## UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA UNIDAD IZTAPALAPA

División de Ciencias Básicas e Ingeniería Departamento de Ingeniería de Procesos e Hidráulica

## UN CONTROLADOR PI CON ESTIMACIÓN DE PERTURBACIONES: APLICACIÓN A UN SISTEMA DE REACCIÓN CON RECIRCULACIÓN

Tesis que Presenta:

## I.Q. MIGUEL ARTURO BARREIRO GONZALEZ

Para obtener del grado de Maestría en Ingeniería Química

Asesores:

Dr. José de Jesús Alvarez Ramírez (Area de Ingeniería Química, UAM-I)

Dr. Ruben Alejandro Garrido Moctezuma (Sección de Control Automático, CINVESTAV-IPN)

OCTUBRE DE 1997

La realización de este trabajo de tesis de maestría se llevó a cabo gracias al apoyo financiero de:

CONACyT a través de una beca para estudios de posgrado

Instituto Mexicano del Petróleo, a través del Programa FIES-IMP (Proyecto Control Robusto de Procesos Químicos, FIES-95-93-II)

# INDICE

## RESUMEN

1. INTRODUCCION	2			
<ul><li>1.1 Objetivos de la Tesis</li><li>1.2 Planteamiento del Problema de Control</li></ul>	5 5			
2. ESTRATEGIAS DE CONTROL				
<ul> <li>2.1 Controlador PI con Sintonización de Modelo Interno (IMC)</li> <li>2.2 Controlador Basado en Observador de Incertidumbres(OBS)</li> </ul>	6 8			
3. APLICACION DEL CONTROLADOR PII <sup>2</sup> A UN SISTEMA DE REACCION CON RECIRCULACION				
<ul> <li>3.1 Descripción del Proceso</li> <li>3.2 Dinámica de Lazo Abierto</li> <li>3.3 Identificación del Orden de la Planta</li> <li>3.4 Discusión de Resultados</li> </ul>	22 26 29 30			
4. CONCLUSIONES GENERALES Y TRABAJO A FUTURO				
CONCLUSIONES NOTACION APENDICE A APENDICE B TABLA DE PARAMETROS REFERENCIAS				

## RESUMEN

En el presente trabajo se propone un controlador proporcional integral **PI** que realza la capacidad de estimar perturbaciones por medio de su acción integral. La estrategia de control propuesta está basada en un observador de incertidumbres.

Se compara el algoritmo de control propuesto (PII<sup>2</sup>) con una estrategia de control de modelo interno **PI-IMC**. Se interpreta el significado de cada una de las partes del control. Posteriormente se presenta una aplicación del controlador propuesto a un reactor químico con recirculación (Luyben y Chang 1997).

Se encontró que la acción de control para la regulación de la composición en el destilado será a través de la tasa de recirculación. Mostrándose como el controlador logra eliminar las perturbaciones en flujo y concentración en la alimentación al reactor.

Lo que se encontró fue lo siguiente: el controlador propuesto logra mostrar que su segunda acción integral puede estimar las perturbaciones más rápidamente con respecto a un controlador tipo **PI-IMC**.

Además se muestra que sobre cierta elección de parámetros del controlador se convierte en un controlador clásico **PI**.

Reglas de sintonización para el controlador propuesto son discutidas y se demuestra que el número de parámetros del controlador pueden ser reducidos a dos, los cuales pueden ser sintonizados en forma independiente.

# CAPITULO 1

# Introducción

El control automático juega un papel importante en el avance de la ingeniería y de la ciencia. Se ha convertido en parte importante e integral de los procesos de manufactura e industriales modernos. Algunas de sus aplicaciones son vehículos espaciales, el guiado de proyectiles así como el pilotaje de aviones, etc. Por otro lado el control automático resulta esencial en operaciones industriales como el control de presión, temperatura, viscosidad y flujo en las industrias de procesos; maquinado, manejo y armado de piezas mecánicas en las industrias de manufactura etc. Los avances en la teoría y práctica del control brindan medios para lograr el funcionamiento óptimo de los sistemas dinámicos involucrados en los procesos productivos para mejorar la calidad y bajar los costos.

Durante la década los 40, los métodos de respuesta de frecuencia posibilitaron a los ingenieros la puesta en marcha de sistemas de control retroalimentado lineal. El diseño de controladores con retroalimentación fue predominantemente por ensayo y error. A partir de los 50s, se desplazó el énfasis hacia metodologías de diseño formales en el diseño de controladores. Típicamente, las especificaciones de desempeño están definidas inicialmente y posteriormente el diseño del controlador se modifica iterativamente hasta que se alcanza un compromiso entre las especificaciones. Cada paso del diseño es seguido por uno de análisis y las iteraciones están guiadas por la experiencia y reglas heurísticas.

Durante los 50s y 60s la teoría de optimización y análisis de estabilidad recibieron un nuevo enfoque debido a la competencia entre los Estados Unidos y la exUnión Soviética, por el liderazgo en el espacio. Este desarrollo se enfocó más hacia las ingenierías aeroespacial y eléctrica. Sin embargo el campo de los procesos químicos permaneció aislado respecto a estos desarrollos debido al elevado costo en el equipo de computo, lo cual limitó su implementación en la industria. El desarrollo de las computadoras electrónicas y dispositivos más adecuados, generó una revolución en el control de procesos en donde uno de los pioneros fue la empresa Honeywell.

Con lo anterior se pretende mostrar que el control de procesos químicos es un campo de investigación reciente y que tiene diferentes retos a lograr como serían un conocimiento más profundo en las estrategias de control, así como todo lo relacionado a control óptimo.

En la actualidad, es de gran importancia práctica que el controlador se desempeñe bien aun cuando el comportamiento dinámico del proceso real difiera del descrito por su modelo. Para lograr éste objetivo, no sólo debe proveerse de un modelo del proceso y de las especificaciones del funcionamiento, sino que tambien deben hacerse algunas indicaciones sobre el controlador: que sea robusto ante la incertidumbre en los parámetros del proceso. Es por ésto que la búsqueda de controladores con estimación de perturbaciones externas es importante. Un aspecto de primordial importancia es el modelo matemático de un proceso, para desarrollarlo es necesario conocer cuáles son las leyes fundamentales que se encuentran implicadas en él. Generalmente al hacerse suposiciones se debe proceder de tal manera que el modelo resultante sea sencillo en manejo y descripción pero, por otro lado, si los procesos son altamente no lineales y no pueden modelarse adecuadamente, entonces se busca un modelo en que se conjugue sencillez y exactitud. En los procesos de la industria química el problema principal es la regulación en donde la variable a controlar tenga el mínimo posible de variaciones que deben evitarse.

Algunos procesos químicos pueden ser modelados como plantas de primer orden con el propósito de diseñar un control con retroalimentación. Este tipo de modelo es capaz de representar la dinámica de varios procesos sobre un rango de frecuencias de interés (Luyben, 1990). Ejemplos de procesos en donde la dinámica puede ser representada por plantas de primer orden son las columnas de destilación (Skogestad y Morari, 1988), intercambiadores de calor (Alvarez-Ramírez *et. al.*, 1997) y reactores químicos (Reactor Continuo de Tanque Agitado (**CSTR**)) (Luyben, 1990). Adicionalmente, el modelo de primer orden es conveniente porque solo contiene dos parámetros:  $K_p$  (ganancia de la planta),  $\tau$  (tiempo característico de la planta). La aproximación con control de modelo interno (IMC) (Chien y Freuhauf, 1990) y las metodologías propuestas en (Åström y Hagglund, 1988) pueden ser usadas para derivar reglas de sintonización para controladores de tipo proporcional-integral (PI). En la mayor parte de los casos prácticos, éstos se sintonizan con tales reglas con un desempeño aceptable en lazo cerrado y un cierto margen de robustez frente a incertidumbres y perturbaciones. La robustez del sistema en lazo cerrado de los controladores PI puede ser explicada debido a su capacidad para estimar perturbaciones de baja frecuencia. Esto es, la variable integral se puede interpretar como un estimado de las incertidumbres y de las perturbaciones a bajas frecuencias eliminándose el sesgo en estado estacionario. Basado en lo anterior, se pretende en este trabajo derivar un controlador PI con una mejora en su capacidad para estimar perturbaciones. Uno de los objetivos particulares es interpretar las perturbaciones como un estado externo cuya dinámica pueda ser reconstruida a partir de mediciones de la salida del proceso. La información obtenida de este modo es subsecuentemente usada por el controlador PI para contrarrestar los efectos de la perturbación.

