



**Casa abierta al tiempo**

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA  
UNIDAD IZTAPALAPA  
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

**MODELO MATEMÁTICO Y METODOLOGÍA  
PARA LA OPTIMIZACIÓN  
DE REDES DE INTERCAMBIO DE CALOR**

Tesis para obtener el grado de Maestra en Ciencias

Presentada por:

**Ing. en Energía Rosa Iris Núñez Serna**

Bajo la asesoría de:

**Dr. Juan Manuel Zamora Mata**

Posgrado en Ingeniería Química

México, D.F., Julio de 2007

---

A la memoria de mi padre, Artemio Núñez

A mi madre, Rosario Serna

A mi hermano, Artemio



## RESUMEN

En este trabajo se aborda el desarrollo de elementos que apoyan la labor de síntesis de redes de intercambio de calor a través de una mejor valoración de la calidad estructural de un conjunto de diseños preliminares de red. La síntesis y la optimización de redes de intercambio de calor con un enfoque de programación matemática se sustentan en modelos de optimización que exhiben características no convexas dando lugar en muchos casos a la existencia de múltiples soluciones óptimas locales. El problema abordado fue la optimización de redes de intercambio de calor, asumiendo que la topología de red fue previamente establecida por alguna metodología de síntesis. Se buscaron los valores de las distribuciones de flujos, cargas térmicas, áreas de intercambio de calor y temperaturas intermedias de la red de intercambio de calor a través de la minimización de su costo total. El objetivo de este trabajo consiste en evaluar la calidad estructural de diferentes redes de intercambio de calor, para ello se desarrollaron una representación de las redes y con base en ella, un modelo matemático generalizado y una metodología de solución y búsqueda de diseños óptimos locales.

En el Capítulo 1 se presenta una revisión del estado del arte en la optimización global de redes de intercambio de calor con métodos deterministas y estocásticos y en el Capítulo 2 se formula el problema de diseño óptimo de una red de intercambio de calor que se estudia. En el Capítulo 3 se propone una representación de las redes de intercambio de calor a través de un diagrama de malla con *etapas* a las que se asocia la existencia de un intercambiador de calor. Ligado a éste, en el Capítulo 4 se desarrolla un modelo de programación no lineal para la optimización de redes de intercambio de calor sin división de corrientes. En el modelado se definen una serie de conjuntos para las corrientes, los equipos y las etapas del diagrama; con base en ellos, se plantean las ecuaciones que describen los balances de materia y energía y las restricciones de diseño. Para la solución del modelo desarrollado, en el Capítulo 5 se presenta una metodología heurística de búsqueda de soluciones óptimas locales cuyo elemento principal es el multi-arranque, que consiste en la elección de manera aleatoria de diferentes puntos de inicio, a partir de los cuales se intenta resolver el modelo desde diferentes secciones de la región de búsqueda. El modelo propuesto se extiende en el Capítulo 6, para incluir el caso de la optimización de redes de intercambio de calor con división de corrientes. La aplicación de la representación, del modelo y de la metodología se ilustra con nueve ejemplos. Por último en el Capítulo 7, se resumen las aportaciones de este trabajo de investigación y se proponen posibles líneas para trabajo futuro.

## **AGRADECIMIENTOS**

Al Dr. Juan Manuel Zamora Mata por su dedicación en todo, por compartir conmigo su tiempo y su experiencia y por toda su paciencia en la dirección de la presente tesis de investigación

Al Consejo nacional de ciencia y tecnología (CONACYT) por la beca de estudios de posgrado otorgada para el desarrollo de este trabajo de investigación

A la Universidad Autónoma Metropolitana - Iztapalapa por brindarme un espacio para desarrollarme en una etapa más de mi formación profesional

Al laboratorio de Síntesis, Optimización y Simulación de Procesos del Departamento de Ingeniería de Procesos e Hidráulica, por las facilidades otorgadas.

## ÍNDICE

<b>RESUMEN</b> .....	(ii)
<b>AGRADECIMIENTOS</b> .....	(iii)
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	(viii)
<b>LISTA DE TABLAS</b> .....	(xi)

### **CAPÍTULO 1 – INTRODUCCIÓN**

1.1 Usos típicos de la energía en la industria .....	(1)
1.2 Red de recuperación de calor .....	(3)
1.3 Optimización de redes de intercambio de calor .....	(4)
1.3.1. Programación no lineal .....	(4)
1.3.2. Aplicaciones en ingeniería química .....	(5)
1.3.3. Optimización global estocástica para el diseño óptimo de redes de intercambio de calor.....	(6)
1.3.4. Optimización global determinista para el diseño óptimo de redes de intercambio de calor.....	(8)
1.3.5. Métodos híbridos de optimización local.....	(11)
1.4 Objetivos de este trabajo.....	(12)
1.5 Organización de la tesis.....	(13)

### **CAPÍTULO 2 – EL PROBLEMA DE DISEÑO ÓPTIMO DE UNA RED DE INTERCAMBIO DE CALOR**

2.1 Introducción.....	(15)
2.2 Formulación del problema de diseño óptimo de una red de intercambio de calor .....	(16)
2.3 Ejemplo ilustrativo 2.1 .....	(17)
2.3.1. Modelo de programación matemática particular .....	(19)
2.3.2. Óptimos locales del Ejemplo Ilustrativo 2.1 .....	(21)

2.3.3. Búsqueda sistemática de óptimos locales del Ejemplo Ilustrativo 2.1 .....	(23)
2.4 Conclusiones .....	(26)

## **CAPÍTULO 3 – REPRESENTACIÓN DE REDES DE INTERCAMBIO DE CALOR**

3.1 Introducción .....	(27)
3.2 Representación de redes de intercambio de calor .....	(27)
3.2.1 Elementos topológicos diversos .....	(28)
3.2.2 Clasificación de corrientes y elementos de redes de intercambio de calor .....	(32)
3.3 Diagrama de Malla por etapas para redes de intercambio de calor .....	(32)
3.3.1 Representación de redes sin división de corrientes .....	(33)
3.3.2 Representación de redes con división de corrientes .....	(34)
3.4 Ejemplo Ilustrativo 3.1 .....	(35)
3.5 Conclusiones.....	(38)

## **CAPÍTULO 4 – MODELO MATEMÁTICO PARA LA OPTIMIZACIÓN DE REDES DE INTERCAMBIO DE CALOR SIN DIVISIÓN DE CORRIENTES**

4.1 Introducción .....	(39)
4.2 Conjuntos .....	(40)
4.3 Modelo matemático sin división de corrientes .....	(40)
4.3.1 Extensiones del modelo .....	(46)
4.4 Ejemplo Ilustrativo 4.1 .....	(48)
4.5 Conclusiones .....	(50)

## **CAPÍTULO 5 – METODOLOGÍA PARA LA BÚSQUEDA ALEATORIA DE DISEÑOS ÓPTIMOS LOCALES**

5.1 Introducción .....	(51)
------------------------	------

5.2	Metodología para la búsqueda de soluciones óptimas locales .....	(51)
5.2.1	Descripción breve de la metodología .....	(51)
5.2.2	Metodología para la búsqueda aleatoria de soluciones óptimas locales del modelo matemático sin división de corrientes .....	(53)
5.2.3	Distribución estadística de los puntos iniciales .....	(55)
5.2.4	Resolvedor computacional .....	(56)
5.2.5	Cotas básicas .....	(57)
5.2.5	Cálculo de residuos.....	(58)
5.2.5	Problemas reducidos.....	(58)
5.3	Validación y Evaluación del modelo matemático con búsqueda aleatoria .....	(59)
5.3.1	Ejemplo Ilustrativo 5.1 .....	(59)
5.3.2	Ejemplo Ilustrativo 5.2 .....	(66)
5.3.3	Ejemplo Ilustrativo 5.3 .....	(69)
5.3.4	Ejemplo Ilustrativo 5.4 .....	(75)
5.3.5	Ejemplo Ilustrativo 5.5 .....	(79)
5.3.6	Ejemplo Ilustrativo 5.6 .....	(83)
5.4	Conclusiones .....	(91)

**CAPÍTULO 6 – MODELO MATEMÁTICO PARA LA OPTIMIZACIÓN DE REDES DE INTERCAMBIO DE CALOR CON DIVISIÓN DE CORRIENTES**

6.1	Introducción .....	(92)
6.2	Conjuntos .....	(93)
6.3	Modelo matemático con división de corrientes .....	(94)
6.4	Validación y Evaluación del modelo matemático $\Phi$ - cd con búsqueda aleatoria .....	(102)
6.4.1	Metodología para la búsqueda aleatoria de soluciones óptimas locales del modelo matemático con división de corrientes .....	(103)
6.4.2	Ejemplo Ilustrativo 6.1 .....	(104)
6.4.3	Ejemplo Ilustrativo 6.2 .....	(109)
6.4.4	Ejemplo Ilustrativo 6.3 .....	(120)
6.5	Conclusiones .....	(129)

## **CAPÍTULO 7 – CONCLUSIONES**

7.1	Introducción .....	(130)
7.2	Resumen .....	(130)
7.2.1	Representación de redes de intercambio de calor .....	(130)
7.2.2	Modelo para la optimización de redes de intercambio de calor .....	(131)
7.2.3	Metodología para la búsqueda aleatoria.....	(131)
7.3	Conclusiones.....	(131)
7.4	Sugerencias para posibles líneas de investigación en un trabajo futuro .....	(133)

<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>(135)</b>
---	--------------

<b>APÉNDICE 1. COTAS NUMERICAS PARA LAS VARIABLES DEL MODELO (<math>\Phi</math>-sd) .....</b>	<b>(142)</b>
---	--------------

## FIGURAS

Figura 1.1 Esquema simplificado de la destilación a vacío.

Figura 2.1 Red de intercambio de calor del Ejemplo Ilustrativo 2.1.

Figura 2.2 Red de intercambio de calor del primer diseño óptimo local para Ejemplo Ilustrativo 2.1

Figura 2.3 Red de intercambio de calor del segundo diseño óptimo local para Ejemplo Ilustrativo 2.1

Figura 2.4 Contornos de nivel correspondientes al costo total de la red mostrada en la Figura 2.1, en función de  $q_1$  y  $\alpha$ .

Figura 3.1 División de una corriente fría y su apareamiento con dos corrientes calientes.

Figura 3.2 División de una corriente caliente y una corriente fría, con apareamientos entre las sub-corrientes.

Figura 3.3 División de una corriente caliente y una corriente fría, con apareamientos entre las sub-corrientes y las corrientes simples.

Figura 3.4 División de una corriente caliente y una corriente fría, con apareamientos entre las sub-corrientes y un apareamiento intermedio.

Figura 3.5 Múltiples apareamientos entre sub-corrientes.

Figura 3.6 División de una corriente caliente y una corriente fría, con apareamientos entre las sub-corrientes y los servicios auxiliares.

Figura 3.7 Divisiones consecutivas de una corriente fría.

Figura 3.8 Diagrama de malla

Figura 3.9 Diagrama de malla por etapas para una red de intercambio de calor con topología pre-establecida sin división de corrientes.

Figura 3.10 Diagrama de malla por etapas para una red de intercambio de calor con topología pre-establecida con división de corrientes.

Figura 3.11 Diagrama estructural de una red viable para el Ejemplo Ilustrativo 3.1.

Figura 3.12 Diagrama de malla tradicional para la red viable del Ejemplo Ilustrativo 3.1.

Figura 3.13 Diagrama de malla por etapas de la red viable para el Ejemplo 3.1

Figura 3.14 Diagrama estructural de la red óptima para el Ejemplo Ilustrativo 3.1 presentada por Floudas y Ciric (1989).

Figura 3.16 Diagrama de malla por etapas de la red óptima de Floudas y Ciric (1989) para el Ejemplo Ilustrativo 3.1.

Figura 4.1 Red de intercambio de calor del Ejemplo Ilustrativo 4.1.

Figura 4.2 Diagrama de malla por etapas para el Ejemplo Ilustrativo 4.1.

Figura 5.1 Diagrama de flujo que presenta la metodología heurística.

Figura 5.2 Red de intercambio de calor del Ejemplo Ilustrativo 5.1.

Figura 5.3 Diagrama de malla por etapas para el Ejemplo Ilustrativo 5.1.

Figura 5.4 Primer diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 5.1 con un costo de \$8,314.45/año

Figura 5.5 Segundo diseño óptimo local para Ejemplo Ilustrativo 5.1 con un costo de \$8,687.55/año

Figura 5.6 Tercer diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 5.1 con un costo de \$12,508.48/año.

Figura 5.7 Red de intercambio de calor del Ejemplo Ilustrativo 5.2.

Figura 5.8 Diagrama de malla por etapas para el Ejemplo Ilustrativo 5.2.

Figura 5.9 Diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 5.2 con un área total de 245.57 m<sup>2</sup>.

Figura 5.10 Red de intercambio de calor para el Ejemplo Ilustrativo 5.3.

Figura 5.11 Diseño óptimo reportado por Briones y Kokossis (1999) para la configuración mostrada en la Figura 5.10, con un costo total de \$ 2, 980, 000.00 /año.

Figura 5.12 Infactibilidad en el intercambiador 1 para la solución óptima presentada por Briones y Kokossis (1999).

Figura 5.13 Diagrama de malla por etapas para el Ejemplo Ilustrativo 5.3.

Figura 5.14 Diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 5.3. Costo: \$ 3, 347, 436.97 /año

Figura 5.15 Red de intercambio de calor con valores iniciales, para la distribución de cargas térmicas, tomados de Briones y Kokossis (1999) para el Ejemplo Ilustrativo 5.4.

Figura 5.16 Diagrama de malla por etapas para el Ejemplo Ilustrativo 5.4.

Figura 5.17 Diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 5.4 con un costo de \$6,173,125.87/año

Figura 5.18 Red de intercambio de calor con valores iniciales tomados de Yee *et al.* (1990) para el Ejemplo Ilustrativo 5.5.

Figura 5.19 Diagrama de malla por etapas para el Ejemplo Ilustrativo 5.5.

Figura 5.20 Diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 5.5 con un costo total de \$44,561.93/año

Figura 5.21 Red de intercambio de calor con valores iniciales de las temperaturas, tomados de Mizutani *et al.* (2003), para el Ejemplo Ilustrativo 5.6.

Figura 5.22 Diagrama de malla por etapas, M1, para el Ejemplo Ilustrativo 5.6.

Figura 5.23 Mejor solución óptima local encontrada, eliminando los equipos 4 y 8 del diseño M1, con un costo de \$ 153, 618.70 /año.

Figura 5.24 Diagrama de árbol que muestra los óptimos locales encontrados para el Ejemplo 5.6.

Figura 5.25 Diagrama de árbol que muestra la frecuencia con que aparecen los óptimos locales encontrados para el Ejemplo Ilustrativo 5.6.

Figura 6.1 Red de intercambio de calor del Ejemplo Ilustrativo 6.1.

Figura 6.2 Diagrama de malla por etapas para el Ejemplo Ilustrativo 6.1.

Figura 6.3 Primer diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 6.1 con un costo de \$36,190.1/año

Figura 6.4 Segundo diseño óptimo local para Ejemplo Ilustrativo 6.1 con un costo de \$47,675.5/año

Figura 6.5 Red de intercambio de calor para el Ejemplo Ilustrativo 6.2.

Figura 6.6 Diseño óptimo reportado por Briones y Kokossis (1999) para la configuración mostrada en la Figura 6.5, con un costo total de \$ 5, 980, 694.81 /año.

Figura 6.7 Diagrama de malla por etapas para el Ejemplo Ilustrativo 6.2.

Figura 6.8 Diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 6.2, con la restricción de fijar el nivel de consumo de los servicios auxiliares con un costo total de \$ 5, 980, 694.81 /año.

Figura 6.9 Mejor solución óptima local encontrada con un costo de \$ 5, 918,042.14 /año, liberando el nivel de consumo en servicios auxiliares.

Figura 6.10 Segunda solución óptima local encontrada con un costo de \$ 6, 175, 328.24 /año, liberando el nivel de consumo en servicios auxiliares.

Figura 6.11 Tercera solución óptima local encontrada con un costo de \$ 6, 154, 342.16 /año, liberando el nivel de consumo en servicios auxiliares.

Figura 6.12 Red de intercambio de calor del Ejemplo Ilustrativo 6.3.

Figura 6.13 Diseño óptimo reportado por Ghosh et al. (2006) para la configuración mostrada en la Figura 6.12, con un costo total de \$ 43, 661.03 /año.

Figura 6.14 Diagrama de malla por etapas para el Ejemplo Ilustrativo 6.3.

Figura 6.15 Diseño óptimo local para la configuración mostrada en la Figura 6.12, considerando mezclado isotérmico, con un costo total de \$ 43, 661.03 /año.

Figura 6.16 Primer diseño óptimo local encontrado para la configuración mostrada en la Figura 6.12, con un costo total de \$ 43, 733.45 /año, con mezclado no isotérmico.

Figura 6.17 Mejor diseño óptimo local encontrado para la configuración mostrada en la Figura 6.12, con un costo total de \$ 43, 646.07 /año, con mezclado no isotérmico.

## TABLAS

Tabla 2.1. Datos del Ejemplo Ilustrativo 2.1.

Tabla 2.2. Valores de área y carga de cada intercambiador del primer óptimo local para Ejemplo 2.1

Tabla 2.3. Valores de área y carga de cada intercambiador del segundo óptimo local para Ejemplo 2.1

Tabla 2.4. Estadísticas de los resolvedores para la solución del Ejemplo Ilustrativo 2.1.

Tabla 3.1 Datos del Ejemplo Ilustrativo 3.1.

Tabla 4.1 Datos del Ejemplo Ilustrativo 4.1.

Tabla 5.1 Conformación de pares para resolver el Modelo  $\Phi$ -sd.

Tabla 5.2 Datos del Ejemplo Ilustrativo 5.1 (Boas, 1963; Castellanos, 1981).

Tabla 5.3 Información técnica de cada intercambiador del primer diseño óptimo local, mostrado en la Figura 5.4, con un costo total de \$ 8,318.45 /año.

Tabla 5.4 Información técnica de cada intercambiador del segundo diseño óptimo local, mostrado en la Figura 5.5, con un costo total de \$ 8,687.55 /año.

Tabla 5.5 Información técnica de cada intercambiador del tercer diseño óptimo local, mostrado en la Figura 5.6, con un costo total de \$ 12,508.48 /año.

Tabla 5.6 Estadísticas de los resolvedores para la solución del Ejemplo Ilustrativo 5.1.

Tabla 5.7 Datos del Ejemplo Ilustrativo 5.2 (Quesada y Grossmann, 1993).

Tabla 5.8 Información técnica de cada intercambiador del diseño óptimo local, mostrado en la Figura 5.9, con un área total de 245.57 m<sup>2</sup>.

Tabla 5.9 Estadísticas de los resolvedores para la solución del Ejemplo Ilustrativo 5.2.

Tabla 5.10 Datos del Ejemplo Ilustrativo 5.3 (Briones y Kokossis, 1999).

Tabla 5.11 Información técnica y económica de cada intercambiador para el diseño óptimo local mostrado en la Figura 5.14, con un costo total de \$ 3, 347, 436.97 /año

Tabla 5.12. Estadísticas de los resolvedores para la solución del Ejemplo Ilustrativo 5.3.

Tabla 5.13 Datos del Ejemplo Ilustrativo 5.4 (Ahmad, 1985; Briones y Kokossis, 1999).

Tabla 5.14 Información técnica y económica de cada intercambiador para el diseño óptimo local mostrado en la Figura 5.17, con un costo total de \$ 6, 173, 125.87 /año

Tabla 5.15 Datos del Ejemplo Ilustrativo 5.5 (Yee *et al.*, 1990).

Tabla 5.16 Información técnica y económica de cada intercambiador para el diseño óptimo local mostrado en la Figura 5.20 con un costo total de \$ 44, 561.93 /año

Tabla 5.17 Datos del Ejemplo Ilustrativo 5.6 (Mizutani *et al.*, 2003)

Tabla 5.18 Información técnica y económica de cada intercambiador para el mejor diseño óptimo reportado mostrado en la Figura 5.21, con un costo total de \$ 187, 555.08 /año

Tabla 5.19 Información técnica y económica de cada intercambiador para la mejor solución óptima local mostrada en la Figura 5.23, con un costo total de \$ 153, 618.70 /año

Tabla 5.20 Tabla comparativa entre la red factible inicial y la mejor solución encontrada.

Tabla 5.21 Algunos óptimos locales, indicando la posibilidad de eliminar el equipo 4.

Tabla 5.22 Estadísticas de los resolutores para la solución del Ejemplo Ilustrativo 5.6.

Tabla 6.1 Conformación de pares para resolver el Modelo  $\Phi$ -cd.

Tabla 6.2 Datos del Ejemplo Ilustrativo 6.1 (Quesada y Grossmann, 1993).

Tabla 6.3 Información técnica y económica de cada intercambiador para el primer diseño óptimo local, mostrado en la Figura 6.3, con un costo total de \$ 36, 190.09 /año

Tabla 6.4 Información técnica y económica de cada intercambiador para el segundo diseño óptimo local, mostrado en la Figura 6.4, con un costo total de \$ 47, 675.50 /año

Tabla 6.5 Estadísticas de los resolutores para la solución del Ejemplo Ilustrativo 6.1.

Tabla 6.6 Datos del Ejemplo Ilustrativo 6.2 (Briones y Kokossis, 1999).

Tabla 6.7 Información técnica y económica de cada intercambiador para el óptimo citado por Briones y Kokossis (1999), mostrado en Figura 6.6 con costo total de \$5,980,694.81 /año

Tabla 6.8 Información técnica y económica de cada intercambiador para el primer diseño óptimo del Caso B, mostrado en la Figura 6.9 con un costo total de \$5, 918, 042.14 /año

Tabla 6.9 Tabla comparativa entre la solución inicial y la mejor solución encontrada.

Tabla 6.10 Información técnica y económica de cada intercambiador para el segundo diseño óptimo del Caso B, mostrado en la Figura 6.10 con un costo total de \$6,175,328.24 /año

Tabla 6.11 Información técnica y económica de cada intercambiador para el segundo diseño óptimo del Caso B, mostrado en la Figura 6.11 con un costo total de \$6,154, 342.16/año

Tabla 6.12 Datos del Ejemplo Ilustrativo 6.3 (Ghosh *et al.*, 2006).

Tabla 6.13 Información técnica y económica de cada intercambiador para el óptimo citado por Ghosh *et al.* (2006) mostrado en la Figura 6.15 con un costo total de \$ 43, 661.03 /año.

Tabla 6.14 Información técnica y económica de cada intercambiador para el primer óptimo local, mostrado en la Figura 6.16 con un costo total de \$ 43, 733.45 /año.

Tabla 6.15 Información técnica y económica de cada intercambiador para el mejor óptimo local, mostrado en la Figura 6.17 con un costo total de \$ 43, 646.07 /año.

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

Desde hace ya tres décadas, se le ha dado una mayor importancia al uso adecuado de la energía a lo largo de un proceso debido a que los costos de la energía se han incrementado y es necesario buscar alternativas para cubrir los requerimientos energéticos de los procesos.

El concepto de integración de procesos puede considerarse para cubrir cuatro áreas principales: integración de masa, integración de energía, reducción de emisiones y operaciones de proceso (Hallale, 2001).

La integración de energía describe la cantidad necesaria de energía para calentamiento, enfriamiento y el equipo para los sistemas de proceso, permitiendo posteriormente establecer el diseño de la red de intercambio de calor, la elección de los servicios auxiliares de enfriamiento y calentamiento y los costos del equipo de recuperación.

### **1.1 Usos típicos de la energía en la industria**

La mayoría de los sistemas de proceso a nivel industrial son grandes consumidores de energía térmica. Por ejemplo, en la industria de la refinación del petróleo su primera etapa consiste en la destilación primaria a presión atmosférica. Para destilar el petróleo crudo procedente de los yacimientos, se bombea a través de una serie de intercambiadores de calor elevándose su temperatura por intercambio de calor con las corrientes de producto y de reflujo. Posteriormente, el crudo se calienta a altas temperaturas al circular por haces de tubos dispuestos en forma de serpentín colocados en un horno de paredes refractarias y calentados al rojo vivo. La temperatura de descarga del horno es suficientemente elevada para la destilación a presión atmosférica, pero en las fracciones más pesadas del crudo, esto puede dar lugar al craqueo térmico, con la consiguiente pérdida del producto y ensuciamiento del equipo, por lo que se destilan a vacío (Figura 1.1); para mejorar la vaporización se reduce la presión mediante la adición de grandes cantidades de vapor (proveniente

de un generador o caldera) a la entrada del horno y a la base de la columna de vacío; la cantidad de vapor de agotamiento utilizado es una función del intervalo de ebullición del crudo alimentado, pero generalmente va de 10 a 50 lb por unidad de crudo alimentada (Gary y Handwerk, 1980).

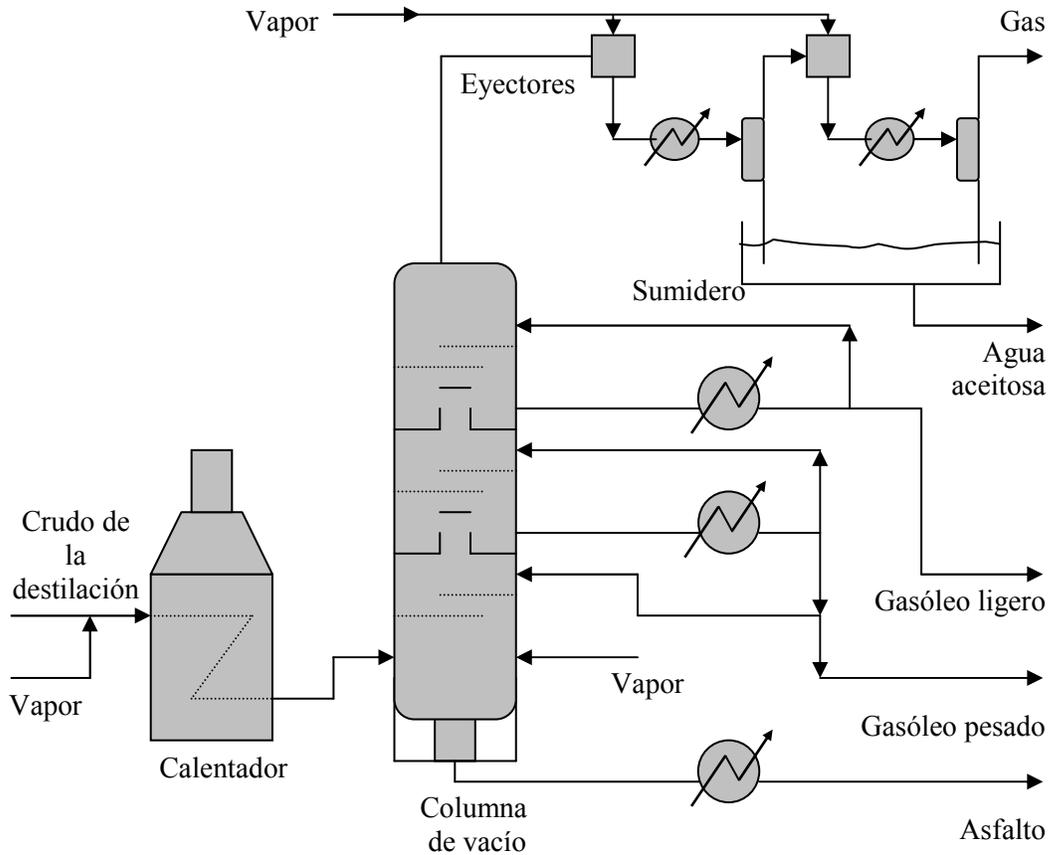


Figura 1.1. Esquema simplificado de la destilación a vacío.

Cada uno de los productos condensados en la destilación fraccionada se extrae de la torre y se somete por separado a otros procesos de acabado antes de ser enviado al mercado para su consumo; dada la naturaleza de estos procesos, los productos de la refinación se obtienen a muy altas temperaturas y hay que enfriarlos antes de almacenarlos o transportarlos a las redes de distribución.

Otro ejemplo se presenta en la planta de producción de alcohol etílico a partir del etileno, la literatura sugiere que el reactor opere a una temperatura muy alta, alrededor de 590 K. La alimentación de etileno entra a temperatura ambiente, se une a la corriente de recirculación, la cual proviene de un absorbedor que opera a una temperatura justo arriba de la temperatura del entorno.

La corriente resultante fluye a través de un compresor multietapas con enfriamiento para alcanzar una condición de presión de 69 bares; sólo el calentamiento que ocurre en la última etapa de compresión precalentará la alimentación, llevándola hasta una temperatura cercana a la ambiente. Entonces, el principal reto de este proceso es suministrar calor para precalentar la carga desde cerca de 300 K hasta casi 600 K y retirar calor para enfriar el producto del reactor hasta una temperatura alrededor de 400 K. (Biegler y col., 1997).

## **1.2 Red de recuperación de calor**

En un sistema de proceso típico de la industria existe un número alto de corrientes de proceso. Estas corrientes pueden ser clasificadas como corrientes calientes y corrientes frías. Una corriente caliente es aquella que debe ser enfriada, posee energía térmica disponible. Una corriente fría es aquella que debe ser calentada, requiere energía térmica adicional.

Una manera de suministrar energía a corrientes frías de proceso, o bien retirar excesos de energía de corrientes calientes, es el intercambio de calor utilizando energía nueva en servicios auxiliares de calentamiento, como vapor a diferentes presiones o agua caliente, y servicios auxiliares de enfriamiento, como agua o refrigerantes, según sea necesario, lo cual implica un determinado costo.

Sin embargo, otra opción consiste en recuperar energía a lo largo del proceso, esto es, intercambiar calor disponible en las corrientes mediante la integración del proceso. Con ello reducimos el consumo de energía en servicios auxiliares, lo que implica un ahorro de energía térmica, ahorro de servicios de enfriamiento y una disminución de los costos totales del proceso, sólo si los costos de capital asociados a la recuperación de calor son razonablemente bajos.

Para llevar a cabo la recuperación de energía es necesario integrar eficientemente corrientes de proceso; esto no es una tarea fácil, ya que se tiene que tomar en cuenta la naturaleza de las sustancias de cada corriente, su ubicación dentro de la planta, la seguridad del proceso y su control. Todo esto determina si puede existir un apareamiento entre corrientes o no, además de que pueden existir múltiples apareamientos entre las mismas dos corrientes, división de corrientes, etc. (Papoulias y Grossmann, 1983).

La tarea de la síntesis de redes de intercambio de calor consiste en realizar los intercambios de calor necesarios para que todas las corrientes alcancen sus temperaturas objetivo especificadas con un costo total mínimo.

### 1.3 Optimización de redes de intercambio de calor

La programación matemática provee de herramientas de optimización a la Ingeniería Química. La programación no lineal en particular se ha aplicado ampliamente en la síntesis de redes de intercambio de calor, esto es, obtener diseños de redes de intercambio de calor que tengan el mínimo costo, o bien, que recuperan la mayor cantidad de energía dentro del proceso. Para determinar una red óptima, es necesario elegir la configuración, así como los valores apropiados de los parámetros de diseño y las variables de operación, que minimicen el costo total anual sujeto a los balances de materia y energía.

#### 1.3.1 Programación no lineal

Un problema de programación no lineal (NLP, por “Non Linear Programming”), se define como:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } f(x) \\ & \text{sujeto a } \quad h(x) = 0 \\ & \quad \quad \quad g(x) \leq 0 \end{aligned}$$

Donde:  $x \in \mathbb{R}^n$ ;  $f(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $g(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ ;  $h(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^r$ .

Condiciones suficientes que garantizan la optimalidad global al resolver dicho problema son que  $f(x)$  sea una función convexa,  $h(x)$  sean funciones lineales y  $g(x)$  funciones convexas (Bazaraa y Shetty, 1979); sin embargo, frecuentemente los modelos de NLP incluyen funciones no convexas (e.g.  $f(x)$  y  $g(x)$  cóncavas y  $h(x)$  no lineales) que dan origen a la existencia de puntos óptimos locales múltiples que frecuentemente atrapan a los algoritmos convencionales de búsqueda de mínimos (por ejemplo, el método de gradiente conjugado y el método de descenso acelerado). Al

utilizar técnicas locales de optimización no hay garantía de determinar un óptimo global para problemas NLP no convexos. A este respecto y con la finalidad de superar este inconveniente se ha desarrollado trabajo de gran calidad en el área de la optimización global en los últimos 25 años. Se están desarrollando técnicas cada vez más robustas para la optimización global de esta clase de problemas y es en los últimos 10 años cuando han tenido lugar desarrollos significativos; una revisión reciente de los procedimientos de optimización global se puede leer en Grossmann y Biegler (2004) y Floudas y col. (2005).

El problema de determinar un óptimo global para un problema no convexo es en general, muy difícil. Ningún algoritmo puede resolver un problema de optimización global con certidumbre en un número finito de pasos, a menos que algún tipo de tolerancia para la precisión con que se determine el mínimo global sea pre-especificada (Dixon, 1978). Dependiendo de si una técnica de optimización global incorpora elementos estocásticos o no, ésta es clasificada como *estocástica* o *determinista*.

Las técnicas estocásticas son aplicables a problemas de optimización que no presentan estructuras especiales, pero no pueden garantizar convergencia a un óptimo global de manera rigurosa en un período de tiempo finito, para muestra de este tipo de técnicas léase, por ejemplo, Boender y Romeijn (1995).

Por otro lado, las técnicas de optimización global deterministas están diseñadas para converger a una solución óptima global de manera rigurosa, o probar que dicha solución no existe. Para asegurar estas garantías, las técnicas deterministas hacen diversas suposiciones y restringen su aplicabilidad a problemas muy específicos, para una buena muestra de este tipo de técnicas léase, por ejemplo, Horst y Tuy (1993).

### **1.3.2 Aplicaciones en ingeniería química**

La optimización de problemas no convexos y la búsqueda de soluciones óptimas globales, han estado presentes en la literatura en ingeniería química desde el trabajo pionero de Stephanopolus y Westerberg (1975). Otros trabajos importantes en la incursión en las técnicas de optimización no

determinista para modelos no convexos en ingeniería química, incluyen por ejemplo, el trabajo de Westerberg y Shah (1978) que presentaron un algoritmo que reiniciaba la optimización desde diferentes puntos iniciales y los trabajos de Floudas y Ciric (1989) y de Viswanathan y Grossmann (1990), entre otros.

Las aplicaciones de técnicas deterministas para ciertos problemas de programación no lineal en ingeniería química aparecieron en la década de los noventa, y se han expandido rápidamente; por ejemplo, en equilibrio de fases (e.g. Androulakis y col., 1995), determinación de azeotrópos en mezclas homogéneas azeotrópicas (e.g. Maranas y col., 1996), síntesis de redes de intercambio de calor (e.g. Zamora y Grossmann, 1997) y secuencias de separación (e.g. Visweswaran y Floudas, 1996), entre otros.

### **1.3.3 Optimización global estocástica para el diseño óptimo de redes de intercambio de calor**

Las técnicas de optimización global estocástica utilizan analogías con algo conocido para generar al azar puntos de inicio, imitando el acercamiento a una condición de equilibrio. En los últimos años, se ha puesto mayor atención a una clase de algoritmos de búsqueda aleatoria que simulan los procesos de evolución natural, para su aplicación en el caso de la optimización de redes de intercambio de calor, por ejemplo; aunque la desventaja es que no garantizan la optimalidad global rigurosa de las soluciones. Esta clasificación incluye, entre otros, *algoritmos genéticos* y *estrategias de evolución*, los cuales son la abstracción y la simulación de los procesos de evolución natural desde diferentes aspectos. Los algoritmos genéticos se enfocan en la operación de los genes, mientras que el enfoque de las estrategias de evolución está en el cambio de comportamiento de los individuos, aunque es un hecho que ninguno de estos algoritmos puede describir completamente el proceso real de la evolución natural. La principal desventaja de estos algoritmos es que se dificulta mantener la diversidad de la población y balancear la búsqueda local y la búsqueda global (Yan y Ma, 2001).

Athier y col. (1997) presentan la aplicación para el diseño óptimo en la fase de síntesis de redes de intercambio de calor de un método llamado *Recocido Simulado* desarrollado por Kirpatrick y col. (1983); el recocido simulado es una técnica de optimización combinatoria multivariable basada en

el algoritmo de Monte Carlo usado en mecánica estadística. Está basada en el recocido físico de los sólidos donde la meta es encontrar alguna configuración atómica (una solución de un problema de optimización, en nuestro caso) que minimice la energía interna (una función objetivo). En este trabajo, la configuración atómica del recocido simulado, equivaldría a una configuración de la red de intercambio de calor; ya que se tienen diferentes configuraciones, los autores desarrollan un modelo NLP para optimizar los parámetros y las variables de operación; consideran que la red puede incluir división de corrientes con mezclado isotérmico, múltiples apareamientos entre las mismas dos corrientes y utilizan la diferencia media logarítmica de temperatura.

Yu y col. (2000) presentan una técnica para manejar no convexidades que combina un algoritmo genético (Holland, 1975) con el recocido simulado (Kirpatrick y col., 1983), y se le conoce como *algoritmo GA/SA*. Para inicializar es necesario contar con una solución viable y transferirse a una mejor zona de búsqueda para obtener una solución nueva. La principal desventaja es el tener que contar con dicha solución inicial. Para la síntesis de redes de intercambio de calor, asumen el diseño de redes sin división de corrientes, plantean un esquema de etapas, un mismo par de corrientes pueden presentar múltiples apareamientos, con la restricción de que sea en diferente etapa cada apareamiento y utilizan la diferencia media logarítmica de temperatura.

Yan y Ma (2001) utilizan un algoritmo de optimización global estocástica llamado *Competencia en Línea* (Yan, 1998). En él, todas las familias son independientes y paralelas durante la evolución. De acuerdo con el valor de la función objetivo de cada familia, todas las familias son posicionadas en una línea de competencia y se localizan diferentes espacios de búsqueda basados en su posición en la línea. Las familias que preceden las listas, son las mejores, así que ganan un menor espacio de búsqueda, lo cual es favorable para la búsqueda local, acelerando el encontrar un punto óptimo; mientras que las peores familias ganan grandes espacios de búsqueda, lo cual es útil para la búsqueda global. Mediante la competencia de dos niveles, dentro de la familia y entre las familias, la primera familia en la línea está continuamente siendo remplazada por otras familias, o dicho de otra manera, el valor de la función objetivo de la primera familia está actualizándose continuamente. Este algoritmo ha sido aplicado a la solución del problema de diseño óptimo de redes de intercambio de calor; se considera la posibilidad de división de corrientes, parte de la

superestructura de Floudas y Ciric (1989), y utiliza la aproximación de Paterson (1984) para la diferencia de temperaturas.

Lin y Miller (2004) implementaron un método de optimización estocástico, un algoritmo meta-heurístico, llamado *Búsqueda Tabú* (Glover y Laguna, 1997), que hace uso de una memoria adaptativa en forma de dos listas tabú, una de soluciones recientes y otra de soluciones frecuentes, para proveer un conocimiento histórico de la búsqueda en el corto y en el largo plazo. En cada iteración, ciertos movimientos se clasifican como tabú (prohibidos) y se agregan a las listas. Al mismo tiempo, la propiedad tabú de otras soluciones expira y se remueven de las listas, de esta manera las listas están actualizándose continuamente y adaptándose al estado actual de la búsqueda. La lista de recién llegados previene el reciclado de soluciones incorporando inmediatamente las nuevas soluciones a la lista manteniéndolas ahí por un cierto tiempo, que es típicamente un número de iteraciones igual a dos veces el número de variables independientes. Esta lista es la llamada memoria de corto plazo. La memoria de largo plazo se obtiene mediante la lista de frecuencia, que guarda las soluciones que se encontraron con mayor frecuencia. Para su aplicación en la síntesis de redes de intercambio de calor, usan la formulación general de Yee y Grossmann (1990), consideran mezclado isotérmico y la diferencia media logarítmica de temperatura.

Estas son algunas de las técnicas estocásticas que han sido aplicadas a la optimización de redes de intercambio de calor. Es importante recordar que la principal desventaja de estas técnicas, es que no garantizan la optimalidad global rigurosa de las soluciones.

#### **1.3.4 Optimización global determinista para el diseño óptimo de redes de intercambio de calor**

La optimización global determinista aplica a los aspectos computacionales y de caracterización de óptimos globales (i.e., mínimos y máximos) de funciones no convexas, restringidas a un dominio específico. Dada una función objetivo  $f(x)$  que requiere ser minimizada y un conjunto de restricciones de igualdad y desigualdad, mismas que definen un conjunto  $S \subseteq \mathbb{R}^n$  factible, la optimización global determinista se enfoca en los siguientes aspectos (Floudas y col., 2005):

- a) determinar un mínimo global para la función objetivo  $f(x)$  (i.e.  $f(x)$  tiene el menor valor posible en la región factible  $S \subseteq \mathbb{R}^n$ , sujeto al conjunto de restricciones;
- b) determinar cotas inferiores y superiores en el mínimo global que sean validas para toda la región factible;
- c) determinar un conjunto de soluciones locales de calidad en la vecindad de la solución global;
- d) reunir todas las soluciones del conjunto de igualdades y desigualdades  $S$ ;
- e) probar que un problema no lineal es factible o infactible.

Dentro de los métodos de optimización global determinista, tenemos el concepto de *Ramificación y Acotamiento* (B&B, por sus siglas en inglés). La esencia del B&B consiste en descomponer el problema de optimización no convexo creando particiones dentro de la región de búsqueda (ramificación) y en determinar cotas inferiores rigurosas de  $f(x)$  en cada nodo (acotamiento). Cada una de estas particiones o nodos representa un subproblema y su creación se registra en una lista de nodos abiertos. La cota inferior rigurosa frecuentemente se calcula considerando un problema relajado convexo que subestima al problema original y que depende de las cotas de las variables en cada partición (ver por ejemplo, Falk y Soland, 1969; McCormick, 1976; Al-Khayyal, 1990).

Las operaciones de acotamiento juegan un papel central ya que sirven como una base para la ramificación y el recorte del árbol de búsqueda, que puede llegar a extenderse ampliamente, volviéndose muy costosa su exploración completa. Además, en los procedimientos de B&B muchas veces la solución se encuentra en una etapa temprana y el resto del tiempo de ejecución se invierte en comprobar que esa es una solución óptima global. Para un prototipo de algoritmo de B&B se puede revisar Horst y Tuy (1993).

Para optimizar redes de intercambio de calor con topología pre-establecida han sido propuestos diferentes métodos determinísticos; por ejemplo, Quesada y Grossmann (1993) en su trabajo asumen que la red corresponde a una configuración particular de la superestructura dada por Yee y Grossmann (1990), considerando mezclado isotérmico y utilizan la diferencia media aritmética de temperaturas. Dichos autores proponen un algoritmo de optimización global basado en un problema sub-estimador que utiliza estimadores lineales y no lineales, este problema sub-estimador esta

acoplado con un procedimiento de ramificación y acotamiento para encontrar la solución óptima global.

Zamora y Grossmann (1998) introdujeron un método determinista B&B, el algoritmo de optimización global de *Ramificación y Contracción* (Branch and Contract), aplicado a sistemas de proceso estructurados que tienen términos bilineales, fraccionales lineales y cóncavos, como el problema de optimizar redes de intercambio de calor. Dichos autores introdujeron el concepto de un problema de contracción de cotas para las variables dentro del esquema de optimización global determinista de B&B y propusieron varias propiedades de la operación de contracción, las reunieron en el algoritmo de optimización y estudiaron los efectos de la contracción en varias aplicaciones. Este problema de contracción está diseñado para reducir el tamaño de la región de búsqueda, eliminando porciones del dominio donde el valor de la función objetivo solamente tiene valores por encima de la mejor solución conocida. El enfoque del problema de contracción estuvo en reducir el número de nodos en el árbol de búsqueda mediante el uso apropiado del operador de contracción. Este método aplicado a redes de intercambio de calor, utilizando la diferencia media logarítmica de temperatura y considerando mezclado no isotérmico, se presenta en Zamora y Grossmann (1997).

Adjiman y col. (1998) desarrollaron el método de optimización global determinista  $\alpha$ BB. La idea base es la construcción de una secuencia de cotas superiores e inferiores, que converja al mínimo global mediante la relajación convexa del problema original. Esta relajación se obtiene reemplazando todos los términos no convexos de estructura especial (bilineales, trilineales, fraccionales, etc.) con funciones convexas que impongan cotas estrictas utilizando lo que definen como parámetros  $\alpha$ , para generarlas. En la mayoría de los casos calcular los parámetros  $\alpha$  más adecuados es el reto principal.

Lee y Grossmann (2001) estudiaron modelos de programación disyuntiva no convexa, construyeron el cascarón convexo de algunas disyunciones no lineales, usaron sub-estimadores convexas para las funciones bilineales, fraccionales lineales y cóncavas e introdujeron un algoritmo B&B en dos niveles; en el primer nivel se realiza un algoritmo B&B en el espacio discreto de las disyunciones para predecir cotas inferiores, ya que se fijan todas las variables discretas, en el segundo nivel se realiza un algoritmo B&B en el espacio continuo para resolver el problema no lineal no convexo y

actualizar la cota superior. Presentan la aplicación de estos conceptos a la síntesis y optimización de redes de intercambio de calor, utilizando la diferencia media aritmética de temperatura y modelando con base en la superestructura de Yee y Grossmann (1990).

Björk y Westerlund (2002) estudiaron la optimización global del problema de diseño de redes de intercambio de calor. Su representación es una superestructura simplificada que permite escenarios en serie y en paralelo. Dichos autores desarrollaron aproximaciones convexas para polinomios reales con exponentes reales arbitrarios a manera de aproximaciones lineales por segmentos y desarrollaron modelos convexos de PNL con algunas variables enteras, usaron la aproximación de Paterson (1984) para calcular la diferencia media logarítmica de temperatura y consideraron mezclado isotérmico y no isotérmico.

En estas técnicas deterministas, en general, el problema de optimización global y todas sus particularidades, las cuales difieren en suposiciones analíticas relacionadas con la estructura del conjunto  $S$  y  $f(x)$ , requieren fundamentalmente de una investigación exhaustiva de la región factible para poder garantizar que se ha encontrado una solución óptima global.

### **1.3.5 Métodos híbridos de optimización local**

Por otro lado, se cuenta con métodos de optimización que combinan análisis de punto de pliegue, con programación matemática. Briones y Kokossis (1999), proponen una metodología secuencial de síntesis de redes de intercambio de calor que utiliza técnicas de optimización local, en la cual se utiliza un modelo enfocado a optimizar el área para determinar los apareamientos e introducen el concepto de “hypertargets” para encontrar el mejor valor para la diferencia de temperatura que determina el nivel de la recuperación de calor (HRAT) o su intervalo óptimo para cada problema estudiado, fijando así el nivel de consumo de energía y desarrollando una topología de red. Actualmente, esta metodología es considerada una buena opción en aplicaciones de nivel industrial.

## 1.4 Objetivos de este trabajo

La síntesis y la optimización de redes de intercambio de calor con un enfoque de programación matemática se sustentan en modelos de optimización que exhiben características no convexas, dando lugar en muchos casos a la existencia de múltiples soluciones óptimas locales. Además, es bien sabido que la solución obtenida con un algoritmo de optimización estándar para un modelo matemático no convexo depende fuertemente del punto inicial de solución que se le proporcione a dicho algoritmo. Estos dos aspectos complican la etapa de síntesis de sistemas de recuperación de calor, introduciendo elementos de incertidumbre sobre la calidad de los diseños preliminares de redes de intercambio de calor que son obtenidos, con lo que la comparación entre diseños alternativos de redes se vuelve poco confiable debido a la posibilidad de llevar a cabo dicha comparación con base en diseños sub-óptimos. Esto puede conducir al diseñador a tomar una decisión desacertada sobre la estructura y los valores de las variables de diseño y de operación de la red de intercambio de calor.

