



Universidad Autónoma Metropolitana

UNIDAD IZTAPALAPA

DIVISIÓN:

CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

GRADO ACADÉMICO:

MAESTRIA

CARRERA:

INGENIERÍA BIOMÉDICA

TESIS DE MAESTRIA

**“DISEÑO Y SIMULACIÓN DE GRADIENTES DE CAMPO
MAGNÉTICO PARA IRM A 3T”**

NOMBRE DEL ALUMNO:

MARIO ROSAS SEGURA

NOMBRE DE LA ASESORA:

DRA. SILVIA S. HIDALGO TOBÓN

MÉXICO, D.F.; DICIEMBRE 2009



Universidad Autónoma Metropolitana

UNIDAD IZTAPALAPA

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE INGENIERÍA BIOMÉDICA**

“DISEÑO Y SIMULACIÓN DE GRADIENTES DE CAMPO MAGNÉTICO PARA IRM A 3T”

ING. MARIO ROSAS SEGURA

ALUMNO

_____.

DRA. SILVIA S. HIDALGO-TOBÓN

ASESORA

_____.

DR. JUAN RAMÓN JIMÉNEZ ALANIZ

COORDINADOR DE POSGRADO

_____.

DR. FELIPE DE J. CANO BARRITA

SINODAL

_____.

DR. ROBERTO OLAYO GONZÁLEZ

SINODAL

_____.

MÉXICO, D.F; DICIEMBRE 2009

ÍNDICE

Índice	3
Índice de figuras	5
Agradecimientos	9
Resumen	10
1. Introducción	11
2. Principios de la Resonancia Magnética	
2.1. Introducción	13
2.2. Spin nuclear	13
2.3. Precesión y frecuencia de Larmor	17
2.4. Magnetización neta	19
2.5. Ecuaciones de Bloch	22
2.6. Decaimiento de inducción libre y formación de espín eco	26
2.7. Transformada de Fourier	29
2.8. Cambio químico	31
2.9. Formación de la imagen	31
2.9.1. Gradientes de campo magnético	31
2.9.2. Excitación selectiva	32
2.9.3. Concepto del espacio k	32
2.10. Componentes de un equipo de Resonancia Magnética	34
2.10.1. Imán	35
2.10.2. Sistema de gradientes	35
2.10.3. Sistema de Radio Frecuencia	36
2.10.4. Sistema electrónico	36
2.10.5. Sistema de cómputo	36
2.11. Imagenología por cambio químico	36
2.12. Contraste y relación señal a ruido	37
2.13. Imagenología rápida	38
2.13.1. Imagenología rápida de Fourier	39
2.13.2. Imagenología Eco Planar	39
2.13.3. Imagenología en paralelo	41
3. Teoría de gradientes	
3.1. Ecuaciones de Maxwell	43
3.2. Ley de Biot-Savart	45
3.3. Requerimientos de los gradientes	46
3.3.1. Homogeneidad del gradiente	47
3.3.2. Eficiencia de la bobina y Figura de mérito	47
3.3.3. Inductancia de la bobina	48
3.4. Métodos para el diseño de gradientes	50
3.4.1. Bobinas con distribución de corriente discreta	50
3.4.2. Bobinas gradientes con alambrados distribuidos	52

a) Método de inversión de matrices	52
b) Método de Stream Function	53
c) Método de Target Field	53
3.5. Aproximación por minimización de armónicos	56
3.5.1. Bobina gradiente z	56
3.5.2. Bobina gradiente x	59
3.6. Diseño de bobinas por el Método de elemento de frontera inverso	60
3.7. Métodos iterativos	71
3.7.1. Otras geometrías	72
3.8 Bobinas gradientes blindadas	74
3.9 Apodización	76
3.10. Otros temas de gradientes	76
3.10.1. Ruido acústico	76
3.10.2. Estimulación nerviosa	76
4. Diseño y simulación de gradientes para IRM	
4.1. Fundamentos matemáticos	79
4.1.1. Bobinas gradientes transversales	79
4.1.2. Bobinas gradientes longitudinales	89
4.2. Bobinas gradientes para cabeza	92
4.3. Diseño y simulación del sistema de gradientes	93
4.3.1. Diseño y simulación del gradiente transversal	94
4.3.2. Diseño y simulación del gradiente longitudinal	102
5. Resultados y discusión	108
6. Conclusiones	111
7. Trabajo futuro	112
7. Bibliografía	113

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Niveles de energía permitidos para un núcleo de espín $1/2$ en un campo magnético B_0 .	15
Figura 2.2. a) Propiedad magnética del Hidrógeno (espín nuclear) representado como un vector, b) ilustración de la distribución aleatoria de los átomos de Hidrógeno y c) alineación de los espines nucleares dentro de un campo magnético externo.	16
Figura 2.3. Movimiento de precesión de los espines nucleares.	17
Figura 2.4. Precesión de Larmor de un momento magnético en un campo magnético uniforme.	18
Figura 2.5. a) Campo efectivo B_{eff} en el marco rotatorio y b) Rotación de la magnetización alrededor de B_{eff} .	19
Figura 2.6 a) Componente longitudinal y b) Componente transversal del vector magnético de los protones.	20
Figura 2.7. Magnetización nula en ausencia de un campo magnético externo B_0 .	20
Figura 2.8. Componente axial de la magnetización neta dentro de un campo magnético externo B_0 .	20
Figura 2.9 Excitación de los espines nucleares por un pulso de RF (absorción de energía) y su regreso al estado de equilibrio (relajación).	21
Figura 2.10. Vector de magnetización desciende el en marco de referencia rotatorio.	22
Figura 2.11. Relajación del vector de magnetización neta.	23
Figura 2.12. Comportamiento de las componentes longitudinal y transversal del vector de magnetización neto con un flip angle de 90° .	24
Figura 2.13. Curva de recuperación de la magnetización longitudinal.	25
Figura 2.14. Curva de decaimiento de la magnetización transversal.	26
Figura 2.15. La señal FID decae a medida que los protones de la muestra se relajan.	27
Figura 2.16. Figura para ejemplificar la definición de Tiempo Eco (TE).	28
Figura 2.17. Formación de una Espín Eco.	28
Figura 2.18. a) Aplicación de un gradiente de campo lineal a la muestra, b) proyección de la distribución de espines de la muestra, y c) Excitación de espines en una muestra cilíndrica.	32

Figura 2.19. Esquemas de trayectorias en el <i>espacio k</i> : a) Reconstrucción de proyección (PR), b) Transformada de Fourier bidimensional (2D-FT), c) Echo Planar Imaging (EPI), d) Modulus Blipped Echo Planar Imaging (MBEST), e) Echo Planar Imaging en espiral (SEPI), f) Echo Planar Imaging cuadrada (SSEPI).	34
Figura 2.20. Diagrama a bloques de los componentes principales de un sistema de RM para aplicaciones clínicas.	44
Figura 2.21. Diagrama de tiempos para la técnica MBEST.	39
Figura 3.1 El campo magnético calculado usando la ley de Biot-Savart a una posición $P(\mathbf{r})$ debido a una espira circular.	45
Figura 3.2 Representación de un circuito RL.	48
Figura 3.3 a) Voltaje de entrada de un circuito RL, b) Flujo de corriente en un circuito RL.	48
Figura 3.4 a) Entrada de un circuito RL, b) Salida de un circuito RL.	49
Figura 3.5 a) Bobina tipo Maxwell.	51
Figura 3.6 a) Bobina tipo Golay.	51
Figura 3.7 Problema electromagnético.	60
Figura 3.8 Discretización del problema electromagnético.	61
Figura 3.9 a) Corriente discretizada sobre la superficie, b) la función base de la densidad de corriente f_n para el n -ésimo nodo con sus elementos constituyentes \mathbf{v}_{ni} ($i=1,\dots,6$) y c) la longitud \mathbf{d}_{ni} , y ancho \mathbf{e}_{ni} , vectores que definen \mathbf{v}_{ni} .	62
Figura 3.10 a) Corriente discretizada sobre la superficie, b) un borde del nodo de la función base f_n .	62
Figura 3.11 Regiones de prueba, nodos borde geometría de superficie a) sin discretizar y b) discretizada.	67
Figura 3.12 Transformación de coordenadas (x, y, z) a (u, v) .	68
Figura 3.13 Tiempo de cálculo para la matriz L_{mn} para diferentes números de nodos de superficie con una línea de regresión lineal correspondiente a $t = 0.0124 n^{1.7}s$.	71
Figura 3.14 Geometría de una bobina gradiente blindada: bobina cilíndrica interna (radio a) con blindaje (radio b).	75
Figura 4.1 Mitad del cilindro (radio a) con blindaje (radio b) mostrando los caminos de corriente distribuidos sobre una superficie cónica. (b) Por simplicidad la figura muestra la distribución de caminos de corriente.	79

Figura 4.2 GUI en Matlab generada para diseño y simulación de gradientes para IRM.	94
Figura 4.3 a) Figura de mérito η^2/L en función de las ponderaciones β y α , y b) sus contornos de línea.	95
Figura 4.4 a) Inductancia L en función de las ponderaciones β y α , y b) sus contornos de línea.	96
Figura 4.5 Stream Function para a) la bobina primaria y b) la bobina de blindaje.	97
Figura 4.6 Caminos de corriente en 2D para la bobina primaria con un radio $a = 0.16$, con un número de vueltas igual a 15.	97
Figura 4.7 Caminos de corriente en 2D para la bobina de blindaje con un radio $b = 0.175$, con un número de vueltas igual a 15.	98
Figura 4.8 Caminos de corriente en 3D para la bobina primaria (azul) y la de blindaje (verde) con un radio $a = 0.16$ y $b = 0.175$ respectivamente, con un número de vueltas igual a 15.	98
Figura 4.9 Campo magnético normalizado para el gradiente transversal x para radios < 0.16 m. La línea azul (a): límite de la longitud de la bobina primaria. Línea guinda (b): límite de la longitud de la bobina de blindaje.	99
Figura 4.10 Campo magnético normalizado para el gradiente transversal x para radios > 0.175 m. La línea azul (a): límite de la longitud de la bobina primaria. Línea guinda (b): límite de la longitud de la bobina de blindaje.	99
Figura 4.11 Gradiente transversal: caminos de corriente en 2D para la bobina primaria con un radio $a = 0.16$ m, con un número de vueltas igual a 30.	100
Figura 4.12 Gradiente transversal: caminos de corriente en 2D para la bobina de blindaje con un radio $b = 0.175$ m, con un número de vueltas igual a 30.	100
Figura 4.13 Figura de mérito η^2/L en función α .	102
Figura 4.14 a) Inductancia L en función de las ponderaciones β y α , y b) sus contornos de línea.	102
Figura 4.15 Gradiente longitudinal: caminos de corriente en 2D para la bobina primaria con un radio $a = 0.22$ m, con un número de vueltas igual a 10.	103
Figura 4.16 Gradiente longitudinal: caminos de corriente en 2D para la bobina de blindaje con un radio $b = 0.235$ m, con un número de vueltas igual a 10.	103
Figura 4.17 Caminos de corriente en 3D para la bobina primaria y la de blindaje con un radio $a = 0.22$ y $b = 0.235$, con un número de vueltas igual a 10.	104
Figura 4.18 Campo magnético para bobina primaria para radios menores a 0.22 m.	105

Figura 4.19 Campo magnético para bobina primaria con blindaje para radios menores a 0.22 m. 105

Figura 4.20 Campo magnético para bobina primaria para radios mayores a 0.235 m. 106

Figura 4.21 Campo magnético para bobina primaria con blindaje para radios mayores a 0.235 m. 106

Figura 4.22 Gradiente longitudinal: caminos de corriente en 2D para la bobina primaria con un radio $a = 0.22$ m, con un número de vueltas igual a 25. 107

Figura 4.23 Gradiente longitudinal: caminos de corriente en 2D para la bobina de blindaje con un radio $b = 0.235$ m, con un número de vueltas igual a 25. 107

*Hay hombres que luchan un día y son buenos.
Hay otros que luchan un año y son mejores.
Hay otros que luchan muchos años y son muy buenos.
Pero hay quienes luchan toda la vida, esos son imprescindibles.*
Bertolt Brecht

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Alfredo Odón Rodríguez por su asesoría, motivación, enseñanza y paciencia durante todo este tiempo.

A la Dra. Silvia S. Hidalgo por su ayuda, experiencia, dedicación y recomendaciones a lo largo de esta investigación.

Agradezco sinceramente el apoyo a CONACYT por la beca otorgada durante mis estudios.

A mis compañeros y amigos del CI3M: Sergio, Oscar, Fabián, Rodrigo, David y a todos los que no he nombrado pero que de alguna manera me apoyaron cuando me enfrentaba a ciertos problemas.

A mi Papa que este bien donde quiera que se encuentre y a mi mama por la constante motivación, enseñanza y apoyo incondicional en todo momento desde el inicio de mis estudios y que día a día me impulsa superarme.

A mis hermanos Cesar David y Arturo, gracias por su apoyo en todos los sentidos y porque sé que siempre van a estar conmigo.

A mis familiares y amigos que tuvieron una palabra de apoyo para mi durante mis estudios.

A las personas que han estado a mi lado, gracias por su apoyo, comprensión y amor: Raquel Damaris y Rebeca. Las quiero mucho.

RESUMEN

La resonancia magnética (RM) es una técnica de diagnóstico no invasiva que produce imágenes anatómicas de muy alta calidad de las diferentes estructuras del cuerpo así como también puede realizarse RM funcional, difusión, perfusión y espectroscopia de diversos tipos de muestras (por ejemplo el concreto, fósiles, entre otras), animales, plantas ex vivo o in vivo, por mencionar algunas aplicaciones en el campo de la investigación. En términos simples, un sistema de RM consiste principalmente de cinco componentes: un imán, un sistema de gradientes, un sistema de Radio Frecuencia, un sistema electrónico y un sistema de cómputo los cuales se explican con más detalle más adelante en esta tesis. Los gradientes de campo magnético son campos magnéticos que se suman al campo magnético que es producido por el imán, varían linealmente con la posición y son requeridos para cambiar la uniformidad del campo con la finalidad de codificar espacialmente la señal de RM que proviene de la muestra cuando después de ser excitada vuelve a su estado de reposo. Tales gradientes son generados haciendo pasar corrientes a través de caminos de corriente que están ubicados alrededor de objeto al que se le obtiene la imagen. Se requieren tres bobinas gradientes a lo largo de la componente z del campo magnético para producir una variación lineal a lo largo de las direcciones de los tres ejes cartesianos x, y y z. Existen diferentes métodos de diseño de bobinas gradientes así como también diferentes geometrías. Los métodos de diseño están relacionados con la geometría por la forma del imán, que puede ser comúnmente cilíndrico y en algunas ocasiones abierto. Estos métodos de diseño deben de cumplir con los requerimientos de baja inductancia (que está relacionada con la cantidad de caminos de corriente utilizados), la eficiencia de la bobina (parámetro que mide teóricamente el desempeño de la bobina), homogeneidad del campo (depende de la aplicación a la que se destina la bobina), baja disipación de potencia (relacionada con la resistencia generada por el gradiente) y poca interacción con otras partes del sistema para evitar corrientes espurias para que el gradiente sea eficiente. Esto resulta complicado dado que los requerimientos mencionados anteriormente están íntimamente relacionados. Es decir podemos tolerar ciertos valores altos de inductancia mientras la eficiencia y la uniformidad del campo sean adecuadas para una aplicación determinada. Debido a esto, es conveniente sintetizar en el proceso de diseño las variables con la finalidad de obtener los mejores diseños de acuerdo a la aplicación dada, cuidando la máxima eficiencia y mínima inductancia. Para este propósito, se utiliza la geometría de bobinas gradientes acopladas. En este diseño, la corriente retorna de la bobina interna a la bobina de blindaje mediante alambres radiales, aquí se realiza el proceso de diseño no se centra solamente en el gradiente sino además en el blindaje. Se utiliza una variante del Target Field para permitir el diseño de bobinas gradientes de alta homogeneidad y eficiencia. Esta tesis describe el diseño y la simulación de bobinas gradientes cilíndricas y su aplicación diseñando una bobina gradiente para cabeza usando una interfaz grafica desarrollada en Matlab para el diseño de bobinas gradientes cilíndricas que tengan una FOM alta y una inductancia baja para el sistema de 3 T del CI3M. La GUI diseñada en esta tesis para diseñar gradientes de campo magnético, se puede aplicar sin ningún problema a otros sistemas de IRM de alto campo y no solo a 3T por medio de su escalamiento dimensional, esto hace más versátil nuestra interfaz y útil para su construcción en otros sistemas de RM.

1.- INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

En 1972, P. Lauterbur en Nueva York ¹ y Mansfield ² descubrieron el uso de la Resonancia Magnética para producir imágenes, compartiendo el Premio Nobel de Medicina en 2003. Esta modalidad de imagenología fue nombrada Imagenología por Resonancia Magnética Nuclear (IRMN); pero dado el concepto que involucra la palabra “nuclear”, el acrónimo fue cambiado a IRM. Esta modalidad de imagen es una poderosa herramienta dada su flexibilidad y sensibilidad para un amplio intervalo de propiedades de tejidos. Su naturaleza no invasiva hace que sea una técnica ampliamente usada para el diagnóstico de varias enfermedades. Además de su uso médico, es posible extenderlo a otras aplicaciones.

El sistema de Imagenología por Resonancia Magnética (IRM) incluye los siguientes componentes básicos: El imán, el transmisor de pulsos de RF, el receptor de RF, bobinas gradientes, sistema de adquisición de datos, suministros de potencia y sistemas de enfriamiento. El imán produce un campo estático homogéneo que alinea los espines nucleares de los átomos de hidrógeno en el paciente y seguido de una excitación de RF causa que precesen sincrónicamente. El núcleo emite ondas electromagnéticas inmediatamente después de la excitación, pero después de un tiempo los espines precesan fuera de sincronía, dadas las pequeñas diferencias en campos magnéticos locales. El desfase de la precesión de los espines causa que las señales electromagnéticas decaigan con el tiempo, un fenómeno llamado relajación. Un corte es seleccionado aplicado un gradiente en una dirección particular (X, Y o Z) durante la excitación de RF. Las señales de Resonancia magnética son codificadas espacialmente mediante la aplicación de gradientes de campo magnético a lo largo de tres direcciones diferentes. Finalmente, las señales son adquiridas (almacenadas en el espacio k) y aplicando la transformada de Fourier se genera una imagen.

En sistemas modernos de IRM, las bobinas gradientes son capaces de generar intensidades de gradiente altas y velocidades de cambio rápidas necesarios para producir imágenes rápidas y mejorar la calidad de la imagen. La IRM también requiere el uso de bobinas gradientes que generan campos magnéticos que varían de forma lineal con la posición sobre el volumen de la imagen. Las bobinas gradientes deben tener una eficiencia alta (definida como la relación entre la intensidad del gradiente y la corriente), switcheo en el tiempo corto (relacionada con una inductancia baja), linealidad del gradiente sobre un volumen amplio, baja disipación de potencia e interacción mínima con otros elementos del sistema que pueden resultar en corrientes espurias.

El problema en el diseño de bobinas gradientes es encontrar las posiciones óptimas para los múltiples caminos de corriente de las bobinas de tal manera que produzcan las propiedades mencionadas. Recientemente se han logrado recientes mejoras en el diseño de bobinas gradientes. Los métodos disponibles para diseñar tales bobinas incluyen técnicas de inversión de matrices, métodos de “Stream Function” y aproximación de Target Field ^{3,4,5}.

Actualmente, la estimulación nerviosa periférica y el ruido acústico debido al cambio de polaridad de los gradientes de campo magnético forman los principales obstáculos que limitan aún más los avances en el desempeño del sistema de gradientes. Las bobinas gradientes que generan altas velocidades de cambio de campo magnético con el tiempo (dB/dt) inducen campos eléctricos en el cuerpo humano y esto ocasiona la formación de corrientes eléctricas cuya magnitud depende de la conductividad del tejido. Si la corriente es dirigida a lo largo de una fibra nerviosa, esta podría ser excitada. En el diseño de una bobina gradiente, el pico de la magnitud del campo magnético en el cuerpo es por lo tanto una cantidad importante, cuando se trata de evitar la estimulación nerviosa periférica.

1.2 Alcance de esta tesis

Esta tesis describe el diseño y la simulación de bobinas gradientes cilíndricas y su aplicación diseñando una bobina gradiente para cabeza.

El segundo capítulo describe los antecedentes relevantes de la teoría de la Imagenología de Resonancia Magnética. La teoría relacionada al diseño de bobinas gradientes es descrita en el capítulo 3.

Existen diferentes métodos de diseño de bobinas gradientes así como también diferentes geometrías. Los métodos de diseño están relacionados con la geometría por la forma del imán, que puede ser comúnmente cilíndrico en algunas ocasiones abierto. Estos métodos de diseño deben de cumplir con los requerimientos de baja inductancia, homogeneidad del campo, baja disipación de potencia y poca interacción con otras partes del sistema para evitar corrientes espurias para que el gradiente sea eficiente. Esto resulta complicado dado que los requerimientos mencionados anteriormente están íntimamente relacionados. En el proceso de diseño de un gradiente pueden resultar diseños con muy baja inductancia pero menor homogeneidad del campo o viceversa lo cual está relacionado directamente con la aplicación destinada para el gradiente. El parámetro que relaciona la eficiencia (η) y la inductancia L es η^2/L y está relacionada directamente con el radio de la bobina con a^{-5} , de tal manera que conforme disminuye el radio la FOM aumenta y disminuye la inductancia. Debido a esto, es conveniente sintetizar en el proceso de diseño las variables con la finalidad de obtener los mejores diseños de acuerdo a la aplicación dada, cuidando la máxima eficiencia y mínima inductancia. En el capítulo 4 es utilizada la geometría de bobinas gradientes acopladas^{6,7,8}. En este diseño, la corriente retorna de la bobina interna a la bobina de blindaje mediante alambres radiales, aquí se realiza el proceso de diseño no se centra solamente en el gradiente sino además en el blindaje. Se utiliza una variante del Target Field para permitir el diseño de bobinas gradientes de alta homogeneidad y eficiencia. Esta tesis describe el diseño y la simulación de bobinas gradientes cilíndricas y su aplicación diseñando una bobina gradiente para cabeza usando una interfaz grafica desarrollada en Matlab para el diseño de bobinas gradientes cilíndricas que tengan una FOM alta y una inductancia baja para el sistema de 3 T del CI3M. La GUI diseñada en esta tesis para diseñar gradientes de campo magnético, se puede aplicar sin ningún problema a otros sistemas de IRM de alto campo y no solo a 3T por medio de su escalamiento dimensional, esto hace más versátil nuestra interfaz y útil para su construcción en otros sistemas de RM.

2.- PRINCIPIOS DE LA TEORIA DE RESONANCIA

2.1 Introducción

La resonancia magnética nuclear es una técnica de diagnóstico que tiene su base en las investigaciones de 1946 (estudios realizados por los físicos Edward Purcell de la Universidad de Harvard y Felix Bloch de la Universidad de Stanford obtuvieron el Premio Nobel en 1952).^{9, 10} En un principio, el método fue aplicado a objetos sólidos en estudios de espectroscopia, en 1967, J. Jackson comenzó a aplicar los descubrimientos logrados hasta entonces, en organismos vivos, y en 1972, P. Laterbur en Nueva York¹¹ y Mansfield¹² con trabajos independientes se dieron cuenta que era posible utilizar esta técnica para producir imágenes, llegando por fin a probarlo con seres humanos. La técnica produce imágenes de muy alta calidad de los órganos y estructuras del cuerpo permitiendo estudiar múltiples lesiones y enfermedades, incluso en sus etapas iniciales. Utiliza un campo magnético intenso, ondas de radio y una computadora para crear imágenes. Si bien los rayos X son muy buenos para visualizar los huesos, la RNM le permite al médico visualizar estructuras de tejido blando, como los ligamentos y el cartílago, y ciertos órganos como los ojos, el cerebro y el corazón. Además, esta técnica se puede utilizar en otro tipo de muestras (concreto, fósiles, por ejemplo), animales, plantas ex vivo o in vivo y por ser una técnica no invasiva el número de aplicaciones se ha ido incrementando.

2.2 Spin nuclear

El átomo consta de un núcleo rodeado por una densidad electrónica. Estos electrones tienen las componentes de momento angular, el orbital (movimiento alrededor del núcleo) y el intrínseco (espín). Éste último es el que se entiende como giro sobre sí mismo.

El núcleo se compone de protones y neutrones, ambos denominados nucleones. Los protones tienen carga positiva, mientras que los neutrones carecen de carga. El movimiento orbital de las cargas dentro del núcleo es equivalente a una pequeña corriente eléctrica que viaja a través de un diminuto aro de alambre que genera un pequeño campo magnético que se asemeja a un imán (dipolo magnético). A este efecto se adiciona el aporte del spin de las partículas constituyentes del núcleo. La dirección del campo magnético producido por los nucleones se expresa en términos de momento magnético. La relación existente entre el vector del momento angular (\vec{J}) y el vector del momento magnético ($\vec{\mu}$) está dada por la siguiente relación matemática:

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{J}, \quad (2.1)$$

donde γ se conoce como la constante giromagnética y es una constante dependiente del núcleo susceptible de magnetización (vea Tabla 1).

La magnitud del momento angular \vec{J} , puede ser descrito por

$$J = \hbar \sqrt{I(I+1)}, \quad (2.2)$$

donde l es el número de espín caracteriza el núcleo y puede tomar valores enteros o la mitad de un número entero. El protón, el electrón y el neutrón tiene valores $l = 1/2$. Aquí $\hbar = 1.054 \times 10^{-34}$ Js y es la constante de Planck reducida.

Núcleo	Espín	Constante giromagnética γ (MHz/T)
^1H	$1/2$	42.58
^{13}C	$1/2$	10.71
^{19}F	$1/2$	40.05
^{31}P	$1/2$	11.26

Tabla 2.1 Algunos núcleos susceptible activos en Resonancia Magnética.

Ahora, si consideramos un núcleo expuesto a un campo magnético constante B_0 , aplicado paralelamente al eje z , la interacción de energía del núcleo es descrita por:

$$\hat{H} = -\gamma B_0 \hbar \hat{I}_z, \quad (2.3)$$

esta expresión es conocida como el Hamiltoniano Zeeman. Como \hat{H} y \hat{I}_z son proporcionales, tienen las mismas eigenfunciones. Los eigen valores de \hat{H} son.

$$E(m) = -\gamma B_0 \hbar m, \quad (2.4)$$

que son todos los valores de energía permitidos para un núcleo libre con número de espín l , y el radio giromagnético γ , en un campo magnético B_0 . Existen $2(I + 1)$ niveles Zeeman. La energía Zeeman también es llamada energía de interacción del espín con el campo magnético. Los niveles de energía son espaciados igualmente porque los valores de m difieren en 1. Los niveles de energía entre niveles adyacentes es:

$$\Delta E = \gamma B_0 \hbar, \quad (2.5)$$

La transición entre niveles de energía adyacentes (ver Figura 2.1), puede ser inducida aplicando un campo magnético variante en el tiempo, $B' = B_1 \cos(\omega t)$. La energía de delo protones a esta frecuencia es

$$E = \omega \hbar, \quad (2.6)$$

tal que la resonancia ocurre cuando:

$$\omega = \omega_0 = \gamma B_0 \quad (2.7)$$

La diferencia de los grupos de los dos estados de los espines es relacionada a la diferencia de energía. En base a la relación de Boltzmann, la razón de los grupos n_2 y n_1 de los dos estados separados por ΔE a temperatura T , es relacionada por

$$\frac{n_2}{n_1} = e^{(\Delta E/kT)}, \quad (2.8)$$

donde k es la constante de Boltzmann.

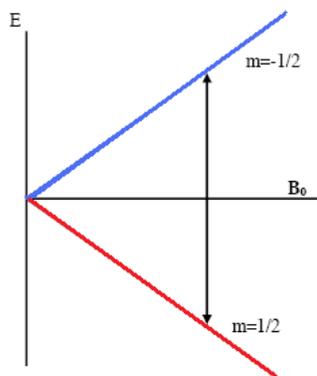


Figura 2.1 Niveles de energía permitidos para un núcleo de espín $1/2$ en un campo magnético B_0 .

A las a las intensidades de campo magnético usadas en IRM

$$\Delta E = \gamma \hbar B_0 \ll kT, \quad (2.9)$$

Si realizamos una aproximación de primer orden a la ecuación anterior

$$e^{(\Delta E/kT)} = 1 + \frac{\gamma \hbar B_0}{kT} \ll kT, \quad (2.10)$$

además

$$\frac{n_2}{n_1} = 1 + \frac{\gamma \hbar B_0}{kT} \ll kT, \quad (2.11)$$

Donde n_1 y n_2 son las poblaciones de los dos niveles Zeeman.

Para un espín nuclear de $1/2$ la diferencia de población fraccional es

$$\frac{n_2 - n_1}{n} = \frac{\gamma \hbar B_0}{2kT}, \quad (2.12)$$

donde $n = n_1 + n_2$ es el número núcleos. La magnetización de volumen M_0 es proporcional a $n_2 - n_1$.

Aunque es muy pequeña esta diferencia de población genera un vector de magnetización macroscópica. Se dice que un sistema de espines está magnetizado. El pequeño tamaño de $\gamma \hbar B_0$ significa que M_0 es pequeño y consecuentemente la sensibilidad de la RM es baja a temperatura ambiente, incluso a campos magnéticos altos.^{15,16,17}

A la frecuencia de la ec. (2.7) se le denominó frecuencia de resonancia y a este fenómeno físico se le denominó resonancia nuclear magnética. La técnica es útil sólo para aquellos núcleos que son susceptibles de magnetización, por ejemplo el del átomo de hidrógeno (tiene propiedades magnéticas, llamadas espín nuclear, se comporta como un pequeño imán rotando y puede representarse por un vector). Esto se muestra en la figura 2.2a.

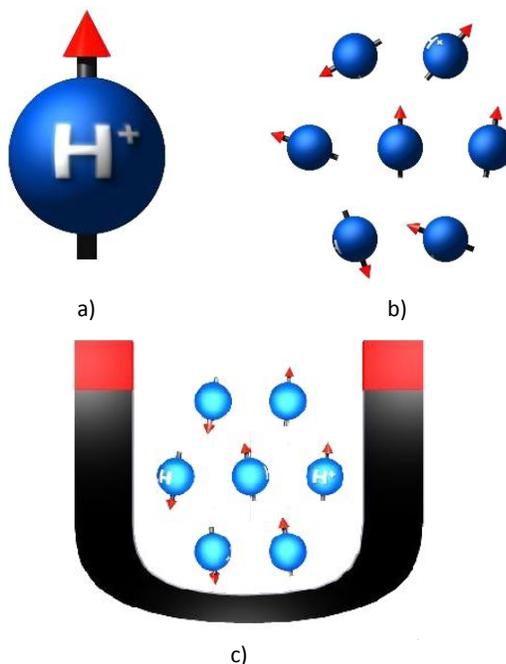


Figura 2.2. a) Propiedad magnética del Hidrógeno (espín nuclear) representado como un vector, b) ilustración de la distribución aleatoria de los átomos de Hidrógeno y c) alineación de los espines nucleares dentro de un campo magnético externo.

Éste posee la estructura atómica más simple, estando constituido por un núcleo que contiene un protón y por una corteza en la que hay un electrón. Además, los átomos de hidrógeno son muy abundantes en el organismo humano (constituido C, H, O y N, mayoritariamente por agua y esto es dependiente de la edad), siendo por lo tanto su núcleo una elección natural para aplicar las técnicas de resonancia magnética en el cuerpo humano. Dentro del cuerpo, los átomos de hidrógeno se orientan de forma aleatoria en ausencia de un campo magnético externo, de modo que no existe un campo magnético resultante (Ver Figura 2.2b).

Sin embargo, si se aplica un campo magnético B_0 , los espines nucleares se alinean con el campo externo. Algunos de los espines se alinean con el campo (paralelamente) y algunos se alinean en contra del campo (antiparalelos), esto se ilustra en la Figura 2.2c. La suma de todos los pequeños campos magnéticos de cada espín es llamada **magnetización neta** ó **magnetización macroscópica**. Normalmente, la dirección de estos vectores tiene distribución aleatoria y por lo tanto, la suma de todos los espines da una **magnetización neta nula**. Además, la interacción de éste con los núcleos móviles con carga positiva hará que cada protón empiece a rotar con un movimiento de precesión (movimiento que describe un cono de giro).

La magnitud del vector de magnetización de volumen apunta a lo largo de la dirección positiva del eje z en el equilibrio y es:

$$M_0 = \frac{\gamma^2 B_0 \hbar^2 N}{4kT}, \quad (2.13)$$

donde N es el número de núcleos por unidad de volumen.

Así, se puede decir que la magnetización es directamente proporcional a la intensidad del campo externo B_0 y a N . Los experimentos de RM son realizados con el objeto que está a temperatura ambiente y uno se limita al aumento de la magnitud del campo aplicado, a fin de aumentar la magnetización de volumen. La Ec. (2.13) es válida solamente para un sistema de espín $-1/2$, y para un sistema de espines general I , la expresión matemática para la magnitud es

$$M_0 = \frac{\gamma^2 B_0 \hbar^2 I(I+1)}{3kT}, \quad (2.14)$$

De esta última ecuación puede apreciarse que la imagenología por resonancia magnética es una técnica de baja sensibilidad ya que para un campo magnético de intensidad de 1 T y usando protones como fuente, sólo tres en un millón de protones en un objeto pueden ser activados para generar la señal de RM.

En un sistema de Resonancia Magnética clínico, el Hidrógeno es el núcleo más frecuentemente utilizado dado que existe una gran abundancia de los tejidos biológicos. Otros núcleos como el ^{13}C , ^{19}F , ^{31}P , ^{23}Na tienen un spin nuclear neto y pueden ser utilizados en MRI.

2.3 PRECESIÓN Y FRECUENCIA DE LARMOR

Para generar una señal de RM se aplican generalmente dos campos magnéticos externos: un campo magnético intenso constante a lo largo del eje z (por convención) y un campo de Radio Frecuencia (RF) ortogonal. Los campos externos mencionado anteriormente, proporcionan únicamente las fuerzas que cambian la orientación de cada núcleo y generalmente uniformes en toda la muestra. La magnetización nuclear es ilustrada con el vector de magnetización \mathbf{M} por unidad de volumen. La variación de este vector con el tiempo es de suma importancia. Las ecuaciones que describen la precesión de Larmor de la magnetización pueden ser derivadas de la ec. (2.1) que relaciona el momento angular del espín a la magnetización. Los espines giran (o precesan) describiendo una trayectoria en forma de cono cerca del eje del campo B_0 . Esto es llamado precesión. Un momento magnético en un campo magnético \mathbf{B} , está sujeto a una torca \mathbf{T} :

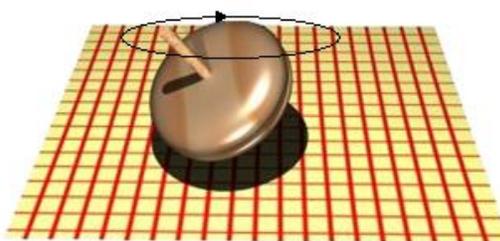


Figura 2.3. Movimiento de precesión de los espines nucleares.

$$\mathbf{T} = \mathbf{M} \times \mathbf{B}, \quad (2.15)$$

Si el teorema de conservación del momento angular es aplicado a la ec. (2.15) entonces \mathbf{T} se transforma en

$$\mathbf{T} = \frac{d\mathbf{J}}{dt}, \quad (2.16)$$

En presencia de un campo magnético $\mathbf{B} = B_0 \hat{\mathbf{k}}$ y combinando las ecuaciones (2.1) y (2.15), la variación del vector de magnetización \mathbf{M} es dado por

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \mathbf{M} \times B_0 \hat{\mathbf{k}}, \quad (2.17)$$

donde $\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}},$ y $\hat{\mathbf{k}}$ son vectores cartesianos unitarios.

La solución de la ec. (2.17) es una precesión de la magnetización transversal a la frecuencia de Larmor, $\omega_0 = \gamma B_0$ alrededor del eje z. La frecuencia de resonancia, llamada frecuencia de Larmor (ω_0) o frecuencia precesional, es proporcional a la intensidad del campo B_0 :

$$\omega_0 = \gamma B_0, \quad (2.18)$$

donde γ es la constante giromagnética que es característica de cada núcleo.

Transformando esto aun marco rotatorio a frecuencia angular, ω_e , alrededor del eje z (vea Figura 2.4), se tiene

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \mathbf{M} \times (\gamma B_0 - \omega_e) \hat{\mathbf{k}}, \quad (2.19)$$

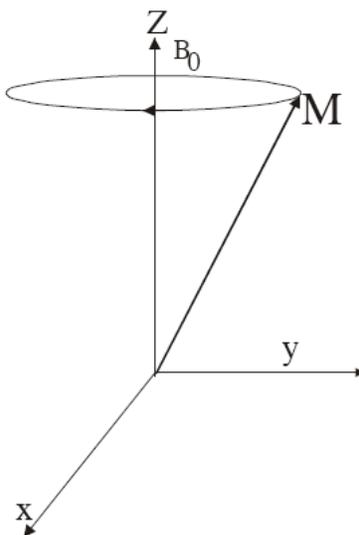


Figura 2.4. Precesión de Larmor de un momento magnético en un campo magnético uniforme.

En un experimento de RM estándar, un pequeño campo de RF oscilante es aplicado perpendicularmente al campo estático \mathbf{B}_0 . En el marco experimental esto puede ser descrito como

$$\mathbf{B}_t = 2B_1 \cos(\omega t) \hat{\mathbf{i}}, \quad (2.20)$$

Esto puede ser dividido en dos componentes de rotación en las frecuencias ω y $-\omega$ alrededor del eje z. Para eliminar la dependencia del tiempo, se usa un sistema de coordenadas que gira alrededor del eje z a una frecuencia ω . Transformando a este marco rotatorio, y asumiendo que γ es positivo y que $\omega = \omega_e$, es obtenido el siguiente campo efectivo (\mathbf{B}_{eff}).

$$\mathbf{B}_{eff} = \left(B_0 - \frac{\omega}{\gamma} \right) \hat{\mathbf{k}} + B_1 \hat{\mathbf{i}}, \quad (2.21)$$

donde la componente \mathbf{B}_1 rotando a $-\omega$ se ha descartado. La precesión se presenta alrededor de este campo efectivo, además la ec. (2.18) puede ser usada con $B_0 \hat{\mathbf{k}}$ reemplazada por \mathbf{B}_{eff} . Si ω satisface la condición de resonancia, $\mathbf{B}_{eff} = B_1 \hat{\mathbf{i}}$ y la precesión de \mathbf{M} toma lugar alrededor del vector \mathbf{B}_1 . Por lo tanto aplicando una fuerza adicional \mathbf{B}_1 con una frecuencia ω_0 satisface la condición de resonancia.

La Figura 2.5 muestra la precesión en el marco rotatorio. Si el campo magnético oscilante es aplicado por un corto periodo de tiempo, t_1 , con amplitud B_1 , la magnitud podría precesar a un ángulo $\theta = \gamma B_1 t_1$. Si $\theta = \pi$, el pulso de RF invierte la magnetización. A este tipo de pulso se le llama pulso de RF de 180°. Si $\theta = \pi/2$ (conocido como pulso de RF de 90°), entonces la magnetización cambia de la dirección z a la dirección y. Después de un pulso de RF de 90° la magnetización precesa en el marco de laboratorio a la frecuencia de Larmor perpendicular al campo estático.

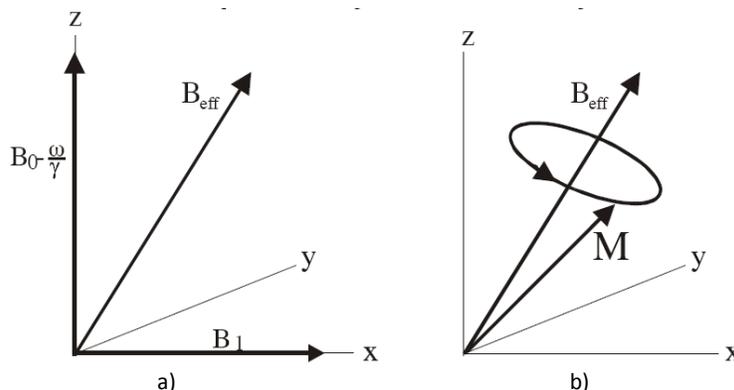


Figura 2.5. a) Campo efectivo B_{eff} en el marco rotatorio y b) Rotación de la magnetización alrededor de B_{eff} .