## 1.1 Objetivos generales

Los objetivos que se pretenden alcanzar con el presente trabajo son:

1. Proponer un controlador que sea capaz de estimar las perturbaciones externas basado en la estructura de un controlador PI. A este nuevo controlador lo llamaremos PII<sup>2</sup>.

2. Establecer las diferencias entre el controlador propuesto con un PI con sintonización de modelo interno (IMC).

3. Comparar su desempeño con respecto a un controlador PI en un sistema de un reactor químico con recirculación.

4. Establecer las ventajas potenciales del controlador propuesto con respecto a un PI.

## 1.2 Planteamiento del Problema de Control

Se pretende atacar el problema de diseñar un controlador que estime las perturbaciones externas, partiendo de un controlador PI, las cuales son estimadas por medio de la acción integral.

Dado un sistema en lazo cerrado, éste alcanzará un punto de equilibrio el cual a un tiempo  $t \to \infty$  la acción integral estima el valor asintótico de la perturbación d. De este modo cuando se llega a un estado estacionario  $d_{\infty}$  se aproxima a  $Z_{eq}$  y con esto el sesgo es eliminado. De argumentos de continuidad se espera que la variable integral Z(t) proporcione un estimado de d(t) a bajas frecuencias por lo que cuando  $y_{eq} = 0$  entonces  $Z_{eq} = d_{\infty} = \lim_{t \to \infty} d(t)$ .

# CAPITULO 2

# Estrategias de Control

En el presente capítulo se describirán los esquemas de control **PI** con sintonización de modelo interno (IMC) y una estrategia de control basada en un observador de incertidumbres. Se establecerá la estimación de la perturbación en presencia de incertidumbres paramétricas. Además se mostrarán las diferentes maneras para estimar las ganancias de los controladores y sus características.

## 2.1 Controlador Proporcional Integral con Sintonización de Modelo Interno PI-IMC

En esta sección se presentan los tipos más importantes de controladores industriales y se hace un especial énfasis en el significado físico de sus parámetros. El controlador es el dispositivo que toma la decisión en el sistema de control, los controladores por retroalimentación toman la acción de control mediante el cálculo de la salida con base en la diferencia entre la variable que se controla y el punto de control. Hay tres tipos de controladores: 1) Proporcional **P** 2) Proporcional Integral **PI** 3) Proporcional Integral Derivativo **PID**. El control **P** produce una señal de salida que es proporcional al error de regulación. En donde e(t) es el error de regulación y  $K_p$  es la ganancia proporcional. Esta acción puede ser expresada como sigue.

$$U(t) = K_{p}e(t) + \overline{U} \tag{2.1}$$

donde  $\overline{U}$  representa un valor nominal de la variable de la control. Este tipo de controlador presenta un sesgo en estado estacionario y para disminuirlo se incrementa la ganancia  $K_p$ , esto puede provocar que el sistema se vuelva muy sensible ante perturbaciones y presentan inestabilidades y saturaciones en el actuador. Una forma de eliminar el sesgo es adicionar una acción integral al controlador. El control **PI** es la estrategia de control más empleada en plantas de primer orden en donde la acción integral elimina el sesgo pero produce retardo. Además, la acción integral se puede interpretar como un estimador de incertidumbres de baja frecuencia. El control **PID** presenta un nuevo modo de control que es la acción derivativa y tiene como propósito anticipar hacia donde va el proceso mediante la rapidez para el cambio del error. Este controlador se recomienda para circuitos con constante de tiempo grande en los que no hay ruido. De lo anterior el interés se centra en el control **PI** debido a que la acción integral se interpretará como un estimado de las perturbaciones.

La estructura del controlador PI es la siguiente:

···. .

$$U(t) = K_p e(t) + K_i \int_{to}^t e(\sigma) d\sigma + \overline{U}$$
(2.2)

En donde la sintonización de las ganancias  $K_p$  (ganancia proporcional) y  $K_i$  (ganancia integral) dependen básicamente de los parámetros físicos de la planta. En nuestro caso, la sintonización se basó en una estructura de control de modelo interno (Chien y Freuehauf 1990). Una regla heurística en control de procesos químicos es escoger el tiempo característico de la planta en lazo cerrado  $\tau_c = 0.7\tau$ . Bajo esta consideración, la regla de sintonizado de controladores PI con métodos de modelo interno son:

$$K_c K_p = \frac{\tau}{\tau_c + \theta} \tag{2.3}$$

$$\tau_I = \tau \tag{2.4}$$

En donde  $\tau_I$  es el tiempo característico integral, resultando la siguiente expresión para la ganancia del controlador:

$$K_c = \frac{\tau}{0.7K_p\tau} \tag{2.5}$$

En nuestro caso consideraremos que el tiempo de retardo  $\theta = 0$ . En esta forma, se obtiene la expresión del controlador

$$C(s) = K_c \left[ 1 + \frac{1}{\tau_I s} \right] \tag{2.6}$$

En términos de acciones proporcionales e integrales, la expresión anterior se puede escribir como sigue:

$$C(s) = \frac{1}{0.7 K_p} + \frac{1}{0.7 K_p \tau s}$$
(2.7)

Con la ec (2.7) se cuenta con un controlador PI-IMC para posteriormente compararla con el controlador propuesto.

## 2.2 Controlador Basado en un Observador de Incertidumbres

La contribución del presente trabajo es hacer una extensión al control **PI** tomando su acción integral como un estimado de las perturbaciones, motivando con ello una nueva propuesta de control que posteriormente se explicará en cada uno de sus nuevos términos y se analizará su interpretación física. Algunos procesos químicos pueden ser modelados como plantas de primer orden con el proposito de diseñar un control con retroalimentación:

$$G(s) = \frac{K_p}{\tau s + 1}.\tag{2.8}$$

Considere la planta (2.8) con una entrada sin retardo y con una perturbación desconocida d(t), como se muestra en el diagrama de bloques.



Digrama de bloques del sistema

Con el diagrama de bloques se obtiene la siguiente función de transferencia

$$Y(s) = \frac{K_p^*}{\tau s + 1} (U(s) + D(s))$$
(2.9)

En el dominio del tiempo la planta (2.9) puede escribirse como

$$\dot{y} = -\frac{1}{\tau}y + K_p u(t) + d(t) \tag{2.10}$$

donde  $K_p = \frac{K_p^{\star}}{\tau} y d(t) = \frac{K_p^{\star}}{\tau} D(t)$ . Previamente se establecerá un control ideal, como un modelo de referencia expresado a continuación

$$\dot{y} = -\frac{1}{\tau_c} y \tag{2.11}$$

sustituyendo (2.10) en (2.11), permite escribir un controlador PI con retroalimentación de la siguiente manera:

$$u(t) = \left[ \left( \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_c} \right) y - d(t) \right] / K_p$$
(2.12)

donde se define  $Z = d(t)/K_p$  y pasando la expresión (2.12) al dominio de Laplace nos queda

$$U(s) = \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_c}\right) \frac{Y(s)}{K_p} - Z(s)$$

$$(2.13)$$

se define la derivada de Z como sigue  $\dot{Z} = K_i y$  y transformando al dominio de Laplace  $Z(s) = \frac{K_i Y(s)}{s}$  y sustituyendo (2.13)

$$U(s) = \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_c}\right) \frac{Y(s)}{K_p} - \frac{Ki}{s} Y(s)$$
(2.14)

de la ec. (2.14) se define la función de transferencia como sigue:

$$\frac{U(s)}{Y(s)} = K_c \left[ 1 + \frac{1}{\tau_I s} \right]$$

$$K_c = \left( \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_c} \right) / K_p$$

$$\tau_I^{-1} = -\left( \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_c} \right) / K_p K_i$$
(2.15)

de la ec. (2.12) el control queda

$$u(t) = \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_c}\right)\frac{y}{K_p} - Z$$
(2.16)

$$K_p u(t) = \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_c}\right) y - K_p Z$$
(2.17)

Sustituyendo el valor de  $K_p u$  en la ec. (2.10)

$$\dot{y} = -\frac{1}{\tau_c}y - K_p Z + d \tag{2.18}$$

Se asume que en lazo cerrado el sistema alcanzará un punto de equilibrio asintótico. El cual es dado por la  $y_{eq} = 0$  y  $Z_{eq} = d_{\infty} = \lim_{t \to \infty} d(t)$ , esto es que a un tiempo  $t \to \infty$  la variable integral Z estima el valor asintótico de la perturbación d, de éste modo  $d_{\infty}$  es contrarrestada por  $Z_{eq}$  y en estado estacionario el sesgo es eliminado. De los argumentos de continuidad se espera que la variable integral Z(t) proporcione un estimado de d(t) a bajas frecuencias. De hecho el valor de la ganancia integral  $K_i$  puede intrepretarse como una frecuencia de corte, para perturbaciones, cuya dinámica puede ser estimada por la variable integral Z(t).

