en la que el salario y el empleo es variable, y una estrategia \hat{S} en la que el salario es constante y el empleo es variable,

ambas proporcionan la misma utilidad para el trabajador; si las firmas maximizan las ganancias esperadas, y los trabajadores maximizan el valor esperado de sus ingresos (en lugar de su utilidad esperada), entonces las estrategias S y \hat{S} son indiferentes para la firma.

Prueba:

Para la estrategia S , el ingreso esperado del trabajador I es:

$$I = \sum_{t=1}^T (1+r)^{-t} E\{q_t v_t + (1-q_t)v_u\} \quad (31)$$

Y para la estrategia \hat{S} :

$$\hat{I} = \sum_{t=1}^T (1+r)^{-t} E\{q_t \hat{v} + (1-q_t)v_u\} \quad (32)$$

Si $I = \hat{I}$ entonces:

$$\sum_{t=1}^T (1+r)^{-t} E\{N_t v_t - N_t \hat{v}\} = 0 \quad (33)$$

Este resultado muestra que la firma es indiferente entre las estrategias S y \hat{S} ; sin embargo, todavía puede sugerirse que la estrategia \hat{S} con salario constante es superior, puesto que la variabilidad del empleo que existe en ambas estrategias mantiene la incertidumbre del ingreso, aun cuando el salario sea constante.

E) Resultados de desempleo

El objetivo del modelo descrito sólo es mostrar que la rigidez (salarios constantes) es conveniente para las firmas porque con ello se maximizan sus ganancias y que es conveniente para los trabajadores porque les permite maximizar su utilidad.

La rigidez se incorpora a este modelo exógenamente, explicándose su conveniencia a partir del supuesto de aversión al riesgo que presentan los trabajadores.

La decisión de la estrategia más conveniente para la firma se establece a partir de la comparación de niveles de empleo y salario que se introducen al modelo

exógenamente y que presumiblemente corresponden a los niveles óptimos en cada escenario, pero no se efectúan ejercicios de maximización que conduzcan a determinar su magnitud.

Las cuatro propuestas básicas son:

- Una estrategia con salario y empleo constantes proporciona mayores ganancias esperadas a la firma e igual utilidad a los trabajadores, que una estrategia con salario estocástico y empleo constante.

- Una estrategia con salario constante proporciona mayores ganancias esperadas a la firma e igual utilidad a los trabajadores que una estrategia con salario estocástico, cuando en ambas estrategias hay variabilidad del empleo.

- Una estrategia con salario constante y variabilidad del empleo proporciona mayores ganancias esperadas a la firma e igual utilidad a los trabajadores que una estrategia con salario y empleo constantes.

- Una estrategia con salario constante y empleo variable es indiferente a las firmas y presumiblemente preferida por los trabajadores, a una estrategia con salario y empleo variables, cuando las firmas maximizan el valor esperado de sus ganancias y los trabajadores maximizan el valor esperado de sus ingresos.

En el modelo, la imperfección del mercado de trabajo, permite que la firma seleccione libremente los niveles de empleo y salarios que considere convenientes, sin que siga una regla determinada por el mercado.

Además, aquí no se explica cómo surge el desempleo, de hecho Baily afirma explícitamente no saber si la rigidez salarial provoca o incrementa el desempleo, aunque cree que influye positivamente en la desocupación.

El desempleo aparece sólo como un supuesto, según el cual la probabilidad de encontrar empleo q_t es la misma en cada periodo, y se establece como una relación entre el empleo que demanda cada firma y el número total de trabajadores

$$q_t = N_{d,t} / N.$$

La elección de una estrategia de maximización de ganancias basada en la constancia del nivel salarial, conduce a que los salarios no respondan a las fluctuaciones de demanda; es decir, es posible mantener una situación en la que existan salarios constantes y elevados (necesariamente deben ser superiores al seguro de desempleo) y exceso de demanda de producto, aun cuando no sea eficiente por la desocupación asociada.

Considerando la forma como se incorpora la elección de estrategias el modelo no es suficiente para explicar la rigidez salarial endógena, ni su asociación con un desempleo involuntario.

5.3.2 Contratos implícitos con información simétrica y con información asimétrica (Azariadis y Stiglitz, 1983)

A) Condiciones iniciales

Este modelo se desarrolla en condiciones de competencia perfecta y formaliza la elección racional de las firmas respecto al nivel de producción, salario y empleo en escenarios con incertidumbre.

El escenario básico considera un solo producto, un factor de producción y un solo periodo de análisis. La incertidumbre significa que los agentes no conocen cuál de los i estados posibles de la naturaleza es el que se verificará.

El carácter de los contratos implícitos se debe a que el convenio entre trabajadores y firmas parte de una descripción completa para cada estado de la naturaleza aun sin que se conozca cuál ocurrirá, sobre la cantidad de trabajo que se demandará y su correspondiente pago.

El mecanismo por el que se celebran los contratos implícitos se entiende si se considera que una firma se compone de dos departamentos, uno de producción y uno de seguros. En el primer departamento, los trabajadores acuerdan las condiciones walrasianas por las que se incorporarán al proceso productivo, o sea, la cantidad de trabajo vendida al salario determinado por el mercado; luego en el departamento de seguros, acuerdan recibir de la empresa un suplemento adicional a su ingreso en los estados desfavorables, a cambio de pagar ciertas primas por ese seguro en los estados favorables.

La existencia del departamento de seguros en las firmas permite a los trabajadores (que naturalmente tienen aversión al riesgo) protegerse de las posibles fluctuaciones de su ingreso y mantener su nivel de utilidad cualquiera que sea el estado de la naturaleza.

El incumplimiento de los contratos implícitos puede ocasionar que las firmas pierdan su reputación y tengan dificultades para reclutar a nuevos trabajadores, o bien, que los trabajadores que se sientan engañados reduzcan sus esfuerzos o actúen de tal modo que reduzcan las ganancias de las firmas.

B) Firmas

Supuesto 1. Existe un conjunto de estados de la naturaleza $k = \{1, \dots, i, \dots, K\}$.

Supuesto 2. La función de producción de una firma es:

$$Y = Af(N_d) \quad f' > 0, \quad f'' < 0 \quad (1)$$

Donde A es una variable aleatoria que describe shocks de productividad (hay k posibles valores de A indexados por i , y N_d es la demanda de trabajo de la firma.

Supuesto 3. La variable aleatoria A tiene una distribución discreta conocida; \tilde{p}_i denota la probabilidad de que $A = A_i$.

La masa de beneficios resulta de la cantidad de trabajo empleado menos su remuneración:

$$\Pi = AF(N_d) - wN_d \quad (2)$$

Dado que el nivel de beneficios depende del estado de la naturaleza que se verifique, la firma maximiza el nivel de beneficios esperados:

$$E(\Pi) = \sum_{i=1}^K \tilde{p}_i [A_i f(N_{d,i}) - W_i N_{d,i}] \quad (3)$$

C) Trabajadores

Supuesto 4. La utilidad del trabajador resulta de la que obtiene por el consumo que realiza y a la que descuenta la desutilidad en la que incurre por trabajar:

$$U = U(c) - V(N_s), \quad U'(c) > 0, \quad U''(c) < 0, \quad V'(N_s) > 0, \quad V''(N_s) > 0 \quad (4)$$

La utilidad esperada considerando la incertidumbre del estado de la naturaleza que se verificará es:

$$E(U) = \sum_{i=1}^K \tilde{p}_i [U(c_i) - V(N_{s,i})] \quad (5)$$

Supuesto 5. El ingreso que perciben los trabajadores es igual a su consumo.

$$wN_s = c \quad (6)$$

D) Funcionamiento del modelo

Simultáneamente se resuelven la demanda y oferta de trabajo, mediante un problema de maximización del beneficio esperado por las firmas con la restricción de mantener el nivel de utilidad para los trabajadores.

Supuesto 6. La cantidad demandada de trabajo es idéntica a la cantidad ofrecida de trabajo $N_{d,i} = N_{s,i}$.

El problema de maximización es:

$$\begin{aligned} \text{Máx} \quad & \sum_{i=1}^T \tilde{p}_i [A_i f(N_i) - c_i] \\ \text{S. a} \quad & E(U) = \sum_{i=1}^K \tilde{p}_i [U(c_i) - V(N_{s,i})] \\ L = \quad & \sum_{i=1}^T \tilde{p}_i [A_i f(N_i) - c_i] + \lambda \left\{ \left(\sum_{i=1}^K \tilde{p}_i [U(c_i) - V(N_i)] \right) - U \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial L}{\partial c_i} = -\tilde{p}_i + \lambda \tilde{p}_i U'(c_i) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial N_i} = \tilde{p}_i A_i f'(N_i) - \lambda \tilde{p}_i V'(N_i) = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \tilde{p}_i [U(c_i) - V(N_i)] - U = 0 \quad (10)$$

De (8) se obtiene:

$$U'(c_i) = 1 / \lambda \quad \lambda > 0 \quad (11)$$

Donde λ , representa el poder de negociación del trabajador frente a la firma, una magnitud adecuada, permitirá al trabajador que con el contrato se encuentre en mejor situación que la que obtendría con la solución de mercado.

En conjunto, la expresión (11) muestra el efecto del seguro, el que la firma sea neutral al riesgo, permite redistribuir el ingreso de modo que la utilidad marginal del consumo del trabajador sea constante en todos los estados de la naturaleza.

La condición (9) puede expresarse como:

$$A_i f'(N_i) = \lambda V'(N) \quad (9b)$$

Se trata de una condición de eficiencia por la cual el empleo es el mismo bajo contratos o bajo el mercado corriente en cualquier estado.

La expresión (11) también puede escribirse como:

$$\lambda = 1 / U'(c_i) \quad (11b)$$

Sustituyendo (11b) en (9) se obtiene:

$$A_i f'(N_i) = \frac{V'(N_i)}{U'(c_i)} \quad (12)$$

Esta expresión indica que se demandará trabajo hasta el punto en que la productividad marginal del trabajo iguale a la tasa marginal de sustitución entre el trabajo y el consumo.

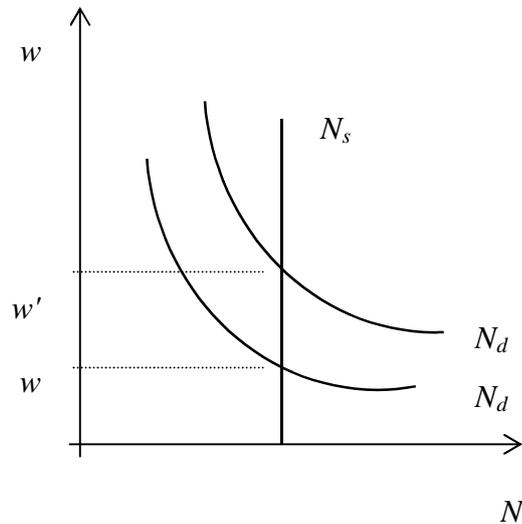
Para expresar condiciones de rigidez salarial, puede suponerse que la desutilidad marginal del trabajo es constante hasta que se alcanza el pleno empleo y creciente desde entonces, así el salario real es contante hasta el pleno empleo y desde entonces deja de ser rígido y es:

$$w = c / N \quad (6b)$$

E) Resultados de desempleo

En el modelo básico de contratos implícitos el empleo depende del estado de la naturaleza que se verifique y que se encuentre especificado en el contrato, su nivel será aquel que iguala el producto marginal del trabajo con la desutilidad marginal de horas adicionales de trabajo (12).

Gráfica 5.3.1



Un shock positivo de productividad (un aumento de A en (12)), incrementa el nivel de empleo. Asimismo, ese shock incrementará el salario real porque la constancia de la utilidad marginal del consumo obliga a las firmas a compensar a los trabajadores por las horas adicionales que laboran. Inversamente un shock negativo de productividad origina la caída del empleo y del salario real.

Si se mantiene la igualdad entre la productividad marginal del trabajo y la relación entre la desutilidad marginal del trabajo y la utilidad marginal del consumo (cuando se ha escogido una función de utilidad en la que no hay efectos ingreso sobre la oferta de trabajo) el modelo no permite explicar situaciones de desempleo; de hecho cualquier nivel de la demanda de trabajo corresponde al pleno empleo como se muestra en la gráfica 5.3.1 (un shock de productividad, aumentará el empleo de N_d a N_d' y el salario de w a w' ; en ambos casos hay pleno empleo).

Sólo podría pensarse en el desempleo si se considera que los trabajadores no pueden escoger el nivel de su oferta laboral dado el salario, y que existen efectos ingreso que modifican la tasa marginal de sustitución entre ocio y consumo de modo que cuando el empleo es bajo desearían trabajar más porque la utilidad del ocio es muy baja y el salario es alto.

F) Funcionamiento del modelo bajo información asimétrica

Ahora el modelo tiene como escenario una estructura de mercado que cumple con las condiciones de competencia perfecta excepto por una de ellas.

Se considera que existe una gran cantidad de trabajadores y de productores por lo que existen agentes representativos, ninguno de ellos puede influenciar por sí solo en el funcionamiento del mercado; hay homogeneidad de productos, libre movilidad de agentes y de factores; y se trata de una economía de propiedad privada plenamente descentralizada.

El elemento ajeno a la competencia perfecta es la ausencia de un conocimiento perfecto sobre las condiciones del mercado que se traduce no sólo en la incertidumbre de todos los agentes respecto a los precios prevalecientes en el futuro, sino también en la asimetría de la información actual entre trabajadores y firmas.

Como sucede con el modelo estándar con información simétrica, la firma elige el nivel de empleo y el salario correspondiente que maximicen los beneficios con la restricción de conservar el nivel de utilidad de los trabajadores en cualquier estado de la naturaleza. Una vez acordados los contratos implícitos y dada la realización de algún estado de la naturaleza, el modelo presenta un problema de decisión de la firma respecto a si efectivamente cumplirá con lo señalado en el contrato.

Supuesto 1. Existen dos estados de la naturaleza A_1 y A_2 , cada uno con probabilidad de ocurrencia de $1/2$. Además $A_1 > A_2$, es decir, el estado A_1 es favorable y el estado A_2 es desfavorable.

Supuesto 2. La utilidad del trabajador depende de su ingreso w , y de las horas que dedica al trabajo h :

$$U = u(w, h) \tag{13}$$

Supuesto 3. La firma maximiza las ganancias por trabajador dadas por:

$$\Pi_i = \phi_i h_i - w_i \tag{14}$$

Donde Π_i indica la ganancia por trabajador en el estado i , ϕ_i representa la productividad del trabajador, h_i indica las horas trabajadas y w_i el salario pagado.

A partir de los supuestos anteriores y de la estructura de los modelos de contratos implícitos se deduce que el productor desea maximizar sus ganancias en

ambos estados de la naturaleza, sujeto a la restricción de conservar invariante el nivel de utilidad de los trabajadores. Esto se plantea formalmente así:

$$\begin{aligned} & \text{Máx} \quad \Pi_{A1} + \Pi_{A2} \\ & \text{S. a} \quad U_{A1} + U_{A2} = 2U \end{aligned}$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\phi_{A1} U_{A1,w} + U_{A1,h} = \phi_{A2} U_{A2,w} + U_{A2,h} \quad (15)$$

$$U_{A1,w} = U_{A2,w} \quad (16)$$

La ecuación (15) establece que la relación marginal de sustitución entre el ocio y el consumo es equivalente a la relación marginal de transformación en pleno empleo. La ecuación (16) indica que el seguro es completo, en el sentido de que la utilidad marginal del ingreso del trabajador (obtenido por su salario) es igual en los dos estados.

Supuesto 4. Una firma que maximiza beneficios selecciona el plan acorde al estado de la naturaleza. La firma cumplirá sus contratos si los beneficios que obtiene por hacerlo son mayores que si miente sobre el verdadero valor del estado de la naturaleza en que se halla.

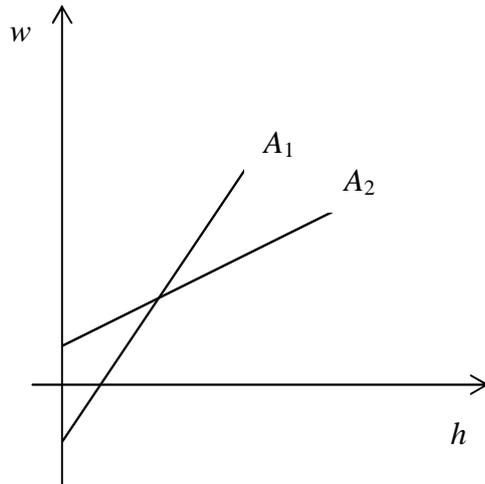
La siguiente gráfica muestra las rectas A_1 y A_2 a lo largo de las cuales los beneficios son constantes en los estados favorable y desfavorable. A partir de la ecuación (14) puede derivarse su pendiente como: $\partial y / \partial h = \phi$, y $\partial^2 y / \partial h^2 = 0$; entre mayor sea la productividad del trabajador ϕ , la recta de beneficios es más inclinada y representa un mejor estado de la naturaleza.

La maximización de beneficios puede ocurrir bajo cualquiera de los siguientes casos:

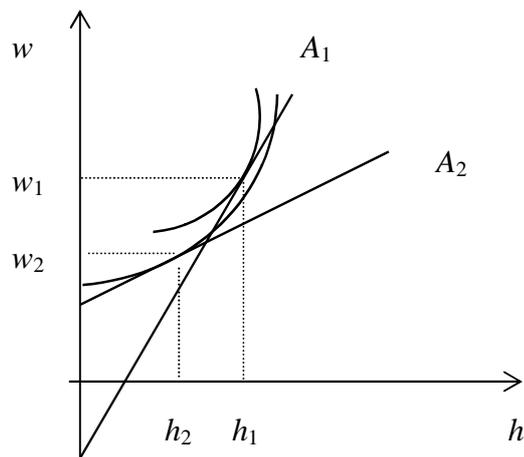
Caso 1. Siendo A_1 un estado favorable y A_2 un estado desfavorable, entonces la maximización del beneficio ocurre eligiendo (h_1, w_1) en el estado favorable y eligiendo (h_2, w_2) en el estado desfavorable, es decir, si la firma dice la verdad sobre el estado de la naturaleza en que se encuentra y actúa según éste.

Gráfica 5.3.2

Estados de la naturaleza



Gráfica 5.3.3
Maximización de ganancias cuando la firma cumple el contrato



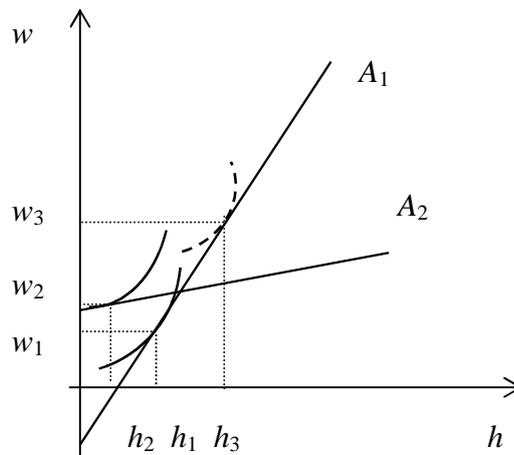
En la gráfica 5.3.3, sobre el estado favorable, la firma maximiza en (h_1, w_1) porque en ese punto obtiene el máximo valor de su producción al disponer de la

cantidad de trabajo h_1 . Si se encuentra en el estado desfavorable, maximiza en (h_2, w_2) .

Caso 2. Si la firma se encuentra en el punto (h_2, w_2) del estado desfavorable A_2 , maximiza sus ganancias afirmando que se encuentra en el punto (h_1, w_1) del estado favorable A_1 porque con ello reduce el pago a salarios y aumenta el número de horas de trabajo. Este caso se representa en la gráfica 5.3.4.

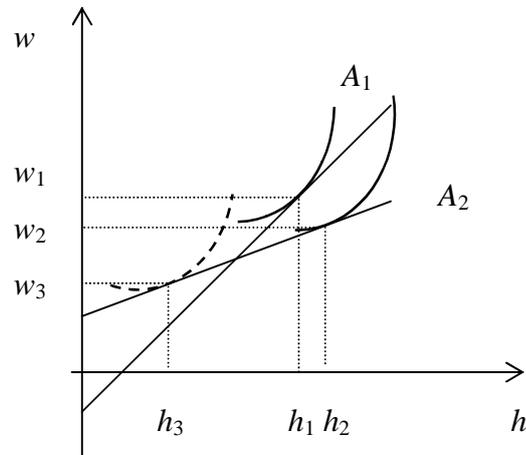
Caso 3. Si la firma se encuentra en el punto (h_1, w_1) del estado favorable A_1 , obtiene su máxima ganancia cuando miente afirmando que se encuentra en el punto (h_2, w_2) del estado desfavorable A_2 ; sus beneficios aumentarían entonces, al reducir los costos en la porción $w_1 - w_2$ y disponer de la cantidad de trabajo h_2 , que es claramente superior a h_1 . Este caso se aprecia en la gráfica 5.3.5.

*Gráfica 5.3.4
Maximización de ganancias si la firma incumple el contrato y se halla en el estado desfavorable*

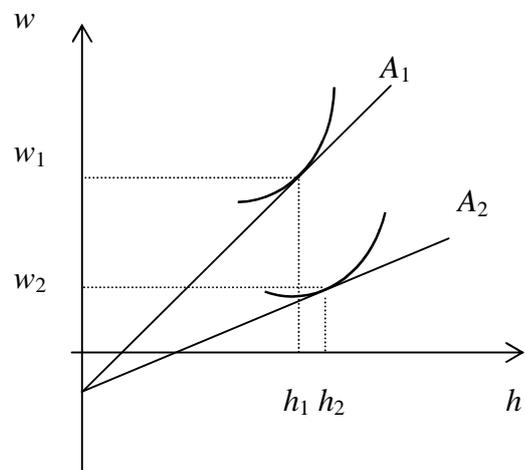


Gráfica 5.3.5

Maximización de ganancias si la firma incumple el contrato y se halla en el estado favorable



Gráfica 5.3.6
Maximización de ganancias si la firma incumple el contrato y tiene aversión al riesgo



5.3.3 El desempleo en modelos de contratos implícitos

Los modelos de contratos implícitos tienen su principal aportación, en la explicación de la maximización de ganancias de la firma en escenarios bajo incertidumbre.

Sin embargo, no proporcionan una explicación del desempleo, éste sólo es posible por una diferencia exógena entre la cantidad demandada y ofrecida de trabajo.

Si además de la incertidumbre existe información asimétrica, se produce desempleo cuando la relación marginal de transformación (o relación marginal de sustitución técnica) es mayor que la relación marginal de sustitución (la relación entre la utilidad marginal del salario y la desutilidad marginal de las horas trabajadas); como se muestra en la gráfica 5.3.5, la firma verdaderamente está en (h_1, w_1) pero al incumplir el contrato intenta ubicarse en (h_2, w_2) ; si se le obligara a respetarlo podría alcanzarse el estado (h_3, w_3) con desempleo.

Por el contrario, existe sobrempleo cuando la relación marginal de transformación es menor que la relación marginal de sustitución; en la gráfica 5.3.4 se obtiene este resultado cuando la firma se halla en el estado desfavorable (h_2, w_2) , incumple afirmando que se encuentra en (h_1, w_1) y es obligada a actuar según (h_3, w_3) .

La existencia de desempleo en escenarios con incertidumbre siempre se obtiene cuando las firmas tienen aversión al riesgo (gráfica 5.3.6); si la firma se encuentra en el estado A_I , invariablemente mentirá afirmando que se encuentra en el punto (h_2, w_2) .

En síntesis, si en los modelos de contratos implícitos se eliminan la diferencia exógena entre oferta y demanda de trabajo, la información asimétrica y la aversión al riesgo de las firmas, el desempleo no existe; esto es así porque las relaciones de intercambio entre firmas y trabajadores que se efectúen en cada periodo, han sido establecidas por mutuo acuerdo en un momento previo y siguiendo un proceso walrasiano, es decir, el convenio de los contratos implícitos parte de un salario walrasiano correspondiente al pleno empleo, al que se añaden compensaciones o se descuentan primas para mantener constante la utilidad; en consecuencia se obtienen salarios rígidos pero de pleno empleo.

Debemos mencionar que en algunos modelos de contratos implícitos (como el primero que describimos) se introduce una variable aleatoria en la función de producción que representa shocks de productividad. La inclusión de esta variable

origina que el nivel de empleo aumente o se contraiga de acuerdo al sentido en que varíe el shock de productividad.

No obstante, la economía sólo transita entre un nivel de pleno empleo y otro porque por construcción, la demanda de trabajo y el salario real se determinan a través de un proceso walrasiano. Sólo podemos referirnos a la existencia de desempleo si suponemos que la oferta de trabajo excede a la demanda. Además, los shocks de productividad son aleatorios, de modo que no existe ninguna vinculación formal con la demanda.

Podemos afirmar que así como el salario real fluctúa de acuerdo al estado de la naturaleza, pero se mantiene constante por convenio; también el nivel de empleo varía, pero debe mantenerse inalterado por el contrato.

Si pensamos en términos de valor presente a las magnitudes de salario que se observen en cada estado de la naturaleza, debería ocurrir que las diferencias positivas y negativas entre ese salario y el salario convenido se compensen para mantener constante la remuneración del trabajador.

La situación es muy distinta cuando reflexionamos qué sucede con el empleo. Ha sido contratada cierta cantidad de fuerza de trabajo; en los estados desfavorables, no puede despedirse a ningún trabajador, de modo que el trabajo es subutilizado. Aparece aquí una noción diferente de desocupación. Cuando el estado es favorable, queda la incógnita de cómo puede la firma obtener más trabajo del que ha contratado para satisfacer la demanda adicional de producto.¹⁵

5.4 NEGOCIACIÓN SALARIAL

¹⁵ De Vroey observa una de estas dificultades en el resultado de empleo de los modelos de contratos implícitos: "Azariadis' model provides a distinction between two allocative processes bearing on jobs or contracts,...The former concerns the distribution of workers across firms, the latter the rate of utilisation of the labour pool. The highest level of utilisation may be called 'full utilisation', all the others 'labour hoarding'." De Vroey, M. (2004b). *Involuntary Unemployment. The elusive quest for a theory*. Routledge, Inglaterra, pp. 185-186.

En este tipo de modelos, la intención es explicar cómo los niveles de empleo y de remuneración pueden determinarse por negociación entre firmas y agrupaciones de trabajadores.

Aunque el criterio básico es la negociación, el resultado respecto a la magnitud del salario real es equivalente al tradicional porque depende de la productividad marginal del trabajo.

Estos modelos quedan lejos del aporte pretendido por la Nueva Economía Keynesiana para la explicación del desempleo involuntario. Aquí exógenamente se determina la magnitud del desempleo al establecer qué cantidad de agentes pertenecen al sindicato y de éstos cuáles son contratados.

5.4.1 Negociación salarial y empleo (Mc Donald y Solow, 1981)

A) Condiciones iniciales

El objetivo principal de este modelo es explicar los efectos de la negociación, entre firmas y sindicatos de trabajadores, sobre los salarios y el empleo.

Supuesto 1. Existe un número N_s de individuos que participan en el mercado de trabajo, existe una cantidad de ellos \bar{N} , que integra un sindicato de trabajadores, es decir $\bar{N} < N_s$.

Supuesto 2. Los miembros de tal sindicato son idénticos entre sí respecto a sus habilidades, gustos y preferencias, esto implica que cualquiera de ellos tiene las mismas posibilidades de ser ocupado por una firma, que todos ponderan de la misma manera la utilidad que les brinda el consumo y el ocio, y sobre todo, permite suponer que la función objetivo del sindicato es la maximización de la utilidad de un miembro representativo.

Supuesto 3. Las firmas son idénticas entre sí, por lo que actúan en un mercado competitivo buscando maximizar sus ganancias, y sólo pueden contratar a trabajadores sindicalizados.

B) Funcionamiento del modelo

Sea A una variable aleatoria que describe shocks aleatorios sobre el estado de la tecnología, \bar{N} la cantidad de trabajadores pertenecientes al sindicato, N la cantidad de trabajadores que pertenecen al sindicato y que la firma emplea, w el salario real que perciben los trabajadores, C el consumo de los trabajadores, $U(w)$ la

utilidad neta del salario real una vez descontada la desutilidad del trabajo, $U(w_R)$ la utilidad del ocio expresada como función del salario de reserva, y Π la masa de beneficios.

Las firmas buscan la maximización de los beneficios, su función objetivo es:

$$\Pi = Af(N) - wN \quad f' > 0, \quad f'' < 0 \quad (1)$$

El sindicato maximiza:

$$U = \frac{N}{\bar{N}} U(w) + 1 - \left[1 - \frac{N}{\bar{N}}\right] U(w_R) \quad \text{si } N \leq \bar{N} \quad (2)$$

$$U = U(w) \quad \text{si } N \geq \bar{N} \quad (3)$$

Supuesto 4. Las negociaciones entre firmas y sindicatos, permiten definir el nivel salarial. Las firmas tienen el derecho a dirigir a los trabajadores, de modo que pueden determinar unilateralmente el nivel de empleo que demandarán acorde a la maximización de sus ganancias.

Entonces de (1):

$$\frac{\partial w}{\partial N} = [Af'(N) - w] / N = 0 \quad (4)$$

Que define la pendiente de la curva de isobeneficio.

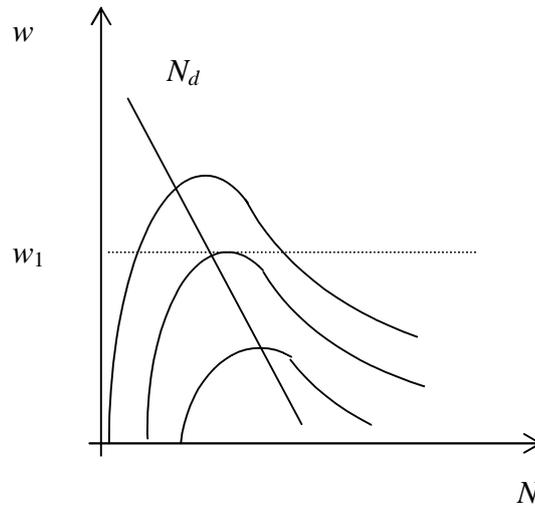
Y de (2):

$$\frac{\partial w}{\partial N} = -[U(w) - U(w_R)] / NU'(w) = 0 \quad (5)$$

Que define la pendiente de la curva de indiferencia.

Las curvas de isobeneficio se grafican aquí en el plano (w, N) como curvas de indiferencia de las firmas. Cada una tiene pendiente positiva hasta que iguala la productividad marginal del trabajo, después se hace negativa.

Gráfica 5.4.1
Curvas de isobeneficio



En la gráfica anterior, la firma busca la curva de indiferencia más baja posible que sea tangente a w_1 ; en este punto el producto marginal del trabajo es igual al salario.

La eficiencia de la negociación entre firmas y trabajadores sólo existe si:

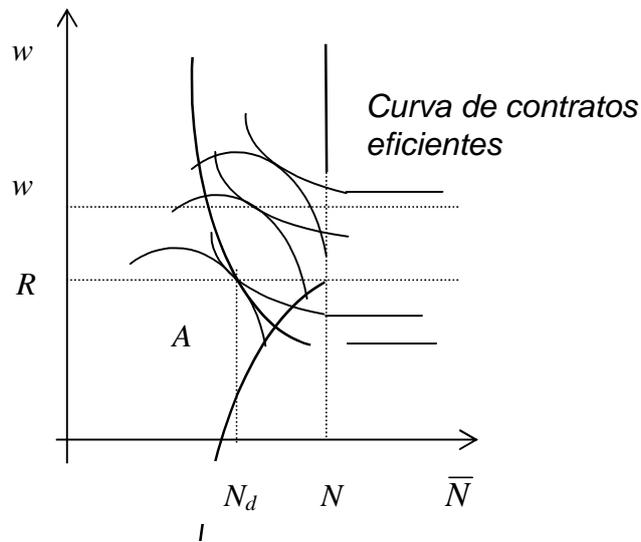
$$Af'(N) - w = -\frac{U(w) - U(w_R)}{U'(w)} \quad \text{si } N \leq \bar{N} \quad (6)$$

Para lograr la eficiencia en la negociación, gráficamente se requiere que las curvas de indiferencia y de isobeneficio sean tangentes en un punto y dado que se supuso que la firma tiene derecho a dirigir, se requiere además que este punto coincida con la curva de demanda de trabajo; estas condiciones sólo se cumplen en el punto A, en el nivel del salario de reserva.

La eficiencia de un contrato entre sindicatos y firmas requiere que determinen conjuntamente el salario y el nivel de empleo.

Proposición. Si Π y U son los niveles de ganancia para la firma y de utilidad para el consumidor cuando existe negociación, y Π_n y U_n , si no existe negociación, existe una solución Nash que maximiza el producto $(U - U_n)(\Pi - \Pi_n)$, sobre w y N .

Gráfica 5.4.2
Contratos eficientes



Prueba:

El cálculo de la negociación Nash está dado por:

$$L = N [U(w) - U(w_R)] [Af(N) - wN] + \lambda(\bar{N} - N) \quad (8)$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial L}{\partial w} = NU'(w)[Af(N) - wN] - N^2[U(w) - U(w_R)] = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial N} = [U(w) - U(w_R)][Af(N) - wN] + N[U(w) - U(w_R)][Af'(N) - w] - \lambda = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \bar{N} - N = 0 \quad (11)$$

Si $N < \bar{N}$ y $\lambda = 0$, entonces dividiendo (10) entre (9):

$$\frac{[U(w) - U(w_R)][Af'(N) - w]}{NU'(w)[Af(N) - wN]} = - \frac{N[U(w) - U(w_R)][Af'(N) - w]}{N^2[U(w) - U(w_R)]}$$

$$\frac{[Af'(N) - w]}{N} = - \frac{[U(w) - U(w_R)]}{NU'(w)} \quad (12)$$

La cual indica que para que la negociación sea eficiente se requiere que las pendientes de la curva de indiferencia del sindicato y la curva de isobeneficio de la empresa, coincidan.

De (12) resolvemos para w :

$$N[Af'(N) - w] = -\frac{N[U(w) - U(w_R)]}{U'(w)}$$

$$w = Af'(N) + \frac{[U(w) - U(w_R)]}{U'(w)} \quad (12b)$$

De la ecuación (9) obtenemos la regla que determina la eficiencia de la negociación entre firmas y trabajadores:

$$\frac{[Af(N) - wN]}{N} = \frac{[U(w) - U(w_R)]}{U'(w)} \quad (9b)$$

Sustituyendo (9b) en (12b):

$$w = Af'(N) + \frac{[Af(N) - wN]}{N}$$

$$w = \frac{1}{2} \left[Af'(N) + \frac{Af(N)}{N} \right] \quad (13)$$

La ecuación (13) indica que el salario real debe ser igual a la media aritmética entre el producto marginal del trabajo y el producto medio.

Supuesto 5. Existe una función de producción donde la elasticidad de producción con respecto al empleo es constante:

$$F(N) = N^a, \quad a < 1 \quad (14)$$

Este supuesto se introduce para evaluar los efectos del cambio tecnológico sobre el salario y el empleo de modo que:

$$F'(N) = a N^{a-1} \quad (15)$$

$$F(N)/N = N^{a-1} = (1/a) F'(N) \quad (16)$$

Reemplazando (16) en (13) y simplificando:

$$2w = (Af'(N) + \frac{1}{a} Af'(N))$$

$$\frac{2w}{(1/a)+1} = Af'(N) \quad (17)$$

Reemplazando (17) en (12) y simplificando:

$$\left[w \frac{a-1}{a+1} \right] = \frac{U(w) - U(w_R)}{U'(w)} \quad (18)$$

De donde para cada valor de a , el salario permanece constante en w^* y el empleo se incrementa con a , situándose sobre la curva de contrato donde $w = w^*$, o bien se cumpla (17).

5.4.2 El desempleo en la negociación salarial

En estos modelos si las firmas tienen derecho a dirigir, pueden acordar conjuntamente con los trabajadores el salario, pero definen el nivel de empleo unilateralmente, en el punto en que su demanda de trabajo permita maximizar sus ganancias al nivel del salario.

Naturalmente, la curva de isobeneficios es positiva decreciente, crece hasta el punto en que la productividad marginal del trabajo iguala al salario real (gráficamente cuando cruza la curva de demanda de trabajo) y decrece desde entonces.

La curva de indiferencia del trabajador es negativa creciente, hasta el punto en que la demanda de trabajo iguala a la oferta de trabajo, haciéndose cero desde entonces.

Los contratos eficientes requieren que el salario y el empleo sean determinados por firmas y sindicatos (gráficamente para igualar la pendiente de la curva de isobeneficio y la pendiente de la curva de indiferencia), y que cumplan con la regla de maximización del beneficio para la firma, es decir, que el contrato eficiente se ubique sobre la curva de demanda de trabajo, lo cual ocurre en el salario de reserva.

Por el planteamiento de la función objetivo del sindicato, la utilidad del salario de reserva iguala a la utilidad del ocio, de modo que al nivel del salario de reserva al agente le es indistinto trabajar o no.

En el modelo, la oferta de trabajo es inelástica al salario aunque el sindicato desea que éste sea el más elevado posible para mejorar la utilidad de sus agremiados. La demanda de trabajo es negativa creciente del salario real.

Aquí, el desempleo se explica sólo porque al nivel del salario negociado, el número de individuos sindicalizados es mayor que el número de trabajadores que la firma demanda. Además, si ocurre un shock tecnológico positivo se incrementaría el nivel de empleo. Para los modelos de negociación salarial, el desempleo es entonces, un fenómeno que depende de las condiciones iniciales del sistema.

5.5 COSTOS DE MENÚ

A los modelos de costos de menú se les identifica comúnmente como parte de los desarrollos alcanzados por la Nueva Economía Keynesiana.

En secciones anteriores, hemos explicado que el programa general de investigación de esta corriente teórica es endogeneizar la rigidez de los precios reales y en particular del salario real, en el entendido de que con esto es posible explicar el origen del desempleo involuntario.

Como también hemos señalado, tal propósito está incorrectamente planteado si lo que se busca es demostrar la existencia del desempleo involuntario en la acepción utilizada por Keynes, porque para ello, lo que se requiere es una explicación a partir de racionamientos en la demanda efectiva, no de rigideces de precios.

De las secciones anteriores observamos que el rasgo común de los modelos de salarios de eficiencia, contratos implícitos y negociación salarial es la intención de formalizar la rigidez endógena de un salario real distinto al de su nivel de equilibrio. Pero, con esta pretensión sólo se logrará extender el resultado neoclásico, según el cual, el desempleo es friccional y transitorio, y puede verse como un desequilibrio en el mercado de trabajo al que está asociado otro desequilibrio en el mercado de producto.

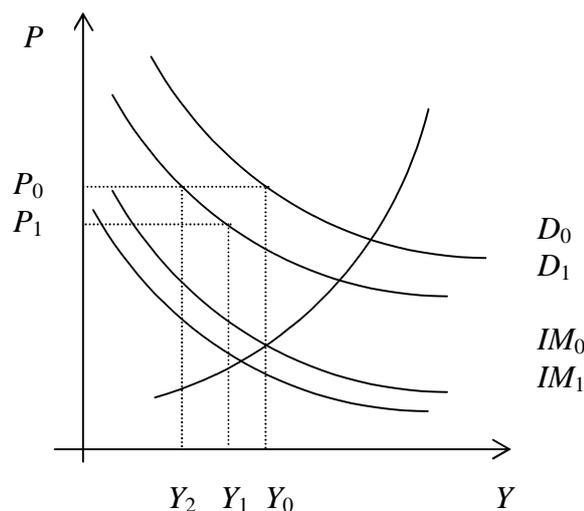
La idea general del enfoque de costos de menú se aleja de la visión convencional de la Nueva Economía Keynesiana. Aquí, las variaciones de la demanda agregada son compatibles con rigideces nominales de precios. Por ejemplo, si ocurriera una expansión de la demanda agregada, a una empresa le es más conveniente mantener invariable el precio nominal al que ofrece su producto si los beneficios que obtiene al modificarlo son menores que el costo de menú que debe pagar por modificarlo.

El argumento es más entendible gráficamente. Una empresa representativa puede estar en equilibrio produciendo en el nivel Y_0 y al precio por unidad de P_0 . Si ocurriera una contracción de la demanda de D_0 a D_1 , y la empresa no modifica el precio del artículo que produce, entonces ahora se encuentra en el punto (P_0, Y_1) ; sin embargo, a este nivel de producción el ingreso marginal supera al costo marginal y la firma tiene incentivos para disminuir el precio y aumentar la producción hasta el punto (P_1, Y_1) .

Cuando existen costos de menú, la firma tendrá incentivos para disminuir su precio si los beneficios que obtiene al hacerlo superan al costo que debe pagar; de lo contrario permanecerá en el punto (P_0, Y_1) aunque se perjudique al bienestar social ($Y_2 < Y_1$).

Gráfica 5.5.1

Ajuste de precio en competencia monopolística



A continuación presentamos la formalización básica de costos de menú a través de la propuesta de Gregory Mankiw (1985) y ejemplificamos sus resultados como lo hace David Romer (1996). Finalmente, concluimos subrayando cuál es la aportación que implica la introducción de costos de menú para la explicación del desempleo involuntario.

5.5.1 Pequeños costos de menú y ciclos de negocios (Mankiw, 1985)

A) Condiciones iniciales

Mankiw (1985) intenta mostrar que las fluctuaciones cíclicas de la economía provienen de las fricciones denominadas “costos de menú” que impiden el ajuste de los precios en respuesta a shocks de demanda.

Se supone un escenario constituido por un conjunto de consumidores y una sola firma monopólica que decide la cantidad que va a producir del bien y su precio por unidad.

Siendo C el costo nominal total de producir la cantidad q , P el precio nominal que se obtiene por el total de q , Q el nivel de demanda exógena, y k una constante positiva, entonces la firma tiene la siguiente función de costos y la siguiente función inversa de demanda:

$$C = kqQ$$

$$P = f(q)Q$$

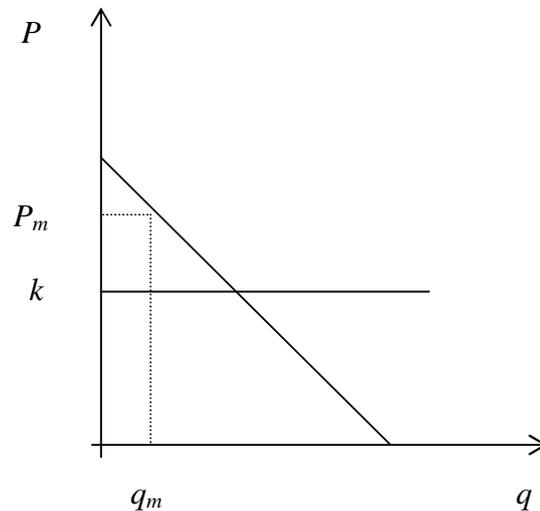
Tanto el costo nominal como el precio nominal se incrementan proporcionalmente de acuerdo al nivel de la demanda Q .

Si se hace $c = C/Q$ y $p = P/Q$, el problema de la firma puede verse independientemente de la demanda agregada.

B) Equilibrio parcial

Con la elección de p y q , la firma maximiza sus ganancias. Gráficamente observamos que la firma obtiene ganancias positivas (el área entre k y p_m), el consumidor obtiene beneficios (el área entre p y p_m), y existe un beneficio total (el área entre p y k) indicativo del bienestar de la sociedad.

Excedente del consumidor y beneficio del productor



Si la firma establece previamente su precio nominal basada en la expectativa de demanda agregada Q^e , su precio nominal será $p_m Q^e$. Si su expectativa es correcta, el precio observado p_0 es p_m , si es incorrecta el precio será $p_0 = p_m(Q^e/Q)$.

Las variaciones en la demanda agregada, la existencia de costos de menú y las decisiones de las firmas pueden afectar el bienestar social de acuerdo a los siguientes casos.

CASO 1. Si la demanda efectiva es menor que la esperada, p_0 es mayor que p_m . Las ganancias de la firma se reducen en el monto $B - A$, el excedente del consumidor se reduce (del área p, p_m al área p, p_0) y el beneficio total disminuye en la cantidad $B + C$.

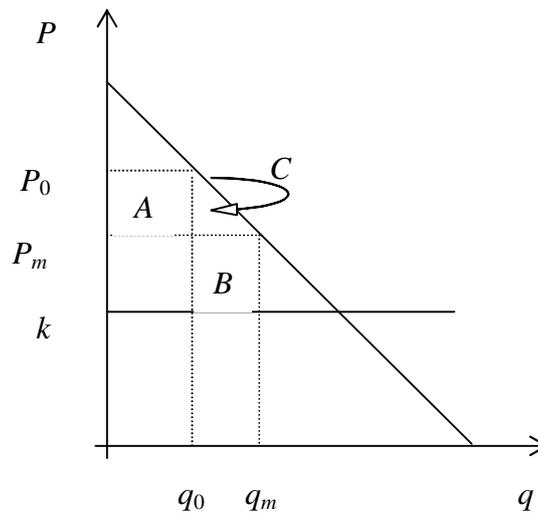
CASO 2. Si la demanda efectiva es menor que la esperada y si la firma puede cambiar su precio nominal aunque al costo de menú z , al hacerlo reduce el precio de p_0 a p_m ; con ello obtiene los beneficios adicionales $B - A$, es decir, disminuye el precio si los beneficios que obtiene superan al costo de menú ($B - A > z$). Desde la óptica de un planeador social, la firma debería disminuir su precio si $B + C > z$; es decir, cuando existe una contracción de la demanda es socialmente óptimo que la firma reduzca el precio.

CASO 3. Si ocurre una contracción de la demanda (la demanda efectiva es menor que la esperada), y si $B + C > z > B - A$, es decir, si los beneficios sociales son mayores que el costo de menú, pero este es mayor que los beneficios de la empresa, entonces la firma no disminuye su precio a p_m aunque hacerlo sea óptimo socialmente.

CASO 4. Si ocurre una expansión de la demanda (la demanda efectiva es mayor que la esperada), $p_0 < p_m$. La firma aumenta su precio a p_m si las ganancias se incrementan más que el costo de cambiar precios, es decir, si $D - F > z$ (gráfica 5.5.3)

Gráfica 5.5.3

Excedente del consumidor y beneficio del productor ante contracciones de la demanda



Estos casos pueden resumirse señalando que una expansión de la demanda agregada puede aumentar o reducir el bienestar y en este último caso en un monto no mayor que el costo de menú. La contracción de la demanda agregada siempre reduce el bienestar y puede ser en mayor cuantía que el costo de menú.

C) Equilibrio general

En esta sección se extiende el modelo anterior para examinar las relaciones que se presentan entre los mercados cuando hay cuando hay costos de menú.

La economía está compuesta por consumidores y firmas distribuidos en un intervalo unitario. Los trabajadores son homogéneos. Las firmas producen diferentes bienes y se enfrentan a diferentes costos de menú, por tanto, después de un shock monetario, algunas decidirán alterar sus precios y otras mantenerlos constantes. Además cada firma actúa como monopolista porque decide su oferta de producto y el precio de éste.

La economía se integra por un mercado de trabajo, un mercado de dinero y varios mercados de producto.

Cada consumidor tiene la siguiente función de utilidad:

$$U = (1 - \phi)^{-1} \int_0^1 q_i^{1-\phi} di + \theta \log(M^d / P) - N \quad (1)$$

Donde U es la utilidad, q_i es la cantidad del producto i que el individuo consume, ϕ es el recíproco de la elasticidad de sustitución entre los diferentes productos ($0 < \phi < 1$), M^d es la demanda de dinero, P es el nivel general de precios, N es la oferta de trabajo y θ es un parámetro de la demanda de dinero ($\theta > 0$).

El nivel general de precios es el promedio geométrico de todos los P_i , donde cada P_i es el precio nominal del bien producido por la firma i , es decir:

$$P = e^{\int_0^1 \log P_i di} \quad (2)$$

Dado P_i para todo i , y el salario nominal w , el consumidor maximiza su utilidad (1) sujeto a la restricción presupuestal:

$$\int_0^1 p_i q_i di + M^d = wN + M + \Pi \quad (3)$$

Donde M es la oferta monetaria y Π son los beneficios que obtiene por su propiedad de las empresas (el individuo las considera fijas en su problema de optimización).

Del problema de optimización del consumidor obtenemos las siguientes funciones de demanda de producto, demanda de dinero y oferta de trabajo:

$$q_i = (P_i / w)^{-1/\phi} \quad (4)$$

$$M^d = \theta w \quad (5)$$

$$N = \int_0^1 p_i^{1-1/\phi} w^{1/\phi-1} di + \theta + \frac{M}{w} + \frac{\Pi}{w} \quad (6)$$

El equilibrio en el mercado de dinero implica que la oferta monetaria iguala a la demanda monetaria.

$$M = M^d \quad (7)$$

De las ecuaciones (4) y (5) obtenemos:

$$P_i = \theta^{-1} M q_i^{-\phi} \quad (8)$$

$$w = \theta^{-1} M \quad (9)$$

La ecuación (8) es la función inversa de demanda de la firma. La elasticidad precio de la demanda es $1/\phi$.

Cada firma considera como su función de demanda la expresada en la ecuación (8) y su función de producción es:

$$q_i = N_i \quad (10)$$

Donde N_i es la demanda de trabajo de la firma i .

De las ecuaciones (9) y (10) obtenemos los costos nominales:

$$C_i = w N_i = \theta^{-1} M q_i \quad (11)$$

La función de ganancias es:

$$\Pi_i = (q_i^{1-\phi} - q_i) \theta^{-1} M \quad (12)$$

La oferta de producto que maximiza las ganancias es:

$$q_m = (1 - \phi)^{1/\phi} \quad (13)$$

El precio de cada bien (de acuerdo a la cantidad q_m) es:

$$P_m = \theta^{-1} M (1 - \phi)^{-1} \quad (14)$$

Podemos suponer que cada firma está produciendo el nivel natural q_m . La oferta monetaria inicial es M_0 y cada precio es $P_0 = \theta^{-1}M_0(1-\phi)^{-1}$.

Si ocurre un cambio en la oferta monetaria de modo que ésta ahora es M_1 , al principio los precios deberían permanecer sin cambio, aun cuando su nuevo nivel de acuerdo a la maximización de ganancias sería $P_m = \theta^{-1}M_1(1-\phi)^{-1}$. Las variaciones que sí se verifican son: un cambio en los salarios nominales de $w = \theta^{-1}M_0$ a $w = \theta^{-1}M_1$ y un cambio en la cantidad producida de q_m a $q_0 = (M_1/M_0)^{1/\phi}q_m$

Ante esta situación, la firma puede cambiar el precio de su producto de manera *ex post*, es decir, una vez que ha observado los cambios que el shock monetario introdujo sobre los salarios nominales y la demanda de producto.

La decisión de cambiar el precio, implica que la firma pague el costo de menú z , el cual significa demandar un monto adicional de trabajo g . El costo de menú se expresa como:

$$z_i = g(i)w = g(i)\theta^{-1}M \quad g > 0 \quad (15)$$

Al tomar la decisión de modificar o no sus precios, la firma compara su costo de menú con las posibles variaciones en sus beneficios de acuerdo a (12).

De (15):

$$I = i = g^{-1}(z_i/w) = (\Delta\pi/w) = g^{-1}[(q_m^{1-\phi} - q_0^{1-\phi}) - (q_m - q_0)] \quad (16)$$

Si $i < I$ a la firma le conviene incurrir en el costo de menú, cambiar el precio a P_m y producir la cantidad q_m . Si $i > I$, la firma deja el precio P_0 y produce q_0 .

El producto total es:

$$Q = \int_0^1 q_i di = Iq_m + (1-I)q_0 \quad (17)$$

El nivel general de precios es:

$$P = \exp\left(\int_0^1 \log P_i di\right) = \exp[I \log P_m + (1-I) \log P_0] \quad (18)$$

Por la ecuación (9) el nivel de empleo es equivalente al nivel de producción más el trabajo que sea necesario para realizar los cambios de precios. Entonces, la demanda de trabajo total es:

$$N = Q + \int_0^1 g(i)di \quad (19)$$

La utilidad total es:

$$U = (1 - \phi)^{-1} [I \log q_m^{1-\phi} + (1 - I) \log q_0^{1-\phi}] + \theta \log M - \theta [I \log P_m + (1 - I) \log P_0] - [I q_m + (1 - I) q_0 + \int_0^1 g(i)di] \quad (20)$$

Con estos resultados se obtiene que existen bastante incentivo para ajustar los precios cuando ocurren expansiones monetarias.

5.5.2 Ejemplo empírico de los efectos de los costos de menú

Para esta sección recuperamos la interpretación numérica de los costos de menú hecha por David Romer (1996).

La función de producción de una firma monopolista es:

$$q_i = N_i \quad (1)$$

Lo que significa que la cantidad producida del bien q_i equivale a la cantidad demandada de trabajo N_i .

La demanda de producto es función del precio real del bien P_i , y es:

$$Q_i = Y(P_i / P)^{-\eta} \quad (2)$$

El precio de cada unidad vendida es:

$$\frac{P_i}{P} = \frac{\eta}{\eta - 1} \frac{w}{P} \quad (3)$$

El costo de cada unidad producida C_i es:

$$C_i = \frac{P_i}{P} - \frac{w}{P} \quad (4)$$

La oferta de trabajo es una función creciente del salario real (w/P) y tiene elasticidad de $\nu = 1/(\gamma-1)$:

$$N_i = \left(\frac{w}{P}\right)^{1/(\gamma-1)} \quad (5)$$

El salario real puede expresarse como una función del producto Y :

$$\frac{w}{P} = Y^{\gamma-1} \quad (6)$$

De la misma forma, el precio de cada unidad vendida equivale a:

$$\frac{P_i}{P} = \frac{\eta}{\eta-1} Y^{\gamma-1} \quad (3b)$$

El valor de la producción es equivalente al valor de los saldos reales:

$$Y = \frac{M}{P} \quad (7)$$

A partir de las ecuaciones anteriores, podemos definir los beneficios de la empresa como:

$$\Pi_i = Y \left(\frac{P_i}{P}\right)^{-\eta} \left(\frac{P_i}{P} - Y^{1/\nu}\right) = \frac{M}{P} \left(\frac{P_i}{P}\right)^{1-\eta} - \left(\frac{M}{P}\right)^{(1+\nu)/\nu} \left(\frac{P_i}{P}\right)^{-\eta} \quad (8)$$

Si ocurre una expansión de la oferta monetaria y por tanto se incrementa la demanda de producto, la firma sólo ajustará su precio P_i si la diferencia de los beneficios que obtendría luego del ajuste superan al costo de menú, es decir si:

$$\Pi_{ADJ} - \Pi_{FIX} > z \quad (9)$$

Las ecuaciones que describen estos beneficios son:

$$\begin{aligned} \Pi_{ADJ} &= \frac{M}{P} \left(\frac{\eta}{\eta-1}\right)^{1-\eta} \left(\frac{M}{P}\right)^{(1-\eta)/\nu} - \left(\frac{M}{P}\right)^{(1+\nu)/\nu} \left(\frac{\eta}{\eta-1}\right)^{-\eta} \left(\frac{M}{P}\right)^{-\eta/\nu} \\ &= \frac{1}{\eta-1} \left(\frac{\eta}{\eta-1}\right)^\eta \left(\frac{M}{P}\right)^{(1+\nu-\eta)/\nu} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\Pi_{FIX} = \frac{M}{P} - \left(\frac{M}{P}\right)^{(1+\nu)/\nu} \quad (11)$$

Suponiendo que $Y=M/P=1$, $z=1\%Y$, $\eta= 5$ (el precio es 1.25 veces el costo marginal) y $\nu=0.1$, entonces nuestros beneficios originales son nulos. Si ocurriera una caída del 3% en la oferta monetaria, entonces:

$$\Pi_{ADJ} = 0.26871$$

$$\Pi_{FIX} = 0.2546$$

$$0.26871 - 0.2546 = 0.01411 > 0.01$$

Por lo tanto, se verifica que $\Pi_{ADJ} - \Pi_{FIX} > z$ y la firma tiene incentivos a modificar sus precios.

Si por el contrario ocurriera la expansión de la oferta monetaria en 3%, entonces:

$$\Pi_{ADJ} = -0.02586653$$

$$\Pi_{FIX} = -0.35423387$$

$$-0.02586653 - 0.35423387 = 0.328367 > 0.01$$

En consecuencia ante una expansión de la demanda agregada, la firma tiene mayores incentivos de modificar sus precios.

5.5.3 El desempleo en presencia de costos de menú

Aunque se aprecian en este enfoque algunos esfuerzos por incorporar rasgos keynesianos, los supuestos y resultados todavía distan de la línea sugerida por Keynes.

Para empezar, recordemos que Keynes deseaba explicar la formación del desempleo involuntario en contextos de competencia perfecta y con plena flexibilidad de precios y salarios. En cambio, los modelos de costos de menú se caracterizan por basar sus explicaciones en escenarios de competencia imperfecta. Cada firma monopolista puede escoger su nivel de producción y el precio de su producto de forma que se maximicen sus ganancias.

Acostumbramos suponer (en la Teoría Neoclásica y en la *Teoría General*) que la oferta de producto es una función de la demanda de trabajo. Aquí, la

vinculación todavía es mayor porque se supone que la cantidad producida es equivalente a la demanda de trabajo, es decir, podemos imaginar que cada unidad producida requiere el empleo de una unidad de trabajo.

En los modelos de costos de menú, las expansiones de la demanda agregada se traducen automáticamente en incrementos en la oferta de producto (porque siempre se verifica la relación $Q_d = Q_s$) y en consecuencia en expansiones de la demanda de trabajo.

La única explicación para la variación de la demanda agregada son las modificaciones exógenas en la oferta monetaria. Se supone que no hay neutralidad del dinero y que la oferta de producto es equivalente a los saldos reales ($Q_s = M/P$). También se supone que expansiones de la oferta monetaria generan incrementos proporcionales en los salarios nominales.

La presencia de costos de menú ocasiona que ante variaciones en la demanda agregada (y el ajuste automático de la oferta de producto), la acción de la firma para maximizar sus beneficios sea mantener constantes los precios o modificarlos.

Si suponemos que se incrementa la oferta monetaria (M), la demanda agregada aumenta (Q_d), y también lo hacen la oferta de producto (Q_s) y los salarios nominales (w). El sentido de las modificaciones en todas estas variables está determinado por construcción. Sin embargo, la magnitud en que varían las variables como consecuencia de la expansión en la oferta monetaria, depende de la decisión de la firma.

Si la empresa escoge mantener constante el precio del bien que produce (y se mantiene constante el nivel general de precios) entonces la magnitud en que aumentan M/P , Q_d , Q_s , N_d y w/p son inferiores a las que se lograrían si la firma escogiera reducir el precio de su artículo.¹⁶

En estos modelos encontramos también que la formación y la magnitud del desempleo se determinan exógenamente. Existe desempleo si suponemos que la oferta de trabajo N_s supera considerablemente a la demanda inicial N_d ; en tal caso, evidentemente la expansión de la demanda agregada ayudaría a reducir el desempleo.

¹⁶ Sabemos que la decisión de la firma depende de la comparación entre la diferencia que obtendría por beneficios cuando modifica sus precios y cuando no lo hace sobre los costos de menú.

Cuando por conveniencia de la firma se mantiene constante el nivel de precios, es decir, cuando hay una rigidez nominal, la reducción en el desempleo lograda con la expansión monetaria es menor que si no existiera tal rigidez (cuando se reduce el nivel de precios).

Además si recogemos el argumento de que los costos de menú implican la utilización y el pago de fuerza de trabajo adicional, entonces cuando no se asumen estos costos (es decir, cuando los precios se mantienen constantes) se pierde la oportunidad de generar más empleo.

Consideramos positivo que en este enfoque se intente explicar el desempleo involuntario en la acepción de Keynes recurriendo para ello a las variaciones en la demanda agregada cuando hay rigideces nominales de precios.

También nos parece destacable el hecho de que la demanda de trabajo no dependa del salario real sino de la demanda agregada; con esto se ha logrado que los salarios reales y el nivel de empleo puedan fluctuar en el mismo sentido.

Sin embargo, está ausente una explicación sólida de las variaciones en la demanda agregada, así como de la vinculación entre ésta y la demanda de trabajo. Además como señalamos, en estos modelos no se puede mostrar ningún desempleo, a menos que supongamos que la oferta de trabajo supera considerablemente a la demanda.

5.6 FALLAS DE COORDINACIÓN

El propósito de los modelos de fallas de coordinación es explicar las fluctuaciones cíclicas de la economía como resultado de la incapacidad de los agentes de hacer compatibles sus decisiones.

Aun cuando este tipo de modelos se inscribe en el marco de la Nueva Economía Keynesiana, difieren del planteamiento general de ésta porque eliminan la necesidad de sustentar los posibles desequilibrios a partir de la rigidez de precios.

Aquí, los desequilibrios se producen porque los agentes no coordinan sus acciones, todas las decisiones son no cooperativas porque cada agente busca maximizar su utilidad o sus beneficios tomando la acción de los otros como dadas.

Cuando existe complementariedad estratégica, los agentes reconocen el efecto de las acciones de otros sobre las propias y por tanto su estrategia óptima

depende de las estrategias de los demás. En estas condiciones, es posible que se produzcan equilibrios múltiples; algunos son más óptimos que otros, y el carácter del que se alcance dependerá del grado de complementariedad estratégica.

Por supuesto, las fallas de coordinación pudieran evitarse si todos los agentes actuaran cooperativamente; por ejemplo, podrían maximizarse funciones de utilidad o de beneficios agregadas.

A continuación presentamos un modelo representativo de fallas de coordinación desarrollado por Cooper y John, (1988) para determinar los efectos de las externalidades sobre la demanda efectiva y el nivel de empleo. En la última sección exponemos cuáles son las implicaciones que resultan de los modelos que introducen fallas de coordinación para la explicación del desempleo involuntario.