Con el objetivo de estar en posición de realizar comparaciones más confiables entre diseños preliminares de redes de intercambio de calor, y de sobremanera, con el fin de evaluar con mayor certidumbre la calidad estructural de las redes de intercambio de calor derivadas a través de diferentes metodologías de síntesis, ya sean éstas de carácter heurístico o con base en programación matemática, esta tesis trata sobre la búsqueda de diseños óptimos locales y globales asociados a estructuras de red pre-seleccionadas durante la etapa de síntesis de redes de intercambio de calor. En otras palabras, asumiendo que la topología de una red de intercambio de calor ha sido previamente establecida por alguna metodología de síntesis, se buscan los valores de las distribuciones de flujos, cargas térmicas, áreas de intercambio de calor y temperaturas intermedias de la red que determinan diseños óptimos locales y globales a través de la minimización del costo total de la red de intercambio de calor, sujeto a los balances de materia y energía. De esta manera, esta tesis se plantea desarrollar elementos que apoyen la labor de síntesis de redes de intercambio de calor a través de una mejor valoración de la calidad estructural de un conjunto de diseños preliminares de red. En consecuencia, el trabajo que aquí se desarrolla se realiza con base en modelos simplificados de red, dejando para etapas posteriores del proceso de diseño la valoración precisa y detallada del o de los pocos diseños de red que hayan prevalecido al final de la etapa de síntesis.

Los objetivos particulares de este trabajo de tesis, son los siguientes:

1. Investigar y proponer un enfoque conceptual para lograr una representación de redes de intercambio de calor que permita capturar las estructuras de diferentes redes que han sido previamente establecidas por alguna metodología de síntesis.
2. Con base en la representación, desarrollar un modelo matemático que pueda ser reutilizado en la etapa de síntesis de redes de intercambio de calor, para la optimización de dichos sistemas de recuperación de calor que incluyen diferentes elementos topológicos.
3. Desarrollar una metodología que permita resolver el modelo matemático y realizar una búsqueda de diseños óptimos alternativos, intentando detectar diseños óptimos locales y globales asociados a las estructuras de red pre-seleccionadas, en caso de que existan.
4. Validar y evaluar los alcances y limitaciones del modelo y la metodología desarrollados, con la solución de un conjunto de problemas ilustrativos.

### **1.5 Organización de la tesis**

En el Capítulo 2 se presenta de manera formal, la formulación del problema de optimización de redes de intercambio de calor que se aborda y un ejemplo ilustrativo que muestra algunos de los conceptos que se han venido manejando en las secciones previas, así como refuerza la motivación de este trabajo.

En el Capítulo 3 se presenta la propuesta de representación de redes de intercambio de calor con topología pre-establecida, primero para redes sin división de corrientes, después se extiende la representación a redes de intercambio con divisiones de corrientes. La propuesta es una representación gráfica, con un diagrama de mallas por etapas.

En el Capítulo 4 se propone el modelo matemático para la optimización de redes de intercambio de calor sin división de corrientes, con base en la representación presentada en el capítulo anterior.

En el Capítulo 5 se detalla la metodología para la búsqueda aleatoria de óptimos locales, con base en una técnica multi-arranque para encontrar uno o más óptimos locales, si es que existen, para un problema de optimización de redes de intercambio de calor, y se lleva a cabo la validación y la evaluación del modelo sin división de corrientes dentro de este marco aleatorio con seis ejemplos ilustrativos.

En el Capítulo 6 se propone el modelo matemático para la optimización de redes de intercambio de calor con división de corrientes y mezclado no isotérmico, con base en la representación presentada en el Capítulo 3. Además se detalla la metodología para la búsqueda aleatoria y se lleva a cabo la validación y la evaluación del modelo presentado dentro de este marco aleatorio con tres ejemplos ilustrativos.

Por último, en el Capítulo 7 se puntualizan las contribuciones de este trabajo de investigación y se presentan algunas sugerencias para posibles líneas de investigación en un trabajo futuro.

## CAPÍTULO 2

### EL PROBLEMA DE DISEÑO ÓPTIMO DE UNA RED DE INTERCAMBIO DE CALOR

#### 2.1 Introducción

La síntesis y la optimización de redes de intercambio de calor ha sido uno de los problemas más estudiados en ingeniería química, esto se atribuye a la importancia de reducir los costos de la energía mejorando la recuperación de calor en los procesos químicos.

La naturaleza no lineal y mixta (discreta y continua) de los problemas de síntesis y optimización implica dos grandes dificultades: una es la naturaleza combinatoria en la parte estructural del problema, y otra son sus características no lineales y no convexas que surgen de la posibilidad de la existencia de unidades de proceso, las interconexiones entre ellas, los modelos no lineales que describen la transferencia de calor y la búsqueda del tamaño indicado de la unidad y sus condiciones de operación óptimas. En particular, el problema general de síntesis de redes de intercambio de calor puede presentar los siguientes elementos que lo complican:

- a) La naturaleza combinatoria que se manifiesta en identificar los mejores pares de corrientes calientes y frías (apareamientos) que garanticen la recuperación mas apropiada de energía.
- b) Apareamientos prohibidos, requeridos y restringidos a cierto nivel de recuperación de energía.
- c) La selección óptima de la estructura de la red.
- d) Temperaturas objetivo variables o fijas.
- e) Propiedades físicas y de transporte que dependen de la temperatura.
- f) Diferentes tipos de corrientes (líquido, vapor, líquido-vapor).
- g) Diferentes tipos de intercambiadores (contra-corriente, multi-etapas, etc.), materiales de construcción y diferencias de presión.

Los esfuerzos en esta área de investigación se centran en atender estas dificultades.

El diseño de redes de intercambio de calor busca obtener diseños que tengan el mínimo costo, o bien, que recuperan la mayor cantidad de energía dentro del proceso. Después de determinar en la síntesis la estructura de red, es necesario elegir de manera óptima los parámetros de diseño y las variables de operación que minimicen el costo total anual sujeto a los balances de materia y energía.

Considerando de esta manera el diseño óptimo secuencial de redes de intercambio de calor en dos etapas sucesivas: La primera etapa, donde el problema consiste en determinar la secuencia de apareamientos que minimiza el costo total anual y llevando la recuperación de calor al nivel más conveniente. La segunda etapa, donde las variables continuas de la configuración ya establecida son optimizadas (Grossmann y Sargent, 1978). En este trabajo, se parte de una topología de red pre-establecida para la optimización de las variables continuas de la red. Es importante que al intentar resolver este problema, se identifique el marco de referencia sobre el cual es aplicable la solución que se propone. Esto es, establecer de manera adecuada el problema a resolver. El problema particular a tratar en este trabajo de investigación queda establecido como se describe a continuación.

## **2.2 Formulación del problema de diseño óptimo de una red de intercambio de calor**

Dados un conjunto de corrientes calientes,  $H$ , que necesitan ser enfriadas y un conjunto de corrientes frías,  $C$ , que necesitan ser calentadas, cada corriente con una temperatura de suministro, una temperatura objetivo y su flujo constante de capacidad calorífica,  $FC_p$ , que es el producto de la capacidad calorífica,  $C_p$ , y el flujo másico,  $F$ , un conjunto de servicios auxiliares de calentamiento,  $HU$ , y un conjunto de servicios auxiliares de enfriamiento,  $CU$ , y dada, además, una red de intercambio de calor con topología pre-establecida, con el fin de realizar los intercambios de calor necesarios para que todas las corrientes alcancen sus temperaturas objetivo; se deben encontrar las cargas térmicas, las áreas de intercambio de calor de los equipos, temperaturas y flujos intermedios, que minimicen el costo total del equipo y de operación de la red.

Debido a que el interés principal es una buena selección de estructuras, mas que un diseño detallado de una sola red. Se realiza una formulación simplificada en la que se hacen las siguientes suposiciones: que los flujos de capacidad calorífica son constantes, que las capacidades caloríficas

son constantes, calculadas para un valor intermedio de la temperatura, que los intercambiadores de calor trabajan a contracorriente y que no existe cambio de fase en las corrientes de proceso en la red de intercambio de calor. Bajo estas condiciones, el problema abordado en esta tesis puede ser planteado formalmente:

### **Dados**

- Un diseño topológico pre-establecido para la red, obtenida con alguna metodología de síntesis
- Un conjunto de corrientes calientes H, con sus correspondientes flujos de capacidad calorífica constantes y temperaturas de suministro y objetivo.
- Un conjunto de corrientes frías C, con sus correspondientes flujos de capacidad calorífica constantes y temperaturas de suministro y objetivo.
- Un conjunto de servicios auxiliares de calentamiento HU.
- Un conjunto de servicios auxiliares de enfriamiento CU.
- Un conjunto de intercambiadores de calor K que trabajan a contracorriente, con sus correspondientes coeficientes globales de transferencia de calor constantes y su correspondiente costo unitario por unidad de área.
- La tarea, que consiste en realizar los intercambios de calor necesarios para que todas las corrientes alcancen sus temperaturas objetivo especificadas con un costo total mínimo.

### **Determinar**

- La distribución de cargas térmicas y las áreas de intercambio de calor, así como las temperaturas y flujos intermedios en la red, tales que, ésta presente el mínimo costo total.

En la siguiente sección se muestran claramente los conceptos manejados en esta definición en un problema ilustrativo.

## **2.3 Ejemplo Ilustrativo 2.1**

Considere la optimización de la red de intercambio de calor que se muestra en la Figura 2.1, tomando en cuenta que la diferencia media logarítmica de temperatura se calcula con la

aproximación de Paterson (1984) y que el mezclado es no isotérmico. La información de las corrientes, los coeficientes globales de transferencia de calor y la información de costos para este ejemplo se tomaron de Quesada y Grossmann (1993) y están dados en la Tabla 2.1.

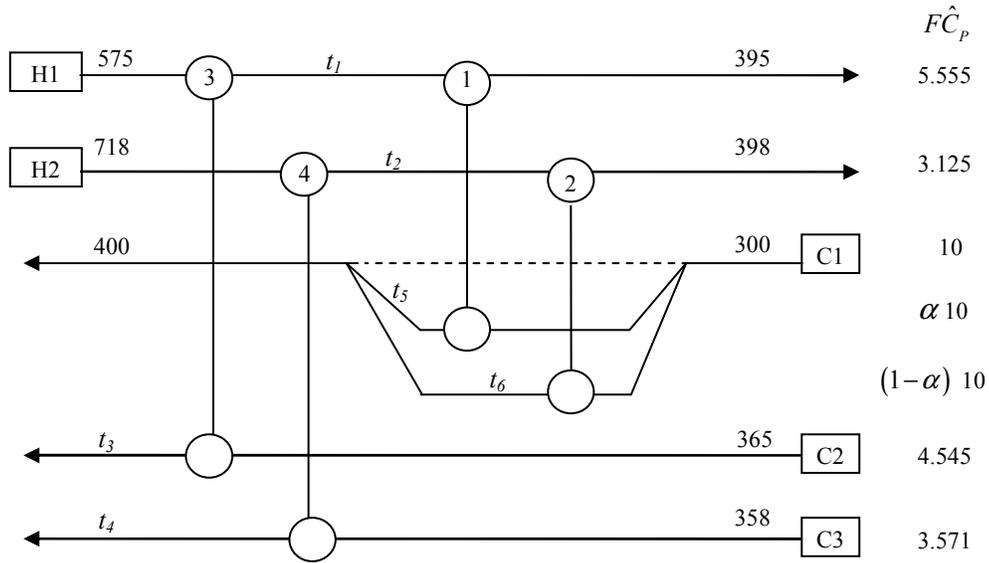


Figura 2.1. Red de intercambio de calor del Ejemplo Ilustrativo 2.1.

Tabla 2.1. Datos del Ejemplo Ilustrativo 2.1

Corriente	$T_{in}(K)$	$T_{out}(K)$	$F\hat{C}_p$ (kW/K)
H1	575	395	5.555
H2	718	398	3.125
C1	300	400	10
C2	365	-	4.545
C3	358	-	3.571

Costo del intercambiador 1 (\$/año) = 270 [ $A_1$ (m <sup>2</sup> )]			
Costo del intercambiador 2 (\$/año) = 720 [ $A_2$ (m <sup>2</sup> )]			
Costo del intercambiador 3 (\$/año) = 240 [ $A_3$ (m <sup>2</sup> )]			
Costo del intercambiador 4 (\$/año) = 900 [ $A_4$ (m <sup>2</sup> )]			
$U_1= U_2= 0.1 \text{ kW m}^{-2} \text{ K}^{-1}$		$U_3= U_4= 1.0 \text{ kW m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	

### 2.3.1 Modelo de programación matemática particular

Para la solución de este problema se desarrolla el modelo particular ( $\Gamma$ ), que se presenta a continuación. Este modelo es de programación no lineal, se presentan términos no convexos que dan lugar a múltiples soluciones, esto es, obtener óptimos locales. Para su formulación se utilizan las variables que se presentan en la Figura 2.1.

#### Modelo ( $\Gamma$ )

$$\text{Minimizar} \quad z = 270 \frac{q_1}{U_1 \Delta T_1} + 720 \frac{q_2}{U_2 \Delta T_2} + 240 \frac{q_3}{U_3 \Delta T_3} + 900 \frac{q_4}{U_4 \Delta T_4} \quad (1)$$

Sujeto a

Balances de energía para las corrientes en los equipos.

$$\text{H1:} \quad q_1 = (5.555)(t_1 - 395) \quad (2)$$

$$\text{C1:} \quad q_1 = (\alpha \cdot 10)(t_5 - 300) \quad (3)$$

$$\text{H2:} \quad q_2 = (3.125)(t_2 - 398) \quad (4)$$

$$\text{C1:} \quad q_2 = [(1 - \alpha) \cdot 10](t_6 - 300) \quad (5)$$

$$\text{H1:} \quad q_3 = (5.555)(575 - t_1) \quad (6)$$

$$\text{C2:} \quad q_3 = (4.545)(t_3 - 365) \quad (7)$$

$$\text{H2:} \quad q_4 = (3.125)(718 - t_2) \quad (8)$$

$$\text{C3:} \quad q_4 = (3.571)(t_4 - 358) \quad (9)$$

Balance global de energía para las corrientes.

$$\text{H1:} \quad q_1 + q_3 = 999.9 \quad (10)$$

$$\text{H2:} \quad q_2 + q_4 = 1000 \quad (11)$$

$$\text{C1:} \quad q_1 + q_2 = 1000 \quad (12)$$

Diferencias de temperatura en los intercambiadores de calor.

$$dth_1 = t_1 - t_5; \quad dtc_1 = 95; \quad (13)$$

$$dth_2 = t_2 - t_6; \quad dtc_2 = 98; \quad (14)$$

$$dth_3 = 575 - t_3; \quad dtc_3 = t_1 - 365; \quad (15)$$

$$dth_4 = 718 - t_4; \quad dtc_4 = t_2 - 358; \quad (16)$$

Diferencias de temperatura con la aproximación de Paterson.

$$\Delta T_1 = \frac{2}{3} \sqrt{dth_1 \cdot dtc_1} + \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{dth_1 + dtc_1}{2}\right); \quad (17)$$

$$\Delta T_2 = \frac{2}{3} \sqrt{dth_2 \cdot dtc_2} + \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{dth_2 + dtc_2}{2}\right); \quad (18)$$

$$\Delta T_3 = \frac{2}{3} \sqrt{dth_3 \cdot dtc_3} + \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{dth_3 + dtc_3}{2}\right); \quad (19)$$

$$\Delta T_4 = \frac{2}{3} \sqrt{dth_4 \cdot dtc_4} + \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{dth_4 + dtc_4}{2}\right); \quad (20)$$

Balace de energía en el mezclador para C1.

$$\alpha \cdot t_5 + (1 - \alpha) \cdot t_6 = 400 \quad (21)$$

*Cotas para las variables*

$$0 \leq \alpha \leq 1;$$

$$395 \leq t_1 \leq 575; \quad 358 \leq t_4 \leq 718;$$

$$398 \leq t_2 \leq 718; \quad 300 \leq t_5 \leq 575;$$

$$365 \leq t_3 \leq 575; \quad 300 \leq t_6 \leq 718.$$

$$5 \leq dth_1 \leq 275; \quad 5 \leq dtc_1 \leq 95; \quad 5 \leq \Delta T_1 \leq 275;$$

$$5 \leq dth_2 \leq 418; \quad 5 \leq dtc_2 \leq 98; \quad 5 \leq \Delta T_2 \leq 418;$$

$$5 \leq dth_3 \leq 210; \quad 5 \leq dtc_3 \leq 210; \quad 5 \leq \Delta T_3 \leq 210;$$

$$5 \leq dth_4 \leq 360; \quad 5 \leq dtc_4 \leq 360; \quad 5 \leq \Delta T_4 \leq 360;$$

$$0 \leq q_1 \leq 999.9; \quad 0 \leq q_2 \leq 1000; \quad 0 \leq q_3 \leq 954.45; \quad 0 \leq q_4 \leq 1000;$$

*Comentarios*

1. La función objetivo (1) es no lineal y no convexa, la no convexidad es introducida por los términos fraccionales lineales de la forma  $\frac{q_k}{\Delta T_k}$ , los cuales involucran a las variables  $q_k$  y  $\Delta T_k$ .
2. Otras fuentes de no convexidades surgen de los términos bilineales de la forma  $\alpha \cdot t_i$ , en las ecuaciones (3), (5) y (21).

Por esto, el modelo ( $\Gamma$ ) es un modelo no convexo de programación no lineal y como se comentó, es posible que surjan soluciones óptimas locales para la red que se muestra en la Figura 2.1.

### 2.3.2 Óptimos locales del Ejemplo Ilustrativo 2.1

El modelo ( $\Gamma$ ) se programó en GAMS, Se utilizaron dos resolvidores de programación no lineal: MINOS (Murtagh y Saunders, 1983) y CONOPT (Drud, 1996). Se realizaron un total de mil corridas aleatorias con cada resolvidor. Se encontraron dos soluciones óptimas locales, que se muestran a continuación.

#### Primer Diseño Óptimo Local

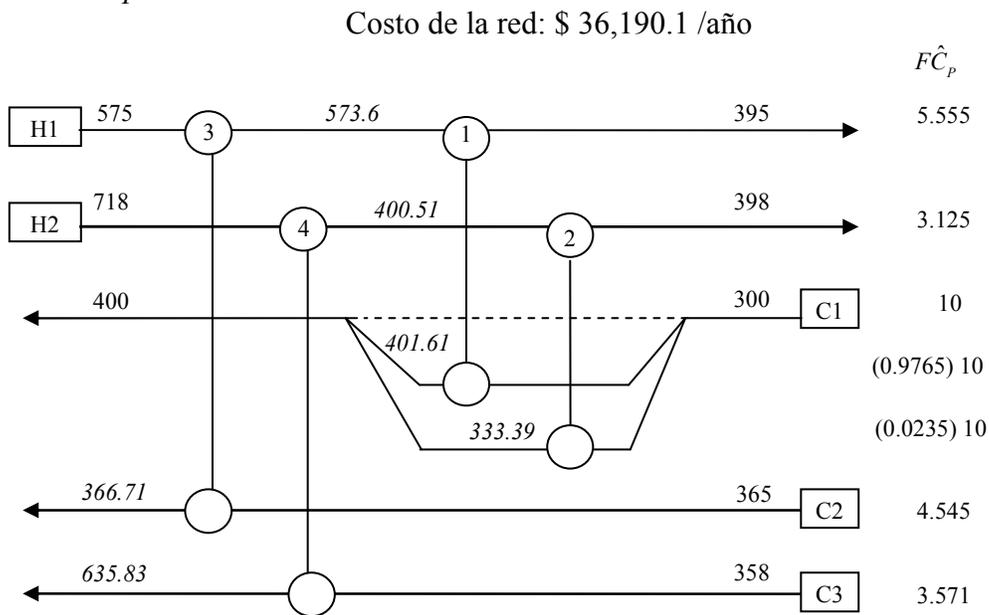


Figura 2.2. Red de intercambio de calor del primer diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 2.1.

Tabla 2.2. Valores de área y carga de cada intercambiador del primer diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 2.1.

$k$	$q_k$ (kW)	$A_k$ (m <sup>2</sup> )	$\Delta T_k$ (K)
1	992.143	76.485	129.72
2	7.857	0.963	81.59
3	7.757	0.037	208.45
4	992.143	16.486	60.18

En esta solución se observa como la fracción en el divisor es muy grande, es decir, que la mayor parte del flujo se va en un solo ramal de la división, el que involucra el equipo 1, así pues, el intercambiador 2 tiene un área y una carga mucho menor que el intercambiador 1.

*Segundo Diseño Óptimo Local*

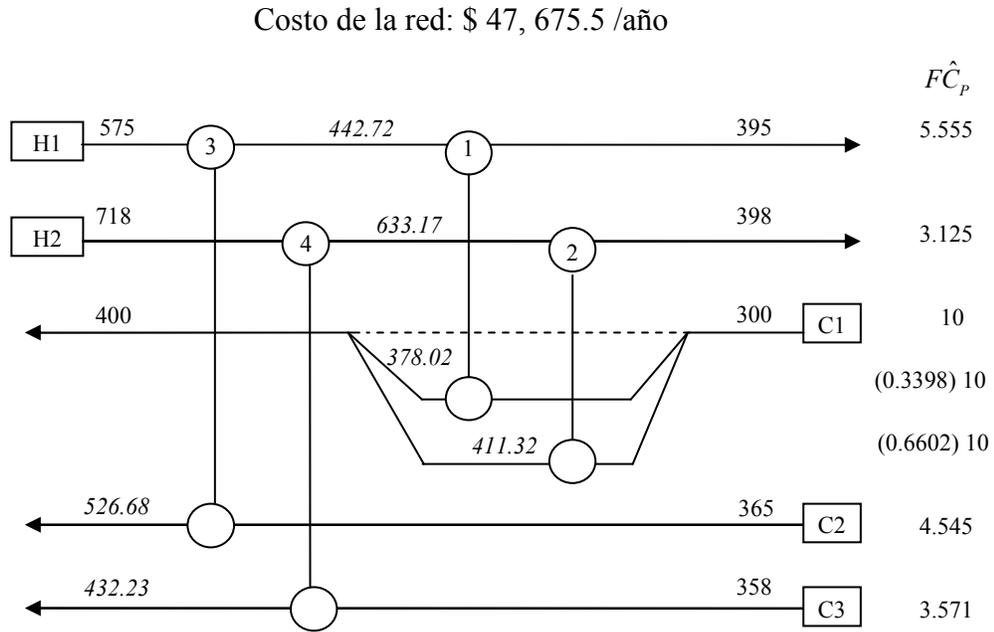


Figura 2.3. Red de intercambio de calor del segundo diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 2.1.

Tabla 2.3. Valores de área y carga de cada intercambiador del segundo diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 2.1.

$k$	$q_k$ (kW)	$A_k$ (m <sup>2</sup> )	$\Delta T_k$ (K)
1	265.08	33.603	78.89
2	734.92	48.474	151.61
3	734.82	11.878	61.86
4	265.08	0.945	280.44

En esta segunda solución se observa una distribución diferente en la fracción en el divisor, el ramal en el que participa el equipo 1 tiene una fracción más pequeña.

- *Análisis Estadístico de Resultados*

Algo importante que debemos destacar de este resultado es que aún un problema sencillo como éste, puede dar lugar a óptimos locales; para este problema con tan solo tres corrientes frías y dos corrientes calientes y sin ningún servicio auxiliar, se obtuvieron dos óptimos locales, de los cuales el primer diseño óptimo de  $\$36,190.1 \text{ año}^{-1}$ , es el mejor.

También es interesante comentar que los resolvedores poseen desempeños diferentes. Con MINOS, de las mil corridas, se obtuvieron los dos diseños óptimos locales reportados; ciento setenta y un puntos de arranque resultaron ser infactibles y los ochocientos veintinueve restantes se distribuyeron entre los dos óptimos, como se resume en la Tabla 2.4. Con CONOPT, de las mil corridas, se obtuvieron los dos óptimos locales; diez puntos de arranque resultaron ser infactibles y los novecientos noventa restantes se distribuyeron entre los dos óptimos; esto también se muestra en la Tabla 2.4.

Tabla 2.4. Estadísticas de los resolvedores para la solución del Ejemplo Ilustrativo 2.1.

	<i>Factibles (%)</i>	<i>Infactibles (%)</i>	<i>Optimo 1 (%)</i>	<i>Optimo 2 (%)</i>
MINOS	82.9	17.1	89.63	10.37
CONOPT	99	1	70	30

Por supuesto, cuando un resolvedor reporta en una corrida un punto localmente infactible, no significa que el problema que se resuelve sea infactible, sólo que el resolvedor no es perfecto y no fue en esa corrida capaz de encontrar un punto factible. Entonces para comprobar que los resultados que se obtienen del resolvedor sean correctos, es necesario revisar cada ecuación mediante residuos. Los diseños óptimos mostrados fueron reportados después de revisar todos los residuos.

### 2.3.3 Búsqueda sistemática de óptimos locales del Ejemplo Ilustrativo 2.1.

El modelo ( $\Gamma$ ) es un modelo que presenta una estructura muy particular, está bien estructurado debido a que las ecuaciones están agrupadas en bloques definidos y estudiando cada bloque

mediante un análisis de grados de libertad, encontramos que este modelo tiene dos grados de libertad, por lo que tan solo con tener un valor establecido para dos de las variables, los grados de libertad se reducen a cero y las restricciones se reducen a un sistema de ecuaciones algebraicas.

De esta característica surge otra estrategia de solución, la búsqueda sistemática de los óptimos, que consiste en manipular el valor inicial que tendrán el número de variables necesarias para reducir los grados de libertad a cero, como primer paso para resolver el modelo.

Para este problema se establecieron dos variables, elegidas de manera arbitraria, como parámetros; la carga del intercambiador 1,  $q_1$ , y la fracción de flujo en el divisor,  $\alpha$ . Entonces el modelo ( $\Gamma$ ) se puede resolver mediante el siguiente esquema:

*Procedimiento para resolver el modelo matemático ( $\Gamma$ )*

1. Fijar mediante ciclos, un valor de  $q_1$  entre sus cotas,  $q_1 \in [0,999.9]$ , y un valor de  $\alpha$ , entre sus cotas,  $\alpha \in [0,1]$ .
2. Resolver para  $q_2$ ,  $q_3$  y  $q_4$ , a partir del balance global de energía para las corrientes, esto es, resolver el sistema que conforman las ecuaciones (10), (11) y (12). Verificar que no se rebase ninguna cota para estas variables.
3. Resolver para  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ ,  $t_4$ ,  $t_5$  y  $t_6$ , a partir de los balances de energía para las corrientes en los equipos, ecuaciones (2) – (9) y verificar que se cumpla el balance de energía en el mezclador para C1, ecuación (21). Verificar que no se rebase ninguna cota para estas variables.
4. A partir de estos valores, se calculan las diferencias de temperatura en los intercambiadores, ecuaciones (13) - (16) y con ellas, se calculan las  $\Delta T_i$ , para cada intercambiador con la aproximación de Paterson, ecuaciones (17) – (20). Verificar que no se rebase ninguna cota para estas variables.
5. Por último, se calcula el costo total de la red de intercambio de calor,  $z$ , con la ecuación (1).

El modelo ( $\Gamma$ ) se programó en GAMS; los puntos iniciales para las variables  $q_1$  y  $\alpha$ , se establecieron mediante ciclos que hacen corresponder a cada valor de  $q_1$ , entre las cotas que lo limitan, todos los valores de  $\alpha$ , uno a la vez, también dentro de los límites para esta variable. Entonces estas dos variables definen un plano en el cual a cada par  $(q_1, \alpha)$  le corresponde un costo para la red,  $z$ ; esto es,  $z = f(q_1, \alpha)$ , por lo que es posible representar los resultados mediante contornos de nivel en un plano  $q_1 - \alpha$ , tal como se muestra en la Figura 2.4.

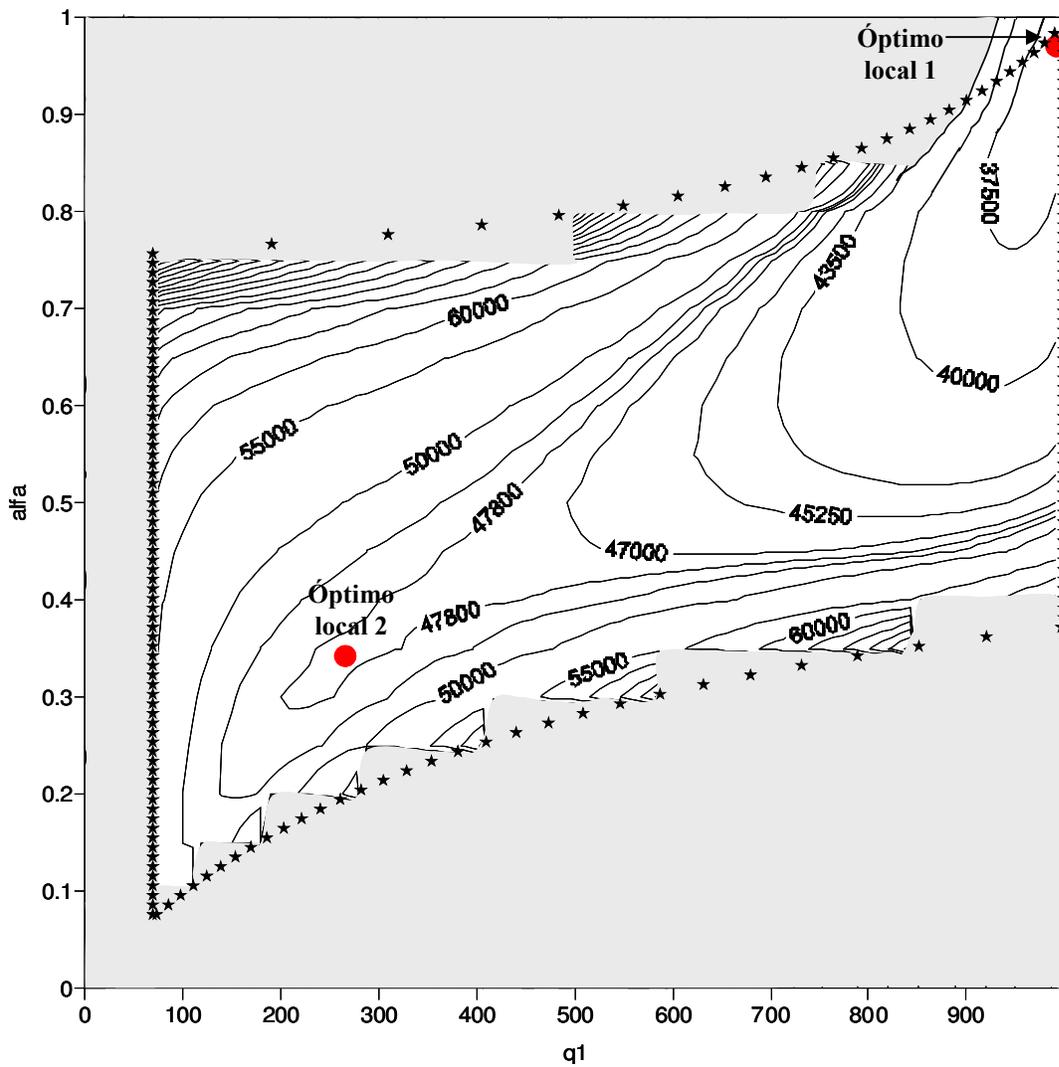


Figura 2.4. Contornos de nivel correspondientes al costo total de la red mostrada en la Figura 2.1, en función de  $q_1$  y  $\alpha$ .

En la Figura 2.4 se observa como los contornos muestran la tendencia a dos mínimos que son precisamente los encontrados en la búsqueda aleatoria, lo que nos indica que estos son los dos óptimos que podemos encontrar para la topología de red establecida para el problema ilustrativo. Esta es precisamente una característica sobresaliente de la búsqueda sistemática, pues da certeza de haber encontrado todos los óptimos posibles; lo cual es una ventaja, ya que así sí se puede hablar de haber encontrado el óptimo global, que correspondería al que presenta el mínimo costo. Las limitaciones de este enfoque son que sólo es aplicable en problemas que tengan estructura como el presentado en el ejemplo ilustrativo, problemas en el que el conjunto de restricciones se reduzca a un sistema de ecuaciones algebraicas fijando el valor de algunas de las variables, el número de ellas se determina mediante un análisis de grados de libertad.

## 2.4 Conclusiones

En este capítulo se hizo la formulación formal del problema de diseño óptimo de una red de intercambio de calor y se presenta el Ejemplo ilustrativo 2.1. En este problema se muestra, por un lado, la posibilidad de encontrar varios óptimos y la necesidad de encontrar todos los posibles. Por otro lado, el ejemplo muestra que tenemos que conocer que tanto se debe confiar en el software que está a nuestra disposición. Además se mostró una manera de explorar las posibles soluciones mediante una técnica muy sencilla de contornos de nivel.

Para el ejemplo ilustrativo 2.1 partiendo de una topología dada se desarrolló el modelo particular asociado y se resolvió, esto se realiza para cada problema con topología pre-establecida que se requiera resolver. El objetivo de este trabajo de tesis es desarrollar una representación y un modelo matemático generalizado, que por su versatilidad, faciliten el desarrollo de los modelos particulares. Además por la existencia de óptimos locales, es importante determinar y proponer una metodología novedosa que permita encontrarlos en caso de que los problemas sean factibles, aun cuando los problemas carezcan de estructura, ya que no siempre se podrá utilizar un esquema de búsqueda sistemática. En el siguiente capítulo se aborda la representación como base para la construcción del modelo.

## CAPÍTULO 3

### REPRESENTACIÓN DE REDES DE INTERCAMBIO DE CALOR

#### 3.1 Introducción

Muchas de las dificultades relacionadas con la solución de problemas en ingeniería empiezan desde la forma en que éstos son representados, en muchos casos una representación correcta puede facilitar todo el proceso de búsqueda de la solución del problema. La representación del problema está muy ligada a los objetivos perseguidos y a los métodos que se desean utilizar para resolver el problema.

Trabajo de gran calidad se ha desarrollado en la representación de redes de intercambio de calor, por ejemplo Quesada y Grossmann (1993) consideran que las redes corresponden a una configuración particular de la superestructura de Yee y Grossmann (1990). Sin embargo, las representaciones planteadas en la literatura (e.g. Ciric, Floudas y Grossmann, 1986) todavía presentan limitaciones y no proveen una representación unificada. En este capítulo se presenta una representación bastante general, precisa y versátil para la optimización de redes de intercambio de calor con topología pre-establecida como resultado de una metodología de síntesis que puede basarse en superestructuras, como la de Hwa (1965), Yee y Grossmann (1990), Ciric, Floudas y Grossmann (1986), entre otras; o bien en métodos heurísticos, como la tecnología de punto de pliegue introducida por Hohmann (1971).

#### 3.2 Representación de redes de intercambio de calor

Se han desarrollado diferentes maneras de representar las redes de intercambio de calor, tenemos el diagrama estructural (e.g. Linnhoff y Turner, 1981), el diagrama de malla (e.g. Linnhoff, 1979) y las superestructuras (Hwa, 1965, Yee y Grossmann, 1990, Ciric, Floudas y Grossmann, 1986).

La superestructura de Yee y Grossmann (1990) maneja el concepto de “*etapas*”, considerando en cada etapa posibles apareamientos entre las corrientes calientes y frías; para el caso de topología pre-establecida, se parte de esta representación colocando solamente los intercambios que sí ocurren. Zhu y col. (1995) proponen el concepto de “*bloque*”, la idea es descomponer el problema en un número de bloques, donde cada bloque representa un intervalo de entalpía. Este concepto está íntimamente relacionado con el diseño de “*espaguetti*” para la síntesis (Townsend y Linnhoff, 1984), donde la curva compuesta se divide en secciones y el número de secciones se toma como el número de intervalos de energía. Lewin y colaboradores (1998), basándose en el concepto de bloque, introducen el concepto de “*nivel*” considerando que es importante el orden en que intercambian calor las corrientes y en una topología, cada nivel consiste en un bloque de intercambiadores de calor actuando en las corrientes.

### 3.2.1 Elementos topológicos diversos

La representación de redes de intercambio de calor con topología pre-establecida representa un reto debido a las múltiples configuraciones que se pueden presentar en la redes, esto es, diferentes elementos topológicos que deben considerarse a la hora de plantear una representación versátil. Entre estos diversos elementos topológicos tenemos los que se presentan en las Figuras 3.1 a 3.7. En la Figura 3.1 se presenta una red de intercambio de calor formada para dos corrientes calientes y dos corrientes frías con tres equipos de intercambio de calor, donde la corriente caliente H1 intercambia calor con la corriente fría C2 en el equipo 1, y donde la corriente fría C1 se divide en dos sub-corrientes que intercambian calor con las corrientes calientes en los equipos 2 y 3.

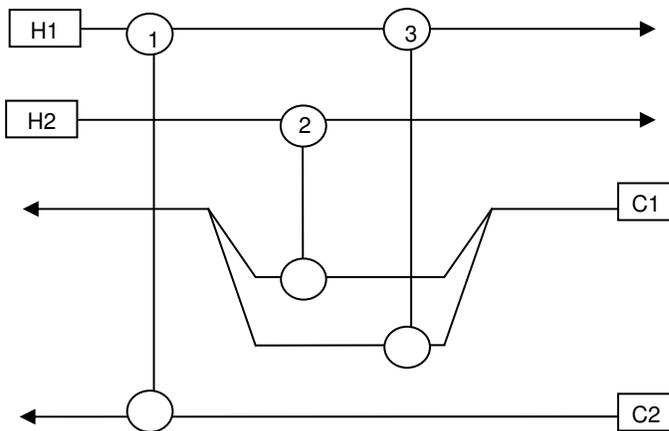


Figura 3.1 División de una corriente fría y su apareamiento con dos corrientes calientes.

En la Figura 3.2 se presenta una red de intercambio de calor formada para dos corrientes calientes y una corriente fría con tres equipos de intercambio de calor, donde la corriente caliente H1 intercambia calor con la corriente fría C1 en el equipo 1. La corriente fría C1 y la corriente caliente H2, se dividen en dos sub-corrientes cada una, estas sub-corrientes intercambian calor en los equipos 2 y 3.

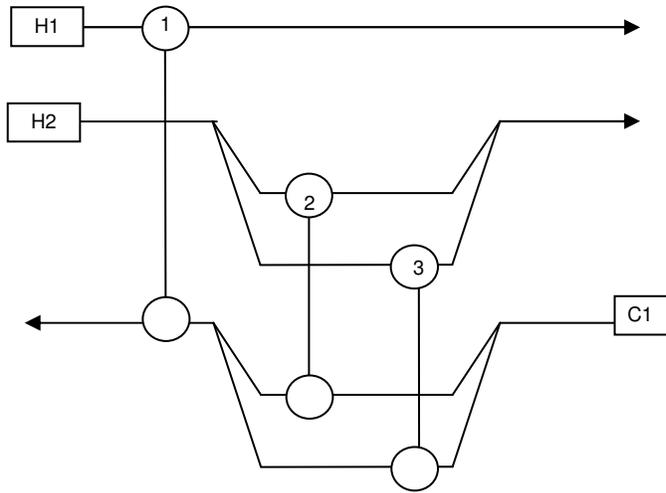


Figura 3.2. División de una corriente caliente y una corriente fría, con apareamientos entre las sub-corrientes.

En la Figura 3.3 se presenta el mismo esquema anterior, dos corrientes calientes y una corriente fría con tres equipos de intercambio de calor, la corriente caliente H2 y la corriente fría C1 se dividen en dos sub-corrientes, cada una. La corriente H1 intercambia calor con una sub-corriente de C1 en el equipo 3, y la corriente C1, después del mezclador, intercambia calor con una sub-corriente de H2 en el equipo 1.

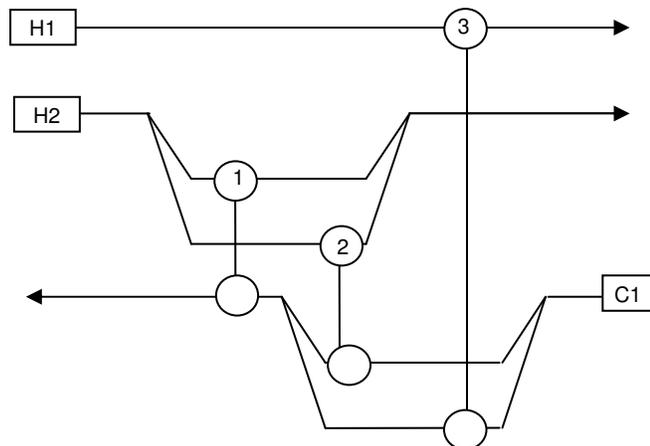


Figura 3.3 División de una corriente caliente y una corriente fría, con apareamientos entre las sub-corrientes y las corrientes simples.

En la Figura 3.4 se presenta una red de intercambio de calor formada para una corriente caliente y dos corrientes frías con tres equipos de intercambio de calor. La corriente fría C1 y la corriente caliente H1 se dividen en dos sub-corrientes cada una, estas sub-corrientes intercambian calor en los equipos 1 y 3. Una sub-corriente de H1 intercambia calor con la corriente fría C2 en el equipo 2.

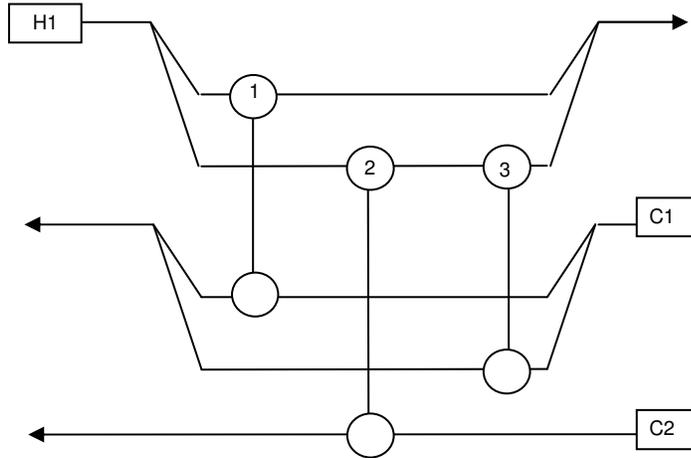


Figura 3.4 División de una corriente caliente y una corriente fría, con apareamientos entre las sub-corrientes y un apareamiento intermedio.

En la Figura 3.5 se presenta una red de intercambio de calor formada para una corriente caliente y una corriente fría con tres equipos de intercambio de calor. Ambas corrientes se dividen en dos sub-corrientes cada una, estas sub-corrientes intercambian calor entre sí.

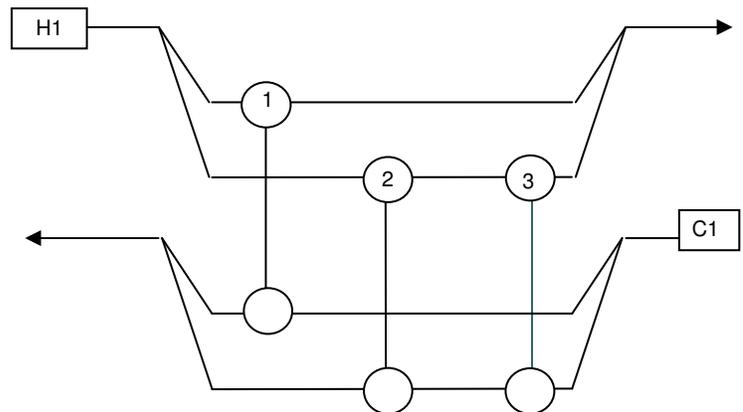


Figura 3.5 Múltiples apareamientos entre sub-corrientes.

En la Figura 3.6 se presenta una red de intercambio de calor formada para una corriente caliente y una corriente fría, un servicio auxiliar de calentamiento y uno de enfriamiento, con tres equipos de intercambio de calor. La corriente fría C1 y la corriente caliente H1 se dividen en dos sub-corrientes cada una. Una sub-corriente de H1 intercambia calor con el servicio auxiliar de enfriamiento en el

equipo 1, una sub-corriente de C1 intercambia calor con el servicio auxiliar de calentamiento en el equipo 3 y las dos sub-corrientes restantes intercambian calor en el equipo 2.

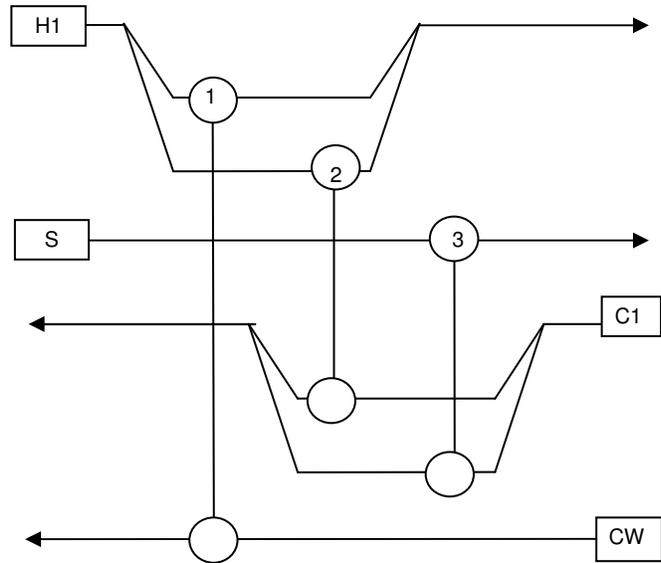


Figura 3.6 División de una corriente caliente y una corriente fría, con apareamientos entre las sub-corrientes y los servicios auxiliares.

En la Figura 3.7 se presenta una red de intercambio de calor formada para dos corrientes calientes y una corriente fría con cuatro equipos de intercambio de calor. La corriente fría C1 se divide en dos sub-corrientes, se mezcla y se vuelve a dividir en otras dos sub-corrientes. Estas sub-corrientes intercambian calor en los equipos 1 y 3 con la corriente caliente H1, y en los equipos 2 y 4 con la corriente caliente H2.

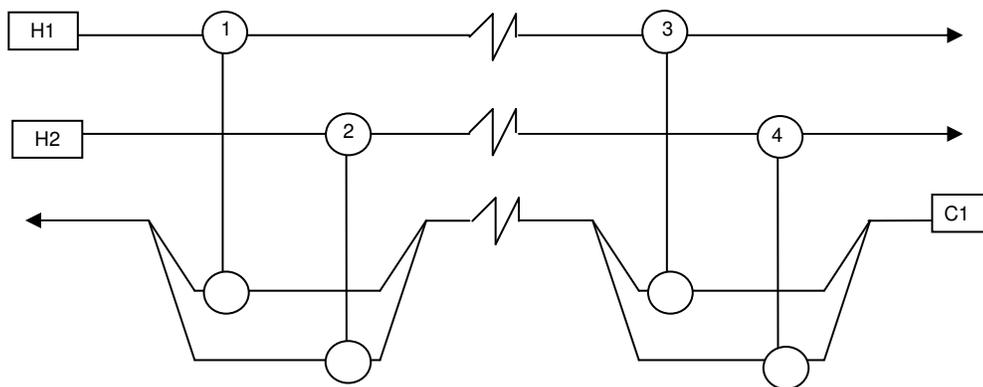


Figura 3.7 Divisiones consecutivas de una corriente fría.

La representación que se propone en este trabajo contempla todos los casos anteriores (Figuras 3.1-6), excepto el último caso (Figura 3.7). En las siguientes secciones se detalla la propuesta.

### 3.2.2 Clasificación de corrientes y elementos de redes de intercambio de calor

Las redes de intercambio de calor presentan diferentes elementos estructurales que pueden ser agrupados de la siguiente manera:

1. Conjunto de todos los equipos de intercambio de calor presentes en la red.
2. Conjunto de las corrientes de servicios auxiliares.
3. Conjunto de las corrientes de proceso que no se dividen, a las que se llaman *corrientes simples*
4. Conjunto de las corrientes de proceso que se dividen, a las que se llaman *corrientes madre*.
5. Conjunto de las sub-corrientes, a las que se llaman *corrientes hijas*.

Estos conjuntos sirven como base para la representación y para el modelado.