Como se discutió anteriormente, una acción integral introduce cierto margen de estabilidad a lazo cerrado porque Z(t) (interpretado como un estimado de d(t)) contrarresta los efectos de d(t). Como paso siguiente se derivará un controlador PI basado en retroalimentación, con el objetivo de realzar las capacidades de estimar la perturbación d(t). En principio, la dinámica de las perturbación d(t) puede ser reconstruida apartir de mediciones de la salida y(t) y la entrada u(t). Esto es,  $d(t) = \frac{y(t)}{\tau} - K_p u(t)$ . Para derivar sistemáticamente un estimador para d(t), asumase que d(t) es continuo. Reescribiendo la ec (2.10) como un sistema extendido en el espacio de estados

$$\dot{y} = -\frac{y}{\tau} + K_p u + d$$
$$\dot{d} = f(t)$$

en donde f(t) es una función acotada y desconocida. Además d(t) no es medida y debe de estimarse

$$\dot{\overline{y}} = -\frac{y}{\tau} + K_p u + \overline{d} + g_1 \left( y - \overline{y} \right)$$

$$\dot{\overline{d}} = +g_2 \left( y - \overline{y} \right)$$
(2.19)

Entonces el sistema (2.19) representa un estimador dinámico de perturbación d(t).

Donde  $\overline{y}$  y  $\overline{d}$  son valores estimados de y y d respectivamente mientras que  $g_1$  y  $g_2$  son parámetros del estimador los cuales deben de ser positivos para garantizar la estabilidad del sistema (2.19). La dinámica de  $\overline{d}$  está forzada por el error de estimación  $(y - \overline{y})$  el cual refleja la desviación entre d y  $\overline{d}$ . Esto significa que dado un sistema lineal o no lineal un observador es unsistema dinámico cuya tarea es la estimación de estados que se construye de un modelo (de la planta) en el que actúan como términos forzantes las mediciones de entrada y salida. La dinámica del observador al inicio presenta un error de estimación y éste con el tiempo disminuye hasta alcanzar la dinánica del sistema. Esto es a través de la sintonización de las ganancias del estimador  $g_1$  y  $g_2$ . Definiendo el error de estimación como  $e_1 = y - \overline{y}$  y  $e_2 = d - \overline{d}$ , la dinámica de e(t) esta gobernada por

$$\dot{e} = M(g)e + F(t) \tag{2.20}$$

donde  $F(t) = (0, f(t))^T$ 

$$M(g) = \left[ \begin{array}{rrr} -g_1 & 1 \\ -g_2 & 0 \end{array} \right]$$

Para que M(g) sea Hurwitz,  $g_1 > 0$  y  $g_2 > 0$ . Con un análisis en la dinámica del error podemos obtener las siguientes conclusiones:

(i) Si  $\lim_{t \to \infty} F(t) = const.$ , el estimador (2.19) es asintóticamente estable.

(ii) Más generalmente si F(t) es acotado, entonces el error de estimación está limitado, por lo tanto es posible integrar la (2.20) para obtener el siguiente error de estimación

$$\|e(t)\| \le K \|e(0)\| \exp\left(-\lambda^* t\right) + \beta K^2 \left(1 - \exp(-\lambda^* t)\right) / \lambda^*$$
(2.17b)

donde  $|f(t)| \leq \beta$ , K y  $\lambda^*$ son constantes positivas dependiendo solamente de la matriz M(g), uno puede ver que  $||e(t \to \infty)|| = \beta K^2 / \lambda^*$ .

Un límite superior para  $\lambda^*$  esta dado por min $\{R_e(\lambda_1), R_e(\lambda_2)\}$  donde  $\lambda_1 \ y \ \lambda_2$  son valores propios de M(g). La constante K es conocida como el factor levantamiento (Hinrichsen y Pritchard, 1993) y es una estimación del sobre disparo del error de estimación debido a las condiciones iniciales.

En principio, el error asintótico  $||e(t \to \infty)||$  puede hacerse tan pequeño como se desee, selecionando  $g_1$  y  $g_2$  tales que los valores propios de M(g) puedan estar localizados tan lejos en el lado izquierdo del plano complejo. No obstante un gran sobredisparo puede estar presente. Si el sistema del estimador del sistema (2.19) proporciona un estimado de d(t), este puede usarse para contrarestar los efectos de la perturbación en el lazo de retroalimentación. Por lo tanto, se propone el siguiente controlador:

$$u = \left[ \left( \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_c} \right) y - \overline{d} \right] / K_p \tag{2.21}$$

en donde  $\overline{d}$  se obtiene de (2.19). La (2.19) y (2.21) pueden convertirse en un controlador retroalimentado con un compensador de segundo orden. Físicamente, lo que se persigue es que la estructura del controlador detecte las perturbaciónes rápidamente y tome acciones correctivas para pervenir que el control quede fuera de su punto de operación deseado.

#### Función de transferencia del controlador

El controlador retroalimentado esta dado por las ecuaciones (2.16) y (2.18) es lineal con respecto a los estados y,  $\overline{y}$  y  $\overline{d}$ . Se puede obtener, la siguiente función de transferencia C(s) = U(s)/Y(s):

$$C(s) = K_c \left[ 1 + \frac{1}{\tau_I s} + \frac{K_e}{s(s+g_1)} \right]$$
(2.22)

donde

$$K_c = \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_c}\right) / K_p \tag{2.23}$$

$$(\tau_I)^{-1} = g_2 / \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_c}\right)$$
 (2.24)

$$K_e = g_2(g_1 - \frac{1}{\tau_c}) / \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_c}\right)$$
(2.25)

El controlador (2.22) se compone de tres partes:

- (i) Una retroalimentación proporcional  $K_e$
- (ii) Una acción integral  $1/\tau_I$
- (iii) Una acción integral de segundo orden  $K_e/s(s+g_1)$ .

La tercera parte realza la capacidad de estimación de la perturbación del controlador PI. Se llamará al controlador (2.22) un controlador PII<sup>2</sup> con retroalimentación. Esté controlador puede cambiar a un PI escogiendo  $K_e = 0$  o equivalentemente  $g_1 = 1/\tau_c$ . En el dominio del tiempo y haciendo uso de la ec.(2.21) nosotros tenemos que

$$\dot{\overline{y}} = -\frac{y}{\tau_c} + g_1(y - \overline{y}) = -g_1\overline{y}$$
(2.26)

$$\dot{\overline{d}} = g_2(y - \overline{y}) \tag{2.27}$$

Integrando la ecuación (2.26) y sustituyendo su solución (2.27) se obtiene.

$$\dot{\overline{d}} = g_2 y - \exp(-g_2 t) \, \overline{y}(0)$$

Por lo tanto cuando  $g_1 = 1/\tau_c$  el controlador PII<sup>2</sup> puede ser reducido a un PI debido al sustituir el valor de  $g_1$  en la ec.(2.25) el término de la segunda acción integral se elimina ( $K_e$ ). El controlador puede ser descrito mediante las expresiones (2.19) y (2.21), presentando un término  $\exp(-g_2 t) \ \overline{y}(0)$  de decaimiento perturbante. Una parametrización útil del estimador de ganancias es  $g_1$  y  $g_2$  es como sigue:  $g_1 = 2L g_2 = L^2$ , donde L > 0. Con tal parametrización los valores propios de M(g) son  $\{-L, -L\}$  y el número de parámetros del controlador es reducido a dos es decir  $\tau_c$  y L. El correspondiente controlador PII<sup>2</sup> puede llegar a ser un PI si  $L = 1/2\tau_c$ . El parámetro L está asociado en forma directa con los valores propios de la matriz M(g) y está a su vez con la dinámica del error. Esto muestra que el parámetro L puede interpretarse como la rapidez en la estimación de la perturbación, el cual puede sintonizarse independientemente de  $\tau_c$ .