2.4 MAGNETIZACIÓN NETA

El vector magnético de los protones puede dividirse en dos componentes ortogonales: un componente longitudinal o componente Z, y una componente transversal sobre el plano XY.

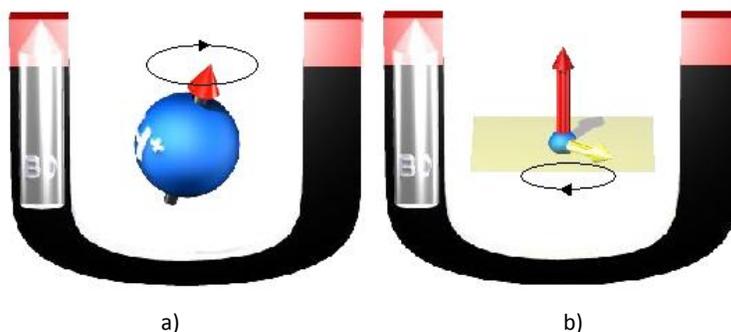


Figura 2.6 a) Componente longitudinal y b) Componente transversal del vector magnético de los protones.

En presencia de un campo magnético intenso, existe un vector de magnetización neto longitudinal (Ver Figura 2.6b). Como los espines no rotan en fase sino que rotan aleatoriamente, la suma de todas las magnetizaciones transversales microscópicas de cada espín es una magnetización macroscópica transversal nula (Ver Figura 2.7).

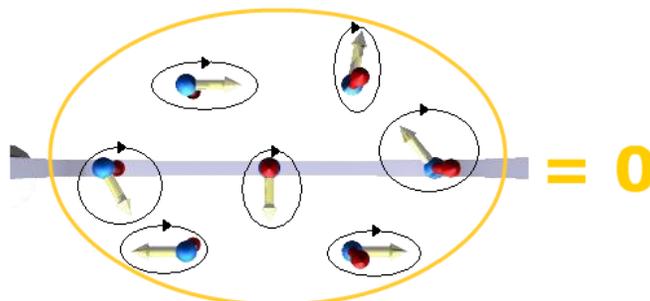


Figura 2.7. Magnetización nula en ausencia de un campo magnético externo B_0 .

El Intercambio de energía entre dos sistemas a una frecuencia específica es llamado resonancia. La Resonancia Magnética corresponde a la interacción energética entre los espines y la radiofrecuencia electromagnética (RF).

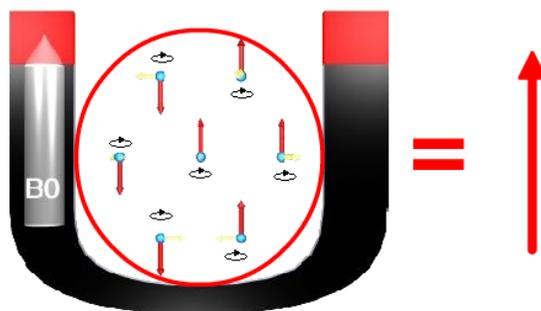


Figura 2.8. Componente axial de la magnetización neta dentro de un campo magnético externo B_0 .

Entender porque lo protones se alinean con y en contra del campo magnético externo puede requerir abordarlo desde la mecánica cuántica. Pero para efectos prácticos es suficiente decir que ambos modos de alinearse los protones con el campo son posibles pero un estado es de baja energía (alineación paralela al campo) y el otro de alta energía (alineación antiparalela al campo). Los protones están continuamente oscilando entre los dos estados pero aun momento dado, no de manera aleatoria y con una muestra suficientemente grande, habrá ligeramente una mayoría muy escasa alineados con el campo. Cuando mayor sea el campo externo B_0 , mayor es la diferencia de niveles de energía y mayor es el número de protones alineados con el campo. Por ejemplo, a 1.5 T la diferencia de protones es de 3 en 1000000 protones en estado de baja energía respecto a los que están alineados en dirección de alta energía. Es entro del campo magnético B_0 , existen más espines alineados con el campo (paralelos – bajo estado de energía) que los espines alineados en contra del campo (antiparalelos – alto estado de energía). Dado este pequeño exceso de espines paralelos, la magnetización neta tiene una componente longitudinal (a lo largo del eje Z) alineado con B_0 .

Solamente los espines de los protones a la misma frecuencia que el pulso de radiofrecuencia electromagnético pueden responder a ese pulso de RF. Existe una modificación del equilibrio de los espines y absorción de la energía electromagnética por los núcleos atómicos, que es llamada excitación. Cuando el sistema regresa a su estado de equilibrio (relajación), existe una emisión de energía electromagnética. La excitación modifica los niveles de energía y las fases de los espines. En el nivel cuántico, un protón salta aun estado de energía mayor (de paralelo a antiparalelo). La consecuencia sobre el vector de magnetización macroscópico neto es un movimiento en espiral descendente al plano XY.

B_1 es un campo magnético (mencionado anteriormente para satisfacer la condición de resonancia) de corta duración que oscila en el intervalo de las radio frecuencias (también conocido como pulso de RF) y es aplicado normalmente por algunos microsegundos o milisegundos. En comparación con B_0 , B_1 es de menor magnitud, por ejemplo: $B_1 = 50\text{mT}$ mientras que $B_0 = 1.5\text{ T}$.

Se puede describir un pulso de RF matemáticamente con la siguiente expresión:

$$\vec{B}_1(t) = 2B_1^e(t) \cos(\omega_{rf} + \varphi) \tag{2.22}$$

donde

- $B_1^e(t)$: es la función envolvente del pulso
- ω_{rf} : frecuencia del pulso de RF ($\omega_{rf} = \omega_0$)
- φ ángulo de fase inicial

En un marco de referencia rotatorio, el vector de magnetización neta baja durante la excitación (Figura 2.9 y Figura 2.10).

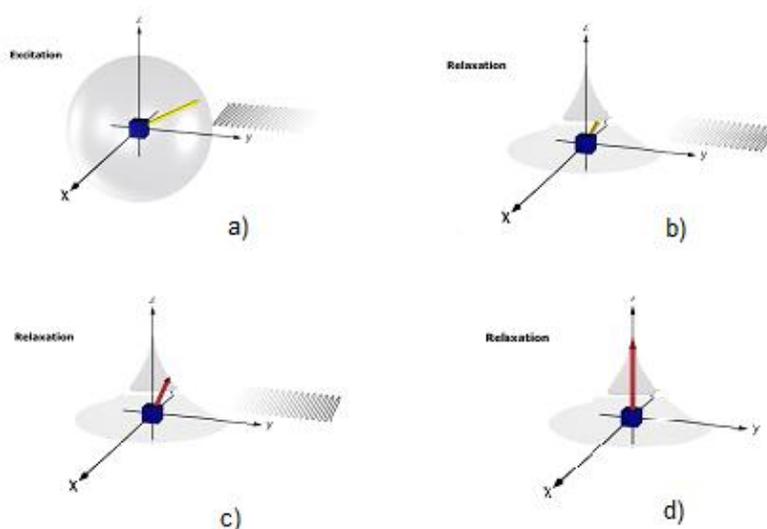


Figura 2.9 Excitación de los espines nucleares por un pulso de RF (absorción de energía) y su regreso al estado de equilibrio (relajación).

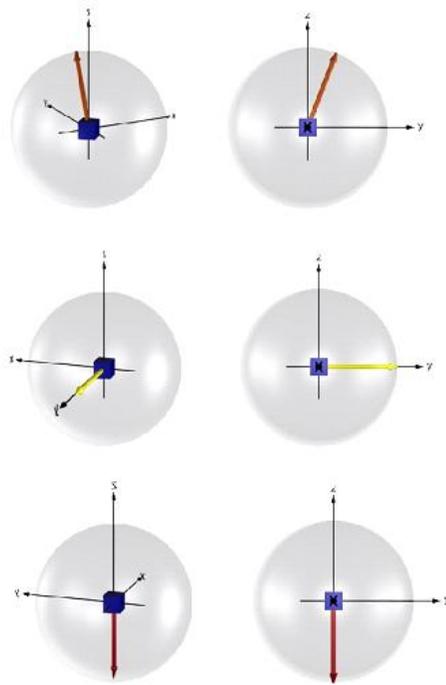


Figura 2.10. Vector de magnetización desciende el en marco de referencia rotatorio.

2.5 ECUACIONES DE BLOCH

Hasta este momento, la interacción entre el espín y su entorno no han sido tomados en cuenta, ya que solamente se han considerado espines aislados. Sin embargo, para una muestra compuesta de materia, es necesario considerar los efectos de campos magnéticos y eléctricos internos. Estos campos pueden ocasionar movimientos adicionales de la magnetización, conocidos como relajación (Vea Figura 2.11). El problema del desarrollo de la magnetización bajo la influencia de la suma de una constante, y un campo giratorio con relajación simultánea fue resuelto por primera vez por Bloch. El propuso un conjunto de ecuaciones que describen como evoluciona un sistema de espines. Las ecuaciones son las siguientes:

$$\frac{dM_z}{dt} = \frac{M_0 - M_z}{T_1} + \gamma(M \times B)_z \quad (2.23)$$

$$\frac{dM_x}{dt} = \gamma(M \times B)_z - \frac{M_x}{T_2} \quad (2.24)$$

$$\frac{dM_y}{dt} = \gamma(M \times B)_y - \frac{M_y}{T_2} \quad (2.25)$$

donde $\mathbf{B} = B_0 \hat{\mathbf{k}} + \mathbf{B}_1$. Se puede ver que han sido introducidas dos constantes de tiempo, que son el tiempo de relajación longitudinal y el tiempo de relajación transversal. La velocidad de decaimiento de la magnetización transversal difiere de la longitudinal.

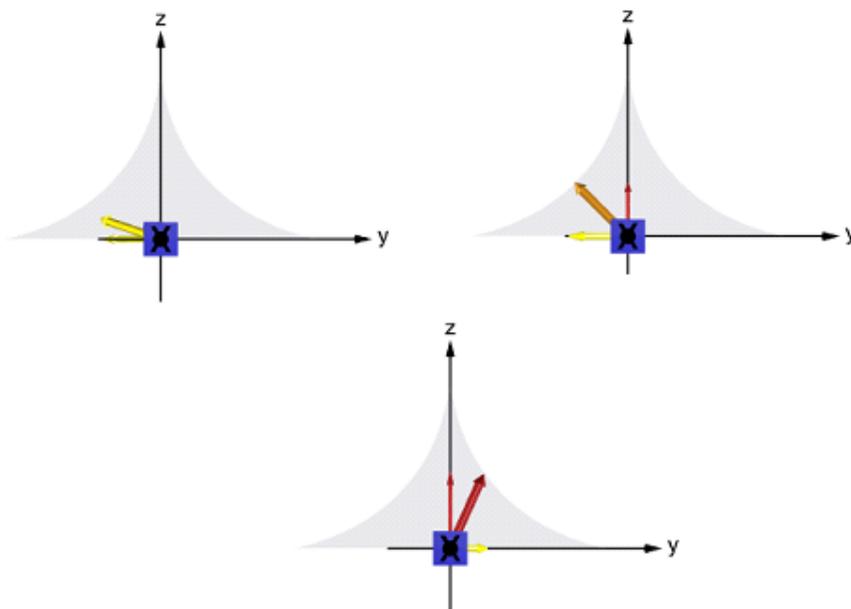


Figura 2.11. Relajación del vector de magnetización neta.

En ausencia del campo de RF ($B_1 = 0$), la solución de las ecuaciones de Bloch están dadas por las siguientes ecuaciones:

$$M_x(t) = e^{\left(\frac{-t}{T_2}\right)} (M_x(0) \cos(\omega_0 t) + M_y(0) \sin(\omega_0 t)) , \quad (2.26)$$

$$M_y(t) = e^{\left(\frac{-t}{T_2}\right)} (M_y(0) \cos(\omega_0 t) - M_x(0) \sin(\omega_0 t)) , \quad (2.27)$$

$$M_z(t) = M_z(0)e^{\left(\frac{-t}{T_1}\right)} + M_0 \left(1 - e^{\left(\frac{-t}{T_1}\right)}\right) , \quad (2.28)$$

La relajación spin-red, que se caracteriza por T_1 , ocurre en el tiempo como resultado de un intercambio de energía entre el sistema de espines y de la red. La red es definida como el conjunto de moléculas de la muestra tratada como un reservorio de energía térmica, determinada por el movimiento de las moléculas. La magnetización transversal no está relacionada a la energía de los espines y su evolución es influenciada por las transiciones cuánticas, lo que ocasionará que la transferencia de energía entre los espines, dejando la energía total sin cambios. Este proceso es llamado relajación spin-spin y se define por T_2 , el tiempo de relajación spin-spin.

Tejido	T_1 (ms)	T_2 (ms)
Materia gris	950	100
Materia blanca	600	80
Músculo	900	50
Líquido cefalorraquídeo	4500	2200
Grasa	250	60
Sangre	1200	100-200

Tabla 2.2 Valores representativos de tiempos de relajación aproximados para el hidrógeno para diferentes tejidos humanos a 1.5 T y 37 °C.

Las inhomogeneidades en B_0 también da lugar al decaimiento de la magnetización transversal caracterizada por un tiempo de decaimiento, T_2^* . En este caso, la magnetización precesa a diferente frecuencia en diferentes regiones de la muestra. Esto acelera el proceso de relajación transversal, de modo que $T_2^* < T_2$. Como ejemplo práctico, si consideramos una excitación con un ángulo de brinco de 90° , cuando el transmisor de RF es apagado, en este caso no existe magnetización longitudinal porque existe una proporción igual de espines paralelos y antiparalelos pero si existe una magnetización transversal porque todos los espines están en fase (coherencia de fase completa).

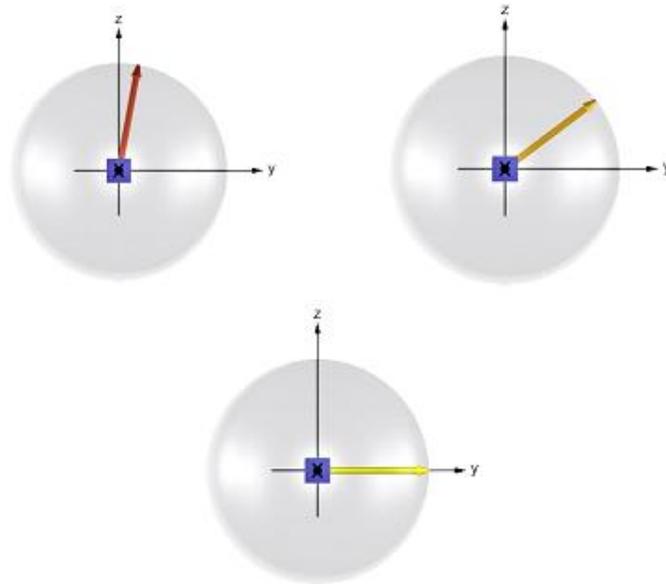


Figura 2.12. Comportamiento de las componentes longitudinal y transversal del vector de magnetización neto con un flip angle de 90° .

La relajación longitudinal está dada por el intercambio de energía entre los espines y la relajación red-espín (velocidad de relajación por interacción con otros espines), restableciendo el equilibrio. Como los espines van de un estado de alta energía a un estado de baja energía, la energía de RF es liberada.

La recuperación de la magnetización longitudinal tiene un comportamiento de una curva exponencial. La velocidad de recuperación es caracterizada por la constante de tiempo T_1 específica cada tejido. Después del tiempo T_1 , la magnetización longitudinal ha regresado al 63% de su valor final.¹⁹ La recuperación exponencial de la magnetización longitudinal (alineada con B_0) está dada por la siguiente expresión matemática general:

$$M_z = M_0 \cdot \left(1 - (1 - \cos \alpha) \cdot e^{-t/T_1}\right) \quad (2.29)$$

con

- α es el ángulo de brinco (flip angle)
- M_0 es la magnetización en inicial
- M_z es la magnetización longitudinal

Ahora, si en la ecuación (2.29) $\alpha = 90^\circ$

$$M_z = M_0 \cdot \left(1 - e^{-t/T_1}\right) \quad (2.30)$$

que la expresión matemática que representa la magnetización longitudinal cuando regresa su estado inicial (Figura () y ()). Con una intensidad de campo de 1.5 T, los valores de T_1 son alrededor de 200 a 3000 ms. Los valores de T_1 son más largos con intensidades de campo alto.

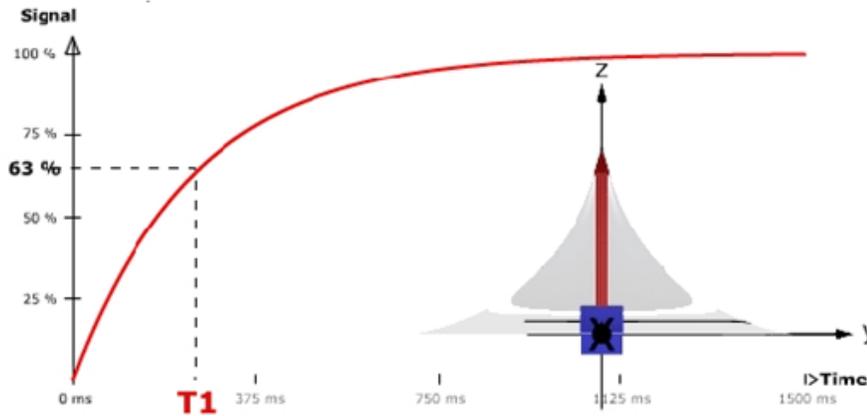


Figura 2.13. Curva de recuperación de la magnetización longitudinal.

La relajación transversal es resultado de los espines ganando de fase. Como se mencionó anteriormente, los espines se mueven juntos, sus campos magnéticos interactúan (interacción espín-espín), modificando ligeramente la velocidad de precesión. Estas variaciones son temporales y aleatorias. Así, la relajación espín-espín causa una pérdida acumulativa en fase resultando en el decaimiento de la magnetización transversal.

El decaimiento de la magnetización transversal es descrito por una curva exponencial, caracterizada por la constante de tiempo T_2 . Después del tiempo T_2 , la magnetización transversal ha perdido el 63% de su valor final. La magnetización transversal está dada por la siguiente expresión matemática:

$$M_{xy} = M_0 * e^{-t/T_2} \quad (2.31)$$

T_2 específica de cada tejido y es siempre más corta que T_1 debido a que T_2 es única para cada tipo de tejido, es determinado por su cambio químico y los valores de T_2 no están relacionados con la intensidad del campo. La relajación transversal es más rápida que la magnetización longitudinal.

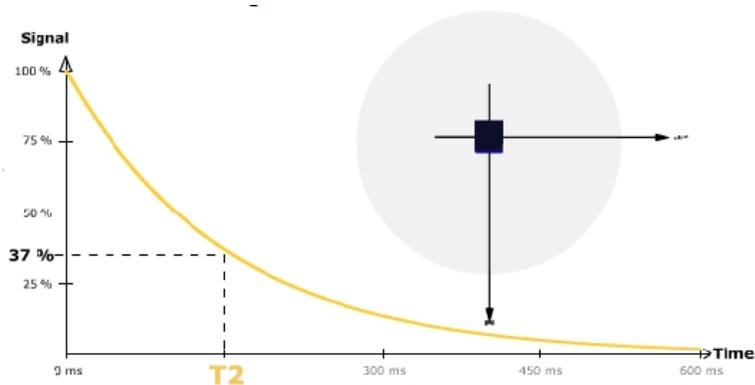


Figura 2.14. Curva de decaimiento de la magnetización transversal.

2.6 DECAIMIENTO DE INDUCCIÓN LIBRE Y FORMACIÓN DE ESPIN ECO

Existen varias causas para la pérdida de coherencia de la magnetización transversal. Una es el movimiento de los espines adyacentes debido a vibraciones moleculares o su rotación.¹⁹ Otra causa es que los protones nunca experimentan un campo 100% uniforme u homogéneo; dado que el protón precesa experimenta fluctuaciones del campo magnético local, causando variaciones en y con ello perdiendo coherencia de fase en la magnetización transversal. La mala uniformidad del campo proviene de tres fuentes:

a) Las inhomogeneidades en el campo magnético principal. Siempre existe algún grado de uniformidad en debido a las imperfecciones en la fabricación del imán, la composición de los muros cercanos o alguna otra fuente metálica. Se puede considerar que estas distorsiones son constantes en el tiempo.

b) Inhomogeneidades inducidas por la muestra. Las diferencias en la susceptibilidad magnética o grado de magnetización de los tejidos cercanos (hueso, aire, etc.), pueden distorsionar el campo magnético local cerca de las interfaces entre los diferentes tejidos. Estas inhomogeneidades son de magnitud constantes y están presentes mientras el sujeto se encuentre dentro del imán.

c) Las antenas gradientes para producir la imagen. Para la codificación espacial de la señal se ocupa un disturbio en el campo magnético que también crea un desfase en los protones. Estas inhomogeneidades son transitorias durante la medición.

Un diseño adecuado de la secuencia de pulsos elimina a los gradientes de la imagen como fuentes de desfase. Las otras fuentes contribuyen con el tiempo total de relajación transversal T_2^* :

$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_{SM}} + \frac{1}{T_{CM}} , \quad (2.32)$$

donde T_{CM} es el desfase debido a las inhomogeneidades del campo magnético principal y T_{SM} es el tiempo de desfase debido a las diferencias de susceptibilidad magnética. El decaimiento de la magnetización transversal después de que se ha aplicado un pulso de 90° (el

FID) sigue un comportamiento exponencial con una constante de tiempo que es más rápida que T_2^* :

$$M_{xy} = M_0 * e^{-t/T_2^*}, \quad (2.33)$$

Para la mayoría de los tejidos y líquidos, el factor principal en la determinación de T_2^* es T_{SM} , mientras que para tejidos con significantes depósitos de aire o cavidades llenas de aire determina a T_2^* .

Por otro lado, una vez que ya no se emite un pulso de RF, los protones regresan inmediatamente a su estado de equilibrio emitiendo la energía que absorbieron. Si nada afecta la homogeneidad del campo magnético todos los protones podrían girar a la misma frecuencia de resonancia. La amplitud de inicial de la señal es determinada por la porción del vector de magnetización (M_0) que ha sido desplazado al plano XY. Esto es determinado por el seno del ángulo de brinco (flip angle) α , a continuación se muestra la ecuación:

$$\text{Señal envolvente} = M_0 \cdot \sin \alpha \cdot e^{-t/T_2}, \quad (2.34)$$

Se obtiene una señal máxima cuando el ángulo de brinco es de 90° . La señal obtenida que no es afectada por ningún gradiente se conoce como Decaimiento de Inducción Libre (FID, por sus siglas en inglés).⁸ La constante de tiempo que determina la velocidad con la que decae la señal es se conoce como T_2 . Una FID no tiene información posicional.

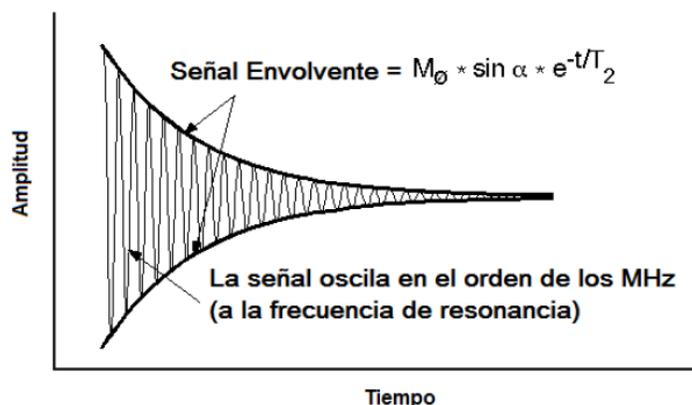


Figura 2.15. La señal FID decae a medida que los protones de la muestra se relajan.

En la realidad, la señal de RM decae más rápido que como lo predice T_2 . El decaimiento T_2 es una función de interacciones aleatorias entre los espines y se asume que el campo magnético B_0 es absolutamente homogéneo. Sin embargo, existen muchos factores que crean imperfecciones en la homogeneidad de un campo magnético como fallas en la manufactura, susceptibilidad magnética de cada tejido que distorsiona el campo, pacientes con algún tipo de metal. La suma de todos estos efectos aleatorios es llamado T_2^* .

Como puede verse, la relajación en T_2 es resultado de causas aleatorias mientras que T_2^* se genera por una combinación de causas fijas y aleatorias. Para entender como se trata de compensar estos efectos vea la siguiente figura.

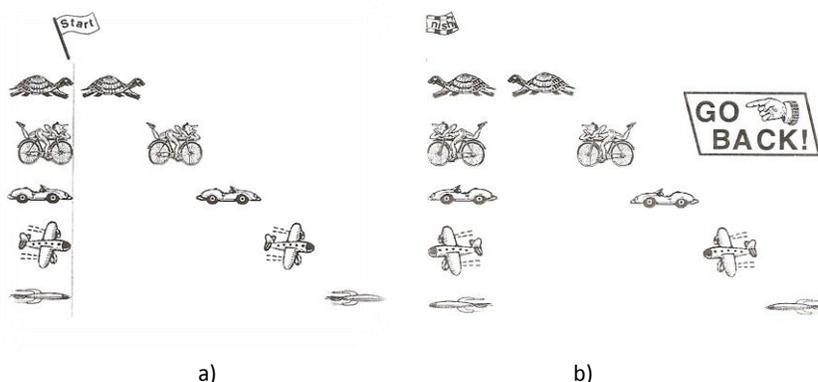


Figura 2.16. Figura para ejemplificar la definición de Tiempo Eco (TE).

Como puede verse en la figura 16a, al inicio de la carrera los participantes están juntos en la línea de inicio (están en fase). Después de iniciar la carrera, los concursantes se mueven a distinta velocidad tal que existe una distancia notable entre ellos. Después de un tiempo, lo llamaremos $TE/2$, una señal es dada por cada uno y regresan. Suponiendo que cada uno tiene la misma velocidad que antes, entonces después de un tiempo adicional $TE/2$ ellos llegan a la línea de inicio juntos. En términos de RM, al tiempo TE ($TE/2 + TE/2$) todos los espines regresan en fase produciendo una señal. Esta señal es llamada espín eco y el tiempo TE es llamado tiempo eco.

Ahora, en el marco de referencia rotatorio el principio de formación del espín eco tiene las siguientes fases: a) a $t=0$, inmediatamente después del pulso de RF de 90° el vector de magnetización (M_0) apunta a lo largo del eje x ; b) antes del tiempo $TE/2$ los espines se desfasan (mecanismos de T_2^*). A $t=TE/2$, un pulso de RF de 180° se aplica para que los vectores desfasados se desplacen alrededor del eje y . c) Después del tiempo $TE/2$ los vectores se reenfasan. d) al tiempo $t=TE$, los vectores han sido reenfasados y un eco de signo opuesto se forma (Figura 2.17).

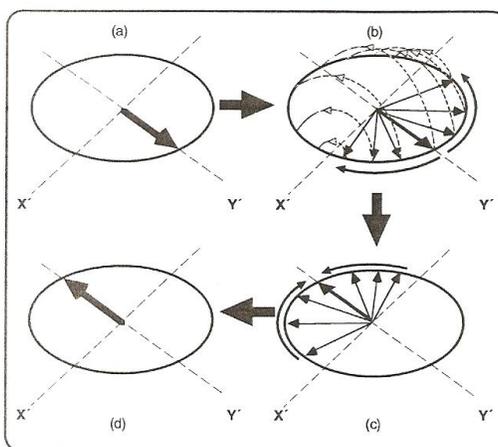


Figura 2.17. Formación de una Espín Eco.

Como se describió antes, un pulso de 180° puede ser usado para revertir el proceso de defasamiento de T_2^* y producir un espín eco. Tan rápido como los espines regresan a fase al tiempo eco, salen de fase de nuevo. Un segundo pulso de 180° podría generar otro eco. Este proceso puede ser repetido muchas veces, produciendo muchos ecos, tan largos como los mecanismos de decaimiento de T_2 generen una señal.

En el proceso de mover la magnetización longitudinal de 90° a la orientación transversal, la componente longitudinal de la magnetización se anula totalmente y se debe permitir que se recupere antes de que otra señal pueda ser generada. La magnetización longitudinal que se recupera depende de la rapidez de recuperación de T_1 y el tiempo permitido para que ocurra, que es el parámetro TR.

La magnitud de la señal detectada no sólo depende de la recuperación longitudinal entre las repeticiones, sino también de lo bien que la señal persiste, o, alternativamente, de cómo se desaparece lentamente la magnetización transversal de su valor máximo inicial. Este efecto depende del T_2 de la sustancia. La cantidad de tiempo permitido para que el decaimiento ocurra (el tiempo entre el pulso de RF de 90 ° y la detección del espín eco) es otro parámetro programable de la secuencia llamado tiempo eco (TE) y es otro parámetro de secuencia programable.

Matemáticamente la intensidad I de la señal espín eco puede ser aproximada por:

$$I = N(H) \left(1 - e^{-T_R/T_1}\right) e^{-T_E/T_2}, \quad (2.35)$$

donde $(N(H))$ es la densidad de protones móviles. Esta ecuación indica que la intensidad de la señal de RM aumenta con la densidad de protones de hidrógeno, el aumento en T_2 y a medida que disminuye T_1 . También hay que señalar que los parámetros programables TR y TE influyen sobre T_1 y T_2 . Así, el efecto de los tiempos de relajación T_1 y T_2 de la sustancia sobre la intensidad de la señal está sujeta a los valores seleccionados de TR y TE antes de la adquisición de la imagen. Solo los protones móviles, es decir, los relacionados con los líquidos, regresan una señal de RM. Los sólidos tienen valores de T_2 muy cortos y por lo tanto no tienen ninguna señal de RM significativo.

2.7 TRANSFORMADA DE FOURIER

Los primeros experimentos de RM utilizaban detección de onda continua. Actualmente usan la Transformada de Fourier (TF) que emplean pulsos de RF cortos para excitar una banda de frecuencias simultáneamente. Recientemente la transformada de wavelet ha sido utilizada también para generar una imagen de señales de RM. La TF de una FID resultante revela las diferentes frecuencias producidas por los gradientes aplicados, variaciones de cambio químico, etc., producidos por los espines. La envolvente de la FID es el decaimiento exponencial de T_2 cuya TF puede ser más que predicha por la siguiente ecuación:

$$f(\omega) \propto \frac{1}{1 + (\omega_0 - \omega)^2 T_2^2}, \quad (2.36)$$

Experimentalmente se puede ver de la expresión anterior puede ser predicha solamente por la relajación T_2 . Esto se debe a que la magnetización es atenuada también por el defasamiento de las inhomogeneidades del campo magnético.^{11, 12} Este efecto se añade a la función de decaimiento para dar el tiempo de decaimiento efectivo, dónde

$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{T_2} + \frac{1}{2\gamma\Delta B}, \quad (2.37)$$

Definiendo el ancho de línea Δf como el ancho a media altura

$$\Delta f = \frac{1}{T_2^*} , \quad (2.38)$$

La TF de una FID puede producir toda la información necesaria para crear un espectro. Para excitar todas las frecuencias de los espines de interés el pulso de RF debe tener un ancho de banda lo bastante grande para abarcar apropiadamente el rango de frecuencias. Así, el ancho de banda puede ser calculado de la TF de una FID de la forma del pulso aplicado.

2.8 CAMBIO QUÍMICO

Otro de los parámetros importantes que pueden distinguir a los espines en un ambiente particular son: el coeficiente de difusión D , el cambio químico isotrópico δ , el splitting (agrietamiento hiperfino) J . En un sistema real, todos los núcleos en átomos y moléculas tienen electrones asociados. Si un campo magnético es aplicado, la nube de electrones tiende a circular en dirección tal que se opone al que se aplicó, causando el *cambio químico*. El núcleo experimenta el campo total:

$$B_{eff} = B_0(1 - d) , \quad (2.39)$$

donde d es el blindaje. Esta perturbación del blindaje resulta en un cambio de la frecuencia de resonancia para un núcleo en diferentes ambientes, y este efecto resultante es muy utilizado en espectroscopia de RM.

$$\delta = \frac{f - f_{TMS}}{f_{TMS}} 10^6 , \quad (2.40)$$

El cambio químico, medido en partes por millón (p.p.m.), es función de la frecuencia de resonancia de las especies de interés (f) y la frecuencia de resonancia de una sustancia de referencia (f_{TMS}). El efecto del cambio químico es observado en imágenes donde más de un cambio químico está presente. El cambio químico (δ) es muy pequeño, usualmente del orden de unas pocas partes por millón y es dependiente del ambiente químico local en que el núcleo es saturado. La grasa es un buen ejemplo de un componente químicamente dependiente que es cambiado químicamente cerca de 3.35 ppm en la frecuencia de Larmor de los protones de agua.

2.9 FORMACIÓN DE LA IMAGEN

Para formar una imagen es necesario realizar la localización espacial de las señales de RM. Primero un corte del cuerpo es seleccionado para obtener una imagen. Después se aplica un gradiente de campo magnético a lo largo o bien como una combinación de las direcciones x , y y z , y de acuerdo a la secuencia de imagen preestablecida se genera una imagen con una orientación específica.

2.9.1 Gradientes de campo magnético

Para poder generar una imagen, es necesario medir la variación espacial de los parámetros de RM tal como la variación de frecuencias y fases o el tiempo de relajación red espín T_1 . Estas medidas son realizadas degradando la uniformidad del campo magnético estático (B_0) tal que la magnetización precesa a diferentes frecuencias. Además, existen variaciones de la frecuencia de resonancia a través de la muestra. Se modificar la uniformidad del campo B_0 aplicando gradientes de campo magnético (G) a través de la muestra. Los gradientes de campo magnético tienen las componentes

$$G_x = \frac{\partial B_z}{\partial x} \quad (2.41)$$

$$G_y = \frac{\partial B_z}{\partial y} \quad (2.42)$$

$$G_z = \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (2.43)$$

Para generar una imagen en una dimensión, simplemente adquirimos la señal de RM es presencia de una variación espacial de campo magnético que se suma al campo uniforme (B_0).^{6, 7} Si un gradiente lineal en la dirección z del campo magnético es empleado, el campo magnético paralelo resultante al campo uniforme es

$$B_z = B_0 + z \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (2.44)$$

Así, la variación de la frecuencia de resonancia con la posición puede ser expresada por

$$\omega_0(z) = \gamma B_z = \gamma(B_0 + G_z z) \quad (2.45)$$

De la ecuación (2.8) se puede observar que los gradientes de campo magnético dan una variación lineal de la frecuencia con la posición. Para un objeto de una dimensión, la FID es la suma de todas las contribuciones de los espines a diferentes posiciones. La descomposición de la FID en un espectro de frecuencias se obtiene usando la TF de la señal de RM. El efecto de un gradiente lineal aplicado a través de una muestra bidimensional se muestra en la figura 2.18.

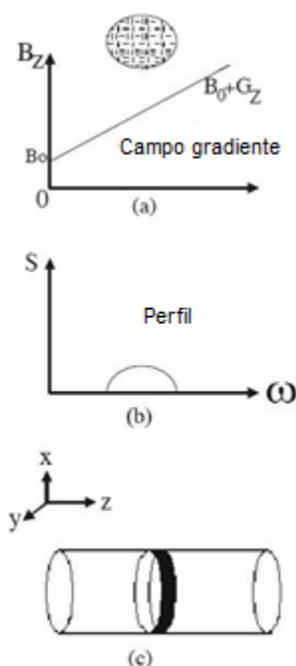


Figura 2.18. a) Aplicación de un gradiente de campo lineal a la muestra, b) proyección de la distribución de espines de la muestra, y c) Excitación de espines en una muestra cilíndrica.

2.9.2 Excitación selectiva

Quando se aplican técnicas comunes de RM, el espectro de excitación de los pulsos de RF aplicados son muchas veces más grandes que el espectro de absorción de los espines, tal que toda la muestra es excitada por el pulso de RF. En RM, usualmente se requiere excitar una parte de la muestra. Esto puede realizarse aplicando un gradiente de campo magnético y un pulso selectivo de RF. Así, se requiere una forma adecuada del pulso de RF (modulada en amplitud) para excitar solamente una porción limitada del espectro de frecuencias. En presencia de un gradiente campo magnético un pulso podría excitar un segmento (corte) de la muestra. El grosor del corte es proporcional al ancho del espectro. En resumen, la forma del corte es corresponde a la TF del pulso aplicado y el ancho del corte seleccionado es inversamente proporcional al gradiente aplicado. La relación entre el gradiente de selección de corte utilizado y la orientación del plano del corte para un imán horizontal se resume en la tabla 1.

Gradiente de selección de corte aplicado	Nombre	Orientación del corte
G_x	Sagital	Paralelo al plano y-z
G_y	Coronal	Paralelo al plano x-z
G_z	Transversal	Paralelo al plano x-y

Tabla 2.3. Orientación de la imagen y los gradientes utilizados.

2.9.3 Concepto del espacio k

Existe un concepto muy importante en RM para entender como los datos son adquiridos, manipulados y reconstruidos para formar una imagen final. El *espacio k* puede ser definido

simplemente como el espacio en que los datos son adquiridos, posicionados y transformados en una imagen. Esto no existe en otra modalidad de imagenología.

La señal de RM como función del tiempo producido por el corte, omitiendo los efectos de relajación, es dada por

$$S(t) = \int \rho(r) \exp\left(i\gamma \int_0^t r \cdot G(t') dt'\right) dr, \quad (2.46)$$

donde $\rho(r)$ es la densidad de los espines a la posición r . Mansfield y Granell propusieron que esto era similar entre la señal de RM y el patrón de difracción por los planos de onda. Un patrón de difracción es generado y su TF es la imagen del objeto. En IRM, el plano de onda es más un concepto teórico que una onda real pero puede ayudar en el estudio y el diseño de secuencias de pulsos. Mansfield y Granell⁴ introducen el concepto del espacio recíproco del vector de onda

$$k = \gamma \int_0^t r \cdot G(t') dt', \quad (2.47)$$

donde k es un vector en el espacio k . Combinando las ec. (2.46) y (2.47), la señal puede ser descrita como:

$$S(k) = \int \rho(r) \exp(ik \cdot r) dr, \quad (2.48)$$

No es muy difícil de ver que el parámetro k describe una trayectoria escaneada a través del espacio k con el tiempo t . El espacio k contiene toda la información requerida para formar una imagen y permite ilustrar gráficamente la mayoría de las técnicas de RM. Algunas trayectorias del espacio k se muestran en la figura 2.20. La resolución espacial lograda en RM es establecida por la longitud de onda $\lambda = 2\pi|k|^{-1}$. Este parámetro indica la resolución espacial que no depende de la longitud de onda de RF a la frecuencia de operación.

La resolución de una imagen en la dirección x , puede ser medida como una función de la frecuencia espacial muestreada k_{max} en el experimento:

$$\Delta x = \frac{\pi}{k_{max}}, \quad (2.49)$$

Para un gradiente independiente en el tiempo G , aplicado para un tiempo t_d , k_{max} puede ser escrita como

$$k_{max} = \gamma G t_d, \quad (2.50)$$

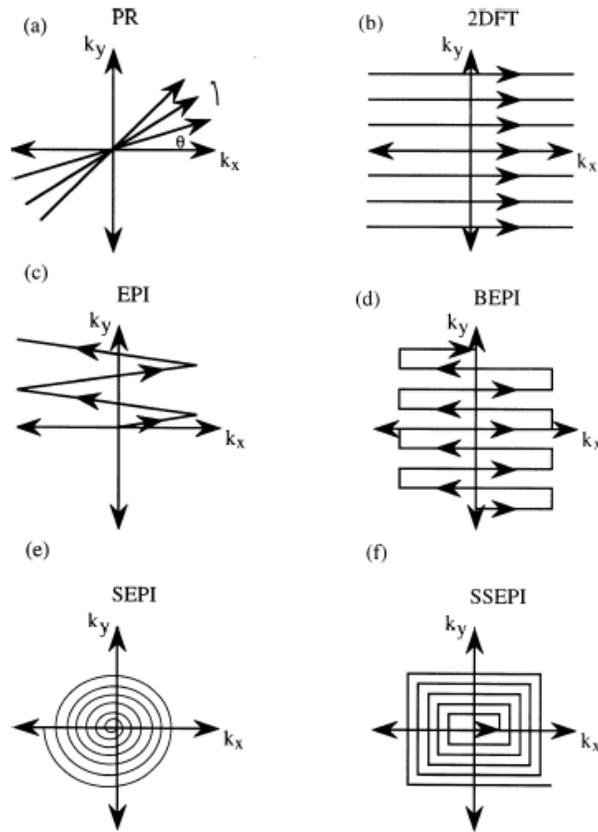


Figura 2.19. Esquemas de trayectorias en el *espacio k*: a) Reconstrucción de proyección (PR), b) Transformada de Fourier bidimensional (2D-FT), c) Echo Planar Imaging (EPI), d) Modulus Blipped Echo Planar Imaging (MBEST), e) Echo Planar Imaging en espiral (SEPI), f) Echo Planar Imaging cuadrada (SSEPI).