### 3.3 Diagrama de malla por etapas para redes de intercambio de calor

En la Figura 3.8 se muestra un diagrama de malla (Linnhoff, 1979). Las corrientes están representadas por líneas horizontales con puntas de flecha, las corrientes calientes corren de izquierda a derecha y las corrientes frías de derecha a izquierda. Todas las corrientes calientes se colocan por encima de las corrientes frías. Un intercambiador de calor se representa con dos círculos, uno sobre cada corriente que participa en ese intercambiador, conectados por una línea. Los valores de los flujos de capacidad calorífica se colocan en un extremo del diagrama.

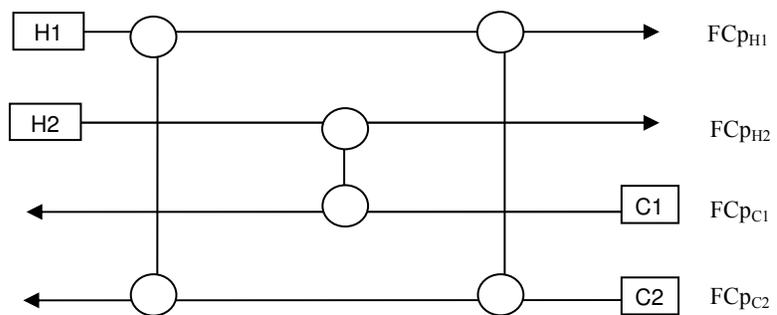


Figura 3.8 Diagrama de malla

En este trabajo se propone una representación de las redes de intercambio de calor con topología pre-establecida como un *diagrama de malla por etapas*, cada etapa está asociada a la existencia de un intercambiador de calor, sin embargo, el número de la etapa representa la frontera del lado caliente de un equipo de intercambio.

### 3.3.1 Representación de redes sin división de corrientes

El *diagrama de malla por etapas* se construye siguiendo las indicaciones del diagrama de malla original pero con algunas reglas, cuyo origen es heurístico, de la siguiente manera:

- R1.** Se establecen  $|K|$  etapas, dibujando líneas verticales en el diagrama de malla. El número de etapas es igual al número de intercambiadores de calor presentes en la red más uno.
- R2.** Se numeran las  $S$  corrientes, de proceso y auxiliares, de arriba hacia abajo en el diagrama de malla. Las corrientes de servicios auxiliares se manejan como a las corrientes de proceso, solo que las corrientes auxiliares tiene flujos no pre-establecidos.
- R3.** Se coloca sólo un intercambiador de calor por cada etapa, excepto en la última donde no se coloca un intercambiador.
- R4.** Se numeran las etapas de izquierda a derecha. El número de etapa se asocia con el lado caliente de la etapa  $k$  en la red.

La Figura 3.9 muestra de manera cualitativa un diagrama de malla por etapas para topología pre-establecida sin división de corrientes construido con las recomendaciones anteriores.

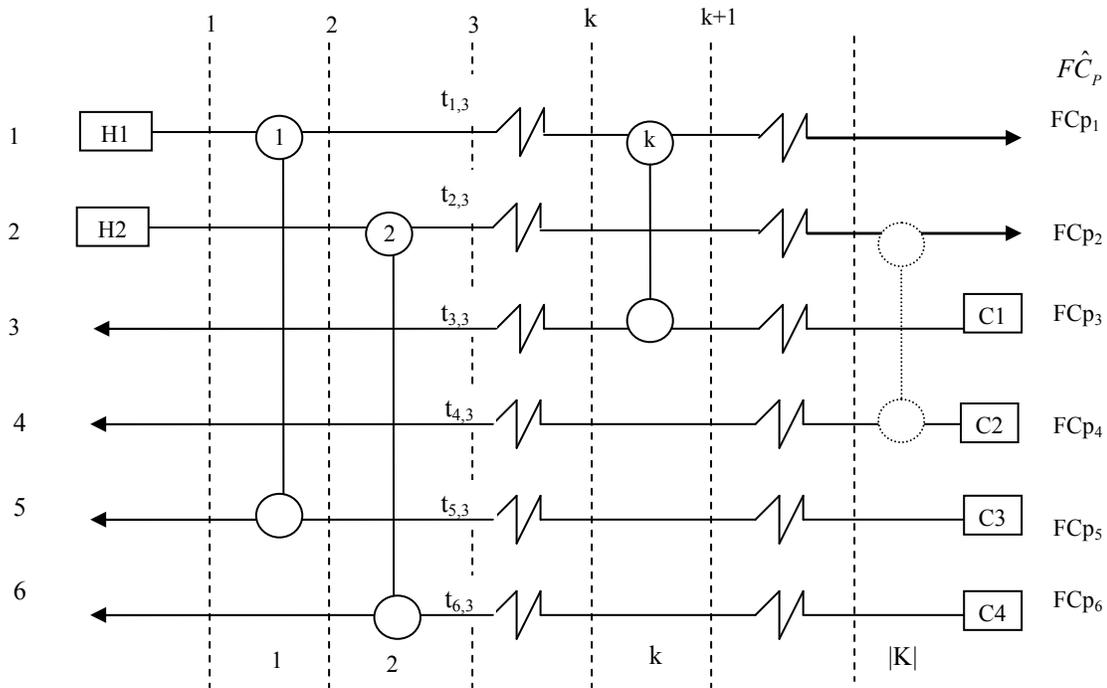


Figura 3.9 Diagrama de malla por etapas para una red de intercambio de calor con topología pre-establecida sin división de corrientes.

### 3.3.2 Representación de redes con división de corrientes

Sobre la base de la representación de redes con topología pre-establecida sin división de corrientes, se extiende la representación para redes que presentan como elemento topológico la división de corrientes. El diagrama de malla por etapas, al igual que en el caso anterior, se construye siguiendo las indicaciones del diagrama de malla original pero con algunas reglas, cuyo origen es heurístico, de la siguiente manera:

**R1.** Se establecen  $|K|$  etapas, dibujando líneas verticales en el diagrama de malla. El número de etapas es igual al número de intercambiadores de calor presentes en la red más uno.

**R2.** Se numeran las  $S$  corrientes de proceso y auxiliares, de arriba hacia abajo en el diagrama de malla. Las corrientes de servicios auxiliares y las corrientes de proceso hijas, se manejan como a las demás corrientes de proceso, solo que las corrientes auxiliares y las corrientes hijas tienen flujos no pre-establecidos.

**R3.** Las corrientes de proceso madres sólo están ausentes en la etapa  $k$  cuando alguna de sus hijas intercambia calor en dicha etapa.

**R4.** Se coloca sólo un intercambiador de calor por cada etapa, excepto en la última donde no se coloca un intercambiador.

**R5.** Se colocan los divisores y los mezcladores alineados con las líneas verticales.

**R6.** Se numeran las etapas de izquierda a derecha. El número de etapa se asocia con el lado caliente de la etapa  $k$  en la red.

La Figura 3.10 muestra de manera cualitativa un diagrama de malla por etapas para topología pre-establecida con división de corrientes construido con las recomendaciones anteriores.

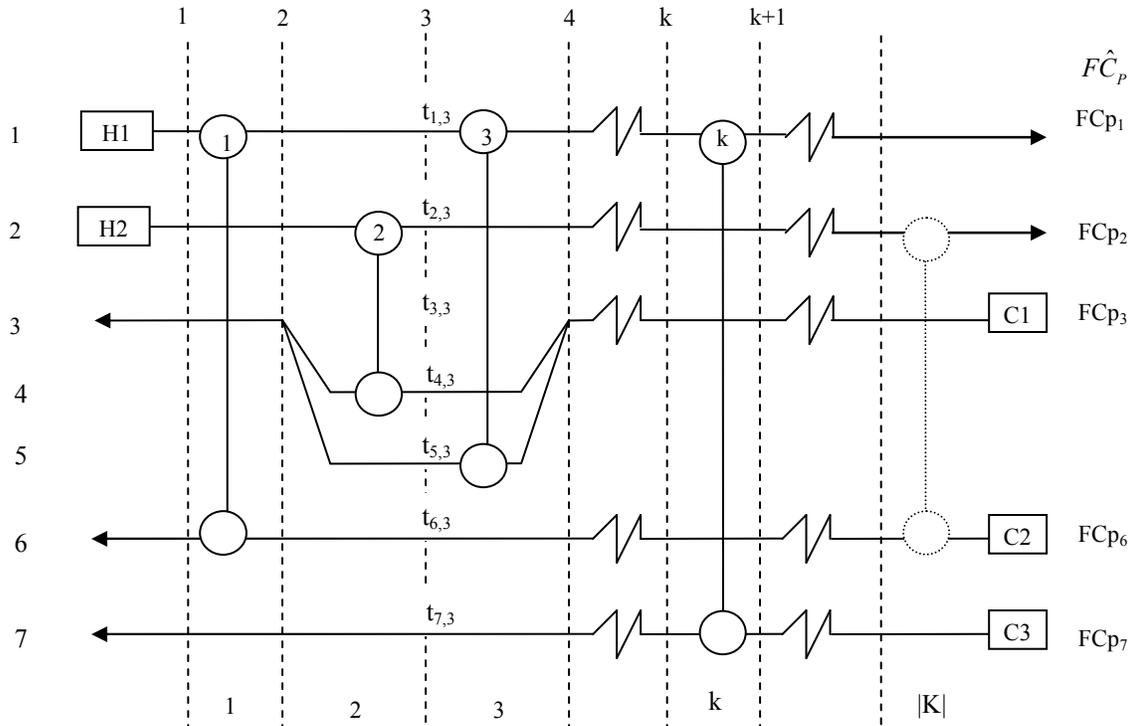


Figura 3.10 Diagrama de malla por etapas para una red de intercambio de calor con topología pre-establecida con división de corrientes.

### 3.4 Ejemplo Ilustrativo 3.1

En esta sección se pretende ilustrar las representaciones mediante un diagrama de malla por etapas para redes de intercambio de calor con y sin división de corrientes mediante un ejemplo ilustrativo tomado de Floudas y Ciric (1989). Se presenta una red formada para dos corrientes calientes y una corriente fría; los datos para estas corrientes se muestran en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1 Datos del Ejemplo Ilustrativo 3.1

Corriente	$T_{in}$ (K)	$T_{out}$ (K)	$FC\hat{C}_p$ (kW/K)
H1	500	250	4
H2	350	200	4
C1	150	310	10

$U_1=U_2= 0.05 \text{ kW m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ ; Costo del intercambiador 1 (\$) =  $1300 [A_1 (\text{m}^2)]^{0.6}$

Floudas y Ciric (1989) presentan una red factible que se muestra en la Figura 3.11. En la Figura 3.12 se muestra el diagrama de malla tradicional que representa esta red factible. En este trabajo se parte de topología pre-establecida y para mostrar la aplicación de las reglas de construcción del diagrama de malla por etapas, se traduce a este esquema la red mostrada.

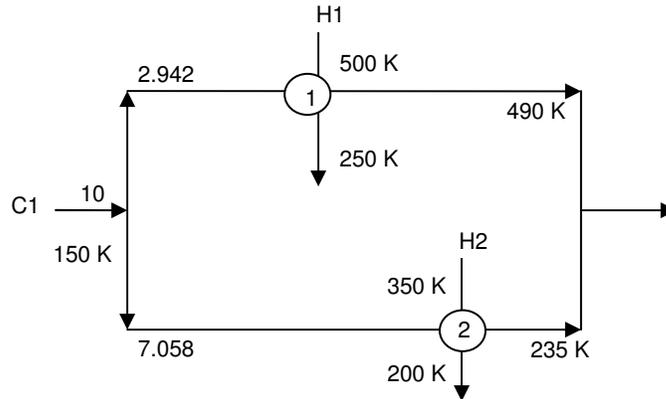


Figura 3.11 Diagrama estructural de una red viable para el Ejemplo Ilustrativo 3.1

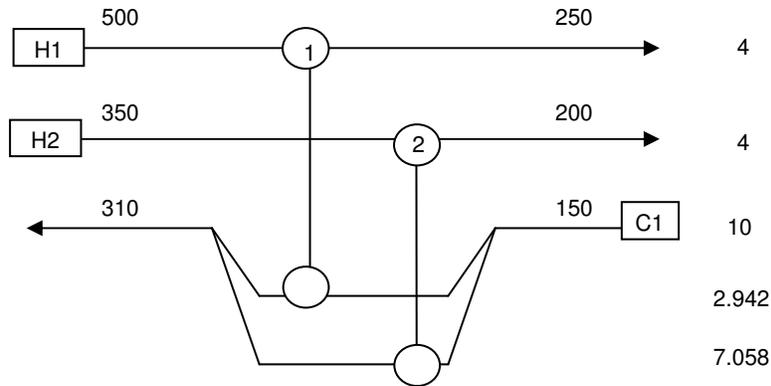


Figura 3.12 Diagrama de malla tradicional para la red viable del Ejemplo Ilustrativo 3.1.

Siguiendo las reglas para la construcción del diagrama de malla por etapas para redes de intercambio de calor con división de corrientes, trasladamos la representación de la red de la Figura 3.11 a la mostrada en la Figura 3.13.

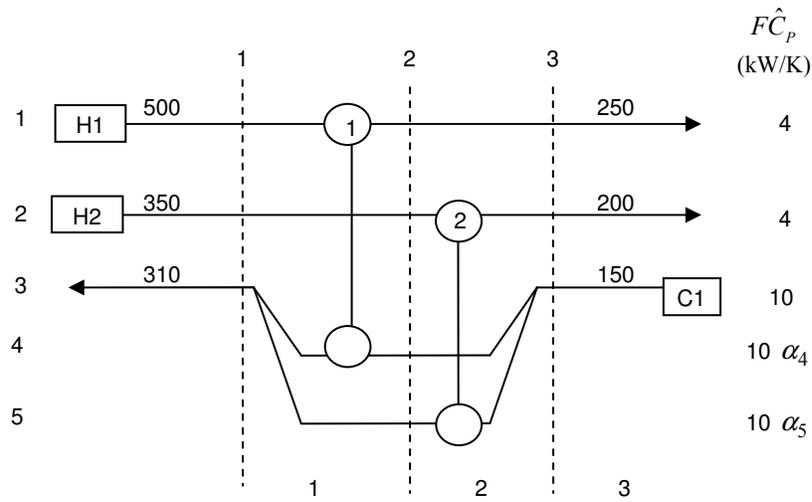


Figura 3.13 Diagrama de malla por etapas de la red viable para el Ejemplo 3.1

Floudas y Ciric (1989) obtienen la red óptima que se muestra en la Figura 3.14 para el Ejemplo Ilustrativo 3.1. En la Figura 3.15 se muestra el diagrama de malla tradicional que representa esta red óptima.

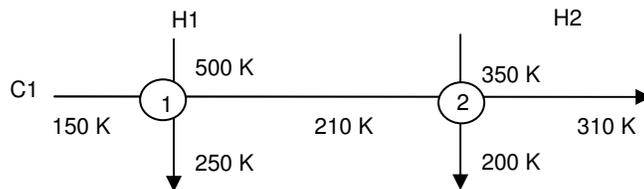


Figura 3.14 Diagrama estructural de la red óptima para el Ejemplo Ilustrativo 3.1 presentada por Floudas y Ciric (1989).

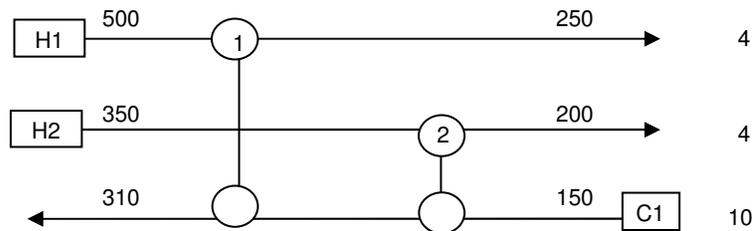


Figura 3.15 Diagrama de malla tradicional para la red mostrada en la Figura 3.14.

Siguiendo las reglas para la construcción del diagrama de malla por etapas para redes de intercambio de calor sin división de corrientes, trasladamos la representación de la red de la Figura 3.14 a la mostrada en la Figura 3.16.

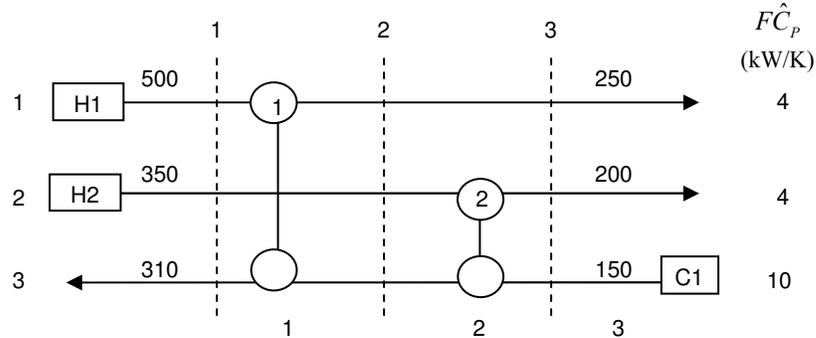


Figura 3.16 Diagrama de malla por etapas de la red óptima de Floudas y Ciric (1989) para el Ejemplo Ilustrativo 3.1.

### 3.5 Conclusiones

En este capítulo se presentó la representación de redes de intercambio de calor con topología pre-establecida, las indicaciones para representar las redes con división de corrientes incluyen la representación sin división de corrientes. Esta representación cumple con los requisitos de ser bastante general, precisa y versátil, como se muestra en los diferentes elementos topológicos que pueden representarse. La representación es sencilla y tiene amplia aplicación, ya que puede representar redes que son resultado de una metodología de síntesis, tal como se mostró en el Ejemplo Ilustrativo. Además, el *diagrama de malla por etapas* forma la base en la que descansa el modelo para la optimización de las redes de intercambio de calor que se presenta en los siguientes capítulos y diferentes casos de estudio.

## CAPÍTULO 4

### MODELO MATEMÁTICO PARA LA OPTIMIZACIÓN DE REDES DE INTERCAMBIO DE CALOR SIN DIVISIÓN DE CORRIENTES

#### 4.1 Introducción

La optimización de redes de intercambio de calor, ha sido estudiada por Westerberg y Shah (1978), Floudas y Ciric (1989) y Quesada y Grossmann (1993), entre otros. Westerberg y Shah desarrollaron un algoritmo basado en una descomposición basada en los multiplicadores óptimos de Lagrange, estos autores consideran funciones de costo cóncavas y diferencias de temperatura media logarítmica. Floudas y Ciric aplican descomposición generalizada de Benders tratando los flujos como variables complicantes y los problemas y subproblemas de programación no lineal que generan son convexos; consideran que las redes corresponden a una configuración particular de la superestructura de Ciric, Floudas y Grossmann (1986) y modelan la diferencia media logarítmica de temperaturas para los intercambiadores de calor y funciones de costo no convexas. Quesada y Grossmann suponen que la función de área es una función lineal y la diferencia de temperaturas para los intercambiadores de calor es aproximada con la media aritmética; además, consideran que las redes corresponden a una configuración particular de la superestructura de Yee y Grossmann (1990) en la cual se plantean una secuencia de etapas con mezclado isotérmico.

Los métodos propuestos son particulares y atienden solo algunas de las complicaciones que presenta el problema de optimización de redes de intercambio de calor. En este capítulo se presenta una formulación de programación no lineal que permite la optimización de redes de intercambio de calor con topología fija sin división de corrientes, dentro del marco de referencia presentado en el planteamiento del problema de este trabajo. Para el Modelo  $\Phi$ -sd, se considera que las redes corresponden a un diagrama de malla por etapas presentado en el capítulo anterior. Se modela una función objetivo de costos no convexa y la diferencia media logarítmica de temperaturas para los intercambiadores de calor.

## 4.2 Conjuntos

La representación de una red de intercambio de calor mediante un diagrama de malla por etapas debe trasladarse a un lenguaje que pueda ser utilizado por la programación matemática. Es así que en este trabajo se utilizan nociones básicas de la teoría de conjuntos y se manejan conjuntos para las corrientes, los equipos y las etapas del diagrama, para lograr que solo las ecuaciones necesarias se planteen. Estos conjuntos son:

- a)  $K$  es el conjunto de todas las etapas en la red.
- b)  $K_e$  es un subconjunto de  $K$ , que contiene a las etapas en la red en las que se coloca un intercambiador de calor, es decir, todas las etapas excepto la última.
- c)  $S$  es el conjunto de todas las corrientes de proceso y servicios auxiliares.
- d)  $S_s$  es un subconjunto de  $S$  que contiene solo a las corrientes de proceso que no se dividen.
- e)  $S_k$  es un subconjunto de  $S$  que especifica que corrientes intercambian calor en la etapa  $k$ ; habrá  $|K|-1$  de estos subconjuntos.
- f)  $SN_k$  es el conjunto complemento de  $S_k$ , es decir,  $SN_k = S \setminus S_k$ .

Con base en esto se desarrolla el siguiente modelo para la optimización de redes de intercambio de calor sin división de corrientes.

## 4.3 Modelo matemático sin división de corrientes

En esta sección se propone una formulación de programación no lineal para la optimización de redes de intercambio de calor sin división de corrientes, cuyo objetivo consiste en minimizar el costo total de la red, logrando la mejor distribución de cargas térmicas, áreas de intercambio de calor y temperaturas intermedias de la red. El modelo presentado es no lineal para un proceso en estado estacionario y optimiza sobre variables continuas, como temperaturas, cargas térmicas y diferencias de temperatura para cada intercambiador. Con el propósito de formular el modelo con base en la representación que fue descrita en el capítulo anterior, necesitamos las siguientes definiciones:

## Índices

$s$  = corriente de proceso o servicio auxiliar

$k$  = etapa en el diagrama de malla de la red

## Conjuntos

$S$  =  $\{s : s \text{ es una corriente de proceso o auxiliar}\}$

$Ss$  =  $\{s : s \text{ es una corriente de proceso que no se divide}\}$

$K$  =  $\{k : k \text{ es una etapa en la red o la frontera en el lado caliente de etapa } k \text{ en la red}\}$

$S_k$  =  $\{s \in S : s \text{ es una corriente que intercambia calor en la etapa } k \}$

$SN_k$  =  $\{s \in S : s \text{ es una corriente que no intercambia calor en la etapa } k \}$

(es el conjunto complemento de  $S_k$ )

$Ke$  =  $\{k \in K : k \text{ es una etapa de la red en la que se coloca un intercambiador}\}$

## Parámetros

EMAT = diferencia mínima de temperatura aceptable en ambos lados de cada intercambiador

$U_k$  = coef. global de transferencia de calor para el intercambiador ubicado en la etapa  $k$

$CC_k$  = coeficiente de costo de área del intercambiador en la etapa  $k$

$CF_k$  = cargo fijo del intercambiador en la etapa  $k$

$CU_k$  = coeficiente de costo de los servicios auxiliares para el intercambiador en la etapa  $k$

$r$  = factor de anualización

$\beta$  = exponente de costo para el área de los intercambiadores de calor

$FCp_s$  = Flujo de capacidad calorífica para la corriente de proceso  $s$

$Ts_s$  = temperatura de suministro de la corriente  $s$

$To_s$  = temperatura objetivo de la corriente  $s$

$Toc_s$  = determina si la temperatura objetivo de la corriente  $s$  es  $\begin{cases} 0 & \text{desconocida (libre)} \\ 1 & \text{conocida (fija)} \end{cases}$

$C_s$  = condición de la corriente  $\begin{cases} 1 & \text{caliente} \\ -1 & \text{fria} \end{cases}$

## ***Variables continuas positivas***

$t_{s,k}$  = temperatura para la corriente  $s$  en la frontera del lado caliente de la etapa  $k$

$dth_k$  = diferencia de temperaturas en el lado caliente del intercambiador en la etapa  $k$

$dtc_k$  = diferencia de temperaturas en el lado frío del intercambiador en la etapa  $k$

$\Delta T_k$  = diferencia media logarítmica de temperaturas para el intercambiador en la etapa  $k$

$q_k$  = carga térmica del intercambiador  $k$

Con estas definiciones, la formulación matemática puede ser presentada.

### **Modelo ( $\Phi$ -sd)**

## ***Función Objetivo***

Las metas de la optimización pueden declararse de manera explícita en la función objetivo.

$$\text{Minimizar } z = \sum_{k \in Ke} \left[ CF_k \cdot r + CC_k \cdot \left( \frac{q_k}{U_k \Delta T_k} \right)^\beta \cdot r + CU_k \cdot q_k \right] \quad (1)$$

En esta función objetivo se está modelando de manera explícita una función de costos para cada equipo de intercambio de calor y el costo por el uso de servicios auxiliares; el coeficiente de costo de los servicios auxiliares,  $CU_k$ , tiene valor diferente de cero para aquellos equipos de intercambio en los que participe un servicio auxiliar de enfriamiento o de calentamiento. El costo de una unidad de proceso normalmente se modela con una ecuación de la forma:

$$CF + CC \cdot \left( \frac{q}{U \Delta T} \right)^\beta$$

Donde la expresión entre paréntesis es la ecuación de diseño para el área del equipo de intercambio de calor, que se multiplica por el coeficiente de costo de área y un cargo fijo de capital. Esta es una función con un término fraccional lineal del área, que introduce no convexidades en el problema.

## ***Restricciones***

### ***Balance global de energía para las corrientes***

$$\sum_{\substack{k \in Ke \\ s \in S_k}} q_k = \text{FCp}_s \cdot C_s \cdot (T_{s_s} - T_{o_s}) \quad s \in S_s \text{ con } \text{To}_{c_s} = 1; \quad (2)$$

Los balances globales de energía para las corrientes son necesarios para asegurar los objetivos de calentamiento o enfriamiento de las corrientes de proceso. Estas restricciones especifican que la cantidad total de calor que una corriente necesita o tiene en exceso para ceder, siempre y cuando contemos con la temperatura objetivo, debe ser igual a la suma de las cargas térmicas que intercambia con otras corrientes de la red. De ahí, que en la expresión de la sumatoria se incluye el conjunto de etapas que tienen un equipo de intercambio, sumando la carga térmica de la etapa solo si la corriente para la que se plantea el balance, es decir  $s$ , intercambia calor en dicha etapa. El parámetro de condición de corriente indica si el calor se recibe o se cede.

### ***Balances de energía para las corrientes de proceso en los equipos***

$$q_k = \text{FCp}_s (t_{s,k} - t_{s,k+1}) \quad s \in S_k \cap S_s; \quad k \in Ke; \quad (3)$$

En cada etapa de la red donde se coloca un intercambiador, se plantea un balance de energía para relacionar las temperaturas en el lado caliente y en el lado frío del intercambiador con la carga térmica del equipo; los balances se plantean solo para las corrientes de proceso.

### ***Diferencias de temperatura en los extremos de los intercambiadores de calor***

$$dth_k = \sum_{s \in S_k} C_s \cdot t_{s,k} \quad k \in Ke; \quad (4)$$

$$dtc_k = \sum_{s \in S_k} C_s \cdot t_{s,k+1} \quad k \in Ke; \quad (5)$$

Para cada equipo de intercambio de calor es necesario determinar las diferencias de temperatura en el lado caliente y en el lado frío del equipo, esto se plantea como la sumatoria de las temperaturas de las corrientes que intercambian calor en cada etapa donde se coloca un equipo; la diferencia se logra con el parámetro de condición de corriente, así la temperatura de la corriente fría estará precedida por un signo menos.

La ecuación (5) plantea la diferencia en el lado frío, por ello se plantea que el número de etapas es igual al número de intercambiadores presentes en la red mas uno, para que esta ecuación tenga sentido para el equipo colocado en la penúltima etapa de la red.

### ***Diferencia media logarítmica de temperatura en los intercambiadores de calor***

$$\Delta T_k = \frac{(dth_k - dtc_k)}{\ln(dth_k/dtc_k)} \quad k \in Ke; \quad (6)$$

La diferencia media logarítmica de temperatura entra en la ecuación de diseño para el cálculo del área de cada intercambiador. Esta función es no lineal y no convexa, y además, presenta dificultades numéricas cuando las diferencias de temperatura son iguales en ambos lados del intercambiador.

### ***Asignación de temperaturas de suministro y objetivo de las corrientes***

#### **Calientes** (7)

$$t_{s,1} = Ts_s \quad s \in S \text{ con } C_s = 1;$$

$$t_{s,|K|} = To_s \quad s \in S \text{ con } C_s = 1 \text{ y } Toc_s = 1;$$

#### **Frías** (8)

$$t_{s,|K|} = Ts_s \quad s \in S \text{ con } C_s = -1;$$

$$t_{s,1} = To_s \quad s \in S \text{ con } C_s = -1 \text{ y } Toc_s = 1;$$

Como esta concebida la representación, la temperatura de suministro se fija en la posición 1 para las corrientes calientes y en la posición  $|K|$  para las corrientes frías. Si se cuenta con la información de la temperatura objetivo, ésta se fija de manera inversa, en la posición 1 para las corrientes frías y en la posición  $|K|$  para las corrientes calientes.

### ***Temperaturas en puntos intermedios del diagrama de malla***

$$t_{s,k} = t_{s,k+1} \quad s \in SN_k; \quad k \in Ke; \quad (9)$$

Estas restricciones son necesarias para ligar aquellas temperaturas que se propagan sobre la línea de una corriente en diferentes etapas que son consecutivas y en las que esa corriente no intercambia calor.

### ***Cotas para las variables***

$$q_k^L \leq q_k \leq q_k^U \quad k \in Ke;$$

$$t_{s,k}^L \leq t_{s,k} \leq t_{s,k}^U \quad k \in Ke;$$

$$dth_k \geq \text{EMAT} \quad k \in Ke;$$

$$dte_k \geq \text{EMAT} \quad k \in Ke;$$

$$\Delta T_k^L \leq \Delta T_k \leq \Delta T_k^U \quad k \in Ke;$$

El parámetro EMAT representa la diferencia mínima de temperatura aceptable en ambos lados de cada intercambiador, por esta razón, las diferencias de temperatura en los extremos de cada intercambiador deben ser mayores o iguales que él.

Las cotas para las cargas térmicas representan las cargas máximas y mínimas que se pueden asignar a un equipo, ya sea por restricciones termodinámicas o bien de diseño; también, estas cotas ayudan a fijar las cargas térmicas a ciertos equipos, esto pasa igualando las cotas:  $q_k^L = q_k^U$ .

### **Comentarios**

1. Las únicas ecuaciones del modelo que son no lineales y no convexas son la diferencia media logarítmica de temperaturas, ecuación (6), y la función objetivo, ecuación (1).
2. Las demás ecuaciones, (2)-(5) y (7)-(9), son lineales.
3. El modelo se puede extender como se muestra en la siguiente sección.

### 4.3.1 Extensiones del modelo.

1. La diferencia media logarítmica de temperatura en los intercambiadores de calor, ecuación (6), puede sustituirse por otras ecuaciones que son aproximaciones de la misma, con la finalidad de evitar las dificultades numéricas que ésta presenta cuando las diferencias de temperatura de ambos lados del intercambiador son iguales. Estas son:

#### *Diferencia de temperatura con la aproximación de Paterson (1984)*

$$\Delta T_k = \frac{2}{3} \sqrt{dth_k \cdot dtc_k} + \frac{1}{3} \left( \frac{dth_k + dtc_k}{2} \right) \quad k \in Ke; \quad (6.a)$$

#### *Diferencia de temperatura con la aproximación de Chen (1987)*

$$\Delta T_k = \left[ dth_k \cdot dtc_k \left( \frac{dth_k + dtc_k}{2} \right) \right]^{1/3} \quad k \in Ke; \quad (6.b)$$

#### *Diferencia de temperatura con la media aritmética*

$$\Delta T_k = \frac{dth_k + dtc_k}{2} \quad k \in Ke; \quad (6.c)$$

La aproximación de Chen ofrece la ligera ventaja de que cuando  $dth_k$  o  $dtc_k$  es cero,  $\Delta T_k$  se iguala a cero, no siendo así para la aproximación de Paterson o la media aritmética, que siempre dan un valor positivo diferente de cero para cualquier valor de  $dth_k$  y  $dtc_k$ , a menos que ambas sean cero. Además, cabe mencionar que la aproximación de Paterson tiende a sobreestimar la diferencia media logarítmica de temperaturas  $\Delta T_{ln}$ , subestimando el área; la aproximación de Chen tiende a subestimar  $\Delta T_{ln}$ , por lo que sobreestima el área. El modelo ofrece la ventaja de utilizar cualquiera de estas ecuaciones para modelar la diferencia de temperatura en los intercambiadores de calor.

2. Las cargas fijas en los servicios se modelan de la siguiente manera. Primero se declaran las siguientes variables:

FIXTHU = carga fija global de los servicios auxiliares de calentamiento (en caso de ser requerida)

FIXTCU = carga fija global de los servicios auxiliares de enfriamiento (en caso de ser requerida)

### ***Cargas fijas en los servicios***

Servicios auxiliares de calentamiento

$$\sum_{\substack{k \in Ke \\ s \in S_k}} q_k = \text{FIXTHU} \quad s \in S \setminus Ss \quad \text{con } C_s = 1; \quad (10)$$

Servicios auxiliares de enfriamiento

$$\sum_{\substack{k \in Ke \\ s \in S_k}} q_k = \text{FIXTCU} \quad s \in S \setminus Ss \quad \text{con } C_s = -1; \quad (11)$$

Estas ecuaciones fijan las cargas totales de calentamiento y enfriamiento. Si se especifican cargas térmicas totales de los servicios auxiliares, se establece el nivel de recuperación de energía. Esto se representa tomando en cuenta solo a las corrientes auxiliares; esto es, las que no pertenecen al conjunto de las corrientes de proceso, y con su condición sabemos si son de enfriamiento o de calentamiento.

El modelo presentado se enfoca a optimizar las cargas térmicas, temperaturas, el área y el consumo en servicios auxiliares, la función objetivo busca el mínimo costo total de la red, buscando también con ello la mejor distribución entre el costo anual por servicios auxiliares y el costo de los equipos. El costo de los servicios auxiliares se basa en costo anual por unidad de energía y el costo del equipo se basa en un costo por el área aunado a un cargo fijo en la mayoría de los casos.

#### 4.4 Ejemplo Ilustrativo 4.1

Considere la optimización de la red de intercambio de calor que se muestra en la Figura 4.1, tomada de Boas (1963) y Castellanos (1981). La información de las corrientes, los coeficientes globales de transferencia de calor y la información de costos para este ejemplo están dados en la Tabla 4.1. Se resuelve con la diferencia media logarítmica de temperaturas.

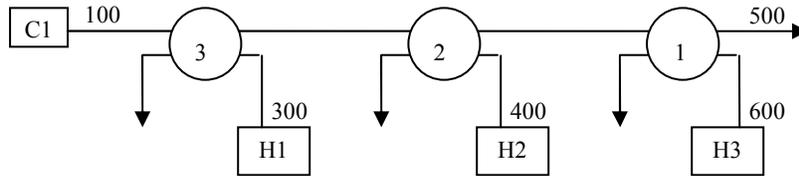


Figura 4.1. Red de intercambio de calor del Ejemplo Ilustrativo 4.1.

Tabla 4.1. Datos del Ejemplo Ilustrativo 4.1 (Boas, 1963; Castellanos, 1981).

Corriente	$T_{in}$ (°F)	$T_{out}$ (°F)	$\hat{F}C_p$ (BTU/ hr °F)
H1	300	---	95,000
H2	400	---	125,000
H3	600	---	80,000
C1	100	500	100,000
Costo de los intercambiadores (\$/año) = 1 [ $A_1$ (ft <sup>2</sup> )]			
$U_1= 40; U_2= 80; U_3 = 120; U[=] \text{ BTU}/(\text{hr ft}^2 \text{ °F})$			

Al representar la topología de la red mostrada en la Figura 4.1 siguiendo las instrucciones para construir el diagrama de malla por etapas sin división de corrientes se obtiene la Figura 4.2. Se dibujan las líneas punteadas que corresponden a 4 etapas, ya que la red cuenta con tres equipos de intercambio de calor. Se coloca un equipo en cada etapa y se numeran las corrientes.

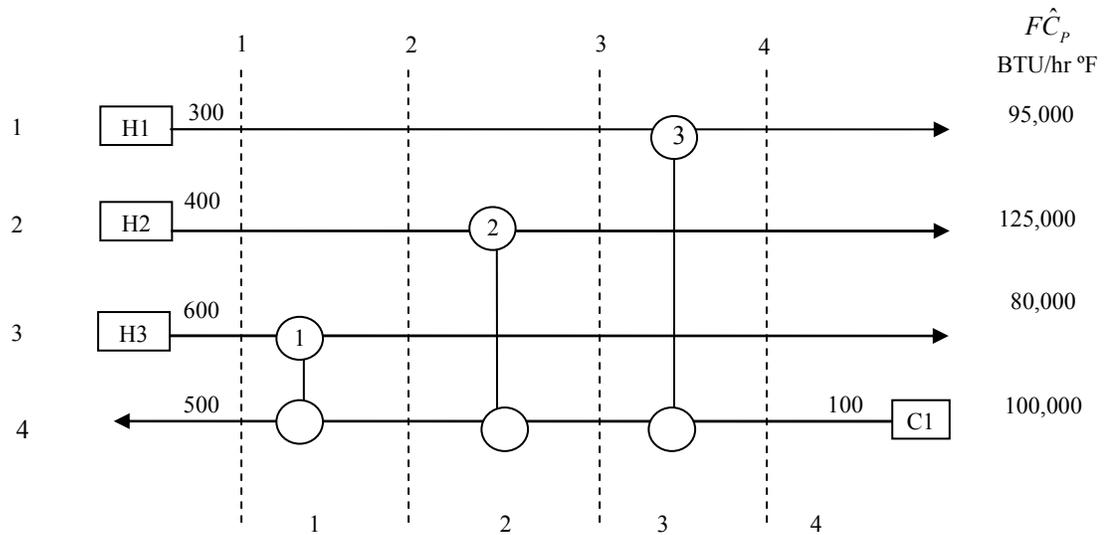


Figura 4.2. Diagrama de malla por etapas para el Ejemplo Ilustrativo 4.1.

Para la construcción del modelo particular a partir del modelo generalizado  $\Phi$ -sd, se declaran los conjuntos y parámetros asociados al Ejemplo Ilustrativo 4.1.

Conjuntos del modelo  $\Phi$ -sd.

$$S = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$K = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$Ke = \{1, 2, 3\}$$

$$S_1 = \{3, 4\}, \quad S_2 = \{2, 4\}, \quad S_3 = \{1, 4\}, \quad S_4 = \emptyset$$

$$SN_1 = \{1, 2\}, \quad SN_2 = \{1, 3\}, \quad SN_3 = \{2, 3\}, \quad SN_4 = \{1, 2, 3, 4\}$$

Parámetros del modelo  $\Phi$ -sd.

$$EMAT = 10$$

$$U_1 = 40; \quad U_2 = 80; \quad U_3 = 120;$$

$$CC_k = 1; \quad k = 1, 2, 3; \quad r = 1; \quad \beta = 1;$$

$$FCp_1 = 95000; \quad FCp_2 = 125000; \quad FCp_3 = 80000; \quad FCp_4 = 100000;$$

$$Ts_1 = 300; \quad Ts_2 = 400; \quad Ts_3 = 600; \quad Ts_4 = 100;$$

$$Toc_1 = 0, \quad Toc_2 = 0, \quad Toc_3 = 0, \quad Toc_4 = 1, \quad To_4 = 500;$$

$$C_1 = 1, \quad C_2 = 1, \quad C_3 = 1, \quad C_4 = -1;$$

Este Ejemplo se presenta con la finalidad de presentar el planteamiento del problema dentro del marco del Modelo generalizado  $\Phi$ -sd presentado, esto es, la construcción del diagrama de malla por etapas mostrado en la Figura 4.2 y la declaración de los conjuntos y los parámetros que se necesitan en el modelo generalizado, para el desarrollo del modelo particular. La solución de este problema se presenta a detalle en el siguiente capítulo.

#### 4.5 Conclusiones

En este capítulo se presentó un modelo para la optimización de redes de intercambio de calor sin división de corrientes. El modelo  $\Phi$ -sd se formula en términos de funciones de costo con términos fraccionales lineales para el área en la función objetivo y restricciones no lineales, en particular, la diferencia media logarítmica de temperatura, la aproximación de Paterson o la aproximación de Chen. Este modelo es versátil, permite generar modelos particulares a partir de él con la declaración de los conjuntos para las corrientes, los equipos y las etapas del diagrama de malla por etapas, tal como se muestra en el ejemplo ilustrativo presentado.

Aunque no se considera la división de corrientes, el problema de diseño óptimo puede tener múltiples soluciones óptimas locales y el modelo  $\Phi$ -sd propuesto es útil para aplicaciones prácticas, dentro de la síntesis y optimización de procesos, como parte de la etapa de diseño preliminar de redes de intercambio de calor. En el siguiente capítulo se presenta la metodología de validación del modelo presentado, además de varios ejemplos ilustrativos.

## CAPÍTULO 5

### METODOLOGÍA PARA LA BÚSQUEDA ALEATORIA DE DISEÑOS ÓPTIMOS LOCALES

#### 5.1 Introducción.

En el capítulo anterior se propuso un modelo matemático para la optimización de redes de intercambio de calor sin división de corrientes. Como ya ha sido mencionado, el problema de diseño óptimo de redes de intercambio de calor puede tener soluciones óptimas locales múltiples y es necesario desarrollar una metodología que permita detectarlas.

En este capítulo se presenta una metodología heurística, para realizar una búsqueda aleatoria de soluciones óptimas locales asociadas al modelo de programación no lineal para la optimización de redes de intercambio de calor presentado; la metodología que se propone se basa en la búsqueda aleatoria sobre la región factible del problema de diseño. El desempeño de los resolvedores empleados para problemas de programación no-lineal tiene una fuerte dependencia en el punto desde el cual el proceso de solución se inicia, por esto, se plantea una estrategia de búsqueda de óptimos basada en el multi-arranque, que consiste en elegir de manera aleatoria el valor inicial de las variables de decisión del problema en diferentes puntos, a partir de los cuales se resuelve el Modelo  $\Phi$ -sd. Además, en este capítulo también se presentan ejemplos ilustrativos donde se muestra la aplicación de la representación y de la metodología propuestas.

#### 5.2 Metodología para la búsqueda de soluciones óptimas locales.

##### 5.2.1 Descripción Breve de la metodología.

La Figura 5.1 presenta un diagrama de flujos con una representación sintética de la metodología de búsqueda aleatoria que se propone en este trabajo. La metodología de búsqueda inicia con la

representación de la topología del problema particular abordado utilizando el diagrama de malla por etapas, para así poder establecer los elementos de los conjuntos que se necesitan para la generación del modelo de optimización asociado. Después se declaran los conjuntos y los parámetros del Modelo  $\Phi$ -sd, y se establece el número de veces que se van a inicializar los valores de todas las variables y que se resolverá el modelo de optimización. En la siguiente etapa se asignan cotas básicas para todas las variables de decisión, basadas en leyes de la termodinámica y después, con base en los conjuntos declarados, se construyen las ecuaciones que formarán el modelo del problema particular que se resuelve. En esta misma etapa, después de que las restricciones son generadas, se calculan cotas numéricas para todas las variables, estas cotas son resultado de modelos de optimización lineales tal como se presenta en el Apéndice 1. La última etapa del algoritmo empieza con la inicialización aleatoria del valor de cada una de las variables para después resolver el modelo matemático y si se encuentra solución, se verifica mediante residuos que la solución sea factible.

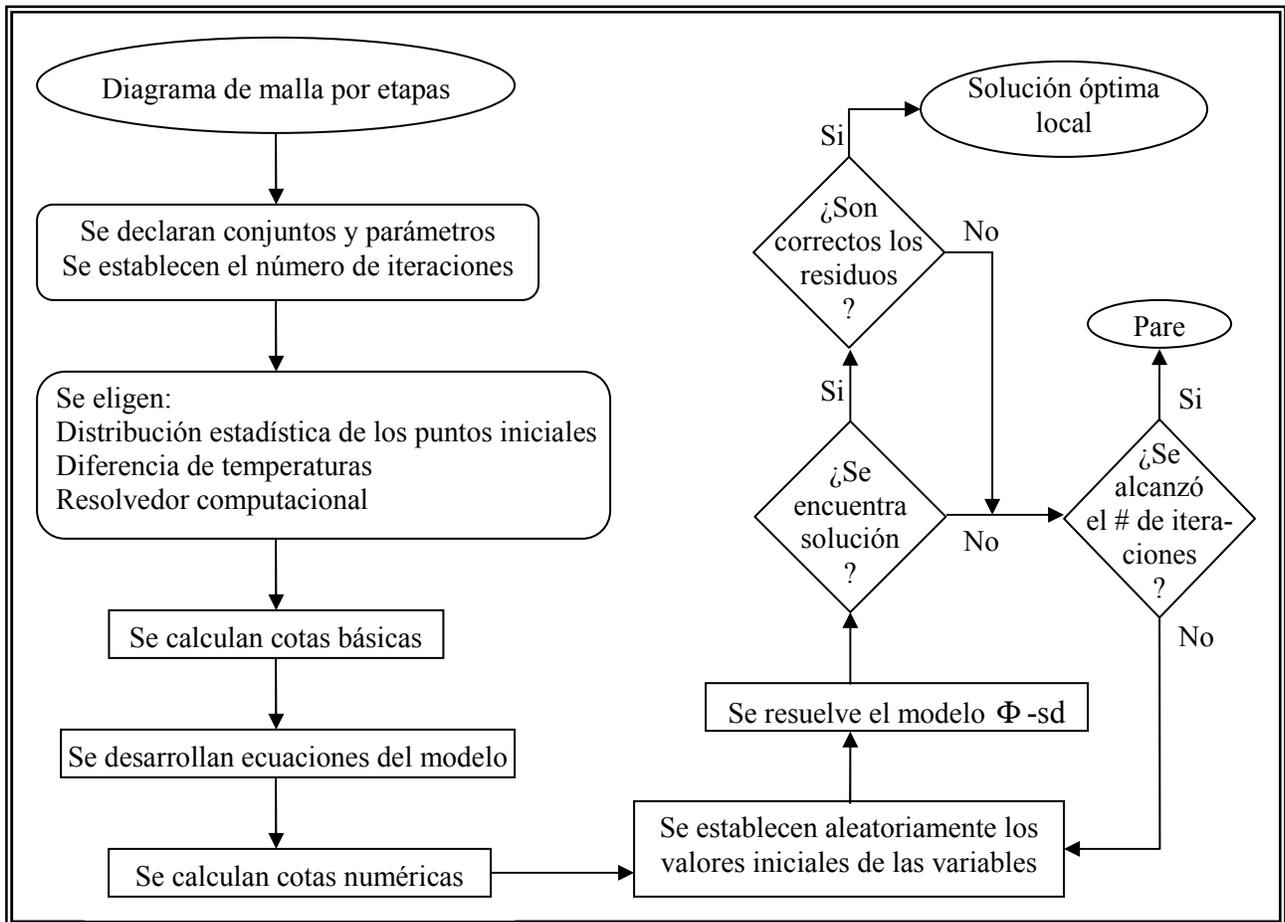


Figura 5.1 Diagrama de flujo que presenta la metodología heurística.

### **5.2.2 Metodología para la búsqueda aleatoria de soluciones óptimas locales del modelo matemático sin división de corrientes.**

Los elementos de la metodología para la búsqueda aleatoria de soluciones óptimas locales del Modelo ( $\Phi$ -sd) se presentan detalladamente en esta sección. Se plantea una estrategia iterativa de búsqueda de óptimos basada en multi-arranque, que consiste en utilizar distribuciones estadísticas para elegir de manera iterativa y aleatoria el valor inicial de las variables de decisión del problema en diferentes puntos, a partir de los cuales se resuelve el Modelo  $\Phi$ -sd.