#### Estimación de la perturbación en la presencia de incertidumbres paramétricas

En la mayoría de los casos, solo un estimado de los parámetros actuales de la planta es disponible. En este caso, es posible usar una estrategia de control como la que se describió en la sección anterior. Sea  $\overline{\tau}$  y  $\overline{K_p}$  un estimado de  $\tau$  y  $K_p$  respectivamente. La ecuación (2.10) puede escribirse como sigue:

$$\dot{y} = -\frac{y}{\overline{\tau}} + \overline{K_p}u + w \tag{2.28}$$

$$w = d - (\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\overline{\tau}})y + (K_p - \overline{K_p})u$$
(2.29)

Si la señal w es vista como una perturbación de la planta (2.28) puede describirse como un sistema extendido en el espacio de estados, donde w es interpretada como un nuevo estado

$$\dot{y} = -\frac{1}{\tau} + \overline{K_p}u + w \qquad (2.30)$$
$$\dot{w} = \Psi(y, u, \dot{u}, d, \dot{d}) \qquad .$$

donde  $\Psi(y, u, \dot{u}, d, \dot{d})$  es una función desconocida. Como en el caso de la sección anterior, puede proponerse un compensador de segundo orden como sigue:

$$u = \left(\left(\frac{1}{\overline{\tau}} - \frac{1}{\tau_c}\right)y - \overline{w}\right) / \overline{K_p}$$
(2.31)

$$\dot{\overline{y}} = -\frac{y}{\overline{\tau}} + \overline{K_p}u + \overline{w} + g_1(y - \overline{y})$$

$$\dot{\overline{w}} = +g_2(y - \overline{y})$$

donde  $\overline{w}$  es un estimado del término de las incertidumbres.

$$w = d - \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\overline{\tau}}\right)y + \left(K_p - \overline{K_p}\right)u \tag{2.32}$$

Hay que notar que el sistema (2.31) tiene la estructura de un observador lineal de estados de tipo Luenberger, excepto que la función desconocida  $\Psi(y, u, \dot{u}, d, \dot{d})$  no fue incluida en la construcción del estimador. De este modo, el sistema (2.31) puede hacer uso solamente de señales medidas y(t), u(t) y de estados internos  $\bar{y}(t)$  y  $\bar{w}(t)$ .

Definiendo el error de estimación como  $e_1 = y - \overline{y}$  y  $e_2 = w - \overline{w}$  y obteniendo sus derivadas que son:

$$\dot{e}_1 = \dot{y} - \dot{\overline{y}}$$
$$\dot{e}_2 = \dot{w} - \dot{\overline{w}}$$

Se obtiene la dinámica del sistema controlado y la estimación del error están gobernados por

$$\dot{y} = -\frac{y}{\tau_c} + e_2$$

$$\dot{e}_1 = -g_1 e_1 + e_2$$

$$\dot{e}_2 = -g_2 e_1 + \Psi(y, u, \dot{u}, d, \dot{d})$$
(2.33)

Notece que si  $e_2(t) \to 0$  entonces  $y(t) \to 0$ . De la (2.30), (2.33) y (2.32) se puede obtener la siguiente expressión, esta se obtiene derivando la ec.(2.32) y sustituyendo el valor de  $\dot{y}$ :

$$\Psi(y, u, \dot{u}, d, d) = d - (\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\overline{\tau}})(-\frac{y}{\tau_c} + e_2) + (K_p - \overline{K_p}) \dot{u}$$
(2.34)

Para encontrar el valor de  $\dot{u}$  primero se encuentra derivada la u de la ec.(2.31) y posteriormente

se sustituye en el valor de las derivadas de  $\dot{y}$  y  $\dot{\overline{w}}$ 

$$\dot{u} = \left( \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_c}\right) \left(-\frac{y}{\tau_c} + e_2\right) - g_2 e_1 \right) / \overline{K_p}$$
(2.35)

Por lo tanto, la dinámica del error de estimación  $e_2 = u - \overline{w}$  están gobernadas por

$$\dot{e_2} = -\gamma g_2 e_1 + \Phi(y, u, \dot{u}, \epsilon, d, d)$$

donde  $\gamma = \frac{K_p}{K_p}$  y

$$\Phi(y, u, \dot{u}, e, d, \dot{d}) = \Psi(y, u, \dot{u}, d, d) + (K_p - \overline{K_p})g_2 e_2 / \overline{K_p}$$

En donde  $\Phi(y, u, \dot{u}, e, d, \dot{d})$  resulta del agrupamiento de las ecuaciones (2.33), (2.34), (2.35).

En éste caso la parte nominal de la dinámica del error de estimación es  $\dot{e} = M(g, \gamma)e$  donde

$$M(g,\gamma) = \begin{bmatrix} -g_1 & 1\\ -\gamma g_2 & 0 \end{bmatrix}$$

Si  $g_1, g_2 > 0$  una condición necesaria para que el sistema en lazo cerrado sea internamente estable es que  $\gamma > 0$ . Esto implica que el signo de la ganancia del proceso  $K_p$  debe ser conocido. Esto no es una seria restricción ya que en la mayoria de los procesos químicos que tienen una entrada y una salida (SISO) el signo  $K_p$  es conocido. A fin de estudiar los efectos de  $\gamma$  en la dinámica de la reconstrucción del error e, se definen  $g_1 = 2L$  y  $g_2 = L^2$ . La matriz  $M(g, \gamma)$  queda como sigue

$$M(g,\gamma) = \left[egin{array}{cc} -2L & 1 \ -\gamma L^2 & 0 \end{array}
ight]$$

Los valores propios de  $M(g, \gamma)$  son  $\lambda^{+-} = L(-1 \pm (1 - \gamma)^{1/2})$ . Se supone que los límites de la ganancia de la planta están disponibles en un  $K_p^{\max}$ máximo y un  $K_p^{\min}$ mínimo (*i.e.*,  $K_p \epsilon \left[K_p^{\max}, K_p^{\min}\right]$ ). Aquí el problema es como escoger el estimado de  $\overline{K_p}$  para obtener un buen desempeño de la dinámica del error. Si  $\overline{K_p} = K_p^{\min}$  entonces  $\gamma > 1$  y los valores propios de la matriz  $M(g, \gamma)$  son complejos: entre más grande sea el valor de  $\gamma$ , es más grande la parte imaginaria. Entonces, cuando  $\overline{K_p} = K_p^{\min}$  uno puede esperar un convergencia subamortiguada del sistema a lazo cerrado. En otro aspecto si  $\overline{K_p} = K_p^{\max}$  se tiene que  $\gamma < 1$  y  $\lambda^+ > -L$ ,  $\lambda^- < -L$ . Esto es un modo del error de estimación es más lento que el otro. Entonces para pequeños valores de  $\gamma$ la convergencia es lenta (debido a los valores propios de  $\lambda^+$ ) del error de estimación, puede ser esperada. Basado en el punto de vista anterior un promedio puede dar un mejor desempeño. Por ejemplo uno puede usar  $\overline{K_p} = (K_p^{\max}, K_p^{\min})/2$ .

Las propiedades de estabilidad del sistema en lazo cerrado (2.33) pueden ser obtenidas considerandolo como un sistema de control acoplado con un observador de estados. De hecho usando los resultados de (Esfandiari y Khail 1992) se puede concluir que si  $\gamma > 0$ , existe una constante positiva  $L^*$  tal que para  $L > L^*$  el sistema de lazo cerrado es asintóticamente estable. De este modo  $L^*$  es una ganancia mínima (Luyben, 1990) para el sistema en lazo cerrado.