5.6.1 Efectos de las fallas de coordinación (Cooper y John, 1988)

A) Condiciones iniciales

Supuesto 1. Existen I agentes en la economía: $i = 1, 2, \dots, I$. Entonces I representa el número total de agentes o el número total de coaliciones en la economía.

Supuesto 2. La estrategia del agente i es: $e_i \in [0, E]$.

Supuesto 3. Las acciones de cada agente influyen en las de otros. Cada agente se comporta estratégicamente respecto a otros.

Este supuesto se expresa en las funciones de saldos de los agentes:

$$\sigma(e_i, e_j, \theta_i) \quad \partial^2 \sigma(\cdot) / \partial e_i^2 < 0, \quad \partial^2 \sigma(\cdot) / \partial e_i \partial \theta_i > 0 \quad (1)$$

Donde e_j es el vector de estrategias escogido por los demás agentes y θ_i es un parámetro de la función de pagos del agente i .

Definición 1. Siendo $V(e_i, \bar{e})$ el pago al agente i por tomar la acción e_i , cuando los otros agentes toman la acción \bar{e} (el término \bar{e} puede interpretarse también como un índice agregado de las estrategias de otros agentes); y siendo $e_i^*(\bar{e})$, la respuesta óptima del agente i , cuando $e_j = \bar{e}$ (si $i \neq j$). Entonces, un equilibrio simétrico Nash (SNE) es aquel en el cual, si todos los agentes escogen la estrategia e , el agente restante también seleccionará e , es decir: $e_i^* = e$. En un juego el equilibrio simétrico se define como:

$$S = \{e \in [0, E] | V_1(e, e) = 0\} \quad (2)$$

Donde $V_1 = \partial\sigma / \partial e$, siendo $e_i = e$.

Para asegurar la existencia de una solución interior se asume que:

$$\lim_{e \rightarrow 0} V_1(e, e) > 0 \quad \text{y} \quad \lim_{e \rightarrow E} V_1(e, e) < 0$$

Definición 2. El equilibrio cooperativo simétrico (SCE), es una acción para todos los agentes que representa una solución local al problema de maximizar el bienestar de un agente representativo. El conjunto de estos equilibrios se caracteriza por:

$$\tilde{S} = \{e \in [0, E] | V_1(e, e) + V_2(e, e) = 0\} \quad (3)$$

$$V_{11}(e, e) + 2V_{12}(e, e) + V_{22}(e, e) < 0$$

Donde $V_1 = \partial\sigma / \partial e$, $V_{11} = \partial^2\sigma / \partial e^2$, siendo $e_i = e$; y $V_2 = \partial\sigma / \partial e$ $V_{12} = \partial^2 V_1 / \partial e^2$, $V_{22} = \partial^2\sigma / \partial e^2$ cuando $e_j = e$.

Para asegurar la existencia de una solución interior se asume que:

$$\lim_{e \rightarrow 0} V_1(e, e) + V_2(e, e) > 0$$

$$\lim_{e \rightarrow E} V_1(e, e) + V_2(e, e) < 0$$

Definición 3. Los efectos desbordamiento (*spillovers*) son los efectos de las variaciones en la estrategia de un agente sobre las funciones de otros. Si $V_2(e_i, \bar{e}) > 0$ el juego exhibe encadenamientos positivos, si $V_2(e_i, \bar{e}) < 0$ el juego exhibe encadenamientos negativos.

Definición 4. La complementariedad estratégica es el cambio en la estrategia óptima de un jugador, como resultado en la variación de estrategia de otro agente; formalmente: $V_{12}(e_i, \bar{e}) > 0$. Inversamente, si existe una disminución en la acción de un agente y esto influye en la decisión de otros, se tiene sustitución estratégica que se expresa como: $V_{12}(e_i, \bar{e}) < 0$.

Definición 5. Si ocurre una variación θ_i en una vecindad al equilibrio simétrico Nash, y se contrasta la respuesta inicial del agente i y su respuesta de equilibrio con las acciones de otros agentes, entonces existen efectos multiplicadores cuando la respuesta agregada excede a la individual: $d \sum e_j^* / d\theta_i > de_i^* / d\theta_i > \partial e_i^* / \partial \theta_i$.

A partir de las definiciones anteriores se establecen las proposiciones siguientes:

Proposición 1. La complementariedad estratégica es necesaria para múltiples equilibrios simétricos Nash.

Prueba:

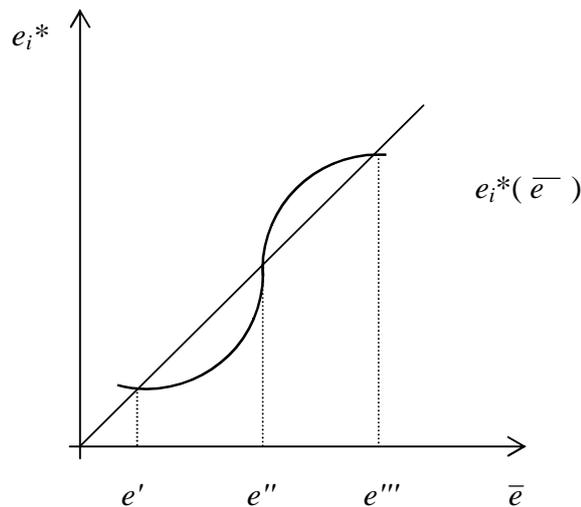
De acuerdo a la primera definición $e_i^*(\bar{e})$ es la respuesta óptima del agente i cuando la estrategia del otro agente (el individuo j) es $e_j = \bar{e}$ (si $i \neq j$). Por tanto, si la acción del agente i es función de la acción de j , entonces la pendiente de la función de i es:

$$\rho = -\frac{V_{12}}{V_{11}} = -\frac{\frac{\partial \sigma / \partial V_1}{\partial e_j}}{\frac{\partial \sigma / \partial e_i}{\partial e_i}}$$

La función que representa la acción del agente i se muestra en la siguiente gráfica:

Gráfica 5.6.1

Función acción del agente i



La complementariedad estratégica es equivalente a $\rho > 0$ y es necesaria para la existencia de equilibrios múltiples.

Proposición 2. Si el juego exhibe desbordamientos y $e \in S$, entonces e es ineficiente.

Prueba:

Se han definido los desbordamientos negativo y positivo como: $V_2(e_i, \bar{e}) < 0$ y $V_2(e_i, \bar{e}) > 0$, y los juegos Nash y cooperativo se definieron como: $S = \{e \in [0, E] | V_1(e, e) = 0\}$ y $\tilde{S} = \{e \in [0, E] | V_1(e, e) + V_2(e, e) = 0\}$. Para que un equilibrio sea eficiente, debe ser equilibrio cooperativo, pero si $e \in S$, entonces $V_1(e_i, \bar{e}) = 0$; e es ineficiente porque no se satisface \tilde{S} desde que $V_1(e, e) + V_2(e, e) < 0$ cuando hay desbordamiento negativo o $V_1(e, e) + V_2(e, e) > 0$ cuando el desbordamiento es positivo.

Esta proposición indica la ineficiencias debidas a las externalidades en las funciones de pagos. Los agentes al escoger su estrategia no toman en cuenta su influencia sobre los pagos de otros.

Proposición 3. Si existen encadenamientos positivos y $e \in S$, entonces existe $e' \in \tilde{S}$ tal que $e' > e$.

Prueba:

Si $S = \{e \in [0, E] | V_1(e, e) = 0\}$ y $\tilde{S} = \{e' \in [0, E] | V_1(e', e) + V_2(e', e) > 0\}$, entonces $e' > e$.

Con ello se indica que en presencia de desbordamientos positivos habrá una tendencia a acciones insuficientes en equilibrios simétricos Nash; si se incrementa la coordinación en las estrategias de los agentes, todos mejorarán.

Proposición 4. Dados múltiples equilibrios simétricos Nash y encadenamientos positivos, los equilibrios pueden ordenarse en términos de eficiencia.

Prueba:

Si el pago del agente i se evalúa a lo largo de su función de reacción, ésta se incrementa cuando los otros agentes incrementan su acción:

$$\frac{d[V(e_i^*(\bar{e}), \bar{e})]}{d\bar{e}} = V_2(e_i, \bar{e})$$

Proposición 5. Si $e_i^*(\bar{e}) = \bar{e}$ en algún intervalo y existen desbordamientos positivos, entonces hay equilibrios continuos con bienestar creciente en e sobre ese intervalo.

Prueba:

Siendo $e_i^*(\bar{e})$, la respuesta óptima del agente i cuando $e_j = \bar{e}$, si hay desbordamientos positivos $V_2(e_i, \bar{e}) > 0$, es decir, se incrementa la acción de e_i cuando aumenta la de e_j de acuerdo a la proposición 4.

Proposición 6. La complementariedad estratégica es una condición necesaria y suficiente para la existencia del multiplicador keynesiano.

Prueba:

Siendo s la respuesta del agente i al cambio en la estrategia de otro agente, $s = \rho / (I - 1)$; \bar{e} la acción adoptada por todos los agentes excepto el agente i . Si se considera un shock a la función de pagos del agente i , entonces usando las condiciones de primer orden para un equilibrio simétrico Nash, se muestra que:

$$\frac{de_i^*}{d\theta_i} = \left[\frac{1 - \rho + s}{(1 + s)(1 - \rho)} \right] \frac{\partial e_i^*}{\partial \theta_i} \quad \text{y} \quad \frac{d\bar{e}}{d\theta_i} = \left[\frac{s}{(1 + s)(1 - \rho)} \right] \frac{\partial e_i^*}{\partial \theta_i}$$

Desde que:

$$\frac{d \sum e_j^*}{d\theta_i} = \frac{de_i^*}{d\theta_i} + (I - 1) \frac{d\bar{e}}{d\theta_i}$$

Se sigue:

$$\frac{d \sum e_j^*}{d\theta_i} = \left[\frac{1 - \rho + s}{(1 + s)(1 - \rho)} \right] \frac{\partial e_i^*}{\partial \theta_i} + (I - 1) \left[\frac{s}{(1 + s)(1 - \rho)} \right] \frac{\partial e_i^*}{\partial \theta_i}$$

$$\frac{d \sum e_j^*}{d\theta_i} = \frac{\partial e_i^*}{\partial \theta_i} \left\{ \left[\frac{1 - \rho + s}{(1 + s)(1 - \rho)} \right] + (I - 1) \left[\frac{s}{(1 + s)(1 - \rho)} \right] \right\}$$

Si $s = \rho / (I - 1)$, entonces $I = (\rho/s) + 1$:

$$\frac{d \sum e_j^*}{d\theta_i} = \frac{\partial e_i^*}{\partial \theta_i} \left\{ \left[\frac{1 - \rho + s}{(1 + s)(1 - \rho)} \right] + \frac{\rho}{s} \left[\frac{s}{(1 + s)(1 - \rho)} \right] \right\}$$

$$\frac{d \sum e_j^*}{d\theta_i} = \left[\frac{1+s}{1-\rho+s} \right] \frac{\partial e_i^*}{\partial \theta_i} = \left[\frac{1}{1-\rho} \right] \frac{\partial e_i^*}{\partial \theta_i}$$

La respuesta del equilibrio agregado, sólo excederá la respuesta del agente i , cuando el multiplicador $1/(1-\rho) > 1$, lo que ocurre cuando existe complementariedad estratégica. De aquí se desprende la idea de que pequeños shocks pueden resultar en grandes cambios en las variables económicas.

B) Producción y empleo

Supuesto 4. Existen dos sectores en la economía, cada uno constituido por más de una firma; las firmas pertenecientes a un sector producen bienes idénticos. Los bienes producidos en el sector 1 y 2 son: q_1 y q_2 .

Supuesto 5. Existen agentes ajenos a ambos sectores (*outsiders*), que poseen \bar{x} unidades de un bien como dotación inicial, la cual gastan en partes iguales para el consumo c_1 y c_2 respecto a los bienes q_1 y q_2 .

Supuesto 6. Cada firma adquiere el bien producido en el otro sector y el bien no producido. Por tanto como consumidor, la firma del sector 1 desea maximizar la función de utilidad:

$$U_1 = c_2^{1/2} x^{1/2} \quad (4)$$

$$\text{S. a } p_1 q_1 = p_2 c_2 + x_1 \quad (5)$$

O bien, considerando como restricción que la firma desea maximizar su ganancia dada por su ingreso menos su costo:

$$\Pi = p_1 q_1 - k q_1 \quad (6)$$

$$\Pi = p_1 q_1 - k \left(\frac{p_2 c_2 + x_1}{p_1} \right) \quad (6b)$$

El problema de maximización para la firma que pertenece al sector 1 es entonces:

$$L = c_2^{1/2} x_1^{1/2} - \lambda [p_1 q_1 - p_2 c_2 - x_1] \quad (7)$$

Y análogamente para la firma que pertenece al sector 2:

$$L = c_1^{1/2} x_2^{1/2} - \lambda [p_2 q_2 - p_1 c_1 - x_2] \quad (7b)$$

Resolviendo (7):

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_2} = \frac{1}{2} c_2^{-1/2} x_1^{1/2} + \lambda p_2 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{1}{2} c_2^{1/2} x_1^{-1/2} + \lambda \quad (9)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = -p_1 q_1 + p_2 c_2 + x_1 \quad (10)$$

Dividiendo (8) entre (9):

$$\frac{(1/2)c_2^{-1/2}x_1^{1/2}}{(1/2)c_2^{1/2}x_1^{-1/2}} = p_2$$

$$\frac{x_1}{c_2} = p_2 \quad (11)$$

Sustituyendo (11) en (10) y resolviendo para x_1 :

$$p_1 q_1 = \frac{x_1}{c_2} c_2 + x_1$$

$$x_1 = \frac{p_1 q_1}{2} \quad (12)$$

Sustituyendo (12) en (10) y resolviendo para c_2 :

$$c_2 = \frac{p_1 q_1}{2 p_2} \quad (13)$$

Las ecuaciones (12) y (13) representan las demandas de los bienes x_1 y c_2 por parte de la firma que pertenece al sector 1. Una firma que pertenezca al sector 2 tendrá como demandas:

$$x_2 = \frac{p_2 q_2}{2} \quad (12b)$$

$$c_1 = \frac{p_2 q_2}{2 p_1} \quad (13b)$$

La demanda del bien producido en el sector 1 está determinada por las compras del sector 2 más la de los *outsiders* (que como se dijo destinan la mitad de sus dotaciones a la adquisición de cada bien).

$$p_1 q_1 = p_2 c_2 + x_1$$

$$p_1 q_1 = p_1 c_1 + x/2$$

Si $p_2 q_2 = p_1 c_1 + x_2$, entonces:

$$p_1 q_1 = p_2 q_2 - x_2 + x/2$$

Usando (12b):

$$p_1 q_1 = p_2 q_2 - (1/2) p_2 q_2 + x/2$$

$$p_1 q_1 = (1/2) p_2 q_2 + x/2$$

Por tanto:

$$q_1 = \frac{p_2 q_2}{p_1 2} + \frac{x}{2p_1} \quad (14)$$

Dada la simetría de las funciones de producción, $p_1 = p_2 = p$, entonces:

$$q_1 = \frac{q_2}{2} + \frac{x}{2p} \quad (14b)$$

Y para la firma del sector 2:

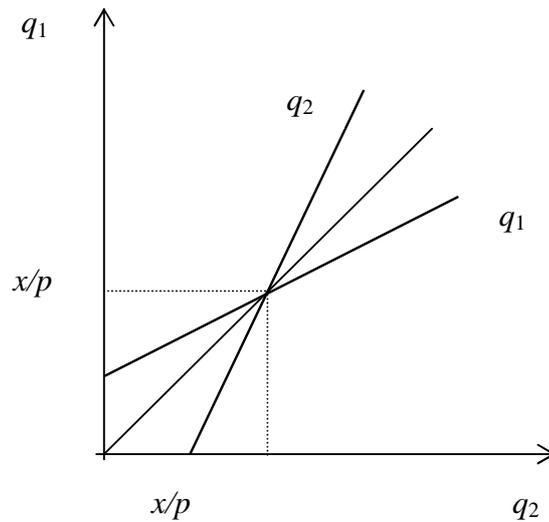
$$q_2 = \frac{q_1}{2} + \frac{x}{2p} \quad (15)$$

La ecuación (14b) significa que la producción de la firma que pertenece al sector 1 depende de la producción de otra firma que pertenece al sector 2, y de la demanda de los *outsiders*.

Gráficamente estos resultados se muestran así:

Gráfica 5.6.2

Demandas de producto cuando existen fallos de coordinación



5.6.2 El desempleo resultante de fallas de coordinación.

De los resultados expresados en las ecuaciones (14b) y (15) se obtiene que un incremento en la dotación de los *outsiders* incrementará la producción en el sector 2 y por tanto también en el sector 1.

Así, como se supuso en las condiciones iniciales, existe complementariedad estratégica porque cambia la estrategia óptima de la firma 1 (aumentando su producción), como resultado en la variación de estrategia de la firma 2. Por el contrario, existirá sustitución estratégica si la firma 2 reduce su producción y en consecuencia también la reduce la firma 1.

Si suponemos que una unidad de producto se obtiene al emplear una unidad de trabajo, entonces del modelo anterior resulta que el nivel de empleo depende totalmente de factores exógenos: las dotaciones de los *outsiders*. Por lo tanto el esquema de fallos de coordinación no explica cómo se produce el desempleo, sólo es posible comparar el nivel de empleo existente antes y después de una variación exógena de demanda. Es decir, no se explica endógenamente cómo puede producirse una insuficiencia de demanda tal que disminuya la utilización del factor trabajo como es la pretensión keynesiana.

El problema de coordinación de las decisiones que se muestra aquí, significa que las economías pueden permanecer con bajos niveles de actividad, debido a que existen restricciones en su nivel de producción, en el sentido de que una firma sólo produce lo que le demandan las otras firmas y los agentes exógenos (como antes, hay un componente exógeno que restringe el volumen de producción), pero el equilibrio alcanzado caracterizado por bajos niveles de producción, podría superarse si todas las firmas incrementaran simultáneamente su producción. Sin embargo, en un sistema descentralizado, no hay incentivos para que una firma aumente su producción desde que considera las acciones de las otras como dadas, es decir, no considera que su acción pueda tener efectos sobre las acciones de otras.

Además este modelo mantiene la vinculación tradicional entre precios y cantidades. Si se incrementa la producción en todos los sectores, el precio de todos los bienes cae para vaciar los mercados, lo que podría disminuir el ingreso; sin embargo, la caída en el precio de los factores, es un incentivo adicional al aumento exógeno de demanda para que las firmas produzcan más.

Considerando este hecho y la explicación exógena de la demanda, aquí es posible que ocurra la disminución del pago al trabajo y el incremento de la demanda de producto; situación ajena al planteamiento de la *Teoría General*.

Suponiendo que en el modelo anterior, los bienes c_2 y parte del x_1 se utilizan en la producción de la firma 1, siendo $x_1 = S = \tau - N_s$, entonces las ganancias de la firma se expresan como:

$$\Pi = p_1 q_1 - k \left(\frac{p_2 c_2 + N_s}{p_1} \right) \quad (6c)$$

Si la única parte de la dotación x_1 que se usa en la producción e implica un costo es N_s .

Asumiendo además que la producción es:

$$q_1 = \frac{q_2}{2} + \frac{x}{2p} \quad (14b)$$

Dados $p=p_1=p_2$, y $p \neq k$, son factibles las siguientes situaciones a partir de (6c) y (14b): i) el incremento en la dotación de x_1 , con oferta de trabajo constante, mantiene el costo de producción, pero eleva el producto; ii) la disminución en el

precio de los factores k , con oferta de trabajo inelástica, reduce el costo y mantiene constante la producción; iii) la disminución en el precio de los factores con oferta de trabajo positiva decreciente del salario (lo que incrementa la dotación inicial), reduce el costo y aumenta la producción. Sin embargo, el monto x_1 en ninguno de los tres casos, se obtiene del cálculo maximizador de los agentes, es siempre una decisión exógena.

En síntesis, aun cuando el escenario de fallos de coordinación intenta explicar el desempleo como consecuencia de variaciones en la demanda y con plena flexibilidad de precios, sólo logra mostrar su magnitud, pero no su origen. Esto se debe a las restricciones exógenas que se imponen a la producción y a la desvinculación entre las decisiones de las firmas y de los trabajadores.

CAPÍTULO 6

LA NUEVA MACROECONOMÍA

CLÁSICA

A continuación analizamos la explicación de la Nueva Escuela Clásica al fenómeno de desempleo. Para ello examinamos los resultados que se obtienen cuando ocurren shocks monetarios, y cuando ocurren variaciones aleatorias exógenas en la productividad y en la tecnología. Finalmente, recuperamos una crítica a este escenario analítico sostenida por Frank Hahn y Robert Solow.

6.1 INTRODUCCIÓN

En la visión de la Nueva Escuela Clásica, el desempleo sólo existe en el corto plazo cuando ocurre un cambio no esperado en el ingreso nominal, y sólo tiene duración hasta que se corrige la confusión de los agentes de que tal variación es precisamente de los precios nominales y no de precios reales. Es decir, los agentes toman sus decisiones de oferta y demanda de bienes motivados por el comportamiento de una variable real, cuando reconocen que las variables que se han modificado son las nominales entonces se regresa a la situación inicial de pleno empleo.

La primera explicación conocida acerca de la relación entre los niveles de inflación y de empleo fue propuesta por Irving Fischer (1926). Él supuso que el incremento del nivel de precios provoca que el ingreso de los empresarios aumente también, pero no así sus gastos porque se han establecido previamente en contratos; el mayor ingreso de los empresarios genera más empleo, al menos en el corto plazo.¹

Más adelante, a partir de un trabajo empírico, A. W. Phillips (1958) observó una relación inversa entre el nivel de desempleo y las tasas de cambio de los

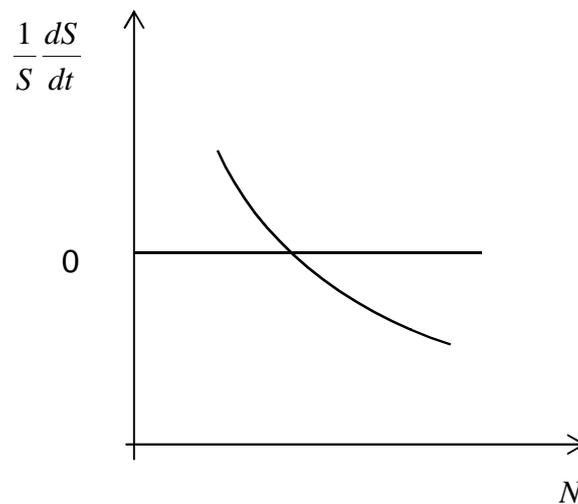
¹ Véase Fischer, I. (1926). "A statistical relation between unemployment and price changes" *International Labour Review*, N. 13, pp. 785 - 792.

salarios nominales para el Reino Unido entre 1861 y 1957.² En la versión original, la conocida curva de Phillips, era una hipérbola que representaba exactamente las combinaciones de desempleo e inflación de salarios para las cuales la tasa de desempleo no cambiaba.

Formalmente, la expresión de la curva de Phillips, en la que se relaciona el nivel de desempleo con la tasa de cambio del salario nominal es:

$$f(N) = \frac{1}{S} \frac{dS}{dt}$$

Gráfica 6.1.1
Curva de Phillips



Sin embargo, tradicionalmente la curva de Phillips se interpretó como la posibilidad de obtener tasas de desempleo menores, a cambio de tasas de inflación mayores. Aparentemente esta idea se apoyaba en el argumento keynesiano que vinculaba una política monetaria expansiva con crecimientos del producto y del empleo.

En su explicación de la curva de Phillips, Friedman (1975) subrayó que la interpretación errónea de ésta fue propiciada por dos componentes del sistema keynesiano que trataban de reflejarse en ella: i) la noción de precios rígidos, en el

² Phillips, A. W. (1958). "The relation between unemployment and the rate of change of money wage rates in the United Kingdom, 1861-1957" *Economica*, Vol. 25, N. 2, pp. 283-299.

sentido de que cuando la gente planea su comportamiento no deja lugar a cambios en el nivel de precios, y así las modificaciones en precios o salarios nominales son equivalentes a cambios en precios o salarios reales; ii) los salarios reales *ex post* podían alterarse por una inflación no esperada, porque los trabajadores podrían aceptar salarios reales más bajos producidos por la inflación y no reducciones directas en los salarios nominales.³

Hacia finales de la década de los sesenta y en investigaciones independientes Friedman y Phelps señalaron que no existía una relación permanente entre inflación y desempleo.⁴ En particular, Friedman (1968) subrayó que la posibilidad de reducir el desempleo aumentando la inflación era quimérica porque los trabajadores no sufren de ilusión monetaria desde que ellos toman sus decisiones con base en los precios relativos más que en los absolutos; a partir de esta idea, destacó una imperfección en el estudio de Phillips: la relación debería establecerse entre la tasa de desempleo y la tasa de salarios reales.⁵

Para Friedman la relación correcta debía expresarse como:

$$\frac{1}{S} \frac{dS}{dt} - \left(\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} \right) = f(N)$$

Es decir que el nivel de desempleo depende de la diferencia entre el cambio en los salarios nominales y la tasa esperada de cambio en los precios.⁶

Para efectos de estudios empíricos es válido, en su opinión, utilizar cualquiera de las siguientes ecuaciones:

³ Friedman, M. (1975). "Unemployment versus inflation: an evaluation of the Phillips curve", IEA Occasional Paper N. 44, Institute for Economic Affairs, London. Reproducido en Friedman, M. (1992). *La economía monetarista*, Gedisa, España, p. 87.

⁴ Véase Phelps, E. S. (1967). "Phillips curves, expectations of inflations and optimal unemployment over time", *Economica*, Vol. 34, N. 3, pp. 254 - 281.

⁵ Friedman precisó: "...there is always a temporary trade - off between inflation and unemployment; there is no permanent trade - off. The temporary trade - off comes not from inflation per se, but from unanticipated inflation, which generally means, from a rising rate of inflation. The widespread belief that there is a permanent trade - off is a sophisticated version of the confusion between 'high' and 'rising' that we all recognize in simpler forms. A rising rate of inflations may reduce unemployment, a high rate will not." Friedman, M. 1968. "The role of monetary policy", *American Economic Review*, Vol. 58, N.1, p.11.

⁶ Friedman (1975, 92).

$$\frac{1}{S} \frac{dS}{dt} = a + b \left(\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} \right) + f(N)$$

O bien:

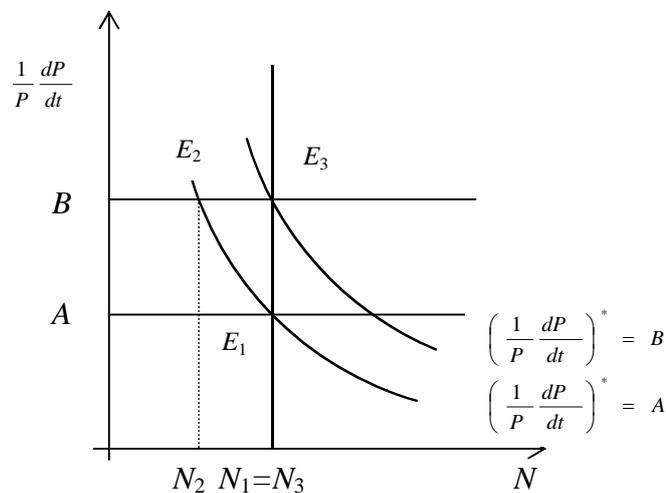
$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = a + b \left(\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} \right) + f(N)$$

En la explicación tradicional, se asumía que $b = 0$. Para Friedman y sus seguidores $b = 1$ porque de este modo podía afirmarse que cuando la tasa de inflación real y la tasa de inflación anticipada coinciden, entonces $f(N) = -a$ y por tanto se tiene una curva de Phillips vertical en el largo plazo.

Gráficamente el argumento de Friedman puede representarse así:

Gráfica 6.1.2

Curva de Phillips ajustada a las expectativas



Suponiendo que inicialmente la economía se encuentre en el punto E_1 , si ocurre un crecimiento de la inflación de A a B , la tasa de desempleo declina desde N_1 hasta N_2 y la economía se sitúa en E_2 (donde la tasa esperada de inflación es inferior a la tasa actual de inflación). El movimiento hasta E_2 se explica porque los

trabajadores suponen que ha aumentado su salario real y por tanto están dispuestos a ofrecer más trabajo; por su parte, las firmas suponen que ha aumentado la demanda y el precio de su producto, en consecuencia creen que aumentó el precio relativo de su producto y disminuyó el salario real, por lo que aumentan su demanda de trabajo. Sin embargo, a medida que los agentes ajustan sus expectativas, se llega al punto en que la tasa de inflación esperada coincide con la actual en E_3 . Este razonamiento conduce a una curva de Phillips de largo plazo vertical.

Friedman concluye entonces que lo importante no es la inflación *per se*, sino la inflación no anticipada (es decir, la diferencia entre la tasa de inflación actual o verdadera y la tasa de inflación esperada), porque ésta propicia la creencia en la modificación de la demanda agregada y por tanto el cambio de corto plazo en el nivel de empleo.

La tasa natural de desempleo se entendía como aquella tasa que es coherente con las condiciones reales existentes en el mercado laboral.⁷

Para Friedman, la tasa natural de desempleo representó un desempleo friccional, que era de hecho un desempleo voluntario en el sentido de que provenía de las decisiones individuales. Si el desempleo era un fenómeno de desequilibrio, su origen se encontraba en el fracaso de los agentes individuales al formular sus expectativas para el curso futuro de la inflación.

La explicación de Friedman también se basó en la proposición neoclásica que señala a la oferta de trabajo como elástica respecto al salario real en el corto plazo, argumento que también usó para contextos dinámicos, aun cuando en la visión neoclásica en el largo plazo la oferta de trabajo es inelástica respecto al salario real y depende exógenamente del crecimiento de la población o de los cambios demográficos.

Robert Lucas y Leonard Rapping intentaron recuperar el comportamiento de la oferta de trabajo (elástica al salario real en el corto plazo e inelástica en el largo plazo) con la argumentación de Friedman para deducir el desempleo.⁸ Con ese

⁷ *Ibidem*, p. 94.

En otro documento, Friedman se refiere a la tasa natural como: "... the nivel that would be ground out by the Walrasian system of general equilibrium, provided there is imbedded in them the actual characteristics of the labour and commodity markets, including market imperfections, stochastic variability in demands and supplies, the cost of gathering information about job vacancies and labour availabilities, the costs of mobility, and so on." Friedman (1968, 8).

objetivo, propusieron una función de utilidad en que las preferencias son sustituibles intertemporalmente. Con este tipo de utilidad, si por ejemplo el salario real aumenta en el periodo actual, entonces el precio del ocio actual aumenta respecto al precio del ocio en el futuro, propiciando que los agentes estén dispuestos a ofrecer más trabajo en el presente; si el incremento en el salario fuera permanente no habría motivo para trasladar ocio y trabajo en el tiempo.

El gran aporte de Lucas y Rapping fue explicar las fluctuaciones en el empleo debido a las decisiones de maximización de la utilidad de los agentes. Más adelante, Lucas (1973) propuso un modelo en el que formaliza cómo es la relación entre el producto y la inflación.

Este último modelo es especialmente importante en primer lugar porque explica los efectos de los cambios no anticipados de la oferta monetaria sobre el producto y el empleo en concordancia con la idea de Friedman; además de que introduce la hipótesis de las expectativas racionales en el análisis, con lo que se asegura que los agentes no cometen errores sistemáticos de previsión y por tanto que cualquier error proviene de perturbaciones no previstas.

La propuesta también destaca porque constituye la base formal que explica a las fluctuaciones cíclicas a partir de shocks monetarios. Específicamente se identifican a las variaciones aleatorias en el stock de dinero como la fuente original de las fluctuaciones económicas y se señalan como sus mecanismos de propagación a la correlación serial de los stocks de dinero y a la inhabilidad de los agentes para percibir correctamente la política monetaria.

Para Robert Lucas el desempleo es esencialmente voluntario porque los agentes eligen el ocio en lugar de trabajo, una razón diferente a la Friedman.⁹

Además, es conocida su crítica a Keynes enfatizando que dedicó sus esfuerzos en la explicación de un problema inexistente.¹⁰

⁸ Lucas, R. y Rapping, L. (1969). "Real wages, employment and inflation", *Journal of Political Economy*, Vol. 77, N. 5, pp. 721-754.

⁹ Lucas afirmó: "...there is an involuntary element in all unemployment, in the sense that no one chooses bad luck over good; there is also a voluntary element, in all unemployment, in the sense that however miserable one's current work options, one can always choose to accept them." (Lucas, R. 1978. "Unemployment policy", *American Economic Review*, Vol. 78, N. 2, p. 354).

¹⁰ Al respecto subrayó: "involuntary unemployment is not a fact or a phenomenon which it is the task of theorists to explain. It is, on the contrary, a theoretical construct which Keynes introduced in the hope that it would be helpful in discovering a correct explanation for a genuine phenomenon: large -

El argumento contra esta crítica como lo ha señalado Hoover (1990) es puntualizar que el objetivo de la *Teoría General* no es la explicación del desempleo involuntario por sí misma, como explicación de la felicidad del trabajador o como construcción teórica, sino la explicación de los ciclos económicos en los cuales las variaciones en la demanda agregada causan variaciones en el producto.

La crítica de Lucas al concepto de desempleo involuntario la extiende hacia la forma como ha sido abordado comúnmente para identificar a la cantidad de personas desocupadas, cuando en el escenario tradicional sólo es posible considerar las horas desaprovechadas.¹¹

Por otro lado, los modelos de ciclos de negocios intentan explicar los fenómenos macroeconómicos conjugando expectativas racionales y el vaciado de mercados. En estos modelos, las cantidades en cada punto del tiempo reflejan: las preferencias intertemporales de los agentes respecto al consumo y al ocio; las oportunidades intertemporales de producción; y las expectativas de los agentes. Los modelos de ciclos reales se distinguen de los modelos monetarios porque sitúan la fuente de las fluctuaciones cíclicas en shocks reales.

Una forma de introducir los shocks reales es mediante la introducción de una variable aleatoria de productividad, multiplicativa de la función de producción. A partir de modelos dinámicos como los de Samuelson - Diamond o de Ramsey el

scale fluctuations in measured, total unemployment. Is it the task of modern theoretical economics to 'explain' the theoretical constructs of our predecessors, whether or not they have proved fruitful?" (*Ibidem*, pp.354-355).

¹¹ Lucas argumentaba : "La diferencia entre las horas ofrecidas y demandadas de los servicios laborales a precios que no vacían los mercados se identifica, si no es negativa, como 'desempleo involuntario'. Pero ¿por qué hay que identifica a esta variable teórica con las cifras de 'desempleo' que aparecen en las encuestas? No hay personas desempleadas en este escenario walrasiano, sino solamente horas de servicios laborales desempleadas. Nadie encuentra un trabajo, o lo busca, o es despedido" y más adelante afirma: "Una teoría que trate con éxito el tema del desempleo necesita abordar dos problemas bastante distintos. Uno es el hecho de que la finalización de la relación de empleo tiende a tomar la forma de decisiones unilaterales - un trabajador abandona o es separado transitoriamente de su empleo, o es despedido- en el que las negociaciones sobre las tasas salariales no juegan un papel explícito. El segundo es que los trabajadores que, por cualquier razón, pierden su trabajo, pasan habitualmente por un periodo de desempleo en vez de obtener un trabajo transitorio en el mercado de trabajo 'al contado' en empleos que están normalmente disponibles en cualquier economía... Para explicar por qué la gente asigna tiempo a una actividad determinada - como el desempleo - necesitamos saber por qué la prefieren a todas las actividades disponibles." (Lucas, R. 1987. *Modelos de ciclos económicos*, Alianza Universidad, España, pp. 68 ss).

efecto de los shocks reales muestra que, como se observa en los ciclos económicos, coexisten incrementos del producto, del consumo y del ahorro; las fluctuaciones son propagadas debido a que el producto está serialmente correlacionado.

Uno de los modelos más difundidos acerca de los ciclos de negocios es el propuesto por Finn Kydland y Edward Prescott (1982), en éste, se rescata la propuesta de definir a las preferencias como intertemporalmente sustituibles. La fuente original de las fluctuaciones cíclicas es la variación aleatoria de la tecnología, la correlación serial de los shocks tecnológicos explica la persistencia de las fluctuaciones.

En los modelos de ciclos reales las preferencias comúnmente se definen como separables en el tiempo. Esto significa que la tasa de sustitución entre los bienes en una fecha determinada, no depende de su historia pasada, sino sólo de sus extensiones en las variables de estado de la fecha dada; el pasado puede influir en las restricciones presupuestales los agentes, pero no en sus gustos. Si la utilidad no fuera separable en el tiempo no se mostrarían los co - movimientos de las variables en los ciclos reales.

La sustituibilidad intertemporal de las preferencias significa que los agentes pueden trasladar consumo y trabajo de un periodo a otro de acuerdo a las relaciones de precios. Respecto al empleo, esta característica de las preferencias permite el resultado básico de la Nueva Escuela Clásica y es compatible con el planteamiento neoclásico: la oferta de trabajo responde a los movimientos temporales en el salario real (es elástica en el corto plazo) y no responde a cambios permanentes en el salario real (es inelástica en el largo plazo).

A continuación se examinan la formalización de Lucas y su explicación del desempleo, la crítica a ésta realizada por Stanley Fischer (1977), la incorporación de shocks reales a través de los modelos de Samuelson - Diamond y Ramsey, la propuesta de ciclos de negocios de Kydland y Prescott (1982) y la crítica a la Nueva Escuela Clásica sustentada por Frank Hahn y Robert Solow (1995).

6.2 MODELOS DE SHOCKS MONETARIOS

6.2.1 Inflación y desempleo bajo expectativas racionales (Lucas, 1973)

La propuesta de Robert Lucas (1973) formaliza cómo es la relación producto - inflación y su vinculación con la tasa natural de desempleo. Ese modelo lo utiliza en un ejercicio econométrico para evaluar su validez empírica.

En la formalización de Lucas, se rescata la explicación sugerida por Friedman acerca de la relación entre la inflación no anticipada y el desempleo, pero se corrige sustituyendo las expectativas adaptativas que aquel utilizó, e incorporando en su lugar expectativas racionales las que sí son compatibles con la idea de que los agentes no cometen errores de previsión sistemáticos.¹²

¹² A continuación se contrastan los errores de previsión obtenidos cuando las expectativas de precios se forman por expectativas racionales, y cuando las expectativas son adaptativas, extrapolativas y estáticas.

1) La hipótesis de expectativas adaptativas, introducida por Cagan (1956) y Nerlove (1958), postula que los individuos utilizan información sobre errores pasados de predicción para formular sus expectativas actuales. Esta hipótesis puede expresarse como:

$$P_t^e = (1 - \lambda)P_{t-1} + \lambda P_{t-1}^e, \quad 0 < \lambda < 1$$

Lo que significa que el precio esperado para la fecha actual depende del precio ocurrido en el pasado y del precio que se esperaba ocurriese.

Bajo expectativas adaptativas se incurre en un error que tiene un componente aleatorio y uno sistemático, como este último es evitable, el proceso de formación de expectativas no es eficiente.

La determinación del error de predicción se logra utilizando un modelo de oferta y demanda, así:

Expresando la cantidad demandada de un bien como:

$$Q_{d,t} = a_0 - a_1 P_t \tag{a}$$

Para la cantidad ofrecida de producto:

$$Q_{s,t} = b_0 + b_1 P_t^e + u_t \tag{b}$$

Donde u_t es un componente aleatorio. La condición de equilibrio es:

$$Q_{d,t} = Q_{s,t} \tag{c}$$

Y siendo el error de predicción:

$$u_t \approx N(0, \sigma^2) \tag{d}$$

Usando (c), igualando (a) y (b) y resolviendo para P_t

$$a_0 - a_1 P_t = b_0 + b_1 P_t^e + u_t$$
$$P_t = \frac{a_0 - b_0}{a_1} - \frac{b_1}{a_1} P_t^e - \frac{1}{a_1} u_t \tag{e}$$

La hipótesis de expectativas adaptativas es:

$$P_t^e = (1 - \lambda)P_{t-1} + \lambda P_{t-1}^e \quad (f)$$

Retrasando (e) un periodo y multiplicando por $-\lambda$:

$$-\lambda P_{t-1} = -\lambda \left[\frac{a_0 - b_0}{a_1} - \frac{b_1}{a_1} P_{t-1}^e - \frac{1}{a_1} u_{t-1} \right] \quad (g)$$

Sumando (e) y (g):

$$P_t - \lambda P_{t-1} = \left[\frac{a_0 - b_0}{a_1} \right] - \lambda \left[\frac{a_0 - b_0}{a_1} \right] - \frac{b_1}{a_1} P_t^e + \lambda \frac{b_1}{a_1} P_{t-1}^e - \frac{1}{a_1} u_t + \lambda \frac{1}{a_1} u_{t-1}$$

$$P_t - \lambda P_{t-1} = (1 - \lambda) \left[\frac{a_0 - b_0}{a_1} \right] - \frac{b_1}{a_1} [P_t^e - \lambda P_{t-1}^e] - \frac{1}{a_1} [u_t - \lambda u_{t-1}] \quad (h)$$

Usando (f) en (h) y resolviendo para P_t :

$$P_t = (1 - \lambda) \left[\frac{a_0 - b_0}{a_1} \right] - \frac{b_1}{a_1} (1 - \lambda) P_{t-1} + \lambda P_{t-1} - \frac{1}{a_1} [u_t - \lambda u_{t-1}]$$

$$P_t = (1 - \lambda) \left[\frac{a_0 - b_0}{a_1} \right] + P_{t-1} \left[\lambda \left(1 + \frac{b_1}{a_1} \right) - \frac{b_1}{a_1} \right] - \frac{1}{a_1} [u_t - \lambda u_{t-1}] \quad (i)$$

De la ecuación (i) se obtiene que para el proceso de formación de precios debe cumplirse la condición de estabilidad:

$$\left[\lambda \left(1 + \frac{b_1}{a_1} \right) - \frac{b_1}{a_1} \right] < 1$$

Para calcular el error de predicción restamos (f) de (e):

$$E_t = P_t - P_t^e = \left[\frac{a_0 - b_0}{a_1} \right] - \frac{b_1}{a_1} P_t^e - \frac{1}{a_1} u_t - (1 - \lambda) P_{t-1} - \lambda P_{t-1}^e$$

$$E_t = P_t - P_t^e = \left[\frac{a_0 - b_0}{a_1} \right] - \frac{b_1}{a_1} [(1 - \lambda) P_{t-1} + \lambda P_{t-1}^e] - \frac{1}{a_1} u_t - (1 - \lambda) P_{t-1} - \lambda P_{t-1}^e$$

$$E_t = P_t - P_t^e = \left[\frac{a_0 - b_0}{a_1} \right] - P_t^e \left[1 + \frac{b_1}{a_1} \right] - \frac{1}{a_1} [u_t] \quad (j)$$

Si se sustituye recursivamente la expectativa no observable en (f) se tiene:

$$P_t^e = \lambda P_{t-1} + \lambda(1 - \lambda) P_{t-2} + \dots + \lambda(1 - \lambda)^i P_{t-i-1} + (1 - \lambda)^{i+1} P_{t-i-1} = (1 - \lambda) \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i P_{t-i-1} \quad (k)$$

Sustituyendo (k) en (j):

$$E_t = P_t - P_t^e = \left[\frac{a_0 - b_0}{a_1} \right] - \left[1 + \frac{b_1}{a_1} \right] (1 - \lambda) \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i P_{t-i-1} - \frac{1}{a_1} [u_t] \quad (l)$$

Donde los términos del lado derecho son el componente sistemático y el componente aleatorio del error de predicción.

2) La hipótesis de las expectativas racionales fue introducida por John Muth (1960) y supone que los agentes usan toda la información disponible y la usan eficientemente, es decir, que al formar expectativas de las variables, los agentes utilizan el verdadero modelo que las determina. Formalmente se postula que:

$$P_t^e = E[P_t | I_{t-1}]$$

Para calcular el error de predicción se usa (e) y se obtiene su esperanza matemática, la cual es:

$$E[P_t | I_{t-1}] = \frac{a_0 - b_0}{a_1} - \frac{b_1}{a_1} E[P_t | I_{t-1}] - \frac{1}{a_1} E[u_t | I_{t-1}]$$

$$E[P_t | I_{t-1}] = \frac{a_0 - b_0}{a_1} - \frac{b_1}{a_1} E[P_t | I_{t-1}]$$

$$E[P_t | I_{t-1}] + \frac{b_1}{a_1} E[P_t | I_{t-1}] = \frac{a_0 - b_0}{a_1}$$

$$P_t^e = E[P_t | I_{t-1}] = \frac{a_0 - b_0}{a_1 + b_1} \quad (m)$$

Sustituyendo (m) en (e) se obtiene:

$$P_t = \frac{a_0 - b_0}{a_1} - \frac{b_1}{a_1} \left[\frac{a_0 - b_0}{a_1 + b_1} \right] - \frac{1}{a_1} u_t$$

$$P_t = \frac{a_1 a_0 + b_1 a_0 - a_1 b_0 - b_1 b_0 - b_1 a_0 + b_1 b_0}{a_1 (a_1 + b_1)} - \frac{1}{a_1} u_t$$

$$P_t = \frac{a_1 (a_0 - b_0)}{a_1 (a_1 + b_1)} - \frac{1}{a_1} u_t \quad (n)$$

De (n) se obtiene que la condición de estabilidad es:

$$a_1 + b_1 \neq 0$$

Para calcular el error de predicción restamos (n) de (m):

$$E_t = P_t - P_t^e = \left[\frac{a_0 - b_0}{a_1 + b_1} \right] - \frac{1}{a_1} u_t - \frac{a_0 - b_0}{a_1 + b_1} = -\frac{1}{a_1} u_t \quad (\tilde{n})$$

Es decir, bajo expectativas racionales el error de predicción sólo tiene un componente aleatorio y no se cometen errores sistemáticos.

3) En la hipótesis de expectativas extrapolativas introducida por Goodwin (1947), se utiliza la información de los valores ocurridos en el pasado para formar la expectativa de precios actuales. La hipótesis se formaliza como:

$$P_t^e = P_{t-1} - \lambda (P_{t-1} - P_{t-2}) \quad (o)$$

Sustituyendo (o) en (e):

$$P_t = \frac{a_0 - b_0}{a_1} - \frac{b_1}{a_1} [P_{t-1} - \lambda (P_{t-1} - P_{t-2})] - \frac{1}{a_1} u_t \quad (p)$$

Cuya condición de estabilidad es que:

$$\frac{b_1}{a_1} < \begin{cases} \frac{1}{1-2\lambda} & , \lambda \leq 1/3 \\ \frac{1}{\lambda} & , \lambda \geq 1/3 \end{cases}$$

Para calcular el error de predicción restamos (o) de (p):

A) Condiciones iniciales

El modelo se desarrolla en un escenario de competencia perfecta, por lo que existe un gran número de agentes, ninguno de los cuales tiene capacidad para modificar los precios, y existe homogeneidad y perfecta divisibilidad de los bienes.

Existe además, información imperfecta, pero sus efectos se aminoran porque los agentes hacen sus predicciones con base en la hipótesis de expectativas racionales.

El sistema también se caracteriza por la existencia de propiedad privada y la plena descentralización de las decisiones.

$$E_t = P_t - P_t^e = \frac{a_0 - b_0}{a_1} - \frac{b_1}{a_1} [P_{t-1} - \lambda(P_{t-1} - P_{t-2})] - \frac{1}{a_1} u_t - [P_{t-1} - \lambda(P_{t-1} - P_{t-2})]$$

Y el error de predicción es:

$$E_t = P_t - P_t^e = \frac{a_0 - b_0}{a_1} - [P_{t-1} - \lambda(P_{t-1} - P_{t-2})] \left[\frac{b_1}{a_1} + 1 \right] - \frac{1}{a_1} u_t \quad (q)$$

La ecuación (q) muestra que la formación de expectativas extrapolativas de precios actuales implica incurrir en un error sistemático y uno aleatorio.

4) La hipótesis de expectativas estáticas fue propuesta inicialmente por Ezequiel (1938), establece que el valor esperado actual es el valor observado en el periodo anterior:

$$P_t^e = P_{t-1} \quad (r)$$

Sustituyendo (r) en (e):

$$P_t = \frac{a_0 - b_0}{a_1} - \frac{b_1}{a_1} [P_{t-1}] - \frac{1}{a_1} u_t \quad (s)$$

Cuya condición de estabilidad es que:

$$\left| \frac{b_1}{a_1} \right| < 0$$

Para calcular el error de predicción se resta (r) de (s):

$$E_t = P_t - P_t^e = \frac{a_0 - b_0}{a_1} - \frac{b_1}{a_1} [P_{t-1}] - P_{t-1} - \frac{1}{a_1} u_t$$

$$E_t = P_t - P_t^e = \frac{a_0 - b_0}{a_1} - P_{t-1} \left[\frac{b_1}{a_1} + 1 \right] - \frac{1}{a_1} u_t \quad (t)$$

Este error tiene un componente sistemático y uno aleatorio.

Si se comparan los términos de error dados por las ecuaciones (l), (ñ), (q) y (t), se observa que sólo bajo expectativas racionales no se cometen errores sistemáticos de predicción.

El modelo, no analiza la coordinación de las decisiones de agentes individuales, sino las de la oferta y demanda agregadas, en consecuencia se busca determinar la magnitud del producto y el nivel general de precios.

B) Oferta agregada

Supuesto 1. La cantidad ofrecida en cada mercado en el periodo t , es el resultado de un componente normal común a todos los mercados Y_{nt} y un componente cíclico que varía en cada mercado Y_{ct} .

La oferta en el mercado z es:

$$Y_t(z) = Y_{nt} + Y_{ct}(z) \quad (1)$$

Supuesto 2. El componente normal refleja la acumulación de capital y el cambio poblacional.

$$Y_{nt} = \alpha + \beta_t \quad (2)$$

Y_{nt} también puede interpretarse como la tasa natural constante de producto determinada por la tecnología, gustos y preferencias y los recursos.

Supuesto 3. El componente cíclico varía con la percepción de los precios relativos y con su propio valor rezagado.

$$Y_{ct} = \psi [P_t(z) - E(P_t | I_t(z))] + \lambda Y_{ct-1}(z) \quad (3)$$

Donde $P_t(z)$ es el precio relativo de z observado en el periodo actual t , $E(P_t | I_t(z))$ es el valor esperado del nivel general de precios condicionado a la información disponible en el periodo t , y el término $\lambda Y_{ct-1}(z)$ es el valor del componente cíclico observado de la oferta de z en el periodo anterior $t-1$.¹³

Supuesto 4. Las expectativas que se forman sobre el nivel general de precios futuro son racionales.

¹³ Para lograr la correspondencia entre el modelo teórico y el ejercicio empírico se supone que el componente normal representa una línea de tendencia y su valor numérico se obtiene calculando el logaritmo del producto; el componente cíclico representa la desviación de la tendencia, su valor numérico se obtiene, de acuerdo al supuesto 3, de la diferencia entre el logaritmo del precio nominal del producto y el logaritmo del valor $E(P_t | I_t(z))$ que se calcula a través de un modelo de regresión clásico de mínimos cuadrados ordinarios.

$$P_t^e = E[P_t | I_{t-1}] \quad (4)$$

La expresión (4) significa que el valor esperado del nivel general de precios es la esperanza matemática de la distribución de probabilidad de esa variable condicionada a la información disponible.¹⁴

Supuesto 5. La información disponible en el periodo t proviene de dos fuentes: el precio relativo de z observado en el periodo actual t , es decir, $P_t(z)$ y de la expectativa del nivel general de precios $E(P_t)$.

Supuesto 6. El precio observado $P_t(z)$ es la suma de las variables independientes nivel general de precios P_t y una desviación z del precio promedio.¹⁵

$$P_t(z) = P_t + z \quad (5)$$

Supuesto 7. La variable no observada P_t se distribuye aproximadamente como una normal con media \bar{P}_t y varianza σ^2 .

$$P_t \sim N(\bar{P}_t, \sigma^2) \quad (6)$$

Supuesto 8. La desviación z se distribuye aproximadamente como una normal con media cero y varianza r^2 .

$$z \sim N(0, r^2) \quad (7)$$

De los supuestos 7 y 8 entonces:

$$P_t(z) \sim N(\bar{P}_t, \sigma^2 + r^2) \quad (8)$$

De los supuestos 4, 5, 7 y 8 se calcula el valor no observado como:

$$E[P_t | I_t] = E[P_t | P_t(z), \bar{P}_t] = (1-\theta) P_t(z) + \theta \bar{P}_t \quad (9)$$

¹⁴ La expresión (4) representa el concepto de expectativas racionales e incluye como parte de la información disponible los valores observados anteriores; en la exposición de Lucas las variables de los periodos anteriores o de rezago se consideran por separado, lo cual es válido porque por definición la esperanza de una constante es la misma constante.

¹⁵ Con z se denota a un mercado específico y a la desviación del precio actual observado respecto a su tendencia.

Donde:

$$\theta = \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + r^2} \quad (10)$$

La igualdad (10) se obtiene a partir de una estimación de mínimos cuadrados ordinarios.¹⁶

¹⁶ Es decir, el nivel general de precios esperado se obtiene como:

$$P_i^e = (1 - \beta)P_i(z) + \beta\bar{P}_i \quad (a)$$

Si:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_i \quad (b)$$

El problema de optimización es:

$$\text{Minimizar } \beta_0, \beta_1 \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \quad (c)$$

Derivando con respecto a ambas variables e igualando dichas derivadas a cero:

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial \beta_0} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) = 0$$

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial \beta_1} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) x_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i = \sum_{i=1}^n \hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^n \hat{\beta}_1 x_i = 0 \quad (d)$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i x_i = \sum_{i=1}^n \hat{\beta}_0 x_i + \sum_{i=1}^n \hat{\beta}_1 x_i x_i = 0 \quad (e)$$

A partir de (d) se obtiene:

$$\sum_{i=1}^n Y_i = n \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i = 0 \quad (d')$$

A partir de (e) se obtiene:

$$\sum_{i=1}^n Y_i x_i = \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_i + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0 \quad (e')$$

Resolviendo para $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$:

$$\hat{\beta}_0 = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \quad (f)$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i x_i - \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (g)$$

Resolviendo el sistema formado por (f) y (g):

Los supuestos anteriores dan origen a la ecuación conocida como oferta sorpresa de Lucas:

$$Y_t = Y_{nt} + \theta \psi [P_t(z) - \bar{P}_t] + \lambda [Y_{t-1}, Y_{nt-1}] \quad (11)$$

Esta ecuación captura el pensamiento de Lucas acerca del comportamiento de la oferta. Prescindiendo de las variables de rezago, indica que si los precios actuales $P_t(z)$ y los precios esperados futuros \bar{P}_t son iguales, entonces el nivel de producto que se ofrecerá es el nivel que equivale al de la tasa natural, determinado por la tecnología, los gustos y preferencias y los recursos; en cambio si los precios

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i x_i - \left[\frac{\sum_{i=1}^n Y_i - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i}{n} \right] \sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n Y_i x_i - \sum_{i=1}^n Y_i \sum_{i=1}^n x_i + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2}$$

$$\hat{\beta}_1 - \frac{\hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2} = \frac{n \sum_{i=1}^n Y_i x_i - \sum_{i=1}^n Y_i \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2}$$

$$\frac{n \sum_{i=1}^n x_i^2 \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2} = \frac{n \sum_{i=1}^n Y_i x_i - \sum_{i=1}^n Y_i \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n Y_i x_i - \sum_{i=1}^n Y_i \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\text{cov}(x, y)}{\text{var } x} \quad (h)$$

En términos de la notación del modelo:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\text{cov}(P_t(z), P_t)}{\text{var } P_t(z)} = \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + r^2} \quad (i)$$

Porque debido al supuesto 6 de independencia entre las variables independientes P_t y z , entonces $\text{Cov}(P_t, z) = 0$, y la única covarianza entre $P_t(z)$ y P_t es la varianza de su elemento común P_t , es decir σ^2 . El denominador de (i) está dado por la ecuación (10).

actuales exceden al valor de los precios futuros esperados, entonces el producto ofrecido superará el nivel de la tasa natural en la proporción ψ .

C) Demanda agregada

Supuesto 9. La función de demanda de bienes es:

$$Y_t + P_t = x_t \quad (12)$$

Donde x_t es una variable exógena que puede interpretarse como la oferta monetaria.

Supuesto 10. La variable x_t tiene una distribución aproximadamente normal con media δ y varianza σ_x^2 .

$$\Delta x_t \sim N(\delta, \sigma_x^2) \quad (13)$$

D) Equilibrio

En equilibrio la igualdad entre la oferta y demanda agregadas permite determinar el nivel del producto y el nivel general de precios.

Al igualar las ecuaciones de demanda y de oferta se obtiene:

$$x_t - P_t = Y_m + \theta\psi[P_t(z) - \bar{P}_t] + \lambda[Y_{t-1}, Y_{m-1}]$$

Obteniendo esperanzas matemáticas:

$$\begin{aligned} E[x_t|t] - E[P_t|I_t] &= E[Y_m|t] + E\{\theta\psi[P_t|I_t]\} - E\{\theta\psi[\bar{P}_t|I_t]\} + E\{\lambda[Y_{t-1}, Y_{m-1}]\} \\ E[x_t|t] &= E[P_t|I_t] + E[Y_m|t] + E\{\lambda[Y_{t-1}, Y_{m-1}]\} \end{aligned} \quad (14)$$

Ahora se determina el producto y el nivel de precios como funciones de la oferta monetaria actual y de la anticipada.

Sustituyendo (12) en (11):

$$Y_t = Y_m + \theta\psi[x_t - Y_t - E(\bar{P}_t|I_t)] + \lambda[Y_{t-1}, Y_{m-1}] \quad (11b)$$

Despejando $E[P_t|I_t]$ de (14) y sustituyendo en (11b):

$$Y_t = Y_m + \theta\psi x_t - \theta\psi Y_t - \theta\psi E[x_t|t] + \theta\psi E[Y_m|t] + \theta\psi E\{\lambda[Y_{t-1}, Y_{m-1}]\} + \lambda[Y_{t-1}, Y_{m-1}]$$

$$Y_t(1 + \theta\psi) = Y_m + \theta\psi x_t - \theta\psi\delta + \theta\psi\lambda + \lambda Y_{t-1} - \lambda Y_{m-1}$$

$$Y_t = \frac{\theta\psi}{1 + \theta\psi} x_t - \frac{\theta\psi\delta}{1 + \theta\psi} + \theta\psi\lambda + \lambda Y_{t-1} + (1 - \lambda)Y_m \quad (15)$$

Definición:

$$\xi = \frac{\theta\psi}{1 + \theta\psi} \quad (16)$$

Usando (16) y en términos de ΔP_t y de Y_{ct} puede escribirse (15) como:

$$Y_{ct} = \xi x_t - \xi\delta + \lambda Y_{ct-1} \quad (15b)$$

Sin considerar el rezago, este resultado indica que el producto responde a los cambios no anticipados de la oferta monetaria (o del ingreso nominal) en la proporción ξ , es decir, el producto varía cuando hay una diferencia entre el valor verdadero de x_t y el valor esperado δ .

Para calcular el nivel general de precios se sustituye (15) o (15b) en (12):

$$P_t = x_t - \frac{\theta\psi\delta}{1 + \theta\psi} x_t + \frac{\theta\psi\delta}{1 + \theta\psi} - \theta\psi\lambda - \lambda Y_{t-1} - (1 - \lambda)Y_m$$

$$P_t = \frac{1}{1 + \theta\psi} x_t + \frac{\theta\psi\delta}{1 + \theta\psi} - \theta\psi\lambda - \lambda Y_{t-1} - (1 - \lambda)Y_m \quad (16)$$

$$P_t = (1 - \xi)x_t + \xi\delta - \lambda Y_{ct-1} \quad (16b)$$

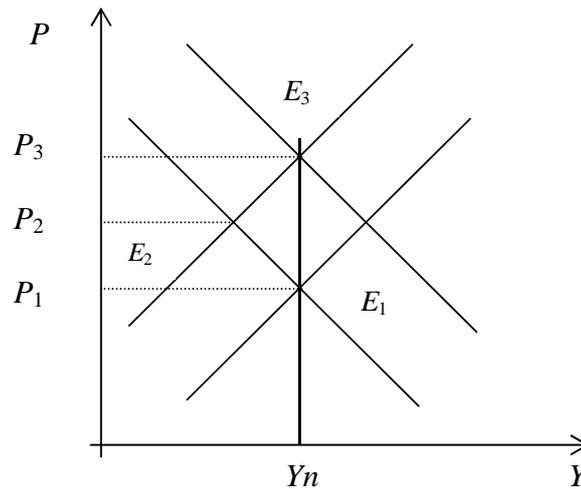
El resultado (16) indica que el nivel absoluto de precios se ve modificado con cualquier variación de la oferta monetaria (o del ingreso nominal) sea o no prevista.

Los resultados (15) y (16) se muestran en la gráfica 6.2.1.

A partir de un nivel inicial de pleno empleo E_1 , pudiera ocurrir un aumento de la oferta monetaria, si el nivel de precios es mayor al que se esperaba, se produce un desplazamiento de la demanda agregada hacia arriba incrementándose la producción real y llegando al nuevo equilibrio en E_2 ; la explicación a esto es que los agentes creen que ocurrió un cambio en los precios relativos cuando en realidad cambió el nivel general de precios. Sin embargo, dado el supuesto de racionalidad

de los agentes, éstos corrigen inmediatamente su error mediante el desplazamiento de la oferta agregada y se alcanza el nuevo equilibrio en E_3 .