#### **Metodología para la búsqueda de soluciones óptimas locales del modelo $\Phi$ -sd.**

##### **Inicialización**

- Paso 1. Represente la topología de la red de intercambio de calor, utilizando el diagrama de malla por etapas.
- Paso 2. Especifique los conjuntos y los parámetros del modelo matemático.
- Paso 3. Establezca el número de iteraciones a realizar.
- Paso 4. Elija la diferencia de temperaturas en cada intercambiador de calor (Chen, Paterson, media logarítmica o media aritmética).
- Paso 5. Elija la distribución estadística de los puntos iniciales (Uniforme o Normal).
- Paso 6. Elija el resolvidor computacional (MINOS o CONOPT).
- Paso 7. Calcule cotas básicas para todas las variables.
- Paso 8. Desarrolle las restricciones del modelo.
- Paso 9. Calcule cotas numéricas para todas las variables.

##### **Ciclo iterativo**

- Paso 10. Establezca aleatoriamente los valores iniciales para cada una de las variables, según la distribución estadística elegida.
- Paso 11. Resuelva el modelo.
- Paso 12. Si se encuentra, de acuerdo al resolvidor, solución óptima local, revise todos los residuos de las ecuaciones para verificar si la solución reportada es correcta.
- Paso 13. Si la solución es diferente a las previamente encontradas, se guarda.
- Paso 14. Si el número de iteración es menor que el número máximo de iteraciones, se regresa al paso 10. En caso contrario, pare.

### ***Comentarios***

- 1) En el Paso 4, se presenta la opción de elegir entre la diferencia media logarítmica de temperaturas, la media aritmética, la aproximación de Paterson (1984) o la aproximación de Chen (1987).
- 2) Se manejan dos tipos de distribución estadística a elegir en el Paso 5, Uniforme o Normal.
- 3) Se utilizan y se comparan dos resolvers de programación no lineal: MINOS (Murtagh y Saunders, 1987) y CONOPT (Drud, 1996). Ambos se derivan de aplicar pasos tipo newton a porciones de las condiciones de KKT (Karush-Kuhn-Tucker) para programación no lineal. Su elección se realiza en el Paso 6.
- 4) En el Paso 7, las cotas básicas se calculan con base en la termodinámica, análisis de calor requerido, calor disponible y considerando la diferencia mínima de temperaturas aceptable en ambos lados de cada intercambiador.
- 5) Después de desarrollar las restricciones en el Paso 8, se calculan cotas numéricas en el Paso 9, resolviendo para cada cota de cada variable un problema de optimización, minimizando o maximizando la variable, según sea el caso, sujeto a las restricciones que imponen las ecuaciones convexas del Modelo  $\Phi$ -sd, ecuaciones (2)-(5), (7)-(9).
- 6) En el Paso 10, para asignar los valores iniciales de todas las variables en cada iteración, se parte de una distribución estadística de valores dentro de las cotas inferior y superior de cada una de las variables.

Con el paso 10 se inicia la búsqueda aleatoria de una solución óptima. Los pasos 10 a 13, se ejecutan de manera cíclica hasta que se cumple el número de iteraciones elegidas. Esto hace necesario llevar estadísticas de lo que ocurre en cada iteración, para ello en cada paso 12 se revisa factibilidad y se actualiza un contador para los puntos iniciales que llevaron a soluciones óptimas locales y otro contador para los que no, la suma de ambos debe ser igual al número de iteraciones totales. Además, en el paso 13, se compara la solución actual con las soluciones encontradas en iteraciones anteriores, si es el caso, y se actualizan contadores que nos indican cuantas veces se encontró una misma solución y cuantas soluciones diferentes se encontraron.

El Modelo  $\Phi$ -sd se desarrolló en el ambiente GAMS (por “General Algebraic Modelling System”, GAMS Development Corporation, 1998) de tal manera que permite declarar: i) Todos los conjuntos con base en el diagrama de malla por etapas; ii) Dar los valores de todos los parámetros y iii) Elegir entre diferentes opciones, tal como se establece en la metodología de búsqueda. A continuación se presentan con un poco más de detalle estas opciones.

### 5.2.3 Distribución estadística de los puntos iniciales.

Para asignar los valores iniciales de todas las variables en cada iteración, se parte de una distribución estadística de valores dentro de las cotas inferior y superior de cada una de las variables y dependiendo del tipo de distribución, se elige el valor que tomará la variable al iniciar el proceso de solución. En este trabajo se manejan dos tipos de distribución a elegir:

#### *Distribución probabilística uniforme*

Los puntos iniciales para cada iteración se generan de manera aleatoria mediante una distribución uniforme, dentro de las cotas inferior y superior de cada una de las variables:  $t_{s,k}$ ,  $dth_k$ ,  $dtc_k$ ,  $\Delta T_k$  y  $q_k$ . Por ejemplo, para la variable  $t_{1,1}$ , es equiprobable tomar cualquier valor dentro del intervalo de temperaturas  $[t_{1,1}^L, t_{1,1}^U]$ .

#### *Distribución probabilística normal*

Los puntos iniciales para cada corrida se generan de manera aleatoria mediante una distribución normal para las variables:  $t_{s,k}$ ,  $dth_k$ ,  $dtc_k$ ,  $\Delta T_k$  y  $q_k$ . La distribución normal se caracteriza por una media y una desviación estándar. En este trabajo, después de evaluar el desempeño del algoritmo con diferentes valores para la media y la desviación estándar de cada variable con base en las cotas, se establecieron para las temperaturas, las cargas térmicas y las diferencias de temperatura en cada intercambiador, la media y la desviación estándar iguales al promedio aritmético de sus cotas inferior y superior, esto es, por ejemplo, para las variables de cargas térmicas,  $q_k$ ,  $:(q_k^L + q_k^U)/2$ .

En el caso de las diferencias de temperatura en el lado caliente del intercambiador tenemos que la media y la desviación estándar son iguales a  $(dth_k^L + dth_k^U)/3$  y en el caso de las diferencias de temperatura en el lado frío, son iguales a  $(dth_k^L + dth_k^U)/4$ . Además, para buscar solución al modelo con la media logarítmica en la diferencia de temperaturas, se prevé el caso de que en la inicialización al azar, sean iguales la diferencia del lado caliente y la diferencia del lado frío, por lo que se agrega una condición que evita que esto ocurra, incrementando el valor de la diferencia en el lado frío, sumándole el parámetro EMAT (diferencia mínima de temperatura aceptable en ambos lados de cada intercambiador).

#### **5.2.4 Resolvedor computacional.**

En este trabajo se utilizan y se comparan dos resolvedores de programación no lineal: MINOS (Murtagh y Saunders, 1987) y CONOPT (Drud, 1996). Ambos se derivan de aplicar pasos tipo newton a porciones de las condiciones de KKT (Karush-Kuhn-Tucker) para programación no lineal.

#### **MINOS**

Si las no linealidades están solamente en la función objetivo, aplica un algoritmo de gradiente reducido combinado con un algoritmo quasi-Newton. Si las restricciones tienen no linealidades, aplica un algoritmo de proyección Lagrangiana, entra en un ciclo donde en cada iteración resuelve subproblemas con las restricciones linealizadas y el ciclo se repite hasta que las condiciones de KKT del problema no lineal se satisfacen.

#### **CONOPT**

Entra en la clasificación de métodos de gradiente reducido generalizado, considera el mismo subproblema que MINOS, con la diferencia de que en cada iteración se verifica que las restricciones siempre se satisfagan, ya que se realiza un paso de restauración de restricciones.

### **5.2.5 Cotas básicas.**

#### ***Cotas básicas de temperatura***

La cota superior de temperatura para las corrientes calientes es su temperatura de suministro, para las corrientes frías se fija su cota superior tomando la temperatura de suministro mas alta asociada al conjunto de las corrientes calientes y restándole el EMAT. La cota inferior de temperatura para las corrientes frías es su temperatura de suministro, y para las corrientes calientes, se fija su cota inferior tomando la temperatura de suministro mas baja asociada al conjunto de las corrientes frías y sumándole el EMAT.

#### ***Cotas básicas de cargas térmicas***

La cota inferior se fija en una carga térmica igual a cero. Para establecer la cota superior de las cargas térmicas, se calcula: i) El calor disponible en la corriente caliente; ii) El calor requerido por la corriente fría; iii) El calor que se puede recuperar mediante un análisis de segunda ley de la termodinámica, esto es, el resultado de considerar el mínimo flujo de capacidad calorífica de entre las corrientes que intercambian calor, multiplicado por la temperatura mas alta de la corriente caliente menos la temperatura mas baja de la corriente fría menos el EMAT. La cota superior será entonces el mínimo de las tres cantidades evaluadas en i), ii) y iii) (Zamora y Grossmann, 1997).

#### ***Cotas básicas de la diferencia de temperaturas en los extremos de cada intercambiador***

La cota inferior se fija en el EMAT. La cota superior queda establecida como la diferencia entre la cota superior de temperatura de la corriente caliente menos la cota inferior de temperatura de la corriente fría, referidas al lado que se esté considerando, frío o caliente, del intercambiador.

#### ***Cotas básicas para la diferencia media logarítmica de temperaturas en el intercambiador***

La cota inferior se fija en el EMAT. La cota superior se fija en la media aritmética de las cotas superiores de las diferencias de temperaturas en cada lado del intercambiador.

### 5.2.6 Cálculo de residuos.

Para determinar si la solución obtenida por el resolutor es una solución óptima local es necesario verificar que se cumplen todas las restricciones de diseño para lo cual se calculan los residuos. Cada una de las ecuaciones planteadas en el grupo de restricciones se expresan en forma de restas igualadas a cero, la parte a la derecha del signo igual se pasa a la izquierda y se iguala a cero la ecuación. En seguida, se evalúa cada una de estas ecuaciones reformuladas para los valores de las variables obtenidos en la solución que esta siendo verificada. Dicha evaluación debe dar como resultado cero, si es el caso, la solución es óptima local.

### 5.2.7 Problemas reducidos.

En caso de que una solución sugiera una reducción en topología es necesario plantear un problema reducido del problema original. Eliminar uno o más equipos de la red de intercambio de calor modifica los elementos que conforman a los conjuntos afectando el desarrollo del modelo. Para plantear el problema reducido es necesario replantear el diagrama de malla por etapas, reduciendo el número de etapas como consecuencia de la reducción en el número de equipos. Esto impacta en el conjunto  $K$  de las etapas en la red, en el subconjunto  $Ke$  de los equipos en la red y en los subconjuntos  $S_k$  y  $SN_k$  que especifican que corrientes intercambian calor, o no, en cada etapa. Al modificar estos conjuntos, ya no se plantearan las ecuaciones correspondientes a los equipos que desaparecen y las soluciones corresponderán al problema reducido.

### 5.3 Validación y evaluación del modelo matemático $\Phi$ -sd con búsqueda aleatoria

En esta sección se presentan seis ejemplos ilustrativos. Para el desarrollo de este trabajo se fijó el número de iteraciones en 1000, después de implementar el algoritmo para los ejemplos elegidos este número resultó adecuado, la distribución estadística y el resolvidor se conforman a pares, como se muestra en la Tabla 5.1. Para comparar y determinar si dos soluciones son similares o diferentes se eligen 5 dígitos de precisión sobre el valor óptimo de la función objetivo.

Tabla 5.1. Conformación de pares para resolver el Modelo  $\Phi$ -sd.

<i>Distribución</i>	<i>Resolvidor</i>	<i>No. de iteraciones</i>
Normal	MINOS	1000
Normal	CONOPT	1000
Uniforme	MINOS	1000
Uniforme	CONOPT	1000
		<i>Total = 4000</i>

#### 5.3.1 Ejemplo Ilustrativo 5.1 (Boas, 1963; Castellanos, 1981).

Considere la optimización de la red de intercambio de calor que se muestra en la Figura 5.2. La información de las corrientes, los coeficientes globales de transferencia de calor y la información de costos para este ejemplo están dados en la Tabla 5.2. Se resuelve con la diferencia media logarítmica de temperaturas.

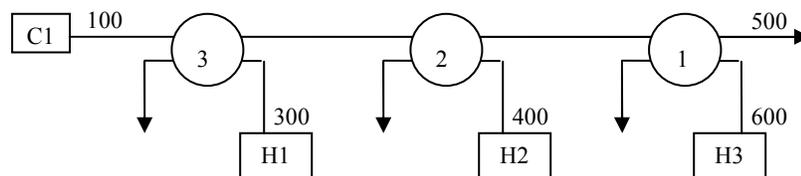


Figura 5.2. Red de intercambio de calor del Ejemplo Ilustrativo 5.1.

Tabla 5.2. Datos del Ejemplo Ilustrativo 5.1 (Boas, 1963; Castellanos, 1981).

Corriente	$T_{in} (^{\circ}F)$	$T_{out} (^{\circ}F)$	$\hat{FC}_p$ (BTU/ hr $^{\circ}F$ )
H1	300	---	95,000
H2	400	---	125,000
H3	600	---	80,000
C1	100	500	100,000
Costo de los intercambiadores (\$/año) = 1 [ $A_1$ (ft <sup>2</sup> )]			
$U_1= 40$ ; $U_2= 80$ ; $U_3 = 120$ ; $U[=]$ BTU/(hr ft <sup>2</sup> $^{\circ}F$ )			

**Inicialización**

Paso 1. Al representar la topología de la red utilizando el diagrama de malla por etapas, se obtiene la Figura 5.3. Se dibujan las líneas punteadas que corresponden a 4 etapas, ya que la red cuenta con tres equipos de intercambio de calor. Se coloca un equipo en cada etapa y se numeran las corrientes.

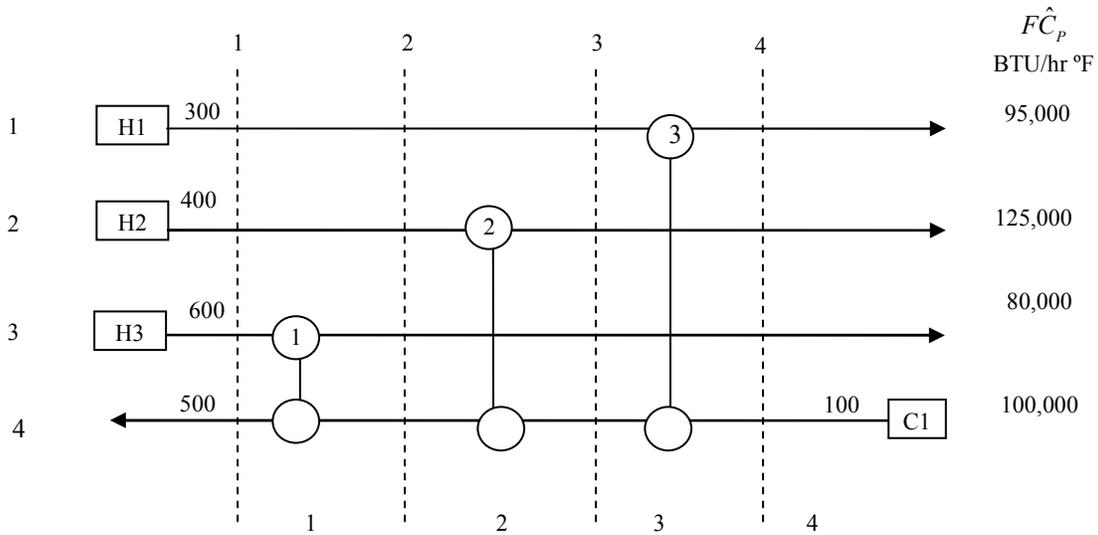


Figura 5.3. Diagrama de malla por etapas para el Ejemplo Ilustrativo 5.1.

Paso 2.

Se declaran los conjuntos y parámetros asociados al problema particular.

Conjuntos del modelo  $\Phi$ -sd.

$$S = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$K = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$Ke = \{1, 2, 3\}$$

$$S_1 = \{3, 4\}, \quad S_2 = \{2, 4\}, \quad S_3 = \{1, 4\}, \quad S_4 = \emptyset$$

$$SN_1 = \{1, 2\}, \quad SN_2 = \{1, 3\}, \quad SN_3 = \{2, 3\}, \quad SN_4 = \{1, 2, 3, 4\}$$

Parámetros del modelo  $\Phi$ -sd.

$$EMAT = 10$$

$$U_1 = 40; \quad U_2 = 80; \quad U_3 = 120;$$

$$CC_k = 1; \quad k = 1, 2, 3; \quad r = 1; \quad \beta = 1;$$

$$FCp_1 = 95000; \quad FCp_2 = 125000; \quad FCp_3 = 80000; \quad FCp_4 = 100000;$$

$$Ts_1 = 300; \quad Ts_2 = 400; \quad Ts_3 = 600; \quad Ts_4 = 100;$$

$$Toc_1 = 0, \quad Toc_2 = 0, \quad Toc_3 = 0, \quad Toc_4 = 1, \quad To_4 = 500;$$

$$C_1 = 1, \quad C_2 = 1, \quad C_3 = 1, \quad C_4 = -1;$$

Enseguida debemos elegir las diferentes opciones, para este problema se modela con la diferencia media logarítmica de temperaturas. Los pasos siguientes de la metodología quedan implícitos con sólo declarar lo anterior en GAMS.

### **Resultados**

Para este problema se encontraron 3 soluciones óptimas locales del modelo  $\Phi$ -sd, que se presentan a continuación en las Figuras 5.4, 5.5 y 5.6, acompañadas de su respectiva tabla de información técnica para cada equipo de intercambio, Tablas 5.3, 5.4 y 5.5. En este problema con tres corrientes calientes y una corriente fría y sin ningún servicio auxiliar, el mejor diseño óptimo local tiene un costo total de \$ 8,318.45 /año y se muestra en la Figura 5.4.

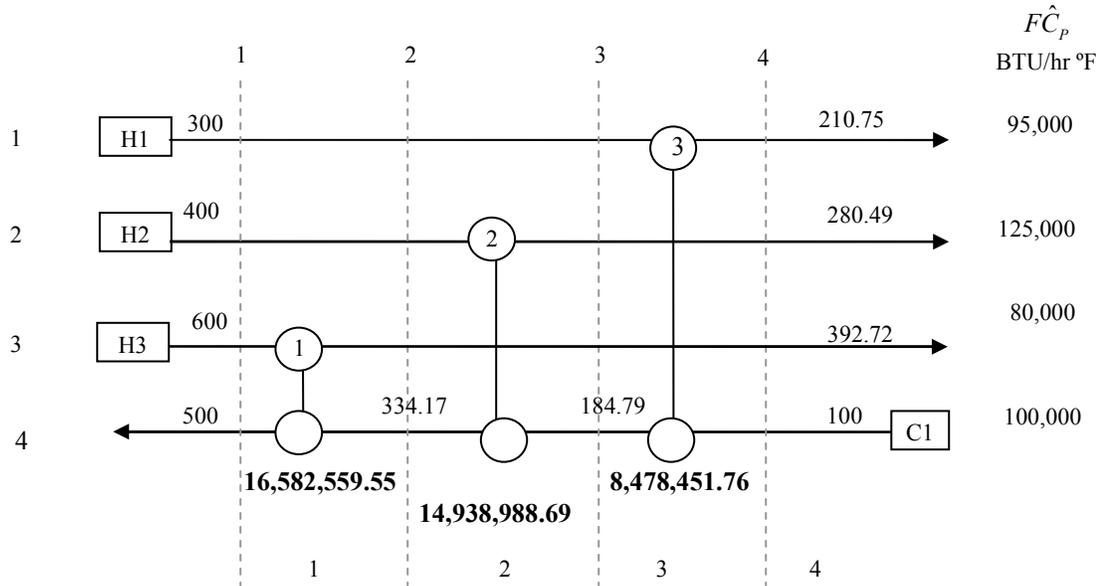


Figura 5.4. Primer diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 5.1 con un costo de \$ 8,318.45 /año.

En la Figura 5.4, se observan resaltadas en negrita, las cargas térmicas de los equipos de intercambio de calor y en los puntos intermedios del diagrama se observan las temperaturas correspondientes. Nótese que el calor que es requerido por la corriente 4, igual a  $4 \times 10^7$  BTU/hr, se le suministra en los tres equipos.

Tabla 5.3. Información técnica de cada intercambiador del primer diseño óptimo local, mostrado en la Figura 5.4, con un costo total de \$ 8,318.45 /año.

<i>Equipo</i>	<i>Q (BTU/hr)</i>	<i>ΔT (°F)</i>	<i>Área (ft<sup>2</sup>)</i>
<b>1</b>	16,582,559.55	77.43	5353.98
<b>2</b>	14,938,988.69	79.84	2339.04
<b>3</b>	8,478,451.76	112.97	625.43
			<b>8,318.45</b>

En la Tabla 5.3, se anota solamente el área de cada intercambiador, ya que el coeficiente de costo es igual a 1. Por lo tanto el área total coincide con el costo total. Se tiene una situación similar en la información contenida en las Tablas 5.4 y 5.5.

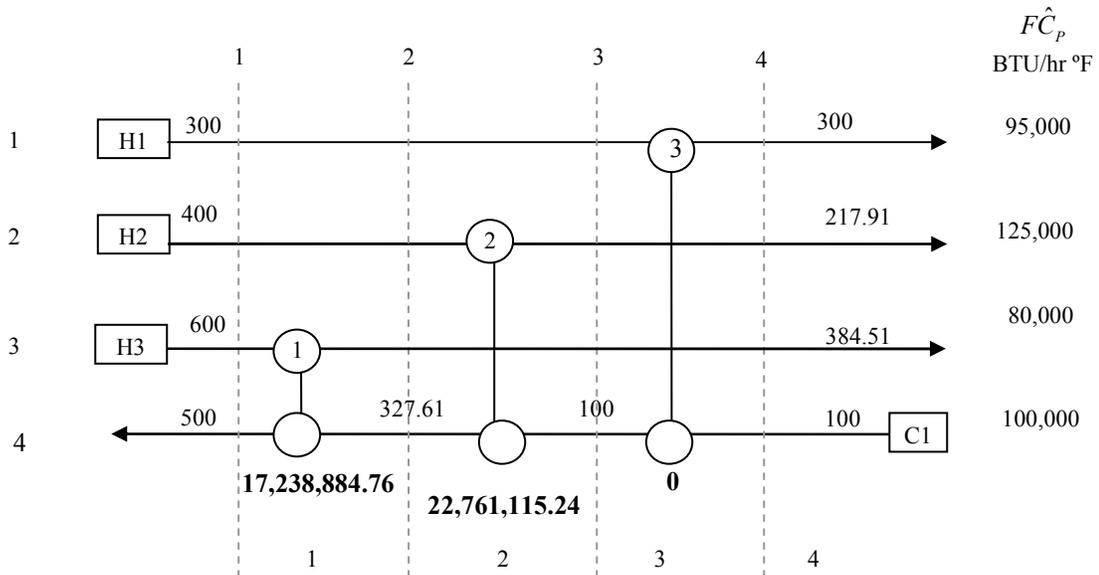


Figura 5.5. Segundo diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 5.1 con un costo de \$ 8,687.55 /año.

La Figura 5.5 muestra el segundo diseño óptimo local determinado para el Modelo  $\Phi$ -sd para este problema particular, con un costo total de \$ 8,687.55 /año. Nótese que para esta solución óptima local se sugiere la eliminación del equipo de intercambio colocado en la etapa 3; entonces la cantidad de calor requerida por la corriente 4 se distribuye en los dos equipos restantes. Por lo tanto, la segunda solución obtenida sugiere cambios en la topología original del problema. Este tipo de soluciones presenta complicaciones numéricas debidas a la diferencia media logarítmica de temperaturas que sí esta definida para el equipo en la etapa 3 por su existencia en la topología pre-establecida.

Tabla 5.4. Información técnica de cada intercambiador del segundo diseño óptimo local, mostrado en la Figura 5.5, con un costo total de \$ 8,687.55 /año.

Equipo	$Q$ (BTU/hr)	$\Delta T$ ( $^{\circ}F$ )	Área ( $ft^2$ )
1	17,238,884.76	76.44	5638.28
2	22,761,115.24	93.31	3049.27
3	0	---	0
			8,687.55

La diferencia media logarítmica de temperaturas en cada intercambiador que corresponde a la ecuación (6) del Modelo  $\Phi$ -sd, origina complicaciones numéricas para el caso en el que alguna solución encontrada sugiera eliminar equipos. La segunda solución óptima encontrada, mostrada en la Figura 5.5, sugiere eliminar el equipo de la etapa 3, se tiene entonces que las diferencias de temperatura en ambos lados de dicho intercambiador serían iguales a 200 °F, por lo que la ecuación (6) se indetermina. Por ello, se plantea un problema reducido, eliminando el equipo que sugiere la solución y se realizan nuevas corridas que corroboraron la solución mostrada en la Figura 5.5.

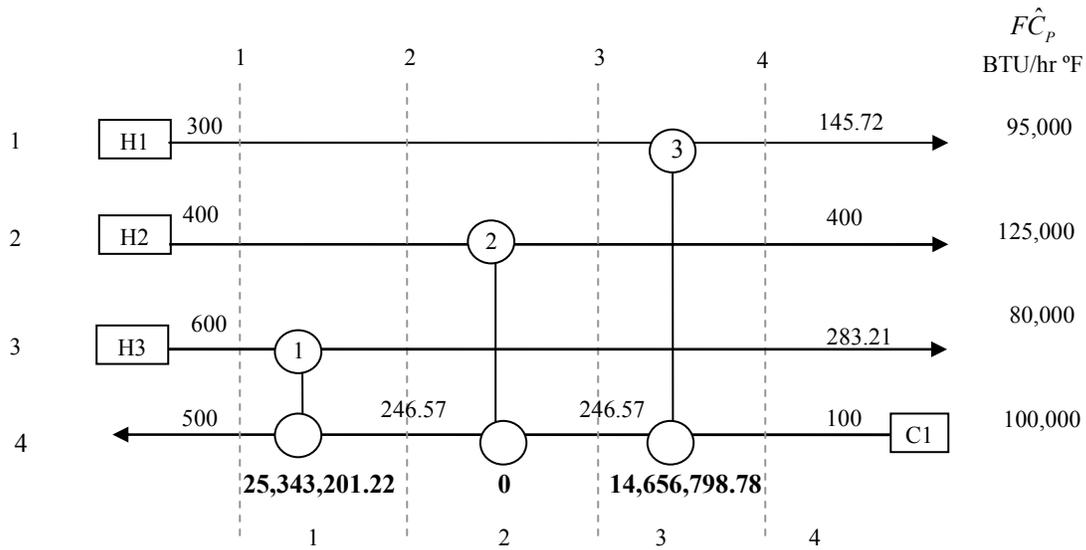


Figura 5.6. Tercer diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 5.1 con un costo de \$ 12,508.48 /año.

Tabla 5.5. Información técnica de cada intercambiador del tercer diseño óptimo local, mostrado en la Figura 5.6, con un costo total de \$ 12,508.48 /año.

Equipo	$Q$ (BTU/hr)	$\Delta T$ (°F)	Área (ft <sup>2</sup> )
1	25,343,201.22	63.11	10039.5
2	0	---	0
3	14,656,798.78	49.48	2468.98
			12,508.48

La Figura 5.6 muestra el tercer diseño óptimo local con un costo total de \$ 12,508.48 /año; para esta solución óptima local se sugiere la eliminación del equipo de intercambio colocado en la etapa 2. En esta solución óptima local también se sugieren cambios en la topología, se sigue el mismo procedimiento para corroborar la solución que en el caso anterior.

Los resolvedores tienen desempeños diferentes. Para MINOS, los tres diseños óptimos locales reportados se obtuvieron con la distribución normal y con la distribución uniforme solo los dos primeros óptimos locales; aunque la combinación, resolvedor MINOS con distribución uniforme, fue la que obtuvo el mayor número de puntos factibles, 560. Para CONOPT, con la distribución normal sólo se encontraron los dos primeros óptimos locales y con la distribución uniforme solo se encontró el primero. Además, muy pocas veces se encontraron la segunda y la tercera soluciones óptimas locales. Esto resultados se resumen en la Tabla 5.6.

Tabla 5.6. Estadísticas de los resolvedores para la solución del Ejemplo Ilustrativo 5.1.

<i>Resolvedor</i>	<i>Distribución</i>	<i>Factibles (%)</i>	<i>\$8318.45/año (%)</i>	<i>\$8687.55/año (%)</i>	<i>\$12508.48/año (%)</i>
MINOS	Normal	32.4	99.07	0.62	0.31
	Uniforme	56.0	99.64	0.36	0
CONOPT	Normal	22.1	99.55	0.45	0
	Uniforme	26.1	100	0	0

Los diseños óptimos mostrados fueron reportados después de revisar todos los residuos. El primer diseño óptimo local, ver Figura 5.4, es el que se reporta como el de menor costo en los trabajos de Boas (1963) y Castellanos (1981), con nuestra metodología se reproduce el mejor óptimo local encontrado. Es importante destacar que en los óptimos locales 2 y 3 los resultados sugieren que se eliminen equipos, esto es una ventaja de la propuesta, ya que además de optimizar sobre las variables continuas del problema, los resultados sugieren, en este Ejemplo Ilustrativo, explorar posibles reducciones en la topología.

**5.3.2 Ejemplo Ilustrativo 5.2 (Quesada y Grossmann, 1993).**

Considere la optimización de la red de intercambio de calor que se muestra en la Figura 5.7. La información de las corrientes, los coeficientes de transferencia de calor y la información de costos para este ejemplo están dados en la Tabla 5.7. La diferencia media logarítmica de temperaturas se aproxima con la media aritmética. El objetivo es minimizar el área.

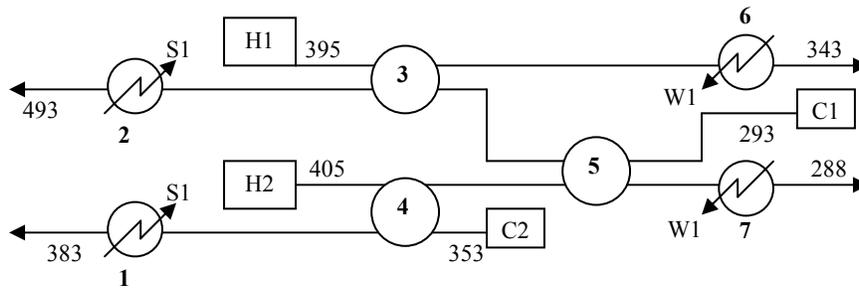


Figura 5.7. Red de intercambio de calor del Ejemplo Ilustrativo 5.2.

Tabla 5.7. Datos del Ejemplo Ilustrativo 5.2 (Quesada y Grossmann, 1993).

Corriente	$T_{in}$ (K)	$T_{out}$ (K)	$F\hat{C}_p$ (kW K <sup>-1</sup> )	$h$ (kW m <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> )	Costo (\$ kW yr <sup>-1</sup> )
H1	395	343	4	2.0	---
H2	405	288	6	0.2	---
C1	293	493	5	2.0	---
C2	353	383	10	0.2	---
S1	520	520	---	2.0	80
W1	278	288	---	2.0	20

**Inicialización**

Paso 1. Al representar la topología de la red utilizando el diagrama de malla por etapas, se obtiene la Figura 5.8. Se dibujan las líneas punteadas que corresponden a 8 etapas, ya que la red cuenta con siete equipos de intercambio de calor. Se coloca un equipo en cada etapa y se numeran las corrientes.

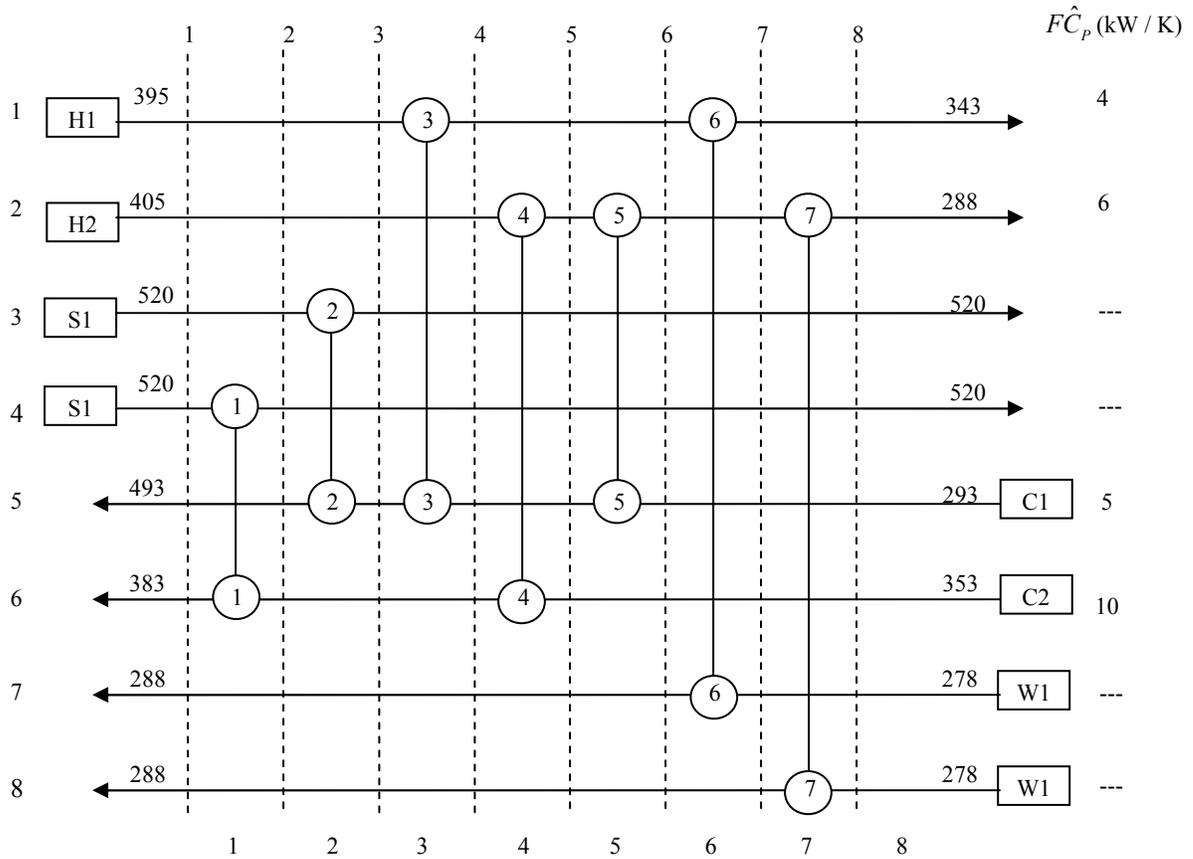


Figura 5.8 Diagrama de malla por etapas para el Ejemplo Ilustrativo 5.2.

Siguiendo con la metodología y con base en la Figura 5.8, se definen los conjuntos y parámetros. Para este problema en particular el objetivo es minimizar el área, entonces para que la función objetivo sea una función sólo de área, sin incluir costos, se definen así los parámetros involucrados:

$$CC_k = 1; \quad CF_k = 0; \quad CU_k = 0; \quad r = 1; \quad \beta = 1;$$

Enseguida debemos elegir las diferentes opciones, la diferencia de temperaturas se modela con la media aritmética. Los pasos siguientes de la metodología quedan implícitos con sólo declarar lo anterior en GAMS.

**Resultados**

Para este problema se encontró solamente una solución óptima local con un área total de intercambio de 245.57 m<sup>2</sup>, la cual se presenta a continuación en la Figura 5.9, acompañada de su tabla de información técnica para cada equipo de intercambio, Tabla 5.8.

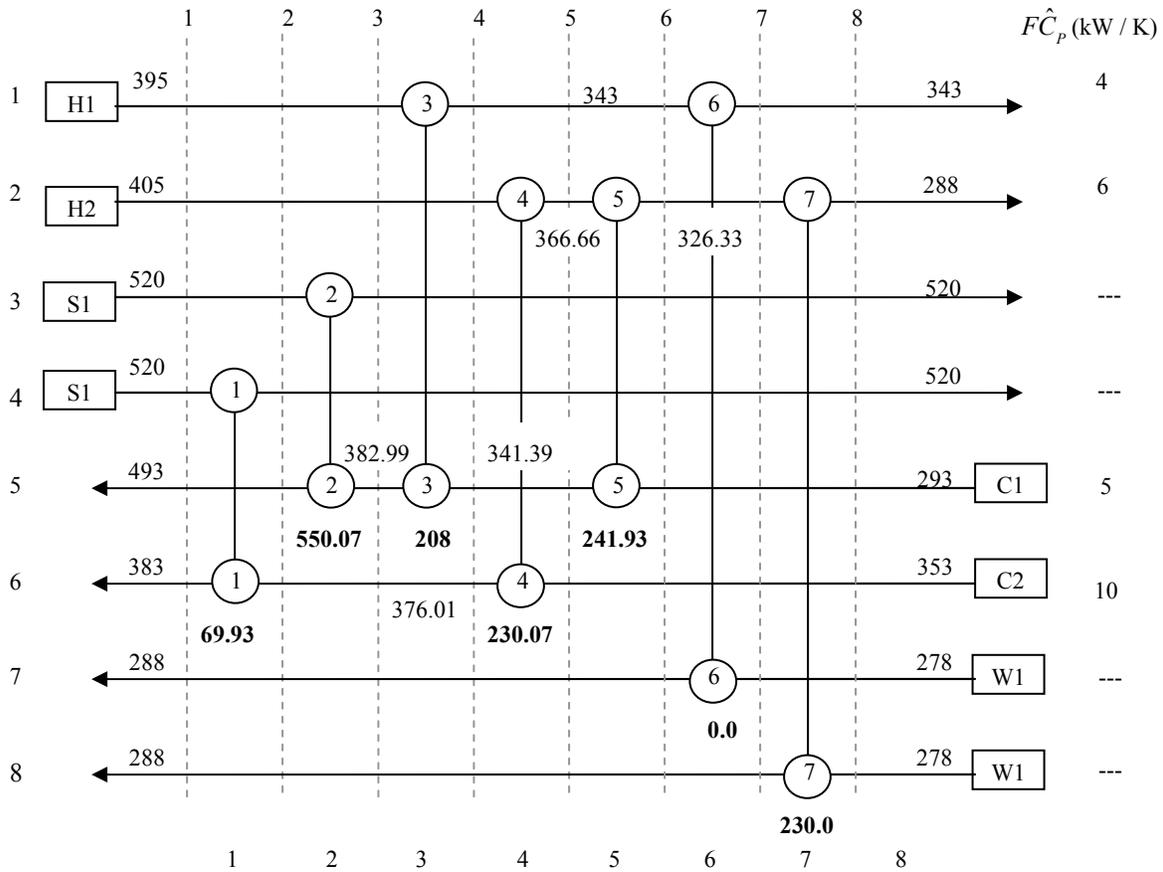


Figura 5.9 Diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 5.2 con un área total de 245.57 m<sup>2</sup>.

Nótese que para esta solución óptima local, se sugiere la eliminación del equipo de intercambio colocado en la etapa 6; la solución obtenida sugiere cambios en la topología original del problema. Esta solución no presentó complicaciones numéricas debido a que la diferencia media logarítmica de temperaturas se aproximó con la diferencia media aritmética de temperaturas. Además, el intercambio ocurre con un servicio auxiliar de enfriamiento.

Tabla 5.8 Información técnica de cada intercambiador del diseño óptimo local, mostrado en la Figura 5.9, con un área total de 245.57 m<sup>2</sup>.

<i>Equipo</i>	<i>Q (kW)</i>	<i>ΔT (K)</i>	<i>Área (m<sup>2</sup>)</i>
<b>1</b>	69.93	140.5	2.73
<b>2</b>	550.07	82.01	6.70
<b>3</b>	208.0	6.81	30.57
<b>4</b>	230.07	21.33	107.89
<b>5</b>	241.93	29.3	45.39
<b>6</b>	0.0	60	0.0
<b>7</b>	230.0	24.17	52.29
			245.57

Los resolvidores tienen desempeños diferentes. Como solo se encuentra una solución, la diferencia radica en los puntos que resultaron factibles. Para CONOPT, con ambas distribuciones, el 100 % de las corridas fueron factibles. Esto se muestra en la Tabla 5.9.

Tabla 5.9. Estadísticas de los resolvidores para la solución del Ejemplo Ilustrativo 5.2.

	<i>Distribución</i>	<i>Factibles (%)</i>	<i>Infactibles (%)</i>
MINOS	Normal	64.2	35.8
	Uniforme	68.1	31.9
CONOPT	Normal	100	0
	Uniforme	100	0

El diseño óptimo mostrado fue reportado después de revisar todos los residuos, es el que se reporta como el mejor en el trabajo de Quesada y Grossmann (1993) y en éste diseño se sugiere la eliminación del equipo 6. Así como en el ejemplo anterior, los resultados sugieren explorar posibles reducciones en la topología.

### 5.3.3 Ejemplo Ilustrativo 5.3 (Briones y Kokossis, 1999).

Considere la optimización de la red de intercambio de calor que se muestra en la Figura 5.10. La información de las corrientes, los coeficientes de transferencia de calor y la información de costos

para este ejemplo están dados en la Tabla 5.10. La diferencia media logarítmica de temperaturas se modela con la aproximación de Paterson (1984).

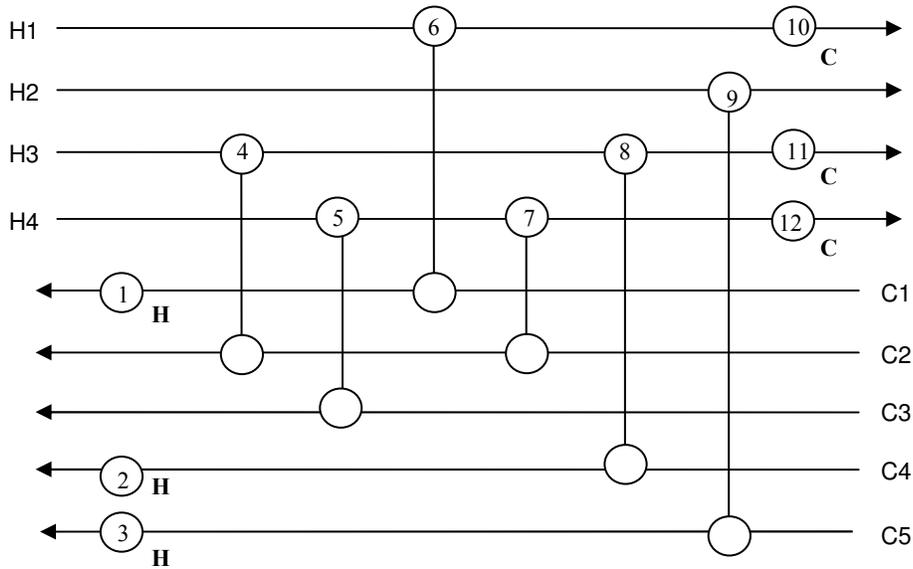


Figura 5.10. Red de intercambio de calor para el Ejemplo Ilustrativo 5.3.

Tabla 5.10. Datos del Ejemplo Ilustrativo 5.3 (Briones y Kokossis, 1999).

Corriente	$T_{in}$ (°C)	$T_{out}$ (°C)	$F\hat{C}_p$ (kW/°C)	$h$ (kW/°C m <sup>2</sup> )
H1	327	40	100	0.50
H2	220	160	160	0.40
H3	220	60	60	0.14
H4	160	45	400	0.30
C1	100	300	100	0.35
C2	35	164	70	0.70
C3	85	138	350	0.50
C4	60	170	60	0.14
C5	140	300	200	0.60
HU	330	250	---	0.50
CU	15	30	---	0.50

Costo por intercambiador: \$/año = 10000 + 350(Área); costo del aceite caliente = \$60/kW/año; costo del agua de enfriamiento = \$6/kW/año; tasa de interés = 0%; vida = 5 años.

En la Figura 5.11 se presenta el diseño óptimo reportado en el trabajo de Briones y Kokossis (1999); ellos citan un óptimo con un costo total de \$ 2, 980, 000.00 /año.

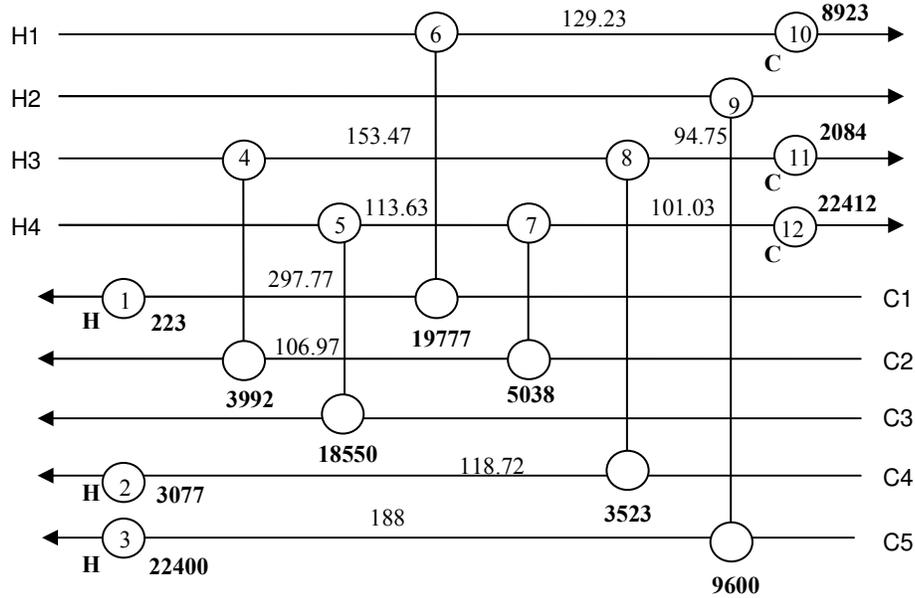


Figura 5.11 Diseño óptimo reportado por Briones y Kokossis (1999) para la configuración mostrada en la Figura 5.10, con un costo total de \$ 2, 980, 000.00 /año.

Si la solución óptima presentada en el artículo (Figura 5.11) tomará en cuenta el aceite como servicio auxiliar de calentamiento, en el lado frío del intercambiador 1 se violaría la termodinámica (Figura 5.12), siendo la temperatura de la corriente fría, C1, mayor que la temperatura de la corriente caliente, A1. Por ello para los datos presentados, la configuración del artículo es infactible, o bien, los datos son incorrectos.

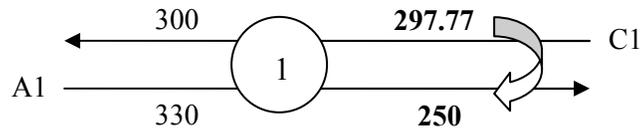


Figura 5.12. Infactibilidad en el intercambiador 1 para la solución óptima presentada por Briones y Kokossis (1999).

**Solución**

**Inicialización**

Paso 1. Al representar la topología de la red mostrada en la Figura 5.10 utilizando el diagrama de malla por etapas, se obtiene la Figura 5.13.