En principio, el sistema (2.33) en lazo cerrado es asintóticamente estable para cualquier ganancia arbitrariamente grande  $L > L^*$ . No obstante, en la práctica hay una restricción en el valor máximo de L que puede ser usado. De hecho mediciones con ruido, mediciones muestreadas y dinámicas no modeladas (actuador despreciado, dinámicas de alta frecuencia) limitan el máximo desempeño alcanzable en lazo cerrado. En el caso de mediciones ruidosas, el ruido es amplificado con una ganancia de orden de  $\sigma(L^2)$ . Se puede usar el prefiltrado de las señales medidas y el escalado de incertidumbres estimadas para reducir los efectos del ruido en el lazo de retroalimentación. En tal caso se puede ver como una estimación de una entrada con retardo, donde el periodo de muestreo y los tiempos característicos de las dinámicas no modeladas son interpretados como tiempos de retardo. Entonces el parámetro L puede verse como la tasa de incertidumbre/estimación de perturbación,  $L^{-1}$  puede ser interpretado como la estimación de tiempo característico, desde un punto de vista práctico es claro que no es posible estimar señales de salida que presentan retardo más rápidas que el periodo de muestreo. Por lo tanto, una restricción en el máximo valor disponible de L debe considerarse en el sentido de que el valor mínimo de  $L^{-1}$  debe ser del orden del tiempo de retardo.

#### Funciónes de Transferencia de los Controladores

A continuación en la tabla 1 se muestra las funciónes de transferencia de los controladores.

Control	Función de Transferencia					
PI-IMC	$C(s) = \frac{1}{0.7  K_p} + \frac{1}{0.7  K_p \tau  s}$					
PII <sup>2</sup>	$C(s) = K_c \left[ 1 + \frac{1}{\tau_I s} + \frac{K_e}{s(s+g_1)} \right]$					

Tabla 1. Función de transferencia de los diferentes controladores

La función de transferencia del control **PI-IMC**, presenta una parte proporcional que corresponde al primer término y una acción integral al segundo término. El valor correspondiente a la acción proporcional es  $K_{prop} = \frac{1}{0.7 K_p}$  y la acción integral es  $K_{int} = \frac{1}{0.7 K_p \tau s}$ 

Con respecto al control propuesto  $\mathbf{PII}^2$  la función de transferencia de éste presenta tres términos, los dos primeros corresponden a una acción proporcional e integral y el tercero estará asociado con una segunda acción integral. Los valores pertenecientes a estos términos son:

$$K_c = \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_c}\right) / K_p$$
$$\frac{1}{\tau_I s} = g_2 / \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_c}\right) \frac{1}{s}$$

en donde  $K_e$  está expresado como

$$K_e = g_2(g_1 - \frac{1}{\tau_c}) / \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_c}\right)$$

#### **Conclusiones parciales**

- Se presenta un controlador PI que realza la capacidad de estimar las incertidumbres.
- Se interpreta la acción integral de un controlador clásico con retroalimentación como un estimador de perturbación. Entonces, para estimar las incertidumbres consideradas como un estado extendido, se propone un estimador de incertidumbres, el cual es similar a la estructura de un observador de estados lineal.
- En la Tabla 1 se presentan las diferencias entre el control PI-IMC y el PII<sup>2</sup>

- La función de transferencia del controlador PII<sup>2</sup>con retroalimentación fué derivado y mostrado. Bajo cierta selección de parámetros este controlador se torna en un controlador clásico PI.
- La estructura del controlador **PII**<sup>2</sup>es que el compensador detecte más rápidamente las perturbaciones y tome acciones correctivas para prevenir que el control salga de su punto de operación.
- La sintonización de los parámetros del controlador **PII**<sup>2</sup>se derivó del análisis del sistema en lazo cerrado.
- El parámetro L (ver asignación de las ganancias del estimador  $g_1 y g_2$ ) puede interpretarse como la rapidez en la estimación de la perturbación y su sintonización es independientemente de  $\tau_c$ . La tasa de estimación de la incertidumbre L no puede ser más grande que la tasa de acción de control. Esto es, las incertidumbres no pueden ser estimadas más rápido que la acción de control a la entrada.

# **CAPITULO 3**

# Aplicación del Controlador PII<sup>2</sup> a un Sistema de Reacción con Recirculación

#### Introducción

En tiempos recientes los cambios en la tecnología de la computación y en los sistemas para el control de procesos ha permitido la realización de algoritmos más complejos para el control de procesos a bajo costo. Pero por otro lado, el incremento en la demanda para ahorrar energía y el incremento en la calidad del producto requiere un mayor conocimiento de los sistemas de control. En la industria química los procesos son altamente no lineales y no son modelados adecuadamente, causando que las características de los controladores cambien para satisfacer los nuevos requerimientos. Con lo anterior es de interes estudiar el comportamiento dinámico y de control para sistemas en los cuales se presenta recirculación. En el caso del reactor/ ectificadora, este sistema ofrecen algunas ventajas sobre las unidades de separación, especialmente cuando son reversibles, entre las ventajas que se tienen son un incremento en el rendimiento, así como una reducción en el costo energético. Los procesos con recirculación son importantes en la industria química debido a que la materia prima es de alto valor agregado y la recirculación permite un mejor aprovechamiento de la misma. Estas son algunas de las razones que motiva a estudiar este tipos de sistemas.

Así mismo un número reducido de artículos en la literatura que consideran la dinámica de la recirculación. Denn y Lavine (1982) han examinado el efecto dinámico de la recirculación y encontraron que el tiempo característico de la planta global es mucho mayor que la ganancia individual de cada uno de sus elementos en estado estacionario. Además, si la dinámica de recirculación tiene retardo, entonces la dinámica de la planta puede presentar picos resonantes que son comparables en orden de magnitud a la ganancia de la planta en estado estacionario. Esta conclusión fue apoyada en el trabajo de Kappor *et.al.*(1986) en donde el utilizó un modelo de primer orden en la función de transferencia, para mostrar por qué el tiempo característico de una columna de destilación de alta pureza es tan elevado. O. Taiwo (1986), describe un método que garantiza la estabilidad y un buen desempeño en un sistema con recirculación, usando un compensador de recirculación, siempre que el modelo tenga incertidumbres de untipo dado o que las variaciones de la planta satisfagan ciertas condiciones se podra garantizar estabilidad.

#### Planteamiento del problema

El controlador PII<sup>2</sup> desarrollado en el capítulo anterior será aplicado a un reactor químico con una columna de rectificación (Luyben y Chang, 1997) y se tratará de demostrar que el control PII<sup>2</sup> es capaz de estimar las perturbaciones más rápido que un controlador **PI-IMC** en un régimen continuo, en donde lo que interesa es regular la concentración del destilado X(t) es decir, que tenga cierta concentración preespecificada a la salida del rectificador. Por tal motivo, el objetivo a cubrir será mostrar las posibles ventajas de la estrategia de control propuesta. Para esto, la concentración del destilado X(t) es la que se quiere regular a través de la recirculación RR(t). La estabilidad asintótica del error estará definido por la expresión (3.1)

$$\lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{t \to \infty} (X(t) - X^*) = 0$$
 (3.1)

La tasa de recirculación y la concentración de destilado estarán acotados debido a condiciones de operación en estado estacionario del sistema. Se supone que la concentración del destilado X(t) puede variar alrededor de un valor nominal  $\overline{X_e}$ . Por lo tanto, las incertidumbres asociadas al sistema son cambios en el flujo, composición en la alimentación, así como nuevos puntos de referencia. Estas variables están asociadas al término de la tasa de recirculación RR(t) y a la desviación de  $X_e(t)$  respecto de  $\overline{X_e}$ .