2.10 COMPONENTES DE UN EQUIPO DE RM

Para producir imágenes deben de ser completados cierto número de procesos. Estos procesos incluyen la alineación de los núcleos con el campo B_0 , la excitación de RF, la codificación espacial y la formación de la imagen. En términos simples, un sistema de RM consiste principalmente de cinco componentes: a) Un imán, b) sistema de gradientes, c) un sistema de RF, d) sistema electrónico y f) un sistema de cómputo.^{13,15}

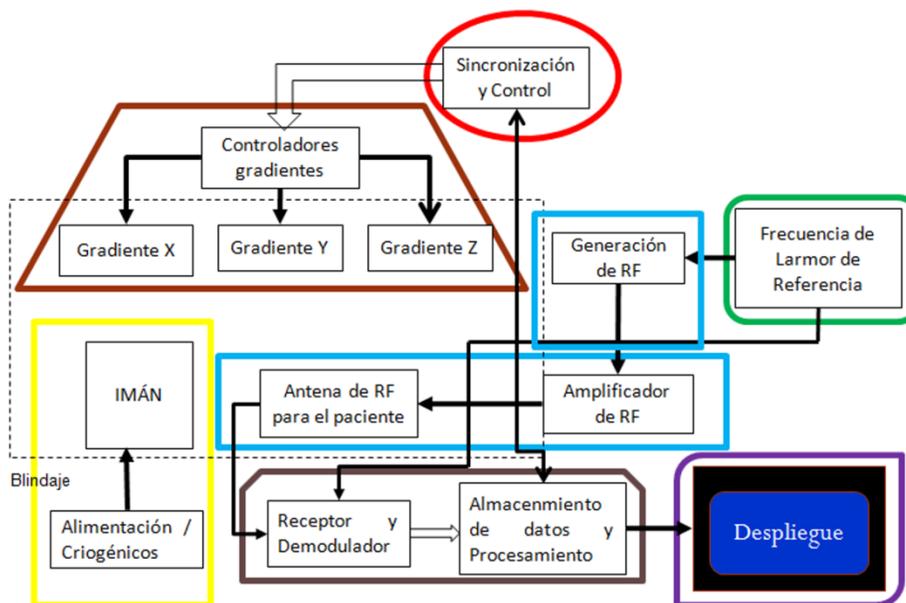


Figura 2.20. Diagrama a bloques de los componentes principales de un sistema de RM para aplicaciones clínicas.

2.10.1 Imán

El imán alinea los núcleos en estados de baja energía (paralelos) y alta energía (antiparalelos). Un imán fuerte es necesario para generar un campo magnético alto (B_0). Un imán de campo alto proporciona un mejor Cociente Señal a Ruido (SNR, por sus siglas en inglés) tanto en el dominio espacial como en el de la frecuencia. Sin embargo, los requerimientos principales para el campo B_0 , es que la uniformidad del campo debe de ser muy buena. Desviaciones de campo de menos de unas pocas partes por millón durante un volumen esférico, de 50 cm de diámetro, generalmente se requiere. Son requeridas desviaciones de campo de mucho menos que unas pocas partes por millón sobre un volumen esférico de 50 cm de diámetro. La intensidad del campo óptimo y el tipo de imán (permanente, resistivo o superconductor) depende de la aplicación particular. Para la mayoría de sistemas clínicos de RM, B_0 varía de 0.005 a 3 T, de tal manera que los imanes permanentes o superconductivos son usados principalmente. Los imanes superconductivos que están hechos de niobio-titanio son enfriados a temperaturas por debajo de 12 K por inmersión en Helio líquido. El imán raramente produce un campo de suficiente uniformidad es por eso que comúnmente se utiliza un sistema de shims para dar homogeneidad del campo.

2.10.2 Sistema de gradientes

Todas las modalidades de RM requieren para cambiar la uniformidad del campo la aplicación de gradientes de campo magnético $G_z(r)$, que varía linealmente con la posición para codificar espacialmente la señal de RM. Tales gradientes son generados haciendo pasar corrientes a través de caminos de corriente que están ubicados alrededor de objeto al que se le obtiene la imagen. Se requieren tres bobinas gradientes a lo largo de la componente z del campo magnético para producir una variación lineal a lo largo de las direcciones de los tres ejes cartesianos (vea la tabla 1). Muchos sistemas clínicos de RM son capaces de producir gradientes de 40 mT m^{-1} .

2.10.3 Sistema de RF: antenas de transmisión y recepción.

En RM es necesario para excitar la muestra bajo prueba con un pulso de RF (B_1) para modificar la magnetización de su estado de equilibrio, esta regrese nuevamente a su estado inicial y genere una señal detectable de RM. Se realiza usualmente con una antena transmisora de RF responsable de la forma del pulso, duración, potencia y la velocidad de repetición. Como el objeto de estudio se excita con un pulso de RF, cada espín produce una señal sinusoidal a una frecuencia que depende de campo magnético local. Para detectar la señal que proviene de los espines es necesario un dispositivo que la acople a un circuito externo. Estos dispositivos son llamados antenas receptoras de RF y pueden ser divididos en dos grupos: antenas de volumen y de superficie. Las antenas de volumen son típicamente estructuras de forma cilíndrica, y el estándar de este tipo de antenas es la jaula de pájaro (bird-cage). Las antenas de superficie pueden ser divididas en aros simples y arreglos de antenas (antenas de arreglos en fase y antenas de arreglos independientes para esquemas de imagen ultra rápida). Existen antenas que realizan esta doble función de transmisión del pulso de RF y recepción de la señal de RM, estas antenas son conocidas comúnmente como antenas transreceptoras.

2.10.4 Sistema electrónico

Para convertir la señal de RF recibida por la antena receptora de RF a una forma adecuada para su digitalización por un convertidor analógico-digital (ADC) se utilizan comúnmente circuitos receptores. La señal primero es amplificada con un amplificador de bajo ruido, entonces es demodulada para producir dos señales que se encuentran en cuadratura. Posteriormente, la señal es digitalizada y transferida a la computadora para la reconstrucción de la imagen. La demodulación de la señal se lleva a cabo utilizando un circuito que trabaja a la misma frecuencia del pulso de RF emitido.

2.10.5 Sistema de cómputo

Utilizado para analizar las señales y representar la imagen (proceso de reconstrucción por Transformada rápida de Fourier). Además permite controlar todas las funciones del sistema de resonancia. Se pueden seleccionar o modificar parámetros, visualizar o guardar las imágenes de los pacientes en distintos medios, y realizar un posterior procesamiento de sobre las imágenes (como zoom en regiones de interés).

2.11 IMAGENOLOGIA POR CAMBIO QUIMICO

La IRM y la Espectroscopía de Resonancia magnética (MRS, por sus siglas en inglés) han sido desarrolladas en parte independientemente, y la información proporcionada por estas dos técnicas es complementaria. La IRM clínica usa como base exclusivamente la resonancia del protón (1H) para obtener imágenes con alta resolución espacial sin discriminación entre las señales procedentes de núcleos de hidrógeno existentes en los diferentes grupos químicos (no existe resolución de cambio químico).

La MRS es capaz de producir espectros de RMN en la cual la resolución por cambio químico es muy importante. Tales espectros no contienen la información espacial. Por lo tanto, se ha deseado durante mucho tiempo obtener información espacial y espectral en un solo estudio. Estas dos fuentes de información biológica se pueden poner juntas en la llamada Imagenología por cambio

químico o espectroscopia. Esta técnica de imagen involucra selectivamente imagen (u obteniendo la distribución espacial) de núcleos idénticos que tienen diferentes niveles de blindaje magnético debido a sus ambientes químicos. La posibilidad de observar cuerpo químico al mismo tiempo en que se produce una imagen es una ventaja que, si se aplica clínicamente, únicamente podría señalar desordenes metabólicos regionales en los tejidos y órganos. Usando imagenología por cambio químico, el clínico y el investigador son capaces de extraer información de una verdadera naturaleza química y bioquímica de la naturaleza de una forma completamente no invasiva.

2.12 CONTRASTE Y RELACIÓN SEÑAL A RUIDO (SNR)

Uno de los propósitos del diagnóstico por imagen es ser capaz de distinguir tejidos enfermos y sanos vecinos. La IRM ofrece importantes ventajas cuando se compara con otras modalidades de imagen dada su excelente debido a su excelente discriminación de tejidos blandos. La IRM tiene una gran cantidad de mecanismos de manipulación de la señal, así como la señal depende de una amplia variedad de parámetros de los tejidos.¹⁵ Pueden ser creados diferentes tipos de contraste en la imagen para obtenerse para satisfacer diferentes demandas. El contraste en la imagen es definido en términos de diferencias en intensidad de la imagen como se muestra a continuación:

$$C_{AB} = \frac{|I_A - I_B|}{I_{ref}} \quad (2.51)$$

Donde I_A e I_B son la intensidad de la imagen de los tejidos A y B , y I_{ref} es un valor normalizado. Puede ser una función de la densidad de espines, cambio químico, tiempos de relajación T_1, T_2, T_2^* y el coeficiente de difusión libre, D . Si los parámetros de adquisición de datos son modificados tal que el efecto de T_1 es dominante, entonces

$$C_{AB} = f(T_1) \quad (2.52)$$

y la imagen resultante se dice que tiene contraste por T_1 o que es ponderada por T_1 . Similarmente para un contraste de por T_2 y un contraste por densidad de espines:

$$C_{AB} = f(T_2) \quad (2.53)$$

y

$$C_{AB} = f(\rho) \quad (2.54)$$

El contraste por densidad de espín es linealmente proporcional a la diferencia de la densidad de espines de los tejidos, mientras el contraste de T_1 y T_2 usualmente tiene una dependencia sobre los valores T_1 y T_2 . Generalmente solo hay una pequeña variación en la densidad de espines en diferentes tipos de tejidos sanos, pero diferentes tipos de tejidos pueden tener totalmente diferentes valores T_1 . Además, la Imagenología ponderada por T_1 es un método efectivo para obtener imágenes de buena definición anatómica. Muchas enfermedades son caracterizadas por un cambio en el valor de T_2 de los tejidos y la Imagenología ponderada por T_2 es un método sensible para detección de enfermedades.

El ruido, que puede ser aleatorio o sistemático, está siempre presente en cualquier medición. En IRM, el ruido en la señal de RM disminuye la cantidad de la imagen. El ruido aleatorio surge de las fluctuaciones espontáneas tales como el ruido térmico (movimiento browniano) de los electrones libres. Este tipo de ruido es llamado Ruido de Johnson. El grado en el cual el ruido afecta una medición es generalmente caracterizado por el SNR. Esta es la relación de la amplitud de la señal recibida con la amplitud promedio del ruido. La señal es el voltaje inducido en la bobina receptora por la precesión de la magnetización en el plano transversal. El ruido es generado por la presencia del paciente en el imán y ruido eléctrico de fondo del sistema (antena y electrónica). Se conoce que la varianza de las fluctuaciones del voltaje de ruido puede ser escrita de la siguiente manera

$$\sigma_{termico} = \sqrt{4kTR_{ef}BW} \quad (2.55)$$

Donde

$$R_{ef} = R_{muestra} + R_{antena} + R_{electronica} \quad (2.56)$$

R_{ef} indica las contribuciones del ruido de la resistencia de la muestra, la antenna y la electrónica, k es la constante de Boltzman y BW es el ancho de banda del voltaje-ruido detectado en el sistema. Ambas son detectadas por la antenna receptora, y el ancho de banda es detectado por la frecuencia de corte del filtro analógico pasa bajas.

Se puede ver de $\sigma_{termico}$ que el SNR es proporcional a $S/\sqrt{R_{ef}}$. El SNR puede incrementarse reduciendo la resistencia efectiva. Esto puede lograrse reduciendo la resistencia de la antenna y la electrónica que requieren mejores diseños de antenas con valores bajos de resistencia. El SNR puede incrementarse incrementando las señales de RM mediante el uso de escáneres de RM de alto campo. La RM de alto campo ayuda a mejorar calidad de las imágenes anatómicas, y acelerar el desarrollo de la imagenología metabólica y funcional la vanguardia de las modalidades de diagnóstico. El alto campo en RM brinda mejoras a la calidad de la imagen anatómica. Existen sistemas de RM disponibles con intensidades de campo superiores a 20 Tesla. Aunque es posible compra de sistemas de cuerpo entero de 7 u 8 Tesla para aplicaciones de RM en seres humanos, para fines clínicos el campo más alto es de 3 Tesla. El SNR es también un parámetro importante para medir el rendimiento de un escáner de MR. El tamaño de las características espaciales que se pueden distinguir en una imagen de RM se define como la resolución y no depende de la longitud de onda de la entrada del campo de RF de entrada.

2.13 IMAGENOLOGIA ULTRA RÁPIDA

El desarrollo de la Imagenología por Resonancia Magnética (IRM) más rápida ha sido motivada principalmente por los tiempos de adquisición largos en comparación con las escalas de tiempo utilizadas para el movimiento físico y lo relativo a la tolerancia del paciente a tiempos de escaneo largos.^{15,18} Amplios tiempos de escaneo da lugar a artefactos de imagen relacionados con el movimiento, limitan el número de investigaciones que se pueden realizar sobre un paciente y es responsable del aumento de los costos. La respiración, el pulso o la peristalsis ocurren durante el examen y pueden resultar en artefactos de imagen importantes. Los artefactos del movimiento voluntario del paciente pueden degradar drásticamente la calidad de la imagen en exámenes de larga duración. Esto se resalta en los pacientes que tienen dolor o que sufren de claustrofobia. Acortar los tiempos de escaneo puede reducir el costo de un examen convencional de resonancia magnética. La IRM ofrece varios esquemas de adquisición para reducir el tiempo. En las más

comúnmente utilizadas secuencias de imagen, Transformada de Fourier bidimensional (2D-FT), el tiempo de escaneo $T_{escaneo}$ es dado por la siguiente relación:

$$T_{escaneo} = N_y \times TR \times NEX \quad (2.57)$$

Donde N_y es el número de muestras codificadas en fase, TR es el tiempo de repetición del pulso y NEX el número de excitaciones (también llamado número de adquisiciones o el número de promedios) usados para promediar la señal.

2.13.1 IMAGENOLOGIA RAPIDA DE FOURIER

Edelstein^{14,15} modificó el método de imagenología por Fourier para introducir otro método llamado spin-warp, en la que una variación de fase se genera al cambiar la amplitud del gradiente con la codificación de fase modulada por un período constante de tiempo. La técnica de imagen spin-warp debe su popularidad en el ambiente clínico a su robustez. Sin embargo, en su forma más simple requiere grandes periodos de tiempo. En un esfuerzo para reducir el tiempo de escaneo, Haase y colaboradores introdujo un método llamado Fast Low Angle Shot: FLASH. Básicamente esta es la versión gradiente eco de la técnica bidimensional de la Transformadas de Fourier con un tiempo de repetición muy corto, TR . La reducción del tiempo eco requiere el uso de un ángulo bajo del pulso de RF para la selección de corte, típicamente alrededor de 15° , para el máximo SNR. Existen otras técnicas que se basan en los mismos principios tales como las técnicas Snapshot/Turbo FLASH y Gradient Recalled Acquisition in the Steady State (GRASS). La técnica GRASS es muy similar a la FLASH, solo difiere en que un gradiente de decodificación de fase adicional es aplicado después del periodo de muestreo. Este gradiente tiene un signo opuesto al primero, por lo que puede reenfasar cualquier magnetización transversal remanente al final del experimento. Como consecuencia, el SNR es mejorado y los artefactos de la imagen removidos. El método es aplicable en todas las situaciones de imagen multidimensional donde se resuelve al menos una coordenada espacial y se mejora la estrategia de muestreo utilizada para disminuir la pérdida de la relación señal a ruido. En la práctica se puede hacer una reducción del tiempo de adquisición de datos por lo menos un factor de cuatro.

2.13.2 IMAGENOLOGÍA ECO PLANAR (EPI)

La Imagenología eco planar (EPI)¹⁶ fue introducida por Mansfield en 1977 y es una verdadera técnica instantánea que permite la formación de una imagen completa en 30-100 ms. La rápida naturaleza de esta técnica se debe al hecho de que solamente es necesario una excitación de RF por imagen.¹⁵ Por lo tanto, permite la adquisición de una imagen bidimensional de solamente un FID. Después de la excitación de un corte, la señal es muestreada bajo la influencia de dos gradientes ortogonales. Un gradiente G_x aplicado a lo largo del eje x es modulado rápidamente para generar una serie de ecos gradientes. Esto forma parte de la codificación de la frecuencia del experimento. Simultáneamente a G_x , otro gradiente, G_y , es aplicado a lo largo del eje y : este gradiente es pulsado o continuo y realiza codificación de fase del experimento. Esta combinación de gradientes ayuda a codificar cada punto en la imagen con un diferente grado de evolución de fase entre ecos y una frecuencia diferente durante un eco. Un tren de ecos codificados en fase es adquirido de esta manera. Después de la manipulación de datos requerido por el efecto de la evolución de ecos secuenciales bajo lóbulos gradiente de lectura positivos y negativos, una TF en dos dimensiones puede ser aplicado para crear una imagen. La generación una imagen de 128x128 requiere la producción de 128 ecos gradientes, con cada eco muestreado usando 128

puntos. La EPI ha sido objeto de numerosas modificaciones desde su introducción en 1976. Las formas originales de EPI fueron llamadas Double Echo Planar Imaging (DEPI) y Fast Low Angle Echo Planar Technique (FLEET). DEPI es un experimento de dos disparos con G_y , teniendo fase inicial de disparos alternos. Los conjuntos de datos son corregidos por el traslape de todos los ecos formados por los gradientes totalmente positivos y totalmente negativos. Dos imágenes producidas, pueden ser almacenadas nuevamente para que al traslaparlas se mejore el SNR. Los ángulos de brinco (Flip Angle) de 45° y 90° son usados para minimizar el tiempo de adquisición. Estas técnicas usan un gradiente de decodificación de fase constante. Ljunggren propuso reemplazar el gradiente de decodificación de fase constante por un gradiente pulsado: G_y pulsado es aplicado en los espacios entre ecos. La corrección del tiempo de evolución se logra simplemente invirtiendo los datos que constituyen cada uno de los ecos alternados antes de realizar la TF. El escaneo todavía inicia en el k-origen del espacio y el llenado del cero aún es requerido. Esta técnica de disparo único es llamada Blipped Echo Planar Imaging (BEPI) o Blipped Echo Planar Single Pulse Technique (BEST). BEST es sensible a efectos de las inhomogeneidades del campo magnético que causan errores de fase. Además, es importante asegurar que la magnetización transversal esté completamente en fase al iniciar el experimento. Esto implica el pulso de 180° que se aplicará inmediatamente después de la selección de corte. La adquisición de datos inicia en el punto de máxima señal, cuando la magnetización es completamente reiniciada. La versión modulada de este experimento, llamada MBEST, es idéntica a BEST, excepto por la adición de un pulso gradiente negativo G_y antes de la adquisición de datos. El espacio k es completamente escaneado y la TF produce una imagen modulada que es considerablemente más robusta y menos susceptible a errores de fase. El diagrama de tiempo de la MBEST se muestra en la Figura 2.21. EPI es una técnica compacta que es fácilmente adaptable como una imagen modulada aplicada después de cualquier experimento preparación de spin adecuada, tal como una Inversión Recuperación y Espín Eco.

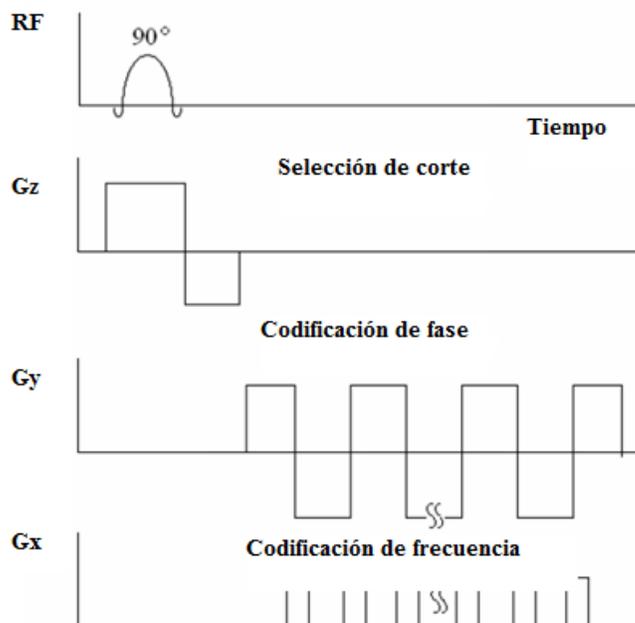


Figura 2.21. Diagrama de tiempos para la técnica MBEST.

Las técnicas EPI tridimensionales pueden obtenerse como una extensión de EPI en dos dimensiones. En la técnica Echo Volumar Imaging (EVI), la señal es muestreada bajo la influencia de tres gradientes: uno de ellos tiene una polaridad constante y los otros dos son modulados. La trayectoria del espacio k se extiende a tres dimensiones. Se requiere generalmente un tiempo de alrededor de 100 ms para completar un escaneo y formar una imagen EPI 3D. Otros ejemplos de EPI 3D son: EPI multicorte y Phase Encoded Volumar Imaging (PEVI).

Los requerimientos de la secuencia EPI son principalmente: buen desempeño de los gradientes, rápido switcheo de los mismos y baja inductancia. Se necesitan gradientes de alto desempeño para la lectura rápida de las señales de RM, con Rise Times cortos debido al uso de gradientes bipolares y al switcheo de los mismos en menor tiempo. Ambos determinados por la inductancia de la bobina, ya que una bobina de baja inductancia almacena menor energía que permite a su vez cambiar de polaridad los gradientes en menor tiempo.

La secuencia EPI es la base para aplicaciones avanzadas de la RM principalmente para aplicaciones como la difusión, la perfusión y la imagen funcional.

2.13.3 IMAGENOLOGIA EN PARALELO

La reducción del tiempo de adquisición sin disminuir el SNR es un reto fundamental en la RM. Para afrontar este reto, se han introducido recientemente dos importantes esquemas: a) sensibilidad de codificación para RM rápida (Sensitivity encoding for fast MRI, SENSE), y b) Adquisición Simultánea de Armónicos Espaciales (Simultaneous Acquisition of Spatial Harmonics, SMASH).

En la técnica SENSE, la idea principal de esta técnica es tener un arreglo de antenas de tal forma que cubran el campo de visión (Field of View, FOV) total por partes y reconstruir la imagen en base a la superposición de imágenes obtenidas por cada elemento del arreglo de antenas. La clave de la separación de señales está en el hecho de que la superposición de la señal de cada antena ocurre con diferente ponderación de acuerdo a la sensibilidad de cada una de ellas. Por ello es requisito fundamental para la técnica conocer la sensibilidad de cada antena receptora utilizada en el arreglo. A los espacios k de cada antena se les aplica la transformada de Fourier, teniendo como resultado imágenes con artefacto de superposición. Las imágenes superpuestas son combinadas usando su ponderación por sensibilidad para tener una imagen final ya con el artefacto de superposición eliminado. En SMASH, las líneas del espacio k en la dirección de codificación en fase tienen una separación determinada por un factor R . El concepto principal en la técnica SMASH es que la sensibilidad de las antenas proporciona una ponderación espacial de la señal de RM recibida que es completamente análoga a la ponderación espacial proporcionada por una función de codificación senoidal. La diferencia con SENSE radica en que en este caso la reconstrucción para la imagen final se hace sobre el espacio k , es decir primero se obtiene los espacios k con la información de cada antena, con lo cual se obtiene el espacio k total por medio de la combinación de los espacios k individuales; y a este espacio total se le aplica la Transformada de Fourier y se obtiene la imagen. Estos esquemas de imagen se basan en el uso de la diferencia de sensibilidad entre los elementos de antenas individuales en un arreglo de antenas receptoras para reducir el número de pasos de codificaciones gradientes necesarios para formar una imagen. Ya que implican la adquisición simultánea de señales en antenas receptoras múltiples, llamadas técnicas de imagenología en paralelo. Cada antena de un arreglo recibe una señal de una región de interés. Combinando adecuadamente las imágenes de cada antena, una imagen de mayor sensibilidad y/o más amplio campo de visión se puede obtener de un elemento de la antena. Las sensibilidades individuales de las antenas se utilizan para reconstruir una imagen completa de una adquisición k

parcial de espacio k . A factor g (factor de amplificación de ruido) es introducida en el proceso de reconstrucción de la imagen.

La Imagenología en paralelo es útil para cualquier aplicación donde el tiempo mínimo de adquisición es de suma importancia. Las aplicaciones incluyen imagenología en tiempo real, Imagenología de contraste, Imagenología cardíaca y el EPI. Estas secuencias de imágenes dependen en gran medida de la sensibilidad de la antena, por lo que hay un fuerte interés en el desarrollo de nuevas antenas de RF para imagenología en paralelo. Estas técnicas de imagen tienen un futuro muy prometedor, ya que son capaces de reducir artefactos de movimiento y mejorar la calidad de la imagen. El factor g es una limitante cuando se uso imagenología en paralelo.

3.- TEORIA DE GRADIENTES

En este capítulo se describen las características de un gradiente de campo ideal y los diferentes métodos de diseño de bobinas gradientes para aplicaciones de RM.

Para entender cómo funciona una bobina gradiente es importante entender la teoría electromagnética tal como los principios básicos y conceptos que ayudan a describir la función de una bobina gradiente.

3.1 ECUACIONES DE MAXWELL

La teoría electromagnética puede ser descrita usando las ecuaciones de Maxwell:

1. LEY DE GAUSS PARA **E** (campo eléctrico)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}, \quad (3.1)$$

donde q es la carga neta encerrada por la superficie sobre la que se integra (superficie gaussiana), esta ecuación se puede expresar en su forma diferencial de la siguiente manera:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (3.2)$$

donde ρ es densidad volumétrica de carga eléctrica de la superficie gaussiana.

Estas ecuaciones establecen que el flujo eléctrico total a través de cualquier superficie cerrada es igual a la carga neta encerrada por la superficie dividida por ϵ_0 . Lo que implica con un análisis posterior que las líneas de campo eléctrico se originan en cargas positivas y terminan en cargas negativas (existen fuentes y sumideros).

2. LEY DE GAUSS PARA **B** (campo magnético)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0, \quad (3.3)$$

lo que corresponde a:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (3.4)$$

Esto implica que el flujo magnético a través de una superficie cerrada es cero, es decir, el número de líneas de campo magnético que entran a la superficie es igual al número de ellas que salen. Esto significa que en la naturaleza NO existen monopolos magnéticos, sólo existen dipolos magnéticos.

3. LEY DE FARADAY (Inducción Electromagnética)

La Ley de Faraday explica cómo un flujo campo magnético variable en el tiempo puede inducir en un circuito una corriente eléctrica cuya f.e.m. viene dada por:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}, \quad (3.5)$$

En su forma integral se puede expresar como:

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt}, \quad (3.6)$$

y en su forma diferencial:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\delta B}{\delta t}, \quad (3.7)$$

establece que el rotacional del campo eléctrico inducido por un campo magnético variable es igual a menos la derivada parcial del campo magnético con respecto al tiempo.

4. LEY GENERALIZADA DE AMPERE – MAXWELL

Establece la relación entre los campos eléctrico y magnético, con corrientes eléctricas. Establece finalmente la relación simétrica de la inducción, es decir, la forma como un campo eléctrico variable puede generar un campo magnético y como consecuencia, una corriente eléctrica en un circuito. En su forma integral se expresa como:

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint J_c ds + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \iint \vec{E} \cdot d\vec{s}, \quad (3.8)$$

En el segundo elemento de esta igualdad, el primer factor representa la corriente de conducción, mientras que el segundo factor representa la corriente de desplazamiento. Esto nos indica que toda variación de Flujo eléctrico implica una corriente de desplazamiento, J_c representa aquí la densidad de corriente de conducción.

Luego de algunas reducciones, se puede expresar esta ley en su forma diferencial:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (3.9)$$

donde \vec{D} representa el desplazamiento eléctrico y \vec{H} la intensidad del campo magnético.

Otra ecuación muy usada es la ecuación de continuidad que relaciona la carga y la densidad de corriente

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0, \quad (3.10)$$

La ecuación de la fuerza de Lorentz describe la fuerza que actúa sobre un punto de carga, q , moviéndose a velocidad \mathbf{v} , en presencia de campos electromagnéticos.

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (3.11)$$

Es importante mencionar que en IRM el campo estático es por definición independiente del tiempo, mientras el campo gradiente tiene ligera dependencia del tiempo.

3.2 LEY DE BIOT-SAVART

La ley de Biot-Savart permite el cálculo del campo magnético generado por la corriente que circula a través de los alambres que conforman una bobina gradiente. Esto se realiza dividiendo los alambres en pequeños elementos aplicando la Ley de Biot-Savart a cada elemento. Por ejemplo, considerando el caso donde se desea calcular el campo magnético al punto de interés $P(x,y,z)$ dada una espira de alambre circular de radio a , que es localizada a una distancia z_0 del origen y centrada a $x=y=0$.

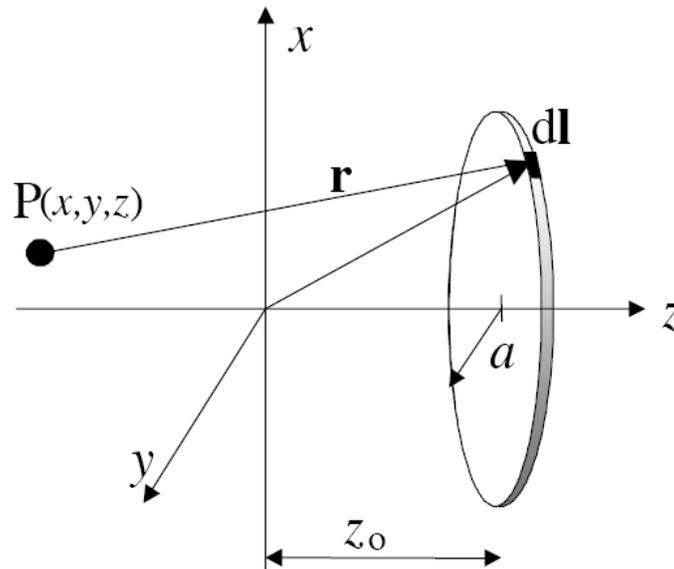


Figura 3.1 El campo magnético calculado usando la ley de Biot-Savart a una posición $P(\mathbf{r})$ debido a una espira circular.

La distancia entre P y un elemento del alambre a $x = a \cos \varphi$ y $y = a \sin \varphi$ es dada por:

$$|\mathbf{r}| = ((x - a \cos \varphi)^2 + (y - a \sin \varphi)^2 + (z - z_0)^2)^{1/2}, \quad (3.12)$$

Si el elemento tiene una longitud $\delta l = a \delta \varphi$, entonces el incremento del elemento en la dirección x y y es

$$\delta x = -\delta l \sin \varphi \quad (3.13)$$

$$\delta y = \delta l \cos \varphi, \quad (3.14)$$

La ley de Biot-Savart es en su forma diferencial:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3}, \quad (3.15)$$

En este caso, la contribución de cada elemento diferencial al campo a P es dado por:

$$d\mathbf{B} = I \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dl[(z - z_0) \cos \varphi \hat{i} + (z - z_0) \sin \varphi \hat{j} + (\sin \varphi (y - a \sin \varphi) - \cos \varphi (x - a \cos \varphi)) \hat{k}]}{|\mathbf{r}|^3}, \quad (3.16)$$

donde \hat{i} , \hat{j} y \hat{k} son vectores cartesianos unitarios. Sumando los campos magnéticos generados por cada elemento de la espira circular, la intensidad del campo magnético debido a toda la espira puede ser evaluada.

3.3 REQUERIMIENTOS DE LOS GRADIENTES

Se requieren tres bobinas gradientes ortogonales para generar una variación lineal de la componente z del campo magnético a lo largo de los tres ejes cartesianos x, y y z.

$$G_x = \frac{\delta B_z}{\delta x}, G_y = \frac{\delta B_z}{\delta y}, G_z = \frac{\delta B_z}{\delta z}, \quad (3.17)$$

Donde G_x y G_y son comúnmente conocidos como gradientes transversales, y G_z es el gradiente longitudinal. Los gradientes son producidos haciendo pasar una corriente I , a través bobinas de alambre montadas sobre una superficie cilíndrica. La intensidad del gradiente es medida en $T m^{-1}$ o $G cm^{-1}$. Las intensidades del gradiente usadas en imagenología medica son usualmente menores que $4 G cm^{-1} = 0.04 T m^{-1}$.

Un sistema de bobinas gradientes ideal podría producir un gradiente cubriendo un volumen de interés con una mínima cantidad de energía magnética almacenada, permitiendo así que el campo magnético tenga un switcheo muy rápido. Esto se logra solamente si la bobina gradiente tiene baja inductancia, L . Es importante mantener la resistencia de la bobina, R , tan pequeña como sea posible para reducir la disipación de potencia. La interacción mínima del campo de las bobinas gradientes con otros materiales conductores es importante ya que esto evita la generación de corrientes espurias. El logro de estas características generalmente requiere algún compromiso, por ejemplo, incrementando el volumen en que el gradiente es uniforme; el switcheo rápido de los gradientes puede llevar a la generación de ruido acústico.

La calidad de una bobina gradiente para su uso en imagenología médica depende en gran medida de su inductancia, eficiencia y la homogeneidad del gradiente.

3.3.1 HOMOGENEIDAD DEL GRADIENTE

La homogeneidad del gradiente es relacionada a la diferencia entre el campo deseado $B_0(\mathbf{r})$ y el campo logrado por encima del volumen de interés $B(\mathbf{r})$, y puede ser escrito como

$$\frac{1}{V} \int d\mathbf{r} \left(\frac{B(\mathbf{r})}{B_0(\mathbf{r})} - 1 \right)^2, \quad (3.18)$$

donde V es el volumen de integración.

3.3.2 EFICIENCIA DE LA BOBINA Y FIGURA DE MERITO

La intensidad del gradiente de campo magnético producido por una bobina gradiente es directamente proporcional a la corriente que conduce, esto es:

$$G = \eta \times I, \quad (3.19)$$

donde η es conocida como la eficiencia de la bobina gradiente, y es usualmente definida como la intensidad del campo gradiente al origen por unidad de corriente ($T m^{-1} A^{-1}$). Una bobina gradiente con alta eficiencia podría producir un gradiente amplio por unidad de corriente. La eficiencia de la bobina es mayormente influenciada por su geometría: cuanto más pequeño es el radio más eficiente es la bobina.

Otra medida de los requerimientos de la bobina ha sido sugerida por Turner^{25, 26}: esta figura de mérito es definida como el cuadrado eficiencia de la bobina dividido por el producto de la inductancia y el resultado de la raíz cuadrada de la variación de campo requerida en la región de interés.

$$\beta = \frac{\eta^2 / L}{\left[\frac{1}{V} \int d\mathbf{r} \left(\frac{B(\mathbf{r})}{B_0(\mathbf{r})} - 1 \right)^2 \right]^{1/2}}, \quad (3.20)$$

Esta figura es independiente del número de vueltas de la bobina; sin embargo, es dependiente de la configuración y el radio de la bobina.

3.3.3 INDUCTANCIA DE LA BOBINA

La inductancia de una bobina gradiente es un factor importante para un switcheo rápido de los gradientes, ya que una bobina grande puede reducir la velocidad de switcheo. Considerando un circuito RLC simple, usando la ley de voltaje de Kirchoff, la corriente ($I(t)$) en el circuito es relacionada al voltaje ($v(t)$) por:

$$L \frac{dI(t)}{dt} + RI(t) = v(t), \quad (3.21)$$

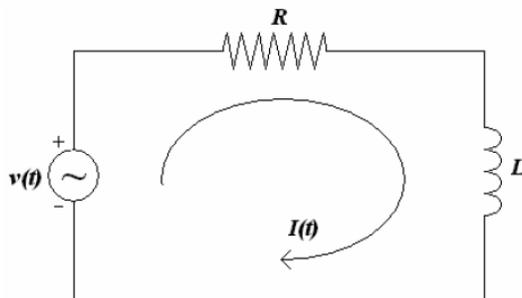


Figura 3.2 Representación de un circuito RL.

Asumiendo que cuando $t \geq 0$, el voltaje = V , para $t < 0$, $V = 0$ y la solución de 3.15 para $t > 0$ es dada por

$$I(t) = \frac{V}{R} [1 - e^{-(R/L)t}], \quad (3.22)$$

La figura 3.3 muestra que la corriente tiende a un valor de V/R con un tiempo exponencial constante, definido como el tiempo que le toma a la corriente llegar al 63% de su valor total, que es dada por:

$$\tau = L/R \quad (3.23)$$

Que es proporcional a la inductancia.

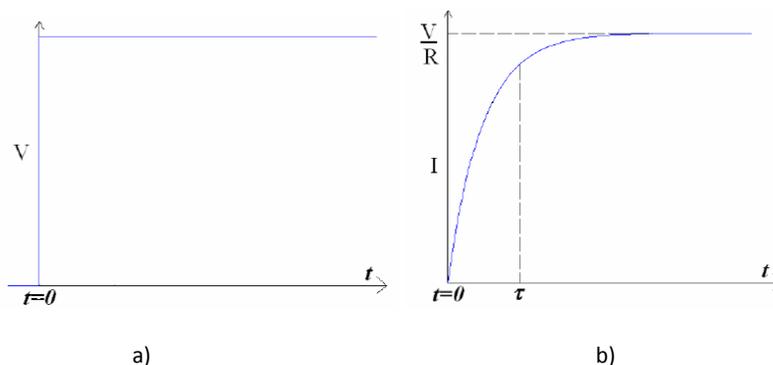


Figura 3.3 a) Voltaje de entrada de un circuito RL, b) Flujo de corriente en un circuito RL.

La figura 3.4 muestra que la corriente decae exponencialmente si se interrumpe el voltaje de entrada a $t=0$.

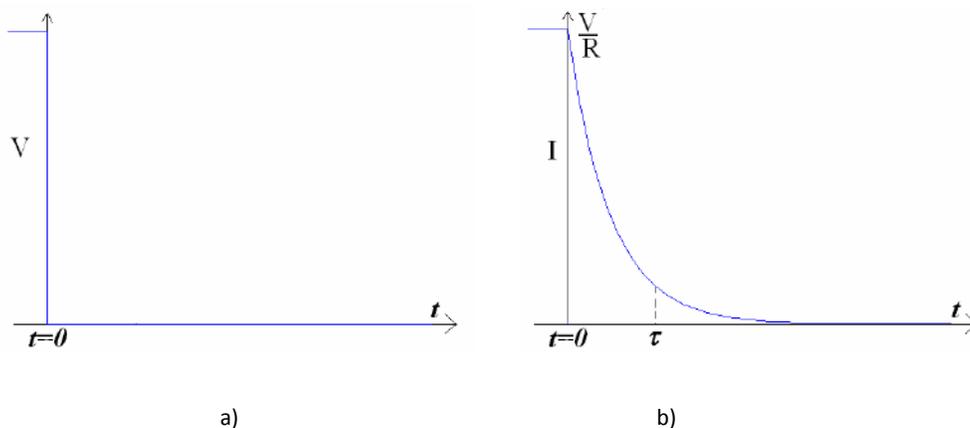


Figura 3.4 a) Entrada de un circuito RL, b) Salida de un circuito RL.