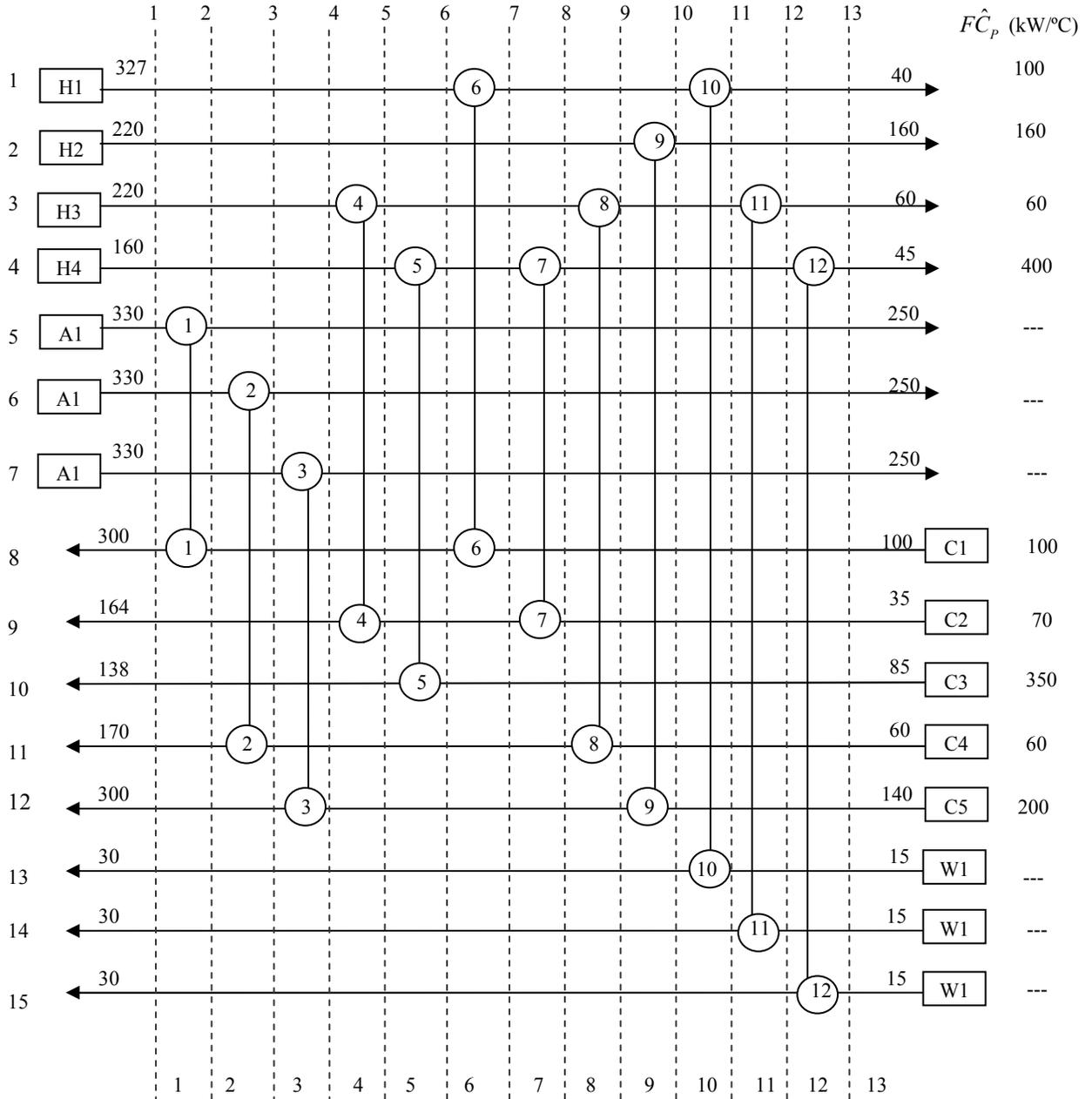


Figura 5.13 Diagrama de malla por etapas para el Ejemplo Ilustrativo 5.3.

Paso 2.

Se declaran los conjuntos y parámetros asociados al problema particular. La diferencia de temperaturas se modela con la aproximación de Paterson (1984). Los pasos siguientes de la metodología quedan implícitos con sólo declarar lo anterior en GAMS.

**Resultados**

Se encontró solamente un diseño óptimo local con un costo total de \$ 3, 347, 436.97 /año, el cual se presenta a continuación en la Figura 5.14, acompañado de su tabla de información técnica para cada equipo de intercambio, Tabla 5.11.

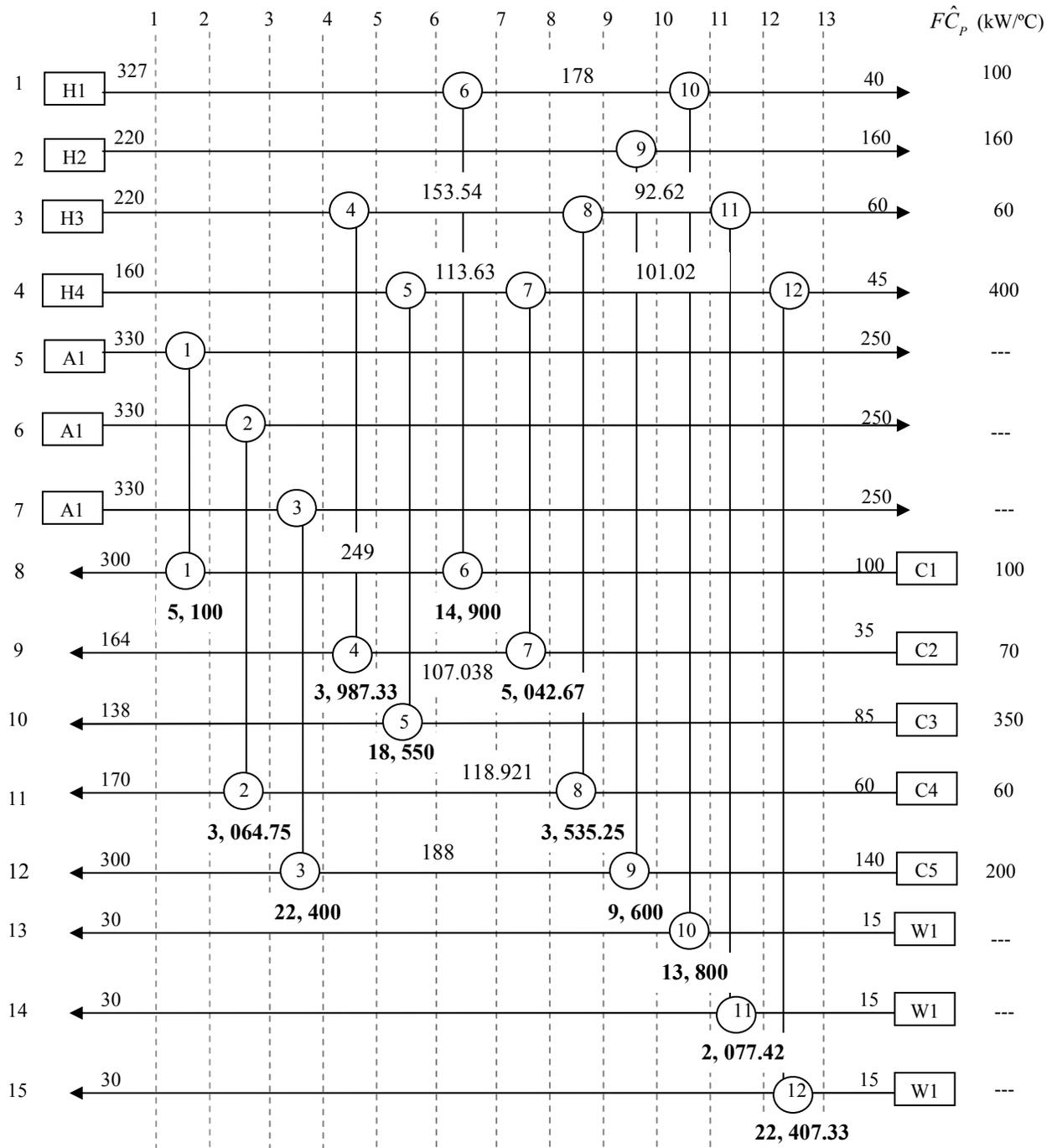


Figura 5.14 Diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 5.3. Costo: \$ 3, 347, 436.97 /año

Tabla 5.11. Información técnica y económica de cada intercambiador para el diseño óptimo local mostrado en la Figura 5.14, con un costo total de \$ 3, 347, 436.97 /año

<i>Equipo</i>	<i>Q (kW)</i>	<i>ΔT (K)</i>	<i>Área (m<sup>2</sup>)</i>	<i>Costo Capital (\$ /año)</i>	<i>Costo Servicios (\$ /año)</i>
<b>1</b>	5,100	2809.141	8.818	198639.87	306000
<b>2</b>	3,064.75	193.166	145.06	15521.62	183885.24
<b>3</b>	22,400	1863.061	44.085	132414.27	1344000
<b>4</b>	3,987.33	668.746	51.106	48812.22	
<b>5</b>	18,550	3931.014	25.167	277170.98	
<b>6</b>	14,900	927.839	78	66948.73	
<b>7</b>	5,042.67	923.46	26.003	66642.2	
<b>8</b>	3,535.25	1458.639	34.624	104104.73	
<b>9</b>	9,600	1566.652	25.532	111665.64	
<b>10</b>	13,800	795.56	69.385	57689.2	82800
<b>11</b>	2,077.42	350.295	54.222	26520.65	12464.544
<b>12</b>	22,407.33	2510.187	47.608	177713.09	134443.986
			17, 997.76	1,283,843.20	2,063,593.77

En la Tabla 5.12 se muestra que la diferencia en el desempeño de los resolvers radica en los puntos que resultaron factibles. Para CONOPT, con ambas distribuciones, el 100 % de las corridas fueron factibles.

Tabla 5.12. Estadísticas de los resolvers para la solución del Ejemplo Ilustrativo 5.3.

	<i>Distribución</i>	<i>Factibles (%)</i>	<i>Infactibles (%)</i>
MINOS	Normal	91	9
	Uniforme	95	5
CONOPT	Normal	100	0
	Uniforme	100	0

El diseño óptimo mostrado fue reportado después de revisar todos los residuos. Con nuestra metodología se reproduce la solución óptima del artículo (Figura 5.11), sólo si se modela el servicio auxiliar de calentamiento como vapor saturado y si se considera el costo de dicho vapor igual al costo del aceite reportado en la Tabla 5.10. Si se consideran los datos tal como se dan, esto es, utilizando aceite como servicio, se encuentra el diseño óptimo que se muestra en la Figura 5.14.

**5.3.4 Ejemplo Ilustrativo 5.4 (Ahmad, 1985; Briones y Kokossis, 1999).**

Considere la optimización de la red de intercambio de calor que se muestra en la Figura 5.15. La información de las corrientes y los coeficientes de transferencia de calor están dados en la Tabla 5.13. Se modela con la aproximación de Paterson (1984).

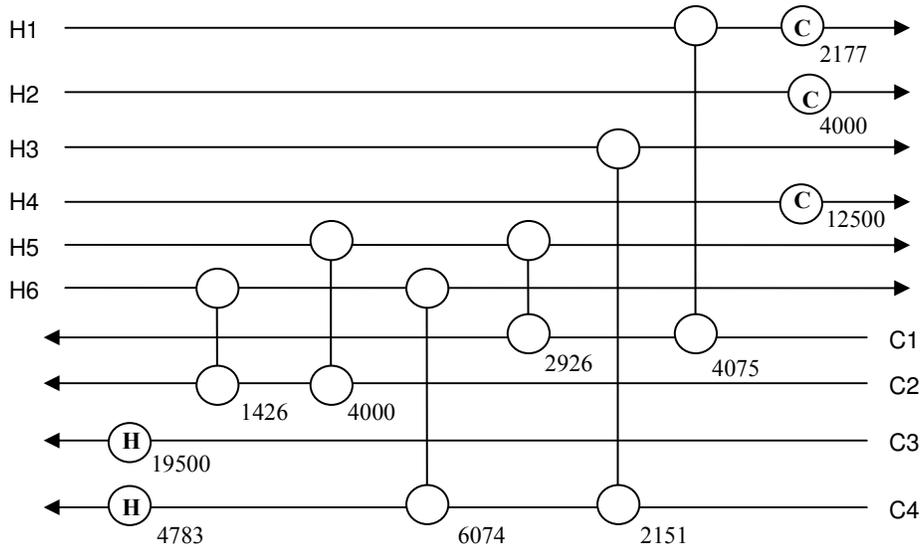


Figura 5.15. Red de intercambio de calor con valores iniciales, para la distribución de cargas térmicas, tomados de Briones y Kokossis (1999) para el Ejemplo Ilustrativo 5.4.

Tabla 5.13. Datos del Ejemplo Ilustrativo 5.4 (Briones y Kokossis, 1999; Ahmad, 1985).

Corriente	$T_{in} (^{\circ}C)$	$T_{out} (^{\circ}C)$	$F\hat{C}_p$ (kW/ $^{\circ}C$ )	$h$ (kW/ $^{\circ}C$ m <sup>2</sup> )
H1	85	45	156.3	0.05
H2	120	40	50	0.05
H3	125	35	23.9	0.05
H4	56	46	1250	0.05
H5	90	85	1500	0.05
H6	225	75	50	0.05
C1	40	55	466.7	0.05
C2	55	65	600	0.05
C3	65	165	195	0.05
C4	10	170	81.3	0.05
HU	201	200	---	0.05
CU	15	25	---	0.05

Información de costos para este ejemplo:

Costo por intercambiador: \$ = 300 (área); Costo del vapor = \$100/kW/año; Costo del agua de enfriamiento = \$15/kW/año; tasa de interés = 0%; vida = 5 años; t operación= 8000 h/año.

**Inicialización**

Paso 1. Al representar la topología de la red, mostrada en la Figura 5.15, utilizando el diagrama de malla por etapas, se obtiene la Figura 5.16.

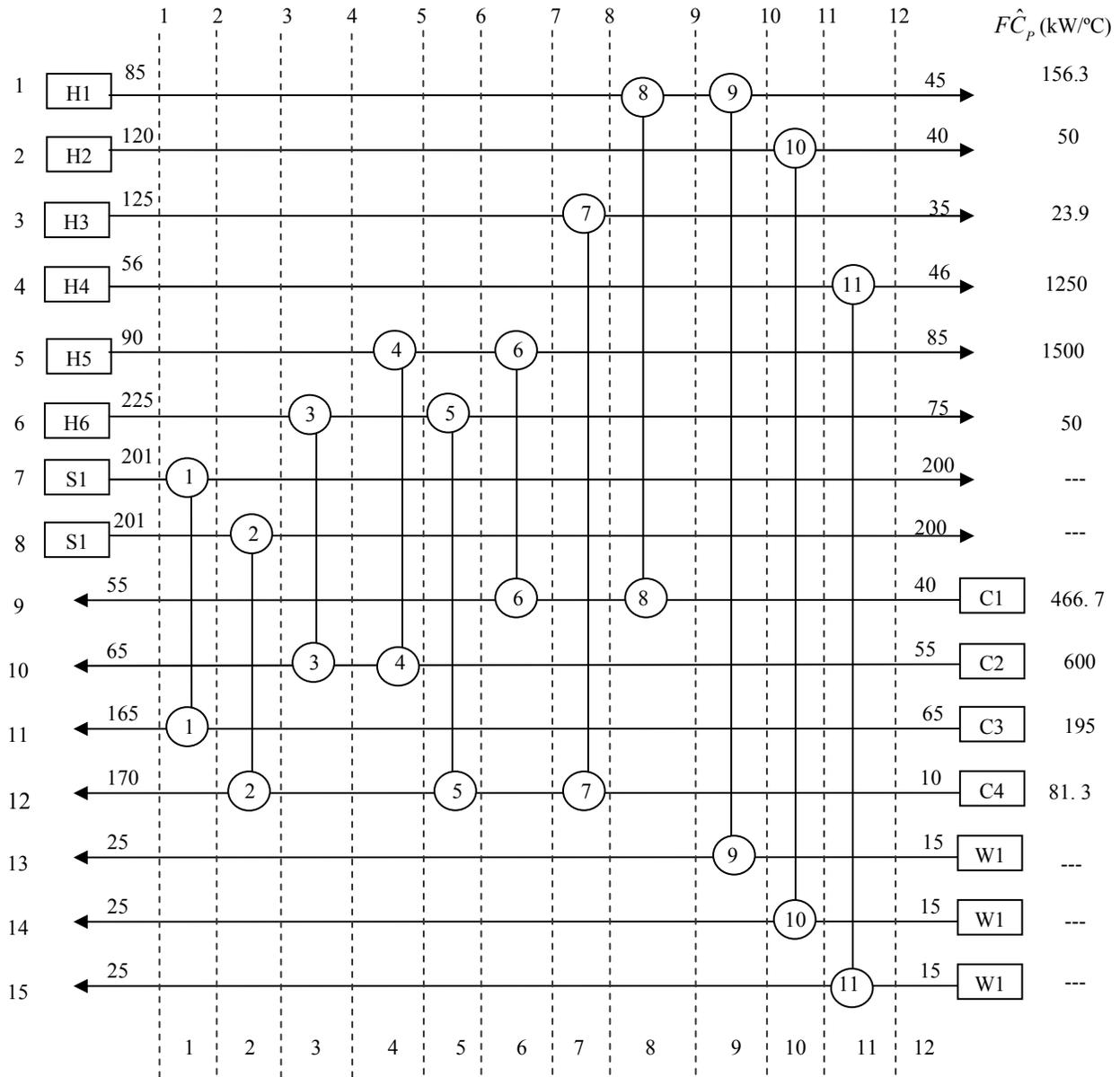


Figura 5.16 Diagrama de malla por etapas para el Ejemplo Ilustrativo 5.4.

Paso 2.

Se declaran los conjuntos y parámetros asociados al problema particular. La diferencia de temperaturas se modela con la aproximación de Paterson. Los pasos siguientes de la metodología quedan implícitos con sólo declarar lo anterior en GAMS.

**Resultados**

Para este problema se encontró solamente una solución óptima local del modelo  $\Phi$ -sd, que se presenta en la Figura 5.17, con un costo total de \$ 6, 173, 125.87 /año; acompañada de su respectiva tabla de información técnica y económica para cada equipo de intercambio, Tabla 5.14, que se presenta a continuación.

Tabla 5.14. Información técnica y económica de cada intercambiador para el diseño óptimo local mostrado en la Figura 5.17, con un costo total de \$ 6, 173, 125.87 /año

<i>Equipo</i>	<i>Q (kW)</i>	$\Delta T$ (K)	<i>Área (m<sup>2</sup>)</i>	<i>Costo Capital (\$ /año)</i>	<i>Costo Servicios (\$ /año)</i>
<b>1</b>	19500	74.98	10403.36	624201.42	1950000.00
<b>2</b>	4787.435	54.98	3483.29	208997.34	478743.50
<b>3</b>	1430.435	146.50	390.57	23434.26	
<b>4</b>	4569.565	29.61	6172.98	370378.86	
<b>5</b>	6069.565	58.86	4124.96	247497.36	
<b>6</b>	2930.435	34.07	3440.43	206425.62	
<b>7</b>	2151	50.30	1710.90	102653.82	
<b>8</b>	4070.065	26.69	6099.52	365971.02	
<b>9</b>	2181.935	31.94	2732.62	163957.38	32729.03
<b>10</b>	4000	52.49	3048.24	182894.34	60000.00
<b>11</b>	12500	31.00	16129.03	967741.92	187500.00
			57,735.89	3,464,153.34	2,708,972.53

El diseño óptimo mostrado fue reportado después de revisar todos los residuos, es igual al que se encuentra reportado en el trabajo de Briones y Kokossis; los resolvers tienen el mismo desempeño. Para ambos resolvers, con ambas distribuciones, el 100 % de las corridas fueron factibles.

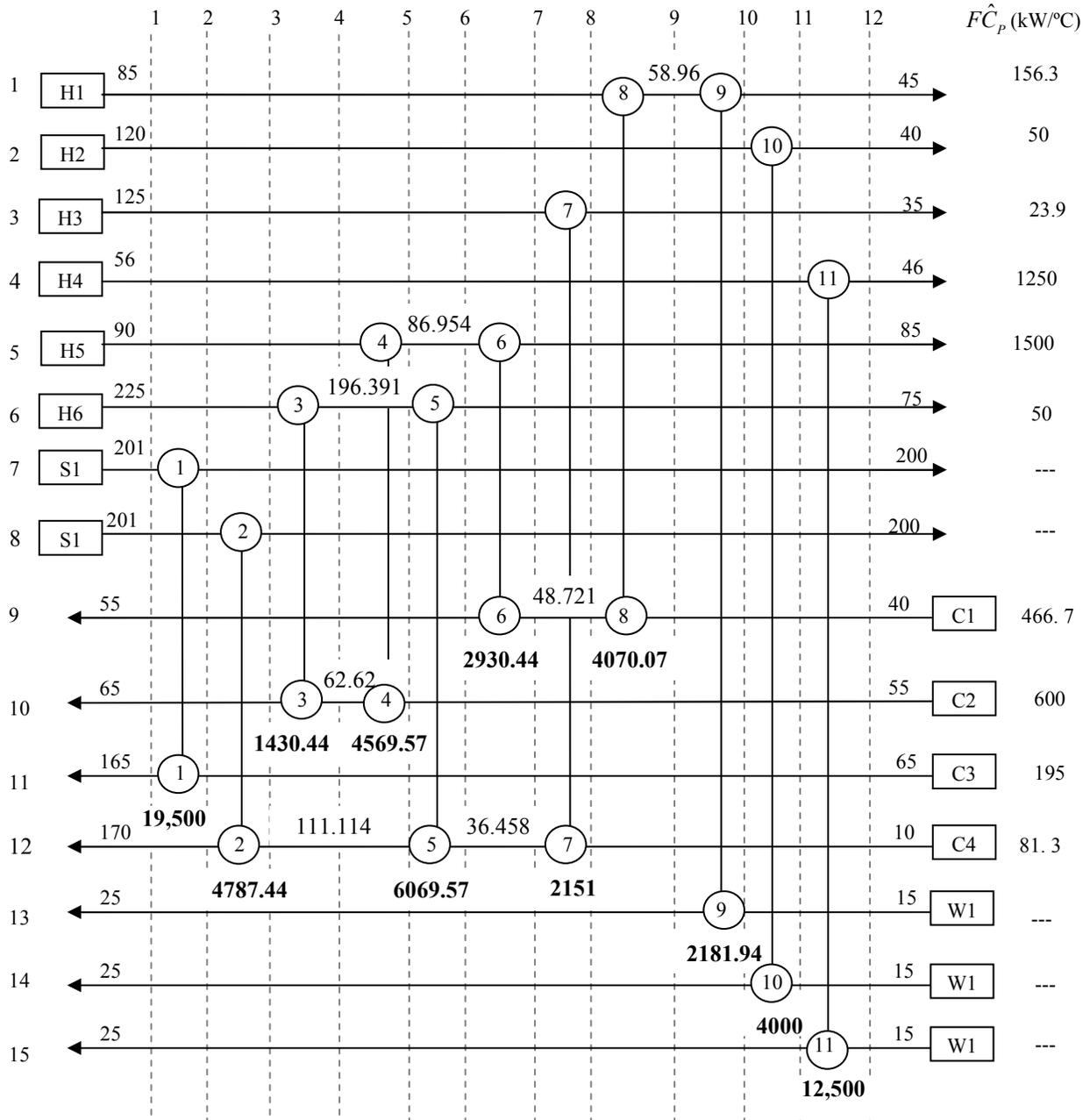


Figura 5.17 Diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 5.4  
con un costo de \$ 6, 173, 125.87 /año

**5.3.5 Ejemplo Ilustrativo 5.5 (Yee *et al.*, 1990).**

Considere la optimización de la red de intercambio de calor que se muestra en la Figura 5.18. La información de las corrientes, los coeficientes globales de transferencia de calor y la información de costos para este ejemplo están dados en la Tabla 5.15.

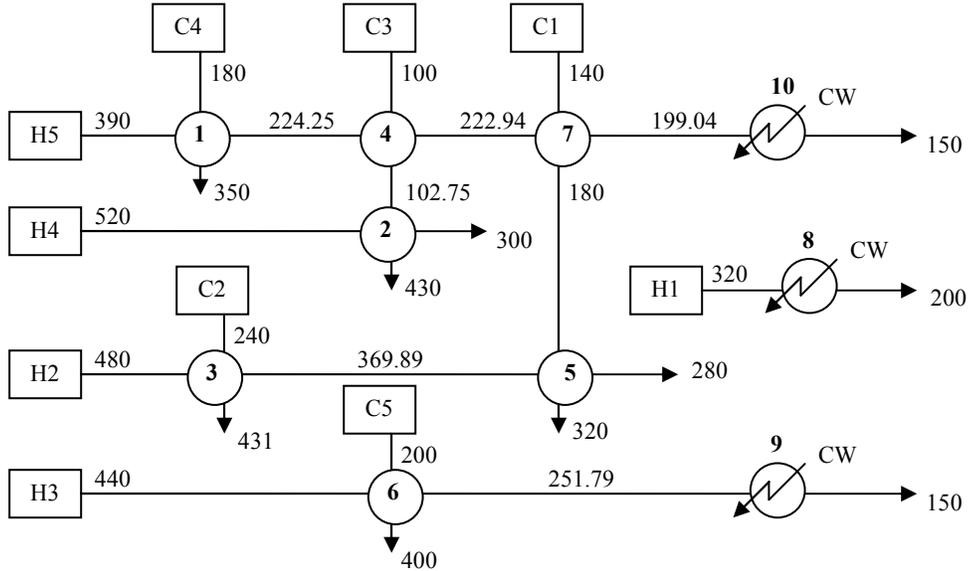


Figura 5.18. Red de intercambio de calor con valores iniciales tomados de Yee *et al.* (1990) para el Ejemplo Ilustrativo 5.5.

Tabla 5.15. Datos del Ejemplo Ilustrativo 5.5 (Yee *et al.*, 1990).

Corriente	$T_{in}$ (°F)	$T_{out}$ (°F)	$FC_p$ (kBTU/ hr °F)
H1	320	200	16.67
H2	480	280	20
H3	440	150	28
H4	520	300	23.8
H5	390	150	33.6
C1	140	320	14.45
C2	240	431	11.53
C3	100	430	16
C4	180	350	32.76
C5	200	400	26.35
CW	100	180	---

Costo del agua de enfriamiento = \$5.31/(kBTU/hr)/año;  $U = 0.15$  kBTU/(hr ft<sup>2</sup> °F)

Costo por equipo: \$/año = 35 (área [ft<sup>2</sup>])<sup>0.6</sup>

**Inicialización**

Paso 1. Al representar la topología de la red utilizando el diagrama de malla por etapas, se obtiene la Figura 5.19.

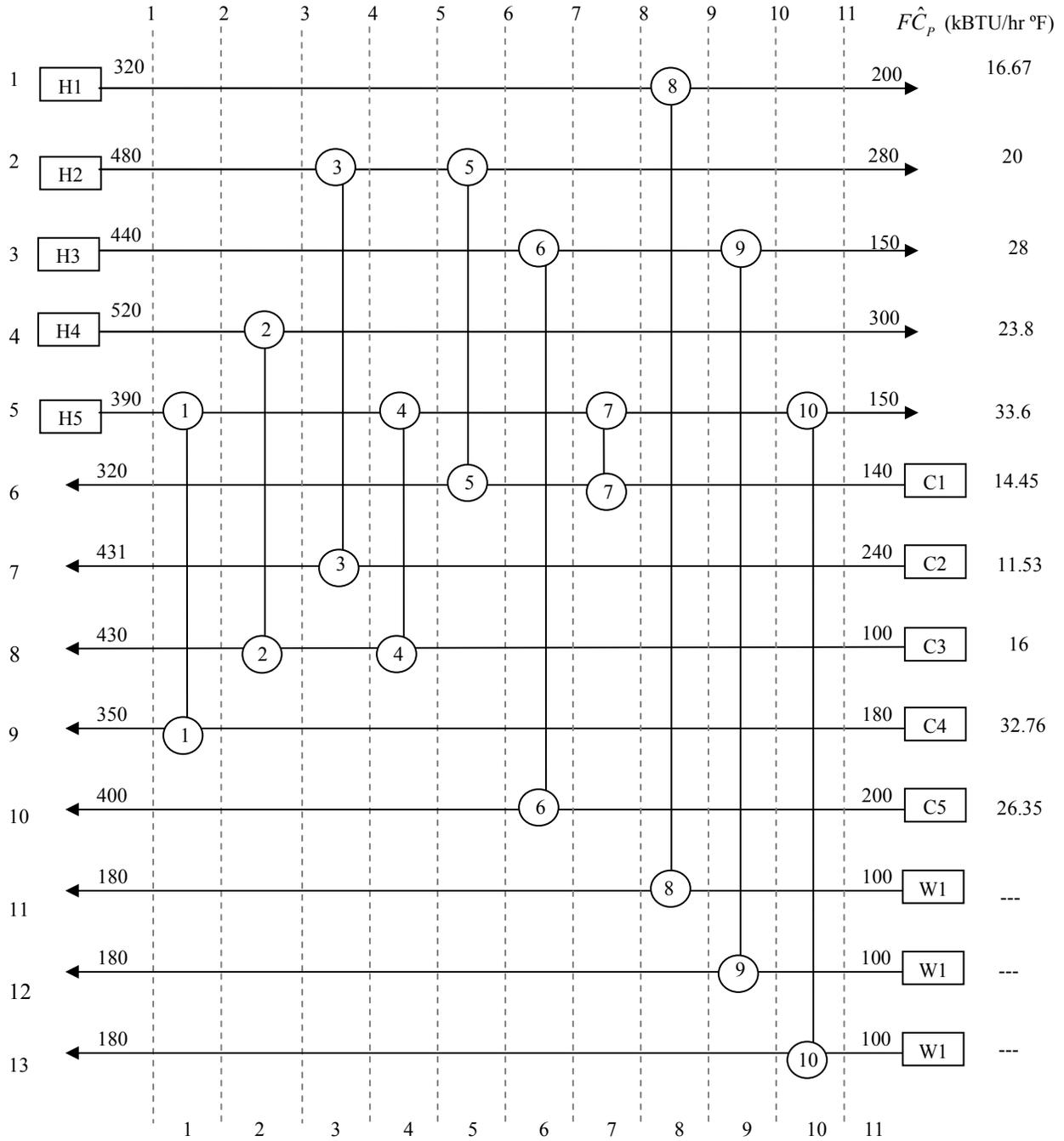


Figura 5.19 Diagrama de malla por etapas para el Ejemplo Ilustrativo 5.5.

Paso 2.

Se declaran los conjuntos y parámetros asociados al problema particular. Se modela con la aproximación de Chen (1987). Los pasos siguientes de la metodología quedan implícitos con sólo declarar lo anterior en GAMS.

**Resultados**

Para este problema se encontró una solución óptima local con un costo total de \$ 44, 561.93 /año que se presenta en la Figura 5.20, acompañada de su respectiva tabla de información técnica para cada equipo de intercambio, que se presenta a continuación en la Tabla 5.16.

Tabla 5.16. Información técnica y económica de cada intercambiador para el diseño óptimo local mostrado en la Figura 5.20 con un costo total de \$ 44, 561.93 /año

<i>Equipo</i>	<i>Q (kBTU/hr)</i>	<i>ΔT (°F)</i>	<i>Área (ft<sup>2</sup>)</i>	<i>Costo Capital (\$ /año)</i>	<i>Costo Servicios (\$ /año)</i>
<b>1</b>	5569.20	42.09	882.13	2048.27	
<b>2</b>	5236.00	136.61	255.51	973.90	
<b>3</b>	2202.23	82.88	177.15	781.75	
<b>4</b>	44.00	122.22	2.40	59.18	
<b>5</b>	1797.77	65.64	182.60	796.09	
<b>6</b>	5270.00	45.64	769.81	1887.54	
<b>7</b>	803.23	41.16	130.09	649.54	
<b>8</b>	2000.40	118.88	112.18	594.32	10622.12
<b>9</b>	2850.00	60.24	315.43	1105.11	15133.50
<b>10</b>	1647.57	32.03	342.95	1162.01	8748.60
			3,170.23	10,057.71	34,504.22

El diseño óptimo mostrado fue reportado después de revisar todos los residuos, es igual al que se encuentra reportado en el trabajo de Yee *et al.* (1990). Debido a que la red no presenta grados de libertad respecto a las cargas térmicas, los valores de las cargas térmicas se fijan desde el cálculo de las cotas numéricas. Esto es, para todas las cargas térmicas, la cota superior es igual a la cota inferior. Por lo tanto, los resolvedores tienen el mismo desempeño. Para ambos resolvedores, con ambas distribuciones, el 100 % de las corridas fueron factibles.

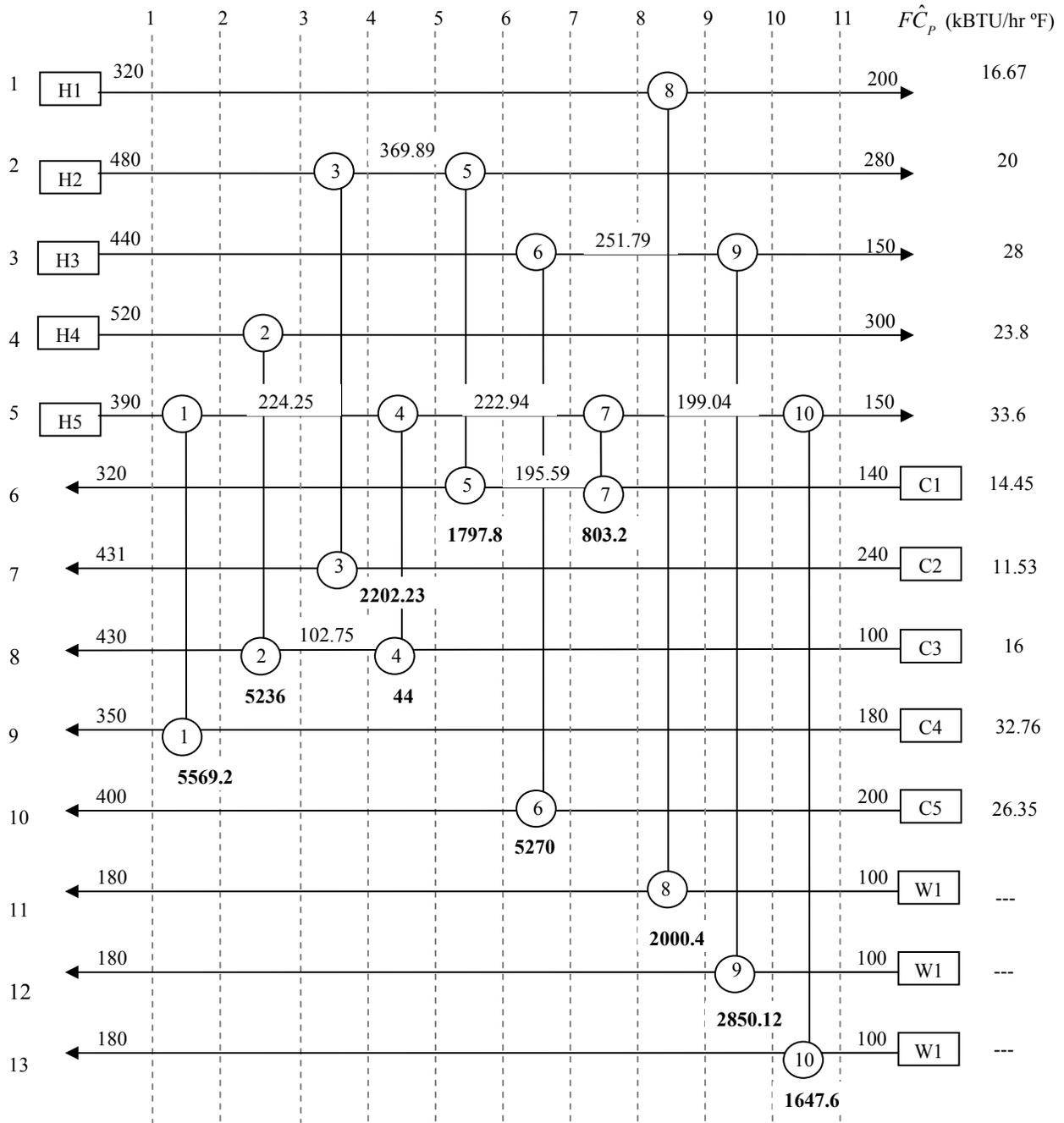


Figura 5.20 Diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 5.5 con un costo total de \$ 44, 561.93 /año

**5.3.6 Ejemplo Ilustrativo 5.6 (Mizutani et al., 2003).**

Considere la optimización de la red de intercambio de calor que se muestra en la Figura 5.21. La información de las corrientes, los coeficientes de transferencia de calor y la información de costos para este ejemplo están dados en la Tabla 5.17. La diferencia media logarítmica de temperaturas se modela con la aproximación de Chen (1987).

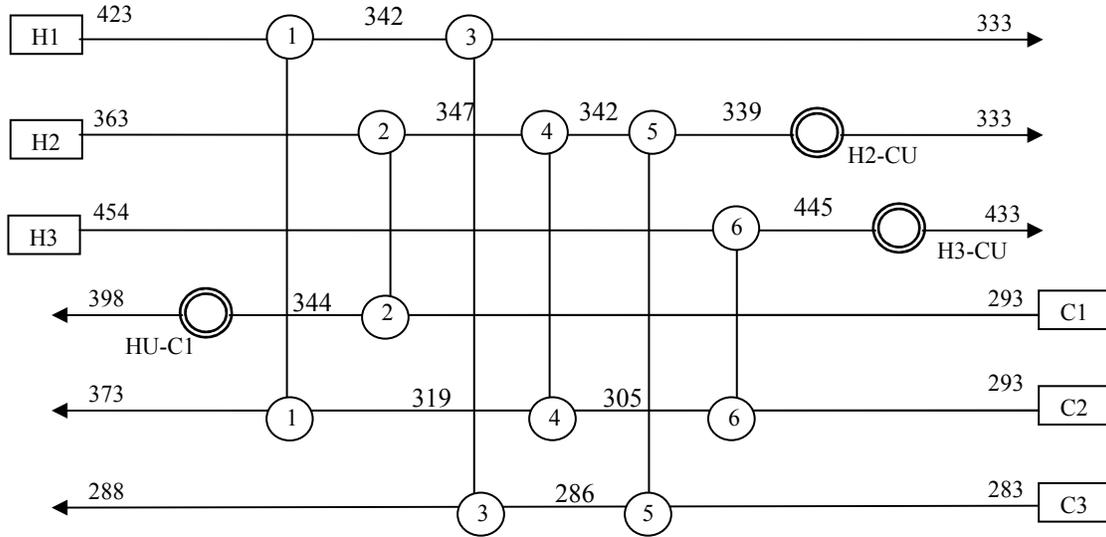


Figura 5.21. Red de intercambio de calor con valores iniciales de las temperaturas, tomados de Mizutani *et al.* (2003), para el Ejemplo Ilustrativo 5.6.

Tabla 5.17. Datos del Ejemplo Ilustrativo 5.6 (Mizutani *et al.*, 2003)

Corriente	$T_{in}$ (K)	$T_{out}$ (K)	$FC_p$ (kW / K)	$h$ (kW /m <sup>2</sup> K)
H1	423	333	40	0.9920
H2	363	333	160	1.5955
H3	454	433	80	1.4780
C1	293	398	50.06	1.8608
C2	293	373	59.88	0.9836
C3	283	288	160	1.3931
S	700	700	---	0.5831
CW	300	320	---	0.6248

$$\text{Costo del intercambiador (\$/año)} = 1000 + 60 [A \text{ (m}^2\text{)}]^{0.6}$$

$$\text{Costo por servicio auxiliar de enfriamiento} = \$ 6/ \text{ kW año}$$

$$\text{Costo por servicio auxiliar de calentamiento} = \$ 60/ \text{ kW año}$$

De acuerdo con el artículo de Mizutani *et al.* (2003), su metodología optimiza de manera simultánea la estructura y las variables continuas. El modelo que estos autores proponen, toma en consideración el diseño detallado de los equipos de intercambio de calor y el mejor óptimo encontrado es el que se muestra en la Figura 5.21, con un costo total de \$ 187, 555.08 /año; la información técnica para cada equipo de intercambio se muestra en la Tabla 5.18. Utilizando el Modelo  $\Phi$ -sd, propuesto en este trabajo de tesis, partiendo de la topología pre-establecida de la red que se muestra en la Figura 5.21 y fijando algunos de los valores de cargas térmicas, se reproduce el resultado reportado en el artículo.

Tabla 5.18. Información técnica y económica de cada intercambiador para el mejor diseño óptimo reportado, mostrado en la Figura 5.21, con un costo total de \$ 187, 555.08 /año

<i>Equipo</i>	<i>Q (kW)</i>	<i><math>\Delta T</math> (K)</i>	<i>Área (m<sup>2</sup>)</i>	<i>Costo (\$ /año)</i>
<b>HU-C1</b>	2698.0	18.5113	328.28	163225.63
<b>1</b>	3239.0	188.1895	34.85	2389.66
<b>2</b>	2551.0	88.4941	33.56	1883.69
<b>3</b>	361.0	12.3216	50.57	1270.74
<b>4</b>	817.0	41.6573	32.23	1562.30
<b>5</b>	439.0	10.5019	56.21	1245.99
<b>6</b>	734.0	8.2704	150.28	1213.14
<b>H2-CU</b>	992.0	86.6996	25.48	7824.89
<b>H3-CU</b>	936.0	16.5390	128.87	6939.04
			840.33	187, 555.08

### Inicialización

#### Paso 1.

Al representar la topología de la red (Figura 5.21) utilizando el diagrama de malla por etapas, se obtiene la Figura 5.22. Se dibujan las líneas punteadas que corresponden a 10 etapas, ya que la red cuenta con nueve equipos de intercambio de calor. Se coloca un equipo en cada etapa y se numeran las corrientes. Este diagrama de malla por etapas, para este ejemplo en particular, se denota como diseño M1.

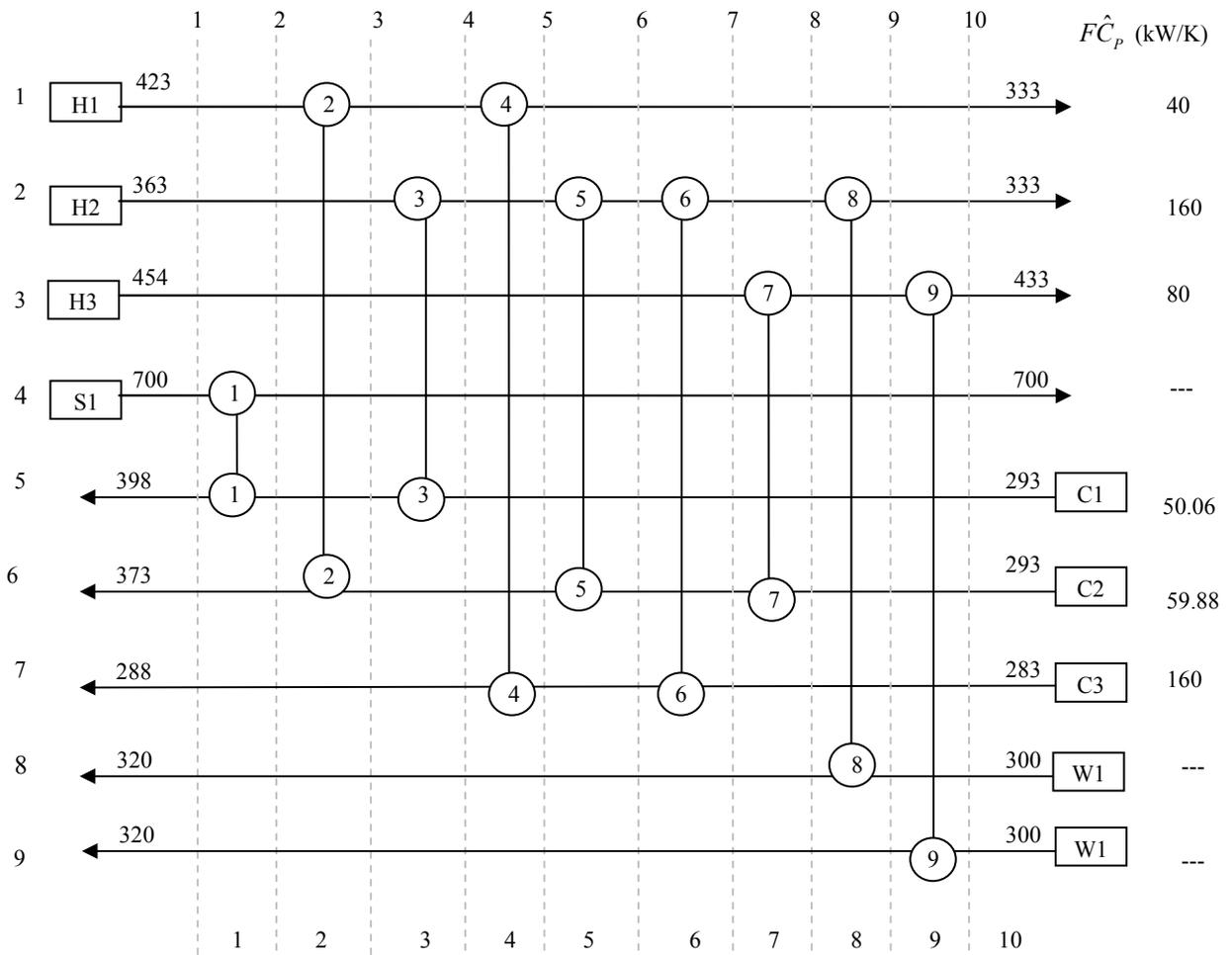


Figura 5.22. Diagrama de malla por etapas, M1, para el Ejemplo Ilustrativo 5.6.

Paso 2.

Se declaran los conjuntos y parámetros asociados al problema particular. Se modela la diferencia media logarítmica de temperaturas con la aproximación de Chen (1987). Los pasos siguientes de la metodología quedan implícitos con sólo declarar lo anterior en GAMS.

**Resultados**

Para este problema se encontraron múltiples soluciones óptimas locales, algunas se presentan en esta sección acompañadas de sus tablas de información técnica y económica para cada equipo de intercambio. El mejor diseño óptimo local con un costo total de \$ 153, 618.70 /año se muestra en la Figura 5.23.

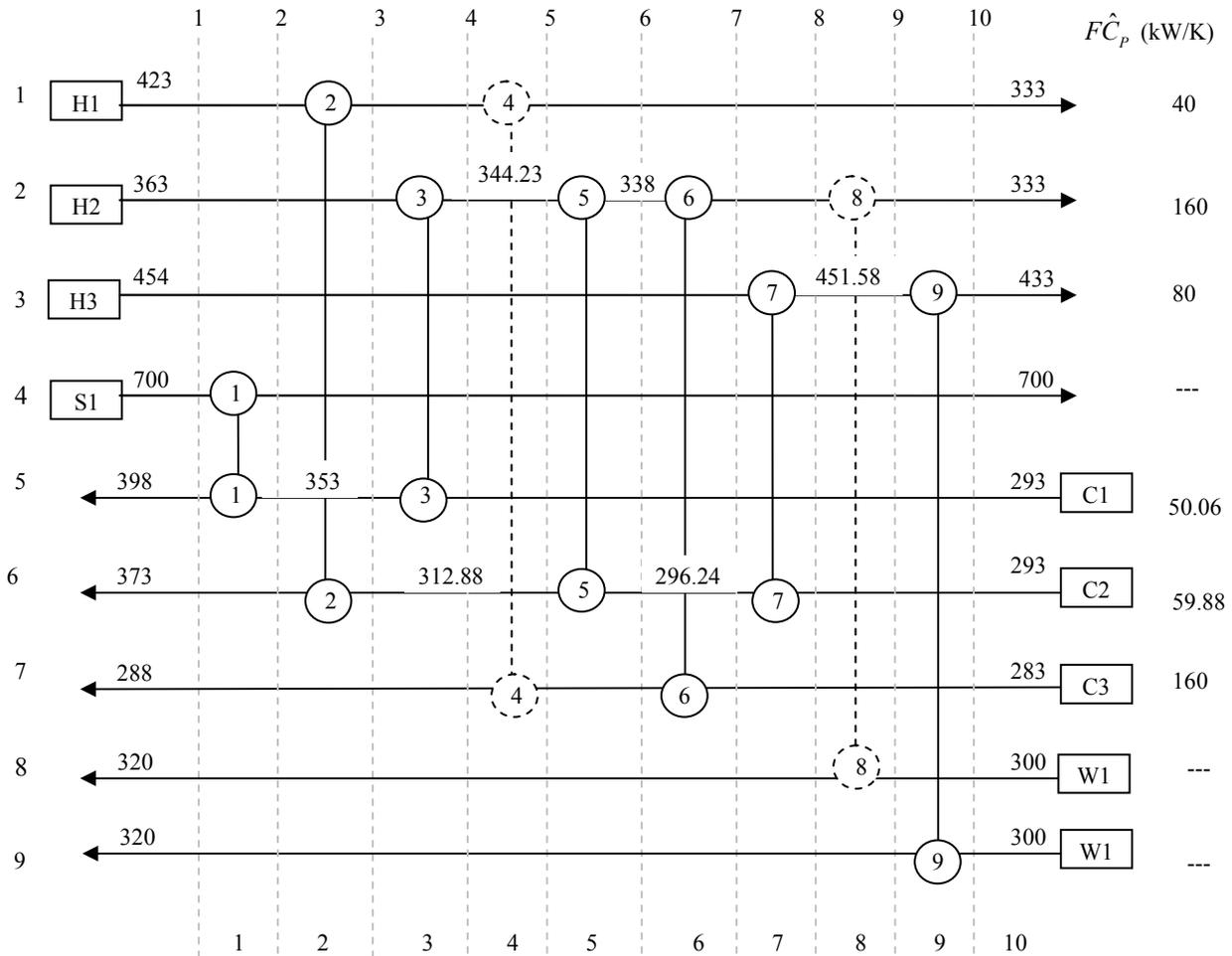


Figura 5.23. Mejor solución óptima local encontrada, al eliminar los equipos 4 y 8 del diseño M1, con un costo de \$ 153, 618.70 /año.