## 3.1 Descripción del proceso

El proceso consiste en un reactor CSTR que tiene una alimentación en fase líquida. En el reactor se lleva acabo una reacción reversible de primer orden y en su interior se encuentra un serpentín que suministra calor al reactor. La vaporización es alimentada a la rectificadora en donde se lleva acabo un proceso de rectificación, que consiste en eliminar uno o más de los componentes de una mezcla volátil por medio de la transferencia simultánea de calor y masa. Este método incluye el retorno de una parte del vapor condensado a la rectificadora. de tal manera que el líquido que se regresa entra en contacto a contracorriente con los vapores que se dirigen al condensador. Este tipo de destilación es continua y permite manipular grandes cantidades de materia y el reflujo hace posible alcanzar purezas elevadas en los productos que se destilan. Las columnas de rectificación son cilindros metálicos por los que pasan los vapores y los líquidos generados. Dentro de estas columnas se pueden encontrar platos con perforaciones que ponen en contacto al vapor con el líquido como se muestra en la Figura 3.1.

Las perturbaciones que sufre el proceso son cambios en composición  $(Z_0)$  y flujo  $(F_0)$  en la alimentación del reactor. Se desea compensar estas variaciones a través de la tasa de recirculación.

#### Rectificación en un plato ideal

Considérese un solo plato de una columna o cascada de platos ideales. Supóngase que los platos están numerados de arriba a abajo y que el plato que se considera es el número n. En la Figura 3.2 se representa esquemáticamente el balance de materia del plato n. Por tanto el plato inmediatamente superior a éste plato n-1 y el inmediatamente inferior es el plato n+1. Los subíndices representan en todos los casos el punto de origen de la magnitud correspondiente. En el plato n entran dos corrientes y salen otras dos. Una corriente de líquido  $L_{n-1}$  procedente del plato n-1 y una corriente de vapor  $V_{n+1}$  procedente del plato n+1, se ponen contacto íntimo. Una corriente de vapor  $V_n$  asciende hacia el plato n-1 y una corriente de líquido  $L_n$  desciende hacia el plato n+1. Puesto que las corrientes de vapor son la fase V, sus concentraciones se representan por x. Por lo tanto las corrientes que entran y salen del plato n son: vapor que sale del plato  $y_n$ , líquido que sale del plato  $x_n$ , vapor que entra del plato  $y_{n+1}$ , líquido que sale del plato  $x_{n-1}$ . Con lo anterior, se muestra que la corriente de vapor se va enriqueciendo del



FIGURA 3-1: Sistema de reactor y rectificador

23

componente más volátil, conforme avanza en los platos de la rectificadora.



Figura 3.2 Diagrama del balance de materia para el plato n

#### Efecto de los parámetros físicos del sistema reactor/rectificador

Algunos de los parámetros como son calor de reacción, volatilidad y tasa de reacción son importantes en el diseño, para especificar adecudamente el tamaño del reactor y la rectificadora debido a que algún cambio en el valor de ellos provoca un cambio sustancial en el tamaño de sus componentes.

El efecto del calor de reacción es muy interesante debido a que si en el reactor se lleva a cabo una reacción exotérmica, éste calor puede ser usado como una fuente de energía para el sistema. Ahora bien, si el calor de reacción es pequeño es necesario adicionar calor a través de un rehervidor. A medida que el calor se incrementa, éste se tornará igual a la energía requerida para la vaporización en el reactor. Cuando el calor de reacción es grande puede ser necesario un refrigerante en vez de un rehervidor.

Para casos en donde la reacción es exotérmica, esto provoca un menor gasto en el consumo de energía, causando una disminución en el costo. Entonces, para calores de reacción mayores de 35000 Btu/lbmol, es una condición en donde el rehervidor no es necesario. Esto es, el calor de reacción es igual al calor requerido para vaporizar el líquido en el reactor. Van Heerden (1953) propuso un proceso autotérmico en el cual la temperatura se autoregula en el reactor continuo de tanque agitado (CSTR). El sistema reactor/rectificador puede ser un sistema autotérmico bajo ciertas condiciones de estado estacionario. No obstante, el desempeño de esta dinámica no es aceptable, debido a que el sistema a lazo cerrado presenta inestabilidad.

El efecto de la volatilidad afecta en el diseño del tamaño de ciertos parámetros como son: el volumen del reactor, el número de platos y la tasa de recirculación en donde decrece debido a la facilidad de separación que tiene el producto, haciendo menor el costo de energía para su vaporización.

En lo referente a la reacción reversible, si la constante de equilibrio se incrementa, entonces el valor óptimo del líquido retenido en el reactor, decrece debido a la alta conversión de reactivo a producto.

#### Consideraciones para la simulación

Para la simulación dinámica del proceso se tomaron las siguientes consideraciones:

- Ocurre una reacción reversible de primer orden en la fase liquida en el reactor (CSTR) además, se considera que la volatilidad relativa es constante.
- Se supone que el flujo de vapor es constante a lo largo de las etapas  $V_j = V \quad j = 1, 2, ..., nt$
- La hidráulica de plato se modela como una dinámica de primer orden (Luyben 1990)

$$L_j = \overline{L_j} + (M_n - \overline{M_n})/\beta$$

- En donde  $L_j$  es el flujo de liquido en la enésima  $(n^{th})$  etapa,  $\overline{L_j}$  es flujo de liquido nominal en la enésima  $(n^{th})$  estapa,  $M_n$  es el liquido retenido en la enésima  $(n^{th})$  etapa,  $\overline{M_n}$  es el liquido nominal en la enésima  $(n^{th})$  etapa y  $\beta$  es constante hidráulica de liquido.
- El equilibrio termodinamico entre fases esta modelado mediante una expresión de volatilidad relativa (mezcla binaria reactivo-producto).

$$y_j = \alpha x_j / 1 + (\alpha - 1) x_j$$
  $j = 1, 2, ...nt$ 

- En donde  $y_j$  es la fracción molar en la fase vapor en la enésima etapa,  $x_j$  es la fracción molar en la fase liquida en la enésima etapa y  $\alpha$  es la volatilidad relativa.
- Dinámica del condensador se considera que opera en forma total.

Los detalles del estado estacionario y la dinámica de los modelos matemáticos usados están dados por (Chang K.Yi.,1994) ver Apéndice B. Ahora bien, para la simulación del reactor/ rectificadora se consideraron los parámetros de (Chang y Luyben 1997). Ver Tabla de parámetros.

## 3.2 Dinámica de la planta a lazo abierto

El estudio de la dinámica de la planta en lazo abierto tiene como objetivo encontrar los valores del calor sumistrado al reactor  $q_r$ , calor de reacción  $\lambda$  y la tasa de recirculación rr con los cuales se pretende encontrar el punto de operación óptimo del sistema.

En las Figuras 3.2.1 a 3.2.3 se muestran las dinámicas de la composición de producto  $(x_p)$ , tanto en el reactor como en la rectificadora. Se usaron tres diferentes calores de reacción  $(\lambda)$ cuyos valores fueron -20,000, -25,000 y -30,000 (Btu/lb-mol). En cada una de las figuras se observa el comportamiento de las dinámicas al variar el calor suministrado  $(q_r)$  al reactor y manteniendo constante el calor de reacción  $(\lambda)$ . Los valores empleados de  $q_r$  fueron  $2.9 \times 10^6$ ,  $1.45 \times 10^6$ ,  $7.25 \times 10^5$ ,  $3.2 \times 10^5$  (Btu/hr). En todas las gráficas se describen dos dinámicas: a) representa la composición en el reactor con respecto al tiempo, y b) representa la composición en la rectificadora con respecto al tiempo.

En la Figura 3.2.1a ( $\lambda = -20000 \text{ Btu/lb-mol}$ ) se observa que para  $q_r = 7.25 \times 10^5 \text{ (Btu/hr)}$  la dinámica no alcanza el estado estacionario, presentádose el incremento máximo en composición a las 40 hrs e iniciándose un descenso constante del producto en el reactor.

Para  $q_r = 3.2 \times 10^5$  (Btu/hr) se muestra que a las 50 hrs se alcanza un estado estacionario, además de tener la más alta composición de producto correspondiente a 0.6 lbmol.