El Rise Time (RT) es el tiempo que tarda el circuito en llevar a su valor máximo y si lo aplicamos a la teoría de gradientes, este puede ser reducido si la inductancia es reducida. La resistencia debe ser pequeña para limitar el consumo de potencia y otro camino para reducir el RT es ajustando el voltaje aplicado a la bobina gradiente con el precio de usar controladores de gradiente más efectivos. Para una bobina gradiente, el RT es una función de la inductancia (L) y la resistencia (R) de la bobina, la máxima I y el voltaje V suministrado por los amplificadores gradientes, esto es:

$$\tau = \frac{L \times I}{V - R \times I}, \quad (3.24)$$

El análisis del Slew Rate (SR) es otra alternativa para evaluar el desempeño de una bobina gradiente. El SR es dado por:

$$S = \frac{G_{max}}{\tau} = \frac{\eta \times (V - R \times I)}{L}, \quad (3.25)$$

La inductancia juega un papel importante al limitar el RT (o el SR), tal que mayores minimizaciones al diseño de bobinas gradientes emplean un minimización de inductancia como una alternativa para mejorar el desempeño. En general, la inductancia de un bobina gradiente cilíndrica a una eficiencia fija es proporcional a la quinta potencia de el radio de la bobina. Por esta razón es importante diseñar bobinas tan pequeñas como sea posible.

También es importante considerar la energía magnética almacenada W_s dentro de la bobina el cual es dada por:

$$W_s = \frac{1}{2} LI^2, \quad (3.26)$$

Que predice la velocidad con la cual el campo puede ser modificado de un nivel a otro. Para una bobina con n vueltas sobre un cilindro de radio a la energía magnética es relacionada al factor de eficiencia,

$$\frac{G^2}{W_s} = \frac{2G^2}{LI^2} = \frac{2\eta_2}{L} \propto a^{-5}, \quad (3.27)$$

y el consumo de potencia está relacionada con la resistencia por

$$\frac{G^2}{\text{Consumo de potencia}} = \frac{\eta^2}{R} \propto a^{-3}, \quad (3.28)$$

donde se ha asumido que la resistencia de la bobina se escala como a^{-1} .

De la ecuación 3.27 y 3.28, se puede observar que es razonable diseñar bobinas de gradientes lo más pequeñas posibles. La potencia por una bobina de resistencia R , conduciendo una corriente, I , es I^2R . Una disipación grande de energía conduce a un calentamiento de los cables de la bobina, que podría dar lugar a un mal funcionamiento de la bobina. Aunque bobinas pequeñas presentan un desempeño ideal, el tamaño de bobina es limitada a dos consideraciones: logrando una linealidad de gradiente adecuada por encima del volumen de interés y permitiendo un acceso sencillo y confortable al paciente.

3.4 METODOS PARA EL DISEÑO DE GRADIENTES

Las bobinas gradientes pueden ser hechas de caminos de corrientes discretos o distribuidos montados sobre una superficie. Ambas formas son descritas en esta sección.

3.4.1 Bobinas con distribución de corriente discreta

Las bobinas con caminos de corriente discreto son hechas de aros y sillas de montar ubicados estratégicamente para producir un gradiente de campo magnético. El campo magnético debido a un arreglo de caminos de corriente pueden ser descritos usando un conjunto funciones ortogonales (armónicos esféricos). En el diseño de una bobina gradiente de caminos de corriente discretos, las posiciones de los aros son elegidos para eliminar armónicos de alto orden o deseados dejando los armónicos de bajo orden correspondientes al gradiente de campo deseado. Entonces, B_z satisface la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2 B_z = 0, \quad (3.29)$$

B_z puede ser expandido en la vecindad del origen como

$$B_z(r, \theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n r^n P_n^m(\cos \theta) (A_{nm} \cos(m\phi) + B_{nm} \sin(m\phi)), \quad (3.30)$$

donde $P_n^m(\cos \theta)$ denota el Polinomio de Legendre asociado y A_{nm} y B_{nm} es la expansión de coeficientes. Un diseño simple para una bobina gradiente z es la bobina Maxwell y para un gradiente x o y es la bobina Golay.

La bobina par Maxwell consiste de dos aros circulares de radio a , separadas por una distancia de $\sqrt{3}a$ por la cuales circula corriente en direcciones opuestas. Esta separación elimina los armónicos esféricos no deseados que producen campos que varían como z^3 y $z\rho^2$ (en coordenadas cilíndricas). El campo gradiente de la bobina Maxwell es uniforme al 5% dentro de una esfera de radio $0.5a$ y en el centro de la bobina gradiente la eficiencia es $\eta = 8.058 \times 10^{-7} / a^2 \text{ T m}^{-1} \text{ A}^{-1}$. Sin embargo, la linealidad de gradiente se pierde rápidamente a radios esféricos más grandes a $0.5a$.

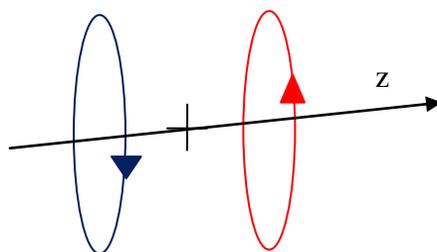


Figura 3.5 a) Bobina tipo Maxwell.

La figura 3.6 muestra una bobina tipo Golay, que genera un gradiente en el eje y (o eje x). Está compuesta de ocho alambres, con cuatro arcos internos paralelos al eje z y otros cuatro arcos que proporcionan caminos de retorno. Como el flujo de corriente en los alambres viaja paralelo al eje z no produce una componente z del campo magnético, estos alambres no afectan el campo gradiente. La posición de los arcos y el ángulo entre ellos son modificados para eliminar armónicos esféricos no deseados en la expansión de campo.

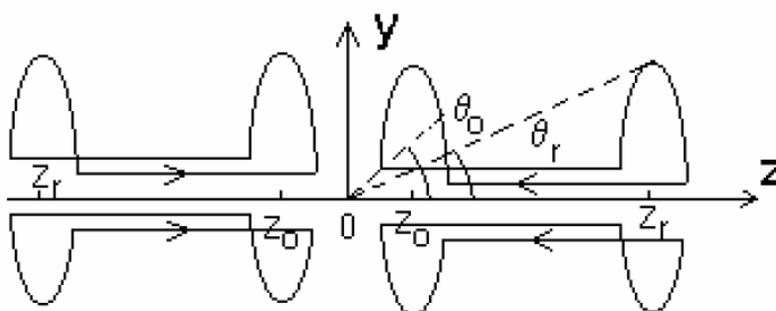


Figura 3.6 a) Bobina tipo Golay.

La amplitud del ángulo por cada segmento de arco es 120° , modificado para eliminar términos de los armónicos esféricos que varían como $\cos 3\phi$. Los valores para los ángulos son $\theta_0 = 68.7^\circ$ ($z_0 = 0.39a$) y $\theta_r = 21.3^\circ$ ($z_r = 2.57a$). Las posiciones de los arcos a lo largo del eje z son calculadas

para anular otros términos de alto orden. El gradiente obtenido por una bobina Golay es uniforme al 5% dentro una esfera de radio $0.4a$ y la eficiencia es

$$\eta = \frac{9.18 \times 10^{-7}}{a^2} T m^{-1} A^{-1}, \quad (3.31)$$

La homogeneidad de la bobina Golay puede ser mejorada empleando más arcos con diferente longitud ubicados a diferentes posiciones que ayuden a eliminar términos de alto orden en la expansión de campo. ^{33, 34, 35}

Una bobina gradiente en el eje x es generada por una rotación de 90° sobre el eje z del conjunto de la cuatro sillas de montar.

3.4.2 Bobinas gradientes con alambros distribuidos

La existencia de armónicos de alto orden azimutales y teserales, que se originan del número de posiciones de los alambros involucrados y las corrientes que fluyen por ellos son un problema de las bobinas de gradientes de alambros discreto. Tales bobinas también tienen valores menores η^2/L . La idea de usar una distribución de corriente continua sobre la superficie de un cilindro es obtener grandes volúmenes utilizables. Se han desarrollado diferentes métodos para encontrar las posiciones óptimas para caminos de corrientes múltiples: técnicas de inversión de matrices, métodos Stream Function (SF), la aproximación Target Field (TF) desarrollada por Turner ⁵⁰ y la aproximación de minimización de armónicos desarrollada por Carlson ⁵¹.

a) Método de inversión de matrices

Estos elementos son relacionados por métodos de elemento finito. Estos permiten el uso de cualquier forma de bobina, pero requiere grandes tiempos de cálculo. La idea es dar un campo magnético uniforme en términos de una matriz que describe el campo magnético a N diferentes posiciones. Si N puntos son elegidos, la matriz puede invertirse dando un conjunto de corrientes a N posiciones sobre la forma de la bobina, que pueden entonces ser aproximadas agregando un apropiado número de vueltas a estas posiciones. Hoult sugirió en 1977 ⁵⁷ que un solenoide puede ser optimizado para generar un campo muy uniforme usando esta aproximación. En la práctica una bobina diseñada utilizando este método requiere grandes variaciones en la corriente de una vuelta a la siguiente. Más mejoras fueron hechas por Compton ⁵⁸, quien desarrollo un diseño de bobina de arco distribuido dando obteniendo gradientes que cumplen las características deseadas por un error predeterminado. Schweikbert ⁵⁹ calculó las corrientes optimizadas a elementos de superficie específicas y Wong ⁶⁰ propuso una aproximación en que la corriente y el número de vueltas es predeterminado mientras la posición del elemento de corriente se permite variar.

A diferencia de este tipo de método de diseño de bobina es que no existe una etapa de aproximación entre una densidad de corriente continua y la realización práctica. Sin embargo, en bobinas con tan solo 20 vueltas, el campo generado de un arreglo de alambros aproximando una distribución de corriente converge muy rápidamente que aquellas donde el número de alambros incrementa ^{47, 49, 50}.

b) Método de Stream Function

La Stream Function $I(z, \phi)$ sobre un cilindro es aquella función que si es diferenciada con respecto a z o ϕ , da la densidad de corriente en la dirección azimutal o axial, respectivamente. Los alambres de una bobina que aproxima la distribución de corriente son posicionados a contornos igualmente espaciados de la stream function. Ésta aproximación ha formado la base de los diseños de bobinas por Schenck y Sutherland⁶¹. El método da lugar a bobinas de buena eficiencia cuando es suficientemente corto, pero la homogeneidad del gradiente tiende a ser pobre.

Rostilav⁷⁶ propone una variación de la aproximación stream function; este método involucra la discretización de la superficie en elementos triangulares y entonces utilizando una formulación de flujo de corriente que implica una función de costo limitante que involucra el campo deseado en una región de interés particular en el espacio y la energía almacenada.

c) Método de Target Field

En el método Target Field (TF), la ley de Ampere es invertida para calcular las corrientes requeridas directamente de la especificación de la variación del campo deseado. Este método fue propuesto por Turner⁵⁰.

Turner and Bowley⁶⁹ definen la Transformada de Fourier (TF) de la densidad de corriente $\mathbf{J}(\phi, z) = (j_\phi(\phi, z)\hat{\phi} + j_z(\phi, z)\hat{z})\delta(\rho - a)$ sobre un cilindro de radio a , en la dirección azimutal y axial como:

$$j_z^m(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi e^{-im\varphi} \int_{-\infty}^{\infty} dk e^{-ikz} j_z(\varphi, z) \quad (3.32)$$

$$j_\phi^m(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi e^{-im\varphi} \int_{-\infty}^{\infty} dk e^{-ikz} j_\phi(\varphi, z) \quad , \quad (3.33)$$

El vector potencial \mathbf{A} , puede ser usado para describir el campo magnético. Este tiene componentes A_ρ, A_ϕ y A_z el cual a una posición \mathbf{r} son dados por

$$A_\phi(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{j_\phi(\mathbf{r}') dv' \sin(\varphi - \varphi')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (3.34)$$

$$A_\rho(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{j_\phi(\mathbf{r}') dv' \cos(\varphi - \varphi')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (3.35)$$

$$A_z(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{j_z(\mathbf{r}') dv'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad , \quad (3.36)$$

El paso importante en el análisis de este sistema es el uso de la expansión de las funciones de Green²⁴ sugerida por Turner y Bowley⁴⁸

$$\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \frac{1}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dk k e^{im(\varphi - \varphi')} e^{ik(z - z')} I_m(kr^{<}) K_m'(kr^{>}), \quad (3.37)$$

donde $r^{<}(r^{>})$ es la menor distancia (mayor distancia) de r y r' . Las funciones de Bessel $I_m(z)$ y $K_m(z)$ pueden ser evaluadas fácilmente usando las aproximaciones polinomiales dadas por Abramowitz y Stegun³¹. $K_m'(z)$ o $I_m'(z)$ son las derivadas de $K_m(z)$ y $I_m(z)$.

Después de la integración con respecto a ρ' , φ' y z' la componente axial del campo magnético en la región donde $\rho < a$ está dado por la siguiente expresión

$$B_z(r, \varphi, z) = -\frac{\mu_0 a}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} dk j_\varphi^m(k) k e^{im\varphi} e^{ikz} I_m(kr) K_m'(ka), \quad (3.38)$$

Se puede obtener una expresión similar para el campo magnético en la región donde $\rho > a$

$$B_z(r, \varphi, z) = -\frac{\mu_0 a}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} dk j_\varphi^m(k) k e^{im\varphi} e^{ikz} I_m(ka) K_m'(kr), \quad (3.39)$$

Si $B_z(c, \varphi, z)$ es definida como el target field (que debe de satisfacer la ecuación de Laplace) sobre un cilindro de radio $c > a$, la densidad de corriente sobre el cilindro puede ser obtenida realizando la Transformada de Fourier (TF) de la ec. (3.38)

$$j_\varphi^m(k) = -\frac{1}{\mu_0 a} \left[\frac{B_z^m(c, k)}{k K_m'(ka) I_m(kc)} \right], \quad (3.40)$$

donde

$$B_z^m(r, \varphi, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dz \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi B_z(c, \varphi, z) e^{-im\varphi} e^{-ikz}, \quad (3.41)$$

Ahora, como resultado de la continuidad de la corriente sobre la superficie cilíndrica $\nabla \cdot \mathbf{j} = 0$, que sobre la TF da como resultado

$$B_z^m(r, \varphi, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk e^{im\varphi} e^{ikz} \frac{I_m(kr)}{I_m(kc)} B_z^m(c, k), \quad (3.42)$$

Generalmente el campo magnético varía de manera similar a la target function $B_z(c, \varphi, z)$. Para asegurar la convergencia, que es necesario para la Transformada de Fourier Inversa (TFI), es decir, $j_\varphi(\varphi, z)$ de $j_\varphi^m(k)$; el lado derecho de la ec. (3.40) debe tender a cero cuando $k \rightarrow \infty$.

Como $k K_m'(ka) I_m(kc) \propto e^{-k(a-c)}$ cuando $k \rightarrow \infty$, $B_z^m(c, k)$ podría tender a cero más rápido que $e^{-k(a-c)}$. La contribución más grande de la ec. (3.42) para la integral proviene de pequeños valores de k . Pero para valores pequeños de k , $I_m(kr) \approx \left(\frac{kr}{2}\right)^{|m|}$. Por lo tanto

$$B_z(r, \varphi, z) \approx \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left(\frac{r}{c}\right)^{|m|} e^{im\varphi} B_z^m(c, z), \quad (3.43)$$

Una vez que la ec. (3.38) ha sido evaluada, la Stream Function (SF) puede ser calculado y las posiciones de los alambres determinados. El método de cálculo de caminos discretos de cable que imitan una distribución de corriente continua dada sobre la superficie de un cilindro consiste en dividir la superficie del cilindro en áreas en los flujos de corriente son integrados igualmente. Las posiciones de los alambres son dados por contornos apropiados de delineación de área. Las posiciones de los alambres son dados por lugar geométrico L tal que

$$\int \mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{n}} dL = \alpha , \quad (3.44)$$

Donde $\hat{\mathbf{n}}$ es un vector normal a la superficie.

Para un número par de alambres, K , los caminos son dados por contornos donde

$$\alpha_n = \left(n - \frac{1}{2} \right) \alpha_N / N , \quad (3.45)$$

Donde $n=1$ a N y α_N es el valor de la corriente integrada ⁶⁴. Las ecuaciones (3.32) a (3.42) son muy utilizadas para el diseño de bobinas gradientes. Se ha mencionado que la inductancia y la potencia que la bobina disipa son factores importantes para los requerimientos de la bobina. De un formalismo matemático previo la inductancia puede ser derivada

$$L = -\frac{\mu_0 a^2}{I^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dk |j_{\varphi}^m(k)|^2 I_m'(ka) K_m'(ka) , \quad (3.46)$$

Y el campo por unidad de corriente para $r < a$ es:

$$\frac{B_z(r, \varphi, z)}{I} = -\frac{\mu_0 a}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dk f_{\varphi}^m(k) k e^{im\varphi} e^{ikz} I_m(kr) K_m'(ka) , \quad (3.47)$$

Donde $f_m'(k) = j_{\varphi}^m(k)/I$.

El campo magnético deseado podría ser especificado por un conjunto finito de N puntos, generalmente situadas en el radio de la bobina

$$B_z(r_n, \varphi_n, z_n) = B_n \quad (3.48)$$

Donde B_n es el campo deseado y B_z es el campo real a $\mathbf{r} = (r_n, \varphi_n, z_n)$.

Entonces es posible utilizar los multiplicadores de Lagrange para encontrar una bobina con mínima inductancia que genera la variación de campo deseado. Definiendo una funcional U :

$$U = L + \frac{1}{I} \sum_{n=1}^N \lambda_n (B_n - B_z(r, \varphi, z)) , \quad (3.49)$$

La solución para un mínimo en U se obtiene diferenciándola con respecto a $f_\varphi^m(k)$. De tal manera que

$$0 = \int_{-\infty}^{\infty} dk \left[-2\mu_0 a^2 f_\varphi^m(k) I'_m(ka) K'_m(ka) + \sum_{n=1}^N \lambda_n \frac{\mu_0 a}{2\pi} k e^{im\varphi_n} e^{ikz_n} K'_m(ka) I_m(kr_n) \right], \quad (3.50)$$

Y su solución es:

$$f_\varphi^m(k) = \frac{k}{4\pi a I'_m(ka)} \sum_{n=1}^N \lambda_n e^{im\varphi_n} e^{ikz_n} I_m(kr_n), \quad (3.51)$$

Sustituyendo en la ec. (3.47) que es la relación con el campo magnético al punto \mathbf{r}_p se obtiene

$$\frac{B_p(r_p, \varphi_p, z_p)}{I} = \frac{\mu_0 a}{8\pi^2} \sum_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} k^2 dk \frac{K'_m(ka)}{I'_m(ka)} \sum_{n=1}^N \lambda_n e^{im(\varphi_n + \varphi_p)} e^{ik(z_n + z_p)} I_m(kr_n) I_m(kr_p), \quad (3.52)$$

Usando los valores de campo en los N puntos determinados se obtienen N ecuaciones lineales simultáneas con N incógnitas, que pueden ser resueltas por la eliminación de Gaussiana. El espacio real de la densidad de corriente es dada de nuevo por:

$$j_\varphi(\varphi, z) = \frac{I}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \int_{m=-\infty}^{\infty} dk e^{imz} f_\varphi^m(k), \quad (3.53)$$

y después de evaluar la SF, la posición de los alambres puede ser obtenida. Para bobinas longitudinales y transversales, no existe una dependencia angular en el gradiente. En el caso de un gradiente en z , solamente los términos $m=0$ en la densidad de corriente contribuyen a la suma. Para un gradiente transversal, los términos $m=1$ dan los componentes de uniformidad al gradiente. Un gradiente transversal perfectamente uniforme podría producir un campo magnético que varía como $\cos \varphi$ sobre un círculo de radio constante y z constante.

3.5 APROXIMACIÓN POR MINIMIZACIÓN DE ARMÓNICOS

Aunque las aproximaciones del Target Field y el de inductancia mínima pueden ser simplemente modificados para usarlas con bobinas de blindaje, un método diferente basado en el trabajo de Carlson. Este método es más adecuado para el diseño de bobinas de longitud limitada que el método de inductancia mínima.

3.5.1 Bobina gradiente Z

Considerando que la distribución de corriente sobre una superficie cilíndrica es limitada a la región $|z| < l$. Considerando una bobina gradiente z , la distribución de corriente de la bobina interna es definida como una serie de armónicos ponderados,

$$j_\varphi = \sum_{n=1}^N \frac{\lambda_n}{2l} \sin\left(\frac{\pi n z}{l}\right) \quad |z| < l \quad (3.54)$$

$$j_\varphi = 0 \quad |z| > l ,$$

La TF de la ec. (3.54) da como resultado

$$j_\varphi^0(k) = \sum_{n=1}^N i\lambda_n [\text{sinc}(kl - n\pi) - \text{sinc}(kl + n\pi)] , \quad (3.55)$$

Donde $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$. Definiendo $\chi = ka$, la ec. (3.55) se transforma en,

$$j_\varphi^0(\chi) = \sum_{n=1}^N i\lambda_n \left[\text{sinc}\left(\frac{\chi l}{a} - n\pi\right) - \text{sinc}\left(\frac{\chi l}{a} + n\pi\right) \right] , \quad (3.56)$$

Y el campo magnético en la región $\rho < a$ depende de $j_\varphi^0(\chi) = i \sum_{n=1}^N \lambda_n j_n(\chi)$ y puede ser escrita como

$$B_z(r, \varphi, z) = \frac{\mu_0}{2\pi a} \int_{-\infty}^{\infty} \chi d\chi j_\varphi^0(\chi) e^{(i\chi \frac{z}{a})} I_0\left(\chi \frac{r}{a}\right) K_1(\chi) , \quad (3.57)$$

Donde

$$j_n(\chi) = \left[\text{sinc}\left(\frac{\chi l}{a} - n\pi\right) - \text{sinc}\left(\frac{\chi l}{a} + n\pi\right) \right] , \quad (3.58)$$

El campo magnético puede ser escrito como

$$B_z(r, \varphi, z) = \sum_{n=1}^N \lambda_n b_n , \quad (3.59)$$

b_n tiene la forma

$$b_n = \frac{\mu_0 i}{2\pi a} \int_{-\infty}^{\infty} d\chi e^{i\chi \frac{z}{a}} \chi j_n(\chi) K_1(\chi) I_0\left(\chi \frac{r}{a}\right) , \quad (3.60)$$

Mientras la inductancia es dada por:

$$L = \frac{\mu_0 a^2}{I^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk |j_\varphi^0(\chi)|^2 I_1(\chi) K_1(\chi) , \quad (3.61)$$

$$L = \frac{\mu_0 a^2}{I^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk \left(\sum_{p=1}^N \lambda_p j_p(\chi) \right) \left(\sum_{n=1}^N \lambda_n j_n(\chi) \right) I_1(\chi) K_1(\chi) , \quad (3.62)$$

Esta ecuación puede ser usada para evaluar el desempeño de un diseño de bobina.

Para diseñar una bobina, se hace una funcional de la suma de los cuadrados de la desviación de campo de la variación de campo deseado, $B_z = gz$, sobre un conjunto de puntos N_p , agregando la inductancia por una factor α , es minimizada:

$$U = \sum_{q=1}^N (gz_q - B_z(r_q))^2 + \alpha L \quad , \quad (3.63)$$

La minimización requiere que

$$\frac{dU}{d\lambda_p} = \sum_{q=1}^N 2(gz_q - B_z(r_q)) \frac{dB_z(r_q)}{d\lambda_p} + \alpha \frac{dL}{d\lambda_p} \quad , \quad (3.64)$$

Que puede ser evaluada usando

$$\frac{dB_z(r_q)}{d\lambda_p} = b_q(r_q) \quad , \quad (3.65)$$

$$\frac{dL}{d\lambda_p} = \frac{2\mu_0 a}{I^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\chi \sum_{n=1}^N \lambda_n j_p(\chi) j_n(\chi) I_1(\chi) K_1(\chi) \quad , \quad (3.66)$$

Así se obtienen N ecuaciones simultáneas que involucran N coeficientes de la forma

$$a_n = c_{11}\lambda_1 + c_{12}\lambda_2 + \dots + c_{N1}\lambda_N \quad , \quad (3.67)$$

Que puede ser escrita en forma de una matriz

$$\mathbf{a} = \overline{\mathbf{C}} \cdot \boldsymbol{\lambda} \quad (3.68)$$

con

$$a_p = 2g \sum_{n=1}^Q z_q b_p(r_q) \quad (3.69)$$

con elementos en la matriz dados por:

$$c_{pm} = \sum_{q=1}^Q 2b_p(r_q) b_m(r_q) + \alpha \frac{2\mu_0 a}{I^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\chi j_m(\chi) j_p(\chi) I_1(\chi) K_1(\chi) \quad (3.70)$$

Este conjunto de ecuaciones pueden ser resueltas por eliminación gaussiana para obtener los coeficientes λ_n .

Una vez que se resuelve la ecuación (3.67) para encontrar los valores de los coeficientes λ , la distribución de corriente es dada por la ecuación (3.58). La simetría azimutal de la distribución de

corriente permite que la bobina se compuesta de un arreglo de aros de alambre. Las posiciones de los aros, z_n , que representan mejor esta distribución es dada por

$$I_n = \int_0^{z_n} j_\phi dz' = \frac{(2n-1)}{2N} \int_0^\infty j_\phi dz' , \quad (3.71)$$

Para caracterizar el desempeño de la bobina se utiliza η^2/L , donde η es calculada por la ec. (3.19). Se ha mencionado que η^2/L puede ser tan grande como sea posible mientras se mantiene la homogeneidad. Para encontrar el valor de la eficiencia de la ecuación (3.71), debe ser evaluada en el origen

$$\frac{dB_z}{dz} = \frac{i\mu_0}{2\pi a^2} \int_{-\infty}^\infty \chi^2 d\chi j_\phi^0(\chi) e^{(i\chi \frac{z}{a})} I_0\left(\chi \frac{r}{a}\right) K_1(\chi) , \quad (3.72)$$

Evaluando en el origen, $I_0\left(\chi \frac{r}{a}\right) \rightarrow 1$ cuando $r \rightarrow 0$ y $e^{(i\chi \frac{z}{a})} \rightarrow 1$ cuando $z \rightarrow 0$, solamente $\cos\left(\chi \frac{z}{a}\right)$ contribuye porque $\chi^2 j_\phi^0(\chi) I_0\left(\chi \frac{r}{a}\right) K_1(\chi)$ es simétrico.

La eficiencia es dada por:

$$\eta = \frac{\mu_0}{2\pi a^2 I} \int_{-\infty}^\infty d\chi \chi^2 j_\phi^0(\chi) K_1(\chi) , \quad (3.73)$$

Y

$$\frac{\eta^2}{L} = \frac{\mu_0}{4\pi^2 a^5} \frac{[\int_{-\infty}^\infty d\chi \chi^2 j_\phi^0(\chi) K_1(\chi)]^2}{\int_{-\infty}^\infty dk |j_\phi^0(\chi)|^2 I_1(\chi) K_1(\chi)} , \quad (3.74)$$

3.5.2 Bobina gradiente X

En el caso de la bobina gradiente x, puede ser producida por una distribución de corriente que varía como $\cos \phi$, tal que la componente ϕ de la distribución de corriente de la bobina gradiente es definida como una serie de armónicos ponderados como se muestra en la siguiente expresión.

$$j_\phi = \delta(\rho - a) \sum_{n=1}^N a_n \cos\left(\frac{\pi n z}{l}\right) \cos(\phi) \quad |z| < l \quad (3.75)$$

$$j_\phi = 0 \quad |z| > l ,$$

Siguiendo un método similar al de la bobina gradiente z se pueden encontrar expresiones para la inductancia, la eficiencia para el cálculo de la figura de mérito.

3.6 Diseño de bobinas por el Método de elemento de frontera inverso

El marco de trabajo para el Método de elemento de frontera inverso (IBEM, inverse boundary element method) desarrollado por Michael Poole se deriva del problema de la física magnetostática basado en los trabajos de Pissanetzky, Lemdiasov⁴¹ Ludwing⁴² y Peeren⁴³.

En este problema existe un objeto conductor eléctricamente a través del cual la corriente fluye y una región en la cual el campo magnético es generado por la corriente existente en el elemento conductor (Ver figura 3.7). En este modo se hacen las siguientes suposiciones:

- El objeto conductor es una superficie conductiva, S , definida al punto r' por el vector normal unitario a la superficie $\hat{n}(r')$.
- S puede incluir cualquier número de subsuperficies individuales, S_n , donde $n = 1, \dots, N_C$.
- La corriente que fluye sobre S es constante en el tiempo y es representada a r' por el vector de densidad de corriente $\mathbf{J}(r')$.
- $\mathbf{J}(r')$ debe fluir sobre la superficie, además $\mathbf{J}(r') \cdot \hat{n}(r') = 0$ en toda la superficie S .
- La densidad de corriente debe satisfacer la ecuación de continuidad y estar libre de divergencias; $\nabla \cdot \mathbf{J}(r') = 0$.
- Un campo magnético constante $\mathbf{B}(r') = 0$.
- V puede incluir cualquier número de subregiones individuales, V_m , donde $m = 1, \dots, N_V$.
- También existe un campo magnético intenso, $B_0 \hat{z}$. Solo considera la componente z del campo magnético generado por la densidad de corriente en una región V por el conductor.
- $B_z(r)$ debe satisfacer la ecuación de Laplace; $\nabla^2 B_z(r) = 0$.

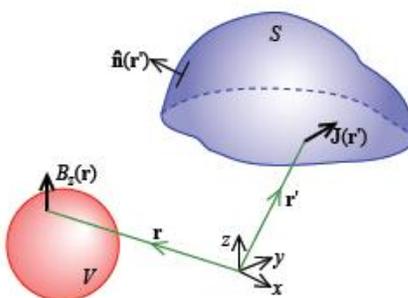


Figura 3.7 Problema electromagnético.

El objetivo principal del problema es calcular $B_z(r)$ de una $\mathbf{J}(r')$ conocida. Esto puede hacerse integrando la ecuación (3.75) sobre una superficie.

$$d\mathbf{B}(r) = \frac{\mu_0 I dl \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{4\pi r^3}, \quad (3.76)$$

Para resolver numéricamente el problema inverso descrito anteriormente es necesario hacer una discretización. Esto se logra tomando K puntos en la región V en donde se induce el campo

magnético. Estos puntos de prueba tienen cualquier posición \mathbf{r}_k ($k = 1, \dots, K$) en el espacio excepto sobre la superficie S . La superficie S (que puede tener cualquier geometría) que lleva una corriente, puede ser discretizada tomando un conjunto finito de elementos N_E y N nodos de las esquinas de los elementos. El principio básico de discretización se basa en un conjunto de nodos; cada elemento que tiene un vértice es asociado a un nodo usando elementos triangulares.

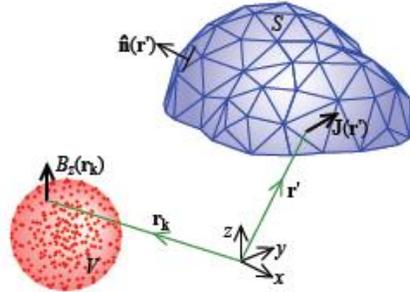


Figura 3.8 Discretización del problema electromagnético.

Discretizando la geometría de esta manera podemos discretizar a su vez el campo magnético requerido $B_z^t(\mathbf{r})$ a un conjunto de valores de campo requeridos B_{zk}^t en los puntos \mathbf{r}_k . También es necesario discretizar la densidad de corriente $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$ en funciones básicas adecuadas. Ahora introduciendo la SF de la densidad de corriente, $\psi(\mathbf{r}')$ a \mathbf{r}' .

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}') = \nabla \times [\psi(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}')], \quad (3.77)$$

y discretizándola definiendo un valor de la SF a cada nodo I_n

$$\psi(\mathbf{r}') \approx \sum_{n=1}^N I_n \psi_n(\mathbf{r}') \quad (3.78)$$

donde $\psi_n(\mathbf{r}')$ es la función base para la SF de n-ésimo nodo de la superficie discretizada. $\psi_n(\mathbf{r}')$ varía linealmente a través de los vecinos y es cero en todos los elementos que no contengan el nodo n . Combinando las últimas expresiones da una expresión para densidad de corriente en términos de los valores de la SF en los puntos nodo I_n y un conjunto de funciones básicas de corriente $f_n(\mathbf{r}')$.

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}') \approx \sum_{n=1}^N I_n \nabla \times [\psi(\mathbf{r}') \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}')] = \sum_{n=1}^N I_n \psi_n(\mathbf{r}') , \quad (3.79)$$

Las función básica de corriente para un nodo n asociado a un elemento triangular i es definida en términos de la distancia perpendicular del nodo al lado opuesto del elemento $|\mathbf{d}_{ni}|$, y el vector del lado opuesto del elemento triangular \mathbf{e}_{ni} (ver Figura 3.9). Si el triángulo Δ_{ni} pertenece al nodo en n

$$\mathbf{f}_n(\mathbf{r}') = \frac{\mathbf{e}_{ni}}{|\mathbf{e}_{ni}|} \frac{1}{|\mathbf{d}_{ni}|} \quad i = 1, \dots, N_n, \quad (3.80)$$

Una función base $f_n(\mathbf{r}')$ simple está formada de N_n vectores \mathbf{v}_{ni} , uno por cada triángulo Δ_{ni} asociado con el nodo n . N_n es usualmente alrededor de 6, pero puede ser cualquier número de triángulos asociado a un nodo. Ahora las partes de la función de base son

$$\mathbf{v}_{ni} = \frac{\mathbf{e}_{ni}}{|\mathbf{e}_{ni}|} \frac{1}{|\mathbf{d}_{ni}|} \quad i = 1, \dots, N_n, \quad (3.81)$$

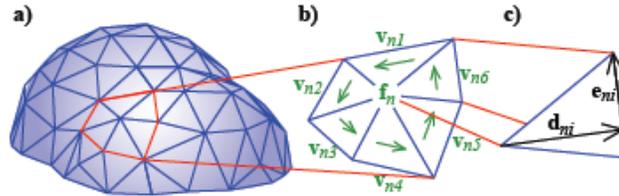


Figura 3.9 a) Corriente discretizada sobre la superficie, b) la función base de la densidad de corriente f_n para el n-ésimo nodo con sus elementos constituyentes \mathbf{v}_{ni} ($i=1, \dots, 6$) y c) la longitud \mathbf{d}_{ni} , y ancho \mathbf{e}_{ni} , vectores que definen \mathbf{v}_{ni} .

Este formalismo para la función base proporciona un sistema en el cual la densidad de corriente es libre de divergencias en la superficie.

La Figura 3.10 muestra un nodo que se encuentra en un extremo abierto de la superficie. Esto muestra que con los valores restringidos de I_n puede haber corriente que fluye dentro y fuera del borde que es físicamente imposible en este sistema. Forzando a que todos los valores I_n sean iguales si se encuentran en el borde,

$$I_n = I_A \quad \text{si } n \in A \quad n = 1, \dots, N, \quad (3.82)$$

la corriente sobre la superficie puede ser conservada. Lo mismo debe hacerse para todos los bordes. Esto reduce el número de parámetros libres que define la densidad de corriente discretizada.

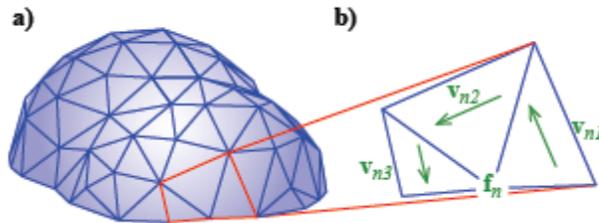


Figura 3.10 a) Corriente discretizada sobre la superficie, b) un borde del nodo de la función base f_n .

El vector potencial \mathbf{A} , puede ser calculado de la superficie discretizada utilizando la densidad de corriente

$$A(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{n=1}^N I_n \int_{S'} \frac{f_n(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dS', \quad (3.83)$$

Aplicando $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ obtenemos

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{n=1}^N I_n \int_{S'} \nabla \times \frac{f_n(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dS', \quad (3.84)$$

Considerando solamente la componente longitudinal del campo magnético, B_z , obtenemos

$$B_z(\mathbf{r}) \approx \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{n=1}^N I_n \int_{S'} \left[\frac{-f_{ny}(\mathbf{r}')(x - x') + -f_{nx}(\mathbf{r}')(y - y')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \right] dS', \quad (3.85)$$

Lo cual da un sistema lineal de N ecuaciones

$$\mathbf{B}_z(\mathbf{r}) \approx \sum_{n=1}^N I_n c_n(\mathbf{r}), \quad (3.86)$$

donde

$$c_n(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \left[\frac{-f_{ny}(\mathbf{r}')(x - x') + -f_{nx}(\mathbf{r}')(y - y')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \right] dS', \quad (3.87)$$

donde la integración sobre la superficie $\int_{S'} dS'$, es equivalente a la integración sobre la superficie de elementos contenidos en el nodo n ya que la n -ésima función base sólo es distinto de cero sobre los elementos que lo contengan.

Debido a las funciones de base se componen de partes N_n , la matriz $c_n(\mathbf{r})$ es calculada sumando el conjunto de funciones relacionadas con cada elemento triangular asociados a cada nodo:

$$c_n(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \left[\frac{-v_{niy}(\mathbf{r}')(x - x') \pm v_{nix}(\mathbf{r}')(y - y')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \right] dS', \quad (3.88)$$

donde v_{nix} es la componente x de la j -ésima parte del n -ésimo vector de la función base en Δ_{ni} .

La formula de la energía magnética almacenada W , de un inductor con una corriente de I_a Ampere es dada por $W = 1/2 I_a^2 L$. La autoinductancia L , dada pr $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$ esta dada por

$$L \approx \frac{\mu_0}{4\pi I_a^2} \int_{S'} \int_{S'} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dS' dS, \quad (3.89)$$

Que puede ser discretizada usando la ec. (3.78) para obtener

$$L \approx \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N I_n I_m \int_{S'} \int_{S'} \frac{f_n(\mathbf{r}) \cdot f_m(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{S}' d\mathbf{S}, \quad (3.90)$$

Expresándolo como

$$L \approx \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N I_n I_m L_{mn}, \quad (3.91)$$

donde

$$L_{mn} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S'} \int_{S'} \frac{f_n(\mathbf{r}) \cdot f_m(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{S}' d\mathbf{S}, \quad (3.92)$$

Para calcular la matriz de inductancia mutua L_{mn} usando las componentes de las funciones base v_{ni} , la ec. (3.91) puede escribirse como

$$L_{mn} = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_i \sum_j (v_{mi} v_{nj}) \int_{S_{mi}} \int_{S_{nj}} \frac{d\mathbf{S}' d\mathbf{S}}{|\mathbf{r}_{mi} - \mathbf{r}'_{nj}|}, \quad (3.93)$$

La inductancia mutua entre dos conductores, A y B, puede ser expresada en forma similar a la ec. (3.88),

$$L^{AB} \approx \frac{\mu_0}{4\pi I_a^A I_a^B} \int_{S^A} \int_{S^B} \frac{\mathbf{J}^A(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}^B(\mathbf{r})}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{S}^B d\mathbf{S}^A, \quad (3.94)$$

que al ser discretizada obtenemos

$$L \approx \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N I_n I_m \int_{S^A} \int_{S^B} \frac{f_n^A(\mathbf{r}') \cdot f_m^B(\mathbf{r})}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{S}^B d\mathbf{S}^A, \quad (3.95)$$

Aquí se utiliza esta expresión para reducir al mínimo el acoplamiento entre el circuito que se diseñó y un circuito conocido c. Reduciendo así la ec. (3.94)

$$L^c \approx \sum_{n=1}^N I_n L_n^c(\mathbf{r}), \quad (3.96)$$

donde

$$L_n^c(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{m=1}^{M^c} I_m^c \int_S \int_{S^c} \frac{f_n(\mathbf{r}') \cdot f_m^c(\mathbf{r})}{|\mathbf{r}^c - \mathbf{r}'|} d\mathbf{S}^c d\mathbf{S}, \quad (3.97)$$

o

$$L_n^c(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{m=1}^M I_m^c \sum_i \sum_j (v_{mi}^c \cdot v_{nj}) \int_S \int_{S^c} \frac{f_n(\mathbf{r}') \cdot f_m^c(\mathbf{r})}{|\mathbf{r}^c - \mathbf{r}'|} dS^c dS, \quad (3.98)$$

Ahora, la cantidad de potencia disipada P , en una bobina de resistencia R , que lleva una corriente I_a es $P = I_a^2 R$. La resistencia puede ser expresada en términos de $\mathbf{J}(r')$ usando

$$R = \frac{\rho}{t I_a^2} \int_S |\mathbf{J}(r')|^2 dS, \quad (3.99)$$

donde t es el es el grosor del conductor. Realizando el proceso de discretización obtenemos

$$R \approx \frac{\rho}{t I_a^2} \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N I_n I_m \int_S |f_n(\mathbf{r})|^2 dS, \quad (3.100)$$

si se reescribe la ecuación anterior como

$$R \approx \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N I_n I_m R_{mn}, \quad (3.101)$$

donde

$$R_{mn} \approx \frac{\rho}{t} \int_S |f_n(\mathbf{r})|^2 dS, \quad (3.102)$$

Cuando las funciones base son divididas en sus N_n constituyentes se obtiene

$$R_{mn} = \frac{\rho}{t} \sum_i \sum_j (v_{mi} \cdot v_{nj}) A_{mi}^2 \quad (3.103)$$

Si los dos nodos m y n , tienen elementos triangulares comunes. Si no tienen elementos en común R_{mn} .