La Figura 5.23 muestra el mejor diseño óptimo local determinado para el modelo  $\Phi$ -sd en éste problema particular, solamente se señalan las temperaturas en el diagrama, con un costo total de \$ 153, 618.70 /año. Nótese que para esta solución óptima local, se sugiere la eliminación de los equipos de intercambio colocados en las etapas 4 y 8; entonces: i) la cantidad de calor disponible en la corriente de proceso 1 se transfiere solamente en el equipo 2; ii) la cantidad de calor requerida por la corriente 7 se suministra en el equipo 6; iii) se elimina la corriente auxiliar 8. Por lo tanto, la solución obtenida sugiere cambios en la topología original del problema. Este tipo de soluciones, no presenta complicaciones numéricas debido a que la diferencia media logarítmica de temperaturas se modeló con la aproximación de Chen (1987). La información técnica y económica para cada equipo de intercambio se muestra en la Tabla 5.19.

Tabla 5.19. Información técnica y económica de cada intercambiador para la mejor solución óptima local mostrada en la Figura 5.23, con un costo total de \$ 153, 618.70 /año.

<i>Equipo</i>	<i>Q (kW)</i>	<i>ΔT (K)</i>	<i>Área (m<sup>2</sup>)</i>	<i>Costo (\$ /año)</i>
1	2252.7	3.08	324.50	136279.89
2	3600	54.22	32.80	1658.61
3	3003.6	103.08	25.03	1968.38
4	---	---	---	---
5	996.4	16.70	36.31	1324.92
6	800	11.90	50.00	1265.14
7	194	0.72	158.17	1049.45
8	---	---	---	---
9	1486	4.93	132.29	10072.32
			759.10	153, 618.70

En la Tabla 5.19 no se reporta un costo para los equipos eliminados, por la definición de la función de costos para este problema (ver Tabla 5.17) esta asociado un cargo fijo a cada intercambiador; sin embargo, se plantea un problema reducido, eliminando los equipos que sugiere la solución encontrada y se realizan nuevas corridas, la cuales corroboraron la solución mostrada en la Figura 5.23 y a la que corresponden los datos de la Tabla 5.19.

Tabla 5.20. Tabla comparativa entre la red factible inicial y la mejor solución encontrada.\*

	Inicial	Mejor solución	Ahorro
Costo Total anual	\$ 187, 555.08	\$ 153, 618.7	18.09 %
Costo de Inversión	\$ 14,107.08	\$ 9, 540.7	32.4 %
Costo por Servicios	\$ 173, 448.0	\$144, 078.0	16.93 %
Servicio de Calentamiento	2705.47 kW	2252.7 kW	16.74 %
Servicio de Enriamiento	1928 kW	1486 kW	23 %

\*La solución óptima reportada por Mizutani *et al.* (2003) es la que se considera como la red factible inicial (Figura 5.21) y la mejor solución es aquella encontrada con el Modelo  $\Phi$ -sd para este problema en particular (Figura 5.23).

De los ahorros en los diferentes aspectos mostrados en la Tabla 5.20, el mayor ahorro se ve en el costo de inversión; la reducción se atribuye principalmente a la reducción en el número de equipos y por consecuencia a la redistribución de las cargas térmicas.

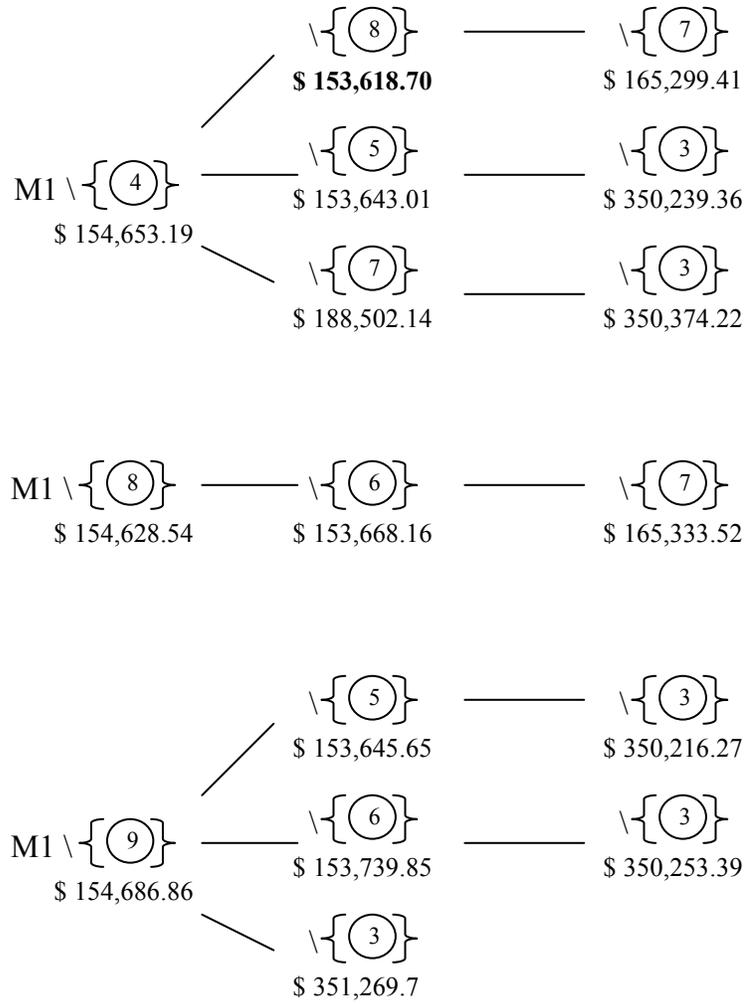


Figura 5.24. Diagrama de árbol que muestra los óptimos locales encontrados para el Ejemplo Ilustrativo 5.6.

En el diagrama de árbol (Figura 5.24) aparecen entre llaves los equipos, que en cada óptimo, los resultados sugieren eliminar, acompañados de un costo. Cabe mencionar que cada nodo del árbol representa un conjunto de óptimos que coinciden en la eliminación del equipo indicado, y el costo reportado, es el mejor para el conjunto de óptimos que corresponde. En la Tabla 5.21 se muestran para el caso del nodo  $M1 \setminus \{4\}$ , algunos de los óptimos locales encontrados.

Es importante destacar que la metodología propuesta permitió que además de optimizar sobre las variables continuas del problema, en este Ejemplo Ilustrativo, se pudieran explorar posibles reducciones en la topología.

Tabla 5.21. Algunos óptimos locales, indicando la posibilidad de eliminar el equipo 4.

No. óptimo local	Carga térmica del equipo (kW)									Costo total (\$/año)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	2252.7	3600	3003.6	0	975.4	800	215	21	1465	154653.19
2	2252.7	3600	3003.6	0	805.2	800	385.2	191.2	1294.8	154729.57
3	2252.7	3600	3003.6	0	152.6	800	1037.8	843.8	642.2	154731.96
4	2252.7	3600	3003.6	0	787.7	800	402.7	208.7	1277.3	154733.84
5	2252.7	3600	3003.6	0	316.1	800	874.3	680.3	805.7	154759.68
6	2252.7	3600	3003.6	0	616.2	800	574.2	380.2	1105.8	154760.59
7	2252.7	3600	3003.6	0	521.6	800	668.8	474.8	1011.2	154766.29
8	2252.7	3600	3003.6	0	475.2	800	715.2	521.2	964.8	154767.08

Si se observa la columna del Costo total en la Tabla 5.21, se puede observar que la diferencia entre los costos para los diferentes óptimos enumerados, es muy pequeña. Sin embargo, son soluciones óptimas diferentes porque la distribución de las cargas térmicas en los equipos de intercambio es diferente en cada una de ellas. Por ejemplo, si se observan los óptimos número 5 y 6, las cargas térmicas de los equipos 5, 7, 8 y 9 son diferentes entre sí, aunque los costos solamente difieren en \$ 0.91 /año.

Como ya se ha comentado, los resolvedores tienen desempeños diferentes. Para este ejemplo ilustrativo, debido a la existencia de soluciones óptimas locales múltiples que se presentan de manera resumida en el diagrama de árbol de la Figura 5.24, en la Tabla 5.22 sólo se muestra el porcentaje de puntos factibles, siendo muy similares los porcentajes para ambos resolvedores con cada una de las distribuciones estadísticas para los puntos iniciales.

Tabla 5.22. Estadísticas de los resolvedores para la solución del Ejemplo Ilustrativo 5.6.

	<i>Distribución normal</i>		<i>Distribución uniforme</i>	
	<i>Factibles (%)</i>	<i>Infactibles (%)</i>	<i>Factibles (%)</i>	<i>Infactibles (%)</i>
MINOS	57.4	42.6	67.2	32.8
CONOPT	57.6	42.4	60.9	39.1

En la Figura 5.25 se presenta el mismo diagrama de árbol que en la Figura 5.24. En esta figura se muestran los óptimos locales encontrados, acompañados de información adicional que indica el número total de veces que se encontró una configuración dada, además de mostrar cuantas veces se encontró con cada uno de los resolvedores.

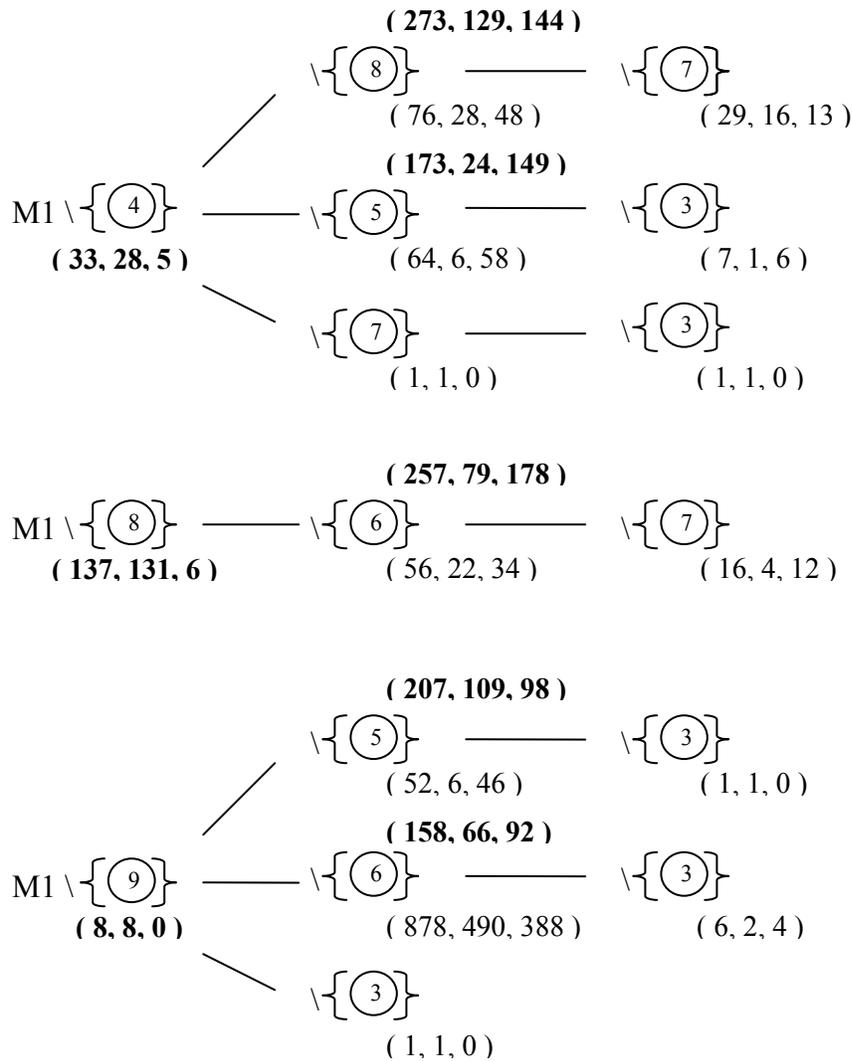


Figura 5.25. Diagrama de árbol que muestra la frecuencia con que aparecen los óptimos locales encontrados para el Ejemplo Ilustrativo 5.6.

En la Figura 5.25 aparecen tres números entre paréntesis arriba y debajo de cada nodo del diagrama, en el formato (X, Y, Z), lo que estos números representan es:

- a)  $X$  es el número total de veces que se encuentra la solución óptima local que ese nodo representa con un revolver, si es MINOS, los números se encontrarán resaltados en negrita, no siendo así para CONOPT.
- b)  $Y$  es el número de veces que se encuentra cada solución utilizando la distribución estadística normal para la generación de puntos iniciales.
- c)  $Z$  es el número de veces que se encuentra cada solución utilizando la distribución estadística uniforme para la generación de puntos iniciales.

La reducción en la topología que se sugiere el mayor número de veces es eliminar del diagrama de malla los equipos 9 y 6, aparece en total, 1036 veces, de las cuales, 556 corresponden a una distribución estadística normal de los puntos de inicio, y 480 a una distribución uniforme. Por estos resultados, se puede ver que MINOS encuentra menos óptimos locales, pero un mayor número de veces cada uno, mientras que CONOPT encuentra más soluciones aunque un menor número de veces cada una.

#### 5.4 Conclusiones

En este capítulo se presentó otra de las propuestas de este trabajo de investigación, una metodología para la búsqueda aleatoria de soluciones óptimas locales para la optimización de redes de intercambio de calor. El elemento principal de esta metodología es el multi-arranque, la elección de manera aleatoria de los múltiples puntos de inicio, a partir de los cuales se intenta resolver el problema desde diferentes secciones de la región factible. Para mostrar su aplicación y efectividad, se resuelven varios ejemplos para el Modelo  $\Phi$ -sd, sin división de corrientes. En algunos ejemplos se reproduce lo ya reportado y en otros se encuentra una mejor solución, siempre en las soluciones se revisa la factibilidad. La metodología cumple con su objetivo de permitir explorar el uso del Modelo  $\Phi$ -sd desarrollado para detectar óptimos locales, con la ventaja adicional de que, en algunos ejemplos ilustrativos, sugiere explorar reducciones en la topología.

En el siguiente capítulo se presenta un modelo generalizado para la optimización de redes de intercambio de calor con división de corrientes, como una extensión del Modelo  $\Phi$ -sd, además de que se evalúa la aplicación de la metodología presentada en este capítulo al modelo extendido.

## CAPÍTULO 6

### MODELO MATEMÁTICO PARA LA OPTIMIZACIÓN DE REDES DE INTERCAMBIO DE CALOR CON DIVISIÓN DE CORRIENTES

#### 6.1 Introducción

El Capítulo 4 presentó un modelo para la optimización de redes de intercambio de calor, Modelo  $\Phi$ -sd; sin embargo, este modelo no contempla la división de corrientes, que es un elemento topológico presente en las redes de intercambio de calor, tal como se mostró en el Capítulo 3, sección 3.2.1.

La división de corrientes genera la necesidad de definir nuevas variables para las fracciones de flujo en el divisor; el modelo que contempla división de corrientes se complica por la presencia de términos bilineales en el balance de energía para las sub-corrientes en los equipos y en el balance de energía en el mezclador, dichos términos bilineales son resultado del producto de las variables de flujo y las variables de temperatura. Estas restricciones de diseño son no lineales y no convexas. Otras formulaciones (por ejemplo, Yee *et al.*, 1990) toman en consideración mezclado isotérmico de las sub-corrientes porque esto simplifica el modelo, ya que el balance de energía para las sub-corrientes en los equipos es innecesario y el balance de energía en el mezclador se elimina. En el modelo que se presenta en este capítulo se considera mezclado no isotérmico, sin embargo, tampoco se plantea el balance de energía en el mezclador, la propuesta de representación permite eliminar esta restricción quedando de manera implícita en otra restricción que es lineal y convexa para las temperaturas en puntos intermedios de la malla.

En este capítulo se presenta una formulación de programación no lineal que permite la optimización de redes de intercambio de calor con división de corrientes considerando mezclado no isotérmico, dentro del marco de referencia presentado en el planteamiento del problema de este trabajo.

## 6.2 Conjuntos

Para capturar los elementos topológicos que introduce la división de corrientes, por ejemplo, los divisores y los mezcladores, es necesario extender el Modelo  $\Phi$ -sd con nuevos conjuntos que se definen con base en el diagrama de malla por etapas para redes de intercambio de calor con división de corrientes. Los conjuntos utilizados en esta formulación son:

- g)  $K$  es el conjunto de todas las etapas en la red.
- h)  $Ke$  es un subconjunto de  $K$ , que contiene a las etapas en la red en las que se coloca un intercambiador de calor, es decir, todas las etapas excepto la última.
- i)  $S$  es el conjunto de todas las corrientes de proceso y servicios auxiliares.
- j)  $Ss$  es un subconjunto de  $S$ , que contiene solo a las corrientes de proceso que no se dividen, las cuales serán llamadas *corrientes simples*.
- k)  $Sm$  es un subconjunto de  $S$ , que contiene a las corrientes que se dividen, las cuales serán llamadas *corrientes madres*.
- l)  $Sh$  es un subconjunto de  $S$ , que contiene a las corrientes que se originan en un divisor, llamadas *corrientes hijas*.
- m)  $Sd_s$  es un subconjunto de  $S$ , que contiene a las corrientes hijas de la corriente madre  $s$ , habrá  $|Sm|$  de estos subconjuntos.
- n)  $S_k$  es un subconjunto de  $S$ , que especifica que corrientes intercambian calor en la etapa  $k$ , habrá  $|K|-1$  de estos subconjuntos.
- o)  $SN_k$  es el conjunto complemento de  $S_k$ , es decir,  $SN_k = S \setminus S_k$ .
- p)  $Sa_k$  es un subconjunto de  $S$ , que contiene a las *corrientes ausentes* de proceso que están en la etapa  $k$ .

Se define a una corriente ausente, que en principio es una corriente madre, en términos de la regla R3 de la representación de redes con división de corrientes (Capítulo 3, sección 3.3.2) que dice:

**R3.** Las corrientes de proceso madres sólo están ausentes en la etapa  $k$  cuando alguna de sus hijas intercambia calor en dicha etapa.

Con base en los conjuntos presentados, se desarrolla el siguiente modelo para la optimización de redes de intercambio de calor.

### 6.3 Modelo matemático con división de corrientes

En esta sección se propone una formulación de programación no lineal para la optimización de redes de intercambio de calor con división de corrientes y mezclado no isotérmico, cuyo objetivo consiste en minimizar el costo total de la red. El modelo presentado es no lineal, para un proceso en estado estacionario y optimiza sobre variables continuas, como temperaturas, cargas térmicas, diferencias de temperatura para cada intercambiador y fracciones de flujo. Con el propósito de formular el modelo con base en la representación que fue descrita en el Capítulo 3, necesitamos las siguientes definiciones:

#### *Índices*

$s, s1$  = corriente de proceso o servicio auxiliar

$k$  = etapa en el diagrama de malla de la red

#### *Conjuntos*

$K$  =  $\{k : k \text{ es una etapa en la red o la frontera en el lado caliente de etapa } k \text{ en la red}\}$

$Ke$  =  $\{k \in K : k \text{ es una etapa de la red en la que se coloca un intercambiador}\}$

$S$  =  $\{s : s \text{ es una corriente de proceso o auxiliar}\}$

$Ss$  =  $\{s : s \text{ es una corriente simple de proceso}\}$

$Sm$  =  $\{s : s \text{ es una corriente madre de proceso}\}$

$Sh$  =  $\{s : s \text{ es una corriente hija de proceso}\}$

$Sd_s$  =  $\{s1 \in Sh : s1 \text{ es hija de } s \in S\}$

$S_k$  =  $\{s \in S : s \text{ es una corriente de proceso o servicio auxiliar que intercambia calor en la etapa } k\}$

$SN_k$  =  $\{s \in S : s \text{ es una corriente de proceso o servicio auxiliar que no intercambia calor en la etapa } k\}$

$Sa_k = \{s \in S : s \text{ es una corriente de proceso que está ausente en la etapa } k\}$

## ***Parámetros***

EMAT = diferencia mínima de temperatura aceptable en cada lado de los intercambiadores de calor

$U_k$  = coef. global de transferencia de calor para el intercambiador ubicado en la etapa  $k$

$CC_k$  = coeficiente de costo de área del intercambiador en la etapa  $k$

$CF_k$  = cargo fijo del intercambiador en la etapa  $k$

$CU_k$  = costo de los servicios auxiliares utilizados en el intercambiador  $k$

$r$  = factor de anualización

$\beta$  = exponente de costo para el área

$FCp_s$  = Flujo de capacidad calorífica para la corriente de proceso  $s$

$Ts_s$  = temperatura de suministro de la corriente  $s$

$To_s$  = temperatura objetivo de la corriente  $s$

$Toc_s$  = determina si la temperatura objetivo de la corriente  $s$  es  $\begin{cases} 0 & \text{desconocida (libre)} \\ 1 & \text{conocida (fija)} \end{cases}$

$C_s$  = condición de la corriente o servicio auxiliar  $\begin{cases} 1 & \text{caliente} \\ -1 & \text{fria} \end{cases}$

## ***Variables continuas positivas***

$t_{s,k}$  = temperatura para la corriente  $s$  en la frontera del lado caliente de la etapa  $k$

$dth_k$  = diferencia de temperaturas en el lado caliente del intercambiador en la etapa  $k$

$dte_k$  = diferencia de temperaturas en el lado frío del intercambiador en la etapa  $k$

$\Delta T_k$  = diferencia media logarítmica de temperaturas para el intercambiador en la etapa  $k$

$q_k$  = carga térmica del intercambiador  $k$

$\alpha_{s1}$  = fracción de flujo para la corriente hija  $s1$

Con estas definiciones, la formulación matemática puede ser presentada.

## Modelo ( $\Phi$ -cd)

### • *Función Objetivo*

$$\text{Minimizar } z = \sum_{k \in Ke} \left[ CF_k \cdot r + CC_k \cdot \left( \frac{q_k}{U_k \Delta T_k} \right)^\beta \cdot r + CU_k \cdot q_k \right] \quad (1)$$

En esta función objetivo se está modelando de manera explícita una función de costos para cada equipo de intercambio de calor y el costo por el uso de servicios auxiliares; el coeficiente de costo de los servicios auxiliares,  $CU_k$ , tiene valor diferente de cero para aquellos equipos de intercambio en los que participe un servicio auxiliar de enfriamiento o de calentamiento. Esta es una función con un término fraccional lineal del área, que introduce no convexidades en el problema.

### *Restricciones para corrientes simples*

Las ecuaciones (2) a (6) permanecen iguales que en el modelo ( $\Phi$ -sd) ya que corresponden a las corrientes simples, las corrientes que no se dividen.

#### *Balance global de energía para las corrientes simples*

$$\sum_{\substack{k \in Ke \\ s \in S_k}} q_k = FCp_s \cdot C_s \cdot (Ts_s - To_s) \quad s \in Ss \text{ con } Toc_s = 1; \quad (2)$$

#### *Balances de energía para las corrientes simples en los equipos*

$$q_k = FCp_s (t_{s,k} - t_{s,k+1}) \quad s \in S_k \cap Ss; \quad k \in Ke; \quad (3)$$

#### *Asignación de temperaturas de suministro y objetivo de las corrientes simples*

$$\text{Calientes} \quad (4)$$

$$t_{s,1} = Ts_s \quad s \in Ss \text{ con } C_s = 1;$$

$$t_{s,|K|} = To_s \quad s \in Ss \text{ con } C_s = 1 \text{ y } Toc_s = 1;$$

**Frías** (5)

$$t_{s,|K|} = Ts_s \quad s \in Ss \text{ con } C_s = -1;$$

$$t_{s,1} = To_s \quad s \in Ss \text{ con } C_s = -1 \text{ y } Toc_s = 1;$$

**Temperaturas en puntos intermedios del diagrama de malla para corrientes simples**

$$t_{s,k} = t_{s,k+1} \quad s \in Ss \cap SN_k; \quad k \in Ke; \quad (6)$$

Ecuaciones similares a (4), (5) y (6) se plantean para las corrientes de servicios auxiliares.

**Restricciones para corrientes madre****Balance global de energía para las corrientes madre**

$$\sum_{\substack{k \in Ke \\ s \in S_k \cup Sa_k}} q_k = FCp_s \cdot C_s \cdot (Ts_s - To_s) \quad s \in Sm \text{ con } Toc_s = 1; \quad (7)$$

Esta expresión de la sumatoria difiere de la de las corrientes simples en que, además de incluir las etapas que tienen un equipo de intercambio en el que la corriente madre intercambia calor, se suman también sobre las etapas en las que la madre se encuentra ausente, ya que por definición en la regla R3 del diagrama de malla por etapas, cuando la madre esta ausente una de sus hijas intercambia calor. El parámetro de condición de corriente indica si el calor se recibe o se cede.

**Balances de energía para las corrientes madre en los equipos**

$$q_k = FCp_s (t_{s,k} - t_{s,k+1}) \quad s \in Sm \cap S_k; \quad k \in Ke; \quad (8)$$

**Asignación de temperaturas de suministro y objetivo de las corrientes madre****Calientes** (9)

$$t_{s,1} = Ts_s \quad s \in Sm \text{ con } C_s = 1;$$

$$t_{s,|K|} = To_s \quad s \in Sm \text{ con } C_s = 1 \text{ y } Toc_s = 1;$$

Frías (10)

$$t_{s,1} = T_{O_s} \quad s \in Sm \text{ con } C_s = -1 \text{ y } T_{O_s} = 1;$$

$$t_{s,|K|} = T_{S_s} \quad s \in Sm \text{ con } C_s = -1;$$

Las ecuaciones (8) a (10) son similares a las que corresponden a las corrientes simples, sólo que se agrupan por bloques de corrientes.

### ***Temperaturas en puntos intermedios de la malla para corrientes madre***

- Propagación de temperaturas donde la corriente madre  $s$  no intercambia calor y está presente

$$t_{s,k} = t_{s,k+1} \quad s \in (Sm \cap SN_k) \setminus Sa_k; \quad k \in Ke; \quad (11)$$

- Propagación de temperaturas donde la corriente madre  $s$  intercambia calor mediante sus hijas

$$t_{s,k} = \frac{q_k}{FCp_s} + t_{s,k+1} \quad s \in Sm \cap Sa_k; \quad k \in Ke; \quad (12)$$

Estas restricciones son necesarias para evaluar aquellas temperaturas que se propagan sobre la línea de una corriente en diferentes etapas que son consecutivas y en las que esa corriente no intercambia calor. La diferencia con la propagación de temperatura en las corrientes simples radica en que hay etapas en las que las corrientes madre no están presentes. Se modela que las corrientes madre intercambian calor mediante sus hijas, ecuación (12), por lo tanto ellas mismas intercambian y es posible calcular la temperatura que tendrán en los puntos intermedios cuando están ausentes. Se evitan con ello los balances de energía en el mezclador, que son fuente de no convexidades en otros modelos porque aparecen términos bilineales (productos de temperaturas con fracciones de flujo). Esta es una aportación importante del modelo.

### ***Conservación de materia en los divisores***

$$\sum_{s1 \in Sd_s} \alpha_{s1} = 1 \quad s \in Sm; \quad (13)$$

Estas ecuaciones equivalen al balance de materia en el divisor, para cada corriente madre.

## ***Restricciones para corrientes hijas***

### ***Balances de energía para las corrientes hijas en los equipos***

$$q_k = \alpha_{s1} \cdot \text{FCp}_s (t_{s1,k} - t_{s1,k+1}) \quad s1 \in (Sd_s \cap S_k); \quad s \in (S_m \cap Sa_k); \quad k \in Ke; \quad (14)$$

Estos balances en cada equipo para las corrientes de proceso hijas deben ser diferentes, debido a que no se conoce el flujo de capacidad calorífica de estas corrientes. Su flujo está dado como una fracción del flujo de la corriente madre que les da origen, por lo que así se expresa en la ecuación. Si en una etapa con un intercambiador la corriente madre  $s$  está ausente, se ubican a sus hijas y se plantea el balance para aquella corriente hija  $s1$  que intercambia calor en dicha etapa.

### ***Temperaturas en puntos intermedios de la malla para corrientes hijas***

- Propagación de temperaturas donde la corriente hija  $s1$  está presente y no intercambia calor

$$t_{s1,k} = t_{s1,k+1} \quad s \in (Sh \cap SN_k) \setminus Sa_k; \quad k \in Ke; \quad (15)$$

- Propagación de temperaturas donde la corriente hija  $s1$  está ausente y hereda la temperatura de su madre

#### **Calientes**

$$t_{s1,k+1} = t_{s,k+1} \quad s1 \in Sd_s \cap Sa_k; \quad s \in Sm \text{ con } C_s = 1; \quad k \in Ke; \quad (16)$$

$$t_{s1,1} = t_{s,1} \quad s1 \in Sd_s; \quad s \in Sm \text{ con } C_s = 1; \quad (17)$$

#### **Frías**

$$t_{s1,k} = t_{s,k} \quad s1 \in Sd_s \cap Sa_k; \quad s \in Sm \text{ con } C_s = -1; \quad k \in K; \quad (18)$$

También para las corrientes hijas es necesario generar estas restricciones. La ecuación (15) se formula para evaluar aquellas temperaturas que se propagan sobre la línea de una corriente hija cuando está presente en diferentes etapas que son consecutivas y en las que no intercambia calor. Las ecuaciones (16), (17) y (18) se formulan para que las corrientes hijas tengan la misma temperatura que su madre en la frontera de etapa donde se coloca el divisor.

## ***Restricciones asociadas a los intercambiadores de calor***

### ***Diferencias de temperatura en los extremos del intercambiador de calor***

$$dth_k = \sum_{s \in S_k} C_s \cdot t_{s,k} \quad k \in Ke; \quad (19)$$

$$dte_k = \sum_{s \in S_k} C_s \cdot t_{s,k+1} \quad k \in Ke; \quad (20)$$

### ***Diferencia media logarítmica de temperatura en los intercambiadores de calor***

$$\Delta T_k = \frac{(dth_k - dte_k)}{\ln(dth_k/dte_k)} \quad k \in Ke; \quad (21)$$

Esta función es no lineal y no convexa, y además, presenta dificultades numéricas cuando las diferencias de temperatura son iguales en ambos lados del intercambiador.

### ***Cotas para las variables***

$$q_k^L \leq q_k \leq q_k^U \quad k \in Ke;$$

$$t_{s,k}^L \leq t_{s,k} \leq t_{s,k}^U \quad k \in Ke;$$

$$dth_k \geq \text{EMAT} \quad k \in Ke;$$

$$dte_k \geq \text{EMAT} \quad k \in Ke;$$

$$\Delta T_k^L \leq \Delta T_k \leq \Delta T_k^U \quad k \in Ke;$$

$$0 \leq \alpha_{s1} \leq 1 \quad s1 \in Sh;$$

El parámetro EMAT representa la diferencia mínima de temperatura aceptable en ambos lados de cada intercambiador, por esta razón, las diferencias de temperatura en los extremos de cada intercambiador deben ser mayores o iguales que él. Las cotas para las cargas térmicas representan las cargas máximas y mínimas que se pueden asignar a un equipo, ya sea por restricciones

termodinámicas o bien de diseño; también, estas cotas ayudan a fijar las cargas térmicas a ciertos equipos (esto pasa igualando las cotas:  $q_k^L = q_k^U$ ). Las fracciones de flujo están limitadas entre cero y uno.

### Comentarios

1. Las únicas ecuaciones del modelo que son no lineales y no convexas son la diferencia media logarítmica de temperaturas, ecuación (21), los balances de energía para las corrientes hijas en los equipos, ecuación (14), y la función objetivo, ecuación (1).
2. Las demás ecuaciones, (2)-(13) y (15)-(20), son lineales.
3. La diferencia media logarítmica de temperatura en los intercambiadores de calor, ecuación (21), puede sustituirse por las aproximaciones propuestas por Chen (1987), por Paterson (1984) o sustituirse por la media aritmética.
4. Para el caso de contar con cargas globales fijas para los servicios auxiliares de calentamiento y enfriamiento, se pueden agregar restricciones adicionales al modelo. Aquí las restricciones correspondientes:

#### *Cargas fijas en los servicios*

Servicios auxiliares de calentamiento

$$\sum_{\substack{k \in Ke \\ s \in S_k}} q_k = \text{FIXTHU} \quad s \in S \setminus Ss \text{ con } C_s = 1; \quad (22)$$

Servicios auxiliares de enfriamiento

$$\sum_{\substack{k \in Ke \\ s \in S_k}} q_k = \text{FIXTCU} \quad s \in S \setminus Ss \text{ con } C_s = -1; \quad (23)$$

Donde:

FIXTHU = carga fija global de los servicios auxiliares de calentamiento (en caso de ser requerida)

FIXTCU = carga fija global de los servicios auxiliares de enfriamiento (en caso de ser requerida)

El modelo presentado se enfoca a optimizar el costo total, la función objetivo busca el mínimo costo de la red, buscando la mejor distribución entre el costo anual por servicios auxiliares y el costo anualizado del equipo.

En la siguiente sección se presentan tres ejemplos ilustrativos, que se resuelven utilizando el Modelo  $\Phi$ -cd y aplicando la metodología de validación que se definió en el Capítulo 5, sección 5.2.2, con una única diferencia en el Paso 9, ya que no se calculan las cotas numéricas de todas las variables, solamente se calculan para las cargas térmicas porque son las únicas variables para las cuales se pueden declarar modelos de programación lineal tal como se presentan en el Apéndice 1.

En la sección de inicialización, se presenta el Paso 9 como:

Paso 9. Calcule cotas numéricas para todas las variables.

Para el modelo con división de corrientes, se sustituye por:

Paso 9. Calcule cotas numéricas para las cargas térmicas.

#### 6.4 Validación y evaluación del modelo matemático $\Phi$ -cd con búsqueda aleatoria

En esta sección se presentan tres ejemplos ilustrativos. Para el desarrollo de este trabajo, el número de iteraciones se fijó en 1000, la distribución estadística y el resolvidor se conforman a pares, como se muestra en la Tabla 6.1. Para comparar y determinar si dos soluciones son similares o diferentes se eligen 5 dígitos de precisión sobre el valor óptimo de la función objetivo.

Tabla 6.1. Conformación de pares para resolver el Modelo  $\Phi$ -cd.

<i>Distribución</i>	<i>Resolvidor</i>	<i>No. de iteraciones</i>
Normal	MINOS	1000
Normal	CONOPT	1000
Uniforme	MINOS	1000
Uniforme	CONOPT	1000
		<i>Total = 4000</i>

### **6.4.1 Metodología para la búsqueda aleatoria de soluciones óptimas locales del modelo matemático con división de corrientes.**

Los elementos de la metodología para buscar de manera aleatoria soluciones del Modelo  $\Phi$ -cd se presentan en esta sección.

#### **Metodología para la búsqueda de soluciones óptimas locales del modelo $\Phi$ -cd.**

##### **Inicialización**

- Paso 1. Represente la topología de la red de intercambio de calor, utilizando el diagrama de malla por etapas.
- Paso 2. Especifique los conjuntos y los parámetros del modelo matemático.
- Paso 3. Establezca el número de iteraciones a realizar.
- Paso 4. Elija la diferencia de temperaturas en cada intercambiador de calor (Chen, Paterson, media logarítmica o media aritmética).
- Paso 5. Elija la distribución estadística de los puntos iniciales (Uniforme o Normal).
- Paso 6. Elija el resolvidor computacional (MINOS o CONOPT).
- Paso 7. Calcule cotas básicas para todas las variables.
- Paso 8. Desarrolle las restricciones del modelo.
- Paso 9. Calcule cotas numéricas para las cargas térmicas.

##### **Ciclo iterativo**

- Paso 10. Establezca aleatoriamente los valores iniciales para cada una de las variables, según la distribución estadística elegida.
- Paso 11. Resuelva el modelo.
- Paso 12. Si se encuentra, de acuerdo al resolvidor, solución óptima local, revise todos los residuos de las ecuaciones para verificar si la solución reportada es correcta.
- Paso 13. Si la solución es diferente a las previamente encontradas, se guarda.
- Paso 14. Si el número de iteración es menor que el número máximo de iteraciones, se regresa al paso 10. En caso contrario, pare.

### 6.4.2 Ejemplo Ilustrativo 6.1

Considere la optimización de la red de intercambio de calor que se muestra en la Figura 6.1. La información de las corrientes, los coeficientes globales de transferencia de calor y la información de costos para este ejemplo se tomaron de Quesada y Grossmann (1993) y están dados en la Tabla 6.2. La diferencia media logarítmica de temperaturas se calcula con la aproximación de Paterson (1984) y el mezclado es no isotérmico.

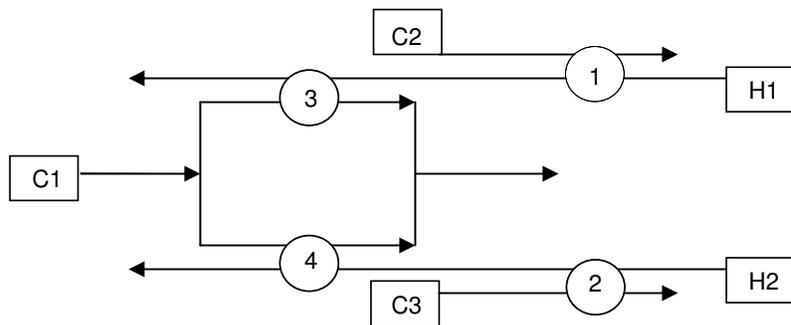


Figura 6.1. Red de intercambio de calor del Ejemplo Ilustrativo 6.1.

Tabla 6.2. Datos del Ejemplo Ilustrativo 6.1 (Quesada y Grossmann, 1993).

Corriente	$T_{in}$ (K)	$T_{out}$ (K)	$F\hat{C}_p$ (kW/K)
H1	575	395	5.555
H2	718	398	3.125
C1	300	400	10
C2	365	-	4.545
C3	358	-	3.571
$U_1=U_2= 0.1 \text{ kW m}^{-2} \text{ K}^{-1}$		$U_3=U_4= 1.0 \text{ kW m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	
Costos por intercambiador: \$/año = 270 [ $A_1(\text{m}^2)$ ], 720 [ $A_2(\text{m}^2)$ ], 240 [ $A_3(\text{m}^2)$ ], 900 [ $A_4(\text{m}^2)$ ];			

**Inicialización**

Paso 1. Al representar la topología de la red utilizando el diagrama de malla por etapas para redes con división de corrientes, se obtiene la Figura 6.2. Se dibujan las líneas punteadas que corresponden a 5 etapas, ya que la red cuenta con cuatro equipos de intercambio de calor. Se coloca un equipo en cada etapa y se numeran las corrientes.

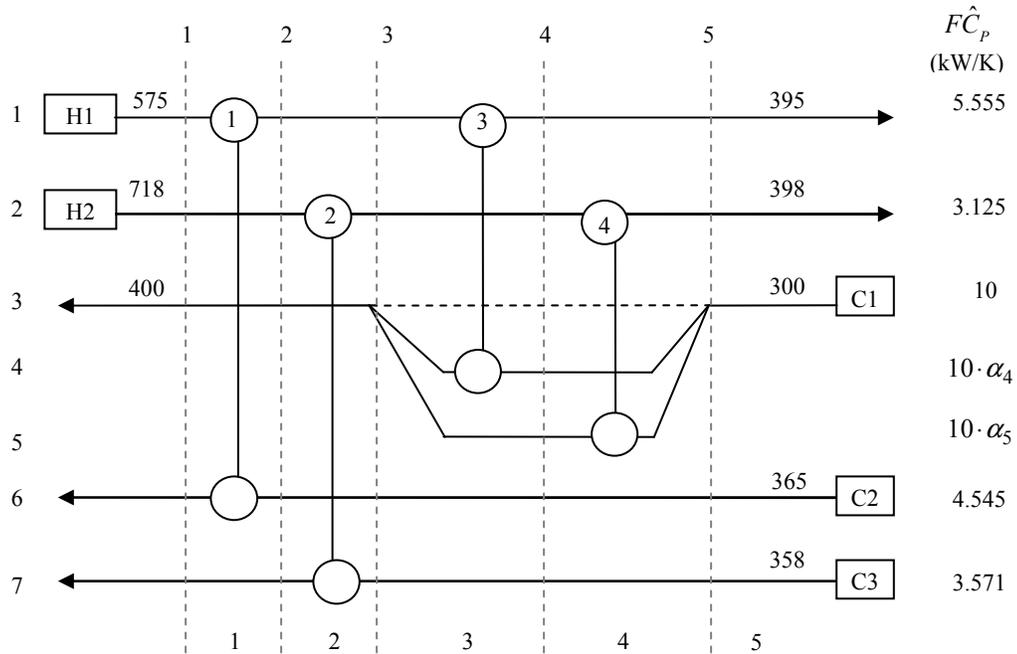


Figura 6.2 Diagrama de malla por etapas para el Ejemplo Ilustrativo 6.1.

Paso 2.

Se declaran los conjuntos y parámetros asociados al problema particular.

Conjuntos del modelo  $\Phi$ -sd.

$$K = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$Ke = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$Ss = \{1, 2, 6, 7\}; \quad Sm = \{3\}; \quad Sh = \{4, 5\}$$

$$Sd_3 = \{4, 5\};$$

$$S_1 = \{1, 6\}, \quad S_2 = \{2, 7\}, \quad S_3 = \{1, 4\}, \quad S_4 = \{2, 5\}, \quad S_5 = \emptyset$$

$$SN_1 = \{2, 3, 4, 5, 7\}, \quad SN_2 = \{1, 3, 4, 5, 6\}, \quad SN_3 = \{2, 3, 5, 6, 7\},$$

$$SN_4 = \{1, 3, 4, 6, 7\}, \quad SN_5 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$Sa_1 = \{4, 5\}; \quad Sa_2 = \{4, 5\}; \quad Sa_3 = \{3\}; \quad Sa_4 = \{3\}; \quad Sa_5 = \{4, 5\};$$

Parámetros del modelo  $\Phi$ -sd.

$$EMAT = 10$$

$$U_1 = U_2 = 0.01; \quad U_3 = U_4 = 1.0;$$

$$CC_1 = 270; \quad CC_2 = 720; \quad CC_3 = 240; \quad CC_4 = 900; \quad r = 1; \quad \beta = 1;$$

$$FCp_1 = 5.555; \quad FCp_2 = 3.125; \quad FCp_3 = 10; \quad FCp_6 = 4.545; \quad FCp_7 = 3.571;$$

$$Ts_1 = 575; \quad Ts_2 = 718; \quad Ts_3 = 300; \quad Ts_6 = 365; \quad Ts_7 = 358;$$

$$Toc_1 = 1, \quad Toc_2 = 1, \quad Toc_3 = 1, \quad Toc_6 = 0, \quad Toc_7 = 0,$$

$$To_1 = 395; \quad To_2 = 398; \quad To_3 = 400;$$

$$C_1 = 1, \quad C_2 = 1, \quad C_3 = -1, \quad C_4 = -1, \quad C_5 = -1, \quad C_6 = -1, \quad C_7 = -1;$$

Enseguida debemos elegir las diferentes opciones, para este problema se modela con la aproximación de Paterson (1984). Los pasos siguientes de la metodología quedan implícitos con sólo declarar lo anterior en GAMS.

### **Resultados**

Para este problema se encontraron 2 soluciones óptimas locales del Modelo  $\Phi$ -cd. Las soluciones se presentan a continuación, en las Figuras 6.3 y 6.4, acompañadas de una tabla de información técnica y económica para cada equipo de intercambio, Tablas 6.3 y 6.4. Este es el problema ya comentado en el Capítulo 2, los resultados obtenidos aplicando la metodología de este trabajo son los mismos, siendo el de menor costo el primer diseño óptimo, \$ 36,190.1 año<sup>-1</sup>.

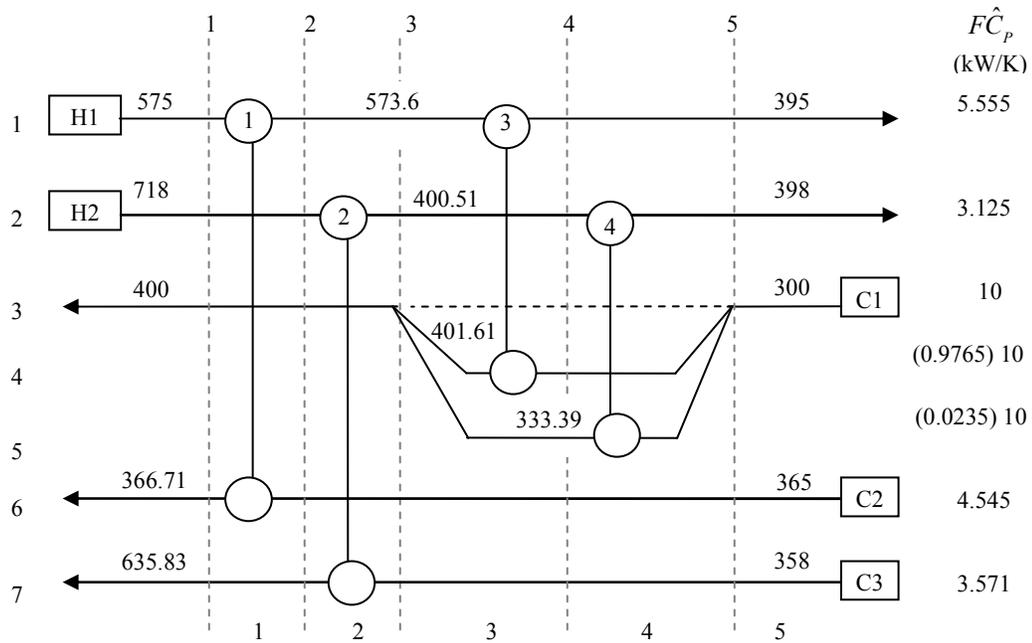


Figura 6.3. Primer diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 6.1 con un costo de \$ 36,190.1 /año.

En la Figura 6.3, se observan solamente las temperaturas correspondientes en los puntos intermedios del diagrama. En esta solución se observa como la fracción en el divisor es muy grande; esto es, que casi todo el flujo se distribuye en la corriente 4. Así pues, el intercambiador 4 tiene un área y una carga mucho menor que el intercambiador 3.

Tabla 6.3. Información técnica y económica de cada intercambiador para el primer diseño óptimo local, mostrado en la Figura 6.3, con un costo total de \$ 36, 190.09 /año

Equipo	$Q$ (kW)	$\Delta T$ (K)	Área (m <sup>2</sup> )	Costo total (\$ año <sup>-1</sup> )
1	7.76	208.45	0.04	8.93
2	992.14	60.18	16.49	14836.99
3	992.14	129.72	76.49	20650.85
4	7.86	81.59	0.96	693.32
			93.97	36,190.09

En este diseño óptimo local, con el mejor costo para este ejemplo, se tienen dos áreas de intercambio muy pequeñas, las correspondientes a los equipos 1 y 4, tal como se muestra en la Tabla 6.3.