En cuanto a la dinámica para  $q_r = 1.45 \times 10^6$  (Btu/hr) no se experimentan cambios, mientras que en la referente a  $q_r = 2.9 \times 10^6$  (Btu/hr) desde el inicio presenta una disminución en  $x_p$ hasta estabilizarse en 0.1 lbmol. De las dinámicas antes mencionadas solo se tomarán encuenta las correspondientes a un  $q_r = 3.2 \times 10^5$  (Btu/hr) y  $q_r = 7.25 \times 10^5$  (Btu/hr) debido a que los cambios de composición tanto en el reactor como en la rectificadora están en un intervalo de mayor conversión de producto en sistema a lazo abierto.

En la Figura 3.2.1b (rectificadora) los comportamientos son análogos a los presentados en la Figura 3.2.1a para todos los valores de  $q_r$  en todas las dinámicas. La diferencia es que la composición del destilado es mayor que en el reactor independientemente de  $q_r$ . Esto se debe a que existe una mayor cantidad de producto en el destilado que en el reactor.

En la Figura 3.2.2a para  $q_r = 3.2 \times 10^5$  (Btu/hr) y t > 40 hrs existe una clara tendencia a la estabilización, con ligeras oscilaciones en la dinámica de la composición de producto; la cual se obtuvo elevando  $\lambda$  un 25% con respecto a la dinámica mostrada en la Figura 3.2.1. Por lo que respecta a los otros valores de  $q_r$  los comportamientos son estables desde las 40hrs. Por otro lado en el caso de  $q_r = 7.25 \times 10^5$  (Btu/hr) cuando alcanza el estado estacionario el valor de  $x_p$  es aproximadamente 0.45 lbmol es decir menor que en el caso de  $\lambda = -20000$  (Btu/lb-mol) que es 0.55 lbmol, aunque en este caso no alcanza un estado estacionario. El resto de las dinámicas no varían significativamente su comportamiento en composición, con respecto a las presentadas en la Figura 3.2.2a.

En la Figura 3.2.2b la dinámica de la composición  $x_p$  para  $q_r = 7.25 \times 10^5$  (Btu/hr) en la rectificadora, sufre una reducción en la composición de 0.1 lbmol en comparación a la Figura 3.2.1b para  $\lambda = -20000$  (Btu/hr).

Para las Figuras 3.2.3a y b, para  $\lambda = -30000$  (Btu/lb-mol), se observa prácticamente el mismo comportamiento dinámico que en las anteriores figuras, esto es estabilización a las 40hrs. A excepción de que para las dinámicas en el reactor (Figura 3.2.3a) para un  $q_r = 3.2 \times 10^5$  (Btu/hr) el estado estacionario alcanza una  $x_p$  de 0.5 lbmol es decir menor que en los anteriores casos. Lo mismo sucede para  $q_r = 7.25 \times 10^5$  (Btu/hr) en donde se reduce  $x_p$  de 0.5 a 0.37 lbmol.

Para el rectificador Figura 3.2.3b existe un efecto análogo al descrito para el reactor, observándose que para un  $q_r = 3.2 \times 10^5$  hay una disminución en  $x_p$  de 0.95 a 0.85 lbmol. Con respecto a  $q_r = 7.25 \times 10^5$  la composición presenta un ligero descenso de 0.85 a 0.75 lbmol.

Una posible explicación de los cambios observados en el comportamiento de las dinámicas del sistema, al pasar de  $\lambda = -20000$  a -25000 (Btu/lb-mol), se encuentra en el análisis del

balance de energía en el reactor, en donde se correlaciona la temperatura del reactor  $(T_R)$ , la cinética de la reacción, el calor de reacción  $(\lambda)$  y el calor suministrado  $(q_r)$  (ver apéndice B). En efecto, la variación de  $\lambda$  influye en la temperatura del reactor y al mismo tiempo interviene en la cinética de reacción reflejandose en la composición de producto. Un incremento en el valor  $\lambda$  induce una disminución en la composición de producto debido al término de Arrhenius en la tasa de reacción. Tales cambios afectan negativamente a la concentración de producto.

En la Figura 3.2.4 se muestra la variación de la concentración de producto en el reactor y la rectificadora, variando la tasa de recirculación con un  $q_r = 1432449$  (Btu/hr), y con dos calores de reacción:  $\lambda = -10000$  y -20000 (Btu/lb-mol). Se presentan las dinamicas de la composicion en el reactor y a la salida de la columna rectificadora (composición de destilado). Por otro lado, en la Figura 3.2.4a se presentan las mismas dinámicas (composición en reactor y destilado) para  $\lambda = -10000$  (Btu/lb-mol) y variando la tasa de recirculación. Se observa que la rectificadora no presenta retardo en su respuesta para rr = 0.8 y 0.7; sin embargo, para el caso de rr = 0.6 se encontró un retardo de aproximadamente 5hrs logrando estabilizarse el sistema a las 40 hrs. También, el reactor alcanza un estado estacionario a las 45hrs cuando rr = 0.6, y en 90hrs cuando rr = 0.7 y 0.8, presentandose comportamientos en la composición análogos a la composicion de destilados, pero sin retardos apreciables.

En la Figura 3.2.4b con un  $\lambda = -20000$  (Btu/lb-mol) se puede mostrar que la dinámica de la composición en el destilado presenta efectos de retardo más notorios con respecto a  $\lambda = -10000$  (Btu/lb-mol) para las diferentes tasas de recirculación. En el caso, cuando rr = 0.8, se observa un retardo con una duración de 30hrs en la respuesta del sistema. Esta duración varia dependiendo de la recirculación. Este retardo es inducido por el flujo de vapor y líquido en la columna rectificadora para ambas figuras. La aparación de retardos en la respuesta de la composición de destilado para  $\lambda$  grandes es debida a que al generarse grandes flujos de vapor, estos inducen una recirculación interna mayor (tiempo de residencia) dentro de la columna.

Como conclusión de este estudio de simulación en las diferentes dinámicas en lazo abierto. Se encontró que las variables como el calor suministrado al reactor  $q_r$ , el calor de reacción  $\lambda$  y la tasa de reciculación rr son las que más influyen en la dinámica del sistema. Esto es debido a la influencia directa que tienen sobre la tasa de vaporización. Con lo anterior se encontraron intervalos en donde opera adecuadamente el sistema en lazo abierto. Comprobando que los resulat<br/>dos reportados por Chang K. Yi 1994 son adecuados para la simulación numerica de éste problema. Los siguientes valores son:<br/>  $q_r=4.0\times10^5$  (Btu/hr),  $\lambda=24000$  (Btu/lb-mol),<br/> rr=0.7

۰.,



\*-

a)



Figuras 3.2.1 con calor de reacción  $\lambda = -20000$  (Btu/lbmol) y diferentes calores suministrados al reactor

. .



a)



Figura 3.2.2 con calor de reacción  $\lambda = -25000$  (Btu/lbmol) y diferentes calores suministrados al reactor



a)



Figuras 3.2.3 con calor de reacción  $\lambda = -30000$  (Btu/lbmol) y diferentes calores suministrados al reactor



• د و و رو اس در د

. . .

Figura 3.2.4a con calor de reacción  $\lambda = -10000$  (Btu/lbmol) y qr = 1432449 (Btu/hr)



Figura 3.2.4b con calor de reacción  $\lambda = -20000$  (Btu/lbmol) y qr = 1432449 (Btu/hr)



## 3.3 Identificación del orden de la planta

La sintonización se realizó identificando primero el orden de la planta que corresponde a los balances de composición de destilado y la recirculación. Para ello, se suministró un escalón a la variable de entrada al sistema (composición a la entrada del reactor) que opera en condiciones estables. Al llegar el sistema a estado estacionario bajo las nuevas condiciones, se observó el comportamiento de la salida. La respuesta del sistema se asumió de primer orden y la ecuación correspondiente en variables de desviación (y(t) y u(t)) es la siguiente :

$$\tau_c \dot{y}(t) + y(t) = K_p u(t) \tag{3.2}$$

donde  $y(t) = X(t) - \overline{X}(t)$ ,  $u(t) = RR(t) - \overline{RR}(t)$ ; las barras indican valores nominales.