Gráfica 6.2.1
Relación entre inflación y producción



E) Evidencia empírica

Robert Lucas examinó series de tiempo anuales para los niveles de precios y de producto de 18 países entre 1951 y 1967, con la intención no de explicar el movimiento de estas variables, sino de examinar si la relación producto - inflación varía como predice la hipótesis de la tasa natural.

En concordancia con el modelo teórico, utilizó como valores normales el promedio de las observaciones y consideró además las desviaciones de la tendencia para cada variable. Estimó las funciones de oferta agregada de cada país y las relacionó con los respectivos datos acerca de la variabilidad de la inflación.

Como resultado se observó que existen dos diferentes grupos de países, uno de ellos formado por Argentina y Paraguay, se caracteriza porque la política monetaria es altamente volátil y expansiva; en el otro grupo se encuentran el resto de los países que se distinguen por mantener precios estables.

Al examinar la relación entre ingreso nominal y producción, se encontró que como señala el modelo, en los países de precios estables un aumento del ingreso

nominal tiene un efecto sobre el producto real así como un efecto en la tasa de inflación, mientras que en los países de gran volatilidad los cambios en el ingreso nominal sólo se traducen en inflación.

F) Resultados de desempleo

Un análisis idéntico al efectuado con la oferta y demanda agregadas puede aplicarse al mercado de trabajo, mediante una gráfica similar a la 6.2.1. Sin embargo, para Lucas, a diferencia de Friedman, no existe diferencia en la percepción de firmas y trabajadores respecto a la variación de los precios. Lo esencial es que sólo los cambios no anticipados en la cantidad de dinero pueden afectar a la producción y por ende al empleo, aunque sólo sea en el corto plazo.¹⁷

Las modificaciones no previstas resultan de la confusión de los agentes de que ocurren variaciones en los precios relativos cuando en realidad se modifica el nivel absoluto de los precios, sin cambio en los primeros. Y esta confusión es consecuencia a su vez de que los agentes no pueden observar el movimiento de todos los precios, pero compensan esta falta de información formándose expectativas racionales acerca del valor de las variables que no observan.

Además, la variación entre el verdadero valor de la oferta monetaria y su valor esperado (y por tanto, las fluctuaciones en la producción y en el empleo) pueden reducirse si la regla de política monetaria se mantiene estable; en términos del modelo, esto significa que la autoridad monetaria mantenga constante la ecuación (12).¹⁸

¹⁷ Esto significa la aceptación por parte de la Nueva Escuela Clásica de que en el corto plazo el dinero es no neutral, lo que contradice los fundamentos ortodoxos. Friedman escribió: "El crecimiento del ingreso hoy depende de lo que ha estado sucediendo con el dinero en el pasado. Lo que sucede con el dinero hoy afecta lo que va a suceder con el ingreso en el futuro. En promedio, un cambio en la tasa de crecimiento monetario produce un cambio en la tasa de crecimiento nominal entre los seis y nueve meses más tarde... Los cambios en la tasa de crecimiento del ingreso nominal típicamente se reflejan antes en la producción y casi nada en los precios... En promedio, el efecto sobre los precios viene entre seis y nueve meses después del efecto sobre el ingreso y la producción, así que la demora total entre un cambio en el crecimiento monetario y un cambio en la tasa de inflación es en promedio de 12 a 18 meses... En el corto plazo, que puede ser cinco o diez años, los cambios monetarios afectan primordialmente la producción." Friedman, M. (1970). "The Counter-Revolution in Monetary Theory", Institute for Economic Affairs, Occasional Paper N. 33. Reproducido en Friedman, M. 1992. *La economía monetarista*, Gedisa, España, pp. 13 – 33.

¹⁸ Friedman claramente ha señalado que la política monetaria no puede fijar la tasa de interés ni la tasa de desempleo más allá de periodos muy limitados, pero también sugirió la conveniencia de la estabilidad de la política monetaria: "history teaches about what monetary policy can do -and it is a lesson of the most profound importance- is that monetary policy can prevent money itself from being a major source of

Pese a la no neutralidad del dinero en el corto plazo, la Nueva Escuela Clásica coincide plenamente con la tesis neoclásica de asociar incrementos en el desempleo con factores exógenos; además no explica el origen del desempleo, sólo variaciones en su magnitud.

El supuesto de expectativas racionales es fundamental en el modelo, porque permite que los agentes no cometan errores sistemáticos en sus predicciones, como la corrección de los errores es casi instantánea, la economía siempre se encuentra en el pleno empleo.

6.2.2 Contratos de trabajo de largo plazo con expectativas racionales

Stanley Fischer (1977) intenta evaluar el sostenimiento de la ineffectividad de la política monetaria sobre el producto.

En su análisis supone en principio que los agentes efectúan contratos de trabajo para cada periodo, por lo que están en condiciones de revisar sus expectativas en cada momento del tiempo y ajustarlas según las variaciones que observen de la política monetaria. En este escenario, su modelo confirma la ineficacia de la política monetaria, tal como concluyó Lucas (1973).

Sin embargo, Fischer también muestra la posibilidad de obtener un resultado contrario, cuando los contratos se establecen para más de un periodo debido a que los agentes no pueden modificar la relación de precios que han acordado, es decir porque los contratos producen una rigidez salarial, mientras que la autoridad monetaria sí puede variar su política en cada periodo según los shocks que se produzcan.

A) Condiciones iniciales

El modelo supone un escenario de competencia perfecta, donde firmas y trabajadores son agentes homogéneos en lo que respecta a su disponibilidad de información. Aunque los agentes no conozcan el nivel de precios futuros,

economic disturbance... Our economic system will work best, when producers and consumers, employers and employees can proceed with full confidence that the average level of prices will behave in a know way in the future preferable that it will be highly stable." Friedman (1968, 12 - 13).

compensan esta carencia al formular sus predicciones mediante la hipótesis de expectativas racionales.

Existe además la autoridad monetaria, que interviene como un agente externo, con plena libertad de modificar la regla en que varía la cantidad de dinero de la economía.

La vinculación entre firmas y trabajadores se estudia mediante la oferta y la demanda agregadas de producto.

B) Contratos con un periodo

Supuesto 1. Existe una ecuación de oferta agregada para los bienes:

$$Y_t = \alpha + \beta(P_t - {}_{t-1}P_t) + u_t \quad \beta > 0 \quad (1)$$

Donde α es el logaritmo de la tasa natural de producción, Y_t y P_t son los logaritmos naturales de la producción real y del nivel de precios en el tiempo t , ${}_{t-1}P_t$ es la expectativa racional de P_t condicionada a la información disponible en el periodo anterior $t-1$ cuando se determinó el convenio del salario nominal para el periodo t , y u_t es una perturbación aleatoria real.

La ecuación en conjunto indica que cuando el nivel de precios P_t , excede a su expectativa racional (y por tanto cuando los salarios reales son menores a su expectativa) la producción aumentará en relación con la tasa natural en la cantidad $\beta(P_t - {}_{t-1}P_t)$.

Supuesto 2. Los contratos de trabajo se efectúan cada periodo. La meta de establecer un salario nominal es mantener la constancia del salario real:

$${}_{t-1}W_t = \gamma + {}_{t-1}P_t \quad (2)$$

Donde γ es un factor de escala en la determinación del salario real y puede ser cero, y ${}_{t-1}W_t$ es el logaritmo del salario establecido al final del periodo $t-1$ para el periodo t . La ecuación (2) establece que el salario para el periodo t coincide con la expectativa del nivel de precios para ese periodo.

Supuesto 3. La oferta de producto es una función decreciente del salario real.

$$Y_t^s = \alpha + (P_t - W_t) + u_t \quad (3)$$

Donde β de la ecuación (1) se ha hecho cero.

Supuesto 4. Las firmas operan en sus curvas de demanda de trabajo, es decir, el nivel de empleo es determinado por la demanda.

Si se sustituye (2) en (3) con $\alpha = 0$ y $\gamma = 0$:

$$Y_t^s = (P_t - {}_{t-1}P_t) + u_t \quad (4)$$

Expresión que es similar a la ecuación (1).

Supuesto 5. La demanda agregada es:

$$Y_t = M_t - P_t - v_t \quad (5)$$

Donde M_t es el logaritmo del stock de dinero en el periodo t y v_t es una perturbación aleatoria nominal.

Supuesto 6. Las perturbaciones u_t y v_t siguen un proceso autoregresivo de primer orden:

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \varepsilon_t \quad |\rho_1| < 1 \quad \varepsilon_t \sim (0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (6)$$

$$v_t = \rho_2 v_{t-1} + \eta_t \quad |\rho_2| < 1 \quad \eta_t \sim (0, \sigma_\eta^2) \quad (7)$$

Donde ρ_1 y ρ_2 son constantes, u_t y v_t son las perturbaciones aleatorias real y nominal, ambas correlacionadas en serie, y ε_t y η_t son términos no correlacionados en serie.

Por ejemplo, a partir de la ecuación (7), si ocurre un shock negativo de demanda agregada en el periodo $t-1$, ese shock puede tener efectos negativos en el periodo siguiente si $\rho_2 > 0$.

En equilibrio el nivel de precios se ajusta en cada periodo para igualar la oferta y la demanda agregadas.

Igualando (4) y (5):

$$P_t - {}_{t-1}P_t + u_t = M_t - P_t - v_t$$

$$2P_t = M_t + {}_{t-1}P_t - (u_t + v_t) \quad (8)$$

$$P_t - {}_{t-1}P_t = M_t - P_t - (u_t + v_t) \quad (8b)$$

Tomando esperanzas de (8b):

$$\begin{aligned}
E_{t-1}(P_t) - E_{t-1}(P_{t-1}) &= E_{t-1}(M_t) - E_{t-1}(P_t) - E_{t-1}(u_t + v_t) \\
P_t - P_{t-1} &= M_t - P_t - (u_t + v_t) \\
P_t &= M_t - (u_t + v_t)
\end{aligned} \tag{9}$$

Este resultado indica que la expectativa racional de P_t condicionada a la información disponible en el periodo anterior $t-1$, considera la política monetaria y las perturbaciones reales y nominales.

Supuesto 7. La regla monetaria para el periodo t se establece en $t-1$ con base en las perturbaciones aleatorias ocurridas hasta entonces, incluidas las del periodo $t-1$:

$$M_t = \sum_{i=1}^{\infty} a_i u_{t-i} + \sum_{i=1}^{\infty} b_i v_{t-i} \tag{10}$$

Al considerar las perturbaciones, no hay dificultad para que el público calcule la oferta monetaria del siguiente periodo, es decir, la oferta monetaria para el periodo t es exactamente la establecida en el periodo $t-1$.

$$M_t = M_{t-1} \tag{11}$$

Ahora se busca determinar si la política monetaria afecta al producto.

Primero se calcula cuál es la diferencia entre el nivel de precios en el periodo t y la expectativa que se tenía para esos precios en $t-1$.

Sustituyendo (9) en (8):

$$\begin{aligned}
2P_t - P_t + P_{t-1}(u_t + v_t) + P_{t-1} - (u_t + v_t) \\
2P_t - 2P_{t-1} &= P_t - P_{t-1} - (u_t + v_t) \\
P_t - P_{t-1} &= \frac{1}{2}(u_t + v_t) - \frac{1}{2}(u_t + v_t)
\end{aligned} \tag{12}$$

Ahora se incluyen los efectos de las perturbaciones aleatorias.

Sustituyendo (6) y (7) en (12):

$$\begin{aligned}
P_t - P_{t-1} &= \frac{1}{2} \left[(\rho_1 u_{t-1} + \rho_2 v_{t-1}) - (\rho_1 u_{t-1} + \varepsilon_t + \rho_2 v_{t-1} + \eta_t) \right] \\
P_t - P_{t-1} &= -\frac{1}{2} (\varepsilon_t + \eta_t)
\end{aligned} \tag{13}$$

Sustituyendo (13) en (4):

$$Y_t^s = -\frac{1}{2}(\varepsilon_t + \eta_t) + u_t \quad (14)$$

Este resultado muestra que los parámetros a_i y b_i que ponderan la influencia de las perturbaciones aleatorias en la oferta monetaria, no afectan el comportamiento del producto. El dinero es neutral y los agentes conocen cuál será la oferta monetaria del siguiente periodo.

Si se prescinde del término u_t , la única alteración sobre el producto puede provenir de las variables aleatorias no previstas ε_t y η_t .

C) Contratos de dos periodos

Supuesto 8. Todos los contratos de trabajo se celebran para dos periodos.

Por ejemplo, al final del periodo t , se especifican los salarios nominales para los periodos $t+1$ y $t+2$.

Esto propicia que en un periodo dado, la mitad de las firmas esté operando en el primer periodo de sus contratos y la otra mitad en el segundo periodo, tal como se muestra en el siguiente cuadro:

Cuadro 6.2.1
Formación de contratos escalonados

<i>Periodo</i>		<i>Vigencia</i>
	$t-1$	$a \ o$
	t	$a \ b \ o$
	$t+1$	$b \ c$
	$t+2$	c

Supuesto 9. Los contratos de trabajo se efectúan para mantener la constancia del salario real:

$${}_{t-i}W_t = {}_{t-i}P_t \quad i = 1, 2 \quad (15)$$

Donde ${}_{t-i}W_t$ es el logaritmo del salario establecido al final del periodo $t-i$ para el periodo t y ${}_{t-i}P_t$ es la expectativa de P_t evaluada al final del periodo $t-i$. La ecuación (15) establece la relación entre salarios y precios en cada periodo para minimizar la varianza del salario real.

La oferta agregada de producto está dada por:

$$Y_t^s = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (P_t - {}_{t-i}w_t) + u_t \quad (16)$$

Usando la ecuación (15), (16) también puede expresarse como:

$$Y_t^s = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (P_t - {}_{t-i}P_t) + u_t \quad (16b)$$

En equilibrio se igualan la oferta y la demanda agregadas.

Igualando (16b) y (5):

$$\begin{aligned} M_t - P_t - v_t &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (P_t - {}_{t-i}P_t) + u_t \\ M_t - P_t - v_t &= \frac{1}{2} P_t - \frac{1}{2} {}_{t-1}P_t + u_t \\ P_t &= \frac{2}{3} M_t + \frac{1}{3} {}_{t-1}P_t - \frac{2}{3} (u_t + v_t) \end{aligned} \quad (17)$$

Tomando esperanzas de (17):

$$\begin{aligned} E_{t-2}(P_t) &= \frac{2}{3} E_{t-2}(M_t) + \frac{1}{3} E_{t-2}({}_{t-1}P_t) - \frac{2}{3} E_{t-2}(u_t + v_t) \\ {}_{t-2}P_t &= \frac{2}{3} {}_{t-2}M_t + \frac{1}{3} {}_{t-2}P_t - \frac{2}{3} {}_{t-2}(u_t + v_t) \\ {}_{t-2}P_t &= {}_{t-2}M_t - {}_{t-2}(u_t + v_t) \end{aligned} \quad (18)$$

Este resultado es similar al expresado en (9) e indica que la expectativa racional de P_t condicionada a la información disponible hace dos periodos en $t-2$, considera la política monetaria y las perturbaciones reales y nominales hasta entonces.

Rezagando (17) un periodo:

$${}_{t-1}P_t = \frac{2}{3}{}_{t-1}M_t + \frac{1}{3}{}_{t-1}P_t - \frac{2}{3}{}_{t-1}(u_t + v_t)$$

Sustituyendo (18) en (17):

$${}_{t-1}P_t = \frac{2}{3}{}_{t-1}M_t + \frac{1}{3}{}_{t-2}M_t - \frac{1}{3}{}_{t-2}(u_t + v_t) - \frac{2}{3}{}_{t-1}(u_t + v_t) \quad (19)$$

Sumando (17) dos veces:

$$P_t = \frac{4}{3}M_t + \frac{2}{3}{}_{t-1}P_t - \frac{4}{3}(u_t + v_t) \quad (17b)$$

Sustituyendo (18) en (17b):

$$2P_t = \frac{4}{3}M_t + \frac{2}{3}{}_{t-2}M_t - \frac{2}{3}{}_{t-2}(u_t + v_t) - \frac{4}{3}(u_t + v_t)$$

Expresando de otra forma el último término:

$$2P_t = \frac{4}{3}M_t + \frac{2}{3}{}_{t-2}M_t - \frac{2}{3}{}_{t-2}(u_t + v_t) - (u_t + v_t) - \frac{1}{3}{}_{t-1}(u_t + v_t) \quad (20)$$

Dividiendo (20) entre -2:

$$Y_t = \frac{1}{3}M_t - \frac{1}{3}{}_{t-2}M_t + \frac{1}{3}{}_{t-2}(u_t + v_t) + \frac{1}{2}(u_t + v_t) + \frac{1}{6}{}_{t-1}(u_t + v_t) \quad (21)$$

La oferta monetaria está determinada por:

$$M_t = \sum_{i=1}^{\infty} a_i u_{t-i} + \sum_{i=1}^{\infty} b_i v_{t-i} \quad (10)$$

Como aquí se trata de dos periodos, (10) toma la forma de:

$$M_t = a_1 u_{t-1} + a_2 u_{t-2} + b_1 v_{t-1} + b_2 v_{t-2} \quad (10b)$$

Supuesto 10. La expectativa para la oferta monetaria del periodo t formada en el periodo $t-2$ es:

$${}_{t-2}M_t = a_1 \rho_1 u_{t-2} + \sum_{i=2}^{\infty} a_i u_{t-i} + b_1 \rho_2 v_{t-2} + \sum_{i=2}^{\infty} b_i v_{t-i} \quad (22)$$

Como se trata de dos periodos la ecuación (22) es equivalente a:

$${}_{t-2}M_t = a_1\rho_1u_{t-2} + a_2u_{t-2} + b_1\rho_2v_{t-2} + b_2v_{t-2} \quad (22b)$$

Restando (22b) de (10b):

$$\begin{aligned} M_t - {}_{t-2}M_t &= a_1u_{t-1} + a_2u_{t-2} + b_1v_{t-1} + b_2v_{t-2} - a_1\rho_1u_{t-2} - a_2u_{t-2} - b_1\rho_2v_{t-2} - b_2v_{t-2} \\ M_t - {}_{t-2}M_t &= a_1(u_{t-1} - \rho_1u_{t-2}) + b_1(v_{t-1} - \rho_2v_{t-2}) \\ M_t - {}_{t-2}M_t &= a_1\varepsilon_{t-1} + b_1\eta_{t-1} \end{aligned} \quad (23)$$

Este resultado indica que la diferencia entre el stock de dinero del periodo actual t y la expectativa que se tenía para ese stock dos periodos antes, proviene de las reacciones de la autoridad monetaria a las perturbaciones ε_{t-1} y η_{t-1} que ocurrieron entre el momento en que se formó la expectativa y el momento actual.

Ahora se evalúa la influencia de la autoridad monetaria sobre el producto.

Sustituyendo (23), (6) y (7) en (21):

$$Y_t = \frac{1}{3}[a_1(u_{t-1} - \rho_1u_{t-2}) + b_1(v_{t-1} - \rho_2v_{t-2})] + \frac{1}{2}(u_t + v_t) + \frac{1}{6}{}_{t-1}(u_t + v_t) + \frac{1}{3}{}_{t-2}(u_t + v_t) \quad (24)$$

$$\begin{aligned} Y_t &= \frac{1}{3}[a_1\varepsilon_{t-1} + b_1\eta_{t-1}] + \frac{1}{2}(\rho_1u_{t-1} + \varepsilon_t + \rho_2v_{t-1} + \eta_t) + \frac{1}{6}(\rho_1u_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \rho_2v_{t-2} + \eta_{t-1}) \\ &\quad + \frac{1}{3}(\rho_1u_{t-3} + \varepsilon_{t-2} + \rho_2v_{t-3} + \eta_{t-2}) \end{aligned} \quad (24b)$$

$$Y_t = \frac{1}{2}[\varepsilon_t - \eta_t] + \frac{1}{3}(\varepsilon_{t-1}(a_1 + 2\rho_1) + \eta_{t-1}(b_1 - \rho_2)) + \rho_1^2u_{t-2} \quad (24c)$$

El resultado expresado en (24) a diferencia de (14), muestra que los parámetros a_1 y b_1 de la oferta monetaria sí afectan el comportamiento del producto aun cuando sean plenamente conocidos.

En términos de la ecuación (24c), el nivel de producto es afectado por las perturbaciones actuales ε_t y η_t que no pueden ser compensadas por la autoridad monetaria y por los disturbios ε_{t-1} y η_{t-1} que sí pueden compensarse.

Calculando la varianza de Y de (24):

$$\sigma_Y^2 = \sigma_\varepsilon^2 \left[\frac{1}{4} + \frac{4}{9}\rho_1^2 + \frac{\rho_1^4}{1-\rho_1^2} + \frac{a_1(4\rho_1 + a_1)}{9} \right] + \sigma_\eta^2 \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{9}\rho_2^2 - \frac{b_1}{9}(2\rho_2 - b_1) \right] \quad (25)$$

La varianza minimiza los valores de a_1 y b_1 de acuerdo con:

$$a_1 = -2\rho_1$$

$$b_1 = \rho_2 \quad (26)$$

Sustituyendo (26) en (25) se obtiene:

$$\sigma_Y^2 = \sigma_\varepsilon^2 \left[\frac{1}{4} + \frac{4}{9}\rho_1^2 + \frac{\rho_1^4}{1-\rho_1^2} - \frac{4\rho_1^2}{9} \right] + \sigma_\eta^2 \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{9}\rho_2^2 - \frac{\rho_2}{9}(2\rho_2 - \rho_2) \right]$$

$$\sigma_Y^2 = \sigma_\varepsilon^2 \left[\frac{1}{4} + \frac{\rho_1^4}{1-\rho_1^2} \right] + \frac{1}{4}\sigma_\eta^2 \quad (27)$$

En conclusión, la política monetaria puede afectar al producto no por una falla de las expectativas racionales (porque los agentes se equivoquen en sus expectativas), ni por una ventaja de información de la autoridad monetaria sobre el público, sino por la inhabilidad institucional de las firmas de utilizar plenamente la información disponible.

D) Resultados de desempleo

Si los contratos de trabajo se establecen con la finalidad de mantener el salario real, puede decirse que con expectativas racionales y formación de contratos para dos periodos, los agentes forman sus mejores suposiciones en el momento $t-1$ acerca de P_t y de P_{t+1} para pactar o fijar en $t-1$ los salarios futuros W_t y W_{t+1} .

El establecimiento del contrato compromete a firmas y trabajadores a cumplirlo en los siguientes dos periodos, aun cuando conozcan los valores de las perturbaciones aleatorias reales y nominales para el periodo t , no pueden ajustar sus expectativas para los periodos t ni $t+1$, sólo pueden usar la nueva información hasta finalizar el periodo $t+1$. La autoridad monetaria, en cambio, puede reaccionar cada periodo para compensar parcialmente las perturbaciones que ocurren desde que se inicia el contrato, reduciendo las fluctuaciones de la producción alrededor de la tasa natural; dado que el salario nominal está determinado previamente, la forma como la autoridad monetaria reacciona a las perturbaciones puede afectar a la producción y al salario real del segundo periodo.

Por ejemplo, dado un contrato de trabajo en t para los dos periodos siguientes $t+1$ y $t+2$, que definen los niveles de W_{t+1} y W_{t+2} , si la autoridad monetaria expande el stock de dinero en $t+1$ en el monto $b_1 v_t$ ocasionará el incremento en el nivel de precios en $t+2$, la disminución del salario real y el incremento de la demanda de trabajo y del producto por encima de su tasa natural.

Debido al establecimiento de contratos fijos, las firmas y los trabajadores no pueden obtener los salarios reales que desean ajustando los salarios nominales, y en cambio la autoridad monetaria sí puede afectar los salarios reales y el producto ajustando los precios.

La propuesta de Fischer constituyó un primer avance hacia la crítica de la Nueva Escuela Clásica al mostrar la efectividad de la política monetaria sobre los salarios reales, la demanda de trabajo y el producto, en un escenario de más de un periodo de análisis. No obstante, en su modelo persiste el inconveniente señalado en la propuesta de Lucas de llegar a sus conclusiones fundamentales a partir supuestos que establecen formas particulares de la oferta y demanda agregadas, y no a partir del comportamiento específico de los agentes.

El modelo también es insuficiente en la explicación del desempleo involuntario, porque la contracción de la demanda de trabajo es posible debido a la acción exógena de la política monetaria sobre los precios y debido a la rigidez exógena de los salarios nominales. Además, de hecho no se muestra el origen del desempleo, sólo la variación en su magnitud.

6.3 CICLOS REALES CON SHOCKS DE PRODUCTIVIDAD

En esta sección se estudian los efectos de shocks de productividad, en particular se examina si los mecanismos de propagación de tales shocks profundizan sus efectos sobre la producción y el empleo y si pueden explicar los movimientos asociados a los ciclos reales.

6.3.1 Shocks de productividad en generaciones traslapadas

A partir de un escenario de generaciones traslapadas se muestra que los shocks de productividad que afectan al producto en el periodo actual, conducen a

incrementos del consumo y del ahorro, y en consecuencia incrementan la acumulación de capital, ésta provoca a su vez el incremento del producto.

Se considera un escenario de competencia perfecta de largo plazo que se desarrolla en dos periodos de análisis.

Existen agentes racionales y homogéneos en sus decisiones, que actúan como consumidores y como productores.

Como en el modelo básico de generaciones traslapadas, en un mismo periodo coexisten dos diferentes generaciones de individuos: jóvenes y adultos. Los jóvenes ofrecen trabajo inelásticamente y consumen parte de su ingreso en el primer periodo de su vida, mientras su ahorro se destina a la generación del stock de capital del siguiente periodo. Los adultos, por su parte, consumen el ahorro que mantuvieron cuando eran jóvenes.

A) Consumidores

Supuesto 1. La población es constante, las personas viven por dos periodos, y el tamaño de cada generación es normalizado a uno.

Supuesto 2. Cada persona ofrece una unidad de trabajo inelásticamente en el primer periodo de su vida trabajo, y recibe a cambio un salario w_t .

Supuesto 3. Cada agente obtiene utilidad del consumo que efectúa en el periodo presente t y del que podrá ejercer en el futuro $t+1$. Por tanto, el problema del consumidor es:

$$\text{Máx } v = \ln c_{1t} + (1+\theta)^{-1} + E(\ln c_{2t+1} | t) \quad (1)$$

Sujeto a las restricciones:

$$c_t = w_t - s_t$$

$$c_{t+1} = (1+r_t)s_t$$

O bien:

$$c_{t+1} = (1+r_{t+1})(w_t - c_t) \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1):

$$\text{Máx } v = \ln c_{1t} + \frac{E[\ln(1+r_{t+1})(w_t - c_t)]}{1+\theta} \quad (3)$$

Derivando (3) con respecto al consumo:

$$\frac{\partial v}{\partial c_{it}} = \frac{1}{c_{1t}} - (1 + \theta)^{-1} (1 + r_{t+1}) \frac{1}{c_{t+1}} \quad (4)$$

$$\frac{c_{t+1}}{c_{1t}} = \frac{1 + r_{t+1}}{1 + \theta} \quad (4b)$$

Sustituyendo (2) en (4b):

$$\frac{(1 + r_{t+1})(w_t - c_t)}{c_{1t}} = \frac{1 + r_{t+1}}{1 + \theta}$$

Resolviendo para c_t :

$$\begin{aligned} \frac{1}{c_{1t}} &= \frac{1}{1 + \theta(w_t - c_t)} \\ w_t \theta + w_t - c_t \theta - c_t &= c_t \\ c_t &= \frac{w_t(1 + \theta)}{(2 + \theta)} \end{aligned} \quad (5)$$

Este resultado indica que el consumo actual depende del ingreso salarial y de la tasa de descuento, y es independiente de la tasa de interés.

B) Firmas

Supuesto 4. La función de producción es de tipo Cobb - Douglas.

$$Y_t = u_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha} = u_t k_t^\alpha \quad (6)$$

Donde Y_t es el producto neto, u_t es una variable aleatoria que describe el nivel de productividad, k_t es el capital que se deprecia totalmente después de un periodo, y n_t es el trabajo.

Definición 1. El ahorro en el periodo t es equivalente al stock de capital que se acumuló para el siguiente periodo.

$$k_{t+1} = s_t \quad (7)$$

Usando (6) y (7):

$$w_t = (1 - \alpha)u_t k_t^\alpha \quad (8)$$

Si el ahorro se expresa equivalentemente como:

$$s_t = w_t - c_t$$

Puede sustituirse aquí (5):

$$s_t = w_t - \frac{w_t(1 + \theta)}{2 + \theta}$$
$$s_t = \frac{w_t}{2 + \theta} \quad (9)$$

Sustituyendo (7) y (8) en (9):

$$k_{t+1} = \frac{(1 - \alpha)u_t k_t^\alpha}{2 + \theta} \quad (10)$$

Esta ecuación indica que el stock de capital del periodo siguiente depende del producto actual en la proporción $(1 - \alpha)$ y de la tasa de descuento.

Obteniendo logaritmos de (10):

$$\ln k_{t+1} = \ln\left(\frac{1 - \alpha}{2 + \theta}\right) + \alpha \ln k_t + \ln u_t \quad (10b)$$

Obteniendo logaritmos de (6):

$$\ln Y_t = \alpha \ln k_t + \ln u_t \quad (6b)$$

Retrasando un periodo (10b):

$$\ln k_t = \ln\left(\frac{1 - \alpha}{2 + \theta}\right) + \alpha \ln k_{t-1} + \ln u_{t-1} \quad (10c)$$

Sustituyendo (10c) en (6b):

$$\ln Y_t = \alpha \left[\ln\left(\frac{1 - \alpha}{2 + \theta}\right) + \alpha \ln k_{t-1} + \ln u_{t-1} \right] + \ln u_t \quad (11)$$

$$\text{Siendo } \ln Y_t = Y_t, \quad \alpha \ln k_{t-1} + \ln u_{t-1} = y_{t-1}, \quad \ln u_t = u_t, \quad \ln\left(\frac{1-\alpha}{2+\theta}\right) = b$$

Entonces (11) puede expresarse como:

$$Y_t = \alpha b + \alpha y_{t-1} + u_t \quad (12)$$

Este resultado indica que el logaritmo del producto sigue una ecuación en diferencias de primer orden con un coeficiente de correlación serial de α , lo que implica que un shock positivo de productividad conduce al incremento del consumo y del ahorro y a mayores niveles de capital y producto.

Si el proceso estocástico que describe el crecimiento de la productividad es:

$$u_t = g + u_{t-1} + \varepsilon_t \quad (13)$$

Si ε_t es un ruido blanco, entonces el crecimiento de la productividad es un proceso de ruido blanco o sigue una caminata aleatoria.

Sustituyendo (13) en (12), la variación del producto llega a ser:

$$\Delta Y_t = g + \alpha \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (14)$$

Entonces como resultado de la acumulación de capital, el crecimiento del producto está serialmente correlacionado aunque el modelo muestra como inconveniente que en la práctica α es muy pequeño como para que la acumulación de capital amplifique el shock de productividad inicial. No obstante, pueden obtenerse los incrementos deseados en el producto, mediante la especificación requerida del shock de productividad ε_t .

6.3.2 Shocks de productividad en modelos de crecimiento óptimo

Aquí se considera un escenario de competencia perfecta, caracterizado por un número grande agentes homogéneos y existencia de información perfecta. Hay además propiedad privada y plena descentralización de las decisiones.

Se asume que el tamaño de la población es constante, las personas viven por siempre, y el tamaño de la población está normalizado a uno.

Supuesto 1. Los individuos ofrecen una unidad de trabajo en cada periodo.

Supuesto 2. Los consumidores maximizan la suma de las utilidades esperadas a lo largo de toda la vida condicionadas a la información disponible en t :

Supuesto 3. La función de producción es:

$$Y_{t+i} \equiv u_{t+i} k_{t+i}^\alpha = k_{t+i+1} + c_{t+i} \quad (1)$$

El problema de maximización de los individuos es:

$$\text{Máx} \sum_{i=0}^{\infty} (1+\theta)^{-i} E(\ln c_{t+i} | t) \quad (2)$$

Sujeto a (1).

Es decir:

$$L = (1+\theta)^{-i} E(\ln c_{t+i}) - \lambda(u_{t+i} k_{t+i}^\alpha - k_{t+i+1} - c_{t+i}) \quad (3)$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial L}{\partial c_{t+i}} = (1+\theta)^{-i} \frac{1}{c_{t+i}} + \lambda = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial k_{t+i}} = -\lambda \alpha u_{t+i} k_{t+i}^{\alpha-1} + \lambda = 0 \quad (5)$$

Dividiendo (5) entre (4):

$$\frac{\alpha u_{t+i} k_{t+i}^{\alpha-1}}{(1+\theta)^i c_{t+i}} = \frac{1}{\lambda}$$

$$\frac{1}{c_t} = (1+\theta)^{-1} E\left(\frac{\alpha u_{t+1} k_{t+1}^{\alpha-1}}{c_{t+1}} \mid t\right) \quad (6)$$

Definición 1. El consumo es una fracción del producto.

$$c_t = \beta u_t k_t^\alpha \quad (7)$$

Donde:

$$\beta = 1 - \frac{\alpha}{1+\theta} \quad (8)$$

De (1) se sabe que:

$$Y_t \equiv u_t k_t^\alpha = w_t \quad (9)$$

Si el ahorro se expresa como:

$$s_t = w_t - c_t$$

Usando aquí (7) y (9):

$$k_{t+1} = s_t = u_t k_t^\alpha - \beta u_t k_t^\alpha$$

$$k_{t+1} = s_t = u_t k_t^\alpha (1 - \beta)$$

Usando (8):

$$k_{t+1} = s_t = u_t k_t^\alpha \left(1 - 1 + \frac{\alpha}{1 + \theta}\right)$$

$$k_{t+1} = s_t = u_t k_t^\alpha \left(\frac{\alpha}{1 + \theta}\right) \quad (10)$$

Rezagando (10) un periodo:

$$k_t = u_{t-1} k_{t-1}^\alpha \left(\frac{\alpha}{1 + \theta}\right) \quad (10b)$$

$$\text{Siendo } \ln Y_t = Y_t, \quad \alpha \ln k_{t-1} + \ln u_{t-1} = y_{t-1}, \quad \ln u_t = u_t, \quad \ln\left(\frac{\alpha}{1 + \theta}\right) = b$$

Entonces:

$$Y_t = b + \alpha y_{t-1} + u_t \quad (11)$$

El resultado (11) indica que el logaritmo del producto sigue una ecuación en diferencias de primer orden con un coeficiente de correlación serial de α .

Como en el modelo de generaciones traslapadas, el shock de productividad de un periodo se traslada al siguiente a través de un multiplicador del capital. La única diferencia con aquel modelo es que aquí existe un nivel promedio de capital en la economía designado por la constante b .

6.3.3 Shocks aditivos de consumo en modelos de crecimiento óptimo

Los agentes maximizan la utilidad que obtienen a lo largo del tiempo, pero su función instantánea de utilidad es cuadrática, entonces maximizan:

$$\sum_{i=0}^{\infty} (1+\theta)^{-i} E(c_{t+i} - bC_{t+i}^2 | t), \quad b > 0 \quad (1)$$

Sujeto a:

$$Y_{t+i} = k_{t+i+1} + c_{t+i} = (1+r)k_{t+i} + u_{t+i} \quad (2)$$

De acuerdo con (2) la producción sólo requiere capital, siendo r su productividad marginal. El shock u_t es ahora aditivo.

Los consumidores escogen un consumo esperado constante:

$$c_t = E[c_{t+i} | t] \quad (3)$$

El consumo que satisface la restricción presupuestal intertemporal depende del stock de capital actual y del valor presente descontado que se espera de las dotaciones:

$$c_t = r \left\{ k_t + (1+r)^{-1} \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} E[u_{t+i} | t] \right\} \quad (4)$$

Reemplazando (4) en la restricción presupuestal:

$$k_{t+1} = k_t + \left\{ u_t - r(1+r)^{-1} \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} E[u_{t+i} | t] \right\} \quad (5)$$

Es decir, el cambio en el stock de capital es igual a la diferencia entre la dotación actual y el valor esperado descontado de las dotaciones actuales y futuras.

El shock considerado como una variación en la dotación de los agentes, sigue el siguiente proceso:

$$u_t = u_{t-1} + e_t - a e_{t-1}, \quad |a| < 1 \quad (6)$$

Así, existen efectos permanentes y transitorios de los shocks. Para el shock e_t , el efecto de largo plazo es $1-a$, si $a = 1$, entonces todo el proceso se reduce a $u_t = u_{t-1}$, donde sólo se conserva el efecto transitorio u_{t-1} .

La ecuación (5) puede expresarse como:

$$k_{t+1} - k_t = \left(\frac{a}{1+r} \right) e_t \quad (7)$$

Obteniendo logaritmos de (7) y rezagando un periodo:

$$\ln k_t = \ln k_{t-1} - \ln \left(\frac{a}{1+r} \right) + \ln e_t \quad (7b)$$

Obteniendo logaritmos de (2):

$$\ln Y_t = \ln(1+r) + \ln k_t + \ln u_t \quad (2b)$$

Sustituyendo (7b) en (2b):

$$\ln Y_t = \ln(1+r) + \ln k_{t-1} - \ln \left(\frac{a}{1+r} \right) + \ln e_t + \ln u_t$$

$$Y_t = y_{t-1} - \left(\frac{a}{1+r} \right) e_t \quad (8)$$

Las ecuaciones (7) y (8) muestran que aun en el caso en que los shocks tuvieran efectos transitorios sobre las dotaciones ($a = 1$), tienen un efecto permanente sobre la acumulación de capital y sobre el producto. Además el shock aditivo no significa una variación de la productividad, sino una variación en el consumo que determina modificaciones en el producto.

6.3.4 Desempleo en presencia de shocks de productividad

En los tres escenarios anteriores, se omite la participación del trabajo en la función de producción. En los dos primeros casos, la normalización a uno de la cantidad de trabajo utilizada permite prescindir de este factor, resultando que la producción depende de la contribución del stock de capital, definida a través de un shock de productividad; en el tercer caso, la producción depende de la contribución del stock de capital, definida por su productividad marginal, y de la demanda de consumo representada mediante un shock exógeno.

En los dos primeros casos se supone además, que el consumidor decide sólo sobre su nivel actual y futuro de consumo, y el ingreso w_t que determina su restricción presupuestal está dado exógenamente como una fracción del producto

total. Para el tercer escenario, simplemente se asume que su ingreso es su dotación, y puede variar exógenamente.

A diferencia de las secciones anteriores, en los tres modelos examinados los agentes no realizan ninguna predicción acerca del comportamiento de las variables aleatorias; por ello, la influencia de los shocks aleatorios sobre la producción puede determinarse libremente de forma exógena, de acuerdo a las características que se desee asignar a esos shocks. No obstante, la relevancia de estos ejemplos es que muestran cómo variaciones en la productividad pueden explicarse por otras causas que no sean variaciones monetarias o de precios.

Infortunadamente en estos ejercicios, no puede determinarse el desempleo. En los dos primeros casos, se supone que la oferta de trabajo es constante y se ofrece la totalidad del trabajo independientemente del salario. Dado que el salario o ingreso del consumidor es una fracción del producto, el incremento de éste, propiciado por un shock exógeno de productividad, eleva la remuneración del consumidor; sin embargo, la oferta y la demanda de trabajo permanecen constantes, porque no varía la productividad marginal del trabajo, el shock impulsa la producción sólo a través del efecto multiplicativo que ejerce sobre la acumulación de capital.

En el tercer caso, no se constituye un mercado de trabajo porque este factor no es necesario para la producción. El crecimiento del producto es provocado por un incremento de la demanda por parte de los consumidores, quienes están en posibilidad de demandar más bienes porque su ingreso dado como dotación experimenta un crecimiento exógeno. Así, la insuficiencia de este escenario radica en la desvinculación de la demanda con el salario.

6.4 CICLOS REALES CON SHOCKS DE TECNOLOGÍA

En esta sección se presenta la propuesta de Finn E. Kydland y Edward Prescott (1982) para explicar el comportamiento cíclico de la economía; específicamente intenta explicar las varianzas cíclicas de algunas series de tiempo, las covarianzas entre el producto real y otras series y la autocovarianza del producto.

El modelo se caracteriza porque deja de lado a la política monetaria como la fuente que determina las fluctuaciones económicas. En su lugar, los shocks

tecnológicos determinan las fluctuaciones que persisten por la correlación serial de aquellos.

A) Firmas

Supuesto 1. Uno de los factores de producción es el capital productivo. Para su construcción, la tecnología requiere cierto tiempo.

Supuesto 2. El stock de capital para un periodo futuro depende del stock de capital del periodo actual menos su depreciación, más los proyectos de inversión iniciados en el periodo actual.

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + s_{1t} \quad (1)$$

Donde s_{1t} son los proyectos de inversión iniciados en el periodo actual y que requieren un periodo para su construcción. En general, s_{jt} es el número de proyectos iniciados en la fecha actual que requieren de j etapas o periodos para completarse.

Supuesto 3. El número de proyectos que se iniciarán en la fecha siguiente para j periodos equivale al número de proyectos de hoy para $j+1$ periodos.

$$s_{j,t+1} = s_{j+1,t} \quad (2)$$

Supuesto 4. En la economía existen $j+1$ tipos de capital: $j-1$ stocks de capital de j etapas para completarse, el capital productivo k_t y los inventos y_t . Cada una de estas variables resume los efectos de las decisiones pasadas sobre las posibilidades de producción actuales y futuras.

Supuesto 5. Existe un monto de inversión destinado a los nuevos proyectos:

$$\sum_{j=1}^J \varphi_j s_{jt} \quad (3)$$

Donde φ_j es la fracción de recursos asignada a los proyectos de inversión de j etapas.

Supuesto 6. La inversión total se constituye por los recursos asignados a los nuevos proyectos y los recursos destinados al desarrollo de invenciones.

$$i_t = \sum_{j=1}^J \varphi_j s_{jt} + y_{t+1} - y_t \quad (4)$$

Supuesto 7. El producto total, definido como la suma del consumo c_t y la inversión i_t , depende del insumo trabajo n_t , de shocks tecnológicos λ_t , del stock de capital k_t , y de las invenciones y_t .

$$c_t + i_t \leq f(\lambda_t, k_t, n_t, y_t) \quad (5)$$

Supuesto 8. La función de producción tiene la forma:

$$f(\lambda, k, n, y) = \lambda n^\mu \left[(1-\sigma)k^{-\nu} + \sigma y^{-\nu} \right]^{(1-\mu)/\nu} \quad 0 < \mu < 1, \quad 0 < \sigma < 1, \quad 0 < \nu < \infty \quad (6)$$

A partir de esta forma funcional, ν determina la sustitución entre inventos y capital, la elasticidad de sustitución es $1/(1+\nu)$.

B) Consumidores

Supuesto 10. Las familias maximizan el valor esperado de la utilidad que tiene la forma:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, \alpha(L)l_t) \quad 0 < \beta < 1 \quad (7)$$

Donde β es el factor de descuento, l_t el ocio, L el operador de rezago y $\alpha(L) = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i L^i$ la suma de los rezagos ponderada por el factor α .

Definición 1. El tiempo que se destina a la actividad de mercado es igual a la dotación de tiempo menos el ocio.

$$n_t = 1 - l_t \quad (8)$$

Definición 2. La fracción de rezago es:

$$\alpha_i = (1-\eta)^{i-1} \alpha_1 \quad i \geq 1, \quad 0 < \eta \leq 1 \quad (9)$$

Definición 3. Existe una variable a_t que resume los efectos de todas las elecciones pasadas de ocio sobre las preferencias actuales y futuras.

$$a_t = \sum_{i=1}^{\infty} (1-\eta)^{i-1} n_{t-i} \quad (10)$$

Equivalentemente, la ecuación anterior significa que el ocio actual es una proporción del trabajo ofrecido en tiempos anteriores.

En forma alternativa:

$$a_{t+1} = (1-\eta)a_t + n_t \quad (10b)$$

Usando las definiciones anteriores:

$$\alpha(L)l_t = 1 - \alpha(L)n_t$$

$$\alpha(L)l_t = 1 - \alpha_0 n_t - \eta(1 - \alpha_0)a_t$$

$$\alpha(L)l_t = 1 - \alpha_0 n_t - \eta(1 - \alpha_0) \sum_{i=1}^{\infty} (1-\eta)^{i-1} n_{t-i} \quad (11)$$

Los parámetros α_0 y η determinan el grado en el cual el ocio es intertemporalmente sustituible. Se requiere que $0 < \alpha_0 \leq 1$ y que $0 < \eta \leq 1$; entre más cercano a uno sea el valor de α_0 es menor la sustitución intertemporal del ocio, de modo que cuando $\alpha_0 = 1$ la utilidad es separable en el tiempo; conforme η se aproxima a cero, las elecciones pasadas de ocio tienen mayor efecto en la utilidad actual, si $\eta = 1$ entonces $a_t = n_{t-1}$.

Supuesto 11. La función de utilidad tiene la forma:

$$u(c_t, \alpha(L)l_t) = \left[c_t^{1/3} (\alpha(L)l_t)^{2/3} \right]^\gamma / \gamma \quad \gamma < 1, \quad \gamma \neq 0 \quad (12)$$

Considerando que el término entre corchetes es un bien compuesto, la expresión anterior representa una función de utilidad con grado de aversión relativa $1-\gamma$, el bien compuesto es homogéneo de grado uno, y los exponentes de cada componente de la utilidad se escogieron pensando que las familias asignan a las actividades de ocio el doble de tiempo que a las actividades de mercado.

C) Estructura de información

Supuesto 12. El parámetro tecnológico está sujeto a un proceso estocástico con componentes de diferente persistencia. Específicamente el shock tecnológico λ_t es la suma de un componente permanente λ_{1t} y un componente transitorio λ_{2t} .

$$\lambda_t = \lambda_{1t} + \lambda_{2t} + \bar{\lambda} \quad (13)$$

Supuesto 13. El componente permanente es altamente persistente.

$$\lambda_{1,t+1} = \rho\lambda_{1t} + \zeta_{1t} \quad (14)$$

Donde ρ es una proporción menor y cercana a uno, ζ_{1t} es un shock permanente.

Supuesto 14. El componente transitorio es igual a un shock transitorio.

$$\lambda_{2,t+1} = \zeta_{2t} \quad (15)$$

Supuesto 15. El parámetro de productividad π_t no es observado, pero es la suma de la productividad y de un shock ζ_{3t} .

$$\pi_t = \lambda_t + \zeta_{3t} \quad (16)$$

Por el supuesto 13:

$$\pi_t = \lambda_t + \zeta_{3t} = \lambda_{1t} + \lambda_{2t} + \bar{\lambda} + \zeta_{3t} \quad (16b)$$

Supuesto 16. El vector de shocks $\zeta_t = (\zeta_{1t}, \zeta_{2t}, \zeta_{3t})$ se comporta como una distribución normal con media cero y matriz diagonal de covarianzas.

De los supuestos anteriores se deriva que en el periodo t , las decisiones de oferta de trabajo n_t , y la decisión de cuántos proyectos de inversión iniciar s_{jt} dependen de la historia pasada de los shocks de productividad λ_k para $k < t$, del indicador de productividad π_t , de los stocks de capital derivados del pasado k_{t-i} para $i < t$, y de las decisiones pasadas de ocio y trabajo a_t . Dichas decisiones no toman en cuenta los shocks actuales λ_t ni futuros λ_{t+i} porque no son observables o deducibles en el momento en que se eligen.

La estructura de información dada por las ecuaciones (13) a (16b) puede representarse equivalentemente considerando que existe un vector de estado no observable x_t , que sigue un proceso autoregresivo:

$$x_{t+1} = Ax_t + \varepsilon_{0t} \quad \varepsilon_{0t} \sim \mathcal{N}(0, V_0) \quad (17)$$

Las observaciones previas a la selección del primer conjunto de decisiones son:

$$p_{1t} = B_1 x_t + \varepsilon_{1t} \quad \varepsilon_{1t} \sim \mathcal{N}(0, V_1) \quad (18)$$

Las observaciones previas al segundo conjunto de decisiones y subsecuentes al primer conjunto son:

$$p_{2t} = B_2 x_t + \varepsilon_{2t} \quad \varepsilon_{2t} \sim \mathcal{N}(0, V_2) \quad (19)$$

Siendo $x_t' = (\lambda_{1t}, \lambda_{2t})$, $B_1 = [1 \ 1]$, $B_2 = [1 \ 1]$, $V_1 = [\text{var}(\zeta_3)]$, $V_2 = [0]$ entonces:

$$A = \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad V_0 = \begin{bmatrix} \text{var}(\zeta_1) & 0 \\ 0 & \text{var}(\zeta_2) \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones (17) a (19) definen la estructura general de información y son equivalentes a las expresiones (13) a (16b).

Dada la distribución multivariante normal x_t condicional a los valores $p_k = (p_{1k}, p_{2k})$ para $k < t$, y siendo m_{0t} su valor esperado y Σ_0 su covarianza se obtiene:

$$m_{1t} = m_{0t} + (B_1 \Sigma_0)' (B_1 \Sigma_0 B_1' + V_1)^{-1} (p_{1t} - B_1 m_{0t}) \quad (20)$$

$$\Sigma_1 = \Sigma_0 - (B_1 \Sigma_0)' (B_1 \Sigma_0 B_1' + V_1)^{-1} B_1 \Sigma_0 \quad (21)$$

Similarmente:

$$m_{2t} = m_{1t} + (B_2 \Sigma_1)' (B_2 \Sigma_1 B_2' + V_2)^{-1} (p_{2t} - B_2 m_{1t}) \quad (22)$$

$$\Sigma_2 = \Sigma_1 - (B_2 \Sigma_1)' (B_2 \Sigma_1 B_2' + V_2)^{-1} B_2 \Sigma_1 \quad (23)$$

Usando (17):

$$m_{0,t+1} = A m_{2t} \quad (24)$$

$$\Sigma_0 = A \Sigma_2 A' + V_0 \quad (25)$$

Las covarianzas Σ_0 , Σ_1 , Σ_2 , son definidas recursivamente en (25), (21) y (23), sus elementos no cambian con el tiempo y por lo tanto no son parte de la información. Los valores de las esperanzas m_{0t} , m_{1t} y m_{2t} sí cambian con el tiempo. Finalmente, la matriz de varianzas V_0 asegura que con el método de aproximaciones sucesivas se converge rápidamente a una solución.

D) Equilibrio

El problema de equilibrio de los consumidores es maximizar su utilidad sujeta a las restricciones tecnológicas y de la estructura de información.

$$\text{Máx } E \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u [c_t, 1 - \alpha_0 n_t - \eta(1 - \alpha_0) a_t] \quad (26)$$

Sujeta a:

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + s_{it} \quad (1)$$

$$s_{j,t+1} = s_{j+1,t} \quad (2)$$

$$i_t = \sum_{j=1}^J \varphi_j s_{jt} + y_{t+1} - y_t \quad (4)$$

$$c_t + i_t \leq f(\lambda_t, k_t, n_t, y_t) \quad (5)$$

$$a_{t+1} = (1 - \eta)a_t + n_t \quad (10b)$$

$$x_{t+1} = Ax_t + \varepsilon_{0t} \quad \varepsilon_{0t} \sim \mathcal{N}(0, V_0) \quad (17)$$

$$p_{1t} = B_1 x_t + \varepsilon_{1t} \quad \varepsilon_{1t} \sim \mathcal{N}(0, V_1) \quad (18)$$

$$p_{2t} = B_2 x_t + \varepsilon_{2t} \quad \varepsilon_{2t} \sim \mathcal{N}(0, V_2) \quad (19)$$

Las variables de decisión en el periodo t son: n_t , s_{Jt} , c_t , y y_{t+1} . Debe considerarse que se trata de reglas estacionarias o invariantes en el tiempo de la forma:

$$n_t = n(k_t, s_{1t}, s_{2t}, \dots, s_{J-1,t}, y_t, a_t, m_{1t})$$

$$s_{Jt} = s(k_t, s_{1t}, s_{2t}, \dots, s_{J-1,t}, y_t, a_t, m_{1t})$$

$$c_t = c(k_t, s_{1t}, s_{2t}, \dots, s_{Jt}, y_t, a_t, n_t, m_{2t})$$

$$y_{t+1} = y(k_t, s_{1t}, s_{2t}, \dots, s_{Jt}, y_t, a_t, n_t, m_{2t})$$

Antes de calcular tales reglas de decisión, es necesario efectuar una aproximación calculando el estado estacionario del modelo sin shocks de tecnología y enseguida realizar aproximaciones cuadráticas en una vecindad cercana al estado estacionario. Como las reglas de decisión son lineales, en equilibrio la aproximación

de la economía es generada por un sistema de ecuaciones en diferencias estocásticas.

Si en estado estacionario la tasa de interés es $r = (1-\beta)/\beta$ y el precio del capital es $q = \sum_{j=1}^J (1+r)^{-j} \varphi_j$, las condiciones de estado estacionario son $f'_y = r$ y $f'_k = q(r+\delta)$, lo que implica que $f'_y/f'_k = q(r+\delta)/r$.

La función de producción se reduce a:

$$y = \left[\frac{r+\delta}{r} q \frac{\sigma}{1-\sigma} \right]^{1/(v+1)} k \equiv b_1 k \quad (27)$$

La función de producción definida anteriormente es:

$$f(\lambda, k, n, y) = \lambda n^\mu \left[(1-\sigma)k^{-v} + \sigma y^{-v} \right]^{(1-\mu)/v} \quad 0 < \mu < 1, \quad 0 < \sigma < 1, \quad 0 < v < \infty \quad (6)$$

Diferenciando ésta con respecto al capital se obtiene:

$$\frac{\partial f}{\partial k} = - \left(\frac{1-\mu}{v} \right) \lambda n^\mu \left[(1-\sigma)k^{-v} + \sigma y^{-v} \right]^{\frac{(1-\mu)}{v}-1} (-v(1-\sigma)k^{-v-1})$$

$$\frac{\partial f}{\partial k} = (1-\mu) \lambda n^\mu \left[(1-\sigma)k^{-v} + \sigma y^{-v} \right]^{\frac{-1+\mu-v}{v}} (1-\sigma)k^{-v-1}$$

Sustituyendo (27) en este resultado e igualando con el producto marginal del capital se obtiene:

$$\begin{aligned} q(r+\delta) &= (1-\mu)(1-\sigma) \lambda n^\mu \left[(1-\sigma)k^{-v} + \sigma (b_1 k)^{-v} \right]^{\frac{-1+\mu-v}{v}} k^{-v-1} \\ q(r+\delta) &= (1-\mu)(1-\sigma) \lambda n^\mu (1-\sigma + \sigma b_1^{-v})^{\frac{-1+\mu-v}{v}} k^{1-\mu+v-v-1} \\ q(r+\delta) &= (1-\mu)(1-\sigma) \lambda n^\mu (1-\sigma + \sigma b_1^{-v})^{\frac{-1+\mu-v}{v}} k^{-\mu} \end{aligned} \quad (28)$$

Si se define $b_2 = (1-\sigma + \sigma b_1^{-v})$:

$$q(r+\delta) = (1-\mu)(1-\sigma) \lambda n^\mu b_2^{\frac{-1+\mu-v}{v}} k^{-\mu} \quad (28b)$$

Resolviendo para k se obtiene:

$$k = \left(\frac{q(r + \delta)}{(1 - \mu)(1 - \sigma)b_2 \frac{-1 - \mu - v}{v} \lambda n^\mu} \right)^{-\frac{1}{\sigma}}$$

$$k = \left(\frac{(1 - \mu)(1 - \sigma)b_2 \frac{-1 - \mu - v}{v}}{q(r + \delta)} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \lambda^{\frac{1}{\mu}} n \equiv b_3 \lambda^{\frac{1}{\mu}} n$$

$$k = b_3 \lambda^{\frac{1}{\mu}} n \tag{29}$$

Usando los resultados anteriores, se obtiene que la producción en estado estacionario como función de n es:

$$f = b_2^{-(1-\mu)/v} b_3^{1-\mu} \lambda^{\frac{1}{\mu}} n \equiv b_4 \lambda^{\frac{1}{\mu}} n \tag{30}$$

En estado estacionario la inversión neta es cero, y el consumo es:

$$c = b_4 \lambda^{\frac{1}{\mu}} n - \delta k = (b_4 - \delta b_3) \lambda^{\frac{1}{\mu}} n \tag{31}$$

Los resultados (29), (30) y (31) definen los valores de estado estacionario de c , k , e y . En particular, se observa que la relación capital producto es b_3/b_4 y que la proporción del consumo respecto al producto total es $1 - (b_3/b_4)$.

Por otro lado, el problema del consumidor es:

$$\text{Máx } u(c_t, \alpha(L)l_t) = \left[c_t^{\frac{1}{3}} (\alpha(L)l_t)^{\frac{2}{3}} \right]^{\gamma} / \gamma - \mathcal{G}(c + w(1 - l_t))$$

Donde \mathcal{G} es el multiplicador de Lagrange para la restricción presupuestal.

Obteniendo las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t} = \gamma \frac{1}{\gamma} \left[c_t^{\frac{1}{3}} (\alpha(L)l_t)^{\frac{2}{3}} \right]^{\gamma-1} \frac{1}{3} c_t^{\frac{1}{3}-\frac{2}{3}} (\alpha(L)l_t)^{\frac{2}{3}} - \mathcal{G}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t} = \left[c_t^{\frac{1}{3}} (\alpha(L)l_t)^{\frac{2}{3}} \right]^{\gamma-1} \frac{1}{3} c_t^{-\frac{2}{3}} (\alpha(L)l_t)^{\frac{2}{3}} = \mathcal{G}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t} = \frac{1}{3} c_t^{\frac{\gamma}{3}-1} (\alpha(L)l_t)^{\frac{2\gamma}{3}} = \mathcal{G} \tag{32}$$

O equivalentemente:

$$\frac{1}{3}(c_t^{1/3}l_t^{2/3})^\gamma = g c_t \quad (32b)$$

$$\frac{\mathcal{A}}{a_t} = \gamma \frac{1}{\gamma} \left[c_t^{1/3} (\alpha(L)l_t)^{2/3} \right]^{\gamma-1} \frac{2}{3} c_t^{1/3} (\alpha(L)l_t)^{-1/3} = g w_t$$

$$\frac{\mathcal{A}}{a_t} = \frac{2}{3} c_t^{1/3} (\alpha(L)l_t)^{\frac{2\gamma-1}{3}} = g w_t \quad (33)$$

O alternativamente:

$$\frac{\mathcal{A}}{a_t} = \frac{2}{3} (c_t^{1/3}l_t^{2/3})^\gamma \sum_{i=1}^{\infty} \beta^i \alpha_i = g l_t \quad (33b)$$

En estado estacionario $c_t=c$, $l_t=l$ y $w_t=w$ para todo t .

Igualando (32b) y (33b):

$$\frac{\frac{1}{3}(c^{1/3}l^{2/3})^\gamma}{c} = \frac{\frac{2}{3}(c^{1/3}l^{2/3})^\gamma \sum_{i=1}^{\infty} \beta^i \alpha_i}{wl}$$

$$wl = 2c \sum_{i=1}^{\infty} \beta^i \alpha_i \quad (34)$$

Como se sabe que:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \beta^i \alpha_i = \alpha_0 + (1 - \alpha_0)\eta / (r + \eta)$$

$$l = 1 - n$$

Entonces (34) puede expresarse como:

$$w(1 - n) = 2c(\alpha_0 + (1 - \alpha_0)\eta / (r + \eta)) \quad (34b)$$

Del lado de la producción se sabe que:

$$w = \mu/n$$

$$f = \mu b_4 \lambda^{1/\mu}$$

Sustituyendo estas ecuaciones y (31) en (34b):

$$2(b_4 - \delta b_3) \lambda^{1/\mu} n \left(\alpha_0 + \frac{(1 - \alpha_0)\eta}{r + \eta} \right) = \mu b_4 \lambda^{1/\mu} (1 - n)$$

$$\begin{aligned}
2(b_4 - \delta b_3) \left(\frac{\alpha_0 r + \eta}{r + \eta} \right) &= \mu b_4 (1 - n) / n \\
\left(1 - \frac{\delta b_3}{b_4} \right) \left(\frac{2}{\mu} \right) \left(\frac{\alpha_0 r + \eta}{r + \eta} \right) + 1 &= \frac{1}{n} \\
n &= \left[1 + \left(\frac{2}{\mu} \right) \left(\frac{\alpha_0 r + \eta}{r + \eta} \right) \left(1 - \frac{\delta b_3}{b_4} \right) \right]^{-1}
\end{aligned} \tag{35}$$

Este resultado indica que la oferta laboral no depende de los shocks tecnológicos, aunque sí de la relación capital producto y de la tasa de interés. Kydland y Prescott afirman que este rasgo coincide con la experiencia de los Estados Unidos entre las décadas de los años cincuenta y ochenta, donde el producto por persona se incrementó en poco más del cien por ciento mientras que las horas trabajadas por persona variaron escasamente.

El siguiente paso es aproximar la función de utilidad a una cuadrática en una vecindad al estado estacionario.

Dado que en equilibrio el producto es equivalente al consumo menos la inversión, puede sustituirse en la función de utilidad el consumo c , por la expresión $f(\lambda, k, n, y) - i$, con lo que se obtiene: $u(f(\lambda, k, n, y) - i, n, a)$

Considerando el problema general de aproximar $u(x)$ a \bar{x} . La función cuadrática aproximada es:

$$U(x) = u(\bar{x}) + b'(x - \bar{x}) + (x - \bar{x})' Q (x - \bar{x})$$

Donde x y $b \in \mathcal{R}^n$ y Q es una matriz simétrica de orden $n \times n$. Lo que se busca es una buena aproximación no sólo a \bar{x} sino a cualquier otra x presente en el periodo muestral.