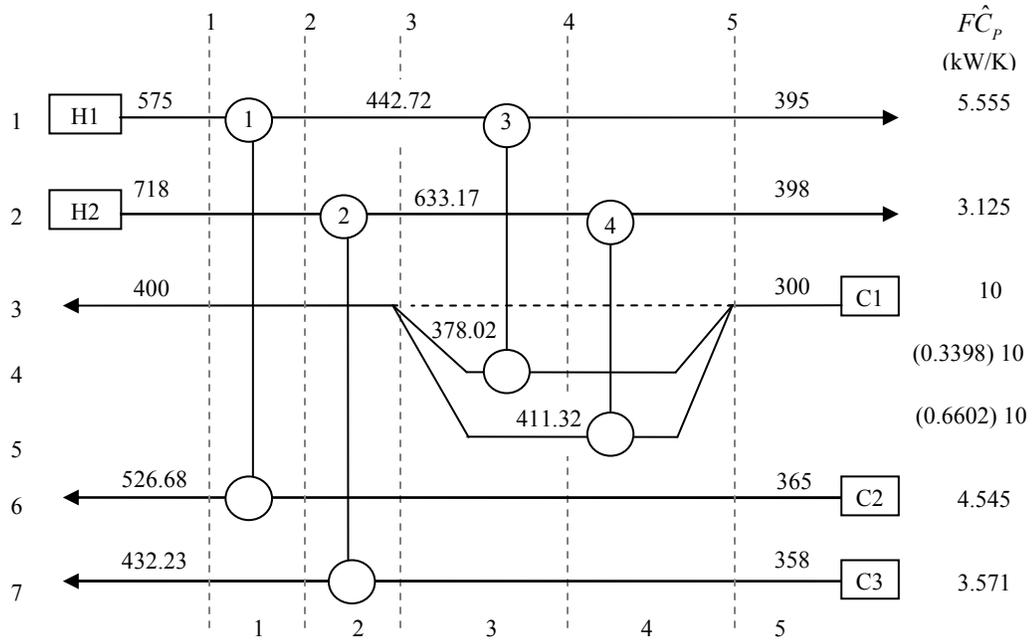


Figura 6.4. Segundo diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 6.1 con un costo de \$ 47, 675.5 /año

Tabla 6.4. Información técnica y económica de cada intercambiador para el segundo diseño óptimo local, mostrado en la Figura 6.4, con un costo total de \$ 47, 675.50 /año

Equipo	$Q$ (kW)	$\Delta T$ (K)	Área ( $m^2$ )	Costo total (\$ año <sup>-1</sup> )
1	734.82	61.86	11.88	2850.78
2	265.08	280.44	0.95	850.71
3	265.08	78.89	33.60	9072.85
4	734.92	151.61	48.47	34901.16
			94.90	47675.50

La Figura 6.4 muestra el segundo diseño óptimo local determinado para el modelo  $\Phi$ -cd para este problema particular, con un costo total de \$ 47, 675.50 /año. Nótese que para esta solución óptima local, la distribución del flujo de la corriente 3 en el divisor es menos drástica; sin embargo, como el flujo correspondiente a la corriente 5 es mayor que en el caso anterior (ver Figura 6.3), esto impacta el área de intercambio del equipo 2, ya que al establecerse la distribución de cargas térmicas, este equipo queda con una carga mucho menor que en la solución óptima mostrada en la Figura 6.3.

Los resolvedores tienen desempeños diferentes. Con CONOPT se encuentran más puntos factibles que con MINOS, teniendo CONOPT casi el 100% de factibilidad. El mejor diseño óptimo local con

un costo de \$ 36,190.1 /año mostrado en la Figura 6.3 se encuentra con mayor frecuencia. La combinación de resolvidor CONOPT con distribución normal fue la que obtuvo el mayor número de puntos factibles, 997. Esto resultados se resumen en la Tabla 6.5.

Tabla 6.5. Estadísticas de los resolvidores para la solución del Ejemplo Ilustrativo 6.1.

	<i>Distribución</i>	<i>Factibles (%)</i>	<i>\$ 36,190.1 /año (%)</i>	<i>\$ 47, 675.50 /año (%)</i>
MINOS	Normal	72.0	67.92	32.08
	Uniforme	72.6	68.87	31.13
CONOPT	Normal	99.7	63.19	36.81
	Uniforme	99.4	77.16	22.84

**6.4.3 Ejemplo Ilustrativo 6.2 (Briones y Kokossis, 1999).**

Considere la optimización de la red de intercambio de calor que se muestra en la Figura 6.5. La información de las corrientes, los coeficientes globales de transferencia de calor y la información de costos para este ejemplo están dados en la Tabla 6.6. La diferencia media logarítmica de temperaturas se modela con la aproximación de Paterson (1984).

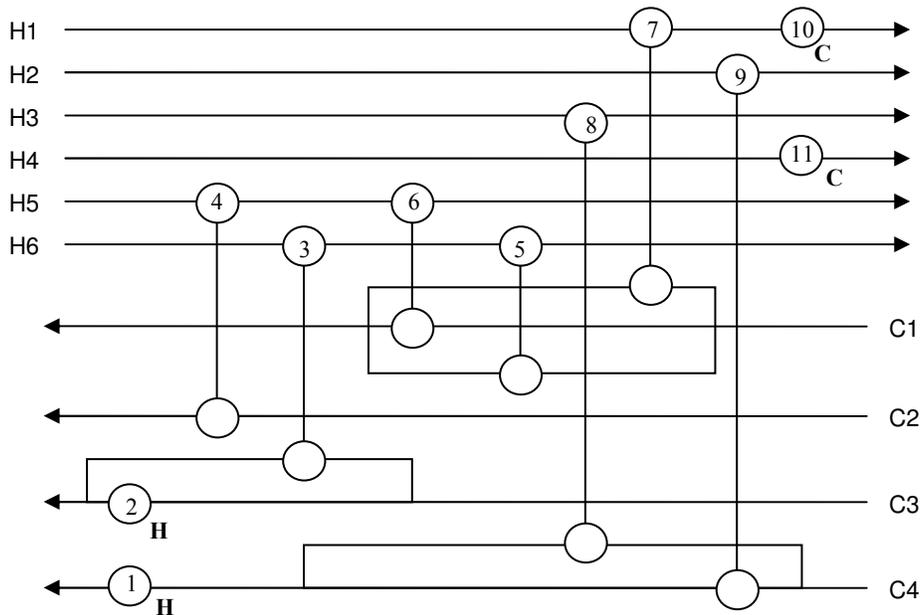


Figura 6.5. Red de intercambio de calor para el Ejemplo Ilustrativo 6.2.

Tabla 6.6. Datos del Ejemplo Ilustrativo 6.2 (Briones y Kokossis, 1999).

Corriente	$T_{in}$ (°C)	$T_{out}$ (°C)	$F\hat{C}_p$ (kW/°C)	$h$ (kW/°C m <sup>2</sup> )
H1	85	45	156.3	0.05
H2	120	40	50	0.05
H3	125	35	23.9	0.05
H4	56	46	1250	0.05
H5	90	85	1500	0.05
H6	225	75	50	0.05
C1	40	55	466.7	0.05
C2	55	65	600	0.05
C3	65	165	195	0.05
C4	10	170	81.3	0.05
HU	201	200	---	0.05
CU	15	25	---	0.05

Costo por intercambiador: \$ = 300 (área); Costo del vapor = \$100/kW/año; Costo del agua de enfriamiento = \$15/kW/año; tasa de interés = 0%; vida = 5 años; tiempo de operación= 8000 h/año.

En la Figura 6.6 se presenta el diseño óptimo reportado, para este ejemplo, en el trabajo de Briones y Kokossis (1999); ellos citan un óptimo con un costo total de \$ 5, 980, 694.81 /año. Se resaltan las cargas térmicas de cada equipo de intercambio de calor.

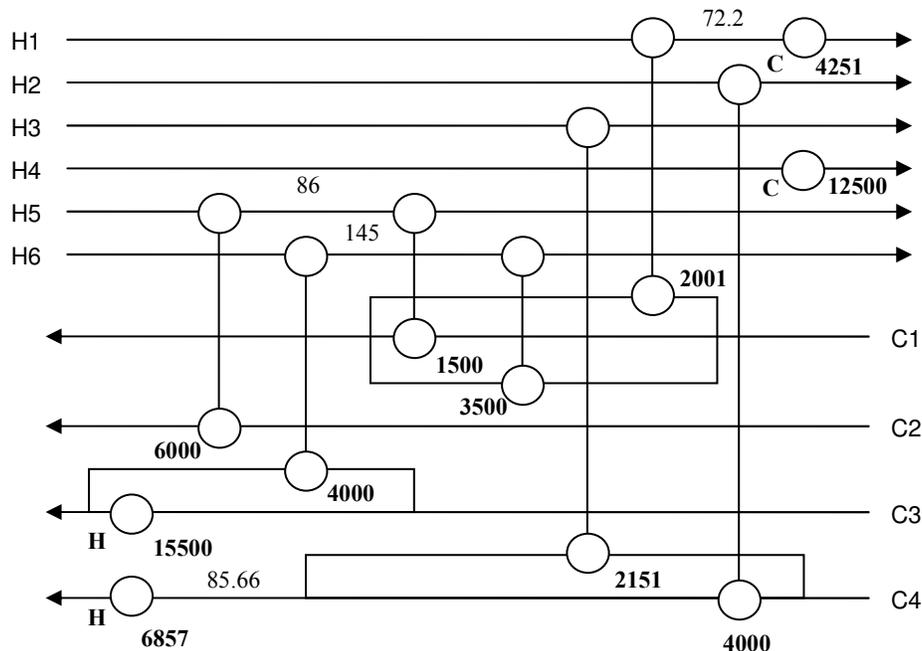


Figura 6.6 Diseño óptimo reportado por Briones y Kokossis (1999) para la configuración mostrada en la Figura 6.5, con un costo total de \$ 5, 980, 694.81 /año.

De acuerdo con el artículo de Briones y Kokossis, su metodología se basa en el concepto de que al fijar el nivel de consumo de servicios auxiliares, el problema de síntesis de redes de intercambio de calor se simplifica. Para obtener el nivel de consumo de servicios auxiliares adecuado, a partir del cual se inicializa con soluciones factibles el modelo matemático que estos autores proponen, introducen el concepto de *hiper-objetivos* (“hypertargets”) que integra análisis de punto de pliegue y programación matemática de manera simultánea; emplean un modelo ATM (por “Area Target Model”) y un esquema de superestructura con el propósito de comprender todo el espacio que generan los diferentes valores de niveles de recuperación de energía y elegir el nivel de consumo que minimiza el costo.

Estos autores aplicaron esta metodología al problema del Ejemplo Ilustrativo 6.2 y encontraron que el nivel de consumo de servicios auxiliares se fija para un HRAT (por “Heat Recovery Approach Temperature”) entre 20 °C y 30 °C, eligieron HRAT = 30 °C, que corresponde a fijar en 22,356 kW el consumo en los servicios auxiliares de calentamiento. La Tabla 6.7 muestra las áreas, las diferencias de temperatura y los costos de cada intercambiador de calor de su solución óptima local.

Tabla 6.7. Información técnica y económica de cada intercambiador para el óptimo citado por Briones y Kokossis (1999), mostrado en la Figura 6.6 con un costo total de \$ 5, 980, 694.81 /año

<i>Equipo</i>	<i>Q (kW)</i>	<i>ΔT (°C)</i>	<i>Área (m<sup>2</sup>)</i>	<i>Costo capital (\$/año)</i>	<i>Costo servicios (\$/año)</i>
<b>1</b>	6857	63.91	4291.34	257480.65	685700
<b>2</b>	15500	75.83	8176.60	490596.18	1550000
<b>3</b>	4000	67.12	2383.87	143032.27	
<b>4</b>	6000	27.89	8604.45	516266.93	
<b>5</b>	3500	55.89	2505.08	150304.79	
<b>6</b>	1500	39.05	1536.49	92189.44	
<b>7</b>	2000.5	33.05	2420.99	145259.55	
<b>8</b>	2151	31.32	2747.39	164843.24	
<b>9</b>	4000	32.31	4952.73	297163.84	
<b>10</b>	4251.5	37.95	4480.73	268843.95	63772.5
<b>11</b>	12500	31.00	16129.03	967741.94	187500
			58,228.71	3,493,722.78	2,486,972.50

A continuación se presenta la solución aplicando la metodología propuesta en este trabajo.

**Inicialización**

Paso 1. Al representar la topología de la red mostrada en la Figura 6.5 utilizando el diagrama de malla por etapas, se obtiene la Figura 6.7.

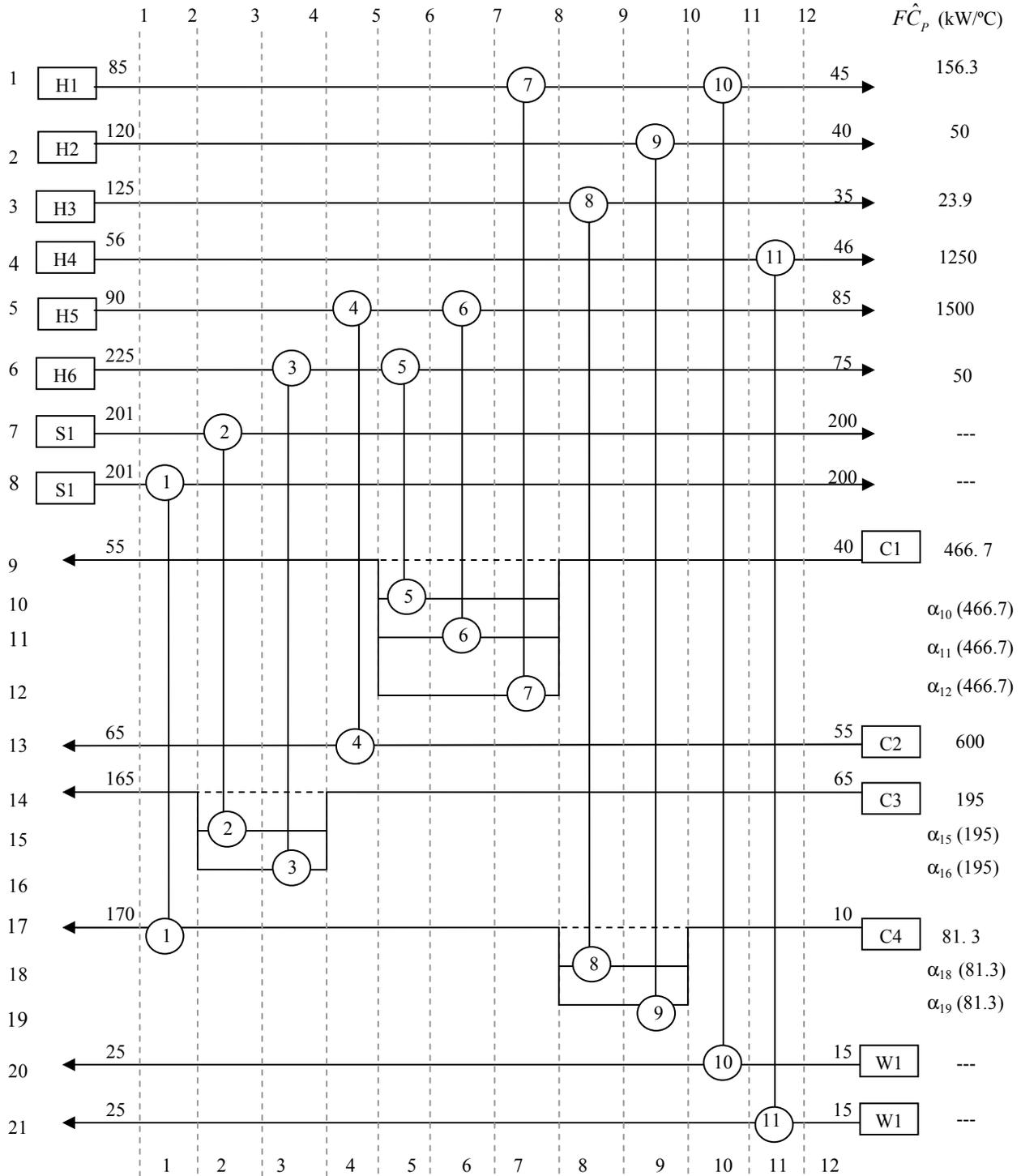


Figura 6.7. Diagrama de malla por etapas para el Ejemplo Ilustrativo 6.2.

### Paso 2.

Se declaran los conjuntos y parámetros asociados al problema particular. La diferencia de temperaturas se modela con la aproximación de Paterson (1984).

Para este problema se plantean dos casos:

#### **CASO A**

Para este caso se fija el nivel de consumo para los servicios auxiliares de calentamiento para un  $HRAT= 30\text{ }^{\circ}\text{C}$ , en 22,356 kW.

#### ***Resultados***

Se encontró solamente un diseño óptimo local con un costo total de \$ 5, 980, 694.81 /año, el cual se presenta en la Figura 6.8, la información técnica y económica para cada equipo de intercambio se presentó en la Tabla 6.7. Este óptimo coincide con el que se reporta en el artículo de Briones y Kokossis, 1999; las cargas térmicas y el costo total coincide. El motivo de presentar la Figura 6.8 es mostrar la solución en su diagrama de malla por etapas con mayor detalle, con información adicional a la mostrada en la Figura 6.6, que fue tomada directamente del artículo, referente a las fracciones de flujo de las corrientes hijas.

#### **CASO B**

Para este caso el modelo se libera de la restricción de fijar el nivel de consumo para los servicios auxiliares y se resuelve.

#### ***Resultados***

Se encontraron 3 soluciones óptimas locales que se presentan en las Figuras 6.9, 6.10 y 6.11; acompañadas de sus tablas de información técnica y económica para cada equipo de intercambio, Tablas 6.8, 6.10 y 6.11. Se encuentra que el mejor diseño óptimo local tiene un costo total de \$5, 918, 042.14 /año y se muestra en la Figura 6.9. La información técnica y económica para cada equipo de intercambio se muestra en la Tabla 6.8.

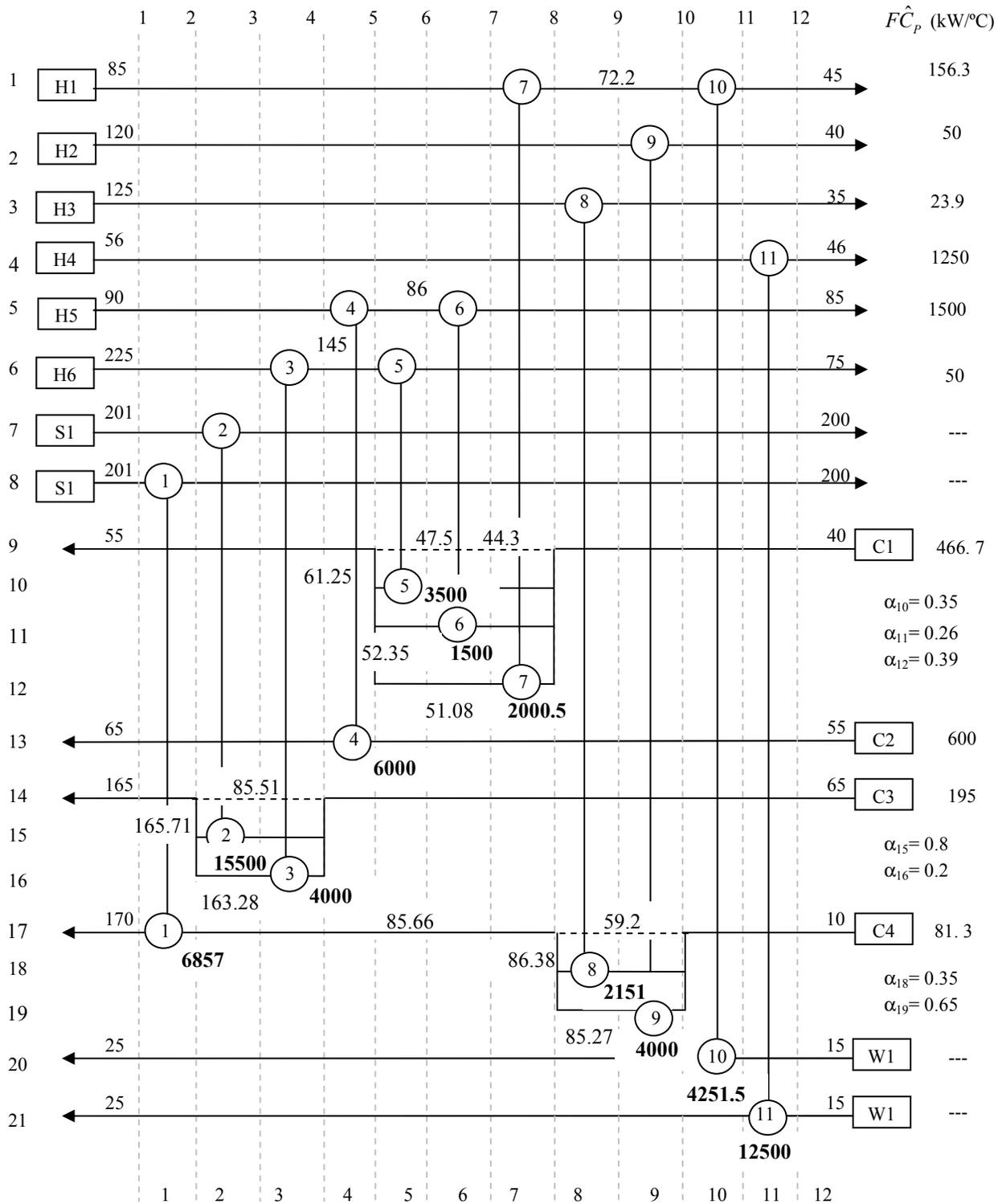


Figura 6.8. Diseño óptimo local para el Ejemplo Ilustrativo 6.2, con la restricción de fijar el nivel de consumo de los servicios auxiliares con un costo total de \$ 5, 980, 694.81 /año.

Tabla 6.8. Información técnica y económica de cada intercambiador para el primer diseño óptimo del Caso B, mostrado en la Figura 6.9 con un costo total de \$5, 918, 042.14 /año

<i>Equipo</i>	<i>Q (kW)</i>	<i>ΔT (°C)</i>	<i>Área (m<sup>2</sup>)</i>	<i>Costo capital (\$/año)</i>	<i>Costo servicios (\$/año)</i>
<b>1</b>	6857	63.915	4291.345	257480.7	685700
<b>2</b>	13884.86	74.396	7465.39	447923.4	1388486
<b>3</b>	5615.14	54.406	4128.316	247698.96	
<b>4</b>	6000	27.893	8604.449	516266.94	
<b>5</b>	1884.86	42.912	1756.957	105417.42	
<b>6</b>	1500	37.139	1615.562	96933.72	
<b>7</b>	3615.64	26.665	5423.721	325423.26	
<b>8</b>	2151	31.317	2747.387	164843.22	
<b>9</b>	4000	32.305	4952.722	297163.32	
<b>10</b>	2636.36	33.316	3165.298	189917.88	39545.4
<b>11</b>	12500	31	16129.032	967741.92	187500
			60,280.18	3,616,810.74	2,301,231.4

De los ahorros en los diferentes aspectos mostrados en la Tabla 6.9, el mayor ahorro se ve en los aspectos referentes a los servicios auxiliares, lo que implica que se recupera mayor cantidad de energía dentro del proceso y por lo tanto, el costo de inversión es mayor para la mejor solución encontrada, esto explica el ahorro negativo en este rubro. A pesar de ello, el costo total presenta una reducción con respecto a la solución reportada en el artículo.

Tabla 6.9. Tabla comparativa entre la solución inicial y la mejor solución encontrada.\*

	Inicial	Mejor solución	Ahorro
Costo Total anual	\$ 5,980,694.81	\$ 5,918,042.13	1.05 %
Costo de Inversión	\$ 3,493,722.78	\$ 3,616,810.74	-3.52 %
Costo por Servicios	\$ 2,486,972.50	\$ 2,301,231.40	7.47 %
Servicio de Calentamiento	22357 kW	20741.9 kW	7.22 %
Servicio de Enriamiento	16751.5 kW	15136.4 kW	9.64 %

\* Solución inicial es la mejor de Briones y Kokossis (1999) en la Figura 6.8 y la mejor solución es aquella encontrada con el Modelo  $\Phi$ -cd para este problema en particular en la Figura 6.9.

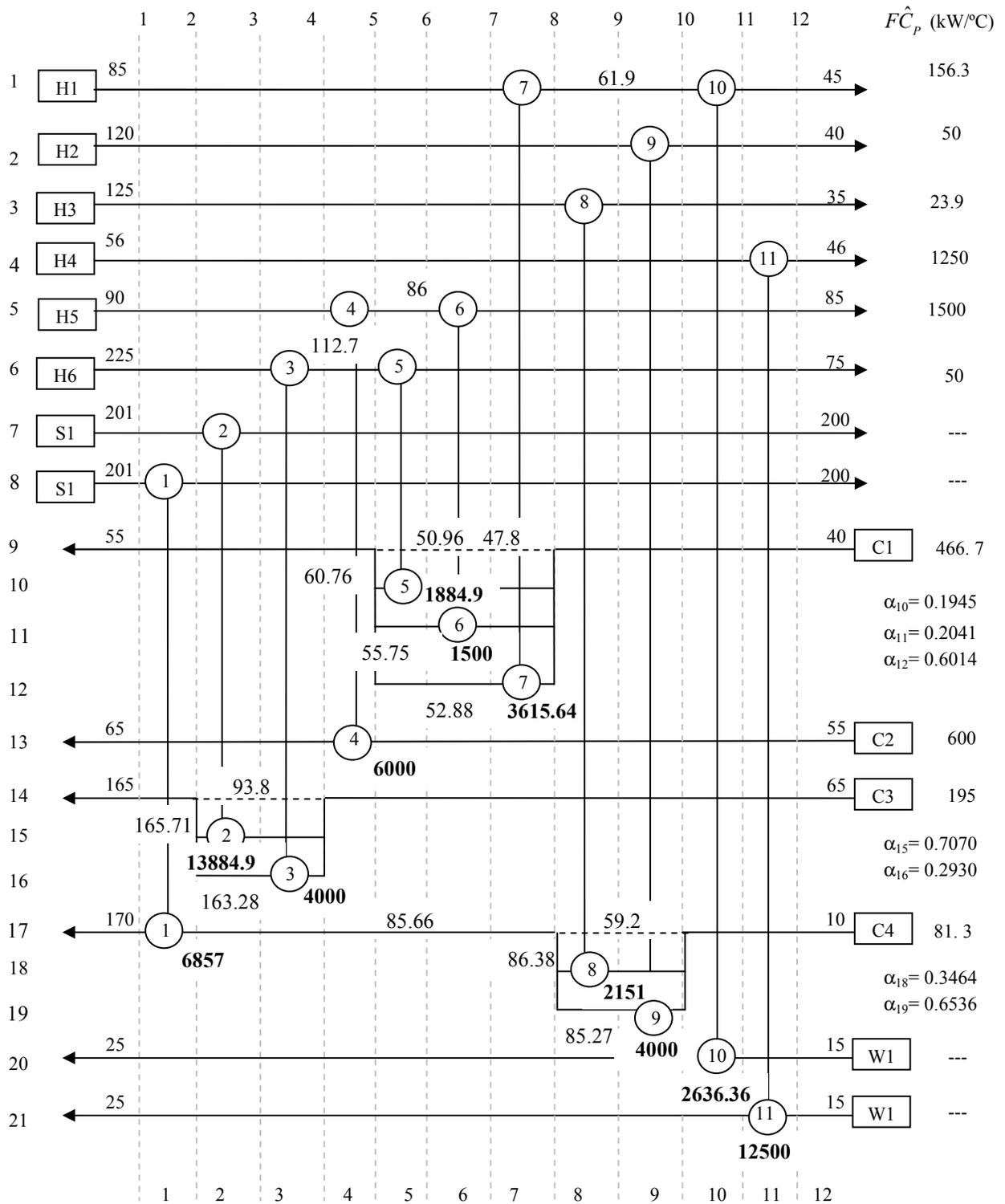


Figura 6.9. Mejor solución óptima local encontrada con un costo de \$5, 918, 042.14 /año, liberando el nivel de consumo en servicios auxiliares.

Tabla 6.10. Información técnica y económica de cada intercambiador para el segundo diseño óptimo del Caso B, mostrado en la Figura 6.10 con un costo total de \$6, 175, 328.24 /año

<i>Equipo</i>	<i>Q (kW)</i>	<i>ΔT (°C)</i>	<i>Área (m<sup>2</sup>)</i>	<i>Costo capital (\$/año)</i>	<i>Costo servicios (\$/año)</i>
<b>1</b>	6857	63.915	4291.345	257480.7	685700
<b>2</b>	12000	67.613	7099.277	425956.62	1200000
<b>3</b>	7500	31.336	9573.767	574426.02	
<b>4</b>	6000	27.893	8604.449	516266.94	
<b>5</b>	0	52.49	0	0	
<b>6</b>	1500	34.563	1735.967	104158.02	
<b>7</b>	5500.5	18.417	11946.766	716805.96	
<b>8</b>	2151	31.317	2747.387	164843.22	
<b>9</b>	4000	32.305	4952.722	297163.32	
<b>10</b>	751.5	27.322	1100.217	66013.02	11272.5
<b>11</b>	12500	31	16129.032	967741.92	187500
			68,180.93	4,090,855.74	2,084,472.5

Tabla 6.11. Información técnica y económica de cada intercambiador para el tercer diseño óptimo del Caso B, mostrado en la Figura 6.11 con un costo total de \$6, 154, 342.16 /año

<i>Equipo</i>	<i>Q (kW)</i>	<i>ΔT (°C)</i>	<i>Área (m<sup>2</sup>)</i>	<i>Costo capital (\$/año)</i>	<i>Costo servicios (\$/año)</i>
<b>1</b>	6857	63.915	4291.345	257480.7	685700
<b>2</b>	17500.5	75.895	9223.566	553413.96	1750050
<b>3</b>	1999.5	79.147	1010.523	60631.38	
<b>4</b>	6000	27.893	8604.449	516266.94	
<b>5</b>	5500.5	71.197	3090.282	185416.92	
<b>6</b>	1500	41.051	1461.612	87696.72	
<b>7</b>	0	12.139	0	0	
<b>8</b>	2151	31.317	2747.387	164843.22	
<b>9</b>	4000	32.305	4952.722	297163.32	
<b>10</b>	6252	43.284	5777.618	346657.08	93780
<b>11</b>	12500	31	16129.032	967741.92	187500
			57,288.536	3,437,312.16	2,717,030.0

Es importante destacar que la metodología propuesta permitió que, además de optimizar sobre las variables continuas del problema, en este Ejemplo Ilustrativo se pudieran explorar posibles reducciones en la topología.

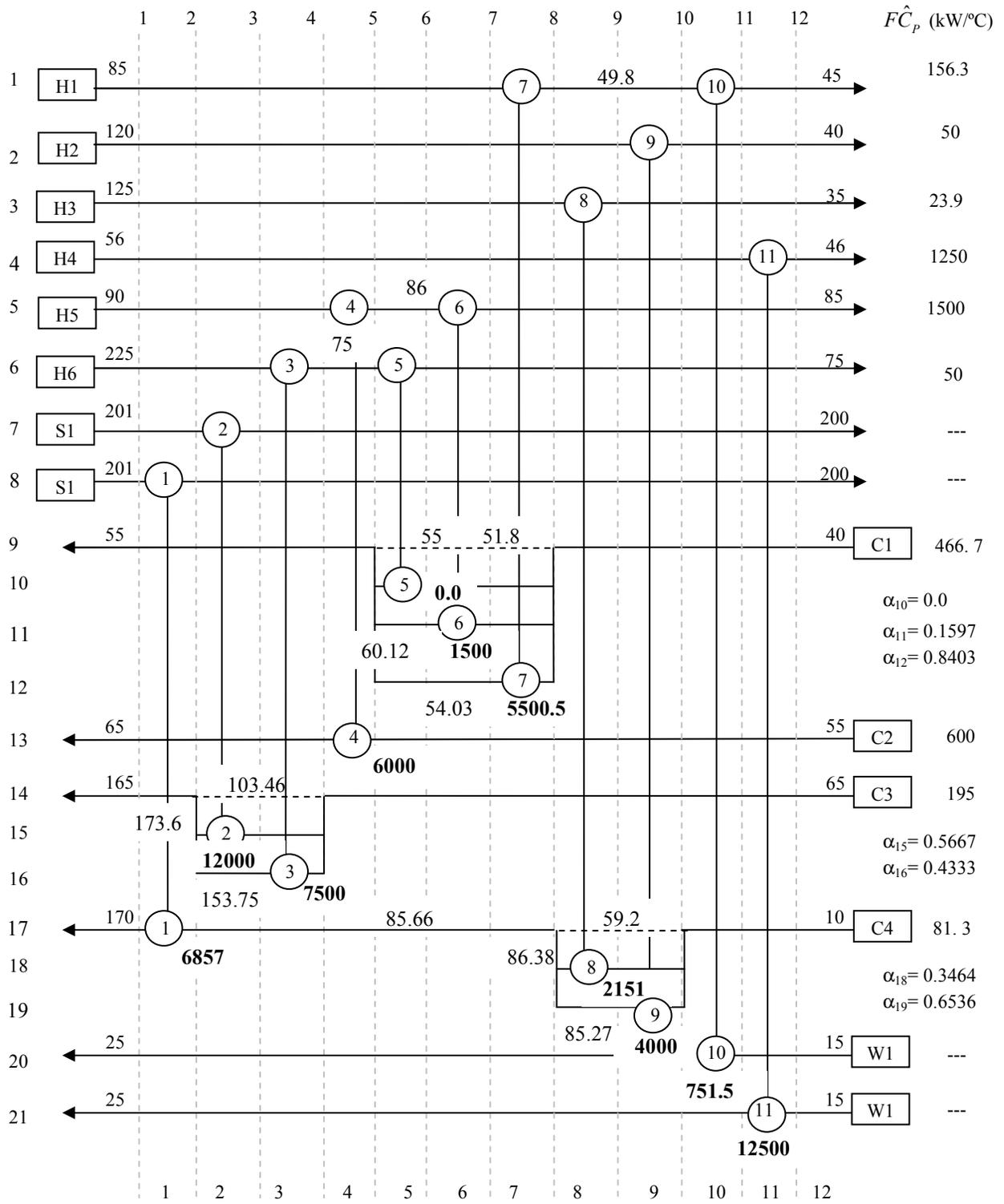


Figura 6.10. Segunda solución óptima local encontrada con un costo de \$6, 175, 328.24 /año, liberando el nivel de consumo en servicios auxiliares.

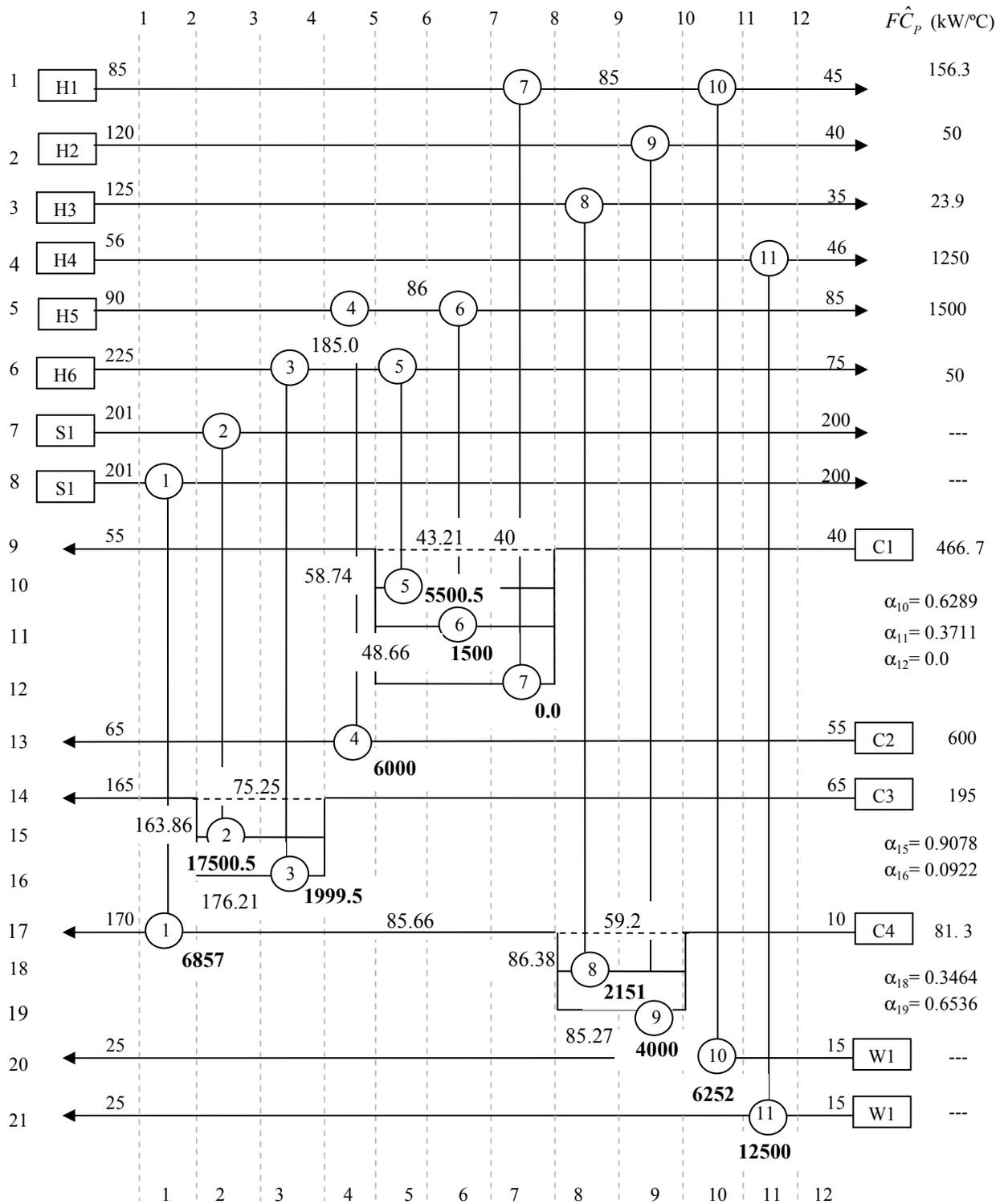


Figura 6.11. Tercera solución óptima local encontrada con un costo de \$6, 154, 342.16 /año, liberando el nivel de consumo en servicios auxiliares.

**6.4.4 Ejemplo Ilustrativo 6.3 (Ghosh et al., 2006).**

Considere la optimización de la red de intercambio de calor que se muestra en la Figura 6.12. La información de las corrientes, los coeficientes globales de transferencia de calor y la información de costos para este ejemplo están dados en la Tabla 6.12.

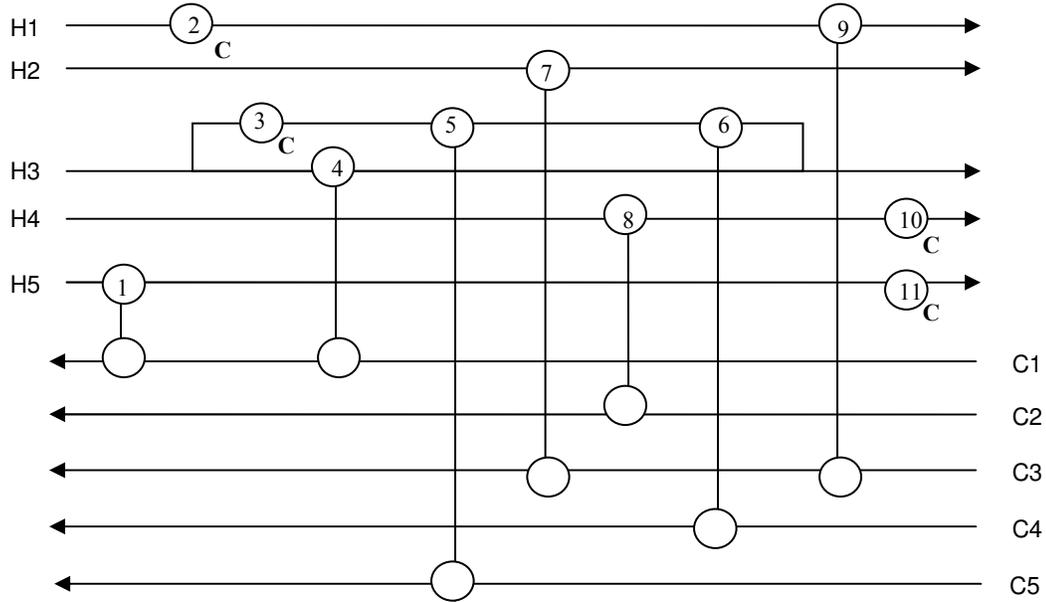


Figura 6.12. Red de intercambio de calor del Ejemplo Ilustrativo 6.3.

Tabla 6.12. Datos del Ejemplo Ilustrativo 6.3 (Ghosh *et al.*, 2006).

Corriente	$T_{in}(K)$	$T_{out}(K)$	$FC_p$ (kW/ K)
H1	433	366	8.79
H2	522	411	10.55
H3	544	422	12.56
H4	500	339	14.77
H5	472	339	17.73
C1	355	450	17.28
C2	366	478	13.90
C3	311	494	8.44
C4	333	433	7.62
C5	389	495	6.08
CW	311	355	---

Costo del agua de enfriamiento = \$18.12/kW/año;  $U= 0.852 \text{ kW/ m}^2/K$

Costo por intercambiador: \$/año = 145.63 (área)<sup>0.6</sup>;

De acuerdo con el artículo de Ghosh *et al.* (2006), su metodología se basa en un algoritmo aleatorio que establece la estructura de la red de intercambio y los valores de las variables continuas del problema, se modela división de corrientes con mezclado isotérmico. Para modelar la división de corrientes, estos autores consideran que sólo se divide una corriente de todas las corrientes, sólo se divide una vez y sólo da origen a dos sub-corrientes. Ya que se establece la red de intercambio, una carga térmica se asigna a cada intercambiador de manera aleatoria, con tres posibles escenarios: i) no se le asigna ninguna carga; ii) se le asigna un valor aleatorio dentro de sus cotas ó iii) se le asigna el máximo valor posible dentro de sus cotas. Finalmente si resta energía que intercambiar, se asigna a un servicio auxiliar.

En la Figura 6.13 se presenta el diseño óptimo reportado, para este ejemplo, en el trabajo de Ghosh *et al.* (2006) con división de corrientes; ellos citan un óptimo con un costo total de \$ 43, 661.03 /año.

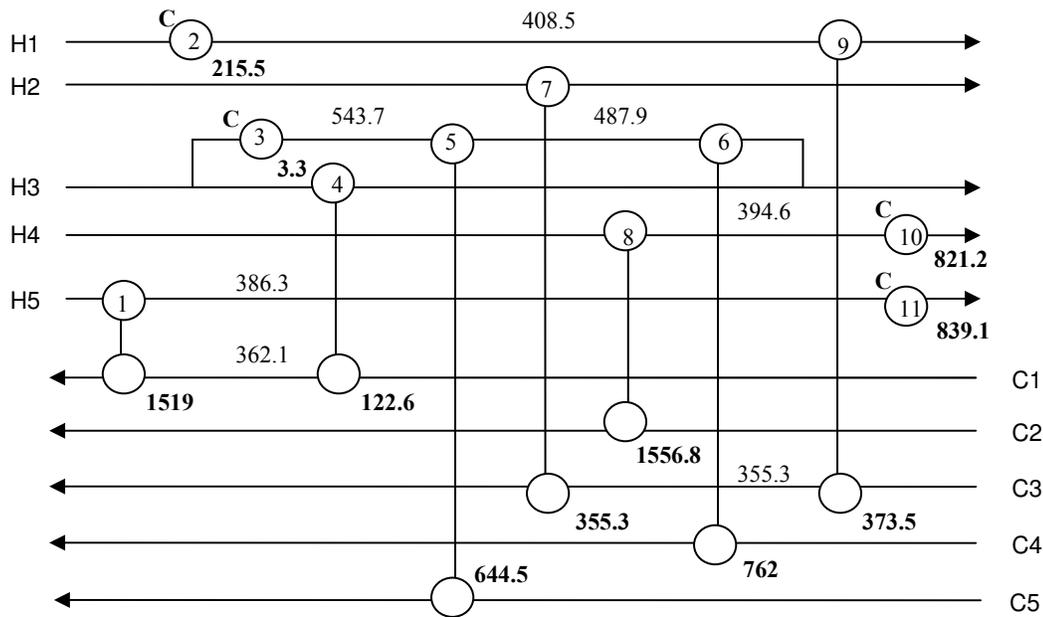


Figura 6.13 Diseño óptimo reportado por Ghosh *et al.* (2006) para la configuración mostrada en la Figura 6.12, con un costo total de \$ 43, 661.03 /año.

A continuación se presenta la solución aplicando la metodología propuesta en este trabajo.

**Inicialización**

Paso 1. Al representar la topología de la red mostrada en la Figura 6.12 utilizando el diagrama de malla por etapas, se obtiene la Figura 6.14.

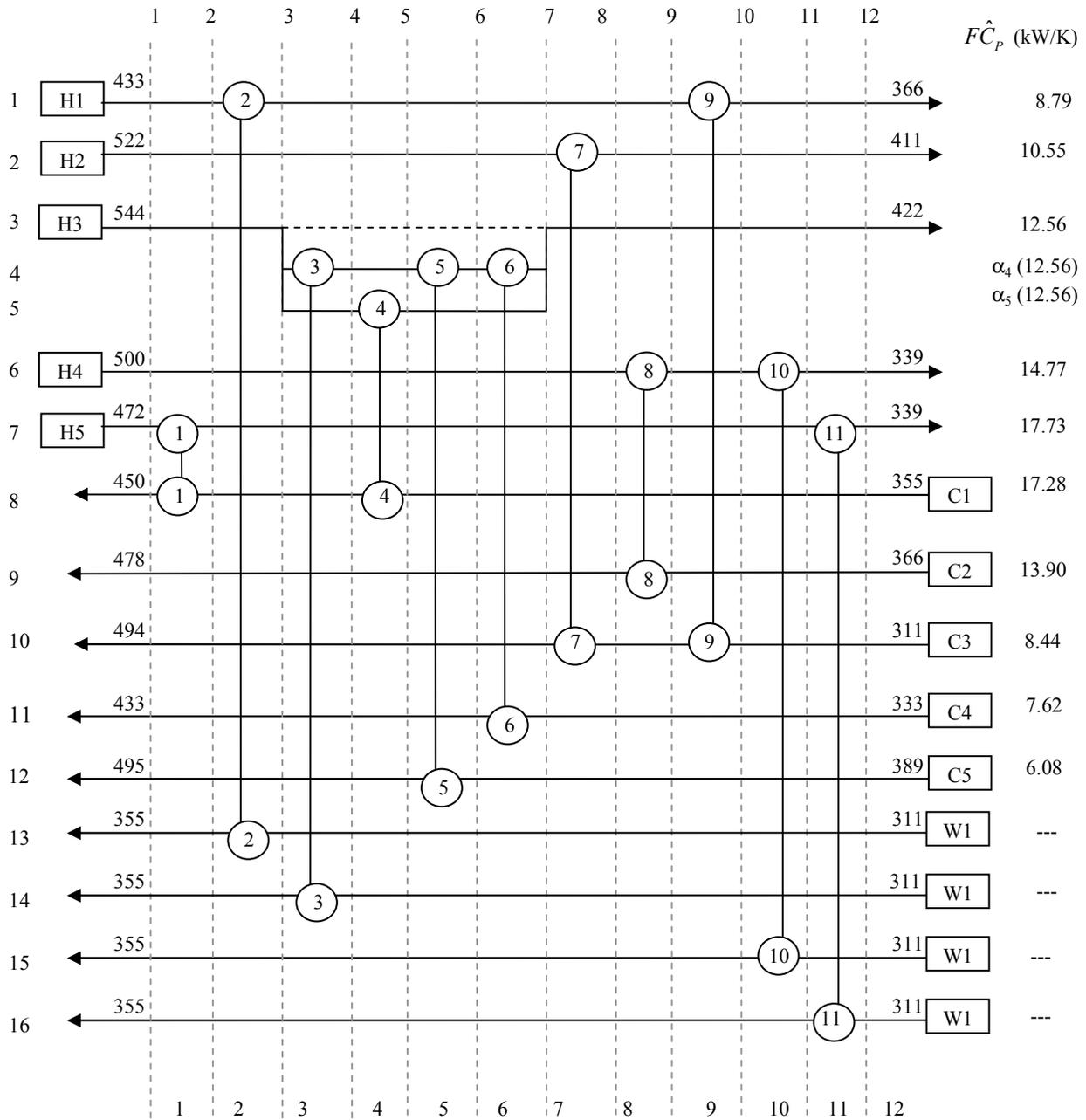


Figura 6.14. Diagrama de malla por etapas para el Ejemplo Ilustrativo 6.3.