Por último, la expresión para el vector torca \mathbf{M} , experimentada por $\mathbf{J}(r')$ en un campo magnético estático externo, $\mathbf{B}_0(\mathbf{r})$, es dado por

$$\mathbf{M} = \int_S \mathbf{r} \times |\mathbf{J}(r') \times \mathbf{B}_0(\mathbf{r})| dS \quad (3.104)$$

Como $\mathbf{B}_0(\mathbf{r})$ aquí es paralelo al eje z , aproximadamente uniforme y homogéneo, $\mathbf{B}_0(\mathbf{r}) = B_0 \hat{\mathbf{z}}$, tal que

$$M = B_0 \begin{pmatrix} \int_S J_z z dS \\ \int_S J_y z dS \\ - \int_S (J_x x + J_y y) dS \end{pmatrix} \quad (3.105)$$

Aplicando la discretización a esta expresión resulta en ecuaciones aproximadas para las componentes de la torca x, y, z en términos de las funciones básicas de corriente. Además, las ecuaciones siguientes son las torcas en términos de los vectores vectores, v_{mi} , que constituyen las funciones base.

$$M_x = B_0 \int_S J_x z dS \approx B_0 \sum_{n=1}^N I_n \sum_{i=1}^{N_n} \int_S v_{nx} z dS \quad (3.106)$$

$$M_y = B_0 \int_S J_y z dS \approx B_0 \sum_{n=1}^N I_n \sum_{i=1}^{N_n} \int_S v_{ny} z dS \quad (3.107)$$

$$M_x = -B_0 \int_S (J_x x + J_y y) dS \approx -B_0 \sum_{n=1}^N I_n \sum_{i=1}^{N_n} \int_S (v_{nx} x + v_{ny} y) dS \quad (3.108)$$

Hasta este punto varias características de la bobina pueden ser parametrizadas en términos de la SF nodal I_n . Ahora en base a lo planteado se resuelve el problema inverso es decir, en base a I_n se calculan los parámetros de diseño.

Ahora, dado un conjunto de restricciones geométricas para la superficie conductora o superficies, y la región (o regiones) del campo de deseado, se debe de crear un modelo discretizado. Se usan tres tipos de objeto:

- a) Geometría de superficie: Un conjunto de elementos y nodos definen la superficie, que puede tener cualquier número de sub-superficies.
- b) Nodos borde: para cada nodo borde de cada subsuperficie debe haber un objeto que enlista los nodos de cada borde.
- c) Puntos Target Field: Tiene que haber un objeto que contenga los puntos en los que el campo magnético se define. Puede ser cualquier número de objetos para cada región diferente de Target Field.

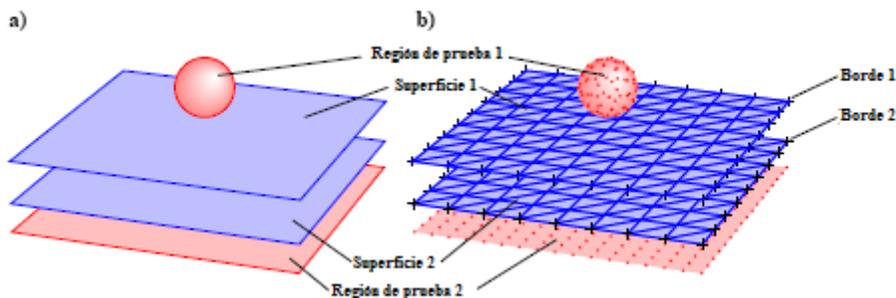


Figura 3.11 Regiones de prueba, nodos borde geometría de superficie a) sin discretizar y b) discretizada.

Ahora se calculan las partes de las funciones base de la densidad de corriente fluyendo en la superficie conductora, \mathbf{v}_{ni} . Esto se hace mediante la evaluación para cada elemento, Δ_{ni} , pertenecientes a cada nodo, n . Por lo tanto, en elementos triangulares, hay 3 \mathbf{v}_{ni} vectores relacionados a las funciones básicas de corriente que fluye paralelo a cada uno de los bordes del elemento. El área de cada elemento, A_{ni} , y la posición de su centro, \mathbf{r}_{ni} , también se calcula en este punto para su uso en cálculos posteriores.

El campo magnético, la inductancia, resistencia, y los componentes de la torca son calculadas con las ecuaciones (3.85), (3.90), (3.95), (3.99), (3.104), (3.105) y (3.106) para dar matrices y vectores con dimensiones $(K \times N)$, $(N \times N)$, $(N \times 1)$, $(N \times N)$, $(N \times 1)$, $(N \times 1)$ y $(N \times 1)$ respectivamente. Para calcular las integrales en la matriz de campo, los vectores torca, la matriz de autoinductancia y el vector de inductancia mutua dada por las ecuaciones (3.86), (3.104), (3.105), (3.106), (3.91) y (3.96) respectivamente debe de ser integrada una función sobre los elementos triangulares. Un método estándar para integrar numéricamente las funciones sobre la superficie de un triángulo es la cuadratura Gauss-Legendre. Esta técnica aproxima la integral de una función sobre el elemento con una apropiada suma ponderada del valor de la función a un número determinado de puntos en el elemento. La integración Gauss-Legendre se lleva a cabo aquí sobre un triángulo unitario con vértices en $(0,0)$, $(1,0)$ y $(0,1)$. La fórmula de cuadratura para la integración de una función arbitraria f sobre la superficie de un triángulo es

$$\iint_{S_{nj}} f(\mathbf{r}) dx dy \approx \sum_{k=1}^{N=n \times n} c_k f(\mathbf{r}_k) \quad (3.109)$$

donde \mathbf{r}_k son las posiciones discretas en el triángulo y c_k son las ponderaciones. Cuanto mayor sea el grado de precisión, n , más preciso el cálculo pero con la desventaja de el tiempo de ejecución aumente.

Para integrar sobre los triángulos en la malla, una transformación de coordenadas es propuesta para transformar el triángulo, de modo que en el nuevo sistema de coordenadas (u, v) , las esquinas de un triángulo en la malla se encuentran en $(0,0)$, $(1, 0)$ y $(0,1)$ (Ver Figura 3.12). En esta figura se muestra esquemáticamente cómo se transforman las coordenadas (x, y, z) a (u, v) . Las ecuaciones que permiten esta transformación geométrica son:

$$\begin{aligned}
 x &= x_1 u + x_2 v + x_3 w \\
 y &= y_1 u + y_2 v + y_3 w \\
 z &= z_1 u + z_2 v + z_3 w \\
 w &= 1 - u - v
 \end{aligned}
 \tag{3.110}$$

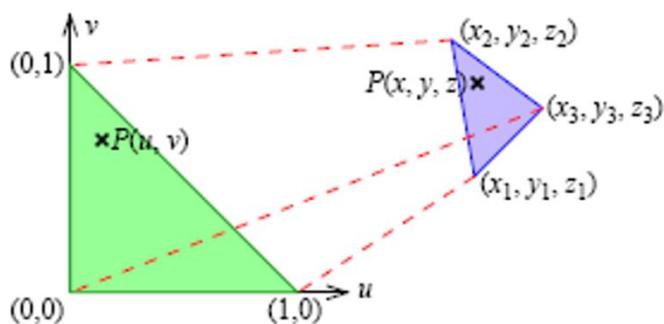


Figura 3.12 Transformación de coordenadas (x, y, z) a (u, v) .

Además, al utilizar una transformación de coordenadas, la integral debe ser escalada para compensar el escalamiento debido a la transformación;

$$\int_{S_{nj}} f(r) dS = \left\| \frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial v} \right\| \int_U f(u, v) du dv
 \tag{3.111}$$

donde

$$dS = \left\| \frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial v} \right\| du dv
 \tag{3.112}$$

Por otro lado, la solución de las ecuaciones requiere el uso de una integral doble sobre la superficie S . Esto significa que debe haber integrales dobles sobre el mismo elemento cuando $\Delta_{mi} = \Delta'_{nj}$. Esto causa indefinición en el denominador de la matriz de inductancia en el término $|r_{mj} - r'_{nj}|$ en la ec. (3.91) que puede ser cero. Para este caso la integral puede ser calculada reescribiéndola de otra manera matemática.

Se crea una funcional U que es usada para optimizar los parámetros físicos para obtener los mejores valores de Stream Function y un diseño de bobina más apropiada. La expresión matemática para la funcional tiene la siguiente forma:

$$U = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K W(r_k) (B_z(r_k) - B_z^t(r_k) + B_{off,z})^2$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\alpha}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M I_n I_m L_{mn} + \frac{\beta}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M I_n I_m R R_{mn} + \sum_{c=1}^C \lambda_c \sum_{n=1}^N I_n L_n^c(r) \\
 & - B_0 \sum_{p=1}^P \lambda_{px} \sum_{n=1}^N \delta_{n\epsilon p} I_n \int_S f_{nx} z dS \\
 & - B_0 \sum_{p=1}^P \lambda_{py} \sum_{n=1}^N \delta_{n\epsilon p} I_n \int_S f_{ny} z dS \\
 & + B_0 \sum_{p=1}^P \lambda_{pz} \sum_{n=1}^N \delta_{n\epsilon p} I_n \int_S (f_{nx} x + f_{ny} y) dS
 \end{aligned} \tag{3.113}$$

Esta funcional está construida para proporcionar un campo magnético axial, $B_z(r_k)$, que coincide exactamente con el campo de destino deseado, $B_z^t(r_k)$. Alguna desviación de este campo deseado ideal es tolerada, e incluso necesario, para que la autoinductancia, L y la resistencia, R , pueden minimizadas. Al mismo tiempo, los otros términos en la funcional ayudan a reducir tanto como sea posible la inductancia mutua, con otras bobinas y la torca, \mathbf{M} , que de otra manera podría ser causada por la interacción de la bobina en un campo magnético intenso, B_0 .

En la ecuación 3.110, $W(r_k)$ es una función de ponderación que se puede establecer por el usuario para ajustar espacialmente la dependencia espacial de la exactitud con que el campo magnético es generado por la bobina. Se puede establecer a $W(r_k) = 1$ si una ponderación variando espacialmente no es necesario. $B_{off,z}$, z es un parámetro de compensación de campo que se obtiene como una solución de la minimización y puede o no ser incluida en U . Esto permite que un campo uniforme compensado está presente en el campo magnético resultante y puede ser útil cuando se trata de diseños de bobina altamente asimétricos. El segundo y tercer términos de la ecuación. (3.110) son la autoinducción y términos de minimización de potencia con sus ponderaciones asociadas, α y β . El cuarto término se utiliza para reducir el acoplamiento inductivo mutuo entre otras bobinas C utilizando los multiplicadores de Lagrange, λ_c , para cada bobina, c . λ_{px} , λ_{py} , λ_{pz} son multiplicadores de Lagrange para la p -ésima superficie y el término $\delta_{n\epsilon p}$ es igual a 1 si el nodo n pertenece a la p -ésima superficie y 0 si no lo hace. Esto permite la minimización de la torca en cualquier número de superficies, enfocándose en simplemente minimizar la torca de toda la superficie, por ejemplo, $P = 1$. Cualquier combinación de parámetros de compensación puede ser incluido o excluido, pero es necesario que haya al menos un parámetro que no sea el error de campo ya que un sistema de ecuaciones que contiene este término está sobredeterminado y tiene un número infinito de soluciones.

La minimización de la funcional U , se realiza diferenciando con respecto a cada variable que se encuentra (es decir, los valores I_n , $B_{off,z}$ y los multiplicadores de Lagrange, λ) para formar un sistema de ecuaciones lineal. Las primeras ecuaciones N' en el sistema resulta de un conjunto de

derivadas parciales de la funcional con respecto a cada uno de los valores de la Stream Function, I_m , igual a cero, es decir, $\frac{\partial U}{\partial I_m} = 0$.

$$\begin{aligned}
 & \sum_{m=1}^{N'} \left(\sum_{k=1}^K W(r_k) c_m(r_k) c_n(r_k) + \alpha L_{mn} + \beta R_{mn} \right) I_n \\
 & + B_{off,z} \sum_{k=1}^K W(r_k) c_m(r_k) + \sum_{c=1}^C \lambda_c L_m^c(r) + \sum_{p=1}^P \lambda_{px} \delta_{n\epsilon p} \int_S -f_{mx} z dS \\
 & + \sum_{p=1}^P \lambda_{py} \delta_{n\epsilon p} \int_S -f_{my} z dS + \sum_{p=1}^P \lambda_{px} \delta_{n\epsilon p} \int_S (f_{mx} x + f_{my} y) dS \\
 & = \sum_{k=1}^K W(r_k) c_m(r_k) B_z^t(r_k) \quad m = 1, \dots, N
 \end{aligned} \tag{3.114}$$

Donde λ es un multiplicador de Lagrange combinado con la intensidad del campo magnético estático, B_0 . El resto del sistema de ecuaciones se crea mediante la derivada parcial de la funcional con respecto a las otras variables iguales a cero (como, $\frac{\partial U}{\partial B_{off,z}} = 0$, $\frac{\partial U}{\partial \lambda_c} = 0$, $\frac{\partial U}{\partial \lambda_{px}} = 0$, $\frac{\partial U}{\partial \lambda_{py}} = 0$, $\frac{\partial U}{\partial \lambda_{pz}} = 0$).

$$\sum_{n=1}^{N'} \left(\sum_{k=1}^K W(r_k) c_n(r_k) \right) I_n + B_{off,z} \sum_{k=1}^K W(r_k) c_m(r_k) = \sum_{k=1}^K W(r_k) B_z^t(r_k) \tag{3.115}$$

$$\sum_{n=1}^{N'} L_m^c(r) I_n = 0, \quad c = 1, \dots, C \tag{3.116}$$

$$\sum_{n=1}^{N'} \left(\delta_{n\epsilon p'} \int_S f_{nx} z dS \right) I_n = 0, \quad p' = 1, \dots, P \tag{3.117}$$

$$\sum_{n=1}^{N'} \left(\delta_{n\epsilon p'} \int_S f_{ny} z dS \right) I_n = 0, \quad p' = 1, \dots, P \tag{3.118}$$

$$\sum_{n=1}^{N'} \left(\delta_{n\epsilon p'} \int_S (f_{nx} x + f_{ny} y) dS \right) I_n = 0, \quad p' = 1, \dots, P \tag{3.119}$$

Este sistema de ecuaciones lineales puede ser representado por la siguiente ecuación generalizada:

$$\mathbf{Z} \mathbf{I} = \mathbf{b} , \tag{3.120}$$

La ecuación 3.117 puede ser invertida para encontrar I que contiene los valores de las SF, I_n , de la cual la SF $\psi(r')$ se puede encontrar de la ec. (3.77).

El cálculo de las matrices L_{mn} , R_{mn} , $c_n(r_k)$ y L_n^c y los vectores \mathbf{M} puede tomar una cantidad considerable de tiempo. El tiempo de cálculo de estas matrices depende de la discretización utilizada, y tiene una relación la ley de potencia con el número de nodos, N , en la superficie (el tiempo de cálculo para $c_n(r_k)$ también está relacionada con el número de puntos de campo deseados, K). Figura 5.10 es un gráfico logarítmico de la relación entre N y el tiempo que toma para calcular la matriz de L_{mn} .

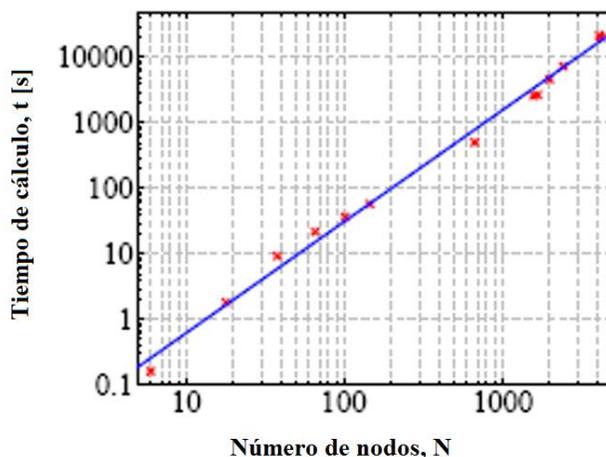


Figura 3.13 Tiempo de cálculo para la matriz L_{mn} para diferentes números de nodos de superficie con una línea de regresión lineal correspondiente a $t = 0.0124 n^{1.7} s$.

3.7 METODOS ITERATIVOS

La optimización de la homogeneidad, la eficiencia, inductancia, etc. también puede lograrse mediante técnicas iterativas. La mayoría de los métodos trabajan al permitir la optimización de las posiciones de los alambres discretos como parámetros libres en la rutina de optimización. Wong utiliza una técnica iterativa para diseñar bobinas gradientes z , al permitir las posiciones de las posiciones de cables se ajusten de manera iterativa para minimizar una función de error para caracterizar el error de campo y/o la inductancia de la bobina. La función de error del gradiente de la función de error con respecto a los parámetros libres también se calcula para cada iteración y el espacio de los parámetros es buscado por un gradiente conjugado descendente (CGD, conjugate gradient descent en inglés) que es un algoritmo de optimización de primer orden. Existen otros ejemplos de la utilización de CGD en el diseño de bobina de gradiente ^{41, 42, 43, 44}.

El algoritmo de optimización iterativo más comúnmente utilizado en el diseño de bobina de gradiente ha sido el Simulated Annealing (SA). Esto es debido a que es excelente para evitar los

mínimos locales en la función de error al encontrar el mínimo global. Primero fue utilizado por primera vez para ajustar las posiciones de los aros circulares de alambre a fin de generar una bobina que produce un gradiente z altamente uniforme⁴⁵. El algoritmo SA fue utilizada posteriormente para el diseñar bobinas gradiente x para parametrizar las posiciones de los elementos de cable. Crozier et al. describe un cuadrante de la bobinas gradiente x como una serie de círculos concéntricos deformados por la transformación de mapeo con muy pocos parámetros libres⁴⁶. El algoritmo SA se ha utilizado ampliamente para optimizar los parámetros en el diseño de bobina de gradiente y diferentes shim coils⁴⁷⁻⁵⁷.

Otra técnica de optimización estocástica común es imitar la Mendelian evolution y permitir mejores soluciones al problema de "sobrevivir", "mutar" y "raza" para formar las soluciones a la siguiente iteración. Este algoritmo genético (GA, en inglés) se ha aplicado al diseño de bobinas gradientes de una manera similar a la CGD y SA a fin de producir bobinas gradiente z cilíndricas más lineales y compactas⁵⁸, bobinas gradiente x ^{59,60}, y bobinas biplanares^{61,62}.

Adamiak et al.⁶³ uso una optimización de Powell de orden cero (que sólo utiliza el resultado del cálculo de Biot-Savart, y no de sus derivados) para ajustar las posiciones de los segmentos de alambre de forma iterativa con el fin de generar una bobina gradiente x . El método de Monte Carlo (MC) se ha aplicado también al diseño de bobinas gradientes y diseño de shim coils. La programación lineal⁶⁴ y la cuadrática son otras opciones para optimizar el diseño de bobinas gradientes.

Las técnicas de diseño de bobinas gradientes iterativas tienen la ventaja de que trabajan directamente con el alambrado del diseño de la bobina. El campo magnético, y por lo tanto la función de error a optimizar, se calcula mediante la integración directa de la Ley de Biot-Savart (Ec. (3.15)) sobre los cables. Cuando se aproxima la densidad de corriente continua en términos de un pequeño número de vueltas de alambre, la aproximación es menos válida. Por lo tanto, los métodos iterativos, utilizando alambres discretos funcionan mejor para unos cuantos cables de métodos de densidad de corriente continua. Sin embargo, los métodos iterativos son más demandantes computacionalmente, y tienden a producir patrones de alambre con cambios abruptos de dirección. Estos cambios pueden introducir armónicos esféricos de alto orden en el campo magnético.

3.7.1. OTRAS GEOMETRIAS

Hasta el momento se han discutido sobre bobinas montadas sobre una superficie cilíndrica, pero también es posible utilizar otras formas de superficie. La siguiente geometría de bobina gradiente más común es la biplanar para insertarlos en el bore de sistemas de RM cilíndricos principalmente para escáneres de RM abiertos y para microscopía. La evolución de las bobinas gradiente planas ha resaltado algunas diferencias importantes de las bobinas cilíndricas. Inicialmente, se les permitió cables discretos para colocarse sobre superficies planas^{65, 66}. Para esto se formulo un método equivalente de minimización de inductancia como el de Turner que pudiera utilizarse en bobinas biplanares^{67, 68} y con un cuadrado finito⁶⁹ y la extensión circular⁷⁰. Los métodos iterativos SA y

GA han sido aplicados también al diseño de bobinas gradiente biplanares. Se han diseñado gradientes biplanares blindados activamente^{64,71}, así como también shim coils biplanares^{72, 73}.

Pissanetzky⁷⁴ desarrolló un método de diseño de bobinas gradientes planares que es completamente libre de cualquier requerimiento de simetría. El método de Pissanetzky también ha sido utilizado para desarrollar versiones ligeramente convexas de bobinas gradientes planas⁷⁵. Este método es un tipo del método de elemento de frontera abordado en la sección 3.6.

Por una multitud de razones, los investigadores han sido motivados a apartarse de las geometrías más sencillas. Una desviación de la simetría común consiste en localizar el ROU (Region Of Uniformity) más cerca de un extremo de una bobina cilíndrica que la otra^{76, 77, 78, 79} para una imagen de cabeza solamente. Esto permite que el radio de la bobina que se reduzca, y en consecuencia la eficiencia de la bobina aumente (ya que $\eta \propto a^{-2}$ para bobinas gradiente), proporcionando la bobina lo suficientemente corta como por debajo de la ROU para posicionar cómodamente al sujeto. Las Shim coils también pueden ser diseñados con esta geometría⁷⁹⁻⁸³. Las bobinas simétricas son intrínsecamente equilibradas en su torca. Una vez que el ROU es movido, la simetría se anula y puede haber torcas en la bobina cuando son energizadas dentro de un campo magnético externo (ecuación (2.17)), que debe tenerse en cuenta en el proceso de diseño, de otro modo pueden experimentarse torcas de gran tamaño.

Otros diseños de bobinas gradientes que se apartan de la simetría simple incluye cilindros con secciones cónicas en los extremos para mejorar el acceso de los pacientes^{84, 85}, las bobinas gradientes cilíndricas con forma parabólica y alambres de retorno son utilizadas para ayudar a acomodar a los hombros de los sujetos^{86, 87}, los gradientes de sección transversal elíptica⁸⁸, los gradientes con una superficie blindada⁸⁹, hemisférico⁹⁰, y la geometría de cúpula o domo cilíndrico-hemisférico combinado⁹¹.

Con todas las bobinas descritas anteriormente que se apartan de las simetrías planas, esféricas, cilíndricas o biplanares, adicionales, el problema es que las matemáticas son a menudo muy complejas y se requiere especificar esa geometría en el proceso de diseño de la bobina. Esto lleva al inevitable deseo de desarrollar una metodología para el diseño de bobinas que sea lo suficientemente general como para manejar todas las geometrías y estar completamente libre de cualquier requisito de simetría. Pissanetzky desarrolló un método que sólo se aplica al diseño de bobinas de gradiente biplanares. Otra aproximación para el diseño de bobinas asimétricas se demostró para las bobinas gradiente y shim coils. Poco se ha publicado sobre este método de gran alcance, con algunas notables excepciones recientes⁹²⁻⁹⁵.

3.8 BOBINAS GRADIENTES BLINDADAS

La interacción de los campos gradientes que son switcheados rápidamente con otras estructuras conductoras en el sistema de IMR es la principal causa de corrientes espurias. Estas corrientes espurias generan campos magnéticos que causan problemas en la imagen. Una solución fue propuesta por Morich ⁹⁶, y por Van Vaals y Bergman ⁹⁷. La idea es ajustar la forma de onda de la corriente aplicada a las bobinas gradientes que producen una variación de campo deseada que cuando son combinadas con las corrientes espurias inducen campos que producen la variación de campo deseada en el tiempo. Moriech *et. al.* propusieron hacer esto extrayendo las propiedades (amplitudes y constantes de decaimiento en el tiempo) de corrientes espurias intrínsecas que inducen campos magnéticos generados en el sistema de RM cuando gradientes de campo pulsados son aplicados. Esta aproximación es conocida como preénfasis.

Una mejor aproximación es usar un blindaje para eliminar la interacción que causa corrientes espurias que son generadas. Turner and Bowley propusieron el uso de blindaje pasivo para eliminar las corrientes espurias; la idea es ubicar un blindaje entre las bobinas gradientes y las estructuras conductoras para así cancelar el campo gradiente fuera del blindaje.

Un mejor camino para manejar las corrientes espurias es diseñar bobinas gradientes que no produzcan un campo magnético fuera de las bobinas. Tales bobinas podrías consistir de dos arreglos de alambre sobre cilindros de diferente radio. Esta técnica se conoce como blindaje activo o blindaje propio; Mansfield ⁹⁸⁻¹⁰¹, Roemer and Hickey ¹⁰², Bowtell y Mansfield ¹⁰³.

En una bobina cilíndrica blindada, una segunda bobina cilíndrica que rodea la primera es introducida. Los alambres en esta segunda bobina de blindaje son posicionados de tal manera que cancelen el campo de la bobina interna en la región fuera del blindaje. Esto podría decrementar la eficiencia de la bobina para una inductancia dada, pero el acoplamiento inductivo con las estructuras conductoras de los alrededores es eliminado.

Si una segunda distribución de corriente $\mathbf{J}(\phi, z)$ sobre un cilindro de radio b ($b > a$) es agregada a la distribución de corriente $\mathbf{j}(\phi, z)$ sobre la bobina interna cilíndrica de radio a , una condición suficiente para que el campo sea cero en todos los puntos en el volumen ($r > b$) es que $\mathbf{B}_\rho(b, \phi, z) = 0$, que implica que

$$J_\phi^m(k) = -\frac{I_m'(ka)}{I_m'(kb)} j_\phi^m(k) \quad (3.121)$$

Esta expresión puede ser usada para calcular la distribución de corriente $\mathbf{J}(\phi, z)$ sobre un cilindro de radio b que puede blindar el campo de una distribución de corriente $\mathbf{j}(\phi, z)$ sobre un cilindro interno de radio a ⁶.

Para una bobina blindada (Ver Figura 3.14), donde el radio del blindaje es b , los integrandos de las ecuaciones (3.38) y (3.46) pueden ser multiplicados por el factor $S(a, b, k)$ definido como:

$$S(a, b, k) = 1 - \frac{I'_m(ka)K'_m(kb)}{I'_m(kb)K'_m(ka)} \quad (3.122)$$

Para obtener el campo dentro de la bobina interna y la inductancia total agregando el blindaje de la bobina.

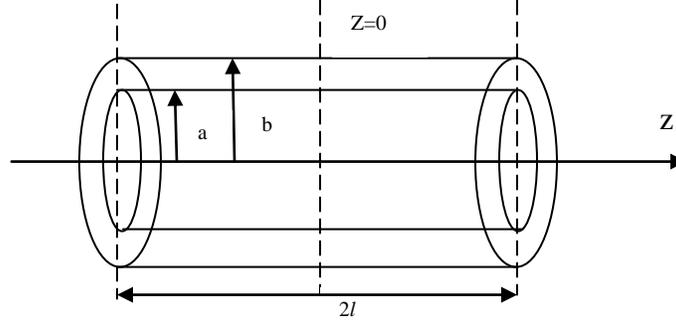


Figura 3.14 Geometría de una bobina gradiente blindada: bobina cilíndrica interna (radio a) con blindaje (radio b).

Considerando una bobina gradiente cilíndrica z , la ec. 3.122 se reduce a:

$$S(a, b, k) = 1 - \frac{I'_0(ka)K'_0(kb)}{I'_0(kb)K'_0(ka)} \quad (3.123)$$

Pero $I'_0(ka) = I_1(ka)$ y $K'_0(ka) = -K_1(ka)$. Entonces el campo con la bobina de blindaje es

$$B_z(r, \varphi, z) = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k dk j_{\varphi}^0(k) e^{ikz} I_0(kr) K_1(ka) \left[1 - \frac{I_1(ka)K_1(kb)}{I_1(kb)K_1(ka)} \right] \quad (3.124)$$

En el caso de una bobina gradiente transversal, la ec. (3.122) se reduce a:

$$S(a, b, k) = 1 - \frac{I'_1(ka)K'_1(kb)}{I'_1(kb)K'_1(ka)} \quad (3.125)$$

y el campo magnético es dado por

$$B_z(r, \varphi, z) = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k dk j_{\varphi}^1(k) \cos(\phi) e^{ikz} I_1(kr) K'_1(ka) \left[1 - \frac{I'_1(ka)K'_1(kb)}{I'_1(kb)K'_1(ka)} \right] \quad (3.126)$$

Es importante mencionar que el precio a pagar por el blindaje magnético es que se reduce la eficiencia de la bobina a una inductancia fija ¹⁰⁴. Conectando la bobinas primaria y la del blindaje en serie garantiza la variación temporal de corriente idéntica en las dos bobinas tal que el blindaje se obtiene en todo momento mientras la forma de onda del gradiente es con la que se juega.

3.9. Apodización

La minimización de la inductancia de la bobina puede causar que la distribución de corriente sea oscilatoria, que hace la fabricación de la bobina problemática. Este comportamiento es más severo conforme la longitud de la bobina se hace más corta. Las variaciones de las componentes de corriente pueden ser removidas muy rápidamente por apodización. Esto involucra la multiplicación $j_\phi(k)$ por una función Gaussiana, $e^{-2k^2h^2}$, donde es h la longitud de la apodización, que ofrece un grado adicional de libertad para la particularización de una bobina en un diseño para aplicaciones experimental. El efecto de longitudes de apodización de alrededor de un décimo del radio de la bobina es suavizar la variación de campo, reduciendo la inductancia significativamente y remover las oscilaciones de la densidad de corriente no deseadas.

3.10. OTROS TEMAS DE GRADIENTES

3.10.1 Ruido acústico

Para entender como es generado el ruido acústico, considere el elemento conductor $d\mathbf{l}$ que lleva una corriente I ubicado en un campo magnético uniforme $\mathbf{B} = B\hat{\mathbf{k}}$. Ese experimenta una fuerza de Lorentz \mathbf{F} por unidad de longitud dada por:

$$\mathbf{F} = -B \times I d\mathbf{l} = BI|d\mathbf{l}| \sin(\theta)\hat{\boldsymbol{\beta}} \quad (3.127)$$

donde θ es el ángulo entre el conductor y el campo magnético y $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ y $\hat{\mathbf{k}}$ son vectores unitarios a lo largo de las direcciones de la fuerza y el campo magnético respectivamente. \mathbf{F} toma el máximo valor cuando $\theta = 90^\circ$ y $\mathbf{F} = 0$ cuando $\theta = 0^\circ$. Considere un elemento conductor $d\mathbf{l}$ de masa m , que es fijado por un soporte elástico a un objeto que no se mueve, con constante de elasticidad k . En experimentos reales el amortiguamiento también ha sido considerado, la ecuación de movimiento para el sistema es dada por:

$$F(t) = m \frac{d^2x}{dt^2} + \eta \frac{dx}{dt} + kx \quad (3.128)$$

Donde η es la constante de amortiguamiento. La solución de la ec. (3.100) indica que la fuerza magnética de un conductor se puede acelerar dada un modo vibracional forzado con desplazamiento x . Mansfield *et. al.* ¹⁰⁴ propuso un blindaje acústico magnético para bobinas gradientes fijas, minimizando el ruido por los desplazamientos pero reduciendo la intensidad del gradiente.

3.10.2. Estimulación nerviosa

Aplicando rápidamente los gradientes de campo magnético switcheados puede producir estimulación nerviosa en los pacientes. Esta estimulación resulta de los campos eléctricos inducidos en los tejidos cuando el flujo es ligado por los cambios corporales. La heterogeneidad de la conductividad eléctrica del cuerpo hace difícil producir un modelado del proceso de

estimulación, pero es generalmente el caso de que el pico más grande del campo magnético experimentado por el cuerpo, del mayor campo eléctrico inducido.

El manual IRPA / INIRC sobre RM advierte que la intensidad del campo eléctrico mayor a 5 V/m podría causar ventilación ventricular, sugiere que los umbrales para la estimulación nerviosa y de musculo cardiaco sean muy cercanos.

Generalmente se asume en IRM que la magnitud del campo magnético total es igual a la componente z del campo donde en presencia de los gradientes G_x , G_y y G_z

$$B_z = B_0 + xG_x + yG_y + zG_z \quad (3.129)$$

Sin embargo, como una consecuencia de las leyes de Maxwell, los dos componentes transversales B_x y B_y , llamados "campos concomitantes" o "campos Maxwell", son siempre generados al mismo tiempo cuando un gradiente en B_z es generado. La magnitud del campo magnético total es

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \quad (3.130)$$

El valor del campo magnético total obtenido dentro del volumen del paciente, cuando se maneja un eje de una bobina gradiente dada (x , y y z) dicta el potencial para ese eje gradiente para inducir estimulación nerviosa periférica.

La diferencia el campo actual y el asumido es así

$$\Delta B_A = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} - B_z \quad (3.131)$$

Las componentes de los campos concomitantes B_x y B_y pueden ser calculados de las ecuaciones de Maxwell $\nabla \times B = 0$ y $\nabla \cdot B = 0$. Cuando un gradiente G_x es aplicado, un campo concomitante B_x es generado, esta dado por

$$B_x = zG_x \quad (3.132)$$

Cuando un gradiente G_y es aplicado, un campo concomitante B_y es generado, esta dado por

$$B_y = zG_y \quad (3.133)$$

Finalmente, cuando un gradiente G_z es aplicado, dos campos concomitantes B_x y B_y son generados y están definidos por

$$B_x = -\frac{x}{2}G_z \quad (3.134)$$

$$B_y = -\frac{y}{2}G_z \quad (3.135)$$

Este comportamiento permite que para todos los tres tipos de gradiente, una componente del campo varía linealmente con la posición axial.

En el diseño de una bobina gradiente que permite muy altas velocidades de cambio del gradiente con el tiempo, dG/dt , es además una práctica común reducir la extensión axial de la región de linealidad de la bobina. Para bobinas gradientes axiales, este trabaja limitando la magnitud del pico de B_z en el cuerpo, mientras en el caso de bobinas axiales x o y , la magnitud del pico de del campo concomitante es limitada. Esta aproximación, sin embargo tiene la desventaja de reducir la extensión de la región efectiva que rodea.

En el diseño de una bobina gradiente, el pico de la magnitud del campo es un compromiso. Limitando la región de linealidad usando el concepto de bobina gradiente modular ha sido descrito recientemente por Harvey *et. al.*¹⁰⁵ como un método para abordar la estimulación nerviosa periférica.

4.- DISEÑO Y SIMULACIÓN DE GRADIENTES PARA IRM

En este diseño, la corriente retorna de la bobina interna a la bobina de blindaje mediante alambres radiales ⁸, aquí se realiza el proceso de diseño que no se centra solamente en el gradiente sino además en el blindaje. Fundamentalmente, la bobina externa es más grande que la bobina interna mejorando con esto que el blindaje sea mejorado. Se utiliza una variante del Target Field ⁵ para diseñar un sistema de gradientes para IRM para permitir el diseño de bobinas gradientes de alta homogeneidad y eficiencia. Se muestra el uso de una interfaz grafica desarrollada en Matlab para este propósito.

4.1 FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

4.1.1 BOBINAS GRADIENTES TRANSVERSALES

En este tipo de geometría el arreglo de los caminos de corriente se hace sobre una sección cónica. Además mejora considerablemente la eficiencia el blindaje. En este diseño se la corriente es limitada en el caso de la bobina primaria a una superficie del cilindro de radio a con una longitud $2l_a$. En el caso de la bobina de blindaje la corriente es limitada a la superficie de un cilindro de radio b con una longitud $2l_b$.

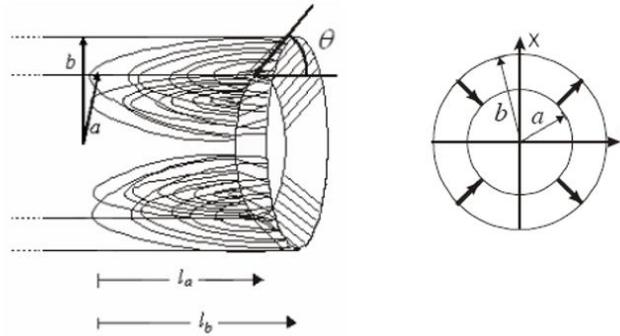


Figura 4.1 Mitad del cilindro (radio a) con blindaje (radio b) mostrando los caminos de corriente distribuidos sobre una superficie cónica. (b) Por simplicidad la figura muestra la distribución de caminos de corriente.

Para diseñar un gradiente y , en primer lugar, se utilizan coordenadas cilíndricas para describir el campo magnético y el vector potencial. El vector potencial $A(\mathbf{r})$ se utiliza para describir el campo magnético,

$$A = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{J(r')d^3r'}{|r - r'|} , \quad (4.1)$$

donde J es la densidad de corriente sobre en la superficie de la bobina. Como el eje de la bobina se encuentra (por convención) se ubica en el eje z , se calcula el campo magnético en el eje z por medio del rotacional de A ,

$$B_z = (\nabla \times A)_z , \quad (4.2)$$

Dado que la bobina primaria y la secundaria deben de ser unidas por cables radiales distribuidos a la sección cónica originada por la diferencia de longitudes entre las bobinas que forma un ángulo θ con el eje z (Ver figura 4.1). La corriente que fluye en esta parte de la bobina para un gradiente y puede caracterizarse por J_ρ y J_z ,

$$J_\rho = \frac{\alpha}{\rho'} \sin \theta \sin \phi \left[\delta \left(z' - l_a - \frac{l_b - l_a}{b - a} (\rho' - a) \right) + \delta \left(z' + l_a + \frac{l_b - l_a}{b - a} (\rho' - a) \right) \right], \quad (4.3)$$

$$J_z = \frac{\alpha}{\rho'} \sin \theta \cos \phi \left[\delta \left(z' - l_a - \frac{l_b - l_a}{b - a} (\rho' - a) \right) + \delta \left(z' + l_a + \frac{l_b - l_a}{b - a} (\rho' - a) \right) \right], \quad (4.4)$$

donde α es una constante relacionada con la magnitud de la componente axial de la distribución de corriente al final del cilindro de la bobina primaria. Por otra parte, l_a y l_b son las longitudes medias de la bobina primaria y la del blindaje. Observe que en el caso $\theta = \pi/2$, la geometría se reduce a bobinas convencionales sin sección cónica, ya que las longitudes de las bobinas son iguales.