Siendo z^i un vector cuyos componentes son cero excepto $z_i^i > 0$, se busca seleccionar los elementos b_i y q_{ii} tal que el error de aproximación sea cero en $\bar{x} + z_i$ y en $\bar{x} - z_i$ donde las z_i^i seleccionadas corresponden a las desviaciones promedio aproximadas de las x_i de sus valores de estado estacionario \bar{x}_i . Los valores de z_i^i / \bar{x}_i usados para λ, k, y, n, i, a son 3, 1, 2, 3, 8 y 0.5 por ciento respectivamente.

La aproximación de los errores a cero en $\bar{x} + z_i$ y en $\bar{x} - z_i$ requiere que:

$$b_i = [u(\bar{x} + z^i) - u(\bar{x} - z^i)] / 2z_i$$

$$q_{ii} = [u(\bar{x} + z^i) - u(\bar{x}) + u(\bar{x} - z^i) - u(\bar{x})] / 2z_i^2$$

Los elementos q_{ij} , $i \neq j$, son seleccionados de modo que minimicen la suma de los errores cuadrados aproximados en $\bar{x} + z^i + z^j$, $\bar{x} + z^i - z^j$, $\bar{x} + z^i + z^j$ y $\bar{x} - z^i - z^j$. La aproximación del error en el primer punto es:

$$u(\bar{x} + z^i + z^j) - u(\bar{x}) - b_i z_i - b_j z_j - q_{ii} z_i^2 - q_{jj} z_j^2 - 2q_{ij} z_i z_j$$

Sumando sobre el cuadrado de los errores, diferenciando con respecto a q_{ij} y resolviendo para q_{ij} se obtiene:

$$q_{ij} = [u(\bar{x} + z^i + z^j) - u(\bar{x} + z^i - z^j) - u(\bar{x} - z^i + z^j) + u(\bar{x} - z^i - z^j)] / 8z_i z_j$$

El problema de equilibrio para la economía aproximada es maximizar el bienestar de las familias representativas sujeto a las restricciones tecnológicas y de información, sin externalidades

Primero se determinan las reglas de decisión para la economía aproximada resolviendo el siguiente problema:

$$\text{Máx } \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u[k_t, n_t, y_t, \lambda_t, i_t, a_t] \quad (36)$$

Sujeta a:

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + s_{1t} \quad (1)$$

$$s_{j,t+1} = s_{j+1,t} \quad (2)$$

$$i_t = \sum_{j=1}^J \varphi_j s_{jt} + y_{t+1} - y_t \quad (4)$$

$$a_{t+1} = (1 - \eta)a_t + n_t \quad (10b)$$

$$x_{t+1} = Ax_t \quad (37)$$

$$\lambda_t = x_{1t} + x_{2t} \quad (38)$$

En la ecuación (37) se ha ignorado la existencia del término estocástico, por lo que es una versión modificada de (17), en ella también se ignora el hecho de que x_t no es observada en la economía.

Las restricciones (1), (2), (10b) y (37) son las ecuaciones de movimiento para las variables de estado. Las variables de decisión son n_t , s_{jt} y y_{t+1} .

Por simplicidad, se define al conjunto de las variables de estado distintas a las no observadas x_t como: $z_t = (k_t, y_t, a_t, s_{1t}, \dots, s_{J-1,t})$ y se define al conjunto de variables de decisión como: $d_t = (n_t, s_{Jt}, y_{t+1})$. Las variables de estado no observadas $x_t = (x_{1t}, x_{2t})$ son los shocks permanentes y transitorios de tecnología, y $v(x, z)$ es el valor del problema determinístico si el estado inicial es (x, z) .

Usando las restricciones (4) y (38) para sustituir i_t y λ_t en la función de utilidad se obtiene una función de utilidad indirecta $u(x, z, d)$. El valor de la función $v(x, z)$ se calcula por aproximaciones sucesivas. Si $v_j(x, z)$ es la j -ésima aproximación, entonces:

$$v_{j+1} = \max_{d_t} [u(x_t, z_t, d_t) + \beta v_j(x_{t+1}, z_{t+1})] \quad (39)$$

Sujeto a las restricciones (1), (2), (10b) y (37).

A continuación se obtiene la regla de decisión para los inventos:

$$\max_{y_{t+1}} [u(x_t, z_t, n_t, s_{jt}, y_{t+1}) + \beta v(x_{t+1}, z_{t+1})] \quad (40)$$

Sujeto a las restricciones (1), (2), (10b) y (37) y dadas n_t y s_{jt} .

También se obtiene la solución de:

$$\max_{s_{Jt}, n_t} v_2(x_t, z_t, n_t, s_{Jt}) \quad (41)$$

Donde v_2 es el valor determinado de la maximización de (40).

Las funciones que resuelven este programa son las reglas de decisión para los nuevos proyectos de inversión y para la oferta de trabajo: $s_{Jt} = s(x_t, z_t)$ y $n_t = n(x_t, z_t)$.

Estas reglas de decisión pueden usarse para calcular el movimiento estocástico de la economía. En cada periodo t , se forma una esperanza condicional m_{0t} con base en las observaciones de los periodos previos; las esperanzas condicionales m_{1t} y m_{2t} se obtienen según (20) y (22).

Las reglas de decisión son entonces:

$$s_{Jt} = s(m_{1t}, z_t) \quad (42)$$

$$n_t = n(m_{1t}, z_t) \quad (43)$$

$$y_{t+1} = y(m_{2t}, z_t, s_{Jt}, n_t) \quad (44)$$

En resumen, el proceso de equilibrio que determina la evolución de la economía está dado por las ecuaciones:

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + s_{1t} \quad (1)$$

$$s_{j,t+1} = s_{j+1,t} \quad (2)$$

$$i_t = \sum_{j=1}^J \varphi_j s_{jt} + y_{t+1} - y_t \quad (4)$$

$$a_{t+1} = (1 - \eta)a_t + n_t \quad (10b)$$

$$x_{t+1} = Ax_t + \varepsilon_{0t} \quad \varepsilon_{0t} \sim \mathcal{N}(0, V_0) \quad (17)$$

$$p_{1t} = B_1 x_t + \varepsilon_{1t} \quad \varepsilon_{1t} \sim \mathcal{N}(0, V_1) \quad (18)$$

$$p_{2t} = B_2 x_t + \varepsilon_{2t} \quad \varepsilon_{2t} \sim \mathcal{N}(0, V_2) \quad (19)$$

$$m_{1t} = m_{0t} + (B_1 \sum_0)' (B_1 \sum_0 B_1' + V_1)^{-1} (p_{1t} - B_1 m_{0t}) \quad (20)$$

$$m_{2t} = m_{1t} + (B_2 \sum_1)' (B_2 \sum_1 B_2' + V_2)^{-1} (p_{2t} - B_2 m_{1t}) \quad (22)$$

$$m_{0,t+1} = Am_{2t} \quad (24)$$

$$s_{Jt} = s(m_{1t}, z_t) \quad (42)$$

$$n_t = n(m_{1t}, z_t) \quad (43)$$

$$y_{t+1} = y(m_{2t}, z_t, s_{Jt}, n_t) \quad (44)$$

E) Evidencia empírica

El examen de la teoría consiste en analizar si el conjunto de parámetros de los movimientos y desviaciones de las series suavizadas del modelo son cuantitativamente consistentes con el comportamiento observado en las series correspondientes al comportamiento de la economía de la posguerra en Estados Unidos. Adicionalmente se requiere que los parámetros escogidos sean consistentes con las observaciones relevantes a nivel microeconómico como son los periodos que se necesitan para construir nuevas plantas productivas y las observaciones sobre el consumo y la oferta de trabajo.

La controversia que da lugar al estudio empírico es que por un lado se ha observado que las variaciones cíclicas en el producto resultan principalmente de las

variaciones de trabajo ofrecido por las familias, mientras que las variaciones transitorias en el producto resultan de cambios en el stock de capital o en la productividad del trabajo; si esto es así, y además se considera que el salario real es proporcional a la productividad del trabajo y que la oferta de trabajo es función del salario real, entonces ¿cómo puede explicarse que los ciclos económicos se caractericen por el incremento en el consumo de bienes y de oferta laboral en ausencia de movimientos aparentes de salario real? El éxito del modelo debería probar que la variación cíclica del producto responde a cambios en la cantidad de empleo y no de la productividad del trabajo.

Para efectos del examen empírico Kydland y Prescott hacen una calibración, que consiste en escoger valores de los parámetros usando la evidencia microeconómica y luego comparar las predicciones del modelo respecto a las varianzas y covarianzas de varias series con las obtenidas de los datos macroeconómicos.

Los parámetros que se escogieron se resumen en el siguiente cuadro:

Cuadro 6.4.1
Parámetros del modelo

<i>Parámetros de preferencias:</i>	$\alpha_0=0.50$	$\eta=0.10$	$\gamma=-0.50$	$\beta=0.99$
<i>Parámetros tecnológicos:</i>	$\nu=4.0$	$\mu=0.64$	$\sigma=0.28 \times 10^{-5}$	
	$\delta=0.10$	$\lambda=1.0$		
	$\varphi_1=\varphi_2=\varphi_3=\varphi_4=0.25$			
<i>Varianzas de los shocks:</i>	$var(\zeta_1)=0.0090^2$		$var(\zeta)=0.0018^2$	
	$var(\zeta_3)=0.0090^2$			

Al usar estos parámetros en el modelo y comparar las varianzas obtenidas con las observadas en las series correspondientes a la economía de Estados Unidos

se encontró que en ambos casos la variabilidad de la inversión es alta (6.45% para el modelo y 5.1% para los datos reales) y la variabilidad en el consumo es muy baja (0.63% para el modelo y 1.3% para los datos reales).

Asimismo, se encontró que la correlación entre el consumo y el producto es alta (0.94 para el modelo y 0.74 para los datos reales), como también lo es la correlación entre las horas trabajadas y el producto (0.93 en el modelo y 0.85 para los datos reales). Como predice el modelo, la correlación entre la productividad y el producto es baja al analizar los datos de la economía estadounidense (0.10), aunque los parámetros escogidos no conducen al mismo resultado en el modelo (la correlación entre la productividad y el producto es de 0.90). Finalmente se encontró correlación negativa entre los inventos y el producto, y entre el stock de capital y el producto usando los parámetros del modelo y los datos reales.

F) Resultados de desempleo

En general, la relación entre el producto y el empleo se obtiene a través de una función de utilidad aditivamente separable en el tiempo que permita la sustitución intertemporal del ocio; así, los consumidores trasladan su oferta de trabajo a los periodos en los cuales el salario es mayor, y trasladan el ocio hacia los momentos en que el salario es bajo.

Este modelo, se basa en una función de utilidad no separable en el tiempo, pero que considera el consumo en el periodo actual y el ocio multiplicado por un factor de rezago (12); si este factor es positivo, entonces las elecciones pasadas de ocio implican alta utilidad marginal del ocio en el presente; si es cercano a cero, entonces el ocio es perfectamente sustituible entre distintos periodos, y por ende puede trasladarse la oferta de trabajo hacia los momentos en que el salario es alto.

Las ecuaciones (29), (30) y (31) muestran que el producto, el stock de capital y el consumo son funciones de la cantidad de trabajo. Además el salario que se paga es exactamente el valor de la productividad marginal del trabajo; mientras que la oferta laboral depende de la relación capital producto y de la tasa de interés (y a través de ésta, del salario).

La evidencia empírica que completa el estudio de Kydland y Prescott, muestra la presencia de una fuerte correlación entre la cantidad de horas trabajadas y el producto total, así como entre el consumo y el producto total.

La pretensión del modelo es explicar los co - movimientos (o variaciones en el mismo sentido) del empleo, el consumo, la producción y los salarios. Sin embargo, esto se logra por la introducción exógena de un shock tecnológico; aunque el shock que ocurre en el periodo actual no es observado, sí se conoce el comportamiento de sus componentes. Por supuestos del modelo, se asume que el shock ocurrido en el momento actual afecta al consumo y a la inversión actuales, siendo estos los constituyentes de la producción, resulta que ésta también se ve modificada; pero además, como el salario es una fracción del producto total, entonces se modifica igualmente, y si la oferta de trabajo depende del salario, entonces se ve alterada a través de éste.

En síntesis, se observa que el salario, el empleo y el producto fluctúan en la misma dirección, aunque sólo porque así se estableció como supuesto.

Mientras que la magnitud del empleo (o del desempleo) se determina por las características del shock tecnológico exógeno y de las propiedades de la función de utilidad, el origen del desempleo no puede mostrarse porque se asume la igualdad permanente de la oferta y demanda de trabajo.

6.5 CRÍTICA A LA NUEVA MACROECONOMÍA CLÁSICA (HAHN - SOLOW, 1995)

6.5.1 Introducción

En esta sección se expone la crítica sustentada por Frank Hahn y Robert Solow (1995) a la macroeconomía ortodoxa, especialmente dirigida a la Nueva Escuela Clásica.

Su discurso es relevante, porque ambos autores han tenido una contribución insustituible al fortalecimiento del pensamiento tradicional, y sobre todo, porque su preocupación fundamental no es ajena al objetivo de la ciencia económica.

El problema central de la investigación teórica para los economistas es encontrar los mecanismos que permitan que todos los seres humanos se beneficien de los procesos económicos. La gran responsabilidad de la ciencia económica es explicar, desde sus bases axiomáticas y metodológicas, cómo se han

originado los graves problemas que padecen nuestras sociedades entre los que destacan el desempleo y la pobreza.

Sin embargo, para la ortodoxia neoclásica, estos problemas no existen, y lo único que puede hacerse para evitar su posible manifestación, es eliminar las rigideces y obstáculos al libre movimiento de las variables económicas.

La denuncia de Hahn y Solow es precisamente la omisión del objetivo fundamental de la ciencia económica en la teoría tradicional.¹⁹

6.5.2 Implicaciones de la flexibilidad y rigidez de precios y salarios

En este apartado se presenta la propuesta formal de Hahn y Solow para examinar las implicaciones de la flexibilidad y de la rigidez de precios y salarios.

Los autores utilizan un escenario de generaciones traslapadas con presencia del sistema financiero. Entre sus resultados destacan: el comportamiento errático del equilibrio que difícilmente, tras una perturbación, retorna a su nivel inicial; y la efectividad de las políticas fiscal y monetaria para alcanzar un equilibrio de estado estacionario.

¹⁹ Hahn y Solow escriben: "We found that we shared a profound disagreement with the main trend of macroeconomic theory in the early 1980s, and we wanted to create some sort of respectable theoretical resistance to it... The irony here is that macroeconomics began as the study of large - scale economic pathologies: prolonged depression, mass unemployment, persistence inflation, etc. This focus was no invented by Keynes... Now, at last, macroeconomic theory has as its central conception a model in which such pathologies are, strictly speaking, unmentionable. There is no legal way to talk about them." Hahn, F. y Solow, R. 1995. *A Critical Essay on Modern Macroeconomic Theory*, Blackwell, Inglaterra.

Y respecto al empleo señalan: "Much contemporary macroeconomic theory leaves the impression that unemployment and recession are primarily the result of excessive rigidity of wages and prices, and perhaps the related immobility of labor. If only the artificial barriers to wage and price flexibility were removed -by the weakening of trade unions and the deregulation of industry and trade- the market mechanism would see to it that the labor market cleared. True unemployment disappear and business cycle fluctuations would be minimal. This sort of theory has practical consequences. Central bank governors and ministers of finance are given to saying in public, even while unemployment rates hover around 10 percent of the labor force, that they can do nothing about it and should do nothing about it. It is not their problem; the only proper policy is to chip away at obstacles to wage cuts and labor mobility. Wage flexibility will eventually do the rest. Presumably they have something more than competitive real depreciation in mind.

Another branch of macroeconomic theory holds that wages and prices are already adequately flexible, and that observed fluctuation in output and employment are not pathological at all. They are the economy's optimal response to unavoidable erratic shifts in tastes for goods and leisure and in the technology of production. The implication is that even if public policy could do something to increase production and reduce unemployment, the temptation should be resisted. ..

We have no sympathy with either view." Hahn y Solow (1995, 9-10).

Flexibilidad de precios y salarios

El modelo se desarrolla en un escenario de competencia perfecta, existe además propiedad privada y plena descentralización.

Las condiciones básicas del contexto de generaciones traslapadas se reproducen aquí: la economía se desarrolla a través de dos periodos, cada uno de ellos coexisten dos generaciones; en su primer periodo de vida, los agentes ofrecen su trabajo, y mediante su ahorro financian su consumo del siguiente periodo.

A) Consumidores

Supuesto 1. El agente que nace en el periodo t , G_t , vive durante dos periodos; en ambos su consumo es positivo, éste se designa por c_{tj} donde $j = t, t+1$.

Supuesto 2. Todas las generaciones tienen la misma función de utilidad: $u(c_{1t}, c_{1t+1})$ que es monótona y cóncava.

Supuesto 3. En su primer periodo de vida, el joven ofrece trabajo inelásticamente a las firmas, por el que recibe el salario real w_t en t .

Supuesto 4. Los individuos dividen su salario en consumo y ahorro:

$$c_{1t} + s_t \leq w_t \quad (1)$$

Supuesto 5. El ahorro puede conservarse en cualquiera de las siguientes dos formas: 1) puede prestar a las firmas a la tasa de rendimiento real r , 2) puede mantener tenencias de dinero real m_t .

Siendo:

$$x_t = \frac{p_{t+1}}{p_t}$$

Donde p_t es el precio monetario en t del único bien existente en la economía, y p_{t+1} el precio de dicho bien en el segundo periodo, entonces $1/x_t$ es la tasa real de rendimiento de las tenencias de dinero.

La restricción presupuestal del individuo en el segundo periodo es:

$$c_{2t+1} \leq r_t s_t - m_t \left[r_t - \frac{1}{x_t} \right] \quad (2)$$

El agente, conservará todo su ahorro en forma de dinero si $1/x_t > r_t$, prestará todo a las firmas si $1/x_t < r_t$, y será indiferente entre las dos formas de ahorro si $1/x_t = r_t$.

Supuesto 6. El gasto en consumo que planea realizar un individuo en el periodo $t+1$, implica depositar una cantidad de efectivo al inicio del segundo periodo equivalente a una fracción de su gasto: $(1/\xi)(p_{t+1} c_{2t+1})$. Entonces:

$$c_{2t+1} \leq \frac{\xi m_t}{x_t}, \quad \xi \geq 1 \quad (3)$$

Con este supuesto se evita que las tenencias de dinero sean nulas.

Si $r_t > 1/x_t$, los agentes no desearán conservar más dinero que el requerido por la restricción anterior.

Sustituyendo (3) en (2) se obtiene:

$$c_{2t+1} \leq r_t s_t - \left(\frac{c_{2t+1} x_t}{\xi} \right) \left[r_t - \frac{1}{x_t} \right]$$

$$\frac{c_{2t+1} [\xi x_t + x_t x_t r_t - x_t]}{\xi x_t} = r_t s_t$$

$$c_{2t+1} = \frac{\xi}{\xi + r_t x_t - 1} r_t s_t$$

$$c_{2t+1} = \theta_t r_t s_t \quad (4)$$

$$\theta_t = \frac{\xi}{\xi + r_t x_t - 1} < 1 \quad (5)$$

$\theta_t r_t$ es la tasa efectiva de rendimiento del ahorro, y θ_t es el factor que corrige la parte del ahorro que se compromete como tenencia de dinero.

Además:

$$v_t \equiv r_t x_t \quad v_t \geq 1 \quad (6)$$

Donde v_t es la razón de rendimiento real sobre los préstamos productivos y las tenencias de dinero.

Entonces, el consumidor escoge: c_{1t}^* , c_{2t+1}^* , s_t^* y m_t^* a partir del problema de optimización:

$$\text{Máx } u(c_{1t}, c_{1t+1})$$

Sujeto a:

$$c_{1t} + s_t \leq w_t$$

$$c_{2t+1} \leq \theta_t r_t s_t$$

$$c_{2t+1} \leq \frac{\xi m_t}{x_t}$$

Su solución depende de los valores de w_t , r_t y x_t .

De (3) y (4):

$$\xi m_t \geq x_t c_{2t+1} = \theta_t v_t s_t$$

$$m_t^* \geq \frac{\theta_t v_t s_t}{\xi} \quad (7)$$

Si $k_{t,s}$ es el monto real que se presta al sector productivo:

$$k_{t,s} = s_t - m_t^* = \Psi_t s_t \quad (8)$$

Donde:

$$\Psi_t = \frac{\xi - 1}{\xi + v_t - 1} \quad (9)$$

Y además:

$$\varphi_t = \theta_t \frac{\xi - 1}{\xi} \quad (10)$$

B) Firmas

Supuesto 7. La función de producción en t de una firma, depende de la cantidad del bien no consumido en $t-1$, y del trabajo empleado N_t .

$$y_t = F(k_{t-1}, N_t) \quad (11)$$

Esta función es homogénea de grado uno, estrictamente cóncava y satisface las condiciones de Inada.

Supuesto 8. Una firma F_t , nace al principio del periodo t . Durante el periodo t , la firma vende bonos de un periodo a los hogares en el monto nominal $p_t k_t$ y usa lo obtenido para comprar k_t de F_{t-1} .

Supuesto 9. La firma pide préstamos en dinero al sistema bancario, con lo cual paga salarios al principio del periodo $t+1$ (De aquí G_t obtiene el dinero necesario para comprarle bonos a F_t).

Supuesto 10. La firma usa k_t y el trabajo que alquila para producir y_{t+1} . Con esto paga las ganancias resultantes ($r_t, k_t p_{t+1}$) a G_t , y paga el préstamo al banco (asumiendo que la firma no paga intereses por este préstamo).

Supuesto 11. El sistema bancario dispone de una dotación de dinero \bar{M}_b , los préstamos que otorga a la firma no pueden exceder de esta cantidad.

Si $w_{t+1} N_{t+1}$ es el salario nominal que debe pagar la firma en $t+1$, entonces resulta la condición:

$$\bar{M}_b \geq w_{t+1} N_{t+1} \quad (12)$$

La hipótesis de la inelasticidad de la oferta de trabajo permite expresar al salario como:

$$w_t = F(k_{t-1}, 1) \quad (13)$$

Siendo $k_{t,d}$ la demanda de capital o demanda de bienes usados en la producción (u oferta de bonos emitida por la firma para financiar la compra de tales bienes), entonces:

$$k_{t,d} = \frac{r_t}{F_K} \quad (14)$$

Lo que se obtiene si $r_t = F_k(k_t, N_{t+1}) = F_k(k_t, 1)$

Para simplificar el modelo se asume que:

$$y_t = k_{t-1}^\beta, N_t^{1-\beta}, \quad 1 > \beta > 0 \quad (15)$$

$$k_{t,d} = \left[\frac{r_t}{\beta} \right]^{1/(\beta-1)} \quad (16)$$

$$y_t = \left[\frac{r_t}{\beta} \right]^{\beta/(\beta-1)} \quad (17)$$

$$w_t = (1-\beta) \left[\frac{r_{t-1}}{\beta} \right]^{1/(\beta-1)} \quad (18)$$

C) Equilibrio

Para obtener la ley de Walras, consideramos la restricción presupuestal de G_{t-1} en t :

$$c_{t-1t} = r_{t-1}k_{t-1} + \frac{m_{t-1}}{x_{t-1}} \quad (19)$$

La restricción de G_t puede escribirse como:

$$c_{1t} + m_t + k_{t,s} = w_t \quad (20)$$

Por tanto:

$$c_{1t} + c_{t-1t} + m_t + k_{t,s} - w_t - r_{t-1}k_{t-1} - \frac{m_{t-1}}{x_{t-1}} = 0 \quad (21)$$

Usando que: $y_t = w_t + r_{t-1}k_{t-1}$, y agregando $k_{t,d}$ se obtiene:

$$(c_{1t} + c_{t-1t} + k_{t,d} - y_t) + (k_{t,s} - k_{t,d}) + \left(m_t - \frac{m_{t-1}}{x_{t-1}} \right) \equiv 0 \quad (22)$$

La ecuación (22) expresa la ley de Walras. La ecuación no contiene una demanda excedente de trabajo porque los supuestos de inelasticidad de la oferta de trabajo y la igualdad del salario con la productividad marginal de trabajo garantizan que siempre se verifique el pleno empleo.

Siendo X_g la demanda excedente del único bien, X_b la demanda excedente de la deuda real y X_m la demanda excedente de dinero, entonces (22) se expresa así:

$$X_g + X_b + X_m \equiv 0 \quad (22b)$$

El exceso de demanda de bonos puede escribirse como una función:

$$\hat{k}_{t,s} = \Psi(v_t)s_t, \quad v_t \geq 1 \quad (23)$$

Que puede sustituirse por la ecuación (8).

Definición 1. Un equilibrio de previsión perfecta desde $t=1$ es una secuencia

$\{r_t^*\}_0^\infty$, $\{v_t^*\}_0^\infty$ y m_0^* tal que:

$$X_j = \varphi_j(r_0^*, v_0^*, r_1^*, v_1^*, m_0^*) = 0, \quad j = g, b, m \quad \text{para } t=1 \quad (24)$$

$$X_t = \varphi_j(r_{t-1}^*, v_{t-1}^*, r_t^*, v_t^*) = 0, \quad j = g, b, m \quad \text{para } t > 1 \quad (25)$$

El exceso de demanda de bienes $X_g = c_{1t} + c_{t-1t} + k_{t,d} - y_t$, puede expresarse en términos de unidades de producto:

$$X_g = (c_{1t} / y_t) + (c_{t-1t} / y_t) + (k_{t,d} / y_t) - 1 \quad (26)$$

Ahora se especifican los componentes de esta ecuación.

Para $k_{t,d}$, usamos $y_t = k_{t-1}^\beta$ y (17):

$$\frac{k_{t,d}}{y_t} = \frac{\beta}{r_t} \left[\frac{r_t}{r_{t-1}} \right]^{\beta/(\beta-1)} \quad (27)$$

El ingreso de G_t es $w_t = (1-\beta) y_t$. Siendo Q_t la tasa efectiva de rendimiento en t , es equivalente a: $Q_t = \theta_t r_t$. Puede describirse el consumo del agente en su primer periodo de vida así:

$$c_{1t} = c(\theta_t r_t) w_t \quad (28)$$

Usando (28):

$$\frac{c_{1t}}{y_t} = c(Q_t)(1-\beta) \quad (29)$$

Si $v > 1$, usando (8):

$$k_{t-1,s} = \Psi_{t-1} s_{t-1} = \frac{\xi-1}{\xi} \theta_{t-1} s_{t-1} = k_{t-1,d} \quad (30)$$

Si G_{t-1} recibe $r_{t-1} \theta_{t-1} s_{t-1} = (\xi/(\xi-1)) r_{t-1} k_{t-1,d}$ en t , que gasta en consumo, entonces:

$$\frac{c_{t-1t}}{y_t} = \frac{\xi}{\xi-1} \frac{r_{t-1} k_{t-1,d}}{y_t} = \frac{\xi}{\xi-1} \beta \quad (31)$$

Si $v=1$, hay indiferencia en el destino del ahorro, G_{t-1} recibe en t el rendimiento efectivo de su ahorro en $t-1$, donde $s_{t-1} = s(Q_{t-1})(1-\beta)y_{t-1}$, siendo $s(Q_{t-1})$ la propensión a ahorrar, entonces:

$$\frac{c_{t-1t}}{y_t} = Q_{t-1}s(Q_{t-1})(1-\beta)\frac{y_{t-1}}{y_t}$$

$$\frac{c_{t-1t}}{y_t} = Q_{t-1}s(Q_{t-1})(1-\beta)\frac{(r_{t-1})^{\beta/(1-\beta)}}{r_{t-2}} \quad (32)$$

$$\frac{c_{t-1t}}{y_t} = \text{Máx} \left\{ \frac{\xi}{\xi-1} \frac{r_{t-1}k_{t-1,d}}{y_t}, Q_{t-1}s(Q_{t-1})(1-\beta)\frac{(r_{t-1})^{\beta/(1-\beta)}}{r_{t-2}} \right\} \quad (33)$$

Las trayectorias de equilibrio que resultan para las demandas excedentes de bien y de bonos son:

$$\hat{X}_g = \text{Máx} = \left\{ \frac{\xi}{\xi-1} \beta, Q_{t-1}s(Q_{t-1})(1-\beta)\frac{(r_{t-1})^{\beta/(1-\beta)}}{r_{t-2}} \right\} + (1-\beta)c(Q_t) + \frac{\beta}{r_t} \left(\frac{r_t}{r_{t-1}} \right)^{\beta/(\beta-1)} - 1 \quad (34)$$

$$\hat{X}_b = \frac{1}{y_t} (k_{t,s} - k_{t,d}) = \Psi(v_t)s(Q_t)(1-\beta) - \frac{\beta}{r_t} \left(\frac{r_t}{r_{t-1}} \right)^{\beta/(\beta-1)} \quad (35)$$

Un equilibrio de previsión perfecta tiene la propiedad de que en cualquier periodo t , $r_t = r^*$ y $x_t^* = 1$, o bien, $v_t^* = r_t^* = r^*$.

En la construcción realizada, existen dos tipos de equilibrio. En uno de ellos $v_t^* = r_t^* = 1$, por lo que los agentes son indiferentes entre ahorrar prestando a las firmas o manteniendo dinero; esto conduce a un equilibrio de estado estacionario con indiferencia de portafolio.

Otra posibilidad es que $v_t^* = r_t^* > 1$, entonces los agentes prefieren prestar a las firmas en lugar de mantener dinero, esta situación conduce a un equilibrio de estado estacionario con restricción de liquidez.

Ahora se evalúan las propiedades de los equilibrios.

Cuando $v_t^* = r_t^* > 1$, $x_t = x^* = 1$ y $r_t = r^*$ para todo t . Usando (35):

$$\Psi(r^*)s(Q(r^*)) = \frac{\beta}{(1-\beta)r^*}$$

Multiplicando ambos lados por r^* :

$$\Psi(r^*) = \frac{\xi - 1}{\xi} \theta^*$$

Siendo $Q = \theta r$, entonces:

$$\frac{\xi - 1}{\xi} Q(r^*) s(Q(r^*)) = \frac{\beta}{1 - \beta} \quad (36)$$

Si $x^*=1$, $Q(r^*) = \xi r^* / (\xi + r^* - 1)$, $Q(1) = 1$ y $Q(\infty) = \xi$, entonces:

$$\frac{\xi - 1}{\xi} s(1) \leq \frac{\beta}{1 - \beta} \leq (\xi - 1) s(\xi) \quad (37)$$

Esta ecuación es condición suficiente para que (36) tenga una solución $r^* > 1$, es decir, para que exista el estado estacionario con restricción de liquidez. Sin embargo pueden existir varias posibilidades, dependiendo de la forma que asuma $Qs(Q)$ (el consumo de la generación adulta cuando la tasa efectiva de retorno sobre su ahorro es Q).

Las posibilidades son: 1) Si $Qs(Q)$ es creciente en r^* el equilibrio de estado estacionario con restricciones de liquidez es único, 2) si $Qs(Q)$ es creciente y no se cumple (37) el equilibrio no existe, 3) si $Qs(Q)$ es no monótona existen dos equilibrios con restricciones de liquidez y uno con indiferencia de portafolio. Estas posibilidades se muestran en la gráfica 6.2.1.

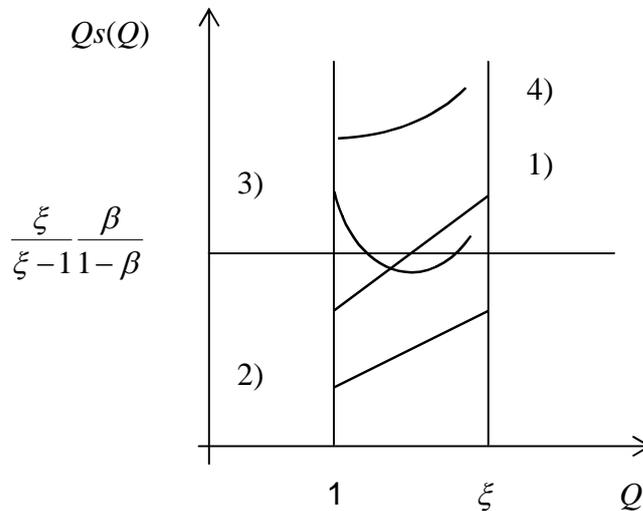
Para examinar las propiedades del equilibrio con indiferencia de portafolio usamos $v_i^* = r^* = 1$ y $k_s(r^*) \geq k_d(r^*)$ con lo que se obtiene:

$$\frac{\xi - 1}{\xi} s(1) \geq \frac{\beta}{1 - \beta} \quad (38)$$

Si $\hat{X}_g = 0$ para $r^*=1$, y como $Q(1) = (1)$, entonces:

$$\hat{X}_g = (1 - \beta)s(1) + (1 - \beta)c(1) + \beta - 1 \equiv 0 \quad (39)$$

La ecuación (39) es la condición necesaria y suficiente para una cuarta posibilidad: la existencia de un equilibrio de estado estacionario con indiferencia de portafolio.



D) Estabilidad del equilibrio

El modelo descrito bajo las condiciones convencionales de competencia perfecta, plena flexibilidad de precios y salarios, y vaciado de mercados, no se opone al resultado obtenido que muestra la posibilidad de que el equilibrio no sea único. La incompatibilidad con el escenario tradicional se obtiene cuando se muestra que ese equilibrio no es estable; a continuación se presenta lo que ocurre cuando se introduce alguna modificación en el equilibrio inicial.

Inicialmente, la economía se encuentra en un equilibrio de estado estacionario, en el que ha permanecido durante algún tiempo.

Supuesto 12. En $t = 1$ ocurre un shock no previsto por G_0 . Este shock consiste en un incremento permanente, aunque pequeño, de la oferta de trabajo a $h > 1$.

La cuestión es entonces determinar cómo se comportará la economía.

En principio, dada la flexibilidad salarial se obtendrá:

$$w_1 < w^* \tag{40}$$

Si la función de producción es de tipo Cobb - Douglas, entonces

$$w = (1 - \beta) \left[\frac{r^*}{\beta} \right]^{\beta/(\beta-1)} h^{-\beta} \tag{41}$$

Por lo tanto $w_1 h > w^*$, es decir el ingreso salarial después del shock excede a su valor de estado estacionario.

Además:

$$\frac{k_{t,d}}{y_t} = \beta h^\beta r_1^{1/(\beta-1)} r^* \beta^{1/(1-\beta)} = 0 \quad (42)$$

$$\hat{X}_g = \frac{1-\beta}{1+Q_1^{-\varepsilon}} + \beta h^\beta r_1^{1/(\beta-1)} r^* \beta^{1/(1-\beta)} + \frac{c_{01}}{y_1} - 1 = 0 \quad (43)$$

$$\hat{X}_b = \frac{\Psi(v_1)(1-\beta)}{1+Q_1^{-\varepsilon}} - \beta h^\beta r_1^{1/(\beta-1)} r^* \beta^{1/(1-\beta)} h^\beta = 0 \quad (44)$$

Las ecuaciones (43) y (44) se usan para determinar (v_1, r_1) .

La dificultad en su determinación es que no existe una forma precisa para conocer el valor de c_{01}/y_1 .

Si c_{01} es βy_t , entonces, al resolver (44) para r_1 :

$$r_1 = h^{1-\beta} r^* \left[\frac{Q_1}{1+Q_1^{-\varepsilon}} \frac{(1-\beta)(\xi-1)}{\beta\xi} \right]^{(\beta-1)/\beta} \equiv E(Q_1, h) \quad (45)$$

$E(Q_1, h)$ decrece de ∞ a 0 cuando Q_1 se incrementa de 0 a ∞ .

Sustituyendo (45) en (43):

$$\frac{1-\beta}{1+Q_1^{-\varepsilon}} + \frac{\beta}{r^* h^{1-\beta}} \left[\frac{Q_1}{1+Q_1^{-\varepsilon}} \frac{(1-\beta)(\xi-1)}{\beta\xi} \right]^{1/\beta} \equiv G(Q_1, h) = 1 - \frac{c_{01}}{y_1} \leq (1-\beta) \quad (46)$$

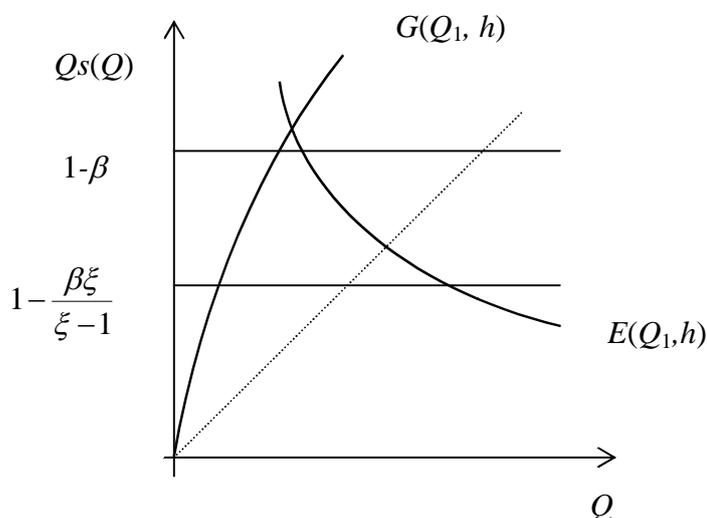
De donde se obtiene que $G(0, h) = 0$ y $G(\infty, h) = \infty$.

Las ecuaciones (45) y (46) describen cómo es el comportamiento de la tasa de rendimiento y del consumo del agente, cuando el shock ocurrido alejó a la economía del equilibrio de estado estacionario con restricciones de liquidez.

Cada elección de Q_1 implica una elección de c_{01} , pero $c_{01} = 1 - G(Q_1, h)$. Desde que G_0 gastará todos sus recursos, c_{01} debe satisfacer $c_{01} = M/p_1 + \beta y_1$, pero por el supuesto 6, G_0 debe mantener una cantidad de efectivo tal que $c_{01} \leq M/p_1 \equiv \xi(c_{01} - \beta y_1)$, entonces $c_{01}/y_1 \geq \beta/\xi(\xi-1)$ y por tanto:

$$G(Q_1, h) \leq 1 - \frac{\beta\xi}{\xi-1} \quad (47)$$

Equilibrio de estado estacionario con restricción de liquidez



Las ecuaciones (45) y (47) se representan en la gráfica 6.5.2 en el espacio conformado por $Q_s(Q)$ y Q , es decir, en el espacio cantidad de bienes - tasa de rendimiento. El nuevo equilibrio se define en la intersección de las curvas $E(Q_1, h)$ y $G(Q_1, h)$; la nueva situación representa igualmente el vaciado de todos los mercados, pero el salario real es mayor, el precio de los bienes es menor, y la demanda de bienes es mayor.

Cuando existe un equilibrio con indiferencia de portafolio, para persistir en éste, se requiere que $\hat{X}_b / y_t \geq 0$, o bien:

$$\beta r_1^{1/(\beta-1)} h^\beta \leq \frac{(1-\beta)(\xi-1)}{\xi(1+r_1^\varepsilon)} \quad (48)$$

Si c_{01}/y_t es β , entonces:

$$1 - \frac{c_{01}}{y} = \frac{1-\beta}{1+r_1^{-\varepsilon}} + \beta h^\beta r_1^{1/(\beta-1)} \leq 1-\beta \quad (49)$$

Al igual que en (47), por el supuesto 6, G_0 puede satisfacer la restricción sobre sus tenencias de dinero si $c_{01}/y_1 \geq \beta \xi / (\xi-1)$, usando esto en (49):

$$1 - \frac{1-\beta}{1+r_1^{-\varepsilon}} - \beta h^\beta r_1^{1/(\beta-1)} = \frac{\beta+r_1^{-\varepsilon}}{1+r_1^{-\varepsilon}} - \beta h^\beta r_1^{1/(\beta-1)} \geq \frac{\beta\xi}{\xi-1}$$

$$\beta h^\beta r_1^{1/(\beta-1)} \leq \frac{\beta+r_1^{-\varepsilon}}{1+r_1^{-\varepsilon}} - \frac{\beta\xi}{\xi-1} \quad (50)$$

La igualdad en la ecuación (50) implica el nuevo equilibrio dado por la intersección de la curva que representa el mercado de bienes (lado derecho) y el mercado de bonos (lado izquierdo). Este equilibrio se representa en el espacio cantidad de bienes - tasa de rendimiento en las gráficas 6.5.3 y 6.5.4.

Para conservar el equilibrio después del shock, se requiere que $r_1 \geq \bar{r}_1$.

Cuando ocurre un cambio $\varepsilon \leq 0$, $r=0$, la curva que describe el mercado de bienes (*RHS*) es $-\beta/(\xi-1)$ y crece asintóticamente a $1-\xi\beta/(\xi-1)$. La ecuación del mercado de bonos (*LHS*) cae asintóticamente al eje horizontal. Estas propiedades se representan en la gráfica 6.5.3.

Si $\varepsilon > 0$, entonces la curva (*RHS*) es decreciente en r_1 , y la curva (*LHS*) se mantiene constante porque su expresión no contiene la modificación ε . Esto se representa en la gráfica 6.2.4.

El resultado esencial es que la perturbación exógena puede conducir a un nuevo equilibrio de estado estacionario sólo si escogen los valores apropiados para los parámetros y variables que participan; pero difícilmente se retornará al equilibrio inicial. Además, si se alcanza un nuevo equilibrio, muy probablemente, las características de éste no serán deseables.

A continuación se muestra que la conjunción de las políticas monetaria y fiscal pueden conducir a la economía a un nuevo estado estacionario.

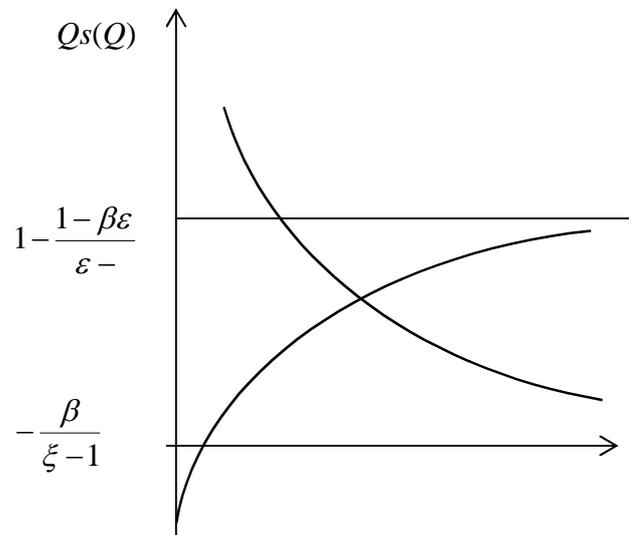
Cuando se incrementa la oferta de trabajo de 1 a h , en el pleno empleo la condición de igualdad entre el salario y la productividad marginal conduce a:

$$p_1 = h^\beta p^*$$

Para retornar al estado estacionario en $t = 2$, el gobierno debe inducir a G_1 a ahorrar hk^* , las firmas invertirán tales recursos si obtienen una tasa de retorno r^* , entonces se obtendrá $y_1 = h^{1-\beta}y^*$ y $y_2 = hy^*$. Las firmas y los hogares saben que $p_1=p_2=p_3$; las firma invertirán hk^* en $t=1$ si $r_1 = r^*$.

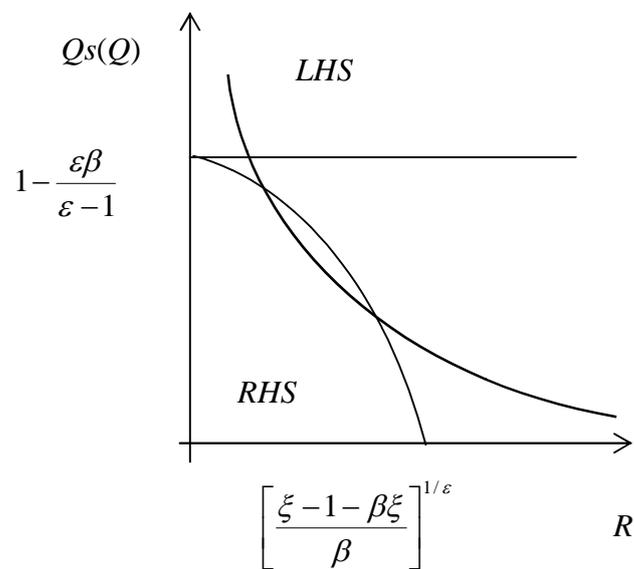
Gráfica 6.5.3

Equilibrio de estado estacionario con indiferencia de portafolio, cuando $\varepsilon \leq 0$



Gráfica 6.5.4

Equilibrio de estado estacionario con indiferencia de portafolio, cuando $\varepsilon > 0$



Supuesto 13. El gobierno proporciona un subsidio al ahorro de G_1 dado por $(\hat{r} - r^*)hk^*$, lo que permitirá que su rendimiento sea $\hat{r} = (1+t)r^*$.

Supuesto 14. El gobierno otorga a G_1 como obsequio una cantidad de dinero en el monto $p_1\Delta m_1$.

Entonces los recursos reales de los que dispone G_1 son: $w^*h^{1-\beta} + \Delta m_1$, el ahorro es: $s = w^*h^{1-\beta} + \Delta m_1 / (1 + v(\hat{r}^\varepsilon)\hat{r}^\varepsilon)$ y su demanda de bienes es $\Psi(\hat{r})s_1$.

Si la política es exitosa entonces:

$$hk^* = \frac{\Psi(\hat{r})(w^*h^{1-\beta} + \Delta m_1)}{1 + Q(\hat{r}^\varepsilon)} \quad (51)$$

Donde $Q(\hat{r}) = \theta(\hat{r})\hat{r}$ y $\hat{r} = (1+t)r^*$. Además:

$$c_{1t} = \frac{(w^*h^{1-\beta} + \Delta m_1)}{1 + Q(\hat{r}^\varepsilon)^{-\varepsilon}} \quad (52)$$

Para simplificar la notación, definimos:

$$H(\hat{r}) = \frac{1 + Q(\hat{r}^\varepsilon)}{\Psi(\hat{r})} \quad \text{y} \quad J(\hat{r}) = \frac{1}{1 + Q(\hat{r}^\varepsilon)^{-\varepsilon}}$$

Con esta notación (51) es:

$$\Delta m_1 = hk^* H(\hat{r}) - w^*h^{1-\beta} \quad (53)$$

Usando (52) y (53):

$$c_{01} = h^{1-\beta} y^* - hk^* - c_{1t}$$

$$c_{01} = h^{1-\beta} y^* - hk^* - c - J(\hat{r})H(\hat{r})hk^*$$

G_0 debe mantener una cantidad de dinero $p^*m^* = p^*\beta y^*/(\xi - 1)$ como adelanto a su consumo. Por tanto, la transferencia de dinero que debe hacerse a G_0 es:

$$\Delta m_0 = (c_{01} / \xi) - h^{-\beta} m^*$$

$$\Delta m_0 = \frac{1}{\xi} (h^{1-\beta} y^* - hk^* J(\hat{r})H(\hat{r})) - h^{-\beta} m^* \quad (54)$$

La intervención pública consistió entonces en una transferencia *lump sum* de $p_1\Delta m_0$ y $p_1\Delta m_1$ a G_0 y G_1 , y otorgar un subsidio a G_1 igual a $100(\hat{r} - r^*)$ del monto ahorrado. Si la economía está en estado estacionario en $t=2$, el dinero real disponible para G_2 será hm^* . La oferta preexistente de dinero real es $h^{-\beta}m^*$. La política monetaria añade entonces $(h-h^{-\beta})m^*$. Este hecho conduce a una condición necesaria para el éxito de la estabilización:

$$(\hat{r} - r^*)hr^* + \Delta m_0 + \Delta m_1 = (h - h^{-\beta})m^*$$

Usando (53) y (54) puede escribirse como:

$$\hat{r} + \left(1 - \frac{1}{\xi} J(\hat{r})(1 + \hat{r})\right) = r^* + \frac{1}{hk^*} \left(hm^* + w^* h^{1-\beta} - \frac{1}{\xi} h^{1-\beta} y^* + \frac{1}{\xi} \right) \quad (55)$$

Una política exitosa requiere que la ecuación (55) tenga una solución en \hat{r} ; mientras el lado derecho de la ecuación es uno cuando $\hat{r} = 0$, el lado izquierdo debe ser positivo, porque:

$$w^* h^{1-\beta} - \frac{1}{\xi} y^* h^{1-\beta} = \left(1 - \beta - \frac{1}{\xi}\right) y^* h^{1-\beta} = + \left(\frac{\xi - 1}{\xi}\right) \left(1 - \frac{\beta\xi - 1}{\xi - 1}\right) y h^{*1-\beta} > 0$$

Se requiere además imponer otra condición. Si h es demasiado grande, los rendimientos decrecientes del trabajo harán imposible incluso producir hk^* en el periodo 1, por lo que debe hacerse $k^* h^{1-\beta} > hk^*$, $h \leq k^{*\beta-1/\beta}$, o mejor:

$$hk^* + c_{1t} + \beta y h^{1-\beta} \leq y^* h^{1-\beta} \quad (56)$$

Que también puede expresarse como:

$$hk^* H(\hat{r}) \leq (1 - \beta) y^* h^{1-\beta} + \frac{\beta h y^*}{\xi - 1} \quad (56b)$$

Si $h = 1$, y $k^* = (1 - \beta) y^* / H(r^*)$:

$$H(\hat{r}) \leq H(\hat{r}) \left[h^{-\beta} + \frac{\beta}{(1 - \beta)(\xi - 1)} \right] \quad (56c)$$

Conforme h se incremente, el mercado de bonos (*LHS*) de (55) se incrementará y el mercado de bienes (*RHS*) decrecerá, por lo que el nuevo equilibrio de estado estacionario es posible.

Rigidez de precios y salarios

Supuesto 15. El tamaño de la oferta de trabajo es desconocido, pero $h > 1$ o $h < 1$, y $h \neq 1$.

Este supuesto significa que existe desempleo, como $h \neq 1$ el mercado de trabajo no se vacía.

La razón entre la tasa de rendimiento en el periodo actual y la tasa de rendimiento del periodo anterior se expresa como:

$$Z_t = \left(\frac{r_t}{r_{t-1}} \right)$$

La ecuación de exceso de demanda de bonos es:

$$k_{t,d} = h_{t+1} \left[\frac{r_t}{\beta} \right]^{-1/(1-\beta)} \quad (57)$$

El monto que se paga por salarios es:

$$w_t h_t = h_t (1 - \beta) \left[\frac{r_{t-1}}{\beta} \right]^{-\beta/(1-\beta)} \quad (58)$$

Utilizando (57) y (58):

$$\left(r_t^{-1} \beta Z_t^{-\beta/(1-\beta)} \right) \frac{h_{t+1}}{h_t} = \frac{\psi(v_t)(1-\beta)}{1+Q_t^\varepsilon} \quad (59)$$

Ahora se utiliza la curva de Phillips definida como:

$$\frac{w_{t+1}}{w_t} = \left(\frac{h_t}{h^*} \right)^{1/\mu} \quad \mu > 0 \quad (60)$$

Si $\mu = 0$, $h = h^*$ y el salario real se ajustaría para vaciar el mercado de trabajo en cada periodo.

Siendo:

$$a = \frac{\beta(1-\mu)}{1-\beta} \quad \text{y} \quad b = \frac{\mu\beta}{1-\beta}$$

Utilizando a y b en (60) se obtiene:

$$\frac{h_{t+1}}{h_t} = Z_{t+1}^{-b} Z_t^b \quad (61)$$

Reemplazando (61) en (59):

$$\beta r_t^{-1} Z_t^{-a} Z_{t+1}^{-b} = \frac{\psi(v_t)(1-\beta)}{1+Q_t^\varepsilon} \quad (62)$$

Utilizando $x_t = w_{t+1}/w_t$, se tiene:

$$x_t = Z_t^a Z_{t+1}^b \quad (63)$$

Reemplazando (63) en (62):

$$\frac{\beta}{v_t} = \frac{\beta}{r_t x_t} = \frac{\psi(v_t)(1-\beta)}{1+Q_t^\varepsilon} \quad (64)$$

Esta última ecuación representa el equilibrio en el mercado de bonos y es compatible con una tasa natural de empleo.

En este ejercicio, se introduce el desempleo como condición inicial asociada a una rigidez exógena, y sólo se muestra que mientras ocurre el equilibrio en otros mercados como el de bonos, puede existir desempleo desde que no se conoce la magnitud de la fuerza de trabajo.

6.5.3 El desempleo en la crítica a la Nueva Macroeconomía Clásica

En las secciones anteriores de este capítulo se mostraron algunas propuestas que intentan evidenciar la posibilidad de que las políticas monetaria y fiscal sí tienen efectos permanentes sobre la producción o el nivel de empleo.

Lo más importante, es que incluso algunas críticas han recuperado el argumento de que un impulso a la demanda de producto se traducirá en el

crecimiento del empleo, y por ende, el origen del desempleo resulta de una insuficiencia de demanda.

Sin embargo, en ningún caso se ha formalizado todo el planteamiento keynesiano; por su puesto, éste no es el propósito, pero sí explicar por qué puede originarse desempleo aun con plena flexibilidad de precios y salarios.

Debe observarse que el rasgo común de esas propuestas ha sido la introducción de algún factor exógeno que propicia la separación del pleno empleo, de modo que su participación es totalmente desconocida.

En el trabajo crítico de Hahn y Solow (1995), la gran aportación es mostrar que los criterios convencionales en los que se sustenta la teoría ortodoxa, no conducen necesariamente a los resultados esperados, y lo más grave es que las implicaciones de política económica derivadas de ella intentan aplicarse en las economías modernas.

Las denuncias puntuales de ambos autores son: la desvinculación entre el ejercicio teórico actual y el objetivo de la ciencia económica; la posibilidad de que la plena flexibilidad de precios y salarios no conduzca a la estabilidad del equilibrio; la pretensión de reducir la importancia de las políticas fiscal y monetaria en el incremento del producto y del empleo; el alcance del pleno empleo en la formalización ortodoxa sólo a partir de la introducción de parámetros y variables con característica específicas; y la creencia en una supuesta tasa natural de desempleo que debería aceptarse como objetivo.

Además, ambos autores reconocen que las condiciones iniciales que especifican el escenario analítico de los modelos tradicionales, implican *ex ante* situaciones de equilibrio en todos los mercados o de desempleo.

Aunque los autores puntualizan que su objetivo no es explicar el origen del desempleo, no logran superar esta última crítica, porque en sus explicaciones analíticas recurren precisamente a asociar la flexibilidad de precios al equilibrio del mercado de trabajo y la rigidez a la existencia del desempleo.

CAPÍTULO 7 TEORÍA DE LA INEXISTENCIA DEL MERCADO DE TRABAJO

En este capítulo presentamos la formalización básica de la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo (TIMT); especialmente subrayamos sus hipótesis de base y los resultados de desempleo involuntario y exogeneidad del salario real. Además, mostramos que las conclusiones obtenidas cuando el trabajo es el único factor de producción se reproducen cuando los insumos son el trabajo y el capital.

7.1 INTRODUCCIÓN

A continuación examinamos la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo (TIMT) en su formalización básica. El objeto de este estudio es destacar sus hipótesis de base y sus principales resultados: la existencia de desempleo involuntario y la determinación exógena del salario real.

Este análisis es extremadamente importante porque en la propuesta que presentamos en el capítulo siguiente, rescatamos una de las hipótesis en que se basa la TIMT, y evidenciamos que la otra es casi tan restrictiva como la neoclásica; entonces mostraremos que la corrección de ésta, también conduce a los resultados señalados.

La Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo surge ante la incapacidad de otros escenarios teóricos para explicar un fenómeno recurrente: el desempleo involuntario. Por supuesto, la pretensión y el alcance de la TIMT no se reducen a exhibir la generalidad de su marco analítico, ni a evidenciar las inconsistencias lógicas de los otros escenarios. Se trata, en cambio, de lograr una construcción teórica que permita explicar cómo se origina el desempleo involuntario, y una vez hecho esto, que posibilite la formulación de criterios de política económica que eviten la reproducción de ese fenómeno y que conduzcan a su descenso.

Es fundamental destacar que la TIMT sigue, en su construcción, a la metodología convencional, excepto porque corrige dos de los supuestos en que se basa la teoría del productor, una vez que ha demostrado su inexactitud.

Uno de los principales resultados de la TIMT es que el nivel de empleo se determina en función de la demanda efectiva, esta conclusión coincide con el argumento básico de la *Teoría General*; no obstante, mientras en la TIMT tal resultado se demuestra a partir de la crítica a la teoría tradicional del productor, en la *Teoría General* se sugiere como crítica a la teoría convencional del consumidor.

En las siguientes secciones se presentan el escenario básico de la TIMT cuando el trabajo es el único factor de producción, formalización que nos permite comparar sus resultados con el modelo neoclásico del apartado 3.2; un modelo ampliado donde se incluyen al trabajo y al capital como factores de producción, y que permite constatar los resultados del escenario básico, particularmente, el hecho de que no se constituye un mercado de trabajo y sí los mercados de bienes y de capital; finalmente, el capítulo concluye con la demostración de superioridad de las hipótesis en que se basa el productor bajo la TIMT, sobre las que utiliza el productor neoclásico.

7.2 MODELO BÁSICO, EL TRABAJO COMO ÚNICO FACTOR DE PRODUCCIÓN

A) Condiciones iniciales

El modelo se desarrolla en un escenario de competencia perfecta con propiedad privada y plena descentralización de las decisiones. La competencia perfecta implica la existencia de un número muy grande agentes, ninguno de los cuales tiene la capacidad de modificar por sí solo los precios, además de la existencia de información perfecta, y de la homogeneidad y perfecta divisibilidad de los bienes.

En la versión más simple se supone la presencia de dos agentes representativos: productores y consumidores. Como habitualmente ocurre, los productores buscan la maximización de sus beneficios sujetos a su restricción

tecnológica, mientras que los consumidores pretenden maximizar su utilidad considerando su restricción presupuestal.

También se supone que el sistema económico puede representarse a través de un solo periodo de producción, del que se obtiene un bien no durable.

La producción requiere únicamente la participación del trabajo. Aun cuando no exista un bien tangible que se utilice como insumo en la producción y al que pueda asociársele el concepto de capital, en este modelo se acepta una noción más amplia de capital, según la cual, está implícito en las relaciones de producción y por tanto, en el trabajo asalariado y en la propiedad de los medios de producción.

B) Productores

Los productores pretenden obtener la máxima ganancia de cada unidad de recursos que utilizan en la producción. Entonces, su masa de beneficios resulta de aplicar una tasa de beneficio al total de los recursos usados, es decir:

$$\Pi = \pi(wN_d) \quad (1)$$

Donde Π es la masa de beneficios, π es la tasa de beneficio, w el salario por unidad de trabajo y N_d el total del trabajo empleado.

Usando (1) en la definición tradicional de ganancia del productor:

$$\Pi = pQ_s - wN_d \quad (2)$$

Se obtiene:

$$\pi(wN_d) = pQ_s - wN_d$$

$$(1 + \pi) = \frac{pQ_s}{wN_d} \quad (3)$$

A partir de la ecuación (3) se propone la siguiente hipótesis:

Hipótesis 1. Los productores actúan racionalmente cuando maximizan su tasa de beneficios porque al hacerlo obtienen el máximo rendimiento de los factores, y en consecuencia maximizan también la masa de beneficios.

Esta hipótesis conduce a la siguiente función objetivo:

$$\text{Máx } (1 + \pi) = \frac{pQ_s}{wN_d} \quad (4)$$

Por otro lado, a diferencia del escenario convencional, donde la tecnología se define simplemente como el proceso de ingeniería por el que se transforman los insumos en bienes, aquí se supone que la tecnología debe incluir también la capacidad de gestión de las firmas. Esta idea da lugar a la siguiente hipótesis:

Hipótesis 2. La tecnología se define como la relación entre organización e ingeniería que hace posible la producción. La organización implica esfuerzo de trabajo con producto nulo y determina la vida de la empresa, produzca o no; la organización sirve para aumentar la capacidad de administración de contratos (o relaciones de compra y venta). Al esfuerzo de trabajo con producto nulo se le denomina costos de instalación.

Formalmente esta hipótesis se expresa como:

$$Q_s = f(N_d - T^*) \quad (5)$$

Donde la oferta de producto Q_s es una función de la cantidad de trabajo que se dedica a la ingeniería $N_d - T^*$; o bien, de la cantidad de trabajo total N_d , a la que se restan los costos de instalación T^* (es decir, la cantidad de trabajo que se dedica a la organización).

La función de producción (5) se representa en la gráfica 7.2.1. En esta gráfica se hace evidente que N_d es la cantidad de trabajo total empleada por el productor, T^* es el monto de trabajo dedicado a la organización que no genera producto, y la fracción $N_d - T^*$ es la cantidad de trabajo demandado que sí genera producto.

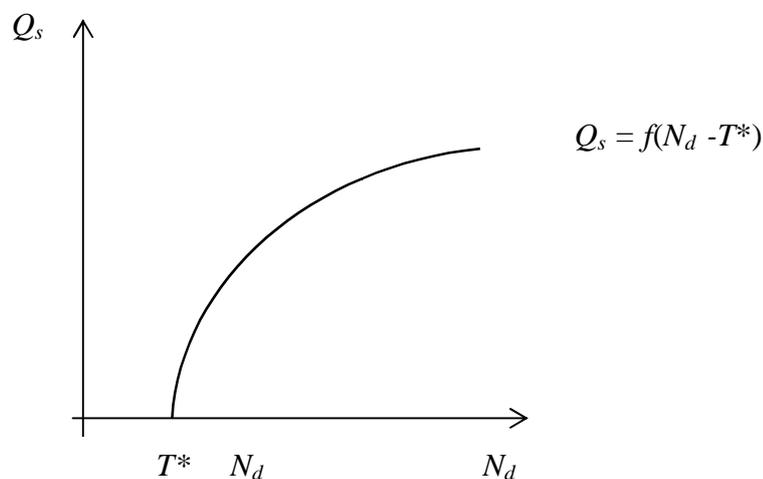
La función de producción es positiva decreciente de la cantidad de trabajo empleado, en el intervalo (T^*, N_d) , y nula para magnitudes de trabajo inferiores e iguales a T^* .