Paso 2.

Se declaran los conjuntos y parámetros asociados al problema particular. La diferencia de temperaturas se modela con la diferencia media logarítmica.

Para este problema se plantean dos casos:

**CASO A**

Utilizando el modelo propuesto en este trabajo, agregando una restricción de mezclado isotérmico, con una ecuación en la que se igualan las temperaturas de la corriente madre 3 y las corrientes hijas 4 y 5, en la frontera del lado caliente de la etapa 7; esto es,  $t_{3,7} = t_{4,7} = t_{5,7}$ .

**Resultados**

Se encontró solamente un diseño óptimo local con un costo total de \$ 43, 661.03 /año, el cual se presenta en la Figura 6.15. Este óptimo coincide con el que se reporta en el artículo de Ghosh *et al.*, 2006. La Tabla 6.13 muestra, las áreas, diferencias de temperatura y costos para cada intercambiador de calor.

Tabla 6.13. Información técnica y económica de cada intercambiador para el óptimo citado por Ghosh *et al.* (2006) mostrado en la Figura 6.15 con un costo total de \$ 43, 661.03 /año.

<i>Equipo</i>	<i>Q (kW)</i>	<i>ΔT (°C)</i>	<i>Área (m<sup>2</sup>)</i>	<i>Costo capital (\$/año)</i>	<i>Costo servicios (\$/año)</i>
<b>1</b>	1519.06	23.098	77.191	1976.018	
<b>2</b>	215.46	87.382	2.894	275.518	3904.135
<b>3</b>	3.3	210.100	0.018	13.074	59.796
<b>4</b>	122.54	115.045	1.250	166.493	
<b>5</b>	644.48	70.887	10.671	602.801	
<b>6</b>	762	70.607	12.667	668.121	
<b>7</b>	1171.05	40.295	34.110	1210.542	
<b>8</b>	1556.8	25.155	72.640	1905.269	
<b>9</b>	373.47	54.114	8.100	510.907	
<b>10</b>	821.17	33.464	28.801	1093.693	14879.600
<b>11</b>	839.03	29.630	33.236	1191.835	15203.224
			281.578	9,614.271	34,046.755

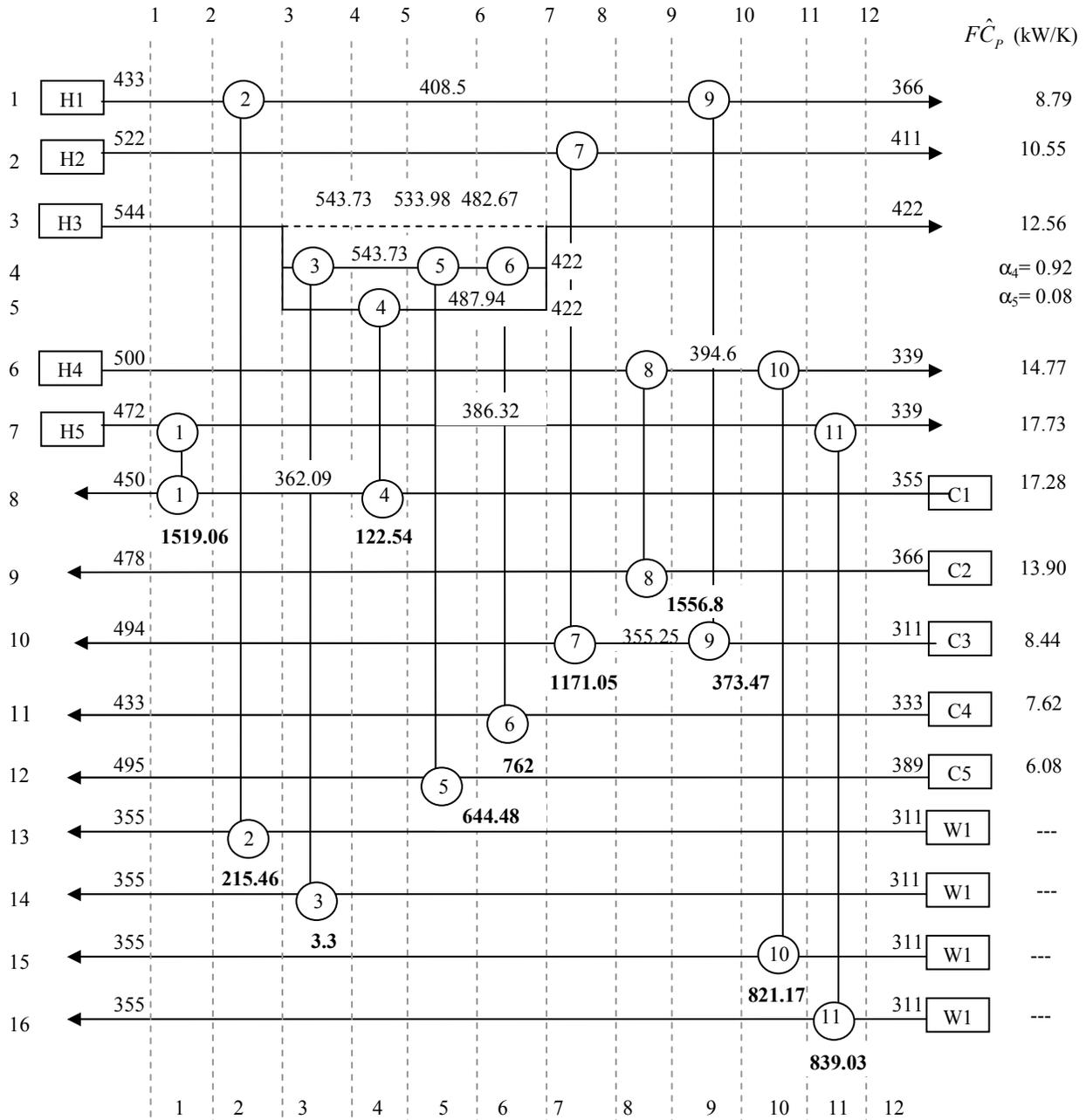


Figura 6.15. Diseño óptimo local para la configuración mostrada en la Figura 6.12, considerando mezclado isotérmico, con un costo total de \$ 43, 661.03 /año.

**CASO B**

Para este caso el modelo se libera de la restricción del mezclado isotérmico, se utiliza el Modelo  $\Phi$ -cd, tal cual se presenta.

**Resultados**

Para este problema se encontraron 2 soluciones óptimas locales que se presentan en las Figuras 6.16, y 6.17; acompañadas de sus tablas de información técnica y económica para cada equipo de intercambio, Tablas 6.14 y 6.15. Se encuentra que el mejor diseño óptimo local tiene un costo total de \$ 43, 646.07 /año y se muestra en la Figura 6.17. La información técnica y económica para cada equipo de intercambio se muestra en la Tabla 6.15.

Tabla 6.14. Información técnica y económica de cada intercambiador para el primer óptimo local, mostrado en la Figura 6.16 con un costo total de \$ 43, 733.45 /año.

<i>Equipo</i>	<i>Q (kW)</i>	<i>ΔT (°C)</i>	<i>Área (m<sup>2</sup>)</i>	<i>Costo capital (\$ año<sup>-1</sup>)</i>	<i>Costo servicios (\$ año<sup>-1</sup>)</i>
<b>1</b>	1641.6	23.185	83.105	2065.509	
<b>2</b>	215.46	87.382	2.894	275.518	3904.135
<b>3</b>	125.84	205.522	0.719	119.478	2280.221
<b>4</b>	0	86.623	0	0	
<b>5</b>	644.48	62.38	12.126	650.851	
<b>6</b>	762	67.433	13.263	686.809	
<b>7</b>	1171.05	40.295	34.11	1210.542	
<b>8</b>	1556.8	25.155	72.64	1905.269	
<b>9</b>	373.47	54.114	8.1	510.907	
<b>10</b>	821.17	33.464	28.801	1093.693	14879.600
<b>11</b>	716.49	26.165	32.141	1168.117	12982.799
			287.899	9,686.693	34,046.755

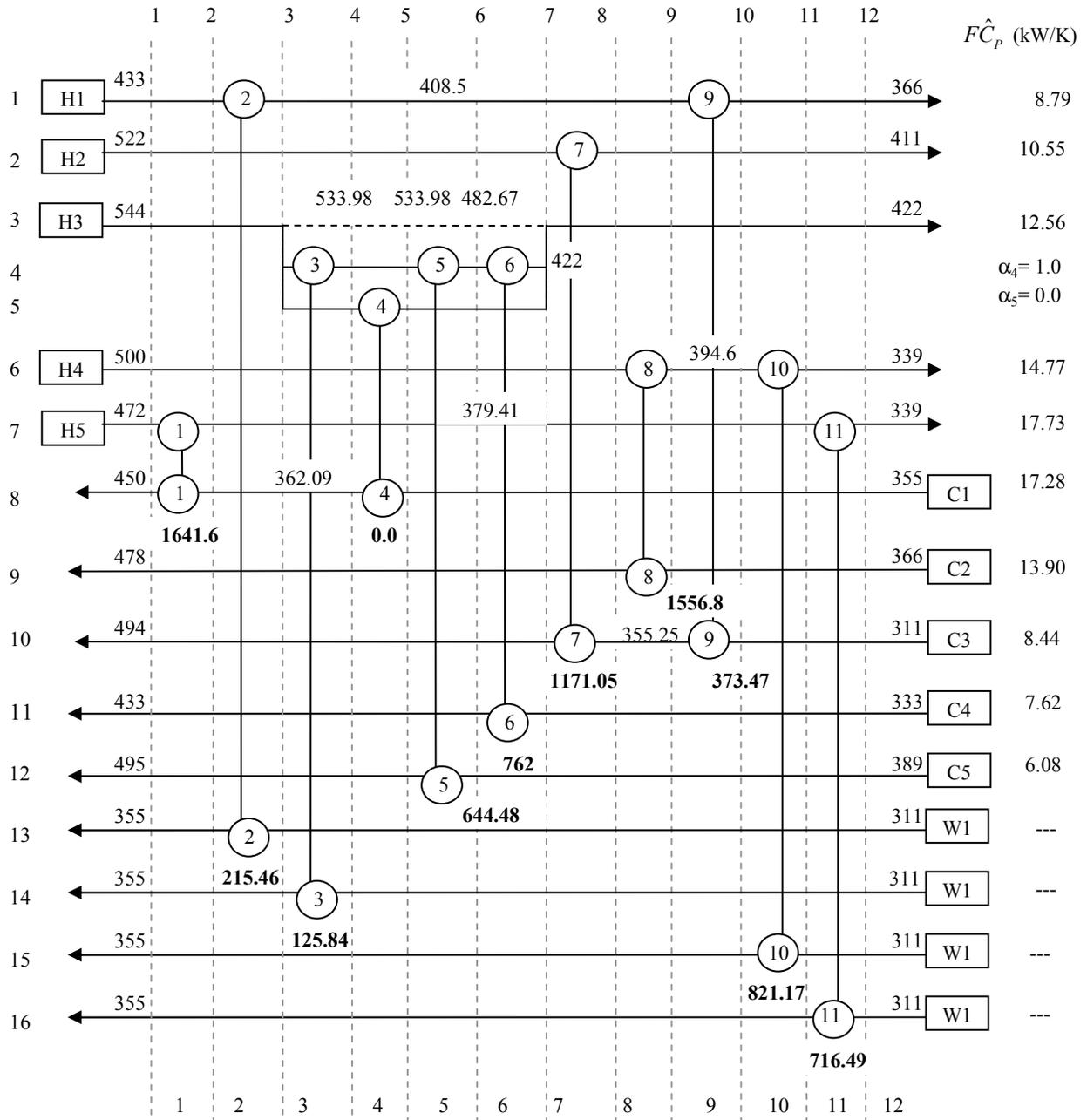


Figura 6.16. Primer diseño óptimo local encontrado para la configuración mostrada en la Figura 6.12, con un costo total de \$ 43, 733.45 /año, con mezclado no isotérmico.

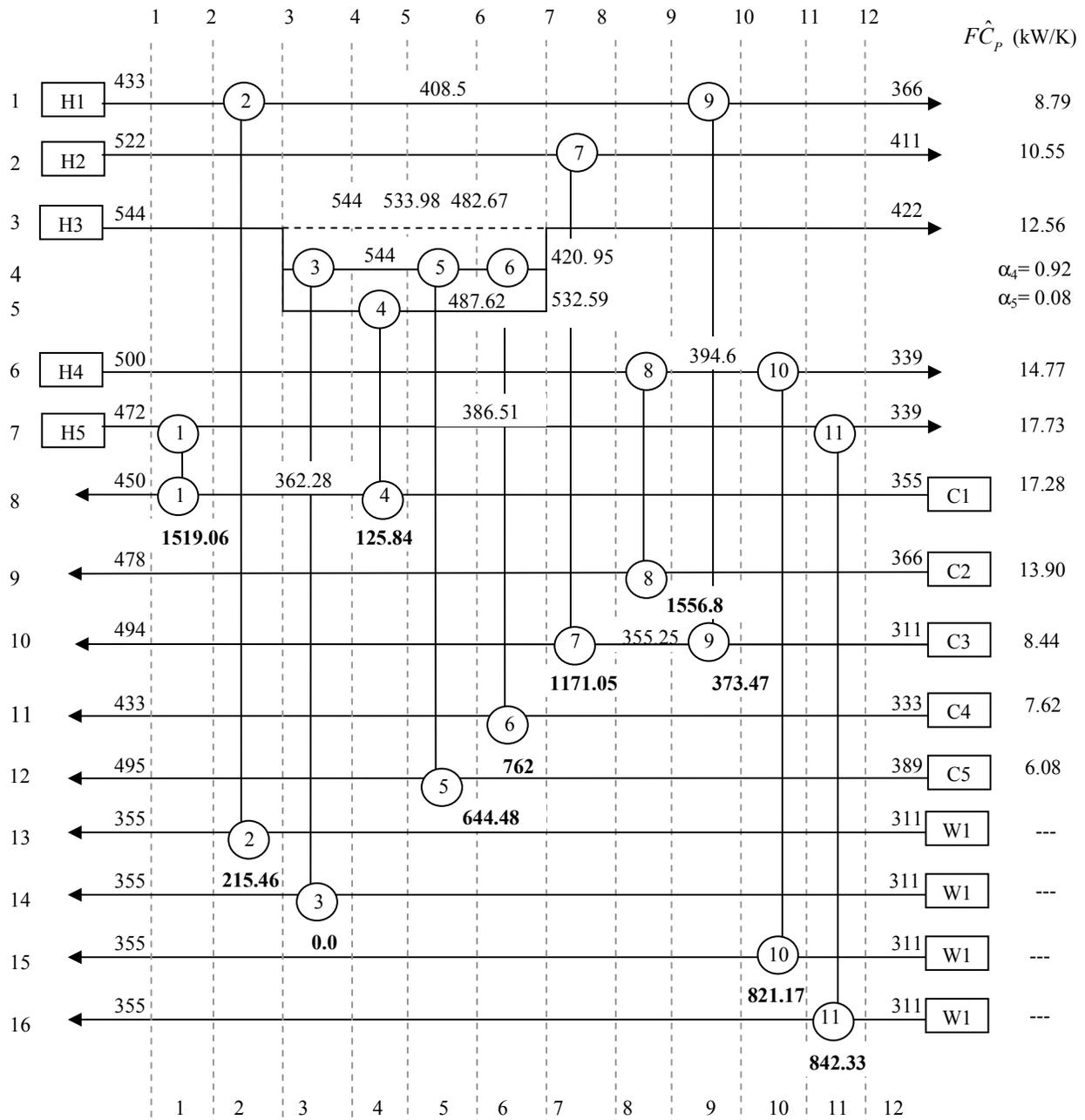


Figura 6.17. Mejor diseño óptimo local encontrado para la configuración mostrada en la Figura 6.12, con un costo total de \$ 43, 646.07 /año, con mezclado no isotérmico.

Tabla 6.15. Información técnica y económica de cada intercambiador para el mejor óptimo local, mostrado en la Figura 6.17 con un costo total de \$ 43, 646.07 /año.

<i>Equipo</i>	<i>Q (kW)</i>	<i>ΔT (°C)</i>	<i>Área (m<sup>2</sup>)</i>	<i>Costo capital (\$ año<sup>-1</sup>)</i>	<i>Costo servicios (\$ año<sup>-1</sup>)</i>
<b>1</b>	1515.76	23.095	77.031	1973.559	
<b>2</b>	215.46	87.382	2.894	275.518	3904.135
<b>3</b>	0	210.233	0	0	0
<b>4</b>	125.84	122.358	1.207	163.033	
<b>5</b>	644.48	70.94	10.663	602.530	
<b>6</b>	762	69.967	12.783	671.785	
<b>7</b>	1171.05	40.295	34.11	1210.542	
<b>8</b>	1556.8	25.155	72.64	1905.269	
<b>9</b>	373.47	54.114	8.1	510.907	
<b>10</b>	821.17	33.464	28.801	1093.693	14879.600
<b>11</b>	842.33	29.72	33.266	1192.480	15263.020
			281.495	9, 599.317	34, 046.755

Para este Ejemplo Ilustrativo la metodología también permite explorar posibles reducciones en la topología; el primer diseño óptimo local encontrado (ver Figura 6.16) sugiere la eliminación del equipo de intercambio colocado en la etapa 4, esto implica que la división de corrientes ya no sea necesaria. Por ello, se plantea un problema reducido eliminando el equipo que sugiere la solución, por lo tanto se elimina la división y el mezclado, y se realizan nuevas corridas que corroboraron la solución mostrada en la Figura 6.16. Se utiliza el mismo Modelo  $\Phi$ -cd para este problema reducido, sin complicaciones.

La Figura 6.17 muestra el tercer diseño óptimo local con un costo total de \$ 43, 646.07 /año; para esta solución óptima local, que es la mejor encontrada, se sugiere la eliminación del equipo de intercambio colocado en la etapa 2. En esta solución óptima local también se sugieren cambios en la topología, se sigue el mismo procedimiento para corroborar la solución que en el caso anterior. El ahorro es tan sólo de \$ 14.95 /año, respecto a la mejor solución obtenida por Ghosh para la topología con división de corrientes; sin embargo, es un diseño óptimo diferente.

## 6.5 Conclusiones

En este capítulo se presentó un modelo para la optimización de redes de intercambio de calor que incluye división de corrientes y mezclado no isotérmico. El Modelo  $\Phi$ -cd se formula en términos de funciones de costo no convexas por la presencia de términos fraccionales lineales para el área en la función objetivo y restricciones no lineales, en particular, la diferencia media logarítmica de temperatura, la aproximación de Paterson (1984) o la aproximación de Chen (1987) y los balances de energía en los equipos de intercambio para las corrientes hijas. A diferencia de otras formulaciones, la propuesta de representación y el modelo pueden aplicarse para el caso de tener la división de una o más corrientes en dos o más corrientes hijas y se puede modelar el mezclado no isotérmico, sin la necesidad de plantear el balance de energía en el mezclador, lo cual reduce las ecuaciones no lineales y no convexas del modelo.

Se mostró la aplicación y efectividad de la metodología presentada en el Capítulo 5 para este Modelo  $\Phi$ -cd resolviendo diferentes ejemplos. Con los que se muestra, además, que el modelo propuesto es útil para aplicaciones prácticas, dentro de la síntesis y optimización de redes de intercambio de calor como parte de la etapa de diseño preliminar. La metodología cumple con su objetivo de permitir explorar el uso del Modelo  $\Phi$ -cd para detectar óptimos locales, con la ventaja adicional de que en algunos ejemplos ilustrativos, sugiere explorar reducciones en la topología.

## CAPÍTULO 7

### CONCLUSIONES

#### 7.1 Introducción

En esta tesis se desarrollaron elementos que pueden apoyar la labor de síntesis de redes de intercambio de calor a través de una mejor valoración de la calidad estructural de un conjunto de diseños preliminares de red. El problema que se abordó en este trabajo fue la optimización de redes de intercambio de calor, asumiendo que la topología de red fue previamente establecida por alguna metodología de síntesis. Se buscaron los valores de las distribuciones de flujos, cargas térmicas, áreas de intercambio de calor y temperaturas intermedias de la red que determinaron diseños óptimos a través de la minimización del costo total de la red de intercambio de calor, sujeto a los balances de materia y energía. La formulación formal del problema de diseño óptimo de una red de intercambio de calor se presentó en el Capítulo 2.

El objetivo de este trabajo de investigación trata sobre la búsqueda de diseños óptimos locales y globales asociados a estructuras de red pre-seleccionadas durante la etapa de síntesis. Para ello se concibió una representación de redes de intercambio de calor que es capaz de capturar los elementos topológicos de diferentes redes y con base en dicha representación, se desarrolló un modelo matemático generalizado y una metodología de solución y búsqueda de diseños óptimos locales. En este capítulo se resume lo presentado en los diferentes capítulos que integran la tesis, resaltando las aportaciones de este trabajo de investigación y puntualizando recomendaciones para trabajo futuro.

#### 7.2 Resumen

##### 7.2.1 Representación de redes de intercambio de calor.

En el Capítulo 3 se presentó la representación de redes de intercambio de calor con topología pre-establecida. Se declaró un conjunto de reglas (que están basadas en reglas heurísticas pero que son

presentadas con formalidad en este trabajo) para representar las estructuras de redes de intercambio de calor con división de corrientes, y sin ella, que pueden presentar los diseños obtenidos con la aplicación de diferentes metodologías de síntesis. El *diagrama de malla por etapas* forma la base en la que descansa el modelo para la optimización de las redes de intercambio de calor.

### **7.2.2 Modelo para la optimización de redes de intercambio de calor**

En el Capítulo 4 se presentó un modelo para la optimización de redes de intercambio de calor sin división de corrientes. Al extender este modelo, en el Capítulo 6, se obtiene el modelo generalizado  $\Phi$ -cd que tiene como tarea la optimización de redes de intercambio de calor con división de corrientes y mezclado no isotérmico. Para el desarrollo del modelo generalizado  $\Phi$ -cd se declaran conjuntos para las corrientes, los equipos y las etapas del diagrama y se utilizan nociones básicas de la teoría de conjuntos. Este modelo se formula en términos de funciones de costo no convexas por la presencia de términos fraccionales lineales para el área en la función objetivo y restricciones no lineales, en particular, para definir la diferencia media logarítmica de temperatura y los balances de energía para las corrientes que se dividen en la red.

### **7.2.3 Metodología para la búsqueda aleatoria**

En el Capítulo 5 se presentó una metodología para la búsqueda aleatoria de diseños óptimos locales de redes de intercambio de calor. El elemento principal de esta metodología es el multi-arranque, que consiste en la elección de manera aleatoria de múltiples puntos de inicio, mediante distribuciones estadísticas, a partir de los cuales se intenta resolver el modelo de optimización desarrollado desde diferentes secciones de la región de búsqueda. De esta manera, la metodología se enfoca hacia el objetivo de permitir explorar el uso del Modelo  $\Phi$ -cd desarrollado, para detectar óptimos locales.

## **7.3 Conclusiones**

Entre los resultados principales de esta tesis se encuentra el desarrollo de una forma sistemática de representar matemáticamente diferentes topologías de redes de intercambio de calor. La

representación de redes mediante un *diagrama de malla por etapas* es versátil y flexible, su aplicación se mostró con la solución de nueve ejemplos presentados en este trabajo; en todos ellos, fue posible representar de manera precisa las topologías pre-establecidas estudiadas. Por otro lado, el modelo  $\Phi$ -cd propuesto permite ser reutilizado debido a la manera como esta formulado. Esto se observa en cada problema abordado, a partir del modelo  $\Phi$ -cd fue posible generar el modelo particular para la optimización de cada topología de red estudiada. Debido a la naturaleza no convexa del modelo  $\Phi$ -cd, su solución puede generar diseños óptimos locales; esto implica que para diferentes puntos de inicio es posible determinar diferentes condiciones de operación y costo para una misma red pre-seleccionada. Es por esto que se desarrolla una metodología multi-arranque que permite explorar esta característica del modelo para la búsqueda de diseños óptimos locales. Aplicando la metodología de solución propuesta en este trabajo a los problemas abordados fue posible reproducir, y en algunos casos mejorar, los diseños preliminares reportados en la literatura, con la ventaja adicional de que en algunos casos surgieron propuestas de reducción en el número de equipos de la red de intercambio de calor estudiada. En otras palabras, mediante el uso de la metodología de búsqueda propuesta es posible detectar oportunidades para sugerir reducciones en algunas de las topologías que se ofrecen como resultado de la aplicación de metodologías de síntesis disponibles en la literatura.

A diferencia de otras formulaciones, la propuesta de representación y el modelo desarrollados en esta tesis pueden aplicarse para el caso de tener la división de una o más corrientes en dos o más corrientes hijas, y se puede modelar el mezclado no isotérmico sin la necesidad de plantear el balance de energía en el mezclador, lo cual reduce el número de relaciones no convexas en el modelo matemático. Así, la propuesta formal y sistemática de modelado matemático desarrollada en este trabajo evita las expresiones bilineales ligadas a los balances de energía para el mezclado no isotérmico.

Con las herramientas desarrolladas en este trabajo, que consisten en el diagrama de malla por etapas, el modelo  $\Phi$ -cd y la metodología de búsqueda multi-arranque, se intenta proporcionar al diseñador de redes de intercambio de calor, una guía para realizar comparaciones más confiables entre alternativas de estructuras de red que presenten diferentes elementos topológicos para un problema abordado al nivel de síntesis.

El interés principal es apoyar en la selección de una o varias estructuras prometedoras de red más que realizar la optimización detallada de un solo diseño de red. Esto es, se busca analizar estructuras alternativas en el entendido de que se puede realizar un diseño detallado de la red en una etapa posterior del proceso de diseño. Si se tuviera interés en emplear la infraestructura desarrollada en este trabajo para plantear y resolver el problema de diseño detallado de una red de intercambio de calor muy particular desde el punto de vista de aplicación industrial en nuevos diseños, sería necesario tomar las siguientes consideraciones al modelar diferentes tipos de equipos de transferencia de calor. Los balances de energía globales por corriente y los balances de energía en cada uno de los equipos de intercambio prevalecerían, al igual que los balances de materia en los divisores. La funcionalidad del área de cada equipo de intercambio respecto a la carga térmica, el coeficiente global de transferencia de calor ( $U$ ) y la diferencia media logarítmica de temperaturas (LMTD), se modificaría en función del tipo de intercambiador y sus características; por ello se agregarían restricciones que consideren las caídas de presión, los factores de corrección para la LMTD y correlaciones para el cálculo de  $U$  en función del número de Reynolds, el número de Prandtl, considerando las variaciones de los parámetros físicos de las sustancias (viscosidad, coeficiente de transferencia de calor, capacidad calorífica) y de los materiales (conductividad térmica) y los flujos másicos. Dado que la función objetivo modela los costos involucrados, esta relación se modificaría de acuerdo a los costos detallados de energía y de capital. El modelo resultante sería un modelo complejo y muy particular, la metodología multi-arranque de solución se podría aplicar agregando las nuevas variables de diseño, adecuando el cálculo de las cotas básicas y replanteando el cálculo de las cotas numéricas para todas las variables involucradas.

#### **7.4 Sugerencias para posibles líneas de investigación en un trabajo futuro**

Las siguientes sugerencias para trabajo futuro, reflejan lo que se podría mejorar en el trabajo actual y sus posibles extensiones.

1. Debido a que hay elementos que no es posible representar, como el caso de divisiones consecutivas de una misma corriente y sus corrientes hijas, una propuesta consistiría en extender la representación, para que se incluyeran estos elementos topológicos.

2. Para extender el trabajo, se plantea también la posibilidad de enriquecer una topología de red, agregando intercambiadores de calor no incluidos en la red propuesta inicialmente, esto con la finalidad de explorar un mayor número de alternativas estructurales para la red. Aunado a esto, se plantea el cambio de un problema de programación no lineal que se maneja en esta tesis, a un problema de programación mixta-entera no lineal con la finalidad de realizar la optimización simultánea de la topología y las variables de diseño de la red.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Adjiman, C.S., Dallwig, S., Floudas, C.A. y Neumaier, A. (1998), *A global optimization method,  $\alpha$ BB, for general twice-differentiable constrained NLPs-I. Theoretical advances*, Computers & Chemical Engineering, **22** (9) 1137-1158

Adjiman, C.S., Androulakis, I.P. y Floudas, C.A. (1998), *A global optimization method,  $\alpha$ BB, for general twice-differentiable constrained NLPs-II. Implementation and computational results*, Computers & Chemical Engineering, **22** (9) 1159-1179

Ahmad, S. (1985), *Heat exchanger networks: cost trade-offs in energy and capital*, Ph. D. Thesis, UMIST, U. K.

Al-Khayyal, F.A., (1990) *Jointly constrained bilinear programs and related problems: an overview*, Computers and Mathematics with Applications, **19**, 53-62

Androulakis, I.P., Maranas, C.D. y Floudas, C.A. (1995),  *$\alpha$ BB: A global optimization method for general constrained nonconvex problems*, Journal of Optimization, **7**, 337-363

Athier G., Floquet P., Pibouleau L. y Domenech S. (1996), *Optimization of heat exchanger networks by coupled simulated annealing and NLP procedures*, Computers & Chemical Engineering, **20** (1) S13-S18

Athier G., Floquet P., Pibouleau L. y Domenech S. (1997), *Process optimization by simulated annealing and NLP procedures. Application to heat exchanger network synthesis*, Computers & Chemical Engineering, **21** (1) S475-S480

Bazaraa, M.S. y Shetty, C.M. (1979), *Nonlinear Programming*, John Wiley, New York.

Biegler, L.T., Grossmann, I.E. y Westerberg, A.W. (1997), *Systematic Methods of Chemical Process Design*, Prentice Hall PTR.

Björk, K. y Westerlund, T. (2002), *Global optimization of heat exchanger network synthesis problems with and without the isothermal mixing assumption*, *Computers & Chemical Engineering*, **26**, 1581-1593

Björk, K., Lindberg, P.O. y Westerlund, T. (2003), *Some convexifications in global optimization of problems containing signomial terms*, *Computers & Chemical Engineering*, **27**, 669-679

Boas, A. H. (1963) *Optimization via linear & dynamic programming*, *Chemical Engineering*, 85-88.

Boender, C.G.E. y Romejin, H.E. (1995) *Stochastic methods*, in *Handbook of Global Optimization*, Horst, R. y Pardalos, P.M. Ed. Kluwer Academic Publishers, 829-869

Briones, V. y Kokossis, A.C. (1999), *Hypertargets: a conceptual programming approach for the optimization of industrial heat exchanger networks-I. Grassroots design and network complexity*, *Chemical Engineering Science*, **54**, 519-539

Castellanos, J. (1981) *Algoritmo para la optimización de funciones no lineales de múltiples variables*, *Revista del Instituto Mexicano del Petróleo*, **13**, 56-62.

Chen, J. J. J. (1987), *Letter to the editors: Comments on improvement on a replacement for the logarithmic mean*, *Chemical Engineering Science*, **42**, 2488-2489.

Ciric, A. R., Floudas, C. A., y Grossmann I. E. (1986), *Automatic synthesis of optimum heat exchanger network configurations*, *AIChE Journal*, **32**, 276-290.

Dixon, L.C.W. (1978) *Global optima without convexity*, Technical report, Numerical Optimization Centre, Hartfield Polytechnic, England.

- Duran, M.A. y Grossmann, I.E. (1986), *An outer approximation algorithm for a class of mixed-integer nonlinear programs*. *Mathematical Programming*, **36**, 307-339
- Falk, J.E. y Soland, R.M., (1969) *An algorithm for separable nonconvex programming problems*, *Management Science*, **15**, 550-569
- Floudas, C.A. y Ciric, A.R. (1989), *Strategies for overcoming uncertainties in heat exchanger network synthesis*. *Computers & Chemical Engineering*, **13**, 1133-1152
- Floudas, C.A. (1995), *Nonlinear and Mixed-Integer Optimization, Fundamentals and Applications*, Oxford University Press.
- Floudas, C.A., Akrotirianakis, I.G., Caratzoulas, S., Meyer, C.A. y Kallrath, J. (2005), *Global Optimization in the 21<sup>st</sup> century: Advances and challenges*, *Computers & Chemical Engineering*, **29**, 1185-1202
- Gary, J.H. y Handwerk, G.E. (1980), *Refino del petróleo: Tecnología y Economía*, Reverté.
- Ghosh, P., Pariyani, A. y Gupta, A. (2006), *Design of heat exchanger networks using randomized algorithm*, *Computers & Chemical Engineering*, **30**, 1046-1053
- Glover, F. y Laguna, M. (1997), *Tabu Search*. Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Grossmann, I.E. y Sargent, R.W.H. (1978), *Optimum design of heat exchanger networks*, *Computers & Chemical Engineering*, **2**, 1-7
- Grossmann, I.E. y Biegler, L.T. (2004), *Part II. Future perspective on optimization*, *Computers & Chemical Engineering*, **28**, 1193-1218
- Hallale, N. (2001) *Trends in process integration*. UMIST. *AIChE CEP*.

Holland, J.J. (1975) *Adaptation in natural and artificial systems*. Ann Arbor: University of Michigan Press.

Hohmann, E.C. (1971) *Optimum networks for heat exchange*. Ph.D. thesis, University of Southern California.

Horst, R. y Tuy, H. (1993), *Global optimization: Deterministic approaches*, 2a. edición, Springer-Verlag, Berlin.

Kesavan, P., Allgor, R.L., Gadzke, E.P., y Barton, P. (2004) *Outer approximation algorithms for separable nonconvex mixed integer nonlinear problems*. *Mathematical Programming*, **100** (3), 517-535

Kirkpatrick, C. D., Gelatt, Jr., y Vecchi, M.P., (1983) *Optimization by simulated annealing*, *Science*, **220** (4598), 671-680

Lee, A. y Grossmann, I.E. (2001), *A global optimization algorithm for non-convex generalized disjunctive programming and applications to process systems*. *Computers & Chemical Engineering*, **25**, 1675-1697

Lewin, D. R., Wang, H. y Shalev, O. (1998), *A generalized method for HEN synthesis using stochastic optimisation-I. General framework and MER optimal synthesis*. *Computers & Chemical Engineering*, **22**, 1503-1513

Lin, B. y Miller, D. C. (2004), *Solving heat exchanger network synthesis problems with Tabu Search*, *Computers & Chemical Engineering*, **28** (8) 1451-1464

Linnhoff, B. y Flower, J.R. (1978a), *Synthesis of heat exchanger networks, Part I. Systematic generation of energy optimal networks*, *AIChE J.*, **24**, 633

Linnhoff, B. y Flower, J.R. (1978b), *Synthesis of heat exchanger networks, Part II. Evolutionary generation of networks with various criteria of optimality*, AIChE J., **24**, 642

Maranas, C.D., McDonald, C.M., Harding, S.T. y Floudas, C.A. (1996) *Locating all azeotropes in homogeneous azeotropic systems*, Computers & Chemical Engineering, **20**, S413-S418

McCormick G.P., (1976) *Computability of global solutions to factorable nonconvex programs: part I-convex underestimating problems*, Mathematical Programming, **10**, 146-175

Mizutani, F. T., Pessoa, F. L. P., Queiroz, E. M., Huan, S. y Grossmann, I. E. (2003), *Mathematical programming model for heat exchanger network synthesis including detailed heat exchanger designs. 2. Network synthesis*. Industrial Engineering & Chemical Research, **42**, 4019-4027

Papoulias, S.A. y Grossmann, I.E. (1983) *A structural optimization approach in process synthesis. Part II : Heat Recovery Networks*. Computers & Chemical Engineering, **7**,707

Paterson, W. R. (1984), *A replacement for the logarithmic mean*, Chemical Engineering Science, **39**, 1635-1636.

Quesada, I. y Grossmann, I.E. (1993), *Global optimization algorithm for heat exchanger networks*, Industrial & Engineering Chemistry Research, **32**, 487-499

Shivakumar, K. y Narasimhan, S. (2002), *A robust and efficient NLP formulation using graph theoretic principles for synthesis of heat exchanger networks*, Computers & Chemical Engineering, **26**, 1517-1532

Stephanopoulos, G. y Westerberg, A.W. (1975), *The use of Hestenes' method of multipliers to resolve dual gaps in engineering systems optimization*, J. Optimization Theory Applic. **15**, 285-309

Townsend, D. W. y Linnhoff B. (1984), *Surface area targets for heat exchanger networks*. IChemE Annual res. Mtg, Bath.

Umeda, T., Harada, T. y Siroco, K. (1979) *A thermodynamic approach to the synthesis of heat integration systems in chemical processes*. Computers & Chemical Engineering, **3**, 273-282

Viswanathan, J. y Grossmann, I.E. (1990) *A combined penalty function and Outer- Approximation method for minlp optimization*, Computers & Chemical Engineering, **14**, 769-782

Visweswaran, V. y Floudas, C.A. (1996) *Computational results for an efficient implementation of the GOP algorithms and its variants*, in Global Optimization in Engineering Design, Grossmann, I.E., Ed. Kluwer Academic Publishers

Westerberg, A.W. y Shah, J.V. (1978), *Assuring a global optimum by the use of an upper bound on the lower (dual) bound*, Computers & Chemical Engineering, **2**, 83-92

Yan, L. X. (1998), Ph.D. dissertation, Beijing University of Chemical Technology.

Yan, L. y Ma, D. (2000), *Synthesis of heat exchanger networks using Line-up Competition Algorithm*, Journal of Beijing University of Chemical Technology, **27** (1) 8-11

Yan, L. y Ma, D. (2001), *Global optimization of non-convex nonlinear programs using Line-up Competition Algorithm*, Computers & Chemical Engineering, **25**, 1601-1610

Yee, T.F. y Grossmann, I.E. (1990), *Simultaneous optimization models for heat integration-II. Heat exchanger network synthesis*, Computers & Chemical Engineering, **14** (10) 1165-1990

Yu, H., Fang, H., Yao, P. y Yuan, Y. (2000), *A combined genetic algorithm/simulated annealing algorithm for large scale system energy integration*, Computers & Chemical Engineering, **24**, 2023-2035

Zamora, J.M. y Grossmann, I.E. (1997), *A comprehensive global optimization approach for the synthesis of heat exchangers networks with no stream splits*, Computers & Chemical Engineering, **21**, S65-S70

Zamora, J.M. y Grossmann, I.E. (1998), *Continuous global optimization of structured process systems models*, Computers & Chemical Engineering, **22** (12) 1749-1770

Zamora, J.M. y Grossmann, I.E. (1999), *A branch and contract algorithm for problems with concave univariate, bilinear and linear fractional terms*. Journal of Global Optimization, **14**, 217-219

Zhu, X. X. (1995), Automated synthesis of HEN's using block decomposition and heuristic rules. Computers & Chemical Engineering, **19**, S155-S160

## APÉNDICE 1

### COTAS NUMÉRICAS PARA LAS VARIABLES DEL MODELO ( $\Phi$ -sd).

Para calcular cotas numéricas para todas las variables, es necesario formular un problema de programación lineal para cada una de las cotas inferior y superior. Las ecuaciones que conformaran este modelo se tomarán de las ecuaciones para el modelo ( $\Phi$ -sd).

El modelo de programación lineal queda formulado como sigue:

#### • *Índices*

$s$  = corrientes de proceso o auxiliares

$k$  = etapas en la red

#### • *Conjuntos*

$S$  =  $\{s : s \text{ es una corriente de proceso o auxiliar}\}$

$S_s$  =  $\{s : s \text{ es una corriente de proceso que no se divide}\}$

$K$  =  $\{k : k \text{ es una etapa en la red o la frontera en el lado caliente de etapa } k \text{ en la red}\}$

$S_k$  =  $\{s \in S : s \text{ es una corriente que intercambia calor en la etapa } k \}$

$SN_k$  =  $\{s \in S : s \text{ es una corriente que no intercambia calor en la etapa } k \}$

$Ke$  =  $\{k \in K : k \text{ es una etapa de la red en la que se coloca un intercambiador}\}$

#### • *Parámetros*

EMAT = diferencia mínima de temperatura en cada lado de cada intercambiador

FCp <sub>$s$</sub>  = Flujo de capacidad calorífica para la corriente de proceso  $s$

Ts <sub>$s$</sub>  = temperatura de suministro de la corriente  $s$

To <sub>$s$</sub>  = temperatura objetivo de la corriente  $s$

$Toc_s$  = determina si la temperatura objetivo de la corriente  $s$  es  $\begin{cases} 0 & \text{desconocida} \\ 1 & \text{conocida} \end{cases}$

$C_s$  = condición de la corriente  $\begin{cases} 1 & \text{caliente} \\ -1 & \text{fria} \end{cases}$

$sel_k$  = permite elegir la etapa  $k$  para todas las variables, excepto las temperaturas

$sel_{2_{s,k}}$  = permite elegir la etapa  $k$  para todas las temperaturas

### • *Variables continuas positivas*

$t_{s,k}$  = temperatura para la corriente  $s$  en la frontera del lado caliente de la etapa  $k$

$dth_k$  = diferencia de temperaturas en el lado caliente del intercambiador en la etapa  $k$

$dtc_k$  = diferencia de temperaturas en el lado frío del intercambiador en la etapa  $k$

$\Delta T_k$  = diferencia media logarítmica de temperaturas para el intercambiador en la etapa  $k$

$q_k$  = carga térmica del intercambiador  $k$

Con estas definiciones, la formulación matemática puede ser presentada.

### Modelo ( $\Phi$ -cn)

$$\text{Minimizar o Maximizar } z = \sum_{k \in Ke} [sel_k \cdot q_k] \quad (1)$$

### • *Restricciones*

*Balance global de energía para las corrientes*

$$\sum_{\substack{k \in Ke \\ s \in S_k}} q_k = FCp_s \cdot C_s \cdot (Ts_s - To_s) \quad s \in Ss \text{ con } Toc_s = 1; \quad (2)$$

*Balances de energía para las corrientes en los equipos*

$$q_k = FCp_s (t_{s,k} - t_{s,k+1}) \quad s \in S_k \cap Ss; \quad k \in Ke; \quad (3)$$

*Diferencias de temperatura en los extremos del intercambiador de calor*

$$dth_k = \sum_{s \in S_k} C_s \cdot t_{s,k} \quad k \in Ke; \quad (4)$$

$$dtc_k = \sum_{s \in S_k} C_s \cdot t_{s,k+1} \quad k \in Ke; \quad (5)$$

*Temperaturas en puntos intermedios del diagrama de malla*

$$t_{s,k} = t_{s,k+1} \quad s \in SN_k; \quad k \in Ke; \quad (6)$$

*Diferencia media logarítmica de temperatura en los intercambiadores de calor*

$$\Delta T_k = \frac{(dth_k - dtc_k)}{\ln(dth_k / dtc_k)} \quad k \in Ke; \quad (7)$$

El modelo para las cotas numéricas de las cargas térmicas se declara con las ecuaciones (1) a (6). Si se quiere calcular la cota superior, se maximiza y para la cota inferior, se minimiza. Estas mismas ecuaciones se declaran para las cotas numéricas de las temperaturas y de las diferencias de temperatura en cada lado del intercambiador, solo que se modifica la ecuación (1) de la siguiente manera.

Temperaturas:

$$\text{Minimizar o Maximizar} \quad z = \sum_{\substack{k \in Ke \\ s \in S}} [\text{sel}_{2,s,k} \cdot t_{s,k}] \quad (1)$$

Diferencias de temperatura en el lado caliente:

$$\text{Minimizar o Maximizar} \quad z = \sum_{k \in Ke} [\text{sel}_k \cdot dth_k] \quad (1)$$

Diferencias de temperatura en el lado frío:

$$\text{Minimizar o Maximizar} \quad z = \sum_{k \in Ke} [\text{sel}_k \cdot dtc_k] \quad (1)$$

Para la diferencia media logarítmica de temperaturas en un intercambiador, además de modificar la ecuación (1), el modelo se declara con las ecuaciones (2) a (7).

$$\text{Minimizar o Maximizar} \quad z = \sum_{k \in Ke} [sel_k \cdot \Delta t_k] \quad (1)$$

Este es el único modelo que es no lineal, y para este se utiliza un resolovedor adecuado. Son las únicas cotas que pueden presentar problemas. Se agrega una condición que permite fijar la cota en un valor determinado, en caso de que el problema de calcular sus cotas numéricas sea infactible.

Para las cotas numéricas de las cargas térmicas para el modelo con división de corrientes se agregan, además de las ecuaciones ya mencionadas, las que corresponden a los balances de materia y energía de las corrientes madres y de las hijas.

MODELO MATEMATICO Y  
METODOLOGIA PARA LA  
OPTIMIZACION DE REDES DE  
INTERCAMBIO DE CALOR.

En México, D.F., se presentaron a las 11:00 horas del día 25 del mes de julio del año 2007 en la Unidad Iztapalapa de la Universidad Autónoma Metropolitana, los suscritos miembros del jurado:

- DR. EDUARDO SALVADOR PEREZ CISNEROS
- DR. ROGELIO HERNANDEZ SUAREZ
- DR. VICENTE RICO RAMIREZ
- DR. JUAN MANUEL ZAMORA MATA

Bajo la Presidencia del primero y con carácter de Secretario el último, se reunieron a la presentación de la Idónea Comunicación de Resultados cuya denominación aparece para la obtención del grado de:



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA  
DIRECCIÓN DE SISTEMAS ESCOLARES



Casa abierta al tiempo

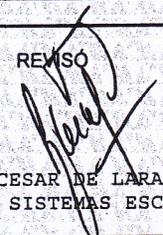
MAESTRA EN CIENCIAS (INGENIERIA QUIMICA)  
DE: ROSA IRIS NUÑEZ SERNA

de acuerdo con el artículo 78 fracción III del Reglamento de Estudios Superiores de la Universidad Autónoma Metropolitana, los miembros del jurado resolvieron:

  
ROSAL IRIS NUÑEZ SERNA  
FIRMA DE LA ALUMNA

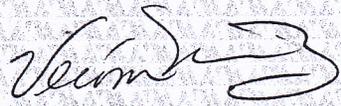
Aprobar

REVISÓ

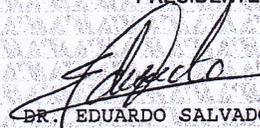
  
LIC. JULIO CESAR DE LARA ISASSI  
DIRECTOR DE SISTEMAS ESCOLARES

Acto continuo, el presidente del jurado comunicó a la interesada el resultado de la evaluación y, en caso aprobatorio, le fue tomada la protesta.

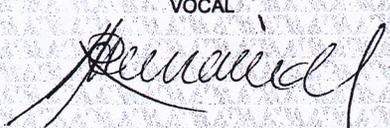
DIRECTORA DE LA DIVISIÓN DE CBI

  
DRA. VERONICA MEDINA BAÑUELOS

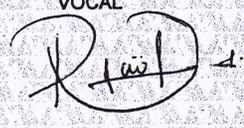
PRESIDENTE

  
DR. EDUARDO SALVADOR PEREZ  
CISNEROS

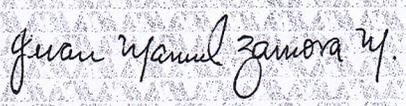
VOCAL

  
DR. ROGELIO HERNANDEZ SUAREZ

VOCAL

  
DR. VICENTE RICO RAMIREZ

SECRETARIO

  
DR. JUAN MANUEL ZAMORA MATA