Puede observarse que el ángulo θ es el ángulo con respecto al eje z definido por:

$$\tan(\theta) = \frac{b - a}{l_b - l_a}, \quad (4.5)$$

Usando la ec. (4.1) y (4.2) y usando la expansión de las funciones de Green

$$\frac{1}{|r - r'|} = \frac{1}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dk e^{im(\phi - \phi')} e^{ik(z - z')} I_m(k\rho^<) K_m(k\rho^>), \quad (4.6)$$

donde $\rho^<(\rho^>)$ es el menor (mayor) de ρ y de ρ' y I_m y K_m son las funciones de Bessel modificadas de grado 1, se la obtiene la expresión matemática para el campo magnético en z producido por los alambres radiales en la región $\rho < a$

$$\begin{aligned} B_{z\text{vuelta}}(\rho, \phi, z) &= -\frac{\mu_0 \alpha \sin \theta \cos \phi}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk e^{ikz} I_1(k\rho) \int_a^b \frac{d\rho'}{\rho'} K_1(k\rho') \cos \left(k \left(l_a \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{l_b - l_a}{b - a} (\rho' - a) \right) \right) \end{aligned} \quad (4.7)$$

Mientras que para la región $\rho > b$, B_z es dada por

$$\begin{aligned} B_{z\text{vuelta}}(\rho, \phi, z) &= -\frac{\mu_0 \alpha \sin \theta \cos \phi}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk e^{ikz} I_1(k\rho) \int_a^b \frac{d\rho'}{\rho'} I_1(k\rho') \cos \left(k \left(l_a \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{l_b - l_a}{b - a} (\rho' - a) \right) \right) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Puede deducirse expresiones de campo magnético para la región $b > \rho > a$ con el inconveniente de que son más complicadas.

El vector potencial para las bobinas primaria y de blindaje, se usan las ecuaciones planteadas del capítulo 3 sección 3.5 pertenecientes al método de Carlson. De esta manera, la componente J_ϕ para la bobina primaria es definida por

$$j_\phi = \delta(\rho - a) \sum_{n=1}^N a_n \cos\left(\frac{\pi n z}{l_a}\right) \cos(\phi) \quad |z| < l_a \quad (4.9)$$

$$j_\phi = 0 \quad |z| > l_a$$

donde l_a representa la longitud media de la bobina primaria.

Del mismo modo, la componente j_ϕ para la bobina de blindaje es definida por

$$j_\phi = \delta(\rho - b) \sum_{n=1}^N b_n \cos\left(\frac{\pi n z}{l_b}\right) \cos(\phi) \quad |z| < l_b \quad (4.10)$$

$$j_\phi = 0 \quad |z| > l_b$$

donde l_b representa la longitud media de la bobina de blindaje.

La diferencia con una bobina cilíndrica convencional es que un armónico sin variación en z ($n=0$) es incluido en J_ϕ y j_ϕ . Esto permite que J_z y j_z no tiendan a cero en los límites de longitud de las bobinas.

De la ecuación de continuidad, y usando el hecho de que las densidades de corriente para la bobina interna y la externa no tienen componentes radiales, J_z es relacionada a J_ϕ por

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial J_\phi}{\partial \phi} = \frac{\partial J_z}{\partial z} \quad (4.11)$$

La componente z de J para la bobina primaria es por lo tanto definida por

$$J_z = \delta(\rho - a) \left[\frac{a_0 z}{a} + \frac{l_a}{n\pi a} \sum_{n=1}^N a_n \sin\left(\frac{n\pi z}{l_a}\right) \sin(\phi) \right] \quad (4.12)$$

mientras que la componente z de j para la bobina de blindaje es definida por

$$j_z = \delta(\rho - b) \left[\frac{b_0 z}{b} + \frac{l_b}{n\pi b} \sum_{n=1}^N b_n \sin\left(\frac{n\pi z}{l_b}\right) \sin(\phi) \right] \quad (4.13)$$

Sin embargo, a_0 y b_0 están relacionados por la ecuación de continuidad

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (4.14)$$

que puede ser escrita en coordenadas cilíndricas como

$$\frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial \rho} \rho J_\rho \right] + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \phi} J_\phi + \frac{\partial J_z}{\partial z} = 0 \quad , \quad (4.15)$$

Sobre la superficie de la bobina primaria y de blindaje, solamente se tienen las contribuciones de los últimos dos términos, mientras que sobre la sección cónica se tienen las contribuciones de j_ρ y j_z . Así, la densidad de corriente sobre la superficie cónica tiene solamente una componente en la dirección normal a la superficie y a $\hat{\phi}$. Esta componente se representa como $J_c = \frac{\alpha \sin \phi}{\rho}$, de manera que $J_z = \frac{\alpha \cos \theta \sin \phi}{\rho}$ y $J_\rho = \frac{\alpha \sin \theta \sin \phi}{\rho}$ satisfacen la condición de continuidad, es decir:

$$\nabla \cdot J = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial \rho} (\rho J_\rho) + \frac{\partial (\rho J_z)}{\partial z} \right] = 0 \quad , \quad (4.16)$$

En los límites de los cilindros donde $z = \pm l_a$ y $z = \pm l_b$ se tiene que

$$J_z(\pm l_a) = J_c(\rho = a) \quad , \quad (4.17)$$

$$j_z(\pm l_b) = -J_c(\rho = b) \quad , \quad (4.18)$$

Se consideran solamente las contribuciones para J_z o j_z de los coeficientes a_0 y b_0 para todos los armónicos, ya que para los otros armónicos la contribución para $J_z(\pm l_a) = j_z(\pm l_b) = 0$, obteniendo:

$$J_z(l) = -\frac{1}{a} a_0 l_a \sin \phi = j_\rho(\rho = a) = \frac{\alpha}{a} \sin \phi \cos \theta \quad , \quad (4.19)$$

$$j_z(l) = -\frac{1}{b} b_0 l_b \sin \phi = -j_\rho(\rho = b) = \frac{\alpha}{b} \sin \phi \cos \theta \quad , \quad (4.20)$$

$$\frac{a_0 l_a / a}{b_0 l_b / b} = \frac{-j_\rho(\rho = a)}{j_\rho(\rho = b)} = \frac{-1/a}{1/b} \quad , \quad (4.21)$$

obteniendo así

$$a_0 = -\frac{l_a}{l_b} b_0 \quad , \quad (4.22)$$

Así, la forma de la componente z del campo magnético para la bobina primaria en la región $\rho < a$ es:

$$B_{zinterna}(\rho, \phi, z) = \frac{\mu_0 a l_a \cos \phi}{l_a 2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k dk e^{ikz} AK'_1(ka) I_1(k\rho) \quad , \quad (4.23)$$

donde $A = \sum_{s=0}^N a_s (\text{sinc}(kl_a - s\pi) + \text{sinc}(kl_a + s\pi))$.

También la componente z del campo magnético producido por la bobina primaria para $\rho > a$ se expresa matemáticamente como

$$B_{z\text{interna}}(\rho, \phi, z) = \frac{\mu_0 a l_a \cos \phi}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k dk e^{ikz} AK_1(k\rho)I_1'(ka), \quad (4.24)$$

Así también, la expresión matemática que define la componente z del campo magnético producida por la bobina de blindaje para la región $\rho < b$ es:

$$B_{z\text{blindaje}}(\rho, \phi, z) = \frac{\mu_0 b l_b \cos \phi}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k dk e^{ikz} BK_1'(kb)I_1(k\rho), \quad (4.25)$$

donde $B = \sum_{s=0}^N b_s (\text{sinc}(kl_b - s\pi) + \text{sinc}(kl_b + s\pi))$.

La componente z del campo magnético producido por la bobina primaria para $\rho > b$ se expresa como matemáticamente

$$B_{z\text{interna}}(\rho, \phi, z) = \frac{\mu_0 a l_a \cos \phi}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k dk e^{ikz} AK_1(k\rho)I_1'(ka), \quad (4.26)$$

Las expresiones matemáticas para los vectores potenciales A_ρ y A_z para la bobina primaria en la región $\rho > a$ están dadas por

$$A_\rho = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk \sin \phi e^{ikz} [I_0(ka)K_0(k\rho) - I_2(ka)K_2(k\rho)]J_\phi^1(k), \quad (4.27)$$

$$A_z = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk \sin \phi e^{ikz} I_1(ka)K_1(k\rho)J_z^1(k),$$

De igual manera, las expresiones matemáticas para los vectores potenciales A_ρ y A_z para la bobina de blindaje en la región $\rho > b$ están dadas por

$$A_\rho = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk \sin \phi e^{ikz} [I_0(kb)K_0(k\rho) - I_2(kb)K_2(k\rho)]J_\phi^1(k), \quad (4.28a)$$

$$A_z = \frac{\mu_0 b a}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk \sin \phi e^{ikz} I_1(k\rho)K_1(kb)J_z^1(k),$$

Las expresiones matemáticas para los vectores potenciales A_ρ y A_z para la bobina de blindaje en la región $\rho < b$ están dadas por

$$A_\rho = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk \sin \phi e^{ikz} [I_0(k\rho)K_0(kb) - I_2(k\rho)K_2(ka)]J_\phi^1(k), \quad (4.28b)$$

$$A_z = \frac{\mu_0 b a}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk \sin \phi e^{ikz} I_1(ka) K_1(k\rho) J_z^1(k) ,$$

Las expresiones matemáticas para las autoinductancias de la bobina primaria y la de blindaje

$$L_{prim-prim} = -\frac{\mu_0 l_a^2 a^2}{2I^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk I_1'(ka) K_1'(ka) \sum_{s=0}^N a_s (\text{sinc}(kl_a - s\pi) + \text{sinc}(kl_a + s\pi)) \sum_{n=0}^N a_n (\text{sinc}(kl_a - n\pi) + \text{sinc}(kl_a + n\pi)) , \quad (4.29)$$

$$L_{blind-blind} = -\frac{\mu_0 l_b^2 b^2}{2I^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk I_1'(kb) K_1'(kb) \sum_{s=0}^N b_s (\text{sinc}(kl_b - s\pi) + \text{sinc}(kl_b + s\pi)) \sum_{n=0}^N b_n (\text{sinc}(kl_b - n\pi) + \text{sinc}(kl_b + n\pi)) , \quad (4.30)$$

$$L_{prim-blind} = -\frac{\mu_0 l_a l_b ab}{2I^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk I_1'(ka) K_1'(kb) \sum_{s=0}^N a_s (\text{sinc}(kl_a - s\pi) + \text{sinc}(kl_a + s\pi)) \sum_{n=0}^N b_n (\text{sinc}(kl_b - n\pi) + \text{sinc}(kl_b + n\pi)) , \quad (4.31)$$

En estas expresiones matemáticas, I , es la corriente que fluye en las bobinas y describen la contribución de la inductancia de la bobina primaria y la de blindaje que se conocen bastante bien. Sin embargo, para la inductancia mutua entre las bobinas primaria/secundaria y los cables radiales no es tan sencilla, su expresión es la siguiente:

$$L_{prim-radiales} = \frac{1}{I^2} \int (j_\rho A_\rho^{prim} + j_z A_z^{prim}) dz \rho d\phi d\rho , \quad (4.32)$$

$$L_{blind-radiales} = \frac{1}{I^2} \int (j_\rho A_\rho^{blind} + j_z A_z^{blind}) dz \rho d\phi d\rho , \quad (4.33)$$

donde la integral se toma sobre la superficie cónica.

Sustituyendo la ec. (4.28) la ec. (4.33), la inductancia de los alambres radiales con la bobina primaria está dada por

$$\begin{aligned}
 L_{prim-radiales} &= \frac{\mu_0 l_a^2 a_0}{2I^2} \sin \theta \sum_{s=0}^N a_s (\text{sinc}(kl_a - s\pi) + \text{sinc}(kl_a + s\pi)) \\
 &\cdot \left[-I_2(ka) \int_a^b d\rho a K_2(k\rho) \cos \left(k \left(l_a + \frac{l_b - l_a}{b - a} (\rho - a) \right) \right) \right. \\
 &\left. + I_0(ka) \int_a^b d\rho a K_0(k\rho) \cos \left(k \left(l_a + \frac{l_b - l_a}{b - a} (\rho - a) \right) \right) \right] \\
 &- \frac{\mu_0 l_a^2 a_0}{2I^2} \cos \theta \sum_{s=0}^N a_s (\text{sinc}(kl_a - s\pi) + \text{sinc}(kl_a + s\pi)) \\
 &\cdot \left[I_1(ka) \int_a^b d\rho a K_1(k\rho) \sin \left(k \left(l_a + \frac{l_b - l_a}{b - a} (\rho - a) \right) \right) \right], \tag{4.34}
 \end{aligned}$$

Sustituyendo la ec. (4.29) la ec. (4.33), la inductancia mutua de los alambres radiales con la bobina de blindaje está dada por

$$\begin{aligned}
 L_{blind-radiales} &= \frac{\mu_0 l_b^2 a_0}{2I^2} \sin \theta \int_{-\infty}^{\infty} dk \sum_{s=0}^N b_s (\text{sinc}(kl_b - s\pi) + \text{sinc}(kl_b + s\pi)) \\
 &\cdot \left[K_2(kb) \int_a^b d\rho a I_2(k\rho) \cos \left(k \left(l_a + \frac{l_b - l_a}{b - a} (\rho - a) \right) \right) \right. \\
 &\left. - K_0(kb) \int_a^b d\rho a K_0(k\rho) \cos \left(k \left(l_a + \frac{l_b - l_a}{b - a} (\rho - a) \right) \right) \right] \\
 &- \frac{\mu_0 l_b^2 a_0}{2I^2} \cos \theta \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{k} \sum_{s=0}^N b_s (\text{sinc}(kl_b - s\pi) + \text{sinc}(kl_b + s\pi)) \\
 &\cdot \left[K_1(kb) \int_a^b d\rho a I_1(k\rho) \sin \left(k \left(l_a + \frac{l_b - l_a}{b - a} (\rho - a) \right) \right) \right], \tag{4.35}
 \end{aligned}$$

La autoinductancia de los alambres radiales está dada definida por

$L_{\text{radiales-radiales}}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\mu_0 l_a l_b a_0^2 \cos^2 \theta}{2I^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk \int_a^b d\rho \\
 &\cdot \left[\int_a^{\rho} d\rho' (K_1(k\rho)I_1(k\rho') + K_2(k\rho)I_2(k\rho')) \sin \left(k \left(l_a + \frac{l_b - l_a}{b - a} (\rho' - a) \right) \right) \right] \\
 &\cdot \sin \left(k \left(l_a + \frac{l_b - l_a}{b - a} (\rho - a) \right) \right) \\
 &+ \int_{\rho}^b d\rho' (K_0(k\rho')I_0(k\rho) + K_2(k\rho')I_2(k\rho)) \sin \left(k \left(l_a + \frac{l_b - l_a}{b - a} (\rho' - a) \right) \right) \\
 &\cdot \sin \left(k \left(l_a + \frac{l_b - l_a}{b - a} (\rho - a) \right) \right) , \tag{4.36}
 \end{aligned}$$

donde se usa la relación $a_0 l_a / a$.

Del capítulo anterior, se sabe que para diseñar una bobina gradiente se debe de minimizar una funcional, constituida por la suma de los cuadrados de la desviación de campo del gradiente deseado en un conjunto de puntos N_p localizados dentro de la bobina primaria y la desviación del campo en un conjunto de puntos de N_q situados fuera de la bobina de blindaje, con las posiciones elegidas para garantizar un blindaje efectivo, la ecuación se muestra a continuación:

$$U = \sum_{p=1}^N (gz_p - B_z(\mathbf{r}_p))^2 + \beta \sum_{p=1}^{N_p} (B_z(\mathbf{r}_p))^2 + \alpha L , \tag{4.37}$$

donde β es la ponderación relacionada a la contribución del campo magnético para radios mayores que b y α es la ponderación relacionada a la contribución de la inductancia. Podemos tener diversas combinaciones de estos dos parámetros y una combinación adecuada produce una bobina con una buena eficiencia y baja inductancia que produce un gradiente homogéneo y un blindaje efectivo. El término $B_z(\mathbf{r}_p)$ incluye el campo magnético producido por la bobina primaria, la de blindaje y alambres radiales. Es importante mencionar que los coeficientes de la bobina primaria y de blindaje son diferentes. En la minimización de la funcional, tenemos en un principio $2N + 2$ ecuaciones para $2N + 2$ coeficientes. Sin embargo a_0 y b_0 están relacionados por la ecuación de continuidad, resultando en $N + 1$ ecuaciones para la bobina primaria y N ecuaciones de la bobina de blindaje.

La minimización requiere que

$$\frac{dU}{da_p} = \sum_{q=1}^N 2 (gz_q - B_z(r_q)) \frac{dB_z(r_q)}{da_p} + \gamma \sum_{q=1}^{N_q} 2 B_z(r_q) \frac{dB_z(r_q)}{da_p} + \lambda \frac{dL}{d\lambda_p} = 0 , \tag{4.38}$$

$$\frac{dU}{db_p} = \sum_{q=1}^N 2 \left(gz_q - B_z(r_q) \right) \frac{dB_z(r_q)}{db_p} + \gamma \sum_{q=1}^{N_q} 2 B_z(r_q) \frac{dB_z(r_q)}{db_p} + \lambda \frac{dL}{db_p} = 0 \quad , \quad (4.39)$$

Como $B_z(r_q)$ está en función de los coeficientes a_p y b_p , de las ecuaciones (4.38) y (4.39), se obtiene un conjunto de ecuaciones simultáneas que pueden resolverse por eliminación Gaussiana para producir valores de los coeficientes.

Las posiciones apropiadas para N alambres están definidas por las SF de la bobina primaria y la de blindaje. Teniendo una densidad de corriente J_ϕ para la bobina primaria dada por

$$J_\phi = \sum_{n=0}^N a_n \cos\left(\frac{\pi n z}{l_a}\right) \cos(\phi) \quad , \quad (4.40)$$

en la región $|z| < l_a$, entonces el espacio k de densidad de corriente puede ser escrita como

$$J_\phi^1(k) = 2l_a \left[a_0 \text{sinc}(kl_a) + \sum_{n=1}^N a_n (\text{sinc}(kl_a + \pi) + \text{sinc}(kl_a - \pi)) \right] \quad , \quad (4.41)$$

La Stream Function $S(z)$ se relaciona con J_ϕ de la siguiente manera:

$$\frac{\partial S}{\partial z} \propto J_\phi \quad , \quad (4.42)$$

y esta relación en el espacio k está dada por

$$S^1(k) = \frac{J_\phi^1(k)}{ik} \quad , \quad (4.43)$$

Pero el término $\frac{a_0 \text{sinc}(kl_a)}{ik}$ tiende a infinito cuando k tiende a 0. Además se requiere un término extra en la SF que varíe como $\cos(kl)$. De tal manera que en lugar de tener la ec. (4.41) para $J_\phi^1(k)$ al considerar SF se puede utilizar la siguiente expresión para la bobina primaria

$$J_\phi^1(k) = 2l_a \left[a_0 [\text{sinc}(kl_a) - \cos(kl_a)] + \sum_{n=1}^N a_n (\text{sinc}(kl_a + \pi) + \text{sinc}(kl_a - \pi)) \right] \quad , \quad (4.44)$$

y para la bobina de blindaje

$$j_\phi(k) = 2l_b \left[-a_0 [\text{sinc}(kl_b) - \cos(kl_b)] + \sum_{n=1}^N b_n (\text{sinc}(kl_b + \pi) + \text{sinc}(kl_b - \pi)) \right] \quad , \quad (4.45)$$

lo cual produce una SF manejable.

Para caracterizar el desempeño de la bobina utilizamos

$$\frac{\eta^2}{L} \quad (4.46)$$

donde $G = \eta I$.

Una bobina eficiente tiene un valor de η^2/L tan grande como sea posible manteniendo al mismo tiempo la homogeneidad del gradiente. Para calcular η^2/L tenemos el campo magnético producido por la bobina primaria definido por

$$B_{interna} = \frac{\mu_0 l_a \cos \phi}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k dk e^{ikz} \sum a_s T_s K_1'(ka) I_1(k\rho), \quad (4.47)$$

donde $T_s = \text{sinc}(kl_a - s\pi) + \text{sinc}(kl_a + s\pi)$.

Usando la expansión de Taylor para la exponencial y la función $I_1(k\rho)$, obtenemos:

$$e^{ikz} = 1 + ikz + \frac{(ikz)^2}{2!} + \frac{(ikz)^3}{3!} + \dots \quad (4.48)$$

y

$$I_1(k\rho) = \frac{k\rho}{2} + \frac{(ikz)^3}{16} + \dots \quad (4.49)$$

Evaluando en $z=0$ y dejando que ρ tienda a cero, la contribución es dada por el primer término de cada expansión. Así, para la bobina primaria:

$$B_{interna} = -\frac{\mu_0 a l_a}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k^2 dk \sum a_s T_s K_1'(ka) \rho \cos \phi, \quad (4.50)$$

Del mismo modo, para la bobina de blindaje:

$$B_{blindaje} = -\frac{\mu_0 a l_a}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k^2 dk \sum b_s T_s K_1'(kb) \rho \cos \phi, \quad (4.51)$$

y para los alambres radiales, se obtiene

$$B_{vuelta} = \frac{\mu_0 a_0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k dk \int_a^b \frac{d\rho'}{\rho'} K_1(kb) \cos \left(k \left(l_a + \frac{\rho' - a}{b - a} (l_b - l_a) \right) \right) \rho \cos \phi \quad (4.52)$$

La eficiencia se define en este caso como

$$\eta = \left. \frac{dB_z}{I dx} \right|_{z, \rho \rightarrow 0} \quad (4.53)$$

4.1.2 BOBINAS GRADIENTES LONGITUDINALES

Las expresiones matemáticas mostradas hasta este momento corresponden al diseño de gradientes transversales. Para el diseño de un gradiente longitudinal, tenemos las expresiones del capítulo 3.5.1 que no incorporan el blindaje durante el proceso de diseño. En ésta sección se incluyen expresiones matemáticas para la bobina de blindaje.

Considerando una bobina gradiente z , la distribución de corriente de la bobina primaria es definida como una serie de armónicos ponderados,

$$J_{\varphi} = \sum_{n=1}^N \frac{\lambda_{na}}{2l_a} \sin\left(\frac{\pi n z}{l_a}\right) \quad |z| < l_a \quad (4.46)$$

$$J_{\varphi} = 0 \quad |z| > l_a \quad ,$$

La TF de la ec. (4.46) da como resultado

$$J_{\varphi}^0(k) = \sum_{n=1}^N i\lambda_{na} [\text{sinc}(kl_a - n\pi) - \text{sinc}(kl_a + n\pi)] \quad , \quad (4.47)$$

donde $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$. Definiendo $\chi_{prim} = ka$, la ec. (4.47) se transforma en,

$$J_{\varphi}^0(\chi_{prim}) = \sum_{n=1}^N i\lambda_{na} \left[\text{sinc}\left(\frac{\chi_{prim} l_a}{a} - n\pi\right) - \text{sinc}\left(\frac{\chi_{prim} l_a}{a} + n\pi\right) \right] \quad , \quad (4.48)$$

Del mismo modo, la distribución de corriente de la bobina de blindaje es definida como una serie de armónicos ponderados,

$$j_{\varphi} = \sum_{n=1}^N \frac{\lambda_{nb}}{2l_b} \sin\left(\frac{\pi n z}{l_b}\right) \quad |z| < l_b \quad (4.49)$$

$$j_{\varphi} = 0 \quad |z| > l_b \quad ,$$

La TF de la ec. (4.49) da como resultado

$$j_{\varphi}^0(k) = \sum_{n=1}^N i\lambda_{nb} [\text{sinc}(kl_b - n\pi) - \text{sinc}(kl_b + n\pi)] \quad , \quad (4.50)$$

Donde $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$. Definiendo $\chi_{blind} = kb$, la ec. (4.48) se transforma en,

$$j_{\varphi}^0(\chi_{blind}) = \sum_{n=1}^N i\lambda_{nb} \left[\text{sinc}\left(\frac{\chi_{blind} l_b}{b} - n\pi\right) - \text{sinc}\left(\frac{\chi_{blind} l_b}{b} + n\pi\right) \right] \quad , \quad (4.51)$$

Y el campo magnético en la región $\rho < a$ depende de $J_{\varphi}^0(\chi_{prim}) = i \sum_{n=1}^N \lambda_{na} J_{na}(\chi_{prim})$ y puede ser escrita como

$$B_{zprim}(r, \varphi, z) = \frac{\mu_0}{2\pi a} \int_{-\infty}^{\infty} \chi_{prim} d\chi_{prim} j_{\varphi}^0(\chi_{prim}) e^{(i\chi_{prim} \frac{z}{a})} I_0\left(\chi_{prim} \frac{r}{a}\right) K_1(\chi_{prim}) , \quad (4.52)$$

donde

$$J_{na}(\chi_{prim}) = \left[\text{sinc}\left(\frac{\chi_{prim} l_a}{a} - n\pi\right) - \text{sinc}\left(\frac{\chi_{prim} l_a}{a} + n\pi\right) \right] , \quad (4.53)$$

El campo magnético en la región $\rho > b$ depende de $j_{\varphi}^0(\chi_{blind}) = i \sum_{n=1}^N \lambda_{nb} j_{nb}(\chi_{blind})$ y puede ser escrita como

$$B_{zblind}(r, \varphi, z) = \frac{\mu_0}{2\pi b} \int_{-\infty}^{\infty} \chi_{blind} d\chi_{blind} j_{\varphi}^0(\chi_{blind}) e^{(i\chi_{blind} \frac{z}{b})} I_0(\chi_{blind}) K_1\left(\chi_{blind} \frac{r}{b}\right) , \quad (4.54)$$

donde

$$J_{nb}(\chi_{blind}) = \left[\text{sinc}\left(\frac{\chi_{blind} l_b}{b} - n\pi\right) - \text{sinc}\left(\frac{\chi_{blind} l_b}{b} + n\pi\right) \right] , \quad (4.55)$$

El campo magnético puede ser escrito como

$$B_z(r, \varphi, z) = \sum_{n=1}^N \lambda_n d_n , \quad (4.56)$$

donde d_n tiene la forma

$$d_n = \frac{\mu_0 i}{2\pi a} \int_{-\infty}^{\infty} d\chi_{prim} e^{i\chi_{prim} \frac{z}{a}} \chi_{prim} j_{na}(\chi_{prim}) K_1(\chi_{prim}) I_0\left(\chi_{prim} \frac{r}{a}\right) - \frac{\mu_0 i}{2\pi b} \int_{-\infty}^{\infty} d\chi_{blind} e^{i\chi_{blind} \frac{z}{b}} \chi_{blind} j_{nb}(\chi_{blind}) I_0(\chi_{blind}) K_1\left(\chi_{blind} \frac{r}{b}\right) , \quad (4.57)$$

Mientras la inductancia es dada por:

$$L = \frac{\mu_0 a^2}{I^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk |j_{\varphi}^0(\chi_{prim})|^2 I_1(\chi_{prim}) K_1(\chi_{prim}) + \frac{\mu_0 b^2}{I^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk |j_{\varphi}^0(\chi_{blind})|^2 I_1(\chi_{blind}) K_1(\chi_{blind}) , \quad (4.58)$$

y se puede reescribir como

$$L = \frac{\mu_0 a^2}{I^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk \left(\sum_{p=1}^N \lambda_{pa} J_{pa}(\chi_{prim}) \right) \left(\sum_{n=1}^N \lambda_{na} J_n(\chi_{prim}) \right) I_1(\chi_{prim}) K_1(\chi_{prim}) \\ + \frac{\mu_0 b^2}{I^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk \left(\sum_{p=1}^N \lambda_{pb} j_{pb}(\chi_{blind}) \right) \left(\sum_{n=1}^N \lambda_{nb} j_{nb}(\chi_{blind}) \right) I_1(\chi_{blind}) K_1(\chi_{blind}) \quad (4.59)$$

Esta ecuación puede ser usada para evaluar el desempeño de un diseño de bobina.

Para diseñar una bobina, se hace una funcional de la suma de los cuadrados de la desviación de campo de la variación de campo deseado, $B_z = gz$, sobre un conjunto de puntos N_p , donde se agrega la inductancia por un factor α , para ser minimizada:

$$U = \sum_{q=1}^N (gz_q - B_z(r_q))^2 + \alpha L \quad , \quad (4.60)$$

El término $B_z(r_p)$ incluye el campo magnético producido por la bobina primaria, la de blindaje y alambres radiales. Es importante mencionar que los coeficientes de la bobina primaria y de blindaje son diferentes. En la minimización de la funcional, tenemos en un principio $2N + 2$ ecuaciones para $2N + 2$ coeficientes. Sin embargo a_0 y b_0 están relacionados por la ecuación de continuidad, resultando en $N + 1$ ecuaciones para la bobina primaria y N ecuaciones de la bobina de blindaje.

La minimización requiere que

$$\frac{dU}{d\lambda_{na}} = \sum_{q=1}^N 2(gz_q - B_z(r_q)) \frac{dB_z(r_q)}{d\lambda_{na}} + \alpha \frac{dL}{d\lambda_{na}} \quad , \quad (4.61)$$

$$\frac{dU}{d\lambda_{nb}} = \sum_{q=1}^N 2(gz_q - B_z(r_q)) \frac{dB_z(r_q)}{d\lambda_{nb}} + \alpha \frac{dL}{d\lambda_{nb}} \quad , \quad (4.62)$$

Como $B_z(r_q)$ está en función de los coeficientes λ_{na} y λ_{nb} , de las ecuaciones (4.59) y (4.60), se obtiene un conjunto de ecuaciones simultáneas que pueden resolverse por eliminación Gaussiana para producir valores de los coeficientes.

Una vez que se resuelve la ecuación (4.61) y (4.62) para encontrar los valores de los coeficientes λ_{na} y λ_{nb} , la distribución de corriente es dada por la ecuación (4.53) y (4.54). La simetría azimutal de la distribución de corriente permite que la bobina se compuesta de un arreglo de aros de alambre. Las posiciones de los aros, z_n , que representan mejor esta distribución es dada por

$$I_n = \int_0^{z_n} j_\phi dz' = \frac{(2n-1)}{2N} \int_0^\infty j_\phi dz' \quad , \quad (4.63)$$

Para caracterizar el desempeño de la bobina se utiliza η^2/L , donde η es calculada por la ec. (3.19). Se ha mencionado que η^2/L puede ser tan grande como sea posible mientras se mantiene la homogeneidad. Para encontrar el valor de la eficiencia de la ecuación (3.71), debe ser evaluada en el origen

$$\frac{dB_z}{dz} = \frac{\mu_0 i}{2\pi a^2} \int_{-\infty}^{\infty} \chi_{prim}^2 d\chi_{prim} e^{i\chi_{prim} \frac{z}{a}} J_{\varphi}^0(\chi_{prim}) K_1(\chi_{prim}) I_0\left(\chi_{prim} \frac{r}{a}\right) - \frac{\mu_0 i}{2\pi b^2} \int_{-\infty}^{\infty} \chi_{blind}^2 d\chi_{blind} e^{i\chi_{blind} \frac{z}{b}} \chi_{blind} J_{\varphi}^0(\chi_{blind}) I_0(\chi_{blind}) K_1\left(\chi_{blind} \frac{r}{b}\right) \quad (4.64)$$

Evaluando en el origen, $I_0\left(\chi \frac{r}{a}\right) \rightarrow 1$ cuando $r \rightarrow 0$ y $e^{i\chi \frac{z}{a}} \rightarrow 1$ cuando $z \rightarrow 0$, solamente $\cos\left(\chi_{prim} \frac{z}{a}\right)$ contribuye porque $\chi_{prim}^2 J_{\varphi}^0(\chi_{prim}) I_0\left(\chi_{prim} \frac{r}{a}\right)$ es simétrico.

El caso contrario pasa con el segundo término de la ecuación anterior, es decir, $K_1\left(\chi_{blind} \frac{r}{b}\right) \rightarrow \infty$ cuando $r \rightarrow 0$ y $e^{i\chi \frac{z}{b}} \rightarrow 1$ cuando $z \rightarrow 0$, solamente $\cos\left(\chi_{blind} \frac{z}{b}\right)$ contribuye porque $\chi_{blind}^2 J_{\varphi}^0(\chi_{blind}) I_0(\chi_{blind}) K_1\left(\chi_{blind} \frac{r}{b}\right)$ es también simétrico.

La eficiencia es dada por:

$$\eta = \frac{\mu_0}{2\pi a^2 I} \int_{-\infty}^{\infty} d\chi_{prim} \chi_{prim}^2 j_{\varphi}^0(\chi_{prim}) K_1(\chi_{prim}) + \frac{\mu_0}{2\pi b^2 I} \int_{-\infty}^{\infty} d\chi_{blind} \chi_{blind}^2 j_{\varphi}^0(\chi_{blind}) K_1(\chi_{blind}), \quad (4.65)$$

y

$$\frac{\eta^2}{L} =$$

$$\frac{\left[\frac{\mu_0}{2\pi a^2 I} \int_{-\infty}^{\infty} d\chi_{prim} \chi_{prim}^2 j_{\varphi}^0(\chi_{prim}) K_1(\chi_{prim}) + \frac{\mu_0}{2\pi b^2 I} \int_{-\infty}^{\infty} d\chi_{blind} \chi_{blind}^2 j_{\varphi}^0(\chi_{blind}) K_1(\chi_{blind}) \right]^2}{\frac{\mu_0}{I^2} \left[a^2 \int_{-\infty}^{\infty} dk |j_{\varphi}^0(\chi_{prim})|^2 I_1(\chi_{prim}) K_1(\chi_{prim}) + b^2 \int_{-\infty}^{\infty} dk |j_{\varphi}^0(\chi_{blind})|^2 I_1(\chi_{blind}) K_1(\chi_{blind}) \right]} \quad (4.66)$$

4.2 BOBINAS GRADIENTES PARA CABEZA

Se sabe que la inductancia de la bobina para una eficiencia constante depende de a^5 (a es el radio de la bobina), esto hace que sea posible aumentar considerablemente los requerimientos usando bobinas gradientes cilíndricas insertables para imagenología de cabeza, o extremidades¹⁰⁶⁻¹¹⁰. La presencia de los hombros origina problemas en el diseño de bobinas gradientes para este propósito, pero su ventaja más importante es que estas permiten que el centro del cerebro sea posicionado a menos de 20 cm al final de la bobina y como consecuencia la relación longitud a diámetro ($L/2*a$) tiene que estar cerca de la unidad, es un parámetro importante que utilizaremos.

Estos valores no son fuente de problemas para bobinas gradientes axiales, sin embargo, no permite el suficiente espacio para el retorno de alambres en bobinas gradientes transversales, disminuyendo considerablemente en el desempeño de las bobinas. Han sido propuestos un considerable número de soluciones, entre ellas se incluyen superficies con ranuras para los hombros o el uso de una forma cilíndrica cuyo radio incrementa en los hombros. La aproximación más comúnmente usada es hacer bobinas gradientes asimétricas tales que la región de uniformidad del gradiente sea posicionada en un extremo del gradiente. Esto permite menor distribución axial de la corriente, que da mejores valores de η^2/L y η^2/R . Una distribución de corriente asimétrica puede ser generada fácilmente incluyendo armónicos en las ecuaciones (3.54) y (3.75). Sin embargo, si se rompe la simetría axial de la bobina permite que la torca que experimentan el alambrado del gradiente como resultado de la fuerza de Lorentz no sea cero, causando que los problemas mecánicos potenciales en la bobina. Afortunadamente agregando otro término en la distribución de corriente es posible producir una torca balanceada, diseñar una bobina gradiente asimétrica. Tales bobinas tienen un valor de η^2/L que es mucho mejor que para gradientes simétricos. Este trabajo se abordará el diseño de un sistema de bobinas gradientes simétricas.

4.3 DISEÑO Y SIMULACIÓN DEL SISTEMA DE GRADIENTES

Para este propósito, se realizó una GUI (Graphical User Interface) con el lenguaje de programación MATLAB y utilizando las expresiones matemáticas definidas para facilitar la minimización de la funcional preestablecida para un gradiente x (o y) y un gradiente z (Figura 4.2). El programa realiza un barrido de ponderaciones para obtener el mejor diseño y despliega gráficas en 3D de inductancia y η^2/L , calcula automáticamente la Stream Function para la bobina primaria y la del blindaje, así como los caminos de corriente en 2D y 3D, calcula la eficiencia, la inductancia, la figura de mérito η^2/L para un diseño particular resultando en un sistema de gradientes de mínima inductancia, máxima eficiencia y figura de mérito (FOM, Figure Of Merit).

Para ser más objetivos en el uso de esta GUI, se diseñará un sistema de gradientes para cabeza tomando en cuenta que en el Centro Nacional en Instrumentación Médica (CI3M) se cuenta con un Sistema de Resonancia Magnética Phillips Achieva de 3 T con un bore de 60 cm de diámetro, los gradientes están blindados activamente, su intensidad máxima es de 80mT/m y el Slew Rate es de 200mT/m/ms. Es necesario conocer estas especificaciones porque el sistema de gradientes a diseñar están ordenados como muestra la siguiente figura 2. Los parámetros que el usuario puede programar son el radio de la bobina primaria y el radio de la bobina de blindaje, la relación longitud de la bobina/radio de la bobina, el número de vueltas para la bobina primaria y la de blindaje, la longitud de la bobina primaria, la ponderación de los campos magnéticos para radios mayores al de la bobina externa (β) y la ponderación de los campos magnéticos para radios mayores al de la bobina externa (α).

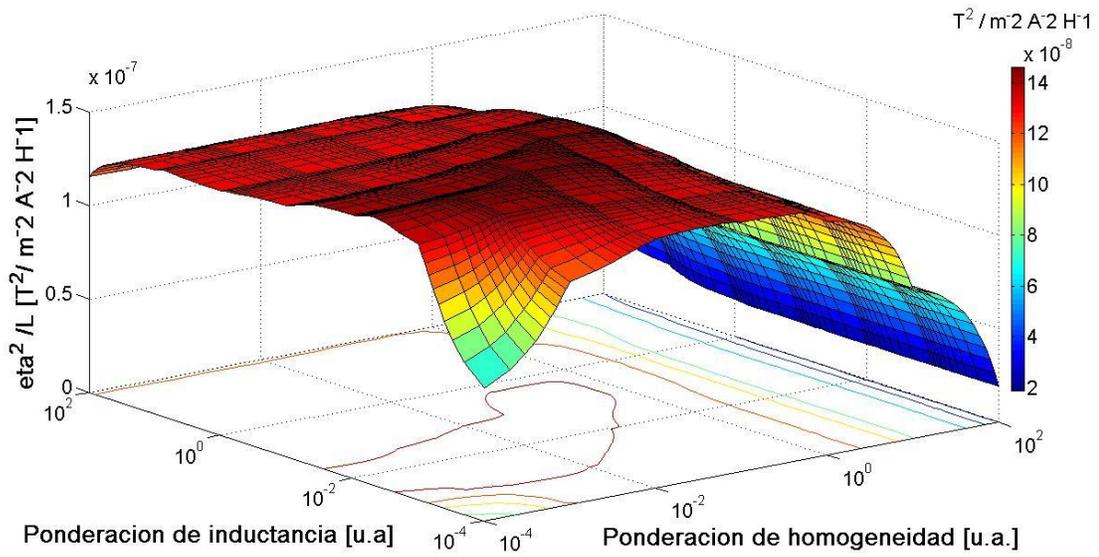


Figura 4.2 GUI en Matlab generada para diseño y simulación de gradientes para IRM.