Con base en las dos hipótesis señaladas, el problema y solución del productor son los siguientes:

$$\text{Máx } (1 + \pi) = \frac{pQ_s}{wN_d} \quad (4)$$

$$\text{S. a } Q_s = f(N_d - T^*) \quad (5)$$

Función de producción con costos de instalación



Reemplazando la restricción tecnológica en la función objetivo:

$$(1 + \pi) = \frac{pf(N_d - T^*)}{wN_d} \quad (6)$$

$$\frac{\partial(1 + \pi)}{\partial N_d} = \frac{pf'(N_d - T^*)wN_d - pf(N_d - T^*)w}{w^2(N_d)^2}$$

$$f' = \frac{f(N_d - T^*)}{N_d} \quad (7)$$

Las ecuaciones (5) y (7) son las condiciones de equilibrio de la firma. La condición (7) establece que se produce donde el producto marginal del trabajo iguale al producto medio.

Supuesto 1. La función oferta de producto es homogénea de grado μ , tal que $1 > \mu > 0$.

Por el Teorema de Euler, de (5):

$$\mu Q_s = f'(N_d - T^*) \quad (8)$$

$$f' = \mu \left(\frac{Q_s}{N_d - T^*} \right) \quad (8b)$$

Usando (5) en (8b):

$$f' = \frac{\mu f(N_d - T^*)}{N_d - T^*} \quad (8c)$$

Igualando (7) y (8c):

$$\frac{\mu f(N_d - T^*)}{N_d - T^*} = \frac{f(N_d - T^*)}{N_d}$$

$$N_d = T^*(1 - \mu)^{-1} \quad (9)$$

De la cual:

$$\frac{\partial N_d}{\partial T^*} = \frac{1}{1 - \mu} > 0$$

$$\frac{\partial^2 N_d}{\partial (T^*)^2} = 0$$

La demanda de trabajo es positiva constante de los costos de instalación e independiente del salario real.

La gráfica 7.2.2 muestra la relación entre la demanda de trabajo total N_d y los costos de instalación. Por la ecuación (9) se sabe que la inclinación de la recta depende del grado de homogeneidad de la función de producción; si $\mu \rightarrow 0$, la recta se aproxima a los 45°, si $\mu \rightarrow 1$, la recta tiende a ser paralela al eje de las ordenadas.

Reemplazando (9) en (5):

$$Q_s = f\left(T^* \frac{\mu}{1 - \mu}\right) \quad (10)$$

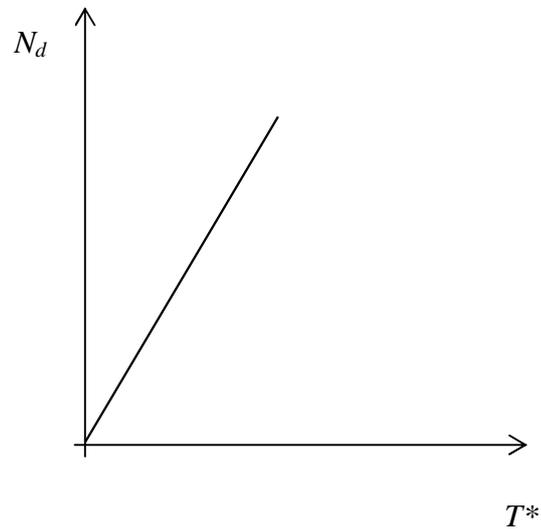
Cuyas propiedades son:

$$\frac{\partial Q_s}{\partial T^*} = f'(\cdot) \frac{\mu}{1 - \mu} > 0$$

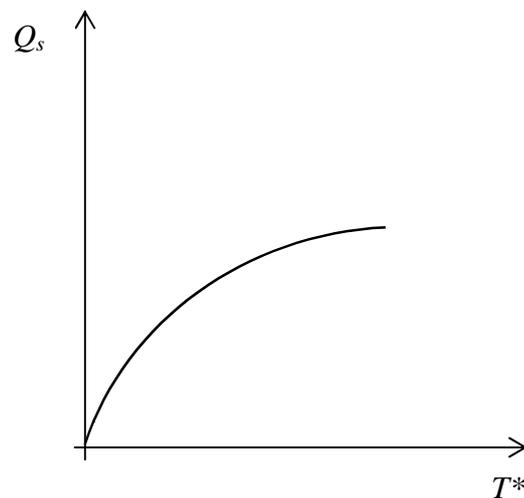
$$\frac{\partial^2 Q_s}{\partial (T^*)^2} = f''(\cdot) \frac{\mu}{1 - \mu} < 0$$

La oferta de producto es independiente de los precios relativos y es positiva decreciente de los costos de instalación.

Gráfica 7.2.2
Demanda de trabajo



Gráfica 7.2.3
Oferta de producto



C) Consumidores

Supuesto 2. La función de utilidad del consumidor es cóncava, continua y diferenciable en todos sus puntos.

$$U = u(Q_d, S)$$

Supuesto 3. El tiempo dedicado al ocio S , es igual al tiempo biológicamente disponible para el trabajo por el individuo τ , menos el que se ofrece N_s .

El problema de maximización del consumidor es:

$$\text{Máx } U = u(Q_d, S) \quad (11)$$

$$\text{S. a } (1 + \pi)wN_s = pQ_d \quad (12)$$

$$L(U) = u(Q_d, S) + \lambda[(1 + \pi)wN_s - pQ_d] \quad (13)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q_d} = u'Q_d - \lambda p \quad u'Q_d = \lambda p \quad (14)$$

$$\frac{\partial L}{\partial N_s} = -u'S + \lambda(1 + \pi)w \quad -u'S = -\lambda(1 + \pi)w \quad (15)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = (1 + \pi)wN_s - pQ_d \quad (1 + \pi)wN_s = pQ_d \quad (16)$$

Para determinar las condiciones de equilibrio, dividimos (15) entre (14):

$$\frac{\partial L / \partial N_s}{\partial L / \partial Q_d} = \frac{u'S}{u'Q_d} = \frac{(1 + \pi)w}{p}$$

El parámetro φ representa los gustos y preferencias, expresa la relación inversa y proporcional entre el consumo y el ocio, entonces:

$$\frac{\varphi Q_d}{(\tau - N_s)} = \frac{(1 + \pi)w}{p} \quad (17)$$

De (12):

$$Q_d = \frac{(1 + \pi) + wN_s}{p} \quad (12b)$$

Reemplazando (12b) en (17):

$$\frac{\varphi \frac{(1 + \pi)wN_s}{p}}{(\tau - N_s)} = \frac{(1 + \pi)w}{p}$$

Resolviendo para N_s :

$$N_s = \frac{\tau}{1+\varphi} \quad (18)$$

Cuya propiedad fundamental es:

$$\frac{\partial N_s}{\partial w/p} = 0$$

La oferta de trabajo es inelástica al salario real (gráfica 7.2.4).

Sustituyendo (18) en (12b) y resolviendo para Q_d :

$$Q_d = (1+\pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1+\varphi} \quad (19)$$

Evaluando sus propiedades:

$$\frac{\partial Q_d}{\partial p/w} = -\left(\frac{p}{w}\right)^{-2} \frac{(1+\pi)\tau}{1+\varphi} < 0$$

$$\frac{\partial^2 Q_d}{\partial (p/w)^2} = 2\left(\frac{p}{w}\right)^{-3} \frac{(1+\pi)\tau}{1+\varphi} > 0$$

Es decir se trata, la demanda de producto es una función (Marshall) con pendiente negativa creciente respecto a los precios relativos.

Y:

$$\frac{\partial Q_d}{\partial [(1+\pi)w\tau]} = \frac{1}{p(1+\varphi)} > 0$$

$$\frac{\partial^2 Q_d}{\partial [(1+\pi)w\tau]^2} = 0$$

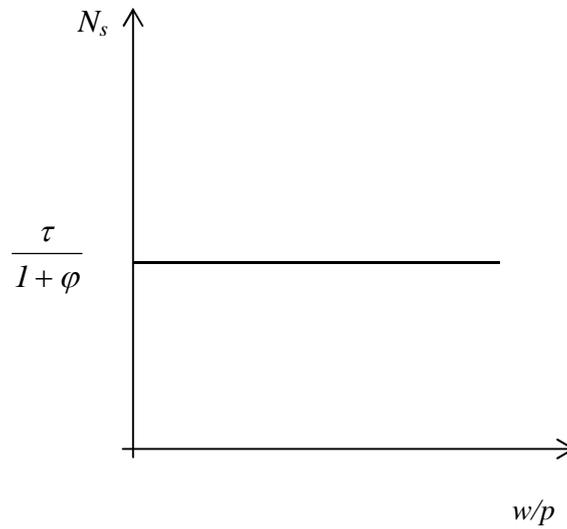
Es una función (Engel) positiva constante respecto al ingreso.

D) Equilibrio general

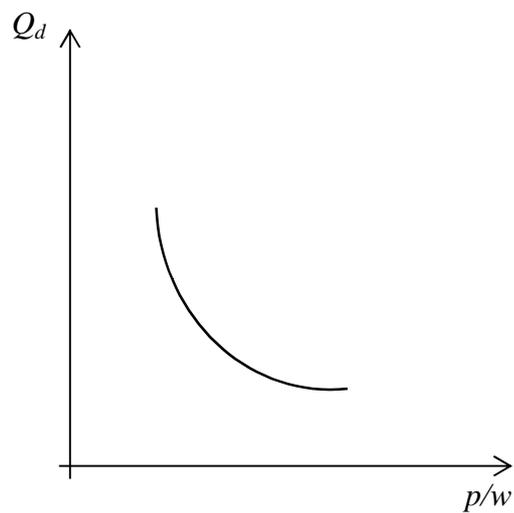
En primer término, la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo muestra que no se verifica la igualdad entre la productividad marginal del trabajo y el salario real, sino entre la productividad marginal del trabajo y el producto medio; con

esta última condición se asegura la máxima tasa y masa de beneficios para el productor.¹

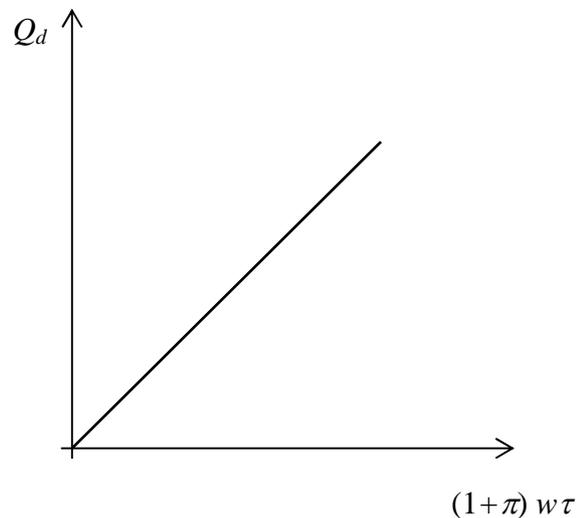
Gráfica 7.2.4
Oferta de trabajo



Gráfica 7.2.5
Demanda de producto respecto a los precios relativos



¹ En la sección 7.4 se evidenciará la superioridad de las hipótesis propuestas por la TIMT sobre las neoclásicas para los resultados de maximización de ganancias del productor.



Para cada empresa, la oferta de bien se determina considerando la función de producción $Q_s = f(N_d - T^*)$, que se ha definido como positiva decreciente de la demanda de trabajo en el intervalo (T^*, N_d) . El equilibrio de la firma individual ocurre donde son tangentes la productividad marginal del trabajo (la pendiente de la función de producción) y el producto medio de acuerdo a (7); este equilibrio se muestra en la gráfica 7.2.7.

En equilibrio, el mercado de producto es:

$$Q_d - Q_s = 0$$

Sustituyendo aquí (19) y (10):

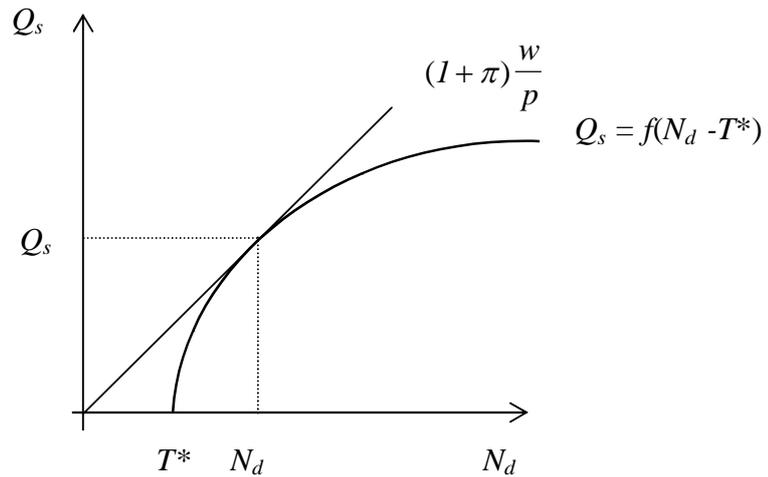
$$(1 + \pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1 + \varphi} = f\left(\frac{\mu T^*}{1 - \mu}\right) \quad (20)$$

$$(1 + \pi) \frac{w}{p} N_s = f(\mu N_d) \quad (20b)$$

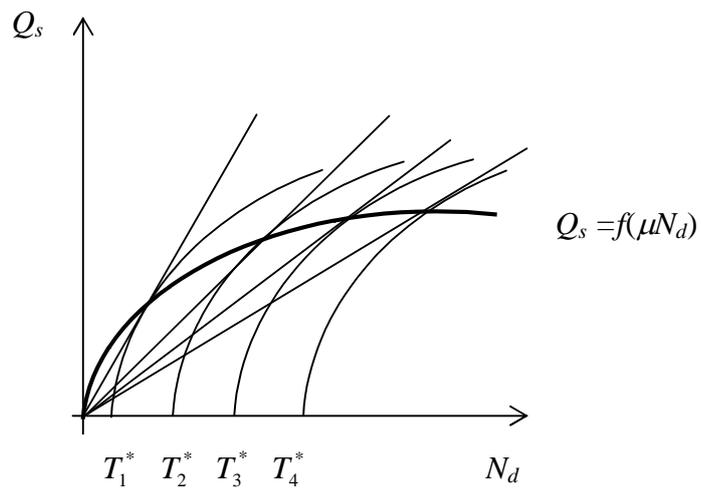
La ecuación (20b) muestra la igualdad entre el nivel de producto generado y producido, con el conjunto solución de las firmas. Este conjunto se forma por todos los puntos de posibles equilibrios (en los que coinciden producto marginal y producto

medio del trabajo), es positivo decreciente de la demanda de trabajo, y se representa por una función convexa en el intervalo $(0, N_d)$.

Gráfica 7.2.7
Equilibrio del productor



Gráfica 7.2.8
Conjunto solución de los productores



Para el sector laboral se sustituyen las ecuaciones (9) y (18):

$$N_d - N_s \leq 0$$

$$\frac{T^*}{1-\mu} - \frac{\tau}{1+\varphi} \leq 0 \quad (21)$$

De (21):

$$T^* = \frac{\tau(1-\mu)}{1+\varphi} \quad (22)$$

Esta expresión define los costos de instalación en pleno empleo.

Sustituyendo (22) en (20):

$$(1+\pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1+\varphi} = f \left(\frac{\mu \frac{\tau}{1+\varphi} (1-\mu)}{1-\mu} \right)$$

$$(1+\pi) \frac{w}{p} = \frac{f \left(\frac{\mu\tau}{1+\varphi} \right) (1+\varphi)}{\tau} \quad (23)$$

La ecuación (23) determina la magnitud del producto medio de pleno empleo.

Sea $w/p = \overline{w/p}$, el salario real negociado, tal que:

$$\frac{f \left(\frac{\mu\tau}{1+\varphi} \right) (1+\varphi)}{\tau} > \overline{\left(\frac{w}{p} \right)} > 0$$

Entonces:

$$(1+\bar{\pi}) = \frac{f \left(\frac{\mu\tau}{1+\varphi} \right) (1+\varphi)}{\tau \overline{\left(\frac{w}{p} \right)}} \quad (24)$$

Esta ecuación define el valor de la tasa de ganancia de equilibrio; indica que se obtiene una tasa de ganancia positiva, cuando el pago al trabajo es positivo, pero inferior al producto medio de pleno empleo.

Sabemos que: $N_d = T^* (1-\mu)^{-1}$ y que $Q_d = (1+\pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1+\varphi}$. Entonces de (20):

$$\frac{T^*}{1-\mu} = \mu^{-1} f^{-1} \left[(1+\pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1+\varphi} \right] \quad (25)$$

$$N_d = \mu^{-1} f^{-1} \left[(1+\pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1+\varphi} \right] \quad (25b)$$

$$N_d = \mu^{-1} f^{-1}(Q_d) \quad (25c)$$

La expresión (25b) presenta a la demanda de trabajo como función directa del salario real. Con la ecuación (25c) se obtiene que la demanda de trabajo del agregado es función directa de la demanda efectiva.

Y también de (25):

$$T^* = f^{-1} \left[(1+\pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1+\varphi} \right] \frac{1-\mu}{\mu} \quad (26)$$

$$T^* = f^{-1}[Q_d] \frac{1-\mu}{\mu} \quad (26b)$$

Esta expresión indica que los costos de instalación se determinan endógenamente, entre mayor sea la demanda de producto, mayor es la cantidad de recursos destinados a organización.

Nuevamente usamos la ecuación (25), con ella obtenemos la demanda efectiva:

$$Q_{de} = (1+\pi) \frac{w}{p} N_s \quad (27)$$

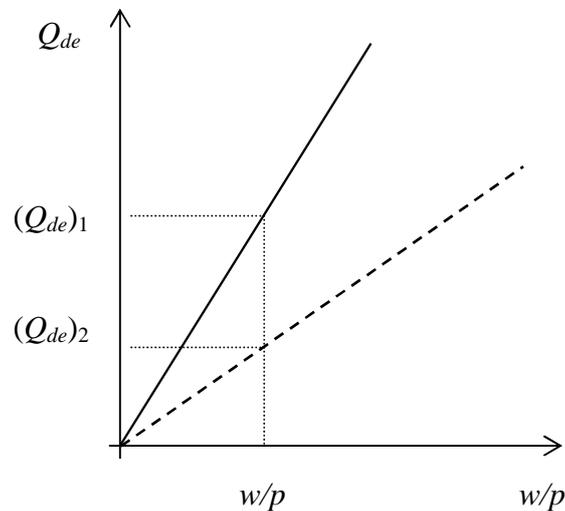
Sus propiedades son:

$$\frac{\partial Q_{de}}{\partial w/p} = (1+\pi) N_s > 0$$

$$\frac{\partial^2 Q_{de}}{\partial (w/p)^2} = 0$$

La demanda efectiva es positiva constante del salario real; su pendiente depende de la tasa de beneficio y del nivel de empleo, si disminuye cualquiera de estas magnitudes, la pendiente disminuye.

Gráfica 7.2.9
Demanda efectiva



En la gráfica anterior se representa en línea continua la pendiente de la demanda efectiva inicial; dado el salario real, la disminución del empleo o de la tasa de ganancia disminuyen la pendiente de la demanda efectiva (línea discontinua), por lo que se reduce la cantidad de bien que solicitan los consumidores.

La vinculación entre la demanda efectiva, el salario real, la oferta de producto y la demanda de trabajo se muestra en la gráfica 7.2.10. En ésta se observa que la disminución del salario real (hasta $(w/p)_2$), provoca la contracción de la demanda efectiva y la consecuente reducción de la oferta agregada y del nivel de empleo.

E) No neutralidad del dinero

El equilibrio del mercado monetario se expresa como la igualdad de la demanda M_d y la oferta de dinero M_o :

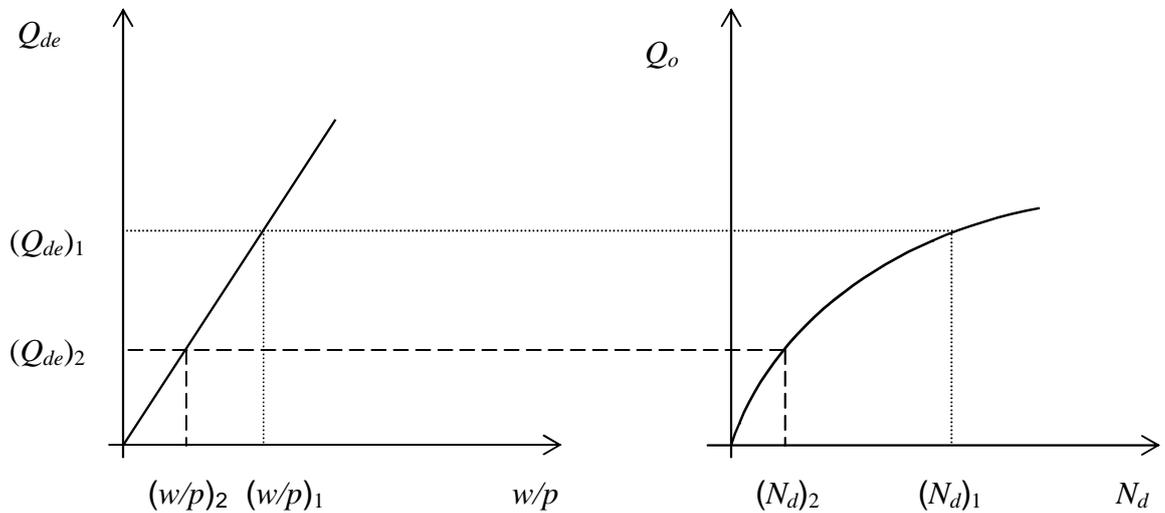
$$M_d - M_o = 0 \quad (28)$$

La demanda de dinero se determina de acuerdo al volumen de la demanda:

$$M_d = pQ_d \quad (29)$$

Gráfica 7.2.10

Relación entre demanda efectiva, salario real, oferta agregada y empleo



De las ecuaciones (19), (28) y (29) se obtiene que la cantidad de dinero introducida al sistema es justamente la requerida para realizar todas las transacciones, es decir, para pagar salarios y beneficios a los participantes de la producción, recursos que los consumidores utilizarán a su vez para comprar el producto generado a los empresarios.

$$M_o = pQ_d \quad (30)$$

$$p = \frac{M_o}{Q_d} \quad (30b)$$

Dado el salario nominal, el salario real se determina una vez que se conoce el nivel de precios p , que resulta de la relación entre la oferta monetaria y la cantidad demandada de producto.

El dinero es no neutral porque cualquier variación en la oferta monetaria ocasiona primero un impulso inflacionario, que se traduce en disminuciones de la producción y del empleo.

De (30b):

$$p = \frac{\varepsilon M_o}{Q_d} \quad \varepsilon > 0 \quad (30c)$$

$$\hat{p} = \varepsilon p \quad (31)$$

Sustituyendo (31) en (19) se hace evidente que para el nuevo nivel de precios, la cantidad demandada (y por tanto, la cantidad producida) es inferior a su nivel previo.

$$(1 + \pi) \frac{w}{\hat{p}} \frac{\tau}{1 + \varphi} < (1 + \pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1 + \varphi}$$

Igualmente, al usar (31) en (25b) se muestra que el nivel de empleo se reduce junto con el salario real.

$$\mu^{-1} f^{-1} \left[(1 + \pi) \frac{w}{\hat{p}} \frac{\tau}{1 + \varphi} \right] < \mu^{-1} f^{-1} \left[(1 + \pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1 + \varphi} \right]$$

F) Resultados de desempleo

En el escenario de la TIMT, el cálculo del equilibrio general permite determinar las magnitudes de los costos de instalación, del producto medio de pleno empleo, y a través de este último, la magnitud de la tasa de ganancia.

Entonces, aquí el equilibrio general es el vector de precios que permite la anulación de las demandas excedentes de los mercados (en el modelo expuesto, del mercado de producto, único mercado existente) y la maximización de la tasa de ganancia de los productores.

Ahora bien, las ecuaciones (9) y (18) muestran que la demanda y la oferta de trabajo no dependen del salario real, éste no es el precio que coordina las decisiones de los agentes.

Los productores determinan la demanda de trabajo en función de los costos de instalación, y éstos a su vez, se determinan en función de la cantidad de producto demandada por los consumidores; entonces, la cantidad de trabajo que se demanda, es justamente la que se requiere para generar el producto solicitado por los consumidores.

Como los agentes conocen su restricción presupuestal (12), saben que entre mayor sea su participación en el trabajo, se incrementará su ingreso por salarios y beneficios, y estarán en condiciones de demandar más producto; por lo tanto, la cantidad de trabajo que ofrecen es la máxima posible, y sólo se restringe por los gustos y preferencias.

Si no hay un criterio común que coordine las decisiones de oferta y demanda de trabajo, entonces, el mercado de trabajo no se constituye, en su lugar, existe un sector laboral, donde el salario nominal se negocia; si la oferta monetaria es exógena, la magnitud del salario real debe ser positiva e inferior al producto medio para asegurar una tasa de ganancia positiva.

El equilibrio de pleno empleo se muestra en la gráfica 7.2.11. En los cuadrantes *a* y *b* se representa el equilibrio del mercado de producto; en el cuadrante *c* se determina el precio del producto a partir de la oferta monetaria; en *f* se muestra el producto medio que iguala a la productividad marginal del trabajo señalada en *b*, y además muestra su vinculación con la tasa de ganancia en *d* cuando el salario es máximo ($\pi = 0$).

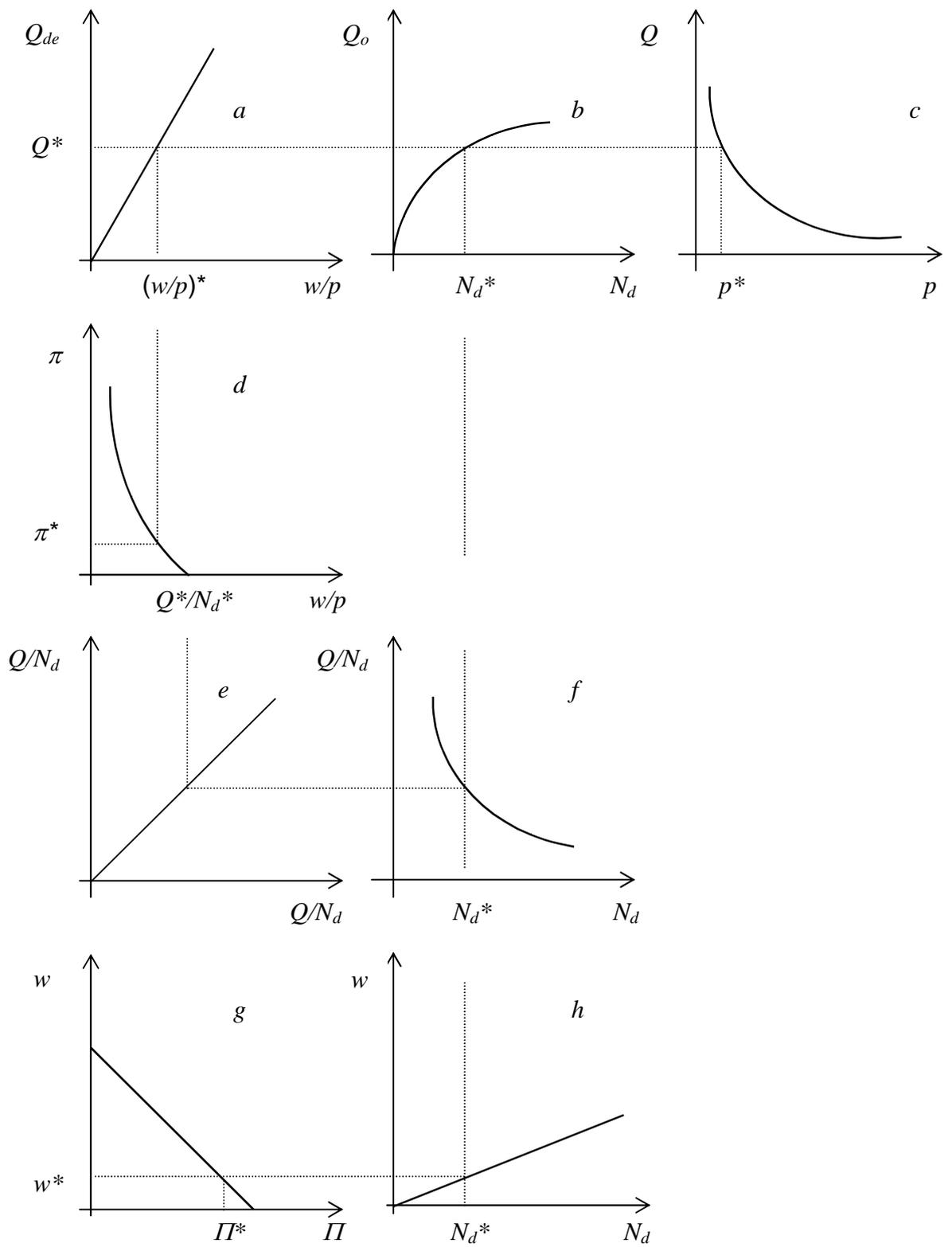
En la misma gráfica, los cuadrantes *g* y *h* muestran la distribución del ingreso monetario. La oferta monetaria se distribuye entre masa de salarios y masa de beneficios $M_o = w + \Pi$; en el cuadrante *h*, se determina la magnitud de la masa de salarios, y en el cuadrante *g* se asocia con la masa de ganancia.

El incremento en la oferta monetaria puede tener alguno de los siguientes efectos.

CASO 1.

Como se representa en la gráfica 7.2.12, el incremento exógeno de la cantidad de dinero origina el aumento del precio del producto, si existe una política de contención salarial, de modo que el salario nominal se mantiene constante y el salario real se reduce, entonces disminuirán la demanda y la oferta de producto; como se evidencia en los cuadrantes *b* y *f*, a estos cambios seguirán la contracción de la demanda de trabajo y con ella la aparición del desempleo.

Asimismo, se incrementarán el producto medio y la tasa de ganancia; por lo tanto, en términos monetarios, disminuirá la masa salarial y aumentará la masa de ganancias, es decir, cambiará la distribución del ingreso monetario a favor de los beneficios.



Debe precisarse que aun cuando la oferta monetaria permanezca invariable, una contracción exógena de la demanda efectiva provocará la contracción del empleo, e inflación por el aumento en el precio del producto; a ésta seguirá la disminución del salario real y la reproducción del círculo recesivo.

En resumen, en un escenario inflacionario la contención salarial conduce a la contracción de la actividad económica, expresada en la reducción de la producción y del empleo.

CASO 2.

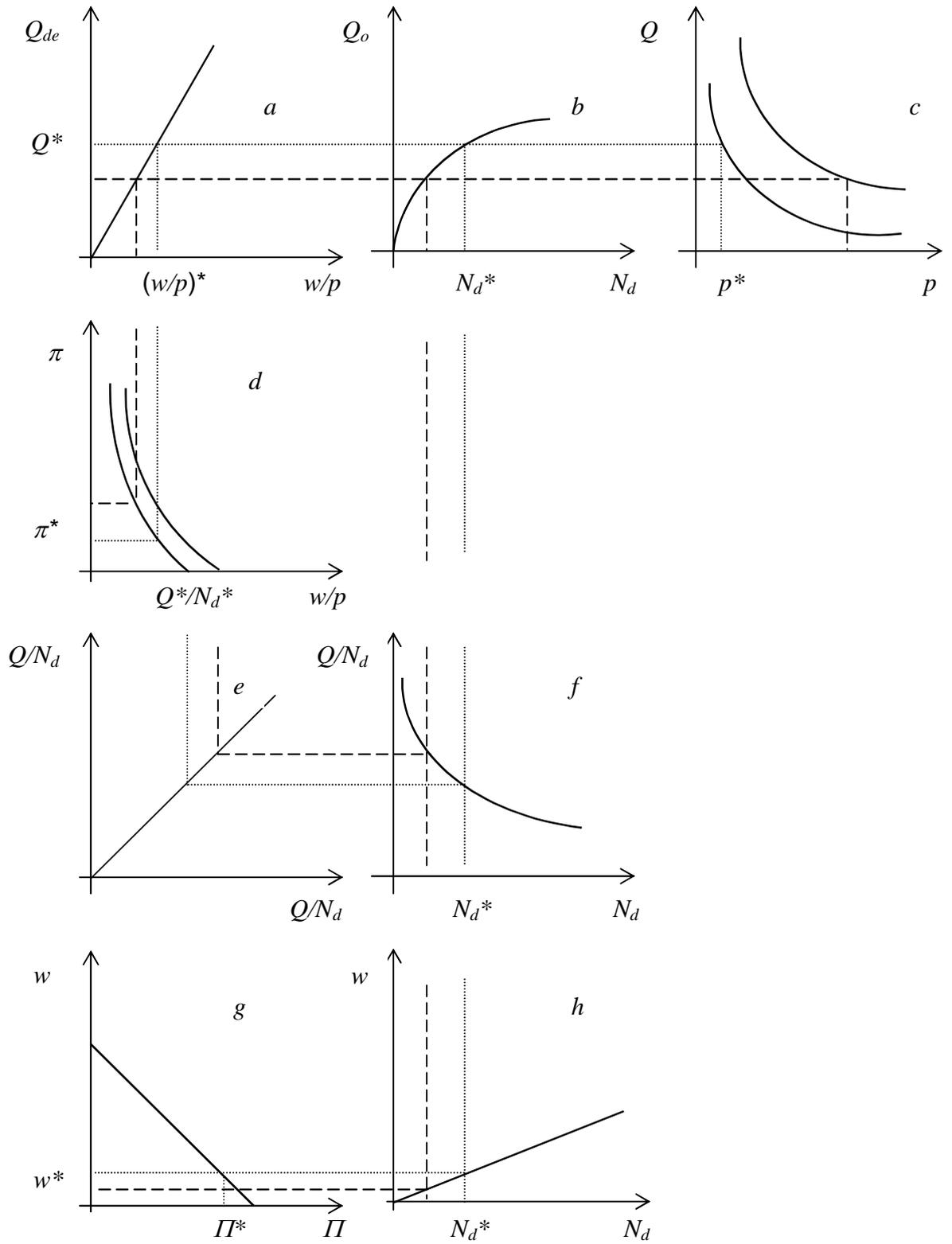
Si ante el incremento de la oferta monetaria, precios y salarios aumentan en la misma proporción, entonces la demanda efectiva, la oferta de producto y el nivel de empleo se mantienen constantes, es decir, en el nivel previo a la expansión monetaria.

Dado que la inflación tiene causas monetarias y reales, y efectos negativos para el sistema económico, la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo conduce, entre otros, a los siguientes criterios de política:

1) El control de la oferta monetaria no es suficiente para estabilizar el sistema económico.

2) En un escenario inflacionario, los salarios nominales deben indexarse al incremento de precios, así se evitaría la reproducción de los efectos contractivos sobre el producto y el empleo.

3) Si cuando existe deflación se mantiene la indexación de los salarios nominales al nivel de precios, se produce una situación con deflación y desempleo; en cambio, la política adecuada es mantener constantes los salarios nominales para que de esta forma, el crecimiento del salario real conduzca a la expansión de la demanda efectiva y del empleo.



7.3 MODELO AMPLIADO, TRABAJO Y CAPITAL COMO FACTORES DE PRODUCCIÓN ²

A continuación se amplía el modelo expuesto en la sección anterior para incluir al trabajo y al capital como factores de producción. Salvo este cambio, se preservan las condiciones de competencia perfecta y las hipótesis acerca del comportamiento de los agentes.

A) Productores

La utilización de trabajo N_d y capital físico Q_i en la producción, implica que la masa de ganancias se exprese como:

$$\Pi = pQ_s - [wN_d + (1+r^*)p_oQ_i] \quad (1)$$

Es decir, se utilizan recursos para pagar la remuneración de los factores ($wN_d + r^*p_oQ_i$) y para adquirir el capital físico p_oQ_i . Si la masa de beneficios resulta de aplicar una tasa de beneficio al total de los recursos usados, entonces:

$$\Pi = \pi[wN_d + (1+r^*)p_oQ_i] \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1) se obtiene:

$$(1+\pi) = \frac{pQ_s}{wN_d + (1+r^*)p_oQ_i} \quad (3)$$

Para simplificar el análisis puede hacerse que $r = (1+r^*)p_o$.

En este contexto, la restricción tecnológica se define como:

$$Q_s = [f(N_d - T^*), Q_i], \quad f(\cdot) = 0 \quad \text{si } (N_d, T^*)=0 \quad \text{o } Q_i = 0 \quad (4)$$

Supuesto 4. Los costos de instalación significan destinar a organización cantidades positivas de trabajo T^* y de capital físico Q_i^* , a esas magnitudes les corresponde producto nulo; en cambio, se genera producto cuando los niveles de trabajo y de capital son superiores a T^* y a Q_i^* .

² Esta sección recupera el modelo desarrollado en: Noriega, F. (1994). *Teoría del desempleo, la distribución y la pobreza*, Ariel Economía, México.

Debe notarse que interpretamos a Q_s como el total de la oferta de producto en el periodo actual, y a Q_i como la fracción que los empresarios demandan del producto generado en el periodo anterior $Q_{s\ t-1}$.

El problema de maximización de los productores es:

$$\text{Máx } (1 + \pi) = \frac{pQ_s}{wN_d + rQ_i} \quad (3)$$

$$\text{S. a } Q_s = [f(N_d - T^*), Q_i] \quad (4)$$

Reemplazando la restricción tecnológica en la función objetivo:

$$(1 + \pi) = \frac{pf[(N_d - T^*), Q_i]}{wN_d + rQ_i} \quad (5)$$

$$\frac{\partial(1 + \pi)}{\partial N_d} = \frac{pf'[(N_d - T^*), Q_i][wN_d + rQ_i] - pf[(N_d - T^*), Q_i]w}{[wN_d + rQ_i]^2}$$

$$\frac{pf'[(N_d - T^*), Q_i][wN_d + rQ_i]}{[wN_d + rQ_i]^2} = \frac{pf[(N_d - T^*), Q_i]w}{[wN_d + rQ_i]^2}$$

$$f'_{Nd} [wN_d + rQ_i] = wf[(N_d - T^*), Q_i] \quad (6)$$

$$\frac{\partial(1 + \pi)}{\partial Q_i} = \frac{pf'[(N_d - T^*), Q_i][wN_d + rQ_i] - pf[(N_d - T^*), Q_i]r}{[wN_d + rQ_i]^2}$$

$$f'_{Qi} [wN_d + rQ_i] = rf[(N_d - T^*), Q_i] \quad (7)$$

Dividiendo (6) entre (7):

$$\frac{f'_{Nd} [wN_d + rQ_i]}{f'_{Qi} [wN_d + rQ_i]} = \frac{wf[(N_d - T^*), Q_i]}{rf[(N_d - T^*), Q_i]}$$

$$\frac{f'_{Nd}}{f'_{Qi}} = \frac{w}{r} \quad (8)$$

Reemplazando (8) en (6):

$$f'_{Nd} [wN_d + rQ_i] = wf[(N_d - T^*), Q_i]$$

$$f'_{Nd} [wN_d + rQ_i] = r \frac{f'_{Nd}}{f'_{Qi}} [(N_d - T^*), Q_i]$$

$$f'_{Nd} [wN_d + rQ_i] = r \frac{f'_{Nd}}{f'_{Qi}} Q_s$$

$$f'_{Nd} w \left(\frac{N_d}{Q_s} \right) + f'_{Nd} r \left(\frac{Q_i}{Q_s} \right) = r \frac{f'_{Nd}}{f'_{Qi}}$$

$$f'_{Nd} \left[\frac{w}{r} \left(\frac{N_d}{Q_s} \right) + \left(\frac{Q_i}{Q_s} \right) \right] = \frac{f'_{Nd}}{f'_{Qi}}$$

$$f'_{Qi} \left[\frac{f'_{Nd}}{f'_{Qi}} \left(\frac{N_d}{Q_s} \right) + \left(\frac{Q_i}{Q_s} \right) \right] = 1$$

$$f'_{Nd} \left(\frac{N_d}{Q_s} \right) + f'_{Qi} \left(\frac{Q_i}{Q_s} \right) = 1 \quad (9)$$

Las ecuaciones (8) y (9) son las condiciones de equilibrio del productor. La primera indica que el productor maximiza su tasa de beneficio produciendo en la igualdad de la tasa marginal de sustitución técnica con la relación inversa de las remuneraciones a los factores productivos por unidad empleada; la condición (9) indica que en la maximización de la tasa de ganancia, la suma de las elasticidades trabajo y capital del producto iguala la unidad.

Dada:

$$Q_s = [f(N_d - T^*), Q_i] \quad (4)$$

Supuesto 5. La función de producción es homogénea de grado μ , $1 > \mu > 0$, entonces, por el teorema de Euler puede expresarse como:

$$\mu Q_s = [f'_{Nd} (N_d - T^*) + f'_{Qi} Q_i]$$

$$Q_s = \mu^{-1} [f'_{Nd} (N_d - T^*) + f'_{Qi} Q_i] \quad (4b)$$

De la ecuación (8) puede escribirse:

$$\frac{\phi Q_i}{(N_d - T^*)} = \frac{f'_{Nd}}{f'_{Qi}} \quad (10)$$

$$\frac{\phi f'_{Qi} Q_i}{(N_d - T^*)} = f'_{Nd} \quad (10b)$$

Donde ϕ representa la relación marginal de sustitución técnica, cuando la función de producción es homogénea y de la forma potencia positiva.

Reemplazando (10b) en (9):

$$\begin{aligned} \frac{\phi f'_{Q_i} Q_i}{(N_d - T^*)} \left(\frac{N_d}{Q_s} \right) + f'_{Q_i} \left(\frac{Q_i}{Q_s} \right) &= 1 \\ \frac{\phi f'_{Q_i} Q_i N_d}{(N_d - T^*)} + \frac{f'_{Q_i} Q_i}{Q_s} &= 1 \\ \frac{\phi f'_{Q_i} Q_i N_d + f'_{Q_i} Q_i (N_d - T^*)}{(N_d - T^*)} &= Q_s \end{aligned} \quad (11)$$

Reemplazando (10b) en (4b):

$$\begin{aligned} Q_s &= \frac{1}{\mu} \left[\frac{\phi f'_{Q_i} Q_i}{(N_d - T^*)} (N_d - T^*) + f'_{Q_i} Q_i \right] \\ Q_s &= \frac{1}{\mu} [f'_{Q_i} Q_i (1 + \phi)] \end{aligned} \quad (12)$$

Igualando (11) y (12), y resolviendo para N_d :

$$\begin{aligned} \frac{\phi f'_{Q_i} Q_i N_d + f'_{Q_i} Q_i (N_d - T^*)}{(N_d - T^*)} &= \frac{f'_{Q_i} Q_i (1 + \phi)}{\mu} \\ \frac{(1 + \phi) N_d - T^*}{(N_d - T^*)} &= \frac{(1 + \phi)}{\mu} \\ \mu [(1 + \phi) N_d - T^*] &= (1 + \phi) (N_d - T^*) \\ N_d &= \frac{N_d (1 + \phi)}{\mu (1 + \phi)} - \frac{(1 + \phi) T^*}{\mu (1 + \phi)} + \frac{\mu T^*}{\mu (1 + \phi)} \\ N_d &= T^* \frac{\mu - (1 + \phi)}{(1 + \phi)(\mu - 1)} \end{aligned} \quad (13)$$

O bien:

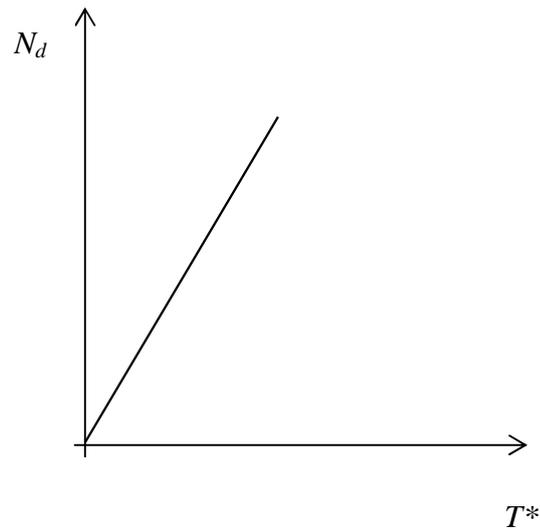
$$N_d = \nu T^* \quad (13b)$$

$$\nu = \frac{\mu - (1 + \phi)}{(1 + \phi)(\mu - 1)}$$

En (13b) se muestra que la demanda de trabajo es una función positiva constante de la cantidad de trabajo que se demanda para organización e independiente del salario real, al igual que ocurre en el escenario básico.

Gráfica 7.3.1

Demanda de trabajo respecto a los requerimientos de trabajo para organización



La única diferencia entre la demanda de trabajo (13b) y la obtenida en la sección anterior, es que ahora su pendiente está determinada no sólo por el grado de homogeneidad de la función de producción, sino también por la relación marginal de sustitución técnica entre el trabajo y el capital.

Sustituyendo (13b) en (10b) y resolviendo para Q_i :

$$\frac{\phi Q_i}{\nu T^* - T^*} = \frac{w}{r}$$

$$Q_i = \frac{1}{\phi} (\nu - 1) \left(\frac{w}{r} \right) T^* \quad (14)$$

Sus propiedades son:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial T^*} = \frac{1}{\phi} (\nu - 1) \frac{w}{r} > 0$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial T^{*2}} = 0$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial r} = -\frac{1}{\phi}(\nu-1)\left(\frac{r}{w}\right)^{-2} T^* < 0$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial r^2} = 2\frac{1}{\phi}(\nu-1)\left(\frac{r}{w}\right)^{-3} T^* > 0$$

Lo que significa que la demanda de capital por parte de las firmas, es función positiva constante de la cantidad de trabajo requerida para organización, y negativa creciente de la tasa de interés. Estas propiedades se muestran en las gráficas 7.3.2 y 7.3.3.

Sustituyendo (13b) y (14) en la función de producción:

$$Q_s = [f(N_d - T^*), Q_i]$$

$$Q_s = f\left[(\nu-1)T^*, \frac{1}{\phi}(\nu-1)\left(\frac{w}{r}\right)T^*\right] \quad (15)$$

De (15) resolvemos para T^* :

$$T^* = f^{-1}\left[Q_s, \frac{w}{r}\right]$$

$$T^* = f^{-1}(Q_s, r) \quad (16)$$

De acuerdo a (16), el volumen de trabajo demandado para organización T^* es mayor, mientras mayor sea la cantidad ofrecida de producto y menor sea la tasa de interés.

Al sustituir la ecuación (16) en (13b) y en (14) obtenemos la forma reducida de las funciones demanda de trabajo y demanda de capital:

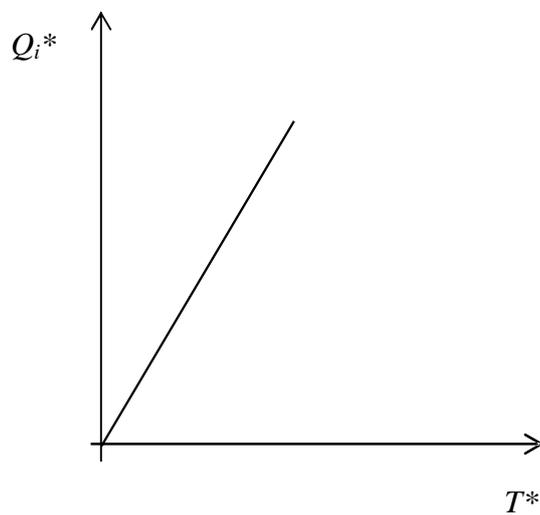
$$N_d = \nu f^{-1}(Q_s, r) \quad (13c)$$

$$Q_i = \frac{1}{\phi}(\nu-1)\left(\frac{w}{r}\right)f^{-1}(Q_s, r) \quad (14b)$$

De (13c) se observa que la demanda de trabajo depende de la cantidad de producto que se decide producir y de la tasa de interés; dada la sustitución existente en la función de producción entre el trabajo y el capital, entre menor sea la tasa de interés con respecto al salario, mayor será la contracción de la demanda de trabajo.

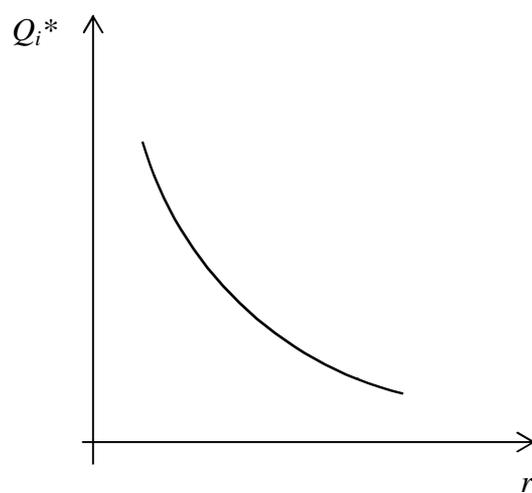
Gráfica 7.3.2

Relación entre la demanda de capital y la demanda de trabajo para organización



Gráfica 7.3.3

Demanda de capital para organización respecto a la tasa de interés



La ecuación (14b) confirma que la demanda de capital es positiva de los costos de instalación e inversa de la tasa de interés. A partir de nuestra interpretación de Q_s y Q_i , la ecuación (14b) indica que se demandó capital en el periodo anterior para usarse en el periodo de producción actual; esa demanda de capital estuvo determinada por la demanda efectiva esperada para el periodo actual y por la tasa de interés.

Supuesto 6. Los empresarios poseen previsión perfecta, de este modo, la cantidad de producto que deciden ofrecer Q_s , es exactamente la cantidad que les demanda el mercado Q_d .

Supuesto 7. La demanda efectiva esperada $Q_{d\ t+1}$ es proporcional a la demanda del periodo actual, Q_d , es decir, $Q_{d\ t+1} = gQ_d$.

A partir del supuesto 7, expresamos la demanda esperada de capital como:

$$Q_{i\ t+1} = \frac{1}{\phi}(\nu - 1)\eta\left(\frac{w}{r}\right)gf^{-1}(Q_s, r) \quad (14c)$$

Con (14c) se expresa cómo es la demanda de capital para cualquier periodo futuro, a partir de las variables del periodo anterior.

En la ecuación (16) se calculó la demanda de trabajo para organización T^* . Ahora calculamos la demanda de capital para usarse en organización Q_i^* .

Los costos totales están dados por:

$$C_t = wN_d + r Q_i \quad (17)$$

Sustituyendo (13b) en (17) y resolviendo para Q_i :

$$Q_i^* = \frac{C_t - w\nu T^*}{r}$$

$$Q_i^* = \frac{C_i}{r} - \frac{w}{r} T^* \quad (18)$$

Donde C_i son los costos totales de instalación constituidos por T^* y Q_i^* .

A partir del supuesto 6, y de la ecuación (1) la oferta de producto es:

$$Q_s = \frac{\Pi}{p} + \frac{w}{p} N_d + \frac{r}{p} Q_i \quad (19)$$

B) Consumidores

Supuesto 8. La función de utilidad de los consumidores depende del producto Q_c , saldos reales m^*/p y ocio S . Se trata de una función continua, convexa, homogénea de grado positivo en sus argumentos y de la forma potencia positiva.

$$U = u(Q_c, m^*/p, S) \quad (20)$$

Como en el modelo básico, el ocio S se define como el tiempo biológicamente disponible para el trabajo τ menos la oferta de trabajo N_s , es decir, $S = (\tau - N_s)$.

Supuesto 9. Los ingresos del consumidor se constituyen por las acciones que le corresponden por su propiedad sobre las firmas m_o , las percepciones que obtiene por beneficios al participar en la producción m_1 , las percepciones provenientes de los servicios de capital m_{Qi} y el monto correspondiente al pago por su trabajo wN_s ; sus egresos se forman por el valor del producto que demanda pQ_c y los recursos que aporta al sistema en el presente para financiar el capital que se empleará en el futuro m^*/p .

La restricción presupuestal del consumidor es:

$$m_o + m_1 + m_{Qi} + wN_s = pQ_c + m^* \quad (21)$$

Supuesto 10. La masa de recursos que el total de consumidores aporta al sistema para financiar el capital M^*/p es m veces el aporte de cada consumidor individual m^*/p .

$$M^*/p = m m^*/p$$

$$M^* = mm^* \quad (22)$$

Siendo $nr^*p_0Q_i$ el total de recursos que las empresas pagan por la utilización del capital, a cada agente se le retribuye con:

$$m_{Qi} = \frac{m^*}{M^*} nr^*p_0Q_i \quad (23)$$

Los ingresos actuales del consumidor por contribuir al financiamiento del capital de las empresas en el periodo vigente m_{Qi} , son resultado de su ahorro en el periodo anterior.

El problema de optimización del consumidor es:

$$\text{Máx } U = u(Q_c, m^*/p, S) \quad (20)$$

$$\text{S. a } m_o + m_1 + m_{Qi} + wN_s = pQ_c + m^* \quad (21)$$

$$L(U) = u(Q_c, S, m^*/p) + \lambda [m_o + m_1 + m_{Qi} + wN_s - pQ_c - m^*] \quad (24)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q_c} = u' Q_c - \lambda p \quad u' Q_c = \lambda p \quad (25)$$

$$\frac{\partial L}{\partial N_s} = -u' S + \lambda w \quad -u' S = -\lambda w \quad (26)$$

$$\frac{\partial L}{\partial m^*/p} = u' m^*/p - \lambda p \quad u' m^*/p = \lambda p \quad (27)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = m_o + m_1 + m_{Qi} + wN_s - pQ_c - m^* \quad m_o + m_1 + m_{Qi} + wN_s = pQ_c + m^* \quad (28)$$

Para hallar las condiciones de equilibrio, dividimos (25) entre (26) y (25) entre (27):

$$\frac{u' Q_c}{u' S} = \frac{p}{w} \quad (29)$$

$$\frac{u' Q_c}{u' m^*/p} = 1 \quad (30)$$

Dada una función de utilidad de la forma potencia positiva, la relación marginal de sustitución entre las cantidades demandadas de bien y de ocio, puede representarse con el parámetro, φ , y la relación entre las cantidades demandadas de bien y de saldos reales por el parámetro ψ , esos parámetros son $\varphi > 0$ y $\psi > 0$.

Escribiendo nuevamente las ecuaciones anteriores:

$$\frac{(\tau - N_s)}{\varphi Q_c} = \frac{w}{p} \quad (29b)$$

$$\frac{m^*}{\psi Q_c} = p \quad (30b)$$

Las ecuaciones (28), (29b) y (30b) son las condiciones de equilibrio del consumidor. Resolviendo N_s de (29b), Q_c de (30b) y sustituyendo ambas en (28) se obtiene la demanda de saldos nominales.

$$m^* = m_o + m_1 + m_{Qi} + wN_s - pQ_c$$

$$m^* = m_o + m_1 + m_{Qi} + w \left[\tau - \frac{w}{p} \varphi Q_c \right] - pQ_c$$

$$\begin{aligned}
m^* &= m_o + m_1 + m_{Q_i} + w \left[\tau - \frac{w}{p} \phi \left(\frac{m^*}{\psi p} \right) \right] - p \left(\frac{m^*}{\psi p} \right) \\
m^* &= (m_o + m_1 + m_{Q_i} + w\tau) \left[1 + \frac{\phi}{\psi} + \frac{1}{\psi} \right] \\
m^* &= (m_o + m_1 + m_{Q_i} + w\tau) \psi [1 + \phi + \psi]^{-1}
\end{aligned} \tag{31}$$

Sustituyendo (31) en (30b) y resolviendo para Q_c :

$$\begin{aligned}
Q_c &= \frac{m^*}{\psi p} \\
Q_c &= (m_o + m_1 + m_{Q_i} + w\tau) [1 + \phi + \psi]^{-1} p^{-1}
\end{aligned} \tag{32}$$

La demanda de producto tiene las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_c}{\partial (m_o + m_1 + m_{Q_i})} &= p^{-1} [1 + \phi + \psi]^{-1} > 0 \\
\frac{\partial^2 Q_c}{\partial (m_o + m_1 + m_{Q_i})^2} &= 0
\end{aligned}$$

Es positiva constante respecto a las dotaciones iniciales.

Y respecto a los precios nominales es negativa creciente.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_c}{\partial p} &= (m_o + m_1 + m_{Q_i} + w\tau)(-1) [1 + \phi + \psi]^{-1} p^{-2} < 0 \\
\frac{\partial^2 Q_c}{\partial p^2} &= (m_o + m_1 + m_{Q_i} + w\tau)(2) [1 + \phi + \psi]^{-1} p^{-3} > 0
\end{aligned}$$

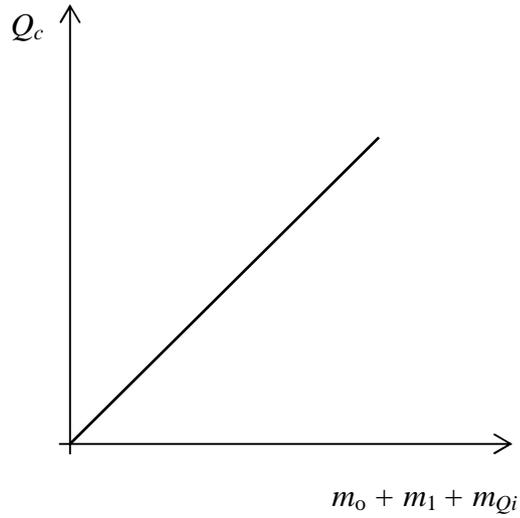
Sustituyendo (32) en (29b), simplificando y resolviendo para N_s :

$$\begin{aligned}
N_s &= \tau - \frac{w}{p} \phi Q_c \\
N_s &= \tau - \frac{w}{p} \phi \left[\frac{m_o + m_1 + m_{Q_i} + w\tau}{p(1 + \phi + \psi)} \right] \\
N_s &= \left[\tau - \frac{w}{p} \phi w\tau \frac{1}{p(1 + \phi + \psi)} \right] - \frac{w}{p} \phi \left[\frac{m_o + m_1 + m_{Q_i}}{p(1 + \phi + \psi)} \right]
\end{aligned}$$

$$N_s = \tau(1+\psi)(1+\varphi+\psi)^{-1} - \varphi \left[\frac{m_o + m_1 + m_{Q_i}}{(1+\varphi+\psi)} \right] w^{-1} \quad (33)$$

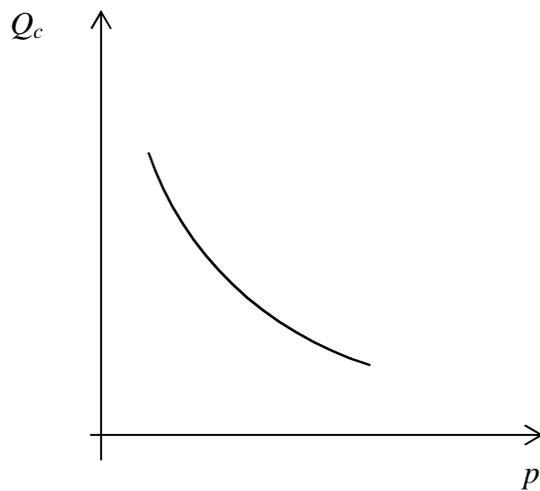
Gráfica 7.3.4

Demanda de producto respecto a las dotaciones iniciales



Gráfica 7.3.5

Demanda de producto respecto a los precios nominales



Sus propiedades son:

$$\frac{\partial N_s}{\partial (m_o + m_1 + m_{Qi})} = (-\varphi)[1 + \varphi + \psi]^{-1} w^{-1} < 0$$

$$\frac{\partial^2 N_s}{\partial (m_o + m_1 + m_{Qi})^2} = 0$$

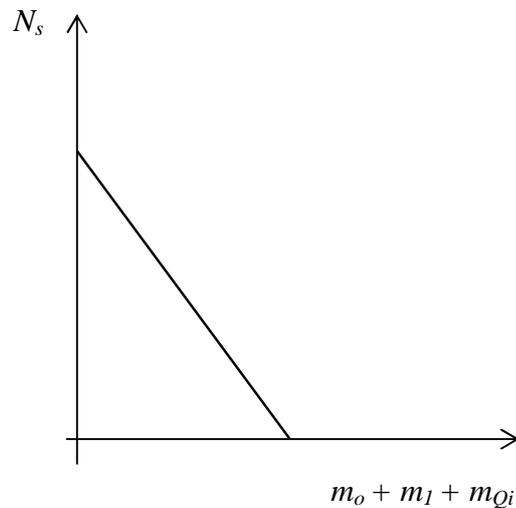
$$\frac{\partial N_s}{\partial w} = \varphi[1 + \varphi + \psi]^{-1} w^{-2} > 0$$

$$\frac{\partial^2 N_s}{\partial w^2} = -2\varphi[1 + \varphi + \psi]^{-1} w^{-3} < 0$$

Por lo tanto, la oferta de trabajo es negativa constante de las dotaciones iniciales, y positiva decreciente del salario nominal.

Gráfica 7.3.6

Oferta de trabajo respecto a las dotaciones iniciales

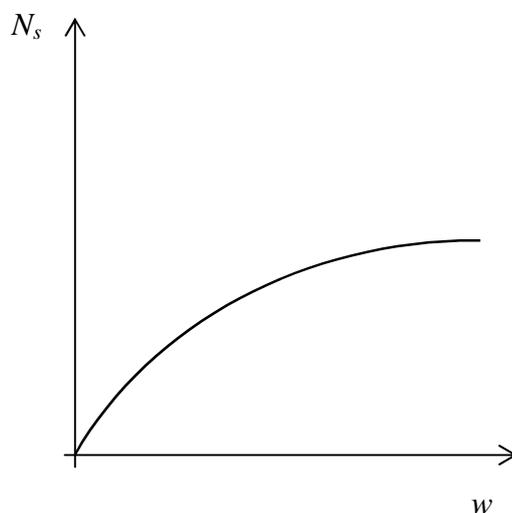


C) Equilibrio general

Para simplificar la notación, usamos $\Omega = (1 + \varphi + \psi)^{-1}$.

En primer lugar, determinamos el nivel de empleo de la economía. De acuerdo a (13c):

$$N_d = v f^{-1}(Q_s, r)$$



Considerando que una fracción de la oferta de producto es demandada por los consumidores y la otra por las firmas, sustituimos Q_s de (13c) por la suma de Q_c (32) y Q_i (14c).

$$N_d = \nu f^{-1} \left[\Omega(m_o + m_1 + m_{Q_i} + w\tau)p^{-1} + \frac{1}{\phi}(\nu - 1)\eta \left(\frac{w}{r} \right) g(Q_s, r/w), (w/r) \right] \quad (34)$$

La demanda de trabajo para organización se obtiene sustituyendo (32) en (16):

$$T^* = f^{-1}(Q_s, r)$$

$$T^* = f^{-1} \left[\Omega(m_o + m_1 + m_{Q_i} + w\tau)p^{-1} + \frac{1}{\phi}(\nu - 1)\eta \left(\frac{w}{r} \right) g(Q_s, r/w), (w/r) \right] \quad (35)$$

Para el mercado de bienes:

$$Q_d - Q_s = 0 \quad (36)$$

La demanda total de bienes Q_d se forma por la demanda de los consumidores y la demanda de las firmas, es decir, la suma de Q_c (32) y Q_i (14c); la oferta total Q_s

(19) se forma por la masa real de beneficios, la demanda de trabajo N_d (34) y la demanda de bien de capital Q_i (14c).

A partir de las sustituciones anteriores, el mercado de producto (36) es:

$$\begin{aligned} & \left[\Omega(m_o + m_1 + m_{Q_i} + w\tau)p^{-1} + \frac{1}{\phi}(v-1)\eta\left(\frac{w}{r}\right)g(Q_s, r/w), (w/r) \right] - Q_s = 0 \\ & \left[\Omega(m_o + m_1 + m_{Q_i} + w\tau)p^{-1} + \frac{1}{\phi}(v-1)\eta\left(\frac{w}{r}\right)g(Q_s, r/w), (w/r) \right] - \left(\frac{\Pi}{p}\right) - \\ & \left(\frac{w}{p}\right)\psi f^{-1} \left[\Omega(m_o + m_1 + m_{Q_i} + w\tau)p^{-1} + \frac{1}{\phi}(v-1)\eta\left(\frac{w}{r}\right)g(Q_s, r/w), (w/r) \right] - \frac{r}{p}Q_i = 0 \\ & \left[\frac{\Omega(m_o + m_1 + m_{Q_i} + w\tau)}{p} + \frac{1}{\phi}(v-1)\eta\left(\frac{w}{r}\right)g(Q_s, r/w), (w/r) \right] \left[1 - \left(\frac{w}{p}\right)\psi f^{-1} \right] - \left(\frac{\Pi}{p}\right) - \frac{r}{p}Q_i = 0 \quad (36b) \end{aligned}$$

Para el sector laboral:

$$N_d - N_s \leq 0 \quad (37)$$

Sustituyendo (33) y (34) en (37):

$$\psi f^{-1} \left[\frac{\Omega(m_o + m_1 + m_{Q_i} + w\tau)}{p} + \frac{1}{\phi}(v-1)\eta\left(\frac{w}{r}\right)g(Q_s, r/w), (w/r) \right] - \left[\frac{w\tau(1+\psi) - \phi(m_o + m_1 + m_{Q_i})}{\Omega w} \right] = 0 \quad (37b)$$

Las ecuaciones (36b) y (37b) pueden simplificarse definiendo los ingresos provenientes de la distribución de beneficios y las remuneraciones al capital como:

$m_c = m_o + m_1 + m_{Q_i}$. Entonces:

$$\left[\frac{\Omega(m_c + w\tau)}{p} + \frac{1}{\phi}(v-1)\eta\left(\frac{w}{r}\right)g(Q_s, r/w), (w/r) \right] \left[1 - \left(\frac{w}{p}\right)\psi f^{-1} \right] - \left(\frac{\Pi}{p}\right) - \frac{r}{p}Q_i = 0 \quad (36c)$$

$$\psi f^{-1} \left[\frac{\Omega(m_c + w\tau)}{p} + \frac{1}{\phi}(v-1)\eta\left(\frac{w}{r}\right)g(Q_s, r/w), (w/r) \right] - \left[\frac{w\tau(1+\psi) - \phi(m_c)}{\Omega w} \right] = 0 \quad (37c)$$

La ecuación (37c) depende de las variables: w , r , $Q_{i \ t+1}$, m_c y p . Si estas variables se mantuvieran constantes, excepto p , si $p \rightarrow 0$ ocurre que $N_d > N_s$, y si $p \rightarrow \infty$ entonces se verificaría que $N_d < N_s$.

Por otra parte, el mercado monetario se expresa como:

$$M_o - M_d = 0 \quad (38)$$

$$M_o = pQ_c + p Q_{i t+1} \quad (38b)$$

Sustituyendo Q_c (32) y $Q_{i t+1}$ (14c) en (38b):

$$M_o = \left[\Omega(m_c + w\tau) + \frac{1}{\phi} (v-1)\eta \left(\frac{w}{r} \right) g(Q_s, r/w) p \right] \quad (39)$$

La ecuación (39) representa el equilibrio en el mercado monetario. La demanda de moneda depende directamente del ingreso de los consumidores e inversamente de la tasa de interés.

Ahora bien, sabemos que la demanda de dinero M_d es:

$$M_d = pQ_c + p Q_{i t+1} \quad (40)$$

Pero además, si el total de los ingresos monetarios de las firmas se distribuye entre los consumidores en forma de salarios, beneficios y servicios de capital, entonces:

$$pQ_s = pQ_c + pQ_{i t+1} \quad (41)$$

La restricción presupuestal de los consumidores es:

$$m_o + m_1 + m_{Q_i} + wN_s = pQ_c + m^* \quad (21)$$

Y hemos calculado la demanda de saldos nominales para ahorro por parte de los consumidores como:

$$m^* = (m_o + m_1 + m_{Q_i} + w\tau)\psi [1 + \varphi + \psi]^{-1} \quad (31)$$

De (21) y (41):

$$\frac{m^*}{p} = Q_{i t+1} \quad (42)$$

La expresión (42) representa el mercado de capitales, muestra la igualdad entre el ahorro de los consumidores m^* y la demanda de bienes para inversión por parte de las firmas $pQ_{i t+1}$.

Sustituyendo (14c) en (42):

$$m^* = \left[\frac{1}{\phi} (\nu - 1) \eta \left(\frac{w}{r} \right) g(Q_s, r/w) \right] p \quad (43)$$

Se obtiene por tanto, que la demanda de saldos nominales para ahorro varía inversamente con la tasa de interés; a medida que ésta se incrementa, los consumidores prefieren convertir sus saldos monetarios en acciones de las empresas m_o .

D) Resultados de desempleo

El modelo desarrollado en esta sección, amplió el escenario básico de la TIMT para considerar la participación del trabajo y del capital como factores de producción. Los resultados que ahora se alcanzan corroboran los del escenario básico y se precisan a continuación:

1) El equilibrio general se define como el vector de precios que permite la anulación de las demandas excedentes en los mercados de bienes, capitales y monetario, así como la maximización de la tasa de ganancia. La demanda y oferta en estos mercados se regulan por los precios nominales y la tasa de interés.

2) El equilibrio del mercado de producto se verifica siempre porque las firmas producen justamente los bienes que el mercado demanda, aunque en ésta se incluyan tanto los bienes de consumo como los bienes de capital.

3) No se constituye un mercado de trabajo porque no existe un criterio común que coordine las decisiones de demanda y oferta. El salario nominal se determina exógenamente por negociación, no es el precio del trabajo, sino una variable distributiva cuya magnitud debe ser inferior al producto medio para asegurar una tasa de ganancia positiva.

4) El equilibrio de pleno empleo es compatible con más de un nivel de salario real, su magnitud, determinada por negociación, incidirá en la distribución del ingreso entre salarios y beneficios.

5) El desempleo involuntario es compatible con el equilibrio general del sistema.

6) En la TIMT ocurren fenómenos distributivos porque sólo después de los procesos de mercado, pueden determinarse los beneficios y salarios que corresponden a los agentes.

7.4 SUPERIORIDAD DE LAS HIPÓTESIS ALTERNATIVAS RESPECTO A LAS CONVENCIONALES

En esta sección, se presenta la demostración de superioridad de las hipótesis que explican la conducta del productor en la TIMT sobre las hipótesis convencionales.³

Como se expuso en la sección 7.2, las hipótesis que sustentan el comportamiento de la firma en el escenario más simple (constituido por un periodo de análisis, un bien producido Q , y un factor de producción N) son:

Hipótesis 1. Los productores actúan racionalmente cuando maximizan su tasa de beneficios porque al hacerlo obtienen el máximo rendimiento de los factores, y en consecuencia maximizan también la masa de beneficios.

Esta hipótesis se expresa en la maximización de la siguiente función:

$$(1 + \pi) = \frac{pQ_s}{wN_d} \quad (1)$$

Hipótesis 2. La tecnología se define como la relación entre organización e ingeniería que hace posible la producción. La organización implica esfuerzo de trabajo con producto nulo y determina la vida de la empresa, produzca o no; la organización sirve para aumentar la capacidad de administración de contratos (o relaciones de compra y venta). Al esfuerzo de trabajo con producto nulo se le denomina costos de instalación. Esta hipótesis se expresa como:

$$Q_s = f(N_d - T^*) \quad (2)$$

Ambas hipótesis contrastan con aquellas que rigen la conducta del productor en el escenario convencional.

La Teoría Neoclásica supone que las firmas maximizan su masa beneficios dada por la diferencia entre los ingresos obtenidos por su oferta de producto y los pagos a la remuneración de factores.

³ Se presenta la demostración realizada en Noriega, F. (2001). *Macroeconomía para el desarrollo. Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo*, Mc Graw Hill, México.

$$\Pi = pQ_s - wN_d \quad (3)$$

Asimismo, identifica la tecnología con ingeniería, por lo que la producción indica simplemente la forma como los insumos se convierten en bienes; en el escenario más simple, la oferta de producto es una función positiva decreciente de la demanda de trabajo.

$$Q_s = f(N_d) \quad f' > 0, \quad f'' < 0, \quad \text{y} \quad f(0) = 0 \quad (4)$$

La superioridad de las hipótesis propuestas por la TIMT se muestran en los siguientes lemas y en su demostración:

Lema 1. Para todo vector de precios nominales (p, w) , $p > 0$ y $w > 0$ se verificará que en un sistema en que se maximice π , existe un subconjunto de posibilidades de consumo superiores a las máximas viables en un sistema en el que se maximice Π .

Demostración:

Siendo las restricciones presupuestales de los consumidores:

$$(1 + \pi)wN_s = pQ_d \quad (5)$$

$$\Pi + wN_s = pQ_d \quad (6)$$

La solución del sistema formado por ambas ecuaciones, permite determinar los valores de demanda de producto y de oferta de trabajo.

Resolviendo ambas ecuaciones para Q_d y resolviendo para N_s :

$$\frac{(1 + \pi)wN_s}{p} = \frac{\Pi + wN_s}{p}$$

$$N_s = \frac{\Pi}{\pi w} \quad (7)$$

Sustituyendo (7) en (6):

$$Q_d = \left(1 + \frac{1}{\pi}\right) \frac{\Pi}{p} \quad (8)$$

(7) y (8) forman el punto en que coinciden las ecuaciones (5) y (6). Ahora determinamos las pendientes de ambas.

De (5):

$$\frac{\partial Q_d}{\partial N_s} = (1 + \pi) \frac{w}{p}$$

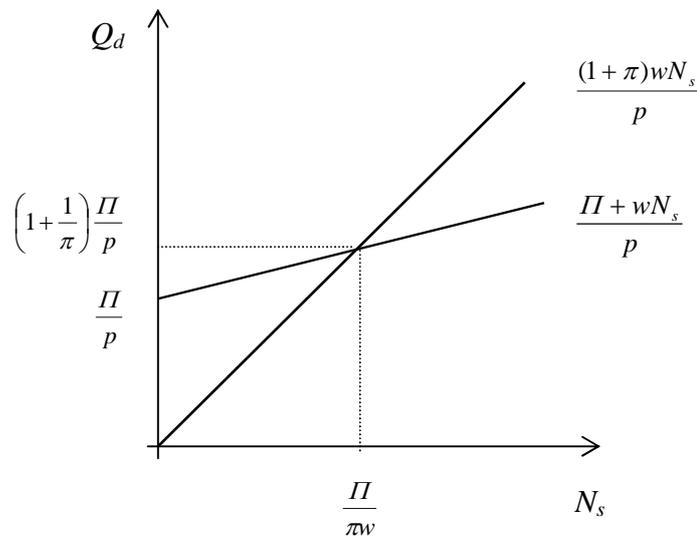
De (6):

$$\frac{\partial Q_d}{\partial N_s} = \frac{w}{p}$$

Por lo tanto la ecuación $(1 + \pi)wN_s = pQ_d$ tiene pendiente $(1 + \pi)w / p$ y ordenada cero; la ecuación $\Pi + wN_s = pQ_d$ tiene pendiente w/p y ordenada Π/p . Ambas se representan en la gráfica 7.4.1.

Gráfica 7.4.1

Posibilidades de financiamiento del consumidor



Ahora sumamos un número pequeño y positivo $\varepsilon > 0$, a la disponibilidad de oferta de trabajo:

$$N_s = \frac{\Pi}{\pi w} + \varepsilon \tag{7b}$$

Sustituyendo (7b) en (5) y en (6):

De (5):

$$Q_d = \frac{\Pi}{p} + \frac{\Pi}{\pi p} + \frac{w}{p} \varepsilon + \frac{\pi w}{p} \varepsilon \quad (9)$$

De (6):

$$Q_d = \frac{\Pi}{p} + \frac{\Pi}{\pi p} + \frac{w}{p} \varepsilon$$

La diferencia entre ambas ecuaciones es:

$$Q_d^{(\pi)} - Q_d^{(\Pi)} = \frac{\Pi}{p} + \frac{\Pi}{\pi p} + \frac{w}{p} \varepsilon + \frac{\pi w}{p} \varepsilon - \frac{\Pi}{p} - \frac{\Pi}{\pi p} - \frac{w}{p} \varepsilon$$

$$Q_d^{(\pi)} - Q_d^{(\Pi)} = \frac{\pi w}{p} \varepsilon > 0 \quad (10)$$

El resultado alcanzado en (10) demuestra el lema 1; por tanto en un escenario analítico en que se maximiza la tasa de ganancia los consumidores están en posibilidad de financiar un consumo mayor que en un escenario en el que se maximiza la masa de ganancias.

Lema 2. Para todo vector de precios estrictamente positivo se verifica que la masa de ganancia cuando el productor maximiza π , es mayor a la masa de ganancia que se obtiene cuando se maximiza Π , con $Q_s^{(\pi)} > Q_s^{(\Pi)}$ y utilizando en ambos casos ($Q_s^{(\pi)}$ y $Q_s^{(\Pi)}$) la misma cantidad de factores y aceptando el mismo vector de precios.

Demostración:

Considerando los siguientes problemas de optimización:

$$\text{Máx } \Pi = pQ_s - wN_d \quad \text{S. a } Q_s = Af(N_d - T^*) \quad (11)$$

$$\text{Máx } (1 + \pi) = \frac{pQ_s}{wN_d} \quad \text{S. a } Q_s = Af(N_d - T^*) \quad (12)$$

El primero de ellos, representa el cálculo de un productor cuando maximiza la tasa de ganancia, y el segundo al productor que maximiza la masa de ganancias. En ambos casos suponemos la utilización de una función de producción que incluye costos de instalación.⁴

⁴ La incorporación de costos de instalación en el cálculo tradicional del productor no modifica los resultados habituales.

El parámetro A de las funciones de producción indica la cantidad de unidades productivas con las que opera cada firma.

Del problema (11) se obtienen las siguientes condiciones de equilibrio:

$$f' = \frac{w}{p} \quad (13)$$

$$Q_s = A_{\Pi} f(N_d - T^*) \quad (14)$$

Del problema (12) resultan las condiciones de equilibrio:

$$\hat{f}' = \frac{f(N_d - T^*)}{N_d} \quad (15)$$

$$Q_s = A_{\pi} f(N_d - T^*) \quad (16)$$

En consecuencia se obtiene que al maximizar la tasa de ganancia el producto marginal del factor es igual a su producto medio, en cambio, al maximizar la masa de ganancias, el producto marginal del factor es equivalente a su precio relativo medido en producto. Por lo tanto se obtiene que:

$$\hat{f}' > f' \quad (17)$$

Por el Teorema de Euler escribimos los resultados (13) y (14) como:

$$\mu Q_s^{(\Pi)} = f' N_d \quad (18)$$

Y los resultados (15) y (16) como:

$$\mu Q_s^{(\pi)} = \hat{f}' N_d \quad (19)$$

Sustituyendo (18) y (19) en (17):

$$Q_s^{(\pi)} > Q_s^{(\Pi)} \quad (20)$$

En (20) se constata que en un sistema donde se maximice la tasa de ganancia, las firmas están en condiciones de ofrecer más producto que en aquel sistema en que se maximiza la masa de ganancia.

Los beneficios que resultan del problema de optimización (11) son:

$$(1 - \mu) Q_s^{(\Pi)} = \Pi^{(\Pi)} \quad (21)$$

Y para el problema (12):

$$(1 - \mu)Q_s^{(\pi)} = \Pi^{(\pi)} \quad (22)$$

Sustituyendo (21) y (22) en (20):

$$\Pi^{(\pi)} > \Pi^{(\Pi)} \quad (23)$$

El resultado (23) demuestra el lema 2, la masa de beneficios obtenida es mayor en un sistema en que se maximiza π que en el sistema en que se maximiza Π .

La siguiente gráfica muestra que el máximo producto se obtiene en el punto en que el producto marginal (pendiente de la función de producción) iguala al producto medio (pendiente de la recta de isobeneficio), es decir, en el punto a . Si se produce en la igualdad del producto marginal con el precio relativo (pendiente de la recta de isobeneficio), es decir, en b , el producto total es inferior al máximo posible.

Los lemas 1 y 2 forman el siguiente Teorema de Superioridad:

1. En un sistema de competencia perfecta, si los productores maximizan Π cuando pueden maximizar π , entonces no logran el máximo volumen posible de ganancias, además provocarán que los consumidores obtengan ingresos inferiores a los máximos posibles. Por lo tanto, una función objetivo en que se optimice la masa de ganancias Π significa una conducta no maximizadora por parte de los productores, es decir, irracional.

2. A partir de una situación de pleno empleo resultante de la maximización de Π , es posible alcanzar una situación Pareto superior si los agentes maximizan la tasa de beneficios.

Demostración:

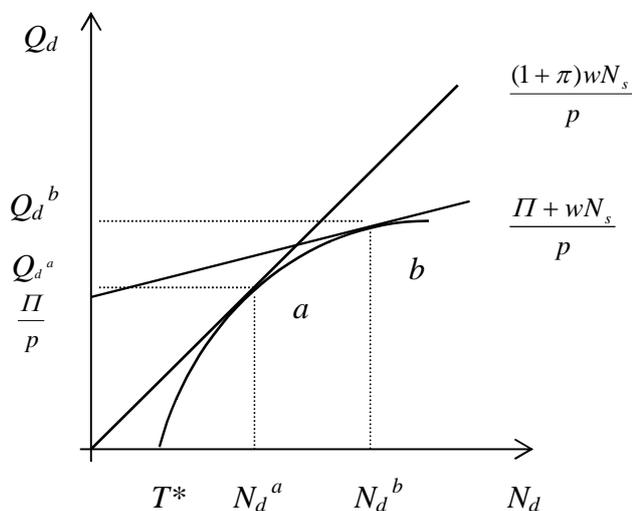
Por los lemas 1 y 2 se demuestra que:

$$Q_s^{(\pi)} > Q_s^{(\Pi)} \quad (20)$$

$$\Pi^{(\pi)} > \Pi^{(\Pi)} \quad (23)$$

$$N_d^{(\pi)} > N_d^{(\Pi)} \quad (24)$$

Maximización de la tasa y masa de ganancia



Dadas las restricciones presupuestales de los agentes:

$$(1 + \pi)wN_s = pQ_d^{(\pi)} \tag{5}$$

$$\Pi + wN_s = pQ_d^{(\Pi)} \tag{6}$$

Se hace evidente que:

$$Q_d^{(\pi)} > Q_d^{(\Pi)} \tag{25}$$

Siendo las funciones de utilidad del consumidor:

$$U_\pi = u[Q_d^{(\pi)}, (\tau - N_s)] \tag{26}$$

$$U_\Pi = u[Q_d^{(\Pi)}, (\tau - N_s)] \tag{27}$$

Usando (25) en (26) y (27) se obtiene que:

$$U_\pi > U_\Pi \tag{28}$$

Con (28) queda demostrado que la maximización de π permite obtener una situación Pareto superior al resultado alcanzado con la maximización de Π .

CAPÍTULO 8 GENERALIZACIÓN DE LA TEORÍA

DEL PRODUCTOR

A continuación exhibimos las dificultades y restricciones resultantes para el equilibrio del productor cuando se asume que este agente actúa bajo las hipótesis tradicionales, y cuando actúa bajo la hipótesis sugeridas por la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo. En este capítulo proponemos una concepción general de tecnología que considera organización e ingeniería, sin necesidad de incluir explícitamente costos de instalación; con ello logramos superar la noción convencional de firma, presentar una explicación endógena del avance tecnológico, mostrar que la demanda efectiva y las características tecnológicas determinan el nivel de empleo y demostrar la existencia del desempleo involuntario en equilibrio general.

8.1 INTRODUCCIÓN

Este capítulo tiene como base las explicaciones de la Teoría Neoclásica y de la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo acerca del comportamiento del productor. Rescatamos las contribuciones de esta última teoría, por tratarse de una crítica sólida a las hipótesis básicas de la primera, y sobre todo, por demostrar la existencia del desempleo involuntario en equilibrio general, esto es, del desempleo que se produce por una insuficiencia de la demanda efectiva; no el desempleo friccional y transitorio que es explicado por la rigidez de precios en el escenario tradicional y en algunos alternativos.

Concretamente, de la TIMT se rescatan dos argumentos que invalidan la teoría ortodoxa del productor: un planteamiento incorrecto para la función objetivo, puesto que los máximos beneficios se obtienen cuando se maximiza la tasa de ganancia y no la masa; y la concepción limitada de la firma que la reduce o hace equivalente a un proceso de producción.

En la propuesta que se presenta en las siguientes secciones se recupera el primer argumento exactamente en la forma como se hace en la TIMT. Sin embargo,

extendemos la generalidad de la teoría del productor al incorporar una noción de la firma que incluye organización e ingeniería sin necesidad de introducir explícitamente costos de instalación.

Con nuestra propuesta se consigue demostrar la existencia del desempleo involuntario en equilibrio general, mostrar que la demanda efectiva y las características tecnológicas determinan el nivel de empleo, superar la noción convencional de la firma al introducir la organización implícitamente, y presentar una explicación endógena del avance tecnológico.

La siguiente sección está dedicada al análisis de la restricción técnica del productor bajo los escenarios analíticos convencionales y de la TIMT. En la tercera sección se propone una función de producción polinómica y se especifican sus ventajas. A continuación se desarrolla un modelo básico de equilibrio general con maximización de la tasa de ganancia, sin costos de instalación, donde el trabajo es el único factor de producción, y en el que se demuestra la existencia de desempleo involuntario; este resultado se extiende al caso en el que existen dos insumos productivos; también proponemos una generalización de los resultados obtenidos.

Finalmente se presentan como anexos del capítulo, un estudio sobre los coeficientes de las funciones polinómicas de tercer grado, un examen de las propiedades matemáticas de este tipo de funciones y un ejercicio que ejemplifica el cálculo de optimización del productor.

8.2 LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN EN LA TEORÍA NEOCLÁSICA Y EN LA TEORÍA DE LA INEXISTENCIA DEL MERCADO DE TRABAJO

En la Teoría Neoclásica, una empresa existe y actúa con el fin de maximizar sus beneficios. El alcance de este objetivo está determinado por el conjunto de posibilidades de producción, es decir, por todas aquellas combinaciones de insumos o factores que generan unidades positivas de producto. La maximización de los beneficios está sujeta entonces, a una restricción tecnológica que describe la transformación de insumos en productos.

Convencionalmente se supone que las firmas maximizan su masa beneficios determinada por la diferencia entre los ingresos obtenidos por su oferta de producto

y los pagos a la remuneración de factores. No profundizamos ahora en los inconvenientes de considerar que el objetivo de la empresa sea la maximización de la masa de beneficios, porque aceptamos plenamente la crítica hecha por la TIMT al respecto y asumimos que el productor racional maximiza la tasa de beneficios en lugar de la masa; en cambio, nos dedicamos a analizar las implicaciones de la función de producción.¹

En el escenario convencional, asumiendo que existen n factores de producción, siendo $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ el conjunto de insumos disponibles, donde cada factor x_i pertenece al ortante no negativo de los números reales y siendo Y la producción resultante y perteneciente al conjunto de los números reales, entonces, una función de producción se define como la aplicación $f: \mathcal{R}_+^n \rightarrow \mathcal{R}$.

El conjunto de posibilidades de producción $V(Y)$ reúne todas las combinaciones de insumos que generan producto positivo, mientras que la función de producción Y (o Q_s en la notación de capítulos anteriores) es el conjunto de posibilidades de producción técnicamente eficientes, en el sentido de que permiten alcanzar una cantidad máxima de producto.

El conjunto de posibilidades de producción debe satisfacer las siguientes propiedades:

1) Monotonicidad. Si x es un vector de factores que pertenece al conjunto $V(Y)$ y $x' \geq x$, entonces $x' \in V(Y)$. Esto significa que si existe alguna combinación de insumos factible para generar producto, entonces, incrementar la cantidad de esos insumos también será una combinación viable.

2) Convexidad. Si $x \in V(Y)$ y $x' \in V(Y)$ entonces una combinación lineal de vectores de factores, también pertenece a $V(Y)$. Es decir, el conjunto de posibilidades de producción es convexo si: $\alpha x + (1-\alpha)x' = x''$, $0 < \alpha < 1$ y $x'' \in V(Y)$.

3) Regularidad. El conjunto $V(Y)$ es no vacío y cerrado.

Considerando la existencia de n insumos factoriales, la función de producción se expresa como: $Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Esta función satisface las siguientes propiedades:

¹ La superioridad de la hipótesis alternativa que supone la maximización de la tasa de ganancia respecto a la neoclásica que supone la maximización de la masa de ganancias se demuestra en el capítulo 7.

1) El producto obtenido es una cantidad finita y positiva para cualquier cantidad finita y positiva de insumos.

2) Si no existen insumos, la cantidad de producto generada es nula.

$$f(0, 0, 0, \dots, 0) = 0$$

3) Si $x' \geq x$ entonces $f(x') \geq f(x)$, es decir, si existe monotonicidad del conjunto de requerimientos de factores, cuando los factores de producción crecen considerablemente, también lo hace el producto.

$$\lim_{x_i \rightarrow \infty} f(x_i) \rightarrow \infty$$

4) La función de producción debe ser continua e indefinidamente diferenciable.

5) Si el conjunto de posibilidades de producción es convexo, la función de producción es cuasicóncava. Dados dos vectores de factores $x, x' \in V(Y)$, si $f(x') \geq f(x)$ entonces $f(\lambda x' + (1-\lambda)x) \geq f(x)$, cuando $0 < \lambda < 1$, lo que significa que el producto generado con la combinación lineal de dos vectores de factores es al menos tan grande como el menor de los productos generados usando sólo un vector de insumos.

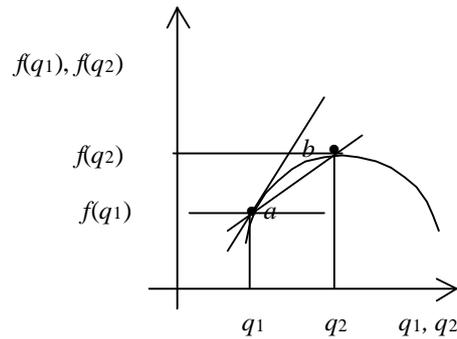
Como un caso especial de la función de producción cuasicóncava, existe la función de producción cóncava, en la cual, el producto generado por la combinación lineal de dos vectores de factores es al menos tan grande como la combinación convexa de los productos resultantes de la utilización de los vectores de factores en forma independiente; es decir, siendo los vectores $x, x' \in V(Y)$, si $f(\lambda x' + (1-\lambda)x) \geq \lambda f(x') + (1-\lambda)f(x)$ cuando $0 < \lambda < 1$, la función de producción es cóncava.²

² Los criterios que definen la concavidad y cuasiconcavidad de una función se formalizan de la siguiente forma:

Dados dos puntos q_1 y q_2 , la función f es cóncava si: $\alpha f(q_1) + (1-\alpha)f(q_2) \leq f[\alpha q_1 + (1-\alpha)q_2]$ con $1 > \alpha > 0$.
Es convexa si: $\alpha f(q_1) + (1-\alpha)f(q_2) \geq f[\alpha q_1 + (1-\alpha)q_2]$.

Alternativamente se define a una función convexa como aquella que se sitúa encima o a lo largo de todas sus rectas tangentes; y estrictamente convexa si se sitúa encima de sus rectas tangentes, excepto en los puntos de tangencia. Equivalentemente una función es cóncava si se encuentra por debajo o a lo largo de todas sus rectas tangentes; y estrictamente cóncava si se encuentra por debajo de éstas, excepto en los puntos de tangencia.

Considérese la gráfica siguiente:



Dados los puntos a y b de la función f , la pendiente de la línea tangente al punto a es $f'(q_1)$, claramente en la gráfica esta pendiente es mayor que la correspondiente a la recta que une los puntos a y b y que está definida como: $\frac{f(q_2) - f(q_1)}{q_2 - q_1}$

En consecuencia $f'(q_1) > \frac{f(q_2) - f(q_1)}{q_2 - q_1}$ y como la función se situará por debajo de todas las rectas tangentes a cualquiera de sus puntos como ocurrió con a , entonces la función es estrictamente cóncava.

Por lo tanto un criterio alternativo para determinar si una función es cóncava o convexa es el siguiente:

Dados dos puntos q_1 y q_2 , una función diferenciable $f(x)$ es cóncava si: $f(q_2) \leq f(q_1) + f'(q_1)(q_2 - q_1)$. Es convexa si: $f(q_2) \geq f(q_1) + f'(q_1)(q_2 - q_1)$

Si la función está definida para varias variables independientes, dados dos puntos $q_1 = (q_{1a}, q_{1b}, \dots, q_{1n})$ y $q_2 = (q_{2a}, q_{2b}, \dots, q_{2n})$ entonces $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ es cóncava si: $f(q_2) \leq f(q_1) + \sum_{i=1}^n f'_i(q_1)(q_{2i} - q_{1i})$. Es convexa si: $f(q_2) \geq f(q_1) + \sum_{i=1}^n f'_i(q_1)(q_{2i} - q_{1i})$

Finalmente si una función es doblemente diferenciable, entonces $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ es cóncava si y sólo si el diferencial total de segundo orden d^2f es en todo punto semidefinido negativo; es estrictamente cóncava si d^2f es en todo punto definido negativo. Equivalentemente $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ es convexa si y sólo si d^2f es en todo punto semidefinido positivo; y es estrictamente convexa si d^2f es en todo punto definido positivo.

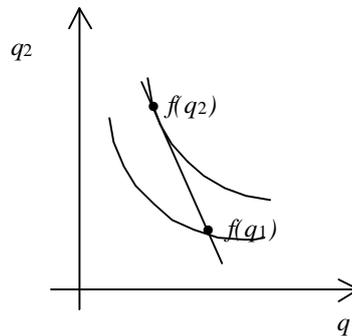
Por otra parte, una función $f(x)$ es cuasicóncava si para cualquier constante k , el conjunto Q_k formado por los puntos para los cuales $f(x) \geq k$ es convexo, y es cuasiconvexa si el conjunto Q_k es convexo cuando se forma por los puntos para los cuales $f(x) \leq k$.

Una interpretación geométrica sencilla de la cuasicóncavidad para el caso de dos variables se ilustra en la siguiente gráfica. La función f es cuasicóncava si dados dos valores de la función q_1 y q_2 ubicados en dos curvas de nivel, todas las combinaciones de esos dos puntos (representados en la gráfica por la línea que los une) se encuentran a lo largo o encima de la curva de indiferencia correspondiente al menor valor de la función. La gráfica muestra el caso de una función estrictamente cuasicóncava; si las curvas de indiferencia tuvieran un segmento lineal, entonces la gráfica representaría una función cuasicóncava.

A partir de esta caracterización entonces si para cualesquiera dos puntos q_1 y q_2 , y para $1 > \alpha > 0$. Una función es cuasicóncava si: $f(q_2) \geq f(q_1) \Rightarrow f[\alpha q_1 + (1 - \alpha)q_2] \geq f(q_1)$. La función es cuasiconvexa si: $f(q_2) \geq f(q_1) \Rightarrow f[\alpha q_1 + (1 - \alpha)q_2] \leq f(q_1)$.

Alternativamente, dada una función diferenciable $f(x)$, y dados dos pares de puntos q_1 y q_2 ; la función es cuasicóncava si: $f(q_2) \geq f(q_1) \Rightarrow [f'(q_1)(q_2 - q_1)] \geq 0$. Una función $f(x)$ es cuasiconvexa si: $f(q_2) \geq f(q_1) \Rightarrow [f'(q_2)(q_2 - q_1)] \geq 0$

La función de producción tradicional que utiliza como insumos capital y trabajo $Y = F(K,N)$ se representa en la gráfica 8.2.1. En ella, el conjunto de posibilidades de producción se forma por todos los vectores de factores que se encuentran a lo largo y por debajo de la función de producción, y el conjunto de posibilidades de producción técnicamente eficientes se forma por todos los vectores situados a lo largo de la función de producción.



Si la función es multivariada, dados dos puntos $q_1 = (q_{1a}, q_{1b}, \dots, q_{1n})$ y $q_2 = (q_{2a}, q_{2b}, \dots, q_{2n})$ entonces $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ es cuasicóncava si $f(q_2) \geq f(q_1) \Rightarrow \sum_{i=a}^n f_i'(q_1)(q_{2i} - q_{1i}) \geq 0$. Es convexa si: $f(q_2) \geq f(q_1) + \sum_{i=a}^n f_i'(q_1)(q_{2i} - q_{1i})$

Finalmente si la función es doblemente diferenciable, entonces la cuasiconcavidad y la cuasiconvexidad se determinan examinando el siguiente hessiano orlado:

$$|B| = \begin{vmatrix} 0 & f_1 & f_2 & \dots & f_n \\ f_1 & f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1n} \\ f_2 & f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_n & f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nn} \end{vmatrix}$$

Donde la orla se forma por las primeras derivadas de la función f , y:

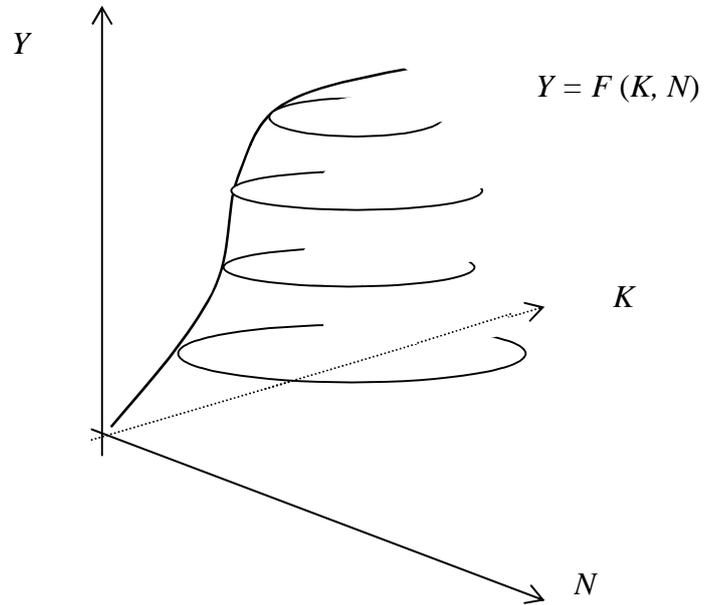
$$|B_1| = \begin{vmatrix} 0 & f_1 \\ f_1 & f_{11} \end{vmatrix}, |B_2| = \begin{vmatrix} 0 & f_1 & f_2 \\ f_1 & f_{11} & f_{12} \\ f_2 & f_{21} & f_{22} \end{vmatrix}, \dots$$

Para que una función $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ sea cuasicóncava es suficiente que $|B_1| < 0, |B_2| > 0, \dots, |B_n| > 0$ si n es par, o bien $|B_n| < 0$ si n es impar, y es necesario que: $|B_1| \leq 0, |B_2| \geq 0, \dots, |B_n| \geq 0$ si n es par, o bien $|B_n| \leq 0$ si n es impar.

Para que una función $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ sea cuasiconvexa es suficiente que: $|B_1| < 0, |B_2| < 0, \dots, |B_n| < 0$ y es necesario que: $|B_1| \leq 0, |B_2| \leq 0, \dots, |B_n| \leq 0$.

Gráfica 8.2.1

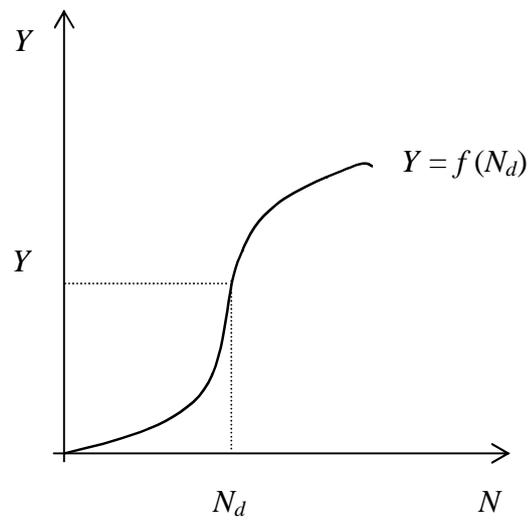
Función de producción resultante del uso de los insumos capital y trabajo



Una función de producción en la que sólo se considere la participación del factor trabajo, puede representarse así:

Gráfica 8.2.2

Función de producción resultante de la utilización del factor trabajo



En la gráfica 8.2.2, la pendiente de la función de producción está determinada por el producto marginal del factor trabajo, definido como el cambio en el volumen de producción resultante de un cambio pequeño en la utilización de ese factor. Es decir:

$$PMg_N = \frac{\partial f(N_d)}{\partial N_d}$$

En consecuencia, la función de la gráfica anterior presenta productividad marginal creciente del factor $\partial f(N_d)/\partial N_d > 0$ en niveles escasos de trabajo (para cualquier N inferior a N_d), productividad marginal constante $\partial f(N_d)/\partial N_d = 0$ (utilizando la cantidad de trabajo N_d) y productividad marginal decreciente del trabajo $\partial f(N_d)/\partial N_d < 0$ para niveles elevados de éste (superiores a N_d).

La teoría tradicional sólo considera en un esquema de competencia perfecta de corto plazo, los volúmenes de producción en los que existen productividades marginales decrecientes de los factores.

Por otro lado, una función de producción $Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ es homogénea de grado μ si $\alpha^\mu Y = f(\alpha x_1, \alpha x_2, \dots, \alpha x_n)$ donde $\alpha > 0$. La homogeneidad de la función de producción, significa que siempre se mantiene una relación entre el producto generado y la forma como se multiplican los insumos.

Si la función es homogénea de grado uno, $\mu = 1$, existen rendimientos constantes a escala porque el incremento de los factores en determinada proporción conduce al incremento del producto en la misma proporción, si $\mu > 1$ existen rendimientos crecientes a escala, y si $\mu < 1$ los rendimientos son decrecientes.

Con base en el grado de homogeneidad de una función de producción se expresa el Teorema de Euler: Si $Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ es una función homogénea de grado μ , entonces se verifica que $\mu Y = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} x_i$.

Asumiendo que en un escenario de competencia perfecta se remunera a los factores de producción de acuerdo a su productividad marginal, entonces por el Teorema de Euler, cuando la función de producción es homogénea de grado mayor que 1, los beneficios son negativos porque las remuneraciones superan al volumen de producto; si presenta rendimientos a escala decrecientes existen beneficios positivos; y si los rendimientos a escala son constantes los beneficios son nulos. La

existencia de rendimientos constantes a escala se considera la característica de las firmas competitivas en el largo plazo.

Cuando los rendimientos son constantes a escala los rendimientos del factor variable son decrecientes; es decir, mientras que al incrementar la cantidad de todos los factores se incrementa la producción en esa misma proporción, cuando se incrementa la cantidad de sólo un factor, la producción aumenta en menor proporción.

De acuerdo al cálculo neoclásico, en un escenario en el que se consideren un periodo de análisis, un bien producido y al trabajo como único factor de producción, el problema de optimización del agente es:

$$\begin{aligned} \text{Máx } \Pi &= pQ_s - wN_d \\ \text{S. a } Q_s &= f(N_d) \quad f' > 0 \quad f'' < 0 \end{aligned}$$

Su solución conduce a las condiciones de equilibrio:

$$\begin{aligned} f' &= w/p \\ Q_s &= f(N_d) \end{aligned}$$

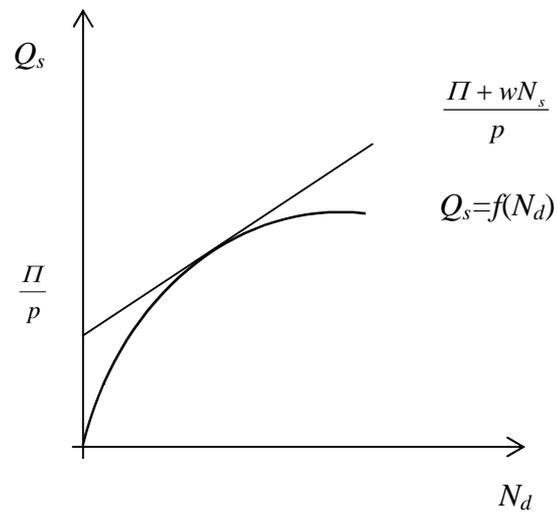
A partir de estas condiciones y de la recta de isobeneficio: $Q_s = \frac{\Pi + wN_s}{p}$, cuya pendiente es w/p y su ordenada al origen es Π/p , entonces el equilibrio del productor se representa en la gráfica 8.2.3, donde son tangentes la productividad marginal del trabajo y el salario real.

En el escenario de largo plazo, a partir de las curvas de costos se determina el equilibrio del productor donde el costo marginal iguala al ingreso marginal, en el espacio en que el primero es creciente. En la gráfica 8.2.4, el equilibrio del productor se encuentra en el punto E , no así en el punto a , donde la curva de costo marginal es decreciente.

En el equilibrio de largo plazo, no existen los beneficios positivos, por lo que el costo marginal, además de igualar al ingreso marginal, intersecta a la curva de costo medio en su punto más bajo, esta relación se muestra en la gráfica 8.2.5.

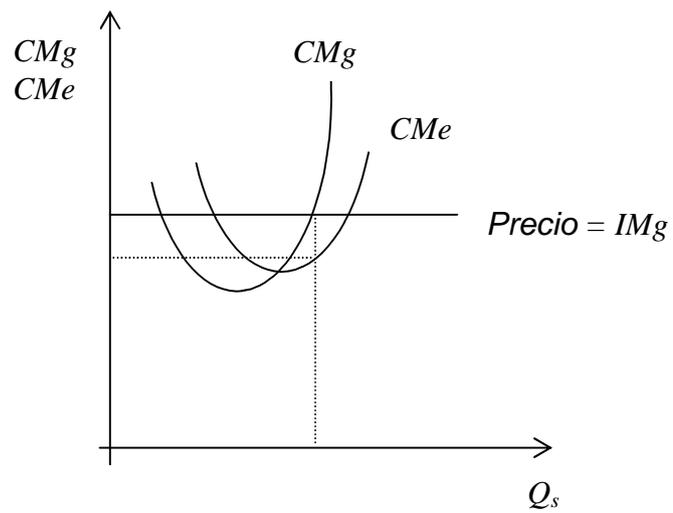
Gráfica 8.2.3

Equilibrio tradicional del productor en el corto plazo

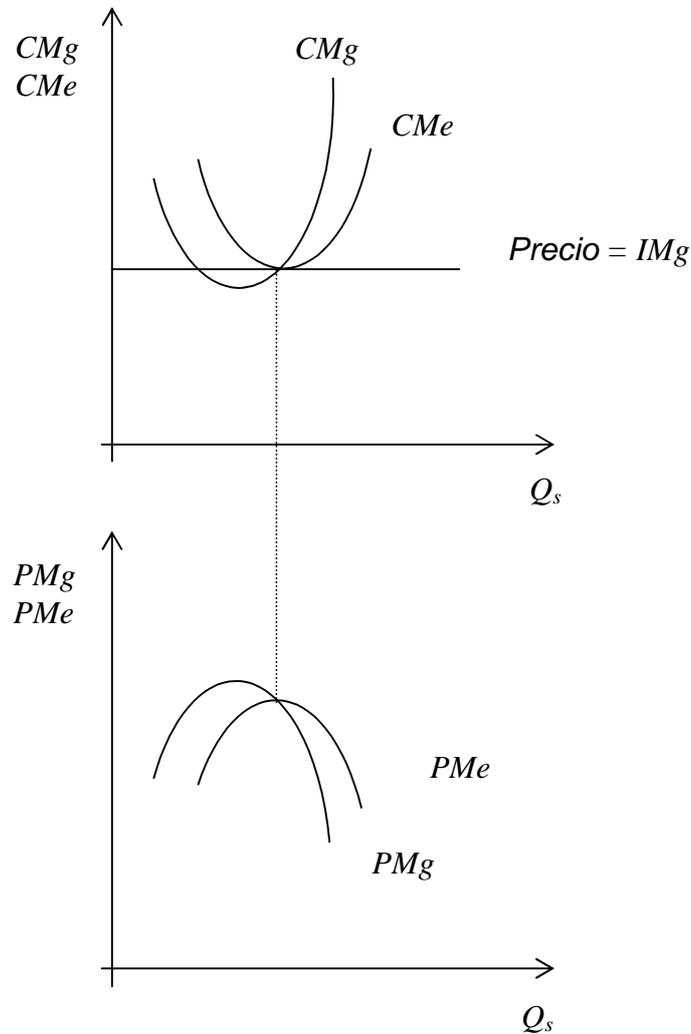


Gráfica 8.2.4

Equilibrio tradicional del productor en el largo plazo



Gráfica 8.2.5
Relación entre costos y productividad



Además, en la gráfica se observa la relación que debe existir entre los costos y la productividad.

Aun cuando la Teoría Neoclásica parezca aceptar la igualdad entre el producto marginal y el producto medio como característica del equilibrio del productor, sabemos, como se mostró en la sección 3.2, que esta igualdad no resulta del cálculo de maximización por parte de la firma. En el marco convencional, la

igualdad entre producto marginal y producto medio es sólo un supuesto que procede de las definiciones de costos y de productividad.

Para la interpretación de la gráfica 8.2.5 conviene utilizar las siguientes definiciones:

$$CMg = \frac{\partial CV}{\partial Q_s} = \frac{w \partial N_d}{\partial Q_s} = \frac{w}{\partial Q_s / \partial N_d} = w \frac{1}{PMg_{Nd}}$$

$$PMg = \frac{\partial Q_s}{\partial N_d} \rightarrow \frac{\partial N_d}{\partial Q_s} = \frac{1}{PMg_{Nd}}$$

$$CMe = \frac{CV}{Q_s} = \frac{w N_d}{Q_s} = \frac{w}{Q_s / N_d} = w \frac{1}{PMe_{Nd}}$$

$$PMe = \frac{Q_s}{N_d} \rightarrow \frac{N_d}{Q_s} = \frac{1}{PMe_{Nd}}$$

Como se muestra en la gráfica anterior, a medida que aumenta el producto marginal del trabajo, disminuye el costo marginal, y la misma relación se observa entre el producto medio y el costo medio.

Además:

$$\lim_{PMe \rightarrow \infty} CMe = 0$$

Es decir, que cuando el producto medio es máximo, entonces el costo medio es el mínimo posible.

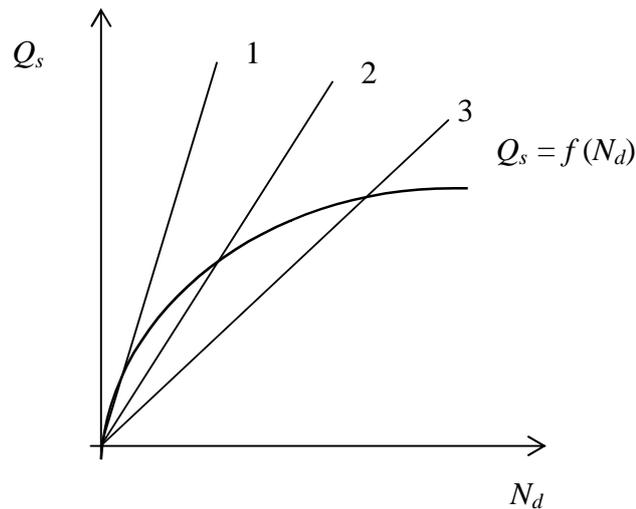
En la gráfica 8.2.6 se representa lo que ocurre en el escenario neoclásico cuando se intenta la igualdad entre el producto medio y la productividad marginal. La pendiente de las líneas marcadas con los números 1, 2 y 3 representa el producto medio del trabajo, entre mayor sea la pendiente de esta línea, mayor es el producto medio.

Como se observa, si la función de producción sólo considera el volumen de bienes generados cuando la productividad marginal del factor es positiva decreciente, resulta que la tangencia entre el producto medio y el producto marginal se encuentra en el origen. Esto significa que en el escenario neoclásico, el equilibrio del productor en que se maximizan producción y ganancias, se presenta cuando el tamaño de las firmas tiende a cero, porque la cantidad del factor trabajo que emplea

también tiende a ser nula, pero esto contradice el supuesto de que la firma existe cuando su producto es positivo; la solución que propone la teoría neoclásica a esta contradicción es considerar el tamaño de la industria como un dato.

Gráfica 8.2.6

Indeterminación del tamaño de la industria



La Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo demuestra la racionalidad del productor cuando maximiza la tasa de ganancia, y muestra la conveniencia de introducir una categoría designada como costos de instalación T^* en la restricción tecnológica.

Con ello, el problema de optimización del productor es:

$$\text{Máx } (1 + \pi) = \frac{pQ_s}{wN_d}$$

$$\text{S. a } Q_s = f(N_d - T^*)$$

Y como se muestra en la sección 7.2, del cálculo del productor se obtienen las condiciones de equilibrio:

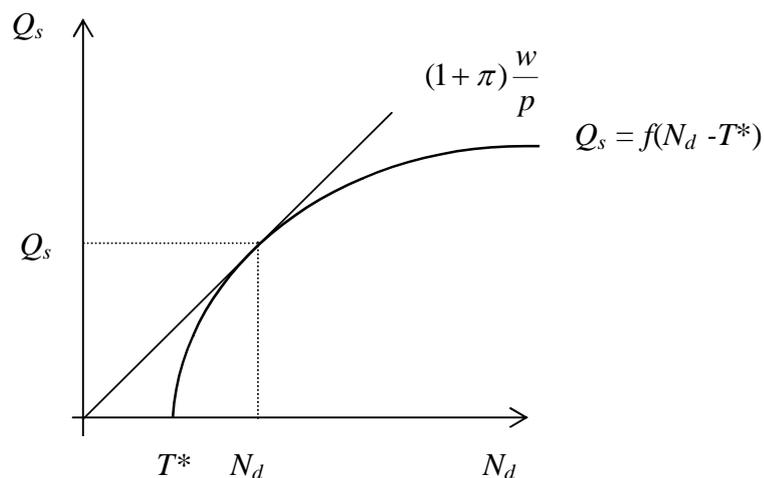
$$f' = \frac{f(N_d - T^*)}{N_d}$$

$$Q_s = f(N_d - T^*)$$

A diferencia de la Teoría Neoclásica, en la TIMT sí se obtiene como resultado del cálculo del productor que el equilibrio implica la igualdad entre producto marginal y producto medio. Esto se observa en la siguiente gráfica:

Gráfica 8.2.7

Equilibrio del productor en la TIMT



En la TIMT, la introducción de los costos de instalación en la función de producción tradicional, no significa ninguna violación a las condiciones de competencia perfecta, no implican indivisibilidades en la producción, ni barreras o rigideces a la entrada, en cambio, es posible mostrar su plena flexibilidad y determinación endógena.

Al utilizar los costos de instalación en la función de producción, la pretensión de la TIMT es superar la noción convencional de firma que la reduce a un proceso de ingeniería por el que se transforman insumos en productos. Con esta categoría se hace explícita la participación de la organización en la estructura de la firma. Así, la firma existe aun con niveles nulos de producto.

Técnicamente, como se observa en la gráfica 8.2.7, los costos de instalación permiten determinar el tamaño de la industria en un nivel en que la cantidad de factor y el producto son positivos.

No obstante, del análisis efectuado a la formalización básica de la TIMT, encontramos dos limitaciones de la incorporación explícita de los costos de instalación.

La primera limitación proviene de la función de demanda de trabajo resultante del cálculo de los productores:

$$N_d = T^* (1 - \mu)^{-1}$$

De acuerdo con ella, la demanda de trabajo total es una función positiva constante de los costos de instalación. Dado el grado de homogeneidad de una función de producción μ , la cantidad de trabajo que el productor emplea depende de la magnitud de los costos de instalación, si éstos son reducidos, la demanda de trabajo es escasa.

Además cuando $\mu \rightarrow 0$ entonces todo el trabajo que la firma emplea se dedica a organización, cuando $\mu \rightarrow 1$ entonces es mayor es la fracción del trabajo demandado que se dedica a la producción.

Entonces, los factores que determinan la demanda de trabajo del empresario individual son el grado de homogeneidad de la función de producción y los costos de instalación. La limitación es precisamente las interpretaciones que permite la función de demanda de trabajo: características particulares de una función de producción (grado de homogeneidad) determinan el nivel de empleo, e igualmente, el nivel de empleo depende de la magnitud de los costos de instalación, es decir, de los recursos que la firma debe destinar a organización.

Para el total de los productores, se obtiene en equilibrio general que:

$$\frac{T^*}{1 - \mu} = \mu^{-1} f^{-1} \left[(1 + \pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1 + \varphi} \right]$$

$$N_d = \mu^{-1} f^{-1} \left[(1 + \pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1 + \varphi} \right]$$

$$N_d = \mu^{-1} f^{-1}(Q_d)$$

Expresiones donde se observa que aun en el conjunto solución de los productores, el nivel de empleo se explica en función de los costos de instalación, y

estos dependen a su vez de la demanda efectiva y de las propiedades particulares de la función de producción.

El segundo inconveniente que encontramos, es que si bien los costos de instalación ayudan a determinar el tamaño de la industria y muestran claramente que una empresa requiere de la organización para constituirse como tal, la forma en que la TIMT plantea la restricción técnica (al precisar que la organización implica recursos que no generan producto), la formalización algebraica y su expresión gráfica no evidencian cómo la organización contribuye a la producción o cuál es la utilidad de la organización para la generación de producto.

De la TIMT suscribimos plenamente la necesidad de arribar a un concepto general de tecnología donde se incluyan a la ingeniería y a la organización, y que sea más representativo de la acción de una firma, en lugar de reducir ésta al simple proceso de conversión de insumos en bienes.

En la Nueva Economía Institucional, encontramos argumentos que sostienen esta idea. Por ejemplo, Ronald Coase en el trabajo "The Nature of the Firm" (1937) subrayó que las firmas deberían considerarse como entidades endógenas al sistema económico y cuya presencia se justifica por la existencia de costos de transacción.

En esta visión, el rasgo característico de la firma no es un proceso de producción por sí mismo, sino la coordinación u organización de sus actividades que permita reducir los costos de transacción y los costos de organización.

Los costos de transacción son los derivados de la inserción de la firma en el mercado, es decir, de su capacidad de gestión para la compra de factores y venta de producto. Los costos de organización resultan de la vinculación entre los factores, es decir, dependen de las relaciones que se establezcan al interior de la empresa.³

³ En el artículo señalado se lee: "...una empresa es un sistema de relaciones que surge cuando la dirección de los recursos depende de un empresario... Una empresa se vuelve más grande a medida que el empresario organiza transacciones individuales (que podrían ser transacciones de intercambio coordinadas a través del mecanismo de los precios), y se vuelve más pequeña a medida que el empresario abandona la organización de tales transacciones." Coase, R. (1937). "The Nature of the Firm", *La naturaleza de la empresa*, Williamson, O. y Winter, S. (comps.), 1996, FCE, México, p. 36.

Más adelante, en 1987, Coase escribió: "La actividad principal de ... la empresa es la operación de un negocio. La idea fundamental de 'La naturaleza de la empresa' es la comparación de los costos de coordinación de las actividades de los factores de producción dentro de la empresa con los costos de la obtención del mismo resultado mediante transacciones del mercado o por medio de operaciones emprendidas dentro de alguna otra empresa..."

El surgimiento de la empresa conduce a arreglos contractuales mucho menos complicados, cuyo carácter indica la frase 'un solo contrato sustituye a muchos'. También es cierto - algo que no advertí cuando escribí 'La naturaleza de la empresa' - que el surgimiento de empresas tiene como

El planteamiento de la Nueva Economía Institucional ha sido retomado por economistas como Armen Alchian, Harold Demsetz, Oliver Williamson, Sydney Winter y Oliver Hart.

Por último, creemos conveniente señalar que en la propuesta desarrollada en la TIMT y en la que haremos en las siguientes secciones, no consideramos lo que Coase denominó costos de transacción.

8.3 LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN POLINÓMICA

Considerando que la tecnología es la relación entre ingeniería y organización que permite la producción de bienes, proponemos la siguiente restricción técnica de las firmas:

*Hipótesis 2**: En una empresa, la producción de bienes implica el seguimiento de un proceso. En cada fase o etapa de éste se requiere la utilización de factores que conviertan insumos en producto, pero además se requiere organizar la participación y vinculación entre esos factores. La generación de producto es atribuible tanto a la ingeniería como a la organización.⁴

Esta hipótesis se expresa en la siguiente función de producción:

$$Q_s = (aN_d^n + bN_d^{n-1} + \dots + yN_d + z), \quad z = 0 \quad (1)$$

Donde Q_s es la oferta de producto y N_d es la demanda de trabajo.

De hecho, la representación formal de la hipótesis que proponemos no requiere una función polinómica de grado n . El caso más general y simple se obtiene a través de un polinomio de orden tres de la forma:

$$Q_s = aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d + d, \quad d = 0 \quad (2)$$

consecuencia la sustitución de las transacciones entre factores por las transacciones internas de la empresa, y de las transacciones entre factores y consumidores por las transacciones entre empresas y consumidores." Coase, R. (1987). "La naturaleza de la empresa: influencia", *La naturaleza de la empresa*, Williamson, O. y Winter, S. (comps.), 1996, FCE, México, pp. 91 - 93.

⁴ Como mencionamos, aceptamos la primera hipótesis que sugiere la TIMT para el comportamiento del productor, según la cual, este agente maximiza la tasa de ganancia y no la masa de ganancia.

La ecuación (2) representa la función de producción más general, $Q_s \in \mathfrak{R}^+$.

La variable independiente pertenece al conjunto de los números reales positivos, es decir, está definida en el intervalo $(0, \infty)$. Esta característica encuentra su sentido económico en el hecho de que necesariamente N_d debe ser positivo, no pueden emplearse en la producción cantidades negativas de trabajo.

Una función polinómica se compone de varios términos, entendemos cada uno de ellos como una etapa del proceso productivo; el producto total se obtiene cuando se verifican todas ellas.

En un polinomio, los exponentes de la variable independiente siempre son positivos. Nuestra interpretación es que los exponentes son números puros que indican la intensidad requerida del factor trabajo, o la forma como el trabajo se potencia en cada fase.

Así entonces, la ecuación (2) nos indica que el proceso productivo se compone de tres fases, todas requieren del insumo trabajo, pero cada una lo utiliza en diferente grado o con distinta intensidad. La intensidad en el uso del trabajo se ordena así: $N_d^3 > N_d^2 > N_d$.

Los coeficientes de nuestra función de producción se definen con los valores: $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$ y $d = 0$. Éstas son restricciones matemáticas. Sólo bajo ellas es posible representar a través de un polinomio cúbico, una función de producción semejante a la que se muestra en la gráfica 8.3.1⁵

Para nosotros, los coeficientes representan la ponderación de cada intensidad de trabajo dentro del proceso productivo y por ende permiten homogeneizar los diferentes tipos o intensidades de trabajo para sumarlos y obtener unidades de producto.

Entonces, el coeficiente a , indica que se necesita a veces la cantidad de trabajo de intensidad 3 para la primera fase del proceso productivo; luego se necesitan b veces la cantidad de trabajo de intensidad 2 en la siguiente fase de la producción, y c veces la cantidad de trabajo de intensidad 1.

Como se mostrará más adelante, bajo las hipótesis de que la firma maximiza la tasa de ganancia con la restricción de que la función de producción se describe

⁵ En el anexo 1 mostramos por qué es necesario que los coeficientes tomen estos valores, también señalamos lo que ocurre en otros casos.