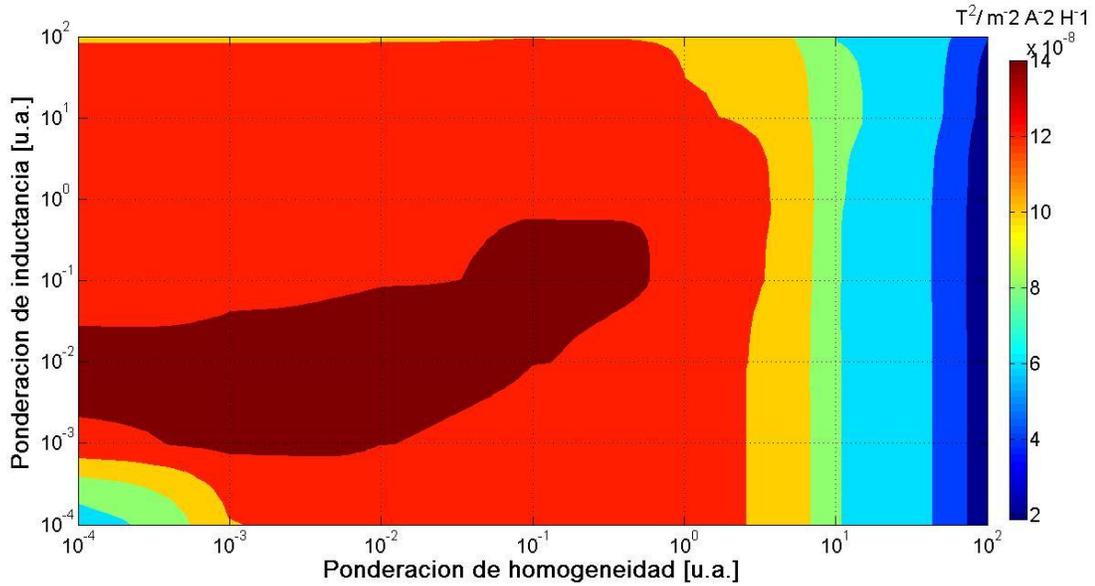
4.3.1 DISEÑO Y SIMULACIÓN DEL GRADIENTE TRANSVERSAL

Entre las características de diseño del gradiente x , se encuentran el radio de la bobina primaria de 0.16 m, la longitud media de la bobina primaria es de 0.16 m como consecuencia, el cociente longitud diámetro es 1, cumpliéndose el requerimiento principal para el diseño de bobinas gradientes para cabeza. El radio de la bobina de blindaje es de 0.175 m, la relación de los radios de bobina interior y exterior es de 1.09375 con un ángulo θ igual a 45° . Los radios utilizados para calcular el campo magnético se 0.01 m, 0.035 m, 0.07 m y 0.180 m. El número de posiciones z donde el campo se definió igual a gz corresponden a las ubicaciones axiales 0.0049m, 0.0073m, 0.0098m, 0.012m, 0.014m. Las mismas ubicaciones axiales se utilizaron en la minimización de campo fuera de la bobina de blindaje. Por lo tanto el campo fue limitado a 15 puntos ($N_p = 15$) dentro de la bobina primaria y limitado por 5 puntos ($N_q = 5$) fuera de la bobina. El número de armónicos utilizados para la bobina primaria y la de blindaje es 6 añadiendo en cada caso el armónico cero.

Dado que el diseño de la bobina depende de los parámetros β y α que se utilicen al minimizar la funcional de la ec. (4.37), el programa realiza un barrido de ponderaciones para $\beta = 0.0001, 0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100$ y $\alpha = 0.0001, 0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100$ para calcular los valores de la FOM e inductancia (Ver figura 4.3 y 4.4) y los grafica por medio de una malla en 3D y obtiene su gráfica de contornos de línea, dejando constantes el radio de la bobina primaria, el radio de la bobina de blindaje mencionados antes, con un número de vueltas igual a 15 para ambas bobinas.

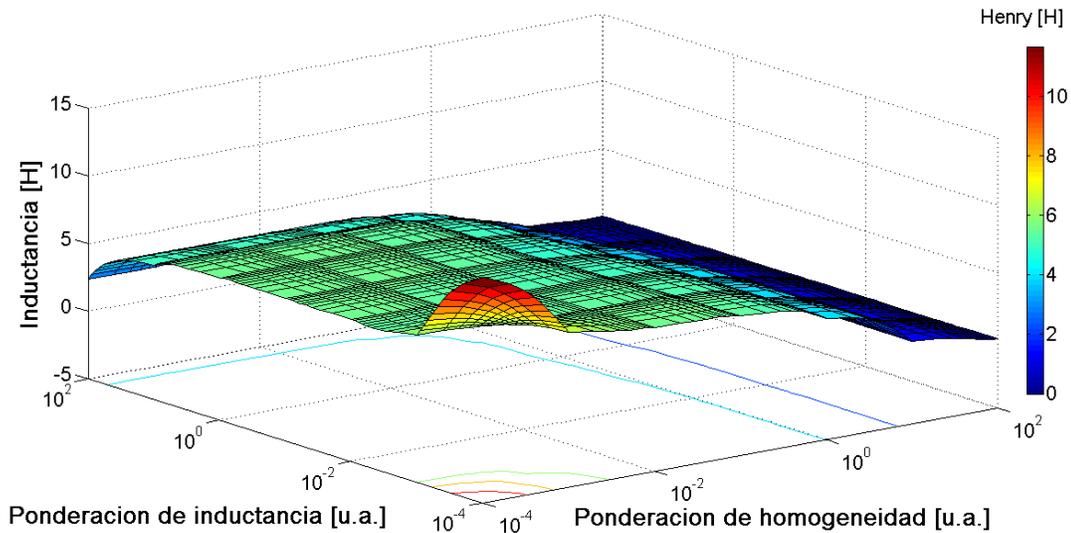


a)



b)

Figura 4.3 a) Figura de mérito η^2/L en función de las ponderaciones β y α , y b) sus contornos de línea.



a)

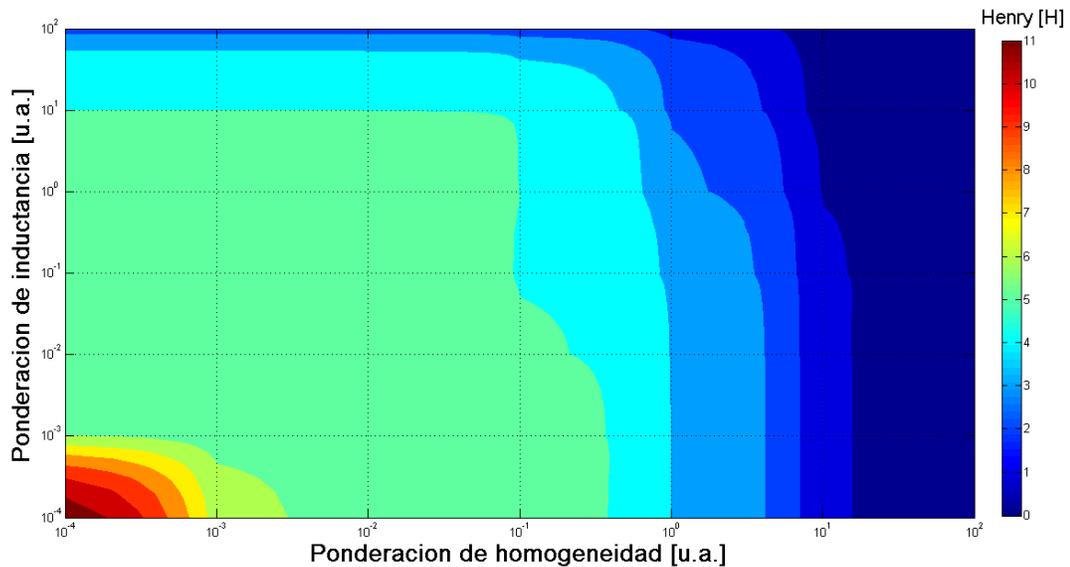


Figura 4.4 a) Inductancia L en función de las ponderaciones β y α , y b) sus contornos de línea.

De este modo podemos observar los valores más altos de FOM a valores bajos de Inductancia. Existe un problema en el proceso de diseño, este es que el alambrado de la bobina a veces se vuelve más complicado y no es fácil construirlo.

Una vez que se ha elegido el diseño de la bobina en base a los valores β y α , se calcula la Stream Function de la bobina primaria y la del blindaje y a su vez se obtienen los caminos de corriente en 2D para ambas bobinas de su respectivas SF. La figura 4.5 muestra la SF para la bobina primaria y

la de Blindaje. La figura 4.6 y 4.7 muestra los caminos de corriente para la bobina primaria y la de blindaje.

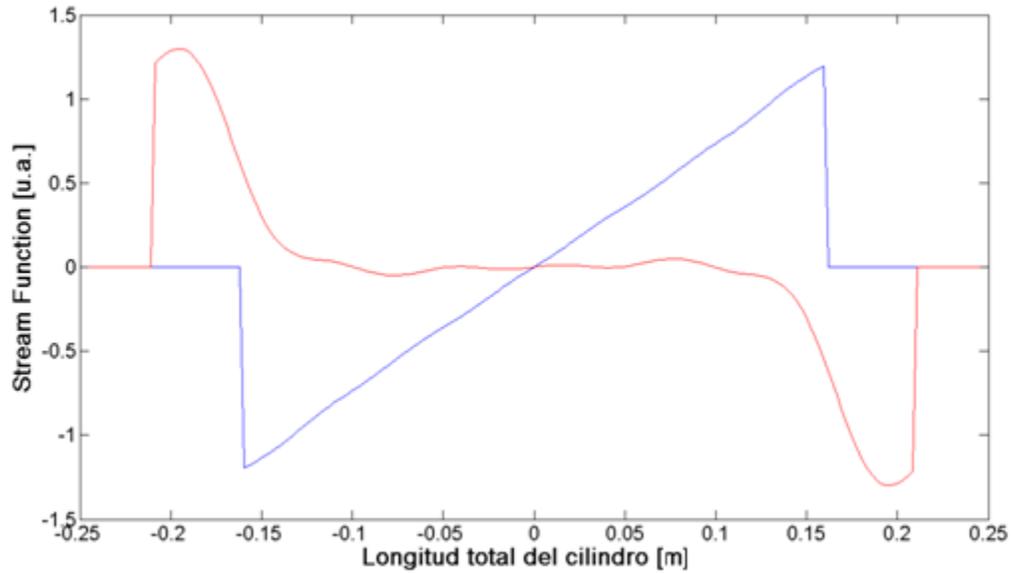


Figura 4.5 Stream Function para a) la bobina primaria y b) la bobina de blindaje.

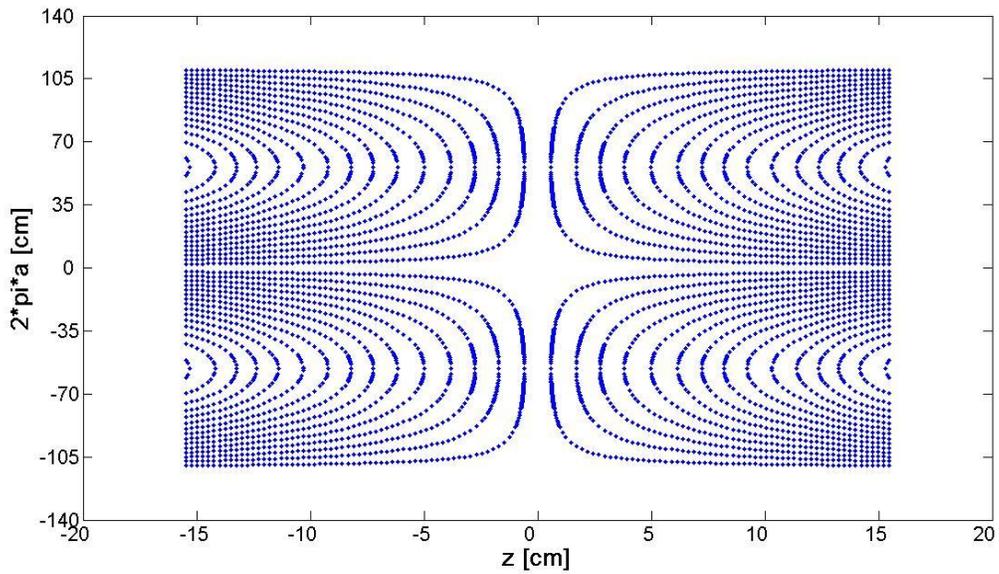


Figura 4.6 Gradiente transversal: caminos de corriente en 2D para la bobina primaria con un radio $a = 0.16$ m, con un número de vueltas igual a 15.

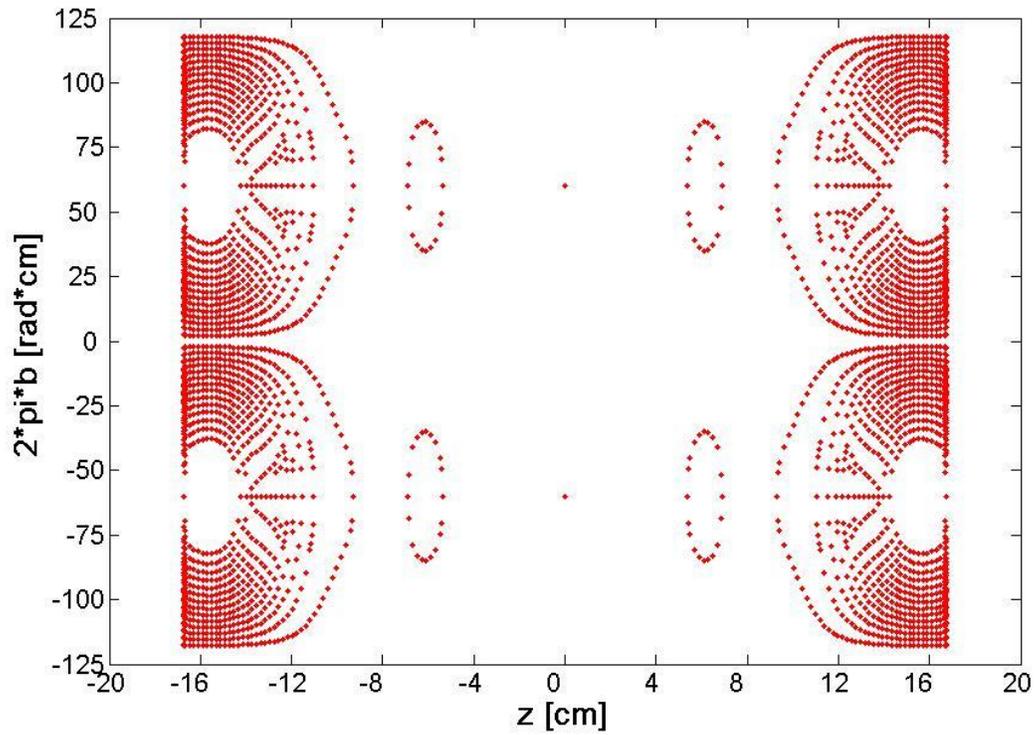


Figura 4.7 Gradiente transversal: caminos de corriente en 2D para la bobina de blindaje con un radio $b = 0.175$ m, con un número de vueltas igual a 15.

La figura 4.8 muestra los caminos de corriente para la bobina primaria y la de blindaje en 3D para este diseño.

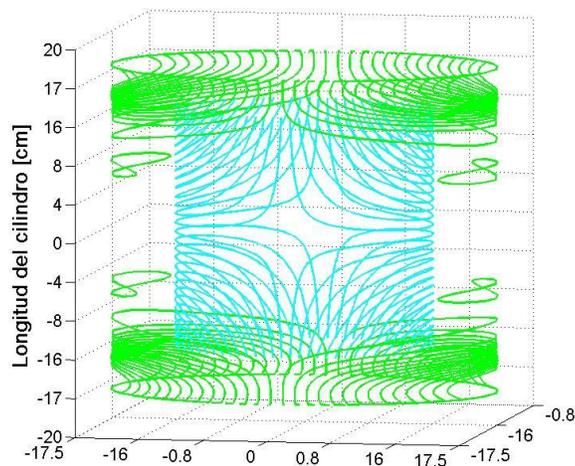


Figura 4.8 Caminos de corriente en 3D para la bobina primaria (azul) y la de blindaje (verde) con un radio $a = 0.16$ m y $b = 0.175$ m respectivamente, con un número de vueltas igual a 15.

Para cada uno de los puntos de los caminos de corriente de la bobina primaria, la de blindaje y los alambres radiales se calcula el campo magnético por medio de la ley de Biot-Savart con una corriente $I = 1 A$ para distintos valores de x y z dejando y constante.

La figura 4.9 y 4.10 muestra los campos normalizados de la suma de los campos magnéticos generados por los alambres de la bobina primaria, blindaje y radiales para el gradiente transversal x a radios menores a 0.16 m y radios mayores a 0.175 m.

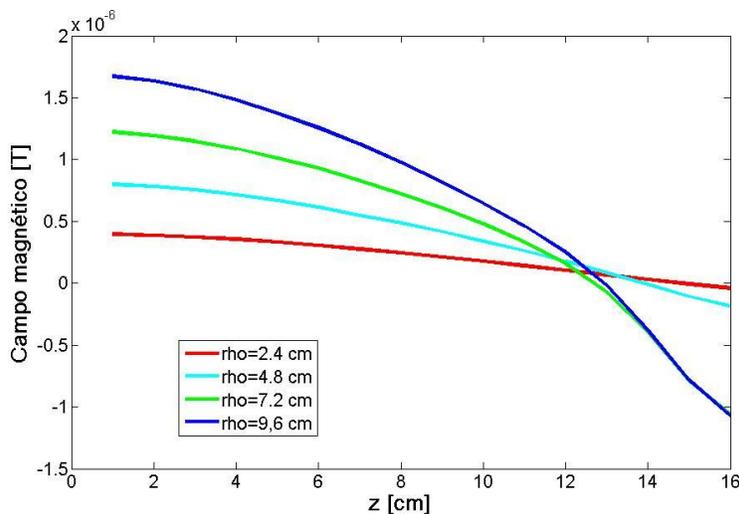


Figura 4.9 Campo magnético normalizado para el gradiente transversal x para radios < 0.16 m. La línea azul (a): límite de la longitud de la bobina primaria. Línea guinda (b): límite de la longitud de la bobina de blindaje.

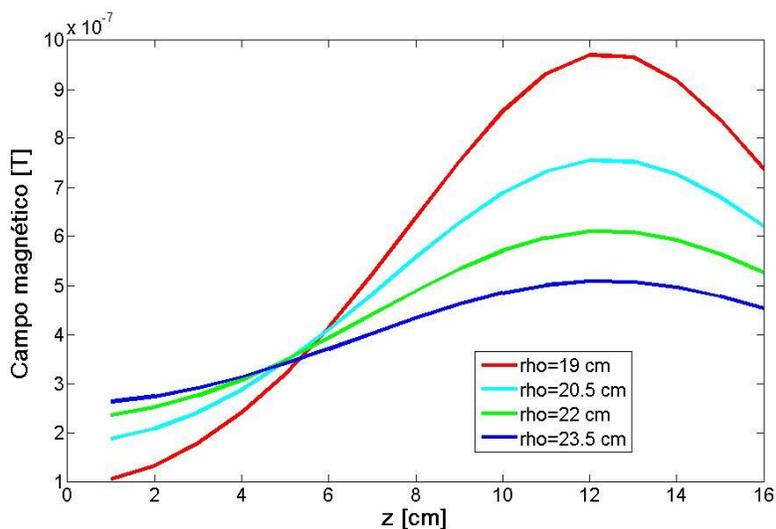


Figura 4.10 Campo magnético normalizado para el gradiente transversal x para radios > 0.175 m. La línea azul (a): límite de la longitud de la bobina primaria. Línea guinda (b): límite de la longitud de la bobina de blindaje.

Si aumentamos el número de vueltas a 30 para generar el mismo gradiente obtenemos los caminos de corriente mostrados en las Figuras 4.11 y 4.12.

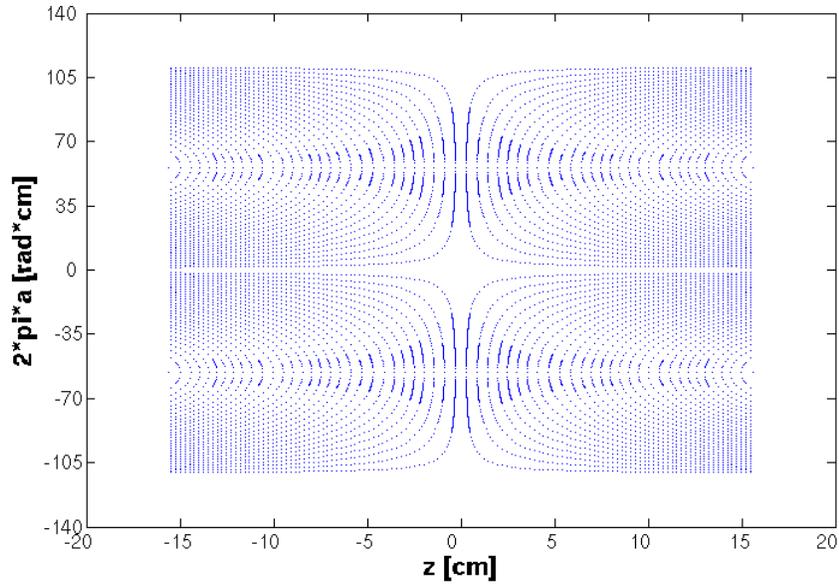


Figura 4.11 Gradiente transversal: caminos de corriente en 2D para la bobina primaria con un radio $a = 0.16$ m, con un número de vueltas igual a 30.

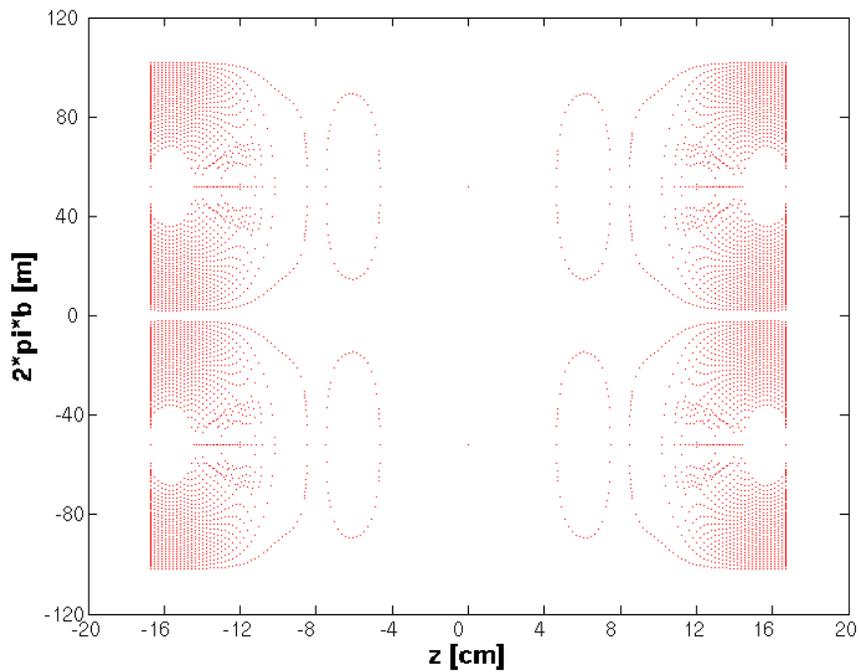


Figura 4.12 Gradiente transversal: caminos de corriente en 2D para la bobina de blindaje con un radio $b = 0.175$ m, con un número de vueltas igual a 30.

Al comparar las Figuras 4.6 con la 4.11 y la Figura 4.7 y 4.12, observamos que al aumentar el número de vueltas se incrementa la densidad de alambres por cm^2 para este diseño, lo cual, para fines prácticos, puede ser difícil construir el prototipo.

Los gradientes transversales son ortogonales, de modo que el diseño anterior del gradiente x puede rotarse 90° para generar el gradiente en y . Sin embargo, este requiere su propio diseño debido a la naturaleza del sistema de gradientes. De tal manera que entre las características de diseño del gradiente y , se encuentran el radio de la bobina primaria de 0.19 m, la longitud media de la bobina primaria es de 0.19 m como consecuencia, el cociente longitud diámetro es 1, cumpliéndose nuevamente el requerimiento principal para el diseño de bobinas gradientes para cabeza. El radio de la bobina de blindaje es de 0.205 m, la relación de los radios de bobina interior y exterior es de 1.07894 con un ángulo θ igual a 45° . Los radios utilizados para calcular el campo magnético se 0.01 m, 0.035 m, 0.07 m y 0.180 m. El número de posiciones z donde el campo se definió igual a gz corresponden a las ubicaciones axiales 0.0049m, 0.0073m, 0.0098m, 0.012m, 0.014m. Las mismas ubicaciones axiales se utilizaron en la minimización de campo fuera de la bobina de blindaje. Por lo tanto el campo fue limitado a 15 puntos ($N_p = 15$) dentro de la bobina primaria y limitado por 5 puntos ($N_q = 5$) fuera de la bobina. El número de armónicos utilizados para la bobina primaria y la de blindaje es 6 añadiendo en cada caso el armónico cero.

4.3.2 DISEÑO Y SIMULACIÓN DEL GRADIENTE LONGITUDINAL

Entre las características de diseño del gradiente z , se encuentran el radio de la bobina primaria de 0.22 m, la longitud media de la bobina primaria es de 0.22 m como consecuencia, el cociente longitud diámetro es 1, cumpliéndose el requerimiento principal para el diseño de bobinas gradientes para cabeza. El radio de la bobina de blindaje es de 0.235 m, la relación de los radios de bobina interior y exterior es de 1.06818 con un ángulo θ igual a 45° . Los radios utilizados para calcular el campo magnético se 0.01 m, 0.035 m, 0.14 m y 0.250 m. El número de posiciones z donde el campo se definió igual a gz corresponden a las ubicaciones axiales 0.0049m, 0.0073m, 0.0098m, 0.012m, 0.014m. Las mismas ubicaciones axiales se utilizaron en la minimización de campo fuera de la bobina de blindaje. Por lo tanto el campo fue limitado a 15 puntos ($N_p = 15$) dentro de la bobina primaria y limitado por 5 puntos ($N_q = 5$) fuera de la bobina. El número de armónicos utilizado para ambas bobinas es de 9 añadiendo en cada caso el armónico cero.

Dado que el diseño de la bobina depende solamente del parámetro α que se utilice al minimizar la funcional de la ec. (4.60), el programa realiza un barrido de ponderaciones de $\alpha = 0.0001, 0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100$ para calcular los valores de la FOM e inductancia y los grafica en 2D (ver figura 4.13 y 4.14), dejando constantes el radio de la bobina primaria, el radio de la bobina de blindaje mencionados antes, con un número de vueltas igual a 10 para ambas bobinas.

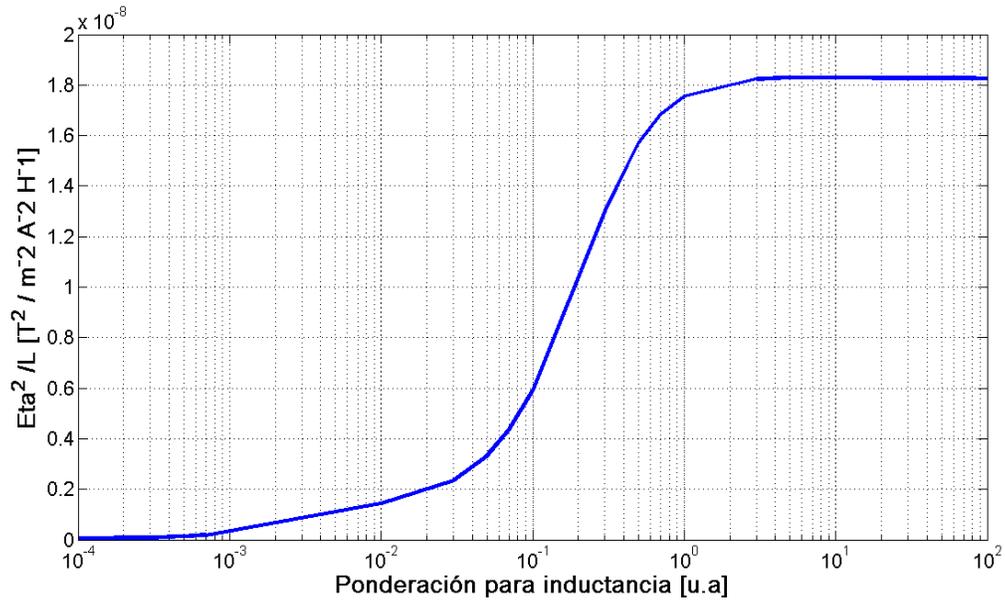


Figura 4.13 a) Figura de mérito η^2/L en función α .

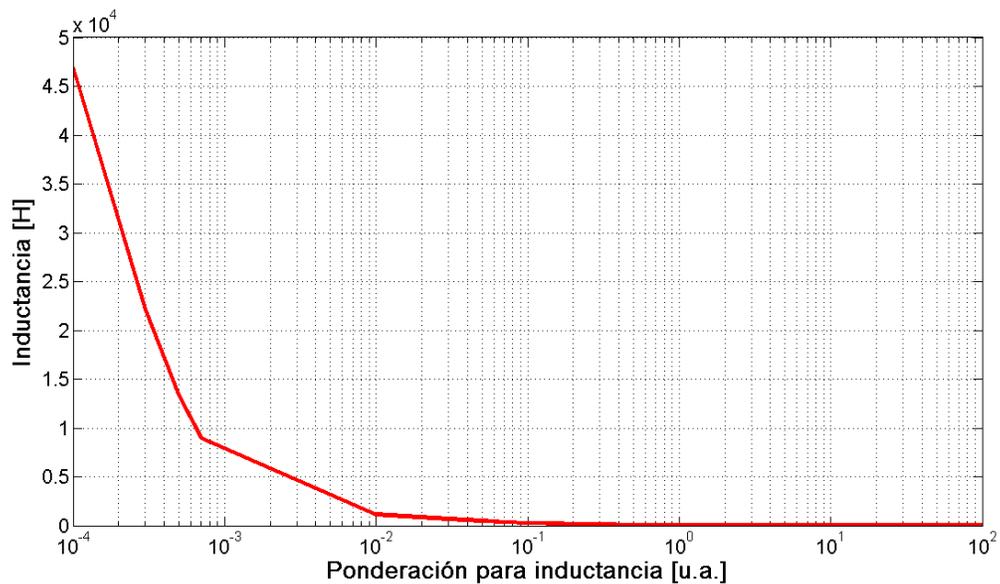


Figura 4.14 Inductancia L en función de α .

De este modo podemos observar los valores más altos de FOM a valores bajos de Inductancia. Igualmente, existe un problema en el proceso de diseño, este es que el alambrado de la bobina a veces se vuelve más complicado y no es fácil construirlo.

Una vez que se ha elegido el diseño de la bobina en base al valor α , se calcula la Stream Function de la bobina primaria y la del blindaje y a su vez se obtienen los caminos de corriente en 2D para ambas bobinas de sus respectivas SF (Figuras 4.15 y 4.16).

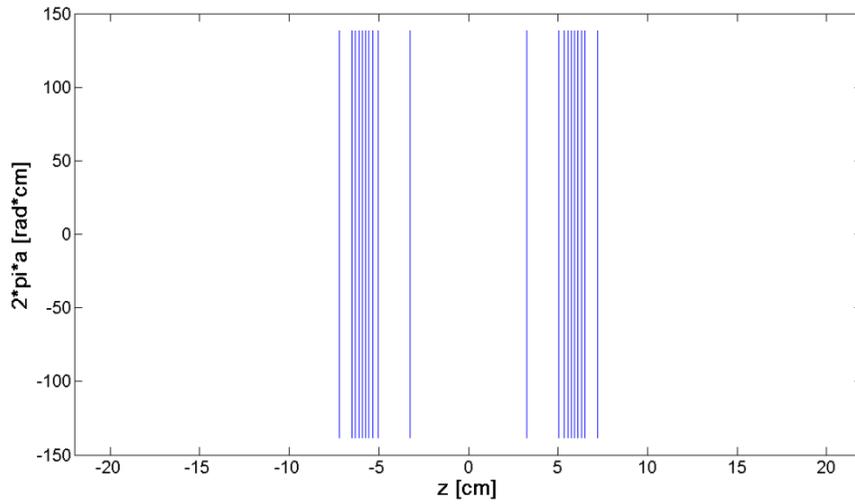


Figura 4.15 Gradiente longitudinal: caminos de corriente en 2D para la bobina primaria con un radio $a = 0.22$ m, con un número de vueltas igual a 10.

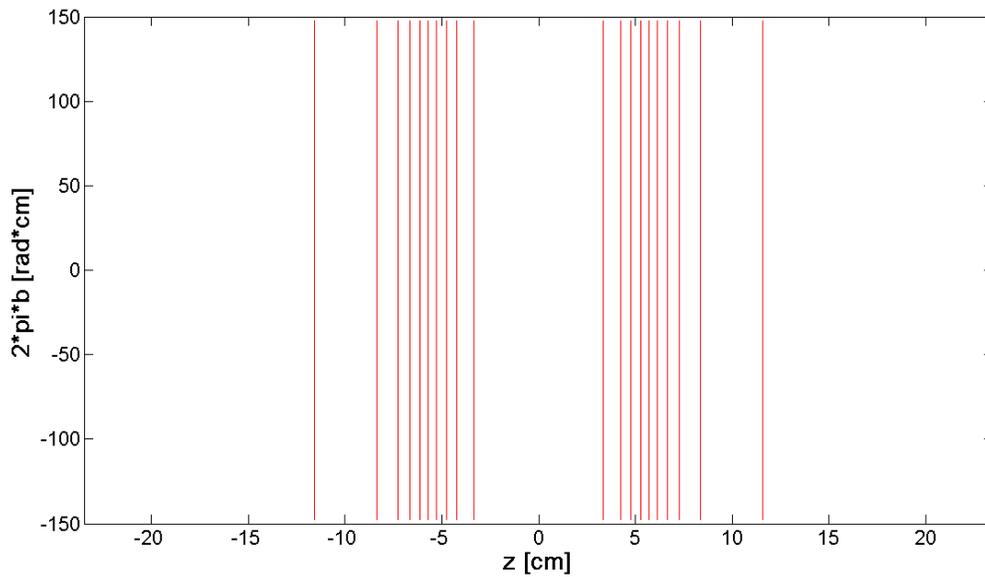


Figura 4.16 Gradiente longitudinal: caminos de corriente en 2D para la bobina de blindaje con un radio $b = 0.235$ m, con un número de vueltas igual a 10.

La figura 4.17 muestra los caminos de corriente para la bobina primaria y la de blindaje en 3D.

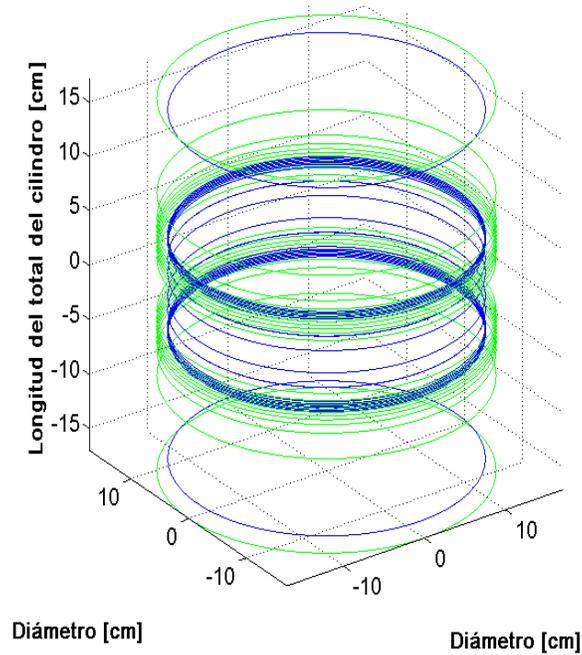


Figura 4.17 Caminos de corriente en 3D para la bobina primaria y la de blindaje con un radio $a = 0.22$ m y $b = 0.235$ m, con un número de vueltas igual a 10.

Para cada uno de los puntos de los caminos de corriente de la bobina primaria, la de blindaje y los alambres radiales se calcula el campo magnético por medio de la ley de Biot-Savart con una corriente $I = 1$ A para distintos valores de x y z dejando a y b constante. La Figura 4.18 y 4.19, muestra el campo magnético de la bobina primaria y del blindaje para radios menores a 0.22 m respectivamente.

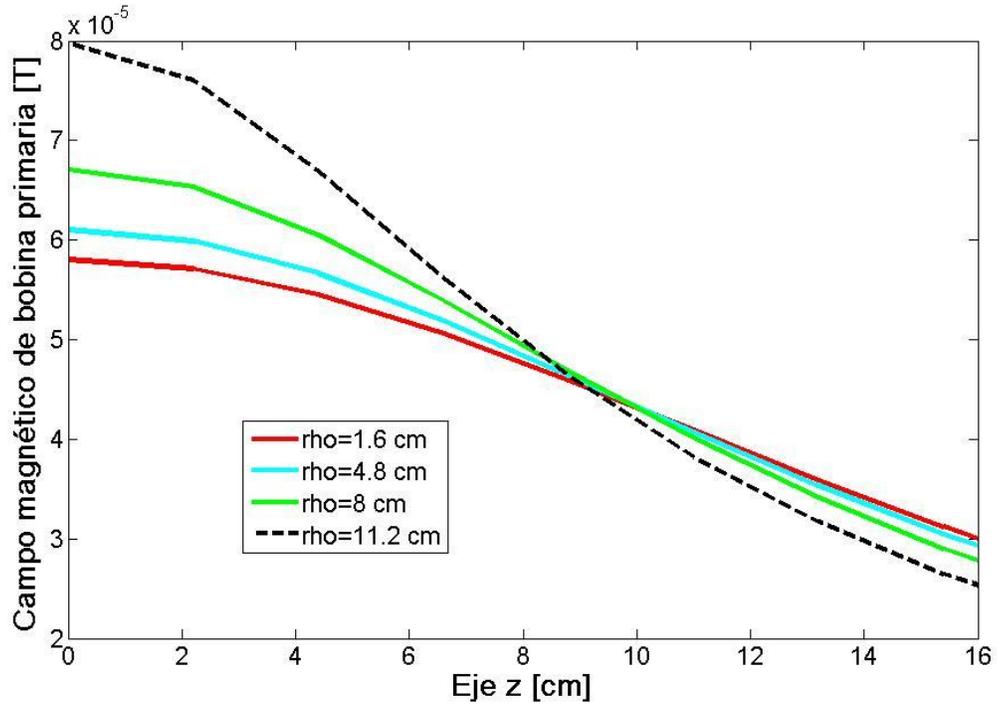


Figura 4.18 Campo magnético para bobina primaria para radios < 0.22 m.

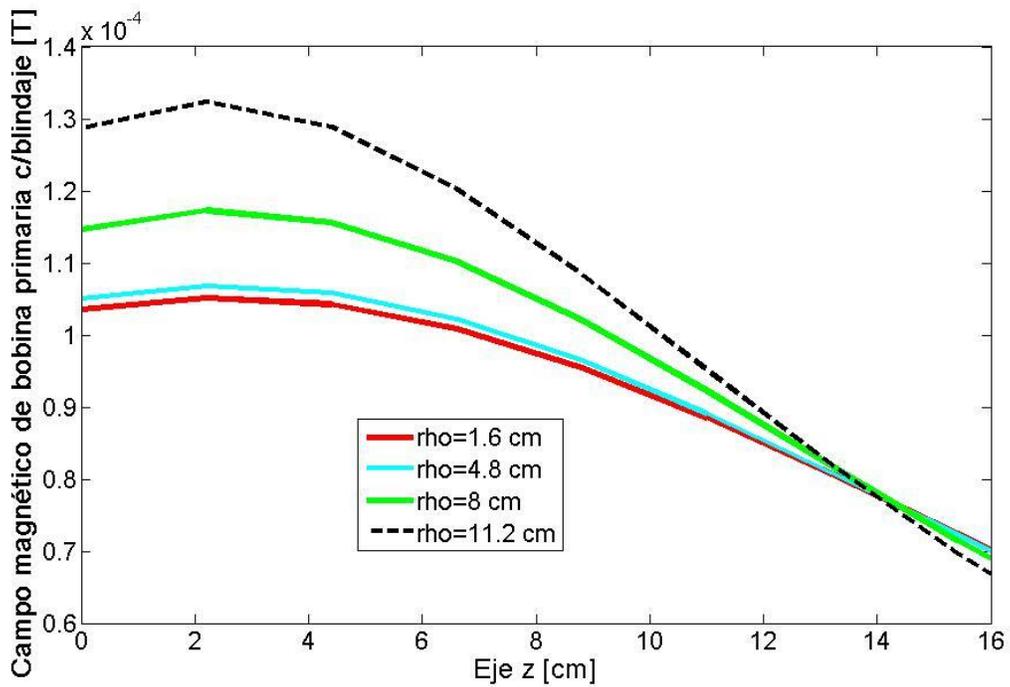


Figura 4.19 Campo magnético para bobina primaria con blindaje para radios < 0.22 m.

La Figura 4.17 y 4.18, muestra el campo magnético de la bobina primaria y del blindaje para radios mayores a 0.235 m respectivamente.