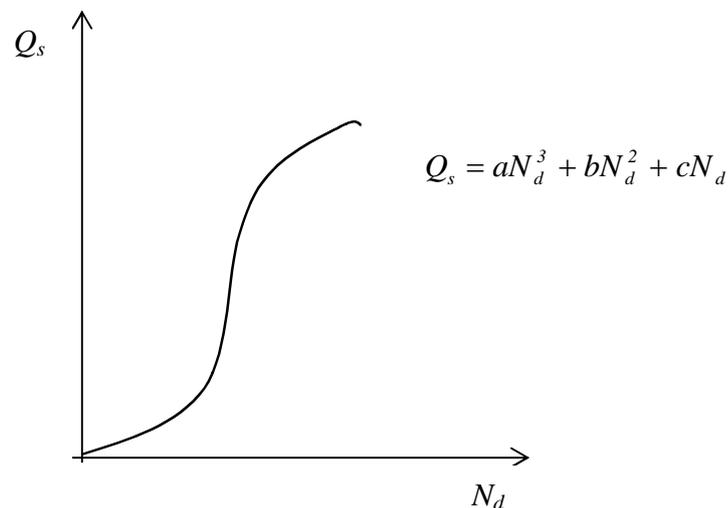
por una función polinómica, entonces el equilibrio eficiente estará dado por la ecuación:

$$(1 + \pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1 + \varphi} = f(N_d) \quad (3)$$

Es decir, el nivel de empleo es función de la demanda efectiva.

Gráfica 8.3.1

Función de producción polinómica



8.4 MODELO DE EQUILIBRIO GENERAL CON MAXIMIZACIÓN DE LA TASA DE GANANCIA SIN COSTOS DE INSTALACIÓN Y CON RESTRICCIÓN TÉCNICA EXPRESADA MEDIANTE UN POLINOMIO CÚBICO.

A) Condiciones iniciales

El modelo que se propone a continuación se desarrolla en un escenario de competencia perfecta, con precios y cantidades plenamente flexibles, información perfecta y agentes representativos que actúan racionalmente y que buscan

maximizar sus beneficios como productores y sus utilidades como consumidores; es un sistema plenamente descentralizado y de propiedad privada.

El escenario analítico considera un producto no durable, un factor de producción y un periodo de análisis.

B) Productores

El cálculo del productor se realiza a partir de las dos hipótesis siguientes:

Hipótesis 1. El productor maximiza la tasa de ganancia y no la masa de ganancia, asegurándose así de obtener el máximo beneficio (esta hipótesis es adoptada sin modificación de la TIMT).

Hipótesis 2:* En una empresa, la producción de bienes implica el seguimiento de un proceso. En cada fase o etapa de éste se requiere la utilización de factores que conviertan insumos en producto, pero además se requiere organizar la participación y vinculación entre esos factores. La generación de producto es atribuible tanto a la ingeniería como a la organización.

De acuerdo con esta hipótesis es posible representar la restricción tecnológica del productor a través de una función de producción polinómica, que incluye entre su rango la situación particular de las funciones de producción que exhiben rendimientos positivos decrecientes a las que se restringe el cálculo tradicional del productor.

Las hipótesis anteriores se expresan en el siguiente problema de optimización:

$$\text{Máx } (1 + \pi) = \frac{pQ_s}{wN_d} \quad (1)$$

$$\text{S. a } Q_s = (aN_d^n + bN_d^{n-1} + \dots + yN_d + z), \quad z = 0 \quad (2)$$

Cuya solución se muestra a continuación.

Sustituyendo (2) en (1):

$$(1 + \pi) = \frac{pf(aN_d^n + bN_d^{n-1} + \dots + yN_d)}{wN_d} \quad (3)$$

$$\frac{\partial(1 + \pi)}{\partial N_d} = \frac{p(naN_d^{n-1} + (n-1)bN_d^{n-2} + \dots + y)wN_d - p(aN_d^n + bN_d^{n-1} + \dots + yN_d)w}{w^2(N_d)^2}$$

Simplificando:

$$nN_d^{n-1} + (n-1)bN_d^{n-2} + \dots + y = \frac{aN_d^n + bN_d^{n-1} + \dots + yN_d}{N_d} \quad (4)$$

Las expresiones (2) y (4) son las condiciones de equilibrio del productor.

La ecuación (4) indica que la producción se realizará donde el producto marginal del trabajo y el producto medio coincidan, es decir, donde el producto y los beneficios obtenidos son los máximos posibles. Esta condición de maximización ha sido demostrada ya en la TIMT (y supuesta en la neoclásica); sin embargo, a diferencia de ese contexto analítico, aquí no ha sido necesario definir explícitamente una categoría que represente a la organización y que haga posible la igualdad entre producto marginal y producto medio con cantidades positivas de insumos y producto. El resultado (4) muestra que es posible definir el tamaño de la industria aun sin costos de instalación.

Simplificando (4):

$$\begin{aligned} nN_d^{n-1} + (n-1)bN_d^{n-2} + \dots + y &= aN_d^{n-1} + bN_d^{n-2} + \dots + y \\ (n-1)aN_d^{n-1} + (n-2)bN_d^{n-2} + \dots &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

En el anexo 8.5.2 de este capítulo se indican las condiciones para resolver una expresión como la ecuación (5); aquí sólo precisamos que tiene solución general en los casos en los que $n = 3, 4, 5$.

Si $n = 2$, sólo es posible una solución trivial en la que $N_d = 0$, puesto que la expresión (5) se reduce a:

$$aN_d = 0$$

Para valores de n tales que $n \leq 1$ se obtienen expresiones no polinómicas porque las incógnitas tienen exponentes negativos.

Finalmente en los casos en que $n \geq 6$, es posible obtener la solución de las n raíces, pero únicamente a través de métodos numéricos y sólo si se conoce el valor de todos los coeficientes del polinomio.

Con la finalidad de encontrar una solución general y simple para la incógnita demanda de trabajo, es suficiente efectuar el cálculo a partir de una función polinómica de tercer grado:

$$Q_s = aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d \quad N_d \in (0, \infty), a < 0, b > 0, c > 0 \text{ y } d=0 \quad (6)$$

Sustituyendo (6) en (1):

$$(1 + \pi) = \frac{p(aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d)}{wN_d}$$

$$\frac{\partial(1 + \pi)}{\partial N_d} = \frac{p(3aN_d^2 + 2bN_d + c)wN_d - p(aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d)w}{w^2(N_d)^2}$$

Simplificando:

$$3aN_d^2 + 2bN_d + c = \frac{aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d}{N_d} \quad (7)$$

Ahora las expresiones (6) y (7) son las condiciones de equilibrio del productor.

Simplificando (7):

$$3aN_d^2 + 2bN_d + c = aN_d^2 + bN_d + c$$

$$2aN_d^2 + bN_d = 0 \quad (7b)$$

Nuestro problema de optimización con restricción nos condujo a una ecuación de segundo grado que resolvemos para la demanda de trabajo.

Las soluciones de la ecuación (7b) son:

$$N_d=0 \text{ y } N_d=-b/2a$$

Como por nuestras condiciones iniciales $a < 0$, entonces:

$$N_d = \frac{b}{2a}$$

$$\text{Usando: } \alpha = \frac{1}{2}$$

$$N_d = \alpha \frac{b}{a} \quad (8)$$

Esta ecuación es la función de demanda de trabajo de la empresa, indica que el requerimiento del factor trabajo depende de la razón tecnológica b/a .

Para determinar la oferta de producto, sustituimos (8) en (6):

$$Q_s = \left[a \left(\frac{\alpha b}{a} \right)^3 + b \left(\frac{\alpha b}{a} \right)^2 + c \left(\frac{\alpha b}{a} \right) \right] \quad (9)$$

O alternativamente:

$$Q_s = f \left(\alpha \frac{b}{a} \right) \quad (9b)$$

Siendo f una función polinómica de tercer grado.

En consecuencia, la demanda de trabajo y la oferta de producto dependen de la ingeniería y la organización incorporadas en la tecnología.

C) Consumidores

El cálculo de los consumidores se basa en la maximización de la utilidad de los agentes respecto a la cantidad que pueden consumir de bien físico y respecto al ocio, sujeta a la restricción presupuestal acorde con la maximización de la tasa de ganancia de la firma; el cálculo es el siguiente:

$$\text{Máx } U = u(Q_d, S) \quad (10)$$

$$\text{S. a } (1 + \pi)wN_s = pQ_d \quad (11)$$

$$L(U) = u(Q_d, S) + \lambda [(1 + \pi)wN_s - pQ_d] \quad (12)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Q_d} = u' Q_d - \lambda p \quad u' Q_d = \lambda p \quad (13)$$

$$\frac{\partial L}{\partial N_s} = -u' S + \lambda(1 + \pi)w \quad -u' S = -\lambda(1 + \pi)w \quad (14)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = (1 + \pi)wN_s - pQ_d \quad (1 + \pi)wN_s = pQ_d \quad (15)$$

Para determinar las condiciones de equilibrio, dividimos (14) entre (13):

$$\frac{u'S}{u'Q_d} = \frac{(1+\pi)w}{p} \quad (16)$$

Donde φ expresa la relación inversa y proporcional entre el consumo y el ocio si la función de utilidad es cóncava. Entonces la ecuación (16) es:

$$\frac{\varphi Q_d}{S} = \frac{(1+\pi)w}{p}$$

$$\frac{\varphi Q_d}{(\tau - N_s)} = \frac{(1+\pi)w}{p} \quad (16b)$$

De (15):

$$Q_d = \frac{(1+\pi) + wN_s}{p} \quad (15b)$$

Reemplazando (15b) en (16b):

$$\frac{\varphi \frac{(1+\pi)wN_s}{p}}{(\tau - N_s)} = \frac{(1+\pi)w}{p}$$

Resolviendo para la función oferta de trabajo N_s :

$$N_s = \frac{\tau}{1+\varphi} \quad (17)$$

Sustituyendo (17) en (15b) y resolviendo para la función demanda de producto Q_d :

$$Q_d = (1+\pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1+\varphi} \quad (18)$$

D) Equilibrio general

Del cálculo de maximización de consumidores y productores obtuvimos:

$$N_d = \alpha \frac{b}{a} \quad (8) \quad N_s = \frac{\tau}{1+\varphi} \quad (17)$$

$$Q_s = \left[a \left(\frac{\alpha b}{a} \right)^3 + b \left(\frac{\alpha b}{a} \right)^2 + c \left(\frac{\alpha b}{a} \right) \right] \quad (9) \quad Q_d = (1+\pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1+\varphi} \quad (18)$$

A partir de estas ecuaciones resulta inmediatamente que, como en la TIMT, no se constituye un mercado de trabajo porque ni la demanda, ni la oferta de trabajo dependen del salario real; entonces, éste no es un precio que haga compatibles las decisiones de los agentes demandantes y oferentes.

Sin embargo, sí se forma el mercado de producto puesto que la demanda de bienes guarda una relación inversa con los precios relativos.

En el mercado de producto tenemos:

$$Q_d - Q_s = 0 \quad (19)$$

Sustituyendo las funciones (9) y (18) en (19):

$$(1 + \pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1 + \varphi} = \left[a \left(\frac{\alpha b}{a} \right)^3 + b \left(\frac{\alpha b}{a} \right)^2 + c \left(\frac{\alpha b}{a} \right) \right] \quad (20)$$

$$(1 + \pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1 + \varphi} = f \left(\alpha \frac{b}{a} \right) \quad (20b)$$

En el sector laboral:

$$N_d - N_s \leq 0 \quad (21)$$

Sustituyendo (8) y (17) en (21):

$$\alpha \frac{b}{a} - \frac{\tau}{1 + \varphi} \leq 0 \quad (22)$$

Resolviendo (22) para la razón tecnológica b/a con igualdad:

$$\frac{b}{a} = \frac{\tau \alpha}{1 + \varphi} \quad (22b)$$

La ecuación (22b) indica el valor de la razón tecnológica b/a cuando existe pleno empleo.

Sustituyendo (22b) en (20b) se obtiene:

$$(1 + \pi) \frac{w}{p} = f \left(\alpha \frac{\tau \alpha}{1 + \varphi} \right) \frac{1 + \varphi}{\tau} \quad (23)$$

La ecuación (23) expresa el valor del producto medio de pleno empleo.

Ahora mostramos que es posible el equilibrio general con equilibrio en el mercado de producto y desempleo en el sector laboral.

La razón tecnológica b/a , puede multiplicarse por un número tan pequeño como se quiera ε , por ejemplo si $1 > \varepsilon > 0$:

$$\overline{\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{\tau\alpha}{1+\varphi} \varepsilon \quad (22c)$$

Dadas las características con que se ha elegido ε , entonces es evidente que el valor de la nueva razón tecnológica es inferior a la anterior:

$$\frac{b}{a} < \overline{\left(\frac{b}{a}\right)}$$

Si la oferta de trabajo no depende de la razón tecnológica según la ecuación (17), su valor permanecerá constante; la demanda de trabajo en cambio disminuye su valor, generándose entonces una situación de desempleo.

Uno de nuestros primeros resultados es entonces que el nivel de empleo depende de las características tecnológicas a través de la razón b/a ; a ésta la entendemos como la relación de proporción entre dos fases del proceso productivo, se determina endógenamente de la forma siguiente.

A partir de la ecuación (20b):

$$(1+\pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1+\varphi} = f\left(\alpha \frac{b}{a}\right) \quad (20b)$$

$$\frac{b}{a} = f^{-1}\left[(1+\pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1+\varphi}\right] \alpha^{-1} \quad (24)$$

De acuerdo a (24) la integración de las etapas del proceso productivo se establece de modo que pueda satisfacerse la demanda del mercado.

Igualmente, a partir de (20b) puede expresarse:

$$(1+\pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1+\varphi} = f(N_d)$$

Resolviendo para la demanda de trabajo:

$$N_d = f^{-1} \left[(1 + \pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1 + \varphi} \right] \quad (25)$$

La ecuación (25) indica que la demanda de trabajo es función de la demanda efectiva, ya que el término entre corchetes es justamente la demanda efectiva.

$$Q_{de} = (1 + \pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1 + \varphi} \quad (26)$$

Y con (26) se observa que la demanda efectiva guarda una relación directa con el salario real, como también la tiene la demanda de trabajo. Es decir, a mayor salario real, mayor demanda efectiva de producto y mayor demanda de trabajo.

Este segundo resultado es plenamente compatible con el anterior. Si consideramos que la razón tecnológica según se definió es:

$$\frac{b}{a} = \frac{\tau \alpha}{1 + \varphi} \quad (22b)$$

Y está también presente en la determinación del nivel de empleo. La ecuación (25) puede escribirse como:

$$N_d = f^{-1} \left[(1 + \pi) \frac{w}{p} \frac{1}{\alpha} \frac{b}{a} \right] \quad (25b)$$

Resultando entonces que la demanda de trabajo es función positiva de la demanda efectiva, del salario real y de la razón tecnológica b/a .

De la expresión:

$$(1 + \pi) \frac{w}{p} \frac{\tau}{1 + \varphi} = \left[a \left(\frac{\alpha b}{a} \right)^3 + b \left(\frac{\alpha b}{a} \right)^2 + c \left(\frac{\alpha b}{a} \right) \right] \quad (20)$$

Se obtiene que el producto medio multiplicado por el total del empleo existente en la economía (es decir, el lado izquierdo de la ecuación anterior) iguala a la oferta total de producto. En consecuencia, en equilibrio general se encuentra un conjunto solución para los productores formado por los puntos de equilibrio

eficientes, es decir, puntos donde se verifica la tangencia entre el producto medio y el producto marginal según varíen el salario real y la razón tecnológica.

E) Propiedades del conjunto solución de los productores

Precisamos que la función de producción:

$$Q_s = aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d$$

Está definida en el intervalo $(0, \infty)$ y para los valores $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$ y $d = 0$.

Del conjunto solución:

$$Q_s = \left[a \left(\frac{\alpha b}{a} \right)^3 + b \left(\frac{\alpha b}{a} \right)^2 + c \left(\frac{\alpha b}{a} \right) \right]$$

Sus propiedades son:

$$\frac{\partial Q_s}{\partial N_d} = 3aN_d^2 + 2bN_d + c > 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial^2 Q_s}{\partial N_d^2} = 6aN_d + 2b < 0 \quad (28)$$

Demostración:

Primero queremos probar que: $3aN_d^2 + 2bN_d + c > 0$. Sabemos que: $a < 0$, $b > 0$ y $c > 0$; entonces necesariamente $(b + c) > a$. Suponemos que existen tres números positivos cualesquiera: β , χ y $\delta \in \mathcal{R}_+$ relacionados entre sí en cualquier forma, por ejemplo $\beta = \chi = \delta$, $\beta > \chi > \delta$ o $\beta < \chi < \delta$, entonces el producto de cualquiera de estos números por cualquiera de los coeficientes en $(b + c) > a$, siempre preserva el signo de la desigualdad. Si por ejemplo, suponemos que $\beta = 2N_d$, $\chi = 3N_d^2$ y $\delta = 1$, entonces $(2bN_d + c) > 3aN_d^2$.

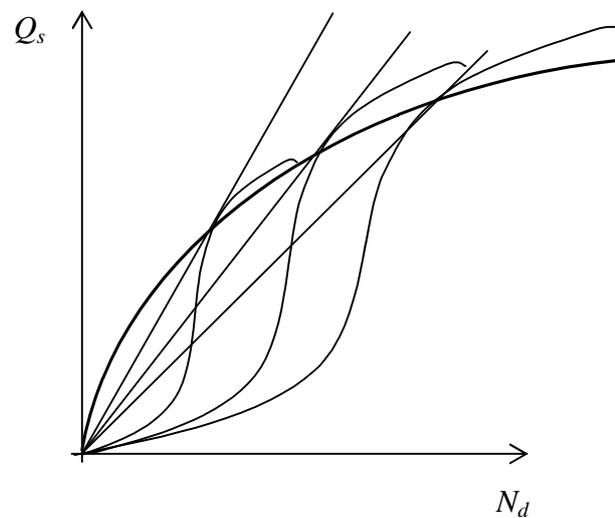
Ahora queremos comprobar que: $6aN_d + 2b < 0$. Sabemos que $a < 0$ y $b > 0$ entonces necesariamente $b > a$. Suponiendo que existen dos números positivos cualesquiera: γ y $\eta \in \mathcal{R}_+$ tales que $\gamma = \eta$, $\gamma > \eta$, o $\gamma < \eta$, o también $\gamma = 6N_d$ y $\eta = 2$, entonces se verifica que $\gamma b > \eta a$ y en consecuencia $6aN_d < 2b$.

Por lo tanto, se comprueba que la oferta de producto de equilibrio es una función positiva decreciente del trabajo utilizado y que el conjunto solución de los productores es convexo.

Este resultado se muestra gráficamente a continuación:

Gráfica 8.4.1

Conjunto solución de los productores



En esta gráfica se observa que el equilibrio se constituye por los puntos en que son tangentes el producto marginal y el producto medio del trabajo.

Las diferencias entre las curvas de oferta de cada empresa se explican a partir de la forma como varía la función de producción.

Matemáticamente las diferencias en las curvas de oferta son resultado simplemente de estiramientos horizontales y verticales de la función. Para precisar el significado del estiramiento de una función de producción como la descrita, nos apoyamos en el hecho de que cualquier función puede transformarse en otra relacionada, a través de una operación aritmética en cada elemento de su dominio.⁶

⁶ La transformación de una función en otra relacionada, se hace invariablemente a través de alguna operación aritmética que modifique el dominio de la función original. La transformación que ocurre en la función polinómica que hemos propuesto es un estiramiento que se obtiene cuando, dada una función original $y=f(x)$, se hace $y = f(x/w)$, donde y representa los elementos del contradominio, x los del dominio, f la regla de correspondencia y c una constante positiva y mayor que la unidad.

Si suponemos que las curvas de producción individuales de la gráfica anterior son representativas del comportamiento de una sola empresa en distintos momentos, entonces, podemos afirmar que cuando la empresa hace más eficiente el uso del factor trabajo, está reduciendo la razón necesaria de ese factor en cada fase del proceso productivo, mientras mantiene constante la intensidad de su uso. O bien, si suponemos que cada curva de oferta representa a una firma diferente, entonces, aquellas que utilizan con mayor eficiencia el factor trabajo, lo requieren en menor cantidad en cada fase de su proceso productivo.⁷

Este resultado no indica que se reduce la demanda de trabajo, por el contrario, la organización de una firma le ha permitido no sólo hacer un mejor uso de sus recursos, sino también la posibilidad de expandir su producción. En las empresas en las que la eficiencia es mayor, se alcanza un nivel de equilibrio con mayores niveles de demanda de trabajo y de producto medio.

F) Extensión del modelo básico

En esta sección extendemos los resultados del modelo básico para explorar lo que ocurre cuando participan en la producción insumos diferentes al trabajo.

Siendo K cualquier nuevo insumo, que puede ser uno producido previamente como el capital, o bien, puede tratarse de otro bien no producido como la tierra. En tal caso, su introducción origina que se modifique el cálculo del productor de la siguiente manera:

$$\text{Máx } (1 + \pi) = \frac{pQ_s}{wN_d + rK} \quad (29)$$

$$\text{S. a } Q_s = [(aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d), K], \quad (30)$$

Considerando las especificaciones de la función de producción polinómica descritas en la sección 8.3, en especial que $a < 0$, $b > 0$ y $c > 0$ de $Q_s = aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d$, entonces podemos escribir el siguiente ejemplo. Si $Q_s = -N_d^3 + N_d^2 + N_d$, y suponiendo $w = 2$, un estiramiento de la función anterior es: $Q_s = -(N_d/2)^3 + (N_d/2)^2 + (N_d/2)$.

En el anexo 8.5.1, profundizamos en las transformaciones que podemos realizar en un polinomio cúbico.

⁷ A partir de la gráfica 8.4.1 la empresa es más eficiente cuando su proceso productivo se representa por una función situada más a la derecha con respecto al eje de las ordenadas.

Si consideramos el ejemplo de la nota anterior, De la función transformada, es evidente que en cada fase del proceso productivo se mantiene constante la intensidad de uso del trabajo respecto a la función original y se reduce la razón de trabajo empleada en cada fase porque la cantidad de trabajo se divide por una constante (N , $N/2$, $N/3$, etc.).

Donde r representa el pago por unidad utilizada del insumo K .

La solución se muestra a continuación.

Sustituyendo (30) en (29):

$$(1 + \pi) = \frac{p[(aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d), K]}{wN_d + rK}$$

$$\frac{\partial(1 + \pi)}{\partial K} = \frac{pQ'_{s,K}(wN_d + rK) - prQ_s}{(wN_d + rK)^2} \quad (31)$$

$$\frac{\partial(1 + \pi)}{\partial N_d} = \frac{pQ'_{s,Nd}(wN_d + rK) - pwQ_s}{(wN_d + rK)^2} \quad (32)$$

Donde $Q'_{s,Nd}$ y $Q'_{s,K}$ representan la productividad marginal del trabajo y del bien K .

Para obtener las condiciones de primer orden dividimos (31) entre (32):

$$\frac{Q'_{s,K}}{Q'_{s,Nd}} = \frac{r}{w} \quad (33)$$

Otra condición, la obtenemos al reemplazar (33) en (31) o (32):

$$Q'_{s,Nd} \frac{N_d}{Q_s} + Q'_{s,K} \frac{K}{Q_s} = 1 \quad (34)$$

Entonces las condiciones de equilibrio del productor son (30), (33) y (34).

Con el fin de resolver el cálculo del productor usamos una función de producción específica, por ejemplo:

$$Q_s = (aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d)K^\gamma \quad 1 > \gamma > 0 \quad (35)$$

De (35) calculamos:

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = \gamma K^{\gamma-1} (aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d) \quad (36)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial N_d} = K^\gamma (3aN_d^2 + 2bN_d + c) \quad (37)$$

Sustituyendo (36) y (37) en (33) y (34) obtenemos:

$$N_d = \frac{(1-\gamma)(aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d)}{3aN_d^2 + 2bN_d + c} \quad (38)$$

$$K = \frac{\gamma w}{r} \frac{aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d}{3aN_d^2 + 2bN_d + c} \quad (39)$$

Simplificamos y resolvemos para N_d y K .

De (38):

$$N_d = \frac{(1-\gamma)(aN_d^2 + bN_d + c)N_d}{3aN_d^2 + 2bN_d + c}$$

$$3aN_d^2 + 2bN_d + c = \frac{(1-\gamma)(aN_d^2 + bN_d + c)N_d}{N_d}$$

$$(2a + a\gamma)N_d^2 + (b + b\gamma)N_d + c\gamma = 0 \quad (40)$$

Como en el caso básico en que el único insumo era el trabajo, aquí, a pesar de la introducción de otro insumo, también obtenemos que nuestro problema de optimización nos conduce a una ecuación de segundo grado a resolverse para la demanda de trabajo.

Podemos utilizar la fórmula general para resolver ecuaciones de segundo grado y sustituir en ésta los coeficientes de (40):

$$N_d = \frac{-(b - b\gamma) \pm \sqrt{(b - b\gamma)^2 - 4(2a - a\gamma)(c\gamma)}}{2(2a - a\gamma)} \quad (41)$$

Tenemos dos posibilidades de solución a partir de las propiedades iniciales: $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$ y $1 > \gamma > 0$; pero en cualquiera de los dos casos existe una solución económicamente significativa ($N_d > 0$):

1) Si $c\gamma = 0$, entonces

$$N_d = 0$$

$$N_d = \frac{-(b - b\gamma)}{(2a - a\gamma)}$$

Nuevamente, como $a < 0$:

$$N_d = \frac{(b - b\gamma)}{(2a - a\gamma)}$$

2) Si $c\gamma \neq 0$, nuestras condiciones iniciales conducen a que:

$$(b - b\gamma)^2 > -4(2a - a\gamma)(c\gamma)$$

$$N_d > 0$$

$$N_d < 0$$

Por lo tanto, bajo las características de la función de producción polinómica que hemos propuesto, aun cuando se introduzca un insumo adicional al trabajo, siempre tendremos que la demanda de éste sólo depende de las características tecnológicas y no del salario real.⁸

Finalmente, al sustituir el valor de la demanda de trabajo en la ecuación (39) obtendremos la demanda del insumo K .

Al sustituir los valores obtenidos para N_d y K en la función de producción, obtenemos que ésta en su forma reducida es:

$$Q_s = f \left[N_d, \left(\frac{w}{r} \right)^\gamma \right] \quad (42)$$

De donde:

$$N_d = f^{-1} \left[Q_s, \left(\frac{w}{r} \right)^\gamma \right] \quad (43)$$

La introducción de un nuevo insumo origina que la demanda de trabajo se relacione indirectamente con el salario y la tasa de interés.

Con nuestra función de producción polinómica se reproducen los resultados que se alcanzan en la TIMT; indirectamente, la demanda de trabajo es función positiva de la tasa de interés (o precio del insumo K) y función negativa del salario.

El hecho de que la demanda de trabajo se relacione indirectamente con el salario y la tasa de interés no contradice nuestros resultados anteriores. Por las ecuaciones (8) y (40) sabemos que la demanda de trabajo es independiente del salario real y queda completamente determinada a partir de las condiciones

⁸ En el anexo 8.5.3 mostramos ejemplos numéricos de optimización para el productor, en los casos en que el único insumo es el trabajo y cuando existe además otro insumo.

tecnológicas. Además en equilibrio general, obtenemos que la demanda de trabajo guarda una relación positiva con el salario nominal.

G) Generalidad del resultado

En esta sección mostramos que, afirmar que la demanda de trabajo es independiente del salario es un resultado que invariablemente se obtiene cuando la restricción tecnológica es una función polinómica cúbica de la forma $Q_s = aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d + d$ ó $Q_s = (aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d + d)K^\gamma$, donde $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$, $d = 0$ y $1 > \gamma > 0$

Demostración:

Partimos de los siguientes lemas:⁹

Lema 1. En una ecuación cúbica $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, si $d=0$, entonces necesariamente una de sus tres raíces es cero.

Lema 2. En una ecuación cúbica $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, si $a > 0$, $b > 2$, $c > 0$ y $d=0$, entonces las tres raíces de la ecuación son reales, una de ellas es cero y las otras dos negativas.

Lema 3. En una ecuación cúbica $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, si $a < 0$, $b > 2$, $c < 0$ y $d=0$, entonces las tres raíces de la ecuación son reales, una de ellas es cero y las otras dos positivas.

Lema 4. En una ecuación cúbica $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, si $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$ y $d=0$, entonces las tres raíces de la ecuación son reales, una es cero, otra es positiva y la tercera es negativa.

Lema 5. En una ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, si $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ y tales que $b^2 < 4ac$, las raíces de la ecuación son dos números imaginarios complejos conjugados.

Lema 6. En una ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, si $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ y tales que $b^2 > 4ac$, las raíces de la ecuación son dos números reales.

Lema 7. En una ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, si $c=0$ y a y b tienen el mismo signo para cualquier relación entre a y b , una raíz es cero y la otra es un

⁹ Podemos establecer estos lemas a partir del estudio de la representación de un polinomio cúbico que mostramos en el anexo 8.5.1.

número negativo (el negativo del cociente entre el coeficiente del término de grado 1 y el coeficiente del término de grado 2).

Lema 8. En una ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, si $c=0$ y a y b tienen signos diferentes, para cualquier relación entre a y b , una raíz es cero y la otra es un número positivo (el negativo del cociente entre el coeficiente del término de grado 1 y el coeficiente del término de grado 2).

Teorema 1. Cuando el problema de optimización del productor consiste en maximizar la tasa de ganancia bajo la restricción tecnológica expresada en una función de producción polinómica en la que sólo participa como insumo el trabajo y es de la forma: $aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d + d = 0$, si $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$ y $d = 0$, invariablemente se obtiene que el producto marginal del trabajo es equivalente al producto medio; este resultado se simplifica a una ecuación de segundo grado cuyas soluciones son una magnitud nula y una positiva para la cantidad de trabajo óptima.

Demostración:

Dado el problema:

$$\text{Máx } (1 + \pi) = \frac{pQ_s}{wN_d} \quad (44)$$

$$\text{S. a } Q_s = aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d \quad N_d \in (0, \infty), a < 0, b > 0, c > 0 \text{ y } d = 0 \quad (45)$$

Siempre puede expresarse como:

$$(1 + \pi) = \frac{p(aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d)}{wN_d} \quad (46)$$

Aplicando las reglas de derivación:

$$\frac{\partial(1 + \pi)}{\partial N_d} = \frac{p(3aN_d^2 + 2bN_d + c)wN_d - p(aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d)w}{w^2(N_d)^2}$$

$$3aN_d^2 + 2bN_d + c = \frac{aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d}{N_d} \quad (47)$$

Por definición, el producto marginal de un factor de la producción se calcula como la primera derivada de la función de producción respecto a este insumo. En nuestro caso, el producto marginal del trabajo es:

$$PMg = \frac{\partial Q_s}{\partial N_d} = 3aN_d^2 + 2bN_d + c \quad (48)$$

También, por definición, el producto medio de un factor de la producción se calcula como la cantidad ofertada de producto entre la cantidad utilizada del insumo, en nuestro caso el producto medio del trabajo es

$$PMe = \frac{Q_s}{N_d} = aN_d^2 + bN_d + c \quad (49)$$

A partir de (48) y (49) se obtiene que tanto el producto marginal y el producto medio de una función de producción polinomial cúbica se expresan a través de ecuaciones cuadráticas.

Por lo tanto, el resultado del cálculo de optimización conduce a la igualdad entre el producto marginal y el producto medio del trabajo (47), expresión que necesariamente se simplifica a una ecuación cuadrática.

Las propiedades de la función de producción y los lemas 6 y 8 garantizan que siempre se obtenga una solución positiva para la demanda de trabajo.

Teorema 2. Cuando el problema de optimización del productor consiste en maximizar la tasa de ganancia bajo la restricción tecnológica expresada en una función de producción cúbica en la que participan como insumos el trabajo y otro factor cualquiera; es decir, si la restricción técnica es de la forma: $Q_s = (aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d + d)K^\gamma$ $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$, $d = 0$ y $1 > \gamma > 0$ invariablemente se obtiene que el producto marginal del trabajo es equivalente al producto medio.

Al igual que en el teorema 1, este resultado se simplifica a una ecuación de segundo grado; aquí las soluciones son una magnitud no significativa (negativa) y una positiva para la cantidad de trabajo óptima.

Demostración:

Del problema de optimización:

$$\text{Máx } (1 + \pi) = \frac{pQ_s}{wN_d + rK} \quad (50)$$

$$\text{S. a } Q_s = [(aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d)K^\gamma] \quad (51)$$

Obtenemos como condiciones de maximización:

$$N_d = \frac{(1-\gamma)(aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d)}{3aN_d^2 + 2bN_d + c} \quad (52)$$

$$K = \frac{\gamma w}{r} \frac{aN_d^3 + bN_d^2 + cN_d}{3aN_d^2 + 2bN_d + c} \quad (53)$$

Al simplificar la primera de ellas obtenemos la ecuación cuadrática:

$$(2a + a\gamma)N_d^2 + (b + b\gamma)N_d + c\gamma = 0 \quad (54)$$

Las propiedades de los coeficientes y los lemas 6 y 8 aseguran que obtengamos una solución positiva para la demanda de trabajo.

H) Resumen de resultados

Finalmente, señalamos cuáles son las contribuciones de la propuesta presentada en este capítulo para la generalización de la teoría del productor:

1) Al adoptar de la TIMT la hipótesis de maximización de la tasa de ganancia, aseguramos que el productor actúa como agente racional y que obtiene los máximos beneficios posibles; la magnitud de los beneficios así obtenidos supera a los resultantes del cálculo tradicional.

2) Cuando la tecnología se expresa a través de una función de producción polinómica, se incorpora explícitamente a la ingeniería a través de la demanda de factores, e implícitamente se incorpora a la organización, como el elemento que posibilita la vinculación entre las unidades de trabajo y el uso eficiente de los recursos en cada etapa del proceso productivo.

3) La TIMT sugiere que los costos de instalación son necesarios para determinar el tamaño de la industria en niveles positivos de insumos y de producto. Nosotros mostramos que esto es posible aun sin costos de instalación si se utiliza en el cálculo de la firma una función de producción polinómica.

4) Suscribimos los resultados acerca del comportamiento del consumidor que señala la TIMT: cada agente ofrece la máxima cantidad posible de trabajo, limitado sólo por sus gustos y preferencias; demanda producto en relación directa con su nivel de ingreso.

5) Determinamos que la demanda de trabajo depende de las características tecnológicas como se relacionan las fases del proceso productivo y no depende del salario real. Estos resultados se reproducen cuando consideramos la participación de un insumo adicional cualquiera.

6) Mostramos que la oferta de producto depende de la demanda efectiva.

7) Comprobamos que no se constituye un mercado de trabajo porque no existe un criterio común entre firmas y trabajadores que determine y coordine la demanda y la oferta de trabajo.

8) El desempleo involuntario se explica, exactamente como Keynes intuyó en la *Teoría General* y como se muestra en la TIMT: por la insuficiencia de la demanda efectiva. La contracción de la demanda de producto, disminuye la oferta de producto y por tanto el requerimiento de trabajo.

9) El hecho de que la oferta de bienes de la firma se represente mediante una función de producción polinómica no restringe las condiciones de competencia perfecta, ni invalida las características necesarias para el equilibrio general competitivo. Esto es así, porque demostramos que en equilibrio general resulta una función de producción total positiva decreciente del trabajo y por tanto, un conjunto solución para los productores convexo.

10) Mostramos que la organización es necesaria para mejorar la eficiencia con la que opera una firma; tal eficiencia se evidencia en el requerimiento de menores cantidades de trabajo utilizadas con una intensidad constante, con las que se expande el producto marginal y el producto medio del trabajo, y por tanto la demanda de trabajo y la producción.

11) Evidenciamos que es posible explicar endógenamente el avance tecnológico como una mejora en la eficiencia de la firma debida a la organización.

8.5 ANEXOS

8.5.1 ESTUDIO DE LOS COEFICIENTES DE LAS FUNCIONES POLINÓMICAS DE TERCER GRADO

En este apartado se muestran las distintas posibilidades que puede exhibir una función polinómica de tercer grado cuando se representa gráficamente.

Nos limitamos a describir todas las variantes que resultan de cambios en los signos y en la magnitud de los coeficientes, así como en las transformaciones de los polinomios sin precisar alguna interpretación económica.

A) Variaciones en signos y magnitudes de los coeficientes de un polinomio cúbico

Consideremos la siguiente función polinómica de tercer grado:

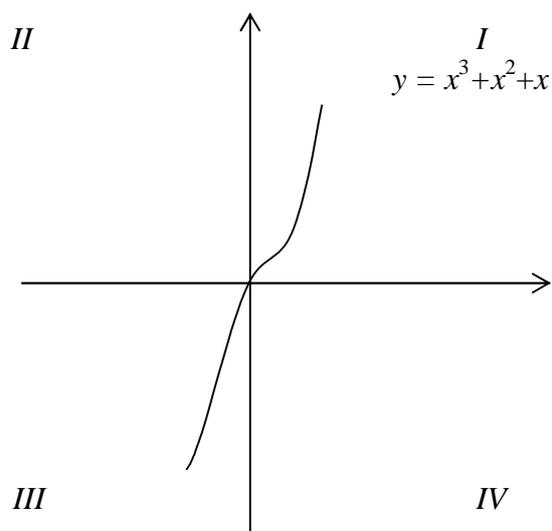
$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Su representación gráfica puede ser de acuerdo a alguno de los siguientes casos y reglas:

CASO 1. Si $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ y $d = 0$. Una función de tercer grado con estas características se representa mediante una línea que cruza los cuadrantes *I* y *III* del plano cartesiano.

Gráfica A1

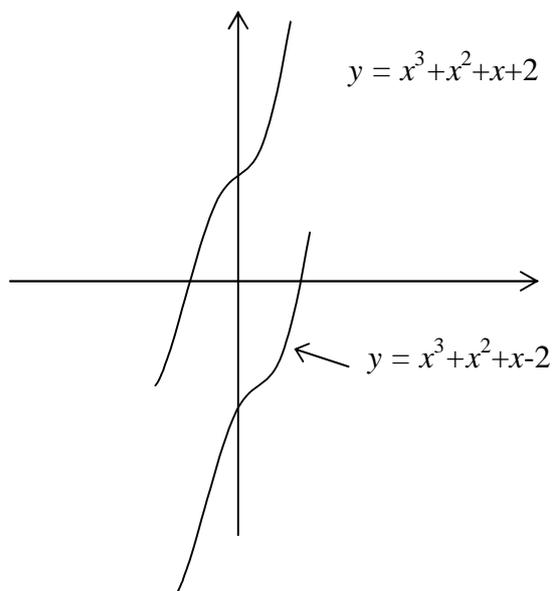
Polinomio de tercer grado, $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ y $d = 0$



REGLA 1. El signo y magnitud del coeficiente d indica el punto en el que el polinomio cruza al eje de las ordenadas.

Gráfica A2

Polinomio de tercer grado, $a>0$, $b>0$, $c>0$. Variación en el coeficiente d



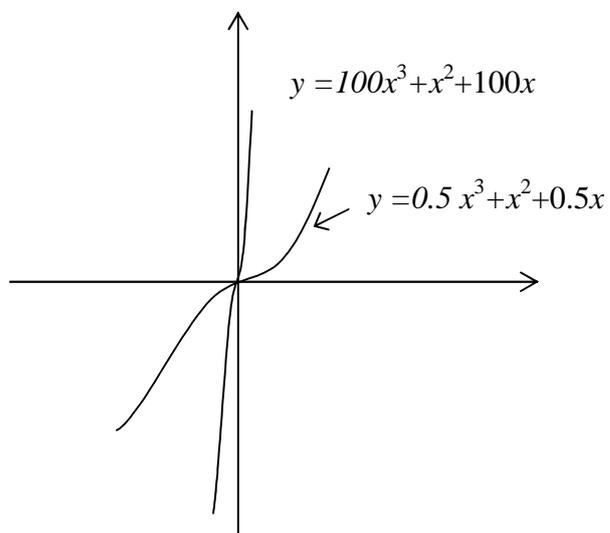
REGLA 2. Siempre que el coeficiente del término cúbico sea positivo (es decir $a>0$), el polinomio crece hacia arriba sin límite en el cuadrante I.

REGLA 3. Si $a>0$, $b >0$, $c>0$ y $d=0$. Entre mayores sean los valores de los coeficientes a y c , el polinomio tiende a hacerse más paralelo al eje de las ordenadas y se aproxima más a este eje por la derecha (gráfica A3).

REGLA 4. Si $a>0$, $b >0$, $c>0$ y $d=0$. Entre mayor sea el valor del coeficiente b , mayor es la curvatura del polinomio que se dibuja sobre el cuadrante II. De hecho, la curva del polinomio sólo se dibuja en el cuadrante II cuando $b>2$ (gráfica A4).

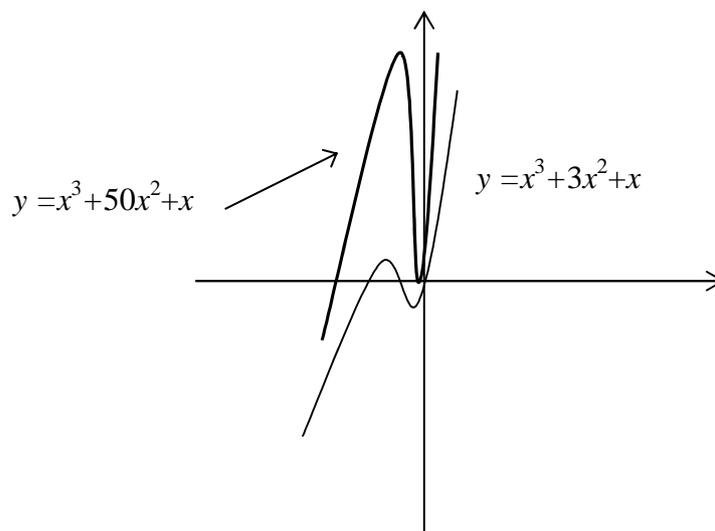
Gráfica A3

Polinomio de tercer grado, $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ y $d = 0$. Variación en los coeficientes a y c



Gráfica A4

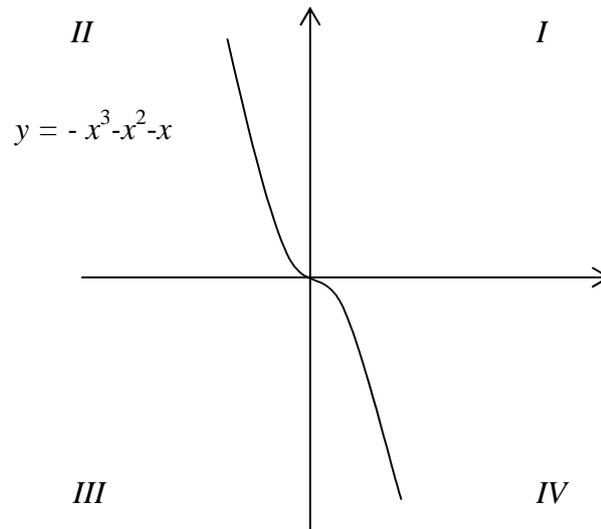
Polinomio de tercer grado, $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ y $d = 0$. Variación en el coeficiente b



CASO 2. Si $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$ y $d = 0$. Una función de tercer grado con estas características se representa mediante una línea que cruza los cuadrantes *II* y *IV* del plano cartesiano.

Gráfica A5

Polinomio de tercer grado, $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$ y $d = 0$



REGLA 5. Si $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$ y $d = 0$. Entre menores sean los valores de los coeficientes a y c , el polinomio tiende a hacerse más paralelo al eje de las ordenadas y se aproxima más a este eje por la izquierda (gráfica A6).

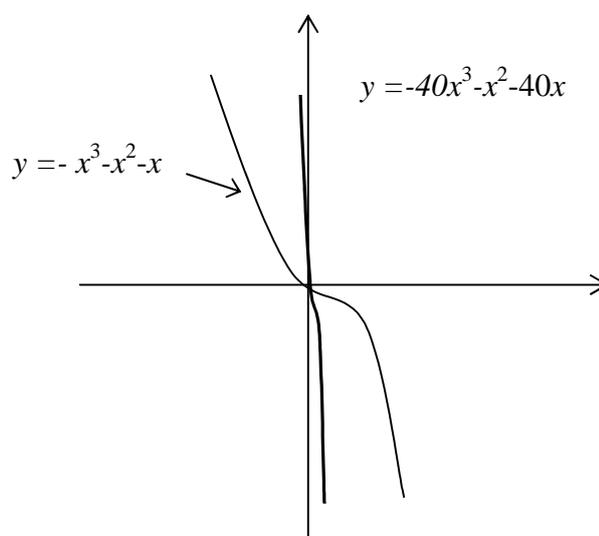
CASO 3. Si $a < 0$, $b > 0$, $c < 0$ y $d = 0$. Una función de tercer grado en la que sólo el coeficiente b es positivo, cruza los cuadrantes *I* y *IV* del plano cartesiano. Además puede cruzar también por el cuadrante *I* si b es suficientemente grande.

REGLA 6. Cuando $a < 0$, $b > 0$, $c < 0$ y $d = 0$ entre mayor sea b mayor es la curva del polinomio que se forma en el cuadrante *IV* si $b \leq 2$, o sobre el cuadrante *I* si $b > 2$.

REGLA 7. Cuando $a < 0$, $b > 0$, $c < 0$ y $d = 0$, siempre que $b > 2$, la curva del polinomio se dibuja en el cuadrante *I*. Es decir, por la propiedad indicada en el caso *III*, el polinomio atraviesa los cuadrantes *II* y *IV*; y cuando $b > 2$, atraviesa el cuadrante *IV* dos veces, antes y después de la curva dibujada sobre el cuadrante *I* (gráfica A7).

Gráfica A6

Polinomio de tercer grado, $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$ y $d = 0$. Variación en los coeficientes a y c



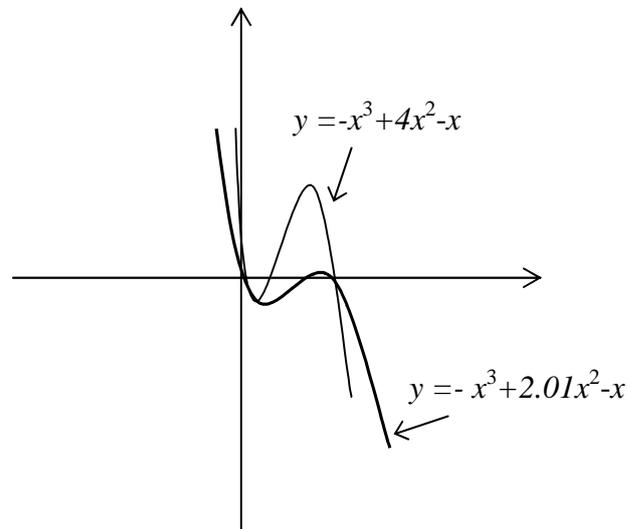
CASO 4. Si $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$ y $d = 0$. Una función de tercer grado en la que los coeficientes b y c son positivos, atraviesa todos los cuadrantes del plano cartesiano. Cruza los cuadrantes *II* y *IV* sólo una vez. Además se forma una curva desde el origen sobre el cuadrante *I* y otra desde el origen sobre el cuadrante *III* (gráfica A8).

REGLA 8. Si $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$ y $d = 0$. Entre mayor sea el valor del coeficiente b , mayor es la curva del polinomio que se dibuja en el cuadrante *I* (gráfica A9).

REGLA 9. Si $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$ y $d = 0$. Entre mayor sea el valor del coeficiente c , mayores son las curvas del polinomio que se dibujan en los cuadrantes *I* y *III* (gráfica A10).

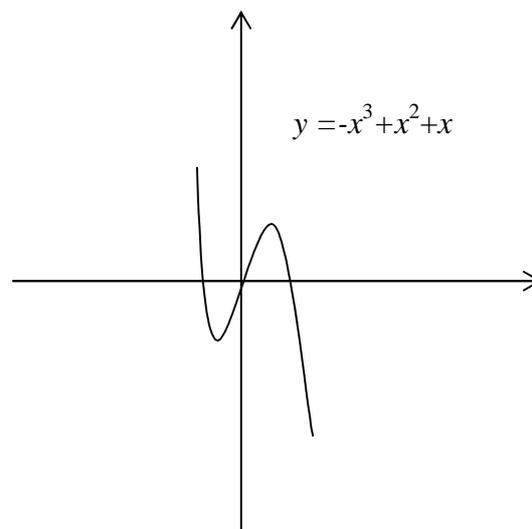
Gráfica A7

Polinomio de tercer grado, $a < 0$, $b > 0$, $c < 0$ y $d = 0$. Variación en el coeficiente b



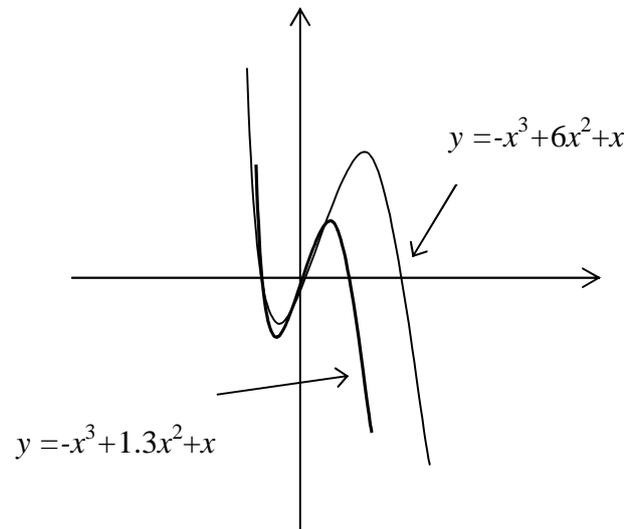
Gráfica A8

Polinomio de tercer grado, $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$ y $d = 0$



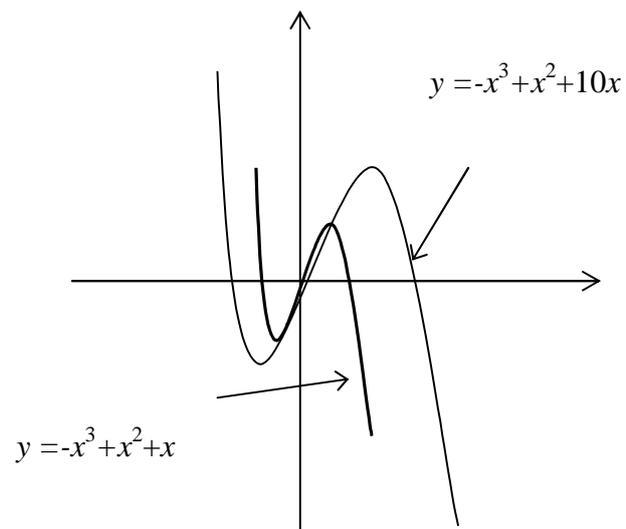
Gráfica A9

Polinomio de tercer grado, $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$ y $d = 0$. Variación en el coeficiente b



Gráfica A10

Polinomio de tercer grado, $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$ y $d = 0$. Variación en el coeficiente c

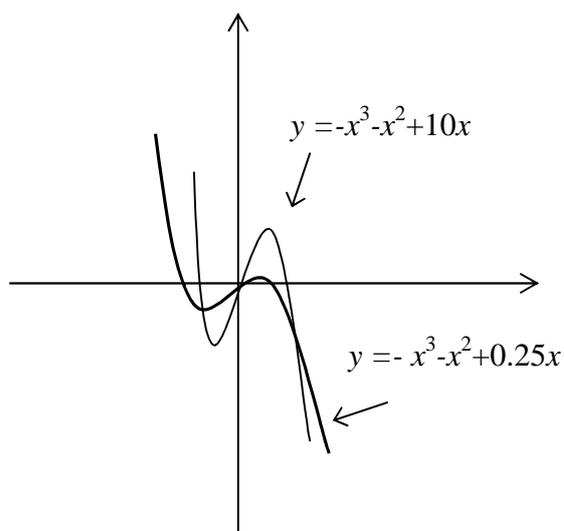


CASO 5. Si $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$ y $d = 0$. Una función de tercer grado en la que sólo el coeficiente c es positivo, atraviesa siempre los cuadrantes *II*, *III* y *IV* del plano cartesiano. El cuadrante *I* lo cruza formando una curva sobre él siempre que c sea suficientemente grande (gráfica A11).

REGLA 10. Si $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$ y $d = 0$. Si $c > 0.2$ se forma una curva desde el origen sobre el cuadrante *I*. Entre mayor es el valor de c , mayores son las curvas formadas en los cuadrantes *I* y *III* (gráfica A11).

Gráfica A11

Polinomio de tercer grado, $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$ y $d = 0$. Variación en el coeficiente c



B) Transformaciones de las funciones polinómicas de tercer grado

Consideremos la siguiente función polinómica de tercer grado que ya hemos representado en el plano cartesiano (gráfica A8)

$$y = -x^3 + x^2 + x$$

Un tipo de transformaciones son las traslaciones o desplazamientos.

Dada $y = f(x)$, y c una constante positiva.

Si hacemos $y = f(x) + c$, tendremos la gráfica de $y = f(x)$ desplazada c unidades hacia arriba.

Si hacemos $y = f(x) - c$, obtenemos la gráfica de $y = f(x)$ desplazada c unidades hacia abajo.

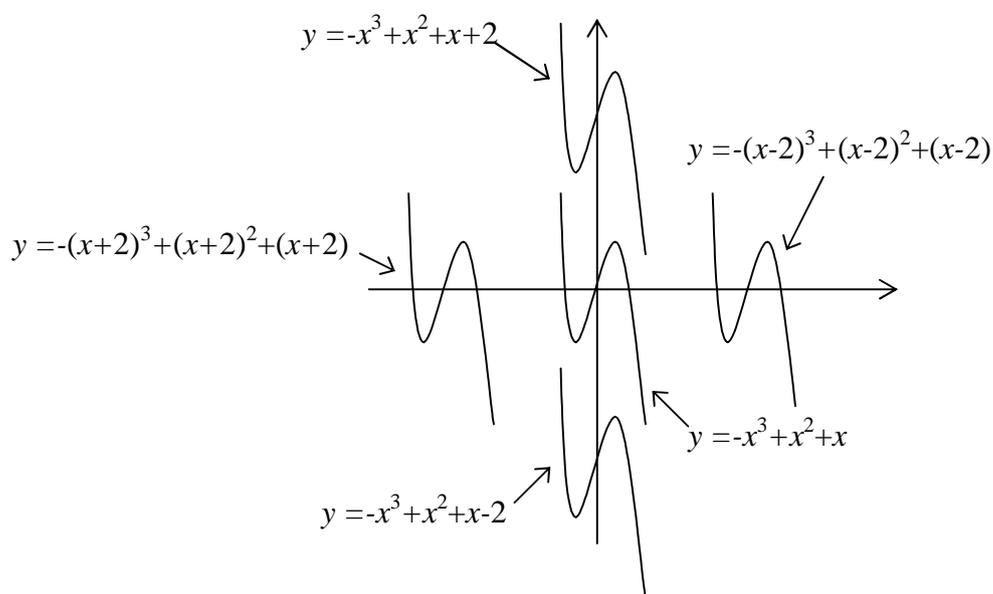
Si hacemos $y = f(x - c)$, obtenemos la gráfica de $y = f(x)$ desplazada c unidades hacia la derecha.

Si hacemos $y = f(x + c)$, obtenemos la gráfica de $y = f(x)$ desplazada c unidades hacia la izquierda.

Gráficamente:

Gráfica A12

Desplazamientos o traslaciones de un polinomio



* En esta sección nos apoyamos fundamentalmente en: Stewart, J. (2002). *Cálculo, trascendentes tempranas*, Thomson, México, pp. 38 ss.

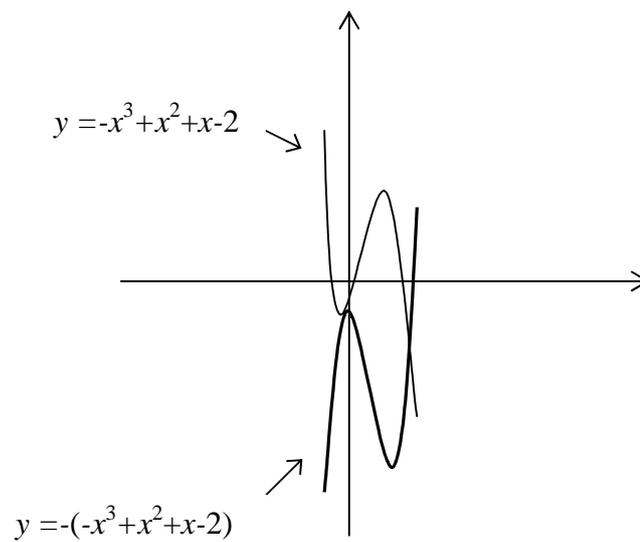
El segundo tipo de transformaciones son las reflexiones.

Dada $y = f(x)$, y c una constante positiva.

Si hacemos $y = -f(x)$, la gráfica de $y = f(x)$ se refleja con respecto al eje x .

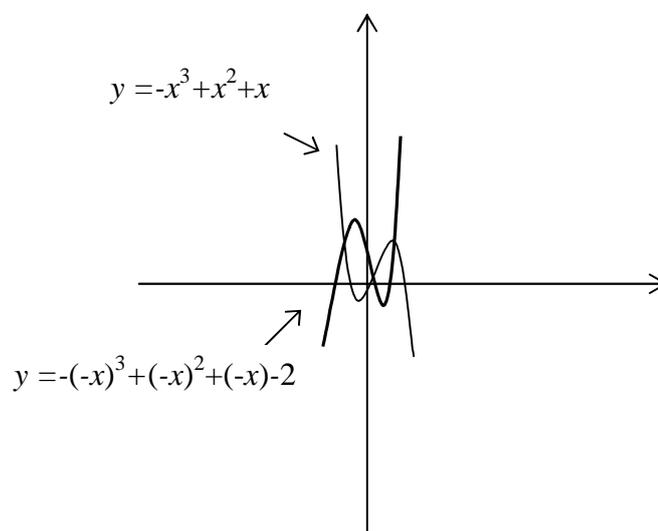
Gráfica A13

Reflexión de un polinomio sobre el eje x



Dada $y = f(x)$, y c una constante positiva.

Si hacemos $y = f(-x)$, la gráfica de $y = f(x)$ se refleja con respecto al eje y .



El tercer tipo de transformaciones son los estiramientos.

Dada $y = f(x)$, y c una constante positiva.

Si hacemos $y = cf(x)$, tendremos la gráfica de $y = f(x)$ estirada verticalmente en un factor c .

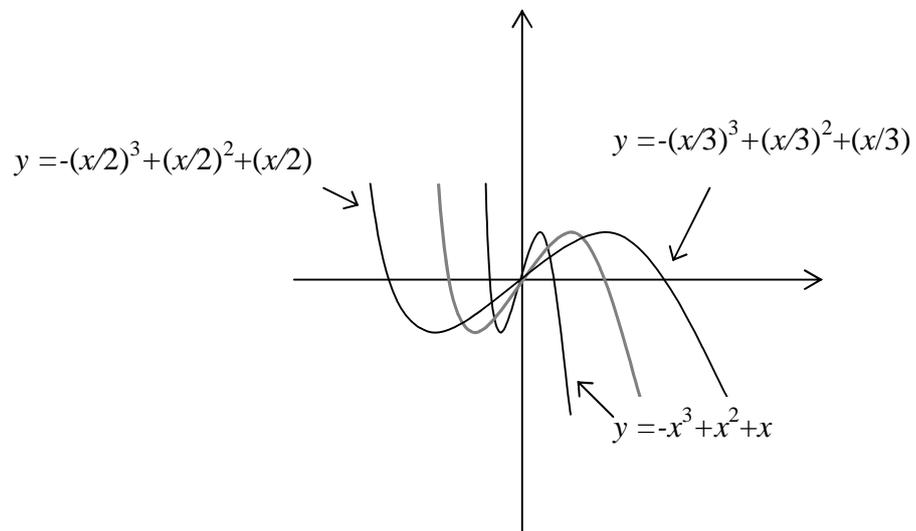
Si hacemos $y = (1/c)f(x)$, obtenemos la gráfica de $y = f(x)$ comprimida verticalmente en un factor de c .

Si hacemos $y = f(cx)$, obtenemos la gráfica de $y = f(x)$ comprimida horizontalmente en un factor c .

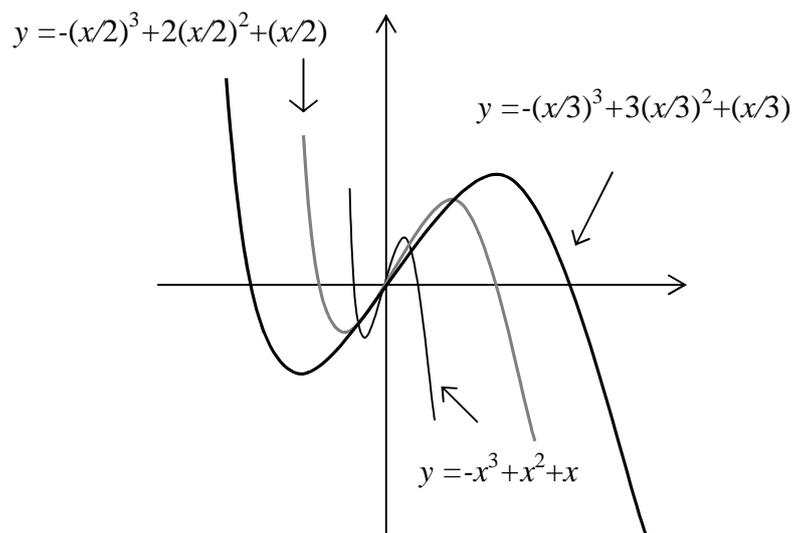
Si hacemos $y = f(x/c)$, obtenemos la gráfica de $y = f(x)$ estirada horizontalmente en un factor c .

La gráfica A15 ilustra un ejemplo de familia de curvas lograda con estiramientos horizontales a partir del polinomio $y = -x^3 + x^2 + x$, y la gráfica A16 ejemplifica la familia de curvas lograda con la combinación de estiramientos verticales y horizontales para el mismo polinomio.

Estiramientos horizontales de un polinomio



Combinación de estiramientos horizontales y verticales de un polinomio



8.5.2 PROPIEDADES MATEMÁTICAS DE LAS FUNCIONES POLINÓMICAS

Una función $f(x)$ se denomina polinomio si:

$$f(x) = (ax^n + bx^{n-1} + \dots + yx + z)$$

Donde n es un entero no negativo, y los números a, b, \dots, z son llamados coeficientes.

El Teorema Fundamental del Álgebra señala: "Todo polinomio de cualesquiera coeficientes numéricos, cuyo grado no sea menor que la unidad, tiene por lo menos una raíz, generalmente compleja".

Del teorema se sigue la existencia de n raíces complejas para cualquier polinomio de n -ésimo grado con coeficientes numéricos.

Desde la primera mitad del siglo XVI, los matemáticos italianos Scipione Ferro, Nicolo Fontana de Brescia (Tartaglia), Girolamo Cardano y Ferrari, demostraron que las ecuaciones cúbicas y cuárticas pueden resolverse algebraicamente y sus raíces ser presentadas en forma de radicales para valores arbitrarios de los coeficientes. Desde entonces, se intentaron hallar soluciones generales (para cualesquiera coeficientes) a las ecuaciones de grado superior al cuarto.

Los matemáticos Evariste Galois y Niels Henrik Abel demostraron, casi simultáneamente, la imposibilidad de encontrar una solución general a las ecuaciones de grado superior al cuarto y concluyeron que dichas ecuaciones sólo pueden resolverse de forma aproximada utilizando técnicas de cálculo numérico (cuando se conoce el valor de los coeficientes).

Sin embargo, existen algunos casos de ecuaciones de grado quinto y superiores perfectamente resolubles mediante radicales. Galois estableció un teorema que permite identificar esos casos, conocido como Teorema de Galois.

Ecuaciones cúbicas

A continuación se desarrolla la solución algebraica general para ecuaciones de tercer grado, conocida como: fórmula de Cardano - Tartaglia.

Dada la ecuación cúbica general de la forma:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (1)$$

El problema consiste en determinar el valor de las tres raíces x_1, x_2, x_3 .

El primer paso consiste en simplificar la ecuación (1) de modo que no contenga la segunda potencia de la incógnita. Con este fin se hace:

$$x = y + k \quad (2)$$

Para encontrar el valor de la constante k , utilizamos la fórmula de Taylor, según la cual el desarrollo $f(y+k)$ en potencias de y toma la forma:

$$f(y+k) = f(k) + f'(k)y + \frac{f''(k)}{2}y^2 + \frac{f'''(k)}{6}y^3 \quad (3)$$

Para aplicar la fórmula de Taylor, obtenemos de (1):

$$f(k) = ak^3 + bk^2 + ck + d$$

$$f'(k) = 3ak^2 + 2bk + c$$

$$f''(k) = 6ak + 2b \quad \text{o también} \quad \frac{1}{2}f''(k) = 3ak + b$$

$$f'''(k) = 6a \quad \text{o también} \quad \frac{1}{6}f'''(k) = a$$

Como la pretensión es eliminar el término al cuadrado, entonces, de

$$\frac{1}{2}f''(k) = 3ak + b :$$

$$k = -\frac{b}{3a}$$

Por lo tanto, la ecuación (2) queda como:

$$x = y - \frac{b}{3a} \quad (2b)$$

Ahora se sustituye la ecuación (2b) en la fórmula de Taylor:

$$f\left(y - \frac{b}{3a}\right) = \left[a\left(-\frac{b}{3a}\right)^3 + b\left(-\frac{b}{3a}\right)^2 + c\left(-\frac{b}{3a}\right) + d \right] + \left[3a\left(-\frac{b}{3a}\right)^2 + 2b\left(-\frac{b}{3a}\right) + c \right] y + \left[3a\left(-\frac{b}{3a}\right) + b \right] y^2 + ay^3$$

$$f\left(y - \frac{b}{3a}\right) = \left[-\frac{ab^3}{27a^3} + \frac{b^3}{9a^2} - \frac{bc}{3a} + d \right] + \left[\frac{3ab^2y}{9a^2} - \frac{2b^2y}{3a} + cy \right] + \left[-\frac{3aby^2}{3a} + by^2 \right] + ay^3$$

$$f\left(y - \frac{b}{3a}\right) = -\frac{b^3}{27a^2} + \frac{b^3}{9a^2} - \frac{bc}{3a} + d + \frac{b^2y}{3a} - \frac{2b^2y}{3a} + cy - by^2 + by^2 + ay^3$$

$$f\left(y - \frac{b}{3a}\right) = \frac{2b^3}{27a^2} - \frac{bc}{3a} + d - \frac{b^2y}{3a} + cy + ay^3 \quad (4)$$

De (4) puede escribirse:

$$ay^3 + py + q = 0 \quad (4b)$$

Donde:

$$p = c - \frac{b^2}{3a} \quad (5)$$

$$q = d - \frac{bc}{3a} + \frac{2b^3}{27a^2} \quad (6)$$

De este modo, el problema (1) se ha reducido a resolver el problema (4b).

O alternativamente puede escribirse:

$$y^3 + py + q = 0 \quad (4c)$$

Donde:

$$p = \frac{c}{a} - \frac{b^2}{3a^2} \quad (5b)$$

$$q = \frac{d}{a} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{2b^3}{27a^3} \quad (6b)$$

Para resolver (4c), suponemos que y es una solución tal que:

$$y = u + v \quad (7)$$

Si sustituimos (7) en (4c):

$$(u + v)^3 + p(u + v) + q = 0$$

$$u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3 + pu + pv + q = 0$$

$$u^3 + v^3 + (p + 3uv)(u + v) + q = 0 \quad (8)$$

Este problema es indeterminado a menos que se tome otra relación en u y v .

Si tomamos:

$$3uv + p = 0$$

$$uv = -\frac{p}{3} \quad (9)$$

Que también puede expresarse como:

$$u^3v^3 = -\frac{p^3}{27} \quad (9b)$$

Entonces, sustituyendo (9) en (8):

$$u^3 + v^3 + (p + 3(-p/3))(u + v) + q = 0$$

$$u^3 + v^3 = -q \quad (10)$$

La solución de la ecuación cúbica:

$$y^3 + py + q = 0 \quad (4c)$$

Puede obtenerse resolviendo el sistema de ecuaciones formado por (9b) y (10).

u^3 y v^3 son soluciones de la ecuación:

$$t^2 + qt - \frac{p^3}{27} = 0 \quad (11)$$

Resolviendo (11) se obtiene:

$$t_1 = A = -\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}$$

$$t_2 = B = -\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}$$

Es decir: $u^3 = A$, y $v^3 = B$

Si un valor determinado de la raíz cúbica de A se designa por $\sqrt[3]{A}$, los tres valores posibles de u serán:

$$u_1 = \sqrt[3]{A} \qquad u_2 = w \sqrt[3]{A} \qquad u_3 = w^2 \sqrt[3]{A}$$

Donde:

$$w = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$$

Con respecto a v tenemos también tres valores:

$$v_1 = \sqrt[3]{B} \qquad v_2 = w \sqrt[3]{B} \qquad v_3 = w^2 \sqrt[3]{B}$$

No es posible combinar cualquier valor de v con los tres valores de u , porque u y v deben satisfacer la relación:

$$uv = -\frac{p}{3} \tag{9}$$

Las combinaciones posibles son:

$$\begin{aligned} u &= \sqrt[3]{A} & y & & v &= \sqrt[3]{B} \\ u &= w\sqrt[3]{A} & y & & v &= w^2\sqrt[3]{B} \\ u &= w^2\sqrt[3]{A} & y & & v &= w\sqrt[3]{B} \end{aligned}$$

Por lo tanto la ecuación:

$$y^3 + py + q = 0 \tag{4c}$$

Tiene como raíces:

$$y_1 = \sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} \tag{12a}$$

$$y_2 = w^3\sqrt[3]{A} + w^2\sqrt[3]{B} \quad (12b)$$

$$y_3 = w^2\sqrt[3]{A} + w\sqrt[3]{B} \quad (12c)$$

Estas expresiones se conocen como fórmulas de Cardano - Tartaglia.

Debe señalarse que en el caso donde la ecuación cúbica reducida tiene en su forma original un coeficiente para el término cúbico distinto de la unidad, para sus soluciones se hace necesario agregar el valor de la constante k .

Es decir, si se tiene la ecuación cúbica:

$$y^3 + py + q = 0, \quad \text{donde } p = b - \frac{a^2}{3} \quad \text{y} \quad q = c - \frac{ba}{3} + \frac{2a^3}{27}$$

Entonces pueden aplicarse directamente las fórmulas (12a), (12b) y (12c).

Si en cambio se tiene originalmente:

$$ay^3 + py + q = 0, \quad \text{donde } p = c - \frac{b^2}{3a} \quad \text{y} \quad q = d - \frac{bc}{3a} + \frac{2b^3}{27a^2}$$

Entonces las soluciones serían:

$$y_1 = \sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} + k$$

$$y_2 = w\sqrt[3]{A} + w^2\sqrt[3]{B} + k$$

$$y_3 = w^2\sqrt[3]{A} + w\sqrt[3]{B} + k$$

Para utilizar las fórmulas de Cardano - Tartaglia al resolver una ecuación cúbica, se necesitan conocer los valores de los términos p y q .

En forma completa, las fórmulas de Cardano - Tartaglia son:

$$y_1 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \quad (12a)$$

$$y_2 = \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^2\sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \quad (12b)$$

$$y_3 = \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^2\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)\sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \quad (12c)$$

Alternativamente, existen tres fórmulas que permiten encontrar la solución de una ecuación cúbica sin utilizar los resultados anteriores, y simplemente conociendo los coeficientes a , b , c y d de la ecuación:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Estas fórmulas son:

$$y_1 = -\frac{b}{3a} - \frac{2^{1/3}(-b^2 + 3ac)}{3a \left[-2b^3 + 9abc - 27a^2d + \sqrt{4(-b^2 + 3ac)^3 + (-2b^3 + 9abc - 27a^2d)^2} \right]^{1/3}} + \frac{\left[-2b^3 + 9abc - 27a^2d + \sqrt{4(-b^2 + 3ac)^3 + (-2b^3 + 9abc - 27a^2d)^2} \right]^{1/3}}{3 \cdot 2^{1/3}a} \quad (13a)$$

$$y_2 = -\frac{b}{3a} + \frac{(1+i\sqrt{3})(-b^2 + 3ac)}{3 \cdot 2^{2/3}a \left[-2b^3 + 9abc - 27a^2d + \sqrt{4(-b^2 + 3ac)^3 + (-2b^3 + 9abc - 27a^2d)^2} \right]^{1/3}} - \frac{(1-i\sqrt{3}) \left[-2b^3 + 9abc - 27a^2d + \sqrt{4(-b^2 + 3ac)^3 + (-2b^3 + 9abc - 27a^2d)^2} \right]^{1/3}}{6 \cdot 2^{1/3}a} \quad (13b)$$

$$y_3 = -\frac{b}{3a} + \frac{(1-i\sqrt{3})(-b^2 + 3ac)}{3 \cdot 2^{2/3}a \left[-2b^3 + 9abc - 27a^2d + \sqrt{4(-b^2 + 3ac)^3 + (-2b^3 + 9abc - 27a^2d)^2} \right]^{1/3}} - \frac{(1+i\sqrt{3}) \left[-2b^3 + 9abc - 27a^2d + \sqrt{4(-b^2 + 3ac)^3 + (-2b^3 + 9abc - 27a^2d)^2} \right]^{1/3}}{6 \cdot 2^{1/3}a} \quad (13c)$$

No obstante, debe aclararse que las expresiones (13a), (13b) y (13c) se deducen de (12a), (12b) y (12c).

A continuación se desarrollará la expresión (13a) a partir de la fórmula de Cardano - Tartaglia (12a).

Dada la expresión $ax^3 + bx^2 + cx + d$, y la fórmula $y_1 = \sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} + k$, donde:

$$p = \frac{c}{a} - \frac{b^2}{3a^2}$$

$$q = \frac{d}{a} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{2b^3}{27a^3}$$

$$k = -\frac{b}{3a}$$

Sustituyendo los valores de p , q y k en la fórmula de Cardano - Tartaglia se obtiene:

$$y_1 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + k$$

$$y_1 = \sqrt[3]{\frac{-\left(\frac{d}{a} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{2b^3}{27a^3}\right)}{2} + \sqrt{\frac{\left(\frac{d}{a} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{2b^3}{27a^3}\right)^2}{4} + \frac{\left(\frac{c}{a} - \frac{b^2}{3a^2}\right)^3}{27}}}$$

$$+ \sqrt[3]{\frac{-\left(\frac{d}{a} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{2b^3}{27a^3}\right)}{2} - \sqrt{\frac{\left(\frac{d}{a} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{2b^3}{27a^3}\right)^2}{4} + \frac{\left(\frac{c}{a} - \frac{b^2}{3a^2}\right)^3}{27}}} - \frac{b}{3a}$$

Simplificando:

$$y_1 = \sqrt[3]{\frac{-\left(\frac{-27a^2d + 9abc - 2b^3}{27a^3}\right)}{2} + \sqrt{\frac{\left(\frac{27a^2d - 9abc - 2b^3}{27a^3}\right)^2}{4} + \frac{\left(\frac{3ac - b^2}{3a^2}\right)^3}{27}}}$$

$$+ \sqrt[3]{\frac{-\left(\frac{-27a^2d + 9abc - 2b^3}{27a^3}\right)}{2} - \sqrt{\frac{\left(\frac{27a^2d - 9abc - 2b^3}{27a^3}\right)^2}{4} + \frac{\left(\frac{3ac - b^2}{3a^2}\right)^3}{27}}} - \frac{b}{3a}$$

$$y_1 = \sqrt[3]{\frac{-27a^2d + 9abc - 2b^3}{27 \cdot a^3 \cdot 2} + \sqrt{\frac{27(27a^2d - 9abc + 2b^3)^2}{27 \cdot 27 \cdot 27 \cdot 4 \cdot a^6} + \frac{4(3ac - b^2)^3}{27 \cdot 27 \cdot 4 \cdot a^6}}}$$

$$+ \sqrt[3]{\frac{-27a^2d + 9abc - 2b^3}{27 \cdot a^3 \cdot 2} - \sqrt{\frac{27(27a^2d - 9abc + 2b^3)^2}{27 \cdot 27 \cdot 27 \cdot 4 \cdot a^6} + \frac{4(3ac - b^2)^3}{27 \cdot 27 \cdot 4 \cdot a^6}}} - \frac{b}{3a}$$

$$y_1 = \frac{1}{3a \cdot 2^{1/3}} \sqrt[3]{-27a^2d + 9abc - 2b^3 + \sqrt{(-27a^2d + 9abc - 2b^3)^2 + 4(3ac - b^2)^3}}$$

$$-\frac{2^{\frac{1}{3}}(-b^2 + 3ac)}{3a} \frac{1}{\sqrt[3]{27a^2d + 9abc - 2b^3 + \sqrt{(-27a^2d + 9abc - 2b^3) + 4(3ac - b^2)^3}}} - \frac{b}{3a}$$

Como resultado obtenemos justamente la fórmula (13a).

La fórmula de Cardano - Tartaglia permite identificar las características de las soluciones de una ecuación cúbica, a partir de la evaluación del discriminante.

Existen tres casos posibles:

i) Dado el discriminante:

$$\Delta = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}$$

Si $\Delta > 0$, los números bajo los radicales cuadrados de (12a), (12b) y (12c) son positivos y entonces los números bajo los radicales cúbicos son reales. Sin embargo, la raíz cúbica de un número real tiene un valor real y dos valores imaginarios conjugados.

En consecuencia, si $\Delta > 0$, la ecuación cúbica tiene una raíz real y dos raíces imaginarias conjugadas.

Por ejemplo, si se desean encontrar las raíces de la ecuación aplicando las fórmulas de Cardano - Tartaglia:

$$y^3 + 3y^2 - 3y - 14 = 0$$

Buscamos eliminar el exponente cuadrado aplicando la fórmula de Taylor, y para ello debemos conocer las tres primeras derivadas de la ecuación:

$$f' = 3y^2 + 6y - 3$$

$$f'' = 6y + 6, \quad \text{o también,} \quad \frac{1}{2} f'' = 3y + 3$$

$$f''' = 6, \quad \text{o también,} \quad \frac{1}{6} f''' = 1$$

Si hacemos $3y + 3 = 0$, entonces $y = x - 1$.

Utilizando la fórmula de Taylor:

$$f(x-1) = [-1^3 + 3(-1)^2 - 3(-1) - 14] + [3(-1)^2 + 6(-1) - 3]y + [3(-1) + 3]y^2 + y^3$$

$$f(x-1) = [-1+3+3-14] + [3-6-3]y + [-3+3]y^2 + y^3 = -9 - 6y + y^3$$

De la ecuación: $y^3 - 6y^2 - 9 = 0$, donde $p = -6$ y $q = -9$.

Se evalúa el discriminante:

$$\Delta = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} = \frac{81}{4} - \frac{216}{27} = \frac{49}{4} > 0$$

Entonces la ecuación cúbica $y^3 + 3y^2 - 3y - 14 = 0$ tiene una raíz real y dos raíces imaginarias conjugadas.

Para encontrar las soluciones usamos (12a), (12b) y (12c):

$$y_1 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \quad (12a)$$

$$y_1 = \sqrt[3]{-\frac{9}{2} + \sqrt{\frac{81}{4} - \frac{216}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{9}{2} - \sqrt{\frac{81}{4} - \frac{216}{27}}}$$

$$y_1 = \sqrt[3]{-\frac{9}{2} + \sqrt{\frac{49}{4}}} + \sqrt[3]{-\frac{9}{2} - \sqrt{\frac{49}{4}}}$$

$$y_1 = \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{1} = 3$$

$$y_2 = \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^3 \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^2 \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \quad (12b)$$

$$y_2 = \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^2 1$$

$$y_2 = -\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y_3 = \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^2 \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^3 \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \quad (12c)$$

$$y_3 = -\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Las raíces:

$$y_1 = 3$$

$$y_2 = -\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y_3 = -\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Son solución de la ecuación $y^3 - 6y^2 - 9 = 0$.

Como teníamos que $y = x - 1$, entonces:

$$y_1 = 2$$

$$y_2 = -\frac{5}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y_3 = -\frac{5}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Son solución de la ecuación $y^3 + 3y^2 - 3y - 14 = 0$

ii) Si $\Delta = 0$, entonces:

$$\sqrt[3]{A} = \sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{-\frac{q}{2}}$$

Usando esta igualdad y el hecho de que $w + w^2 = -1$ porque:

$$\frac{-1+i\sqrt{3}}{2} + \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^2 = -1$$

Y usando en las fórmulas de Cardano - Tartaglia

$$y_1 = \sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{A} = 2\sqrt[3]{A}$$

$$y_2 = w\sqrt[3]{A} + w^2\sqrt[3]{B} = w\sqrt[3]{A} + w^2\sqrt[3]{A} = \sqrt[3]{A}(w + w^2) = -\sqrt[3]{A}$$

$$y_3 = w^2\sqrt[3]{A} + w\sqrt[3]{B} = w^2\sqrt[3]{A} + w\sqrt[3]{A} = \sqrt[3]{A}(w^2 + w) = -\sqrt[3]{A}$$

Entonces, si $\Delta = 0$, todas las raíces de la ecuación cúbica son reales, siendo dos de ellas iguales entre sí.

Por ejemplo, suponiendo que se desea encontrar las raíces de la ecuación:

$$x^3 - 12x + 16 = 0$$

En este caso no es necesario reducir la ecuación puesto que no existe un término cuadrático.

Se evalúa el discriminante usando $p = -12$ y $q = 16$.

$$\Delta = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} = \frac{256}{4} - \frac{1728}{27} = 64 - 64 = 0$$

Entonces:

$$y_1 = 2\sqrt[3]{A} = 2(-2) = -4$$

$$y_2 = -\sqrt[3]{A} = 2$$

$$y_3 = -\sqrt[3]{A} = 2$$

3) Si $\Delta < 0$, bajo los radicales cuadrados de las fórmulas de Cardano hay números reales negativos y bajo los radicales cúbicos hay números imaginarios conjugados.

Entonces todos los valores de los radicales $\sqrt[3]{A}$ y $\sqrt[3]{B}$ son números imaginarios. No obstante, entre las raíces de $y^3 + py + q = 0$ tiene que haber por lo menos una raíz real.

Suponiendo que la raíz real es:

$$y_1 = \sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B}$$

Como son reales tanto la suma $\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B}$, como el producto $\sqrt[3]{A}\sqrt[3]{B}$, entonces los números $\sqrt[3]{A}$ y $\sqrt[3]{B}$ son conjugados entre sí porque son raíces de una ecuación cuadrática con coeficientes reales. También son conjugados entre sí los números $w\sqrt[3]{A}$ y $w^2\sqrt[3]{B}$ y también los números $w^2\sqrt[3]{A}$ y $w\sqrt[3]{B}$; entonces las raíces $y_2 = w\sqrt[3]{A} + w^2\sqrt[3]{B}$ y $y_3 = w^2\sqrt[3]{A} + w\sqrt[3]{B}$ también son números reales.

Por lo tanto, si $\Delta < 0$, la ecuación cúbica tiene tres raíces reales distintas. No obstante, aplicar las fórmulas de Cardano - Tartaglia no es práctico porque se requiere la extracción de raíces cúbicas de números imaginarios, lo que sólo puede

hacerse llevando estos números a su forma trigonométrica. En este caso, se dice que la ecuación cúbica es irreducible.

Por ejemplo si se deseara encontrar las raíces de la ecuación:

$$x^3 + 19x + 30 = 0$$

Donde $p = -19$ y $q = 30$

El discriminante es:

$$\Delta = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} = \frac{900}{4} - \frac{6859}{27} = -\frac{784}{27} < 0$$

Entonces:

$$y_1 = \sqrt[3]{-\frac{30}{2} + \sqrt{-\frac{784}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{30}{2} - \sqrt{-\frac{784}{27}}}$$

Por lo que las fórmulas de Cardano - Tartaglia no son aplicables, a pesar de que las raíces de la ecuación son los números 2, 3 y -5.

8.5.3 EJEMPLO NUMÉRICO DE OPTIMIZACIÓN PARA LA FIRMA CUANDO LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN ES UN POLINOMIO CÚBICO

A) Ejercicio 1

Supongamos que una firma tiene el siguiente problema de optimización:

$$\text{Máx } (1 + \pi) = \frac{pQ_s}{wN_d} \quad (1)$$

$$\text{S. a } Q_s = -3N_d^3 + 4N_d^2 + 2N_d \quad (2)$$

Por el lema 4 presentado en la sección 8.4, sabemos que el polinomio cúbico (2) en el que se expresa la función de producción tiene sus tres raíces reales, una es cero, otra es positiva y la tercera es negativa.

Si resolvemos la ecuación (2), comprobamos que $Q_s = 0$ cuando los valores de N_d son: 0, -0.3874 y 1.7208. Por supuesto, estos valores de N_d no son los que maximizan la tasa de ganancia del productor, pero su cálculo nos ayuda a verificar el cumplimiento del lema 4 y a mostrar que su representación gráfica tiene la forma que deseamos (como la gráfica 8.3.1, o A8 en la sección 8.5.1).

Ahora efectuamos el cálculo de optimización.

Sustituyendo (2) en (1):

$$(1 + \pi) = \frac{p(-3N_d^3 + 4N_d^2 + 2N_d)}{wN_d}$$

$$\frac{\partial(1 + \pi)}{\partial N_d} = \frac{p(-9N_d^2 + 8N_d + 2)wN_d - p(-3N_d^3 + 4N_d^2 + 2N_d)w}{w^2(N_d)^2}$$

Simplificando:

$$-9N_d^2 + 8N_d + 2 = \frac{-3N_d^3 + 4N_d^2 + 2N_d}{N_d} \quad (3)$$

$$-9N_d^2 + 8N_d + 2 = \frac{Q_s}{N_d} \quad (3b)$$

Esta ecuación nos indica que en equilibrio, la productividad marginal del trabajo es igual al producto medio.

Simplificando (3):

$$-6N_d^2 + 4N_d = 0$$

Como esperábamos, se obtiene una ecuación cuadrática. Al resolverla encontramos que $N_d = 0$ y $N_d = 0.6667$.

Nuestro resultado entonces, es que se demandan 0.6667 unidades de trabajo. Esta cantidad es óptima para el productor porque con ella el producto marginal del trabajo equivale al producto medio.

Formalmente, sabemos que en el equilibrio del productor, la isotasa de beneficio es tangente a la función de producción, es decir la pendiente de la isotasa de beneficio y la productividad marginal del trabajo coinciden.

La isotasa de beneficio tiene la ecuación:

$$Q_s = (1 + \pi) \frac{w}{p} N_d$$

$$\text{Y su pendiente es: } (1 + \pi) \frac{w}{p} > 0$$

Podemos recuperar la gráfica de la función de producción y trazar sobre ésta una recta tangente al punto en que $N_d = 0.6667$.

Usando un programa matemático, se encuentra que la recta de isotasa de beneficio es:

$$Q_s = 3.33N_d + 0.0029 \approx 3.33N_d \quad (4)$$

Sustituyendo en (4) la demanda de trabajo óptima, encontramos que $Q_s = 2.223$.

Podemos verificar que las cantidades $N_d = 0.6667$ y $Q_s = 2.223$ son las óptimas para la demanda de trabajo y la oferta de producto, sustituyéndolas en (3b):

$$-9N_d^2 + 8N_d + 2 = \frac{Q_s}{N_d}$$

Producto marginal del trabajo = 3.33

Producto medio = 3.33

El salario nominal (y por tanto el salario real) es negociado, pero su magnitud debe ser positiva e inferior al producto medio a fin de garantizar la viabilidad del sistema mediante una tasa de ganancia positiva.

Aquí $w/p \in (0, 3.33)$. La siguiente tabla muestra algunos valores posibles para el salario real y la tasa de ganancia que se obtiene en esos casos. Resalta la relación negativa entre ambas variables.

w/p	π
0.5	2.5196
0.8	1.4081
1	1.0375
2	0.2965
2.5	0.1483

Para completar el ejercicio, supongamos que la firma mejora su organización y con ello se hace más eficiente. Ahora su problema de optimización es:

$$\text{Máx } (1 + \pi) = \frac{pQ_s}{wN_d} \quad (5)$$

$$\text{S. a } Q_s = -3(N_d/2)^3 + 8(N_d/2)^2 + 2(N_d/2) \quad (6)$$

Al resolver la ecuación (6) obtenemos como raíces de N_d : 0, -0.4603 y 5.7936.

De este problema de optimización resulta la ecuación de segundo grado:

$$-(6/8)N_d^2 + (8/4)N_d = 0$$

Al resolver tenemos: $N_d = 0$ y $N_d = 2.6667$, la solución significativa es la última.

La recta de isotasa de beneficio es:

$$Q_s = 3.67N_d + 0.01115 \approx 3.67N_d$$

También se obtiene:

$$Q_s = 9.7756$$

$$\text{Producto medio} = 3.66$$

$$\text{Producto marginal} = 3.66$$

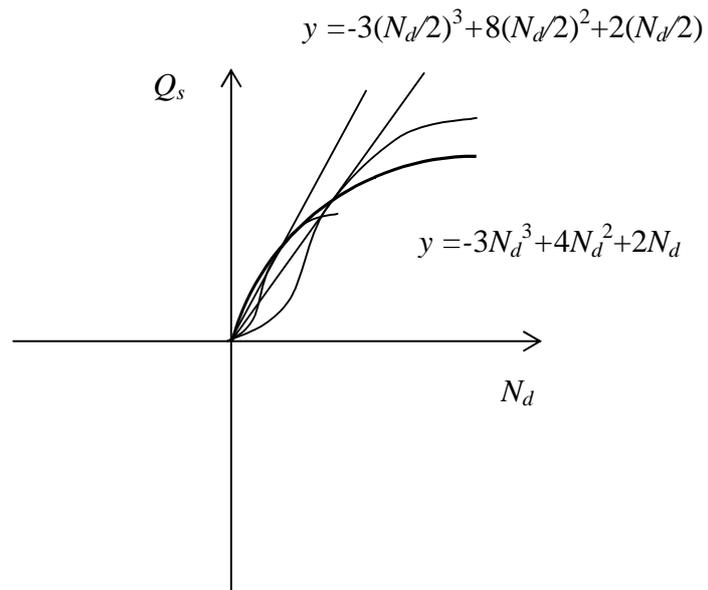
Los resultados de este ejercicio son los que se han mostrado en el modelo teórico: Se verifica la igualdad entre el producto medio y el producto marginal del

trabajo; la demanda de trabajo es independiente del salario real; una empresa más eficiente, puede expandir su producción, su nivel de empleo y el producto medio.

Gráficamente los resultados anteriores se muestran a continuación:

Gráfica A17

Resultados del cálculo del productor



B) Ejercicio 2

Supongamos que la firma tiene el siguiente problema de optimización:

$$\text{Máx } (1 + \pi) = \frac{pQ_s}{wN_d + rK} \quad (7)$$

$$\text{S. a } Q_s = (-3N_d^3 + 4N_d^2 + 2N_d)K^{0.5} \quad (8)$$

Obtenemos las condiciones:

Obtenemos como condiciones de maximización:

$$N_d = \frac{-1.5N_d^3 + 2N_d^2 + N_d}{-9N_d^2 + 8N_d + 2} \quad (9)$$

$$K = \frac{w}{r} \frac{-1.5N_d^3 + 2N_d^2 + N_d}{-9N_d^2 + 8N_d + 2} \quad (10)$$

Al simplificar la ecuación 9 obtenemos:

$$-7.5N_d^2 + 6N_d + 1 = 0$$

Al resolver para la demanda de trabajo y el factor K , obtenemos:

$$N_d = 0.9416$$

$$K = 0.9416 \frac{w}{r}$$

Suponiendo que la firma es más eficiente, y ahora su restricción técnica es: $Q_s = [-3(N_d / 2)^3 + 8(N_d / 2)^2 + 2(N_d / 2)]K^{0.5}$

Obtenemos:

$$N_d = 3.3588$$

$$K = 3.3588 \frac{w}{r}$$

Los resultados de este segundo ejercicio confirman que la demanda de trabajo es independiente del salario real. Además observamos que la introducción de un factor adicional (en la forma propuesta) no reduce la demanda de trabajo, sino que la aumenta; también, es evidente que si salarios y tasa de interés aumentan proporcionalmente, o bien, el salario en mayor proporción que la tasa de interés, el resultado es el incremento en la producción.

CAPÍTULO 9 CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y

AGENDA DE INVESTIGACIÓN

En este capítulo puntualizamos las insuficiencias de la Teoría Neoclásica, la *Teoría General*, la Nueva Economía Keynesiana, y la Nueva Escuela Clásica en la explicación de los determinantes del desempleo involuntario. Además especificamos los resultados alcanzados con la principal contribución de esta investigación.

A continuación precisamos las conclusiones obtenidas acerca de los determinantes del desempleo involuntario, derivadas de nuestro análisis de los principales escenarios analíticos, y resumimos nuestras principales contribuciones.

En uno de los primeros capítulos examinamos el planteamiento expresado en la *Teoría General*, y precisamos las diferencias que encontramos entre este enfoque y la teoría tradicional.

Respecto a la *Teoría General*, mostramos la desvinculación entre las nociones de consumo y utilidad; explicamos cuáles son los determinantes de la inversión y por qué esta determina al ahorro; subrayamos la reformulación de la teoría cuantitativa que desarrolla Keynes con el fin de vincular la teoría del valor con la teoría monetaria; precisamos los casos en los que puede existir la disociación entre el valor de la producción y el valor de la demanda efectiva, y los mecanismos por los cuales los empresarios pueden sufrir pérdidas, aun cuando en general se presente el equilibrio del mercado de producto.

De la *Teoría General* rescatamos la concepción del desempleo involuntario: es la situación en la que existen agentes dispuestos a trabajar al salario real prevaleciente, o incluso a uno inferior, pero no encuentran ocupación.

En nuestro análisis, explicamos los argumentos por los que Keynes afirma la existencia del desempleo involuntario: la homogeneización del trabajo a través del salario nominal, la crítica a la Ley de Say, el principio de la demanda efectiva, la crítica a la oferta de trabajo y la función de ocupación.

Asimismo, explicamos que el planteamiento de la *Teoría General* no es compatible con la constitución de un mercado de trabajo y que el salario real no es un precio, sino una variable distributiva cuya magnitud se establece por negociación; esto es así, especialmente porque el salario real no es el criterio común que siguen los agentes cuando toman sus decisiones acerca de las magnitudes de trabajo que ofrecerán o demandarán, y por el rechazo de Keynes a la noción de relación marginal de sustitución.

Finalmente, es fundamental el hecho de que el nivel de empleo se determina de acuerdo a la demanda efectiva; si a partir de una situación inicial de equilibrio en todos los mercados, se produce una contracción de la demanda efectiva atribuible a las decisiones de los agentes y con plena flexibilidad de precios, salarios y cantidades, entonces se produce desempleo involuntario; éste es compatible con el equilibrio o con el exceso de la oferta de producto. Debemos resaltar que Keynes se opone al modelo neoclásico, precisamente porque en éste la única explicación del desempleo es la falta de ajuste del salario real.

El análisis de la *Teoría General*, nos permite rechazar el argumento de la Nueva Economía Keynesiana para explicar el desempleo involuntario; ésta afirma que el problema se reduce a la rigidez de precios.

En su problema central de investigación, la Nueva Economía Keynesiana pretende superar a la *Teoría General* al realizar un planteamiento microfundamentado de la rigidez de precios; además se ha propuesto avanzar con relación a la Teoría Neoclásica al endogeneizar tal rigidez.

Nosotros realizamos una crítica a esta teoría a través de un modelo de equilibrio general, en el que mostramos la incorrección tanto de su objetivo como de su resultado. Su propósito es incorrecto porque la pretensión es construir un marco analítico general que explique el desempleo involuntario con plena flexibilidad de precios, no con rigideces; además, su resultado no exhibe la endogeneidad de la rigidez, por el contrario, muestra que la rigidez depende de los factores exógenos que ya ha señalado la tradición neoclásica.

También resaltamos la explicación de enfoques alternativos mediante los modelos de costos de menú y fallas de coordinación; ambos intentan superar los planteamientos tradicionales y vincular al mercado de producto con el sector laboral, sin embargo esto se logra sólo artificialmente porque se supone que la producción

de una unidad de bien requiere una unidad de trabajo, y además en ningún caso se muestra endógenamente cómo se logra impulsar a la demanda efectiva, esto sólo se hace evidente a través de shocks exógenos.

En resumen, la Nueva Economía Keynesiana no logra explicar el desempleo involuntario principalmente porque su concepción sobre éste es errónea. Para hacer referencia al desempleo involuntario, es necesario explicar su origen a partir de insuficiencias en la demanda efectiva.

Por otro lado, en el capítulo cinco examinamos cómo la Nueva Macroeconomía Clásica explica el desempleo. Apoyada en el supuesto de racionalidad perfecta de los agentes, subraya que el desempleo sólo es posible en el muy corto plazo cuando ocurre una variación no esperada en los precios nominales, que los agentes suponen ha ocurrido sobre los precios reales; no obstante, los agentes corrigen sus decisiones y se recupera inmediatamente el equilibrio. En cualquier caso, el único desempleo posible es el voluntario, es decir, los individuos pueden hallarse sin ocupación porque escogen el ocio en lugar del trabajo.

Recordemos que el propósito de nuestra investigación ha sido determinar las causas que explican el desempleo involuntario en el corto plazo en condiciones de competencia perfecta, plena descentralización y propiedad privada. De la *Teoría General*, suscribimos la idea de que la insuficiencia de la demanda efectiva ocasiona el desempleo involuntario; sin embargo, en ese marco analítico, tal idea sólo se evidencia mediante distintos argumentos, pero está ausente su demostración formal. Como ya indicamos, el planteamiento y los resultados de la Nueva Economía Keynesiana son insatisfactorios porque atribuyen el desempleo a la causa común de la rigidez de precios. Y finalmente la Nueva Macroeconomía Clásica invalida nuestro problema de investigación con la afirmación de que no existe el desempleo involuntario, por lo cual, la única pregunta posible es ¿por qué los individuos prefieren el ocio al trabajo?

Para nuestros fines, a lo largo de nuestra investigación, hemos mostrado cuatro limitaciones de la Teoría Neoclásica. En primer lugar, rescatamos una de las críticas que evidencian la debilidad de su núcleo teórico: el hecho de que los resultados a los que conduce la modificación de los precios en el corto plazo no se reproducen en el largo plazo. Señalamos específicamente que el incremento del salario real sobre su nivel walrasiano de equilibrio provoca desempleo en el corto

plazo, mientras que en el largo plazo no provoca desempleo, sino que favorece el consumo y la acumulación. Estos efectos diferenciados del salario real hacen suponer que éste no es el precio del trabajo, como convencionalmente se le considera, y muestran la posibilidad de obtener un resultado Pareto superior al que tradicionalmente se obtiene.

El escenario tradicional no permite estudiar el desempleo involuntario, solamente es posible el desempleo friccional y transitorio resultante de una alteración exógena de la competencia perfecta. En un sistema conformado por los mercados de producto y de trabajo, si se permite una rigidez de precios que sitúe al salario real por encima de su nivel walrasiano, se obtiene como resultado un desequilibrio caracterizado por el exceso de oferta de trabajo y el exceso de demanda de producto.

Otra limitación, se encuentra en una de las condiciones de equilibrio del productor. Usualmente se acepta que el producto marginal del trabajo equivale exactamente al salario real; y se asume que el producto marginal equivaldrá al valor del producto medio en el largo plazo. Como mostramos en el capítulo siete, esta última aseveración es solamente un supuesto que de ordinario hace la Teoría Neoclásica para asegurar la existencia de la industria con utilización de factores y niveles de producción positivos. La igualdad entre productividad marginal y producto medio del trabajo no es resultado del cálculo del productor, sólo podrían coincidir cuando la producción de cada firma es nula.

La cuarta limitación se encuentra en el cálculo que efectúa el productor. El ejercicio de optimización que convencionalmente se supone realiza, no es adecuado porque resta a este agente características de racionalidad, y porque excluye características intrínsecas de toda firma.

Comúnmente se supone que el empresario maximiza la masa de beneficios resultante de la diferencia entre sus ingresos o el valor de la producción y sus costos o el valor de los factores de producción. Sin embargo, como muestra la Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo, se trata de un cálculo erróneo, porque con éste, el productor no es optimizador; él obtendría la máxima producción, masa y tasa de ganancias, si maximizara la tasa de beneficios y no la masa. Suscribimos plenamente este resultado, cuya demostración se presentó en el capítulo seis.

Además, consideramos que la firma no puede representarse simplemente como la ingeniería o la transformación de insumos en bienes, sino que para su existencia, es indispensable la organización. Es decir, la tecnología que se expresa en una función de producción, debe incluir ingeniería y organización.

Como indicamos en la sección 7.2, encontramos en el planteamiento de la Nueva Economía Institucional, argumentos que coinciden con nuestro punto de vista. De acuerdo con este enfoque, el rasgo característico de la firma no es un proceso de producción por sí mismo, sino la coordinación u organización de sus actividades que permita reducir los costos de transacción y los costos de organización.

Cuando aceptamos que el cálculo de optimización correcto es la maximización de la tasa de beneficios, hemos resuelto el problema que compete a la racionalidad del productor, porque aseguramos que puede alcanzar la máxima producción y las máximas ganancias. Sin embargo, quedaba pendiente por resolver cómo podía incorporarse formalmente a la organización en el cálculo del productor.

La TIMT, ha propuesto también una forma de introducir la organización: se expresa en los costos de instalación necesarios para el establecimiento de una firma.

Nosotros, diferimos de esta propuesta porque consideramos que existen limitaciones al introducir explícitamente los costos de instalación en la función de producción. Específicamente, por tres razones:

i) Porque no es necesario introducir una categoría explícita que represente a la organización (lo que mostramos con nuestros resultados). Hacerlo así, equivale a reproducir un rasgo del enfoque convencional que deseamos evitar: la necesidad de que los resultados de equilibrio estén sujetos a las particularidades de una función de producción.

ii) Porque aun cuando los costos de instalación permitan definir el tamaño de la industria para niveles positivos de factores y producto en el nivel en que coinciden producto medio y producto marginal del trabajo, en sentido estricto, la organización o los costos de instalación no contribuyen a la producción, de hecho se precisa así en dicha hipótesis cuando se indica que los costos de instalación son los recursos de trabajo que no generan producto.

iii) Porque al utilizar la función de producción sugerida por la TIMT en el cálculo de la firma, resulta que la demanda de trabajo de la empresa individual, y el nivel de empleo del sistema están determinados por la magnitud de los costos de instalación; si el volumen de recursos destinados a estos se reducen, entonces también disminuye la demanda de trabajo y en consecuencia se agrava el desempleo.

Para resolver estas dificultades, entonces nosotros proponemos una función de producción polinómica (análoga a la representación de función de producción total) plenamente definida y con una interpretación concreta para cada uno de sus términos. Éstos representan fases del proceso productivo, en cada una de ellas se utiliza una magnitud concreta de demanda de trabajo y se requiere implícitamente de la organización que permita tanto obtener el máximo provecho de cada factor empleado, como vincular entre sí las unidades de trabajo.

Al utilizar una función de producción polinómica en el cálculo del productor en que se maximiza la tasa de ganancia, demostramos que aun sin la presencia de los costos de instalación es posible definir el tamaño de la industria; y además que se reproducen los resultados generales alcanzados por la TIMT en cuanto al comportamiento de los agentes individuales y la existencia del desempleo.

En concreto, obtenemos que el consumidor ofrece su máxima oferta de trabajo limitado sólo por sus gustos y preferencias, con la intención de alcanzar los máximos beneficios del sistema económico, si consideramos que los salarios y ganancias que pueda obtener dependen exclusivamente de su participación en la producción, según se indica en su restricción de presupuesto. Además demanda producto en función directa de sus ingresos.

La firma alcanza su equilibrio cuando coinciden producto medio del trabajo y producto marginal, no cuando éste iguala al salario real. La oferta de producto, depende de la demanda efectiva, es decir, la firma genera justamente los bienes que el mercado le demanda.

La demanda de trabajo depende de las características tecnológicas de la producción, particularmente, de la relación que exista entre las distintas fases del proceso productivo; y también depende de la demanda efectiva. Es decir, el productor contrata la cantidad de trabajo que requiere para producir los bienes que el mercado demanda, de acuerdo a las características tecnológicas de producción.

De las funciones de oferta y demanda de trabajo resultantes, concluimos que no se constituye un mercado de trabajo porque consumidores y firmas siguen criterios diferentes para determinar la magnitud del trabajo que ofrecerán o demandarán. El salario real no se determina en equilibrio general, sino que se establece por negociación entre firmas y trabajadores.

Con nuestra propuesta se demuestra plenamente la existencia del desempleo involuntario y su compatibilidad con el equilibrio. Además, mostramos que no se alteran las condiciones de competencia perfecta, ni los requerimientos para el equilibrio general competitivo porque aun cuando se utilicen funciones de producción polinómicas en el cálculo de optimización de la firma, en equilibrio general, se obtiene una función de producción para el total de los productores; demostramos que ésta es positiva decreciente del trabajo y que el conjunto solución de los productores es convexo.

Más aún, mostramos que la organización es un rasgo inherente a la naturaleza de la empresa, porque le permite obtener el máximo provecho de cada factor empleado, vincular entre sí las unidades de trabajo y hacer exitosa su participación en el mercado.

Como demostramos en el último capítulo, es posible incluir implícitamente en el cálculo formal a la organización. Las firmas que revelan una organización superior, son aquellas que requieren utilizar menores cantidades de trabajo en cada fase del proceso productivo, lo que significa no la reducción de la demanda de trabajo, sino por el contrario, significa que la firma ha logrado un nivel de eficiencia tal, que le permite alcanzar niveles mayores de producto medio, y por ende, le permite incrementar su demanda de trabajo y sus niveles de producción.

Todos estos resultados los hemos verificado también cuando extendemos nuestro modelo básico para incorporar un factor adicional en la producción además del trabajo.

Resta para la investigación futura, extender los resultados alcanzados a otros escenarios de corto plazo, determinar los mecanismos de transmisión del desempleo involuntario al largo plazo, e incorporar incertidumbre para examinar cuáles serían las consecuencias cuando las restricciones de los cálculos de los agentes siguen procesos estocásticos. La realización de estas tareas permitirá que en el futuro podamos especificar no sólo cómo se comporta el sistema económico vigente, sino

también el sentido y la magnitud en la que deben promoverse los cambios de los principales instrumentos de política económica.

Por ahora, nuestra investigación nos permite afirmar que es fundamental incentivar el incremento de la demanda efectiva, una de las formas para lograrlo no es la contención salarial como de ordinario se supone, sino, por el contrario, procurar el crecimiento de los salarios reales, con ello se obtendrán, mayor demanda efectiva y mayores niveles de empleo y de producción.

BIBLIOGRAFÍA

- Akerlof, G. (1984). "Gift exchange and efficiency wage theory: four views", *American Economic Review*, Vol. 74, mayo, pp. 79 - 83.
- _____ (1988). "Fairness and Unemployment", *American Economic Review*, mayo, pp. 44 - 49.
- Argandoña, A., Gámez, C. y Mochón F.(1997). *Macroeconomía Avanzada I y II*, Mc Graw Hill, España.
- Atsumi, H. 1965. "Neoclassical growth and the efficient program of capital accumulation", *Review of Economic Studies*, Vol. 32, pp. 127-136.
- Azariadis, C. y Stiglitz, J. (1983). "Implicit contracts and fixed price equilibria", *Quarterly Journal of Economics*, MIT Press, Vol. 98, suplemento, pp. 1 -22.
- Baily, M. N. (1974). "Wages and employment under uncertain demand", *Review of Economic Studies*, Vol. 41, pp. 37 - 50.
- Ball, L. y Romer, D. (1987). "Sticky Prices as Coordination Failure", *Working Papers Series*, NBER, N. 2327, Cambridge.
- Barrère, Alain (1990). (1990) *Macroéconomie Keynésienne*, Dunod, Francia.
- Barro, R. J. y Sala-i-Martin, X. (1995). *Economic Growth*, Mc Graw Hill, Estados Unidos.
- Benetti, C. (1998). "La estructura lógica de la Teoría General de Keynes" *Cuadernos de Economía*, Universidad Nacional de Colombia, vol. XIX, No. 33, 2000, pp. 10 – 49, (versión original: "La structure logique de la Theorie Générale de Keynes", *Cahiers d' Economie Politique*, París, N. 30 – 31).

Bernardo, J. M. (1996). "The concept of Exchangeability and its Applications", *Far East Journal Mathematical Sciences*, No. 4.

_____ (1998). "Bruno De Finetti en la Estadística Contemporánea", *Historia de la Matemática en el siglo XX*, Real Academia de Ciencias de Madrid.

_____ (2001). "Bayesian Statistics, Manuscript of an article written for the UNESCO", *Encyclopedia of Life Support Systems*.

Blanchard, O. y Stanley, F. (1989). *Lectures on Macroeconomics*, Cambridge, MIT Press, Inglaterra.

Boyce, W. y Diprima, R. C. (1992). *Ecuaciones diferenciales y problemas con valor en la frontera*, Limusa, México.

Brock, W. y Durlauf, S. (2001). "Growth Empirics and Reality. What have we learned from a decade of empirical research on growth?", *The World Bank Economic Review*, vol. 15, No. 2.

Calvo, Guillermo (1979). "Quasi - walrasian theories of unemployment", *American Economic Review*, Vol. 69, N. 2, pp. 102 -107.

Caplin, A. S. Y Spulber D. F. (1987). "Menu Costs an the Neutrality of Money", *Quaterly Journal of Economics*, MIT Press, N. 102, pp. 703 – 725.

Cass, D. (1965). "Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation", *Review of Economic Studies*, N. 32.

Coase, R. (1937). "The Nature of the Firm", *La naturaleza de la empresa*, Williamson, O. y Winter, S. (comps.), 1996, FCE, México.

_____ (1987). "La naturaleza de la empresa: influencia", *La naturaleza de la empresa*, Williamson, O. y Winter, S. (comps.), 1996, FCE, México.

- Cooper, R. y John, A., (1988). "Coordinating coordination failures in keynesian models", *Quarterly Journal of Economics*, MIT Press, N. 103, pp. 441 - 463.
- Darity, W. A. y B. L. Horn (1983). "Involuntary unemployment reconsidered", *John Maynard Keynes. Critical Assessments*, John Cunningham (ed.), vol. 5, Routledge, Inglaterra, pp. 263 – 285 (versión original en *Southern Economic Journal*, vol. 49, N. 3, pp. 717 – 733).
- Davidson, P. (1994). *Post - Keynesian Macroeconomic Theory*, Edward Elgar, Inglaterra.
- De Finetti, B. (1985). "Cambridge Probability Theorists", *John Maynard Keynes. Critical Assessments*, John Cunningham (ed.), vol. 6, Routledge, Inglaterra, pp. 365 – 380 (versión original en *Manchester School of Economics and Social Studies*, vol. 53, N. 4, pp. 348 – 363).
- De Groot, M. (1988). *Probabilidad y estadística*, Addison Wesley Iberoamericana.
- De Vroey, M. (2000). "La estructura lógica de la Teoría General de Keynes. Una crítica de Benetti", *Cuadernos de Economía*, Universidad Nacional de Colombia, vol. XIX, N. 33, 2000, pp. 52 – 69, (versión original: "La structure logique de la de la Théorie Générale de Keynes. Une critique de Benetti", *Cahiers d' Economie Politique*, París, N. 36).
- _____ (2003). "Perfect information a la Walras versus Perfect information à la Marshall", *Journal of Economic Methodology*, vol. 10, pp. 465 – 492.
- _____ (2004a). "The History of Macroeconomics Viewed Against the Background of the Marshall – Walras Divide", *History of Political Economy*, Duke University Press.
- _____ (2004b). *Involuntary Unemployment. The elusive quest for a theory*. Routledge, Inglaterra.

- Diamond, P. (1965). "Natural debt in a neoclassical growth model", *American Economic Review*, N. 55.
- _____ (1982). "Aggregate Demand Management in Search Equilibrium", *Journal of Political Economy*, N. 90, pp. 881 - 894.
- Domar, E. (1946). "Expansión de capital y crecimiento", Amartya Sen (comp.), *Economía del Crecimiento*, 1971, FCE, México.
- Dunlop, J. T. (1950). *Wage Determination Under Trade Unions*, Basil Blackwell, Inglaterra.
- Farber, H. S. (1978). "Individual preferences and union wage determination: The case of the united mine workers", *Journal of Political Economy*, Vol. 86, N. 5, pp. 923 - 942.
- _____ (1986). "The Analysis of Union Behavior", *Handbook of Labor Economics*, Vol. II, pp. 1039 - 1089.
- Fisher, S. (1977). "Long - term contracts, rational expectations, and the optimal money supply rule", *Journal of Political Economy*, Vol. 85, N. 1, pp. 191 - 205.
- Friedman, M. (1968). "The role of monetary policy", *American Economic Review*, Vol. 58, N. 1, pp. 1 - 17.
- _____ (1970) " The Counter-Revolution in Monetary Theory", Institute for Economic Affairs, Occasional Paper N. 33. Reproducido en Friedman, M. 1992. *La economía monetarista*, Gedisa, España, pp. 13 - 33.
- _____ (1975). "Unemployment versus inflation: an evaluation of the Phillips curve", IEA Occasional Paper N. 44, Institute for Economic Affairs, London. Reproducido en Friedman, M. 1992. *La economía monetarista*, Gedisa, España, pp. 81 - 133.

_____ (1977). "Nobel lecture: Inflation and unemployment", *Journal of Political Economy*, Vol. 85, N. 3, pp. 451 - 472.

_____ (1992). *La economía monetarista*, Gedisa, España.

Green, W. (1999). *Análisis Económico*, Prentice Hall, España.

Hahn, F. y Solow, R. (1995). *A Critical Essay on Modern Macroeconomic Theory*, Blackwell, Inglaterra.

Harris, L. (1981). *Teoría Monetaria*, FCE, México.

Harrod, R. (1939). "La teoría dinámica", Amartya Sen (comp.), *Economía del Crecimiento*, 1971, FCE, México.

Hoover, K. D. (1991). *The New Classical Macroeconomics. A Sceptical Inquiry*, Blackwell, Inglaterra.

Howitt, Peter (1985). "Transaction Costs in the Theory of Unemployment", *American Economic Review*, Vol. 75, N. 1, pp. 88 – 100.

Judge (1988). *Introduction to the Theory and Practice of Econometrics*, John Wiley & Sons.

Keynes, J. M. (1925). "Suis - je un libéral?", *La pauvreté dans l'abondance*, 2002, tr. del inglés, Gallimard, Francia.

_____ (1926). "La fin du laissez - faire", *La pauvreté dans l'abondance*, 2002, tr. del inglés, Gallimard, Francia.

_____ (1930a). "La grande récession de 1930" *La pauvreté dans l'abondance*, 2002, tr. del inglés, Gallimard, Francia.

- _____ (1930b). *A treatise on money*, Vol. I y II, Macmillan, Inglaterra.
- _____ (1931). "Une analyse économique du chômage", *La pauvreté dans l'abondance*, 2002, tr. del inglés, Gallimard, Francia.
- _____ (1934). "La pauvreté dans l'abondance: le système économique est – il autorégulateur?", *La pauvreté dans l'abondance*, 2002, tr. del inglés, Gallimard, Francia.
- _____ (1936). *Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero*, 11ª. reimpresión de la 2ª. edición en español, FCE, México
- _____ (1937a). "La théorie générale de l'emploi", *La pauvreté dans l'abondance*, 2002, tr. del inglés, Gallimard, Francia.
- _____ (1937b). "Les diverses théories du taux d'intérêt" *La pauvreté dans l'abondance*, 2002, tr. del inglés, Gallimard, Francia.
- Klein, Peter (1999). "New Institucional Economics", Working Paper (0530), Department of Economics, University of Georgia.
- Klimovsky, E. A. (1995). "El concepto de trabajo homogéneo en el sistema de Sraffa y en la tradición clásica", *Economía: Teoría y Práctica*, Nueva Época, N. 4, México, pp. 7 - 24.
- Kreps, D. (1995). *Curso de Teoría Microeconómica*, Mc Graw Hill, España.
- Kuroschi, A.G. (1981). *Curso de Álgebra Superior*, Mir, Moscú.
- Kydland, F. E. y Prescott, E. (1982). "Time to build and aggregate fluctuations", *Econometrica*, Vol. 50, N. 6, pp. 1345 - 1370.

- Laurent, T. (1992). "La nouvelle économie keynésienne, n' est pas ce que l' on croit", *Keynes et les nouveaux keynésiens*, Richard Arena et Dominique Torre (coord), Presses Universitaires de France, Francia.
- Leibenstein, H. (1957). *Economic Backwardness and Economic Growth*, N. Y., Wiley.
- Longhi, C. (1992). "Les salaires d' efficience: vers une theorie (keynésienne) du chômage involontaire?", *Keynes et les nouveaux keynésiens*, Richard Arena et Dominique Torre (coord), Presses Universitaires de France, Francia.
- Lucas, R. (1973). "Some international evidence on output - inflation trade offs", *American Economic Review*, Vol. 63, No. 3, pp. 326 - 334.
- _____ (1978). "Unemployment policy", *American Economic Review*, Vol. 78, N. 2, pp. 353 - 357.
- _____ (1987). *Modelos de ciclos económicos*, Alianza Universidad, España.
- Lucas, R. y Rapping, L. (1969). "Real wages, employment and inflation", *Journal of Political Economy*, Vol. 77, N. 5, pp. 721-754.
- Lucas, R. y Sargent, T. J. (1979). "After keynesian macroeconomics", Federal Reserve Bank of Boston. Reproducido en Lucas, R. y Sargent, T. J. (1981). *Rational Expectations and Econometric Practice*, Allen & Unwin, Inglaterra.
- _____ (1981). *Rational Expectations and Econometric Practice*, Allen & Unwin, Inglaterra.
- Mankiw, N. G. (1985). "Small Menu Cost and Large Business Cycles: A Macroeconomic Model of Monopoly", *Quarterly Journal of Economics*, MIT Press, N. 100, pp. 529 – 539.
- Mankiw, N. G. y Romer, D. (1991). *New Keynesian Economics*, MIT Press, Inglaterra.

- McDonald, I. M. y Solow, R. (1981). "Wage bargaining and employment", *American Economic Review*, vol. 71, pp. 896-908.
- Muth, J. F. (1961). "Rational expectations and the theory and price movements", *Econometrica*, Vol. 29, N. 3, pp. 315 - 335.
- Nash, J. F. (1950). "The Bargaining Problem", *Econometrica*, Vol. 18, N. 2, pp. 155 - 162.
- Noriega, F. (1994). *Teoría del desempleo, la distribución y la pobreza*, Ariel Economía, México.
- _____ (2001). *Macroeconomía para el desarrollo. Teoría de la Inexistencia del Mercado de Trabajo*, Mc Graw Hill, México.
- _____ (2004). "El poder de los salarios: Una crítica a los fundamentos de la teoría neoclásica del crecimiento", documento de trabajo mimeografiado, UAM, México.
- Phelps, E. S. (1967). "Phillips curves, expectations of inflations and optimal unemployment over time", *Economica*, Vol. 34, N. 3, pp. 254 - 281.
- Phillips, A. W. (1958). "The relation between unemployment and the rate of change of money wage rates in the United Kingdom, 1861-1957" *Economica*, Vol. 25, N. 2, pp. 283-299.
- Pigou, A. C. (1920). *The Economics of Welfare*, 4ª. Edición, Mc Millan, Inglaterra.
- Pissarides, C. (1990). *Equilibrium Unemployment Theory*, Basil Blackwell, Inglaterra.
- Ramsey, F. P. (1928). "A mathematical theory of savings", *Economic Journal*, Vol. 38, pp. 543 - 559.

- Rebelo, S. (1991). "Long run policy analysis and long run growth", *Journal of Political Economy*, Vol. 99, N. 3, pp. 500 - 521.
- Romer, D. (1996). *Advanced Macroeconomics*, Mc Graw Hill, Estados Unidos.
- Ross, S. et al. (1998). *Essentials of Corporate Finance*, 2ª edición, Mc Graw Hill, Estados Unidos.
- Sardoni, C. (1986). "Marx and Keynes on Effective Demand and Unemployment" *John Maynard Keynes. Critical Assessments*, John Cunningham (ed.), vol. 6, Routledge, Inglaterra, pp. 481 - 503 (versión original en *History of Political Economy*, vol. 18, N. 3, pp. 419 - 441).
- Say, J. B. (1803). *A Treatise on Political Economy*, tr. al inglés de la 4ª. edición francesa, Longmans, Inglaterra.
- Shapiro, C. y Stiglitz, J. (1984). "Equilibrium unemployment as a worker discipline device", *American Economic Review*, N. 74, pp. 433 - 444.
- Sheffrin, S. (1985). *Expectativas racionales*, Alianza Universidad, España.
- Sheldon, R. (1993). *Introduction to Probability Models*, Academic Press, Estados Unidos.
- Shone, R. (1997). *Economic Dynamics*, Cambridge University Press, Inglaterra.
- Solow, R. (1956). "A contribution to the theory of economic growth", *Quarterly Journal of Economics*, MIT Press, Vol. 70, pp. 65 - 94.
- _____ (1957) "Technical change and the aggregate production function", *Review of Economics and Statistics*, Vol. 39.
- _____ (1979). "Another possible source of wage stickiness", *Journal of Macroeconomics*, pp. 79 - 82.

- _____ (1994). "Perspectives on growth theory", *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 8, N. 1, pp. 45 - 54.
- Stiglitz, J. (1974). "Alternative theories of wage determination and unemployment in LDC's: The labor turnover model", *Quarterly Journal of Economics*, MIT Press, Vol. 88, No. 2, pp. 194 - 227.
- _____ (1976). "The efficiency wage hypothesis, surplus labor and the distribution of income in LDC's", *Oxford Economics Papers*, Vol. 28, N. 2, pp. 187 - 207.
- _____ (1984). "Theories of wage rigidity", *Working Papers Series*, NBER, N. 1442, Cambridge.
- _____ (1985). "Teorías alternativas de la determinación del salario y del desempleo: el modelo del salario de eficiencia", *Teoría y experiencia del desarrollo económico*, Gersovitz, M. (comp.), FCE, México.
- Torr, C. S. W. (1981). "Microfoundations for Keynes's Point of Effective Demand" *John Maynard Keynes. Critical Assessments*, John Cunningham (ed.), vol. 5, Routledge, Inglaterra, pp. 150 – 164 (versión original en *South African Journal of Economics*, vol. 49, N. 4, pp. 334 – 348).
- Uspensky, J.V. (1995). *Teoría de Ecuaciones*, Limusa, México.
- Varian, H. R. (1986). *Análisis Microeconómico*, Antoni Bosch, España.
- Weizsäcker, C. 1965. "Existence of optimal programs of accumulation for an infinite time horizon", *Review of Economic Studies*, Vol. 32, pp. 85-104
- Yellen, J. (1984). "Efficiency wage models of unemployment", *American Economic Review*, pp. 200 - 205.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
DIVISIÓN DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANIDADES
DOCTORADO EN CIENCIAS ECONÓMICAS

DESEMPLEO INVOLUNTARIO EN
EQUILIBRIO GENERAL COMPETITIVO

TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTORA EN CIENCIAS ECONÓMICAS

PRESENTA:

ABIGAIL RODRÍGUEZ NAVA

DIRECTOR DE TESIS:

DR. FERNANDO ANTONIO NORIEGA UREÑA

JUNIO DE 2005