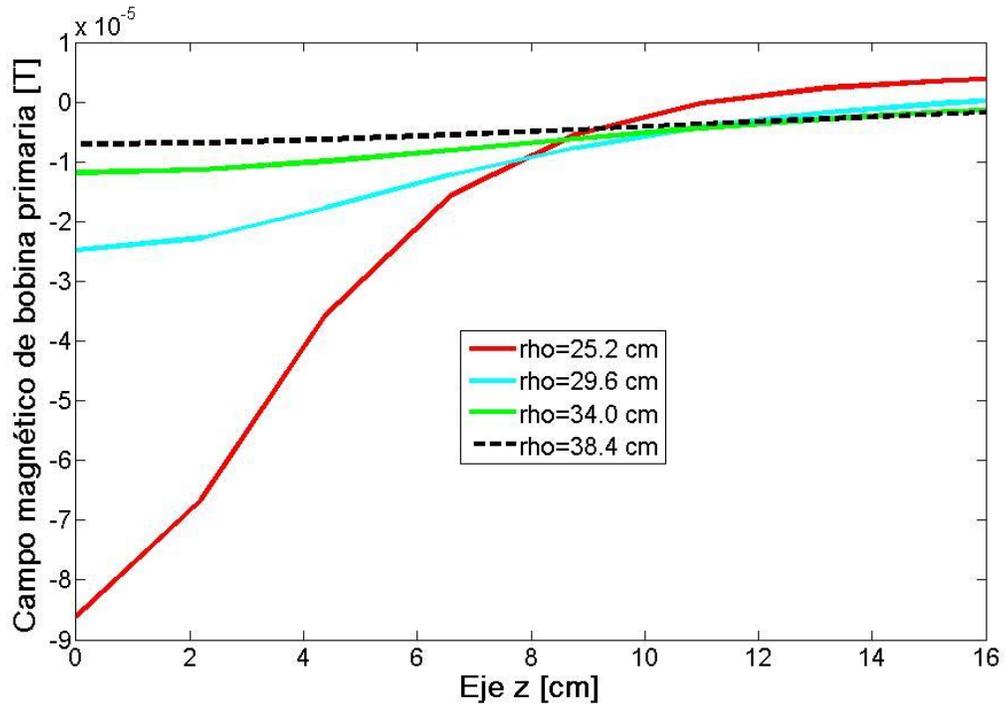


Figura 4.20 Campo magnético para bobina primaria para radios > 0.235 m.

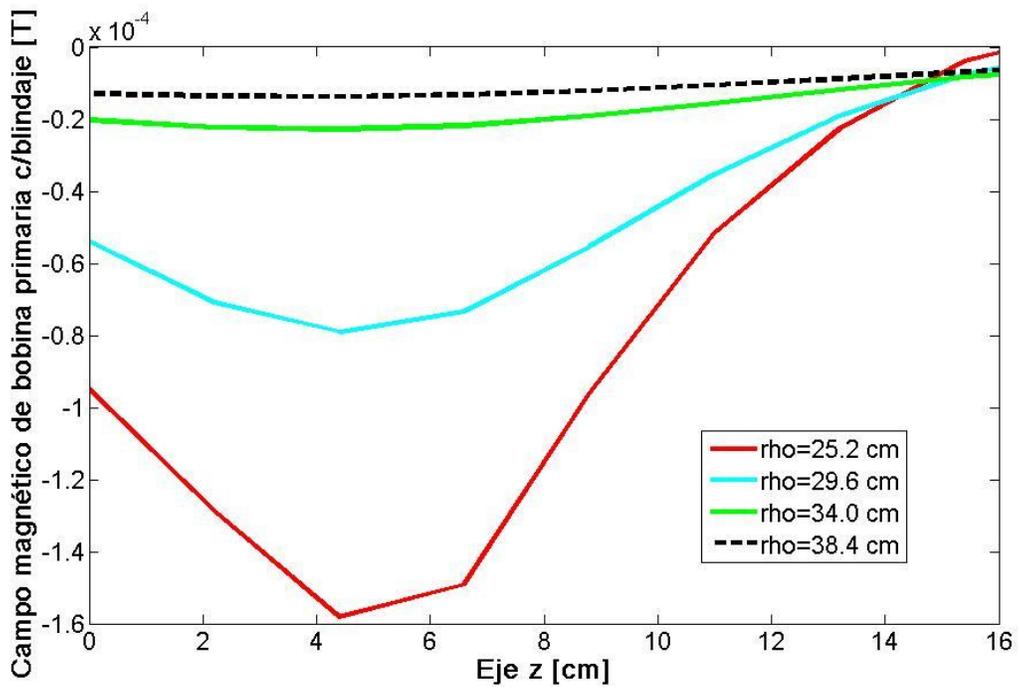


Figura 4.21 Campo magnético para bobina de blindaje para radios > 0.235 m.

Si aumentamos el número de vueltas a 30 para generar el mismo gradiente obtenemos los caminos de corriente mostrados en las Figuras 4.22 y 4.23.

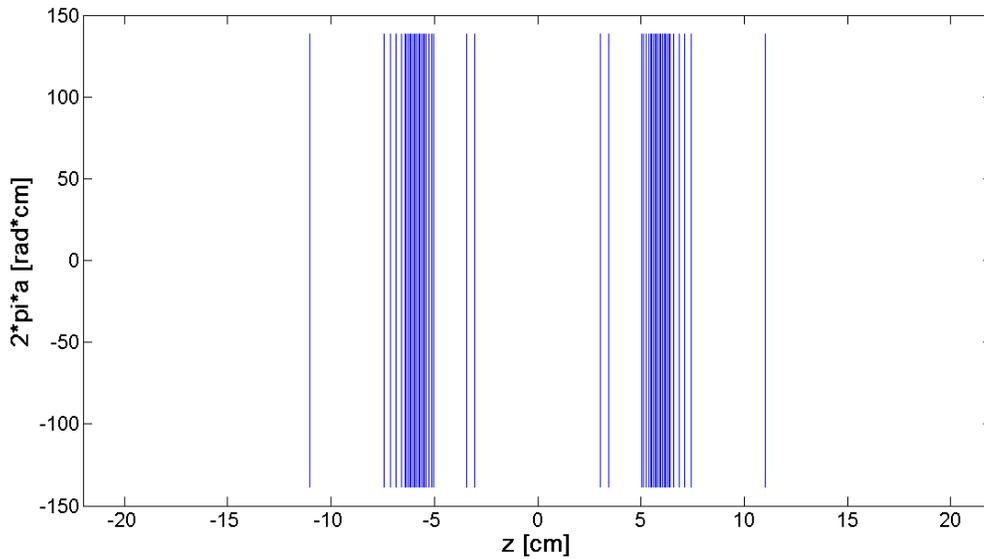


Figura 4.22 Gradiente longitudinal: caminos de corriente en 2D para la bobina primaria con un radio $a = 0.22$ m, con un número de vueltas igual a 25.

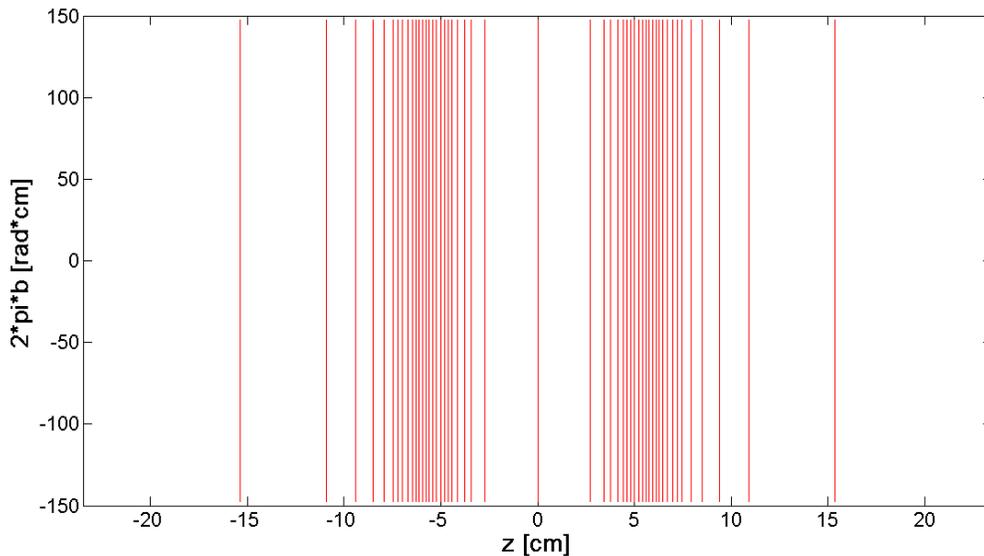


Figura 4.23 Gradiente longitudinal: caminos de corriente en 2D para la bobina de blindaje con un radio $b = 0.235$ m, con un número de vueltas igual a 25.

Al comparar las Figura 4.15 con la 4.22 y la Figura 4.16 y 4.23, observamos que al aumentar el número de vueltas se incrementa la densidad de alambres por cm^2 para este diseño, lo cual, para fines prácticos, puede ser difícil construir el prototipo, como en el caso del gradiente transversal.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el caso del gradiente x , realizando un barrido de ponderaciones previo al diseño con los parámetros de interés constantes (radio de la bobina primaria, radio de la bobina de blindaje, longitud media de la bobina primaria, número de vueltas para la bobina primaria y la de blindaje), nos brinda la posibilidad de observar el valor de la inductancia y la FOM resultante. De tal manera que podemos conocer globalmente y de manera cuantitativa el comportamiento de estos dos valores y poder elegir una o varias ponderaciones convenientes. Esto se hace observando las gráficas correspondientes a la FOM y la inductancia, así como también sus líneas de contornos (Figuras 4.2 y 4.3 respectivamente). En estas gráficas, podemos elegir al mismo tiempo el valor adecuado para una FOM máxima y su valor correspondiente a la inductancia que debe de ser mínima. Puede haber varias combinaciones de β y α que produzcan alta eficiencia y baja inductancia pero además hay que tomar en cuenta la aplicación para la que va a ser destinada. Por ejemplo, en secuencias rápidas como EPI se necesita una inductancia muy baja pero un FOM lo mayor posible para que el switcheo del gradiente sea extremadamente rápido.

Durante el barrido de ponderaciones, se calcula también la SF y dado que está relacionada con los caminos de corriente, su forma influye en la ubicación final de las posiciones de los caminos de corriente. Si la SF se comporta linealmente como en la gráfica 4.5a, los caminos son menos complicados (Figura 4.6), mientras que si la SF tiene un comportamiento menos lineal (Figura 4.5b) el arreglo de alambres se vuelve más complicado (Figura 4.7). Si nosotros aumentamos el número de vueltas para el diseño del gradiente transversal de 15 a 30, observamos que la densidad de alambres por cm^2 aumenta tanto para la bobina primaria (Figuras 4.6 y 4.11) como para la del blindaje (Figuras 4.7 y 4.12), es decir, la cantidad de alambres ubicados en un área determinada depende del espesor del alambre a utilizar, lo cual hace más complicado la construcción del diseño porque dimensionalmente no se podría construir. Nosotros usamos 15 vueltas para ambas bobinas con la finalidad de disminuir la densidad de alambres con el objetivo de permitir su construcción posteriormente, lo que no hubiera sido posible si utilizáramos un valor más elevado de vueltas. Es decir, la desventaja a la que nos enfrentamos es que podemos generar diseños de bobinas gradientes con muy buena eficiencia pero no son dimensionalmente construibles. Es otro compromiso que debemos de tener en cuenta al diseñar una bobina gradiente. Además, si utilizamos el número de puntos suficiente para aproximar los caminos de corriente la discretización de estos es adecuada. Sin embargo, si utilizamos pocos puntos, la discretización no es adecuada influyendo en los caminos de corriente, haciéndolos menos definidos y complicando el proceso de construcción.

Mediante la figura 4.9 podemos ver las gráficas de campo magnético para radios menores a 0.16 m donde puede observarse que los campos magnéticos producidos son constantes pero en una región muy corta y decaen rápidamente. La figura 4.10 muestra el campo magnético para radios mayores a 0.175 m donde puede observarse que los campos magnéticos producidos por la bobina primaria son blindados conforme los valores de prueba se alejan de 0.175 m donde el campo va aproximándose a cero. Esto influye en la homogeneidad del gradiente logrado, debido a que el campo magnético producido decae con el cuadrado del radio de la bobina disminuyendo en este

caso la homogeneidad del gradiente. Para este diseño, la homogeneidad del campo magnético es eficaz pero puede mejorarse eligiendo otros valores más adecuados de α y β .

En el caso del gradiente z , al realizar un barrido de ponderaciones previo al diseño con los parámetros de interés constantes como se hizo con el gradiente x , nos brinda la posibilidad de observar el valor de la inductancia y la FOM resultante al variar solamente α . De tal manera que podemos conocer global y cuantitativamente el comportamiento de estos dos valores y poder elegir una o varias ponderaciones convenientes. Esto se hace observando las gráficas correspondientes a la FOM y la inductancia (Figuras 4.13 y 4.14 respectivamente). En estas gráficas, podemos elegir al mismo tiempo el valor adecuado para una FOM máxima y su valor correspondiente a la inductancia que debe de ser mínima. Puede haber varios valores de α que produzcan alta eficiencia y baja inductancia pero además hay que tomar en cuenta la aplicación para la que va a ser destinada. Por ejemplo, en secuencias rápidas como EPI se necesita una inductancia muy baja pero un FOM lo mayor posible para que el switcheo del gradiente sea extremadamente rápido.

Durante el barrido de ponderaciones, se calcula también la Stream Function y dado que está relacionada con los caminos de corriente, también su forma influye en la ubicación final de las posiciones de los caminos de corriente para la bobina primaria y la de blindaje. Si nosotros aumentamos el número de vueltas para el diseño del gradiente transversal de 10 a 25, observamos que la densidad de alambres por cm^2 aumenta tanto para la bobina primaria (Figuras 4.15 y 4.22) como para la del blindaje (Figuras 4.16 y 4.23), es decir, la cantidad de alambres ubicados en un área determinada depende del espesor del alambre a utilizar, lo cual hace más complicado la construcción del diseño porque dimensionalmente no se podría construir. Nosotros usamos 10 vueltas para ambas bobinas con la finalidad de permitir su construcción posteriormente, lo que no hubiera sido posible si utilizáramos un valor más elevado de vueltas. Esto sucede porque la densidad de alambres en un área determinada se hace más grande conforme añadimos más vueltas lo cual dificulta el diseño porque dimensionalmente no se podría construir.

Por medio de las figuras 4.19 y 4.20 podemos ver las gráficas de campo magnético para la bobina primaria y la de blindaje para radios menores a 0.22 m donde puede observarse que los campos magnéticos producidos por la bobina primaria son blindados efectivamente conforme los valores de prueba se acercan a 0.22 m donde el campo toma el valor aproximado de cero. Las figuras 4.21 y 4.22 muestran las gráficas de campo magnético para la bobina primaria y la de blindaje para radios mayores a 0.235 m donde también puede observarse que los campos magnéticos producidos por la bobina primaria son blindados efectivamente conforme los valores de prueba se alejan de 0.235 m donde el campo toma el valor aproximado de cero. Esto influye en la homogeneidad del gradiente logrado, debido a que el campo magnético producido se ve afectado por el blindaje cayendo con el cuadrado del radio de la bobina disminuyendo en este caso la homogeneidad del gradiente. Para este diseño, la homogeneidad del campo magnético es eficaz pero puede mejorarse eligiendo otro valor más adecuado de α .

Uno de los puntos importantes en el proceso de diseño que es importante discutir es que como ya se mencionó anteriormente, la SF está relacionada con los caminos de corriente. En la figura 4.5,

se ve que la SF de ambas bobinas no cruza el eje x que corresponde a la longitud media de la bobina con lo cual se obtienen caminos de corriente sin cambios en la dirección de corriente como en los que se presentan en las figuras 4.6 y 4.7. Sin embargo, cuando se calcula la SF de ambas bobinas y estas tienen 1 o más transiciones que cruzan el eje de referencia x , es decir, de valores positivos y negativos, se ve reflejado en los caminos de corriente originando 1 o más cambios en la dirección de corriente dependiendo del número de transiciones presentadas en la SF. Estos arreglos de corriente permiten distribuir la corriente que genera el campo magnético deseado pero hacen más complicado el proceso de construcción.

6. CONCLUSIONES

En esta geometría, que consiste en caminos de corriente plegados, la bobina de blindaje es más grande que la bobina primaria implicando que el blindaje activo sea mejorado. Como consecuencia los alambres radiales se ubican en una superficie cónica. La ventaja es que este diseño permite generar bobinas bobinas gradientes más cortas y eficaces. Se ha desarrollado una Para esto se han desarrollado y simulado las expresiones matemáticas para el campo magnético producido por las bobinas se han desarrollado y comprobado por comparación con los resultados de los cálculos de campo magnético basado en la expresión de Biot-Savart. Por medio de una funcional se ha agregado los efectos de la inductancia que se ha minimizado en el proceso de diseño de la bobina.

Para automatizar el proceso de diseño para cualquier bobina gradiente cilíndrica se desarrollo un GUI en el lenguaje de programación de Matlab. Esta interfaz utiliza los parámetros de diseño dados por el usuario para generar una serie de bobinas gradientes cilíndricas con diferente FOM, inductancia y homogeneidad de campo magnético lograda con la finalidad de que el usuario elija el diseño más conveniente a una aplicación particular y en base a este ser capaz de mejorarlo. Se propuso un diseño de gradiente para cabeza que tiene una FOM eficiente y una inductancia baja para el sistema de 3 T del CI3M.

Si nosotros quisiéramos incrementar la homogeneidad del campo, se tendría que aumentar la energía almacenada lo cual incrementa la inductancia haciendo que el parámetro η^2/L disminuya. Es decir, si queremos aumentar la homogeneidad del campo magnético implicaría disminuir la eficiencia del gradiente. Los diseños aquí mostrados fueron diseñados para que tengan una eficiencia alta y con ello aumente el valor η^2/L . Comúnmente los valores normales de η^2/L son de $1.69 \times 10^{-8} T^{-2}m^{-2}AH^{-1}$ y nuestros valores de eficiencia el gradiente transversal y longitudinal es de $1.34 \times 10^{-8} T^{-2}m^{-2}AH^{-1}$ y $1.02 \times 10^{-8} T^{-2}m^{-2}AH^{-1}$ respectivamente. Con este método se puede ver que se pueden mejorar lo valores de eficiencia y homogeneidad del campo con la ponderaciones utilizadas dependiendo de la aplicación final del gradiente. Se eligieron estas ponderaciones cumpliendo con los requerimientos de un gradiente para cabeza (longitud/radio =1) que debe tener una eficiencia alta además con este diseño se disminuye el problema de la estimulación nerviosa periférica (PNS). Con esta interfaz podemos optimizar fácilmente y de manera intuitiva todas las variables implicadas en esta técnica, es decir, los radios, longitudes, el número de armónicos a utilizar, las ponderaciones para inductancia, eficiencia, inductancia, linealidad de campo, ponderaciones para campo externo y con ello el blindaje.

La GUI diseñada en esta tesis para diseñar gradientes de campo magnético, se puede aplicar sin ningún problema a otros sistemas de IRM de alto campo y no solo a 3T por medio de su escalamiento dimensional, esto hace más versátil nuestra interfaz y útil para otros sistemas de RM.

7. TRABAJO FUTURO

El siguiente paso en el desarrollo de gradientes de campo magnético es construir el sistema de gradientes propuesto para probar su desempeño en el Sistema de RM Philips Achieva de 3T y comparar los resultados teóricos con los valores experimentales obtenidos. Se comprobará que el sistema de gradientes cuente con alta eficiencia (η), que tenga una región de linealidad suficiente para estudios del cerebro, que su valor de inductancia sea bajo (L) y se disminuya estimulación nerviosa periférica. Posteriormente se realizara uno para el Sistema de RM Varian 7T del CI3M.

8. BIBLIOGRAFÍA

1. Lauterbur, P. C. Image formation by induced local interactions: examples employing nuclear magnetic resonance. *Nature* 242, 190–191 (1973)
2. Mansfield, P. & Grannell, P. K. NMR 'diffraction' in solids? *J. Phys. C* 6, L422–L426 (1973)
3. Turner R. Minimum inductance coils. *J Phys E: Sci Instrum* 1988; 21:948-952.
4. Turner R. Gradient coil design: A review of methods. *Magn Reson Imaging* 1993; 11(7):903-920.
5. Turner R, Bowley RM. Switched screening of switched magnetic field gradients. *J Phys E: Sci Instrum* 1986; 19:876-879.
6. Edelstein WA, Schenck F. Current streamline method for coil construction. United States Patent #4,840,700, 20 June 1989.
7. J. F. Schenck, Transversal gradient coil, US Patent, 5,561,371, October 1;1996.
8. DeMeester G, Shvartsman Sh, Zhai Z, Morich M. 2002. Gradient coil design with reduced deflection of the gradient tube. *Proc ISMRM* p 57.
9. F. Bloch, W. W. Hansen and M. E. Packard, "Nuclear induction", *Phys. Rev.* Vol 70, 460 - 473, 1946.
10. Bloch F., Nuclear Induction, *Phys.Rev.* 70, 460-474 (1946). Bloch equations and first S/N estimates.
11. E. R. Andrew, *Nuclear Magnetic Resonance*, Cambridge University Press, 1955
12. P. Mansfield, P.K. Grannell, "Diffraction" and microscopy in solids and liquids by NMR, *J. Phys. C: 6:L422*; 1973.
13. P. Mansfield and P.G. Morris. In: J.S. Waugh, Editor, *Advances in Magnetic Resonance NMR Imaging in Biomedicine*, Academic Press, New York (1982) Suppl. 2 .
14. W.A. Edelstein, J.M.S. Hutchinson, G. Johnson, and T. Redpath, Spin warp NMR imaging and applications to human whole-body imaging ,*Phys. Med. Biol.* 25 751; 1980.
15. A. O. Rodríguez, Principles of magnetic resonance imaging, *Revista Mexicana de Física* 50 (3) 272–286, Junio 2004.
16. M. A. Brown, R. C. Semelka. *MRI. Basic Principles and Applications*. 3rd Ed., New Jersey, John Wiley & Sons, Inc. 2003. Pag. 11
17. Zhi-Pei Liang, P. C. Lauterbur. *Principles of Magnetic Resonance Imaging: A Signal Processing Perspective*. November 1999, Wiley-IEEE.
18. P. Golland. *Spatial Encoding In MRI And How To Make It Faster*. May 10, 2000.
19. University of Aberdeen. Department of Bio-Medical Physics and Bio-Engineering. *Magnetic Resonance Imaging, Lecture Notes- 2000*.

20. S. S. Hidalgo-Tobón, Novel gradient coils, Ph D Thesis, University of Nottingham, 2005.
21. F. Vázquez de la Rosa, Antena Magnetron de volumen para Imagenología por Resonancia Magnética de alto campo, Tesis de Maestría en Ciencias (Ingeniería Biomédica) UAM-I, México, D.F., 2009.
22. P. Mansfield, P. K. Grannell, A. N. Garroway, and D. C. Stalker, in Proceedings of the First Specialized Colloque Ampere, edited by J. W. Hennel (Institute of Nuclear Physics, Krakow, 1973), p. 16.
23. A. Abragam, The Principles of Nuclear Magnetism (Clarendon, Oxford, 1961).
24. Jackson J. D., Classical Electrodynamics 1998.
25. R. Turner, Minimum inductance coils, Phys E. Sci. Instrum. 21:948-952;1988.
26. R. Turner, Gradient coil design: A review of methods, Magnetic Resonance Imaging Vol II pp 903-920; 1993.
27. R. Turner, and R.M. Bowley, Passive screening of switched magnetic field gradients, J. Phys E: Sci Instrum 19:876-879;1986.
28. F. Schmitt, W. Irnich and H. Fischer, Physiological Side Effects of Fast Gradient Switching in Echo planar imaging, Springer-Verlag:Berlin, Chapter 3; 1998.
29. R. Turner, A target field approach to optimal coil design, Phys D 19; 1986.
30. J. W. Carlson, K.A. Derby, K.C. Hawryszko and M. Weideman, Design and evaluation of shielded gradient coils, Magn Reson Med 26:191:206; 1992.
31. R. F. Hoult, Magnetic field profiling: Analysis and correcting coil design, Magn Reson Med 1:44-65;1984.
32. Golay MJE. Magnetic field control apparatus, US Patent No. 3515979 (1957).
33. T.A Frenkiel, A. Jasinski, and P.G. Morris, Apparatus for generation of magnetic field gradient waveforms for NMR imaging, J. Phys. E: Sci Instrum., vol 21:374-377;1988.
34. B. H. Suits, D. E. Wilken, Improving magnetic field gradient coils for NMR imaging. J. Phys. E: Sci. Instrum. 22, 565-573 (1989).
35. H. Siebold, Design optimization of main, gradient and RF coils for MR ,IEEE Trans. Magn 26:897-900; 1990.
36. D.I. Hoult, Oxford University; PhD Thesis 1977.
37. R.C. Compton, Gradient coil apparatus for a magnetic resonance system, US patent 4,456,881.
38. Schweikert KH, Krieg R, Noack F. 1988. A high-field air-cored magnet coil design for fast-field-cycling NMR. Journal of Magnetic Resonance, 78 (1), pp. 77-88.
39. E.Wong, A. Jesmanowicz, J.S. Hyde, Coil optimization for MRI by conjugate gradient descent, Magn Reson Med 21:39;1991.

40. J. F. Schenk, M. A. Hussein, W. A. Edelstein, US Patent 4,646,024.
41. E. R. Andrew and E. Szczesniak. Low Inductance Transverse Gradient System Of Restricted Length. *Magnetic Resonance Imaging*, 13(4), 607-613, (1995).
42. W. W. Brey, T. H. Mareci, and J. Dougherty. A Field-Gradient Coil Using Concentric Return Paths. *Journal of Magnetic Resonance Series B*, 112(2), 124-130, (1996).
43. F. Shi and R. Ludwig. Magnetic Resonance Imaging Gradient Coil Design By Combining Optimization Techniques With The Finite Element Method. *IEEE Transactions on Magnetics*, 34(3), 671-683, (1998).
44. H. Lu, A. Jesmanowicz, S.-J. Li, and J. S. Hyde. Momentum-Weighted Conjugate Gradient Descent Algorithm For Gradient Coil Optimization. *Magnetic Resonance in Medicine*, 51(1), 158-164, (2004).
45. S. Crozier and M. Doddrell. Gradient Coil Design by Simulated Annealing. *Journal of Magnetic Resonance Series A*, 103, 354-357, (1993).
46. S. Crozier, L. K. Forbes, and D. M. Doddrell. The Design of Transverse Gradient Coils of Restricted Length by Simulated Annealing. *Journal of Magnetic Resonance Series A*, 107(1), 126-128. (1994).
47. S. Crozier and D. M. Doddrell. A Design Methodology For Short, Whole-Body, Shielded Gradient Coils For MRI. *Magnetic Resonance Imaging*, 13(4), 615-620, (1995).
48. Y. P. Du and D. L. Parker. Studies On The Performance Of Circular And Elliptical Z-Gradient Coils Using A Simulated Annealing Algorithm. *Magnetic Resonance Imaging*, 15(2), 255-262, (1997).
49. Y. P. Du and D. L. Parker. Optimal Design Of Gradient Coils In MR Imaging: Optimizing Coil Performance Versus Minimizing Cost Functions. *Magnetic Resonance in Medicine*, 40(3), 500-503, (1998).
50. S. Crozier and D. M. Doddrell. A Simple Design Methodology For Elliptical Cross-Section, Transverse, Asymmetric, Head Gradient Coils For MRI. *IEEE Transactions On Biomedical Engineering*, 45(7), 945-948, (1998).
51. S. Crozier, K. Luescher, G. Hinds, W. U. Roffmann, and D. M. Doddrell. Designs For An Asymmetric Gradient Set And A Compact Superconducting Magnet For Neural Magnetic Resonance Imaging. *Review of Scientific Instruments*, 70(10), 4062-4066, (1999).
52. D. Tomasi. Stream Function Optimization For Gradient Coil Design. *Magnetic Resonance in Medicine*, 45(3), 505-512, (2001).
53. D. Tomasi, R. Xavier, B. Foerster, H. Panepucci, A. Tannús, and E. Vidoto. Asymmetrical Gradient Coil For Head Imaging. *Magnetic Resonance in Medicine*, 48(4), 707-714, (2002).
54. 35. S. J. Dodd, D. S. Williams, C. Olson, A. C. Silva, A. P. Koretsky, and C. Ho. An Open Transverse Z-Gradient Coil Design For Magnetic Resonance Imaging. *Review of Scientific Instruments*, 73(5), 2208-2210, (2002).

55. F. Qi, X. Tang, W. M. Wang, Y. F. Shen, S. P. Liu, and Z. D. Jiang. A New Simulated Annealing Method of Designing NMR Biplanar Shim Coils. *Progress in Natural Science*, 16(7), 747-752, (2006).
56. V. Vegh, H. W. Zhao, I. M. Brereton, G. J. Galloway, and D. M. Doddrell. A Wave Equation Technique for Designing Compact Gradient Coils. *Concepts in Magnetic Resonance Part B: Magnetic Resonance Engineering*, 29B(2), 62-74, (2006).
57. V. Vegh, H. Sanchez, I. M. Brereton, and S. Crozier. Toward Designing Asymmetric Head Gradient Coils for High-Resolution Imaging. *Concepts in Magnetic Resonance Part B: Magnetic Resonance Engineering*, 31B(1), 1-11, (2007).
58. B. J. Fisher, N. Dillon, T. A. Carpenter, and L. D. Hall. Design By Genetic Algorithm Of A Z-Gradient Set For Magnetic-Resonance-Imaging Of The Human Brain. *Measurement Science and Technology*, 6(7), 904-909, (1995).
59. B. J. Fisher, N. Dillon, A. A. Wilkinson, T. A. Carpenter, and L. D. Hall. Design And Evaluation Of A Transverse Gradient Set For Magnetic Resonance Imaging Of The Human Brain. *Measurement Science and Technology*, 7(5), 838-843, (1996).
60. J. Chládek, P. Konzbul, P. Osmera, and A. Gottvald. Evolutionary And Genetic Optimization Of NMR Gradient And Shim. *IEEE Transactions on Magnetics*, 36(4), 1102-1105, (2000).
61. B. J. Fisher, N. Dillon, T. A. Carpenter, and L. D. Hall. Design Of A Biplanar Gradient Coil Using A Genetic Algorithm. *Magnetic Resonance Imaging*, 15(3), 369-376, (1997).
62. G. B. Williams, B. J. Fisher, C. L.-H. Huang, T. A. Carpenter, and L. D. Hall. Design of Biplanar Gradient Coils for Magnetic Resonance Imaging of the Human Torso and Limbs. *Magnetic Resonance Imaging*, 17(5), 739-754, (1999).
63. K. Adamiak, B. K. Rutt, and W. J. Dabrowski. Design Of Gradient Coils For Magnetic-Resonance-Imaging. *IEEE Transactions on Magnetics*, 28(5), 2403-2405, (1992).
64. S. E. Ungersma, H. Xu, B. A. Chronik, G. C. Scott, A. Macovski, and S. M. Conolly. Shim Design Using a Linear Programming Algorithm. *Magnetic Resonance in Medicine*, 52(3), 619-627, (2004).
65. I. Frollo. Parallel Plane Gradient System For NMR Experiments. *Review of Scientific Instruments*, 60(11), 3442-3446, (1989).
66. K. Yoda. Analytical Design Method of Self-Shielded Planar Coils. *Journal of Applied Physics*, 67(9), 4349-4353, (1990).
67. R. Bowtell and P. Mansfield. Gradient Coil Design Using Active Magnetic Screening. *Magnetic Resonance in Medicine*, 17(1), 15-9; discussion 19-21, (1991).
68. Martens MA, Petropoulos LS, Brown RW, Andrews JH, Morich MA, Patrick JL. 1991. Insertable biplanar gradient coil for MR imaging. *Rev. Sci. Instrum.* 62, 2639-2645.
69. H. Liu and C. Truwit. True Energy-Minimal and Finite-Size Biplanar Gradient Coil Design for MRI. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 17(5), 826-830, (1998).
70. L. S. Petropoulos. Finite Size Disc Gradient Coil Set For Open Vertical Field Magnets. *Magnetic Resonance Imaging*, 18(5), 615-624, (2000).

71. E. C. de Caparelli, D. Tomasi, and H. Panepucci. Shielded Biplanar Gradient Coil Design. *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, 9(5), 725-731, (1999).
72. L. Forbes and S. Crozier. Novel Target-Field Method For Designing Shielded Biplanar Shim And Gradient Coils. *IEEE Transactions on Magnetics*, 40(4), 1929-1938, (2004).
73. L. Forbes, M. Brideson, and S. Crozier. A Target-Field Method To Design Circular Biplanar Coils For Asymmetric Shim And Gradient Fields. *IEEE Transactions on Magnetics*, 41(6), 2134-2144, (2005).
74. S. Pissanetzky. Minimum Energy MRI Gradient Coils of General Geometry. *Measurement Science and Technology*, 3(7), 667-673, (1992).
75. C. H. Moon, H. W. Park, M. H. Cho, and S. Y. Lee. Design of Convex-Surface Gradient Coils for a Vertical-Field Open MRI System. *Measurement Science and Technology*, 11(8), N89-N94, (2000).
76. H. Liu and L. S. Petropoulos. Spherical Gradient Coil For Ultrafast Imaging. *The 41st Annual Conference On Magnetism And Magnetic Materials*, 81(8), 3853-3855, (1997).
77. C. C. Myers and P. B. Roemer. Highly Linear Asymmetric Transverse Gradient Coil Design for Head Imaging. *Proceedings of the Society for Magnetic Resonance in Medicine*, 12, 711, (1991).
78. D. C. Alsop. A Torque-Balanced, Asymmetric Gradient Coil for Imaging of the Brain. *Proceedings of the Society for Magnetic Resonance in Medicine*, 12, (1993).
79. T. Xin, Z. Donglin, and B. Shanglian. A New Design Method for Asymmetrical Head Gradient Coils Used for Superconducting MRI Scanner. *Progress in Natural Science*, 14(9), 753-757, (2004).
80. L. K. Forbes and S. Crozier. A Novel Target-Field Method For Finite-Length Magnetic Resonance Shim Coils: I. Zonal Shims. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 34(24), 3447-3455, 2001).
81. L. K. Forbes and S. Crozier. A Novel Target-Field Method For Finite-Length Magnetic Resonance Shim Coils: II. Tesseral Shims. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 35(9), 839-849, (2002).
82. L. K. Forbes and S. Crozier. A Novel Target-Field Method For Magnetic Resonance Shim Coils: III. Shielded Zonal And Tesseral Coils. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 36(2), 68-80, (2003).
83. M. A. Brideson, L. K. Forbes, and S. Crozier. Winding Patterns For Actively Shielded Shim Coils With Asymmetric Target-Fields. *Measurement Science and Technology*, 14(4), 484-493, (2003).
84. D. A. Lampman, M. A. Morich, and L. Petropoulos. Wide Aperature Gradient Set, US Patent, 5,497,089, (1996).
85. S. Shvartsman, M. Morich, G. Demeester, and Z. Zhai. Ultrashort Shielded Gradient Coil Design with 3D Geometry. *Concepts in Magnetic Resonance Part B: Magnetic Resonance Engineering*, 26B(1), 1-15, (2005).
86. M. Morich, L. Petropoulos, and D. Lampman. Magnetic Resonance Insert Gradient Coils with Parabolic Returns for Improved Access, US Patent, 5,485,087, (1996).

87. S. Shvartsman, G. DeMeester, and M. Morich. Discrete Design of an Insert Gradient Coil for Head Imaging in High Field MRI. *Proceedings of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine*, 14, 1371, (2006).
88. Q. Liu, D. G. Hughes, and P. S. Allen. General Expressions for the Magnetic Field and Stored Energy of Elliptical Cylinder Coils. *Journal of Magnetic Resonance Series B*, 113(3), 222-227, (1996).
89. T. N. Baig, T. P. Eagan, L. S. Petropoulos, W. A. Edelstein, M. Finnerty, X. Chen, and R. W. Brown. Shielding And Energy Advantages Of Capped Elliptical Coil Structures. *Proceedings of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine*, 14, 520, (2006).
90. D. Green, J. Leggett, and R. Bowtell. Hemispherical Gradient Coils For Magnetic Resonance Imaging. *Magnetic Resonance in Medicine*, 54(3), 656-668, (2005).
91. J. Leggett, D. Green, and R. Bowtell. Insert Dome Gradient Coils for Brain Imaging. *Proceedings of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine*, 14, 779, (2006).
92. R. Kimmlingen, M. Gebhardt, J. Schuster, M. Brand, F. Schmitt, and A. Haase. Gradient System Providing Continuously Variable Field Characteristics. *Magnetic Resonance in Medicine*, 47(4), 800-808, (2002).
93. G. N. Peeren. Stream Function Approach For Determining Optimal Surface Currents. *Journal of Computational Physics*, 191(1), 305-321, (2003).
94. R. A. Lemdiasov and R. Ludwig. A Stream Function Method For Gradient Coil Design. *Concepts in Magnetic Resonance Part B: Magnetic Resonance Engineering*, 26B(1), 67-80, (2005).
95. A. vom Endt, R. Kimmlingen, J. Riegler, E. Eberlein, and F. Schmitt. A High-Performance Head Gradient Coil For 7T Systems. *Proceedings of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine*, 14, 1370, (2006).
96. M.A. Morich, D.A. Lampman, W.R. Daniels and F. T. Goldie, *Rev Sci Instrum* 62:2639-2645;1991.
97. Van Vaals JJ, Bergman AH. 1990. New high frequency resonator for NMR imaging and spectroscopy. *J Magn Reson* 89:331–342.
98. P. Mansfield, B. J. Chapman, Active magnetic screening of coils for static and time-dependent magnetic field generated in NMR imaging. *NMR imaging, Magn Reson* 66:573; 1986a
99. P. Mansfield, B. J. Chapman, Active magnetic screening of coils for static and time-dependent magnetic field generated in NMR imaging, *Phys E: Sci Instrum* 19:540; 1986b
100. P. Mansfield, B. J. Chapman, Multishield active magnetic screening of coil structures in NMR, *Magn Reson* 72:211;1987.
101. P. Mansfield and P.G. Morris, *Advances in. Magnetic Resonance*, Academic Press, New York Press;1982.
102. P.B Roemer and Hickey, Self-shielded gradient coils for nuclear Magnetic resonance imaging, *European Patent Application* 87,101,198;1986.

103. R. Bowtell R. and P. Mansfield, Gradient coil design using active magnetic screening, *Magn. Reson. Med.* 17:15;1991.
104. P. Mansfield, B.L.W. Chapman, R. Bowtell, P. Glover, R. Coxon, P. Harvey, Active acoustic screening: Reduction of noise in gradient coils by Lorentz force balancing, *Magn Reson Med* 33:271; 1996.
105. P.R. Harvey and E. Katznelson, Modular gradient coil: A new concept in high-performance whole-body gradient coil design, *Magn. Res. Med.* 42:561;1999.
106. M. Poole and R. Bowtell. An Insertable, Shoulder-Slotted Gradient and Shim Set for Dynamic Shimming. Proceedings of the British Chapter of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine, 12, 02, (2006).
107. M. Poole and R. Bowtell. Ultra-Efficient Shielded Dome Gradient Coils. Proceedings of the British Chapter of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine, 12, P22, (2006).
108. M. Poole and R. Bowtell. Ultra-Short Shielded Gradient Coils. Proceedings of the European Society for Magnetic Resonance in Medicine and Biology, 23, 740, (2006).
109. C. Cobos Sanchez, L. Marin, R. W. Bowtell, H. Power, P. Glover, A. A. Becker, and I. A. Jones. Application of Higher-Order Boundary Element Method to Gradient Coil Design. Proceedings of the British Chapter of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine, 12, P23, (2006).
110. M. Poole and R. Bowtell. Novel Gradient Coils Designed Using a Boundary Element Method. Concepts in Magnetic Resonance Part B: Magnetic Resonance Engineering, in press, (2007).



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE INGENIERÍA BIOMÉDICA

“DISEÑO Y SIMULACIÓN DE GRADIENTES DE
CAMPO MAGNÉTICO PARA IRM A 3T”

ING. MARIO ROSAS SEGURA
ALUMNO

DRA. SILVIA S. HIDALGO-TOBÓN
ASESORA

DR. JUAN RAMÓN JIMÉNEZ ALANIZ
COORDINADOR DE POSGRADO

DR. FELIPE DE J. CANO BARRITA
SINODAL

DR. ROBERTO OLAYO GONZÁLEZ
SINODAL

MÉXICO, D.F.; FEBRERO 2010