La función de transferencia correspondiente a ésta dada por:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_p}{\tau s + 1}$$
(3.3)

Por definición  $\tau$  es el tiempo que transcurre hasta que se realiza el 63.2% del cambio del estado estacionario inicial hasta el final. La ganancia de la planta  $K_p$  representa la sensibilidad de la salida ante cambios a la entrada. Los valores de la planta son:

$$K_p = 0.125 \ hr^{-1}/mol$$
  $\tau = 19.00 \ hr^{-1}$ 

### 3.4 Discusión de Resultados

En esta sección se muestran algunos resultados obtenidos apartir de simulaciónes numéricas. Mostraremos el efecto del sintonizado de los controladores en el desempeño del sistema en lazo cerrado. Por último, se interpretan las figuras correspondientes a la dinámica de la planta con perturbaciones.

Se considera el sistema del reactor con la rectificadora como se describe en (Luyben y Chang, 1997) (ver apéndice B). Los parámetros y valores nominales del sistema estan dados en la Tabla 1. También, se considera al sistema en estado estacionario, junto con los algoritmos de control descritos anteriormente y suponiendo que la medición no está contaminada con ruido. Se realizó la sintonización de las ganancias del controlador con el modelo (2.7) con una metodología de modelo interno y (2.22) con un observador de incertidumbres encontrándose los valores mostrados en la Tabla 2.

Tabla 2. Sintonización de los Controladores

	Sintonización de ganancia					
PI-IMC	$K_c = 11.46, \ K_i = 1.66$					
OBS	$L = 1.0,  \tau = 1.0$					

Los valores de  $K_c y K_i$  son obtenidos de acuerdo a las reglas de sintonizado PI-IMC dadas por (Chien y Freuehauf 1990). En el caso especifico que estamos estudiando, se obtuvieron los parámetros de planta  $K_p = 0.125$  y  $\tau = 19.0$ . Se define la tasa de recirculación como RR(t) y el cambio de composición a la salida de la rectificadora x(t). Por otra parte el desempeño se evaluó en ausencia de ruido en las mediciones con los siguientes criterios:

$$J = \int (e_{sn}^2(t) + e_{dn}^2(t))dt, \quad e_{sn}^2(t) = (\frac{x(t) - x^*}{x^*}), \quad e_{dn}^2(t) = (\frac{RR(t) - RR^*}{RR^*})$$

El criterio  $e_{sn}^2(t)$  indica que tan lejos del valor de referencia  $x^*$  se encuentra x(t), y el criterio

 $e_{dn}^2(t)$  indica el esfuerzo de control que se realiza para aproximarse al valor x(t). Por lo tanto, J evalúa la capacidad de regulación y el esfuerzo de control.

En la Tabla 3 se presentan valores de desempeño con una perturbación consistente en aumentar el flujo de alimentación al reactor  $F_0$  de 100 a 120 (lb-mol/hr). Se observa que la diferencia en el valor del error  $e_{sn}^2(t)$  entre **PI-IMC** y **PII<sup>2</sup>** es mínima. Posiblemente esto se deba a que la composición no se desvía mucho de la referencia. Por lo tanto, el orden de magnitud del error  $e_{dn}^2(t)$  muestra que el esfuerzo del control tiene más influencia en el desempeño. Es necesario notar que para el **PI-IMC** el valor del error es un poco mayor que el correspondiente a **PII<sup>2</sup>**. Los parámetros utilizados para la simulación ver Tabla de parámetros.

Tabla 3. Indicadores de Desempeño

	$e_{sn}^2(t)$	$e_{dn}^2(t)$	J
PI-IMC	0.15754	4.06020	4.12774
PII <sup>2</sup>	0.35596	3.71319	4.06915

En la Tabla 4 se presenta una dinámica diferente. En este caso son dos cambios de referencia: uno a las 550 hrs de  $x_d = 0.97$  a  $x_d = 0.96$  y el otro a las 700 hrs  $x_d = 0.96$  a  $x_d = 0.98$ . Además, se introdujeron las siguientes perturbaciones: una en el flujo de alimentación consistente en incrementarlo  $F_0$  de 100 a 110 (lb-mol/hr) a las 150 hrs, y la otra en composición de alimentación consistente en incrementarla de  $Z_0 = 0.01$  a  $Z_0 = 0.1$  mol de A, a las 400 hrs. El valor global del desempeño se incrementa debido a la serie de cambios que se van dando en el tiempo, entonces el error  $e_{dn}^2(t)$  sufre un incremento con respecto a los valores mostrados en la Tabla 3. Esto es debido en gran parte a los cambios de referencia en donde la acción de control tiene mayor orden de magnitud. En el caso del error de regulacion  $e_{sn}^2(t)$ , el desempeño es similar a los reportados en la Tabla 3. En la Tabla de parámetros se reportan los valores utilizados para estas simulaciones.

Г	abl	$\mathbf{a}$ 4	<b>I</b> . ]	Inc	licac	lores	s d	e l		)esempeño	
---	-----	----------------	--------------	-----	-------	-------	-----	-----	--	-----------	--

	$e_{sn}^2(t)$	$e_{dn}^2(t)$	J
PI-IMC	0.15753	12.98276	13.14029
PII <sup>2</sup>	0.35667	12.69357	13.05024

Continuando con la descripción de los resultados de las simulaciones, se describen algunas gráficas obtenidas con las diferentes estrategias de control. Estas presentan diferentes puntos de operación y perturbaciones en flujo y composición. En la Figura 3.4.1 a la 3.4.3 se muestra el comportamiento dinámico del sistema reactor/ rectificador con el controlador **PI-IMC** y de la Figura 3.4.4 a la 3.4.5 el controlador propuesto **PII<sup>2</sup>**. Para todas las gráficas se describen dos dinámicas:

- a) Representa la composición del destilado con respecto al tiempo (x(t)).
- **b**) Representa la tasa de recirculación con respecto al tiempo (RR(t)).

La Figura 3.4.1 muestra que el proceso alcanza un estado estacionario. A las 150. hrs se le provoco una perturbación consistente en incrementar la composición  $z_0$  de 0.01 a 0.1 mol de **A**, en la alimentación al reactor. En Figura 3.4.1a se observa el efecto de la perturbación sobre la dinámica de la referencia observándose un ligero incremento en la composición. Esto se debe a que al existir mayor concentración de reactivo se favorece la formación de producto. En la Figura 3.4.1b se puede apreciar que a las 150 hrs la acción del controlador muestra un decremento, evitando que el proceso quede fuera del punto de operación, ya que al reducirse la tasa de recirculación al reactor, hay una menor cantidad disponible de reactivo para convertir a producto.

En la Figura 3.4.2 se muestra que la dinámica del proceso alcanza un estado estacionario a las 100 hrs. Posteriormente sufre una perturbación en el flujo de alimentación  $F_0$ , que se incrementa de 100 a 110 (lb-mol/hr) a las 150 hrs. En la Figura 3.4.2a se presenta una disminución en la composición del destilado, esto se debe a que al tener mayor cantidad de flujo provoca un descenso en la temperatura y genera un decremento en la producción de producto. Esto induce a que la velocidad de vaporización disminuye aportando menos producto al rectificador. Con

respecto a la Figura 3.4.2b la acción del control concuerda con el efecto de la perturbación, que en este caso se requiere un aumento en la tasa de recirculación para poder llevar al punto de operación al sistema.

والمتحدية والمستهافة الجراد والهتروي واود

En la Figura 3.4.3b se presenta cómo la acción de control alcanza a dos cambios de referencia en la composición del destilado  $(x_d)$  y el efecto que tiene una perturbación a las 300 hrs. en la composición de alimentación  $z_0$ . Tales cambios de referencia son: uno a las 150 hrs, en el que se disminuye  $x_d$  de 0.97 a 0.96; y otro a las 450 hrs. cuando se vuelve a pertrubar el sistema incrementando  $x_d$  de 0.96 a 0.98. En el primer cambio de referencia la tasa de recirculación sufre un decremento, ya que la composición a la salida es menor presentando un ligero sobre tiro para posteriormente regularse. Con respecto la perturbación en composición , este presenta un comportamiento similar al de la Figura 3.4.1b pero con un pronuciado descenso. Por último para el segundo cambio de referencia, al tener una elevada composición a la salida del proceso se porvoca que el control induzca un incremento en la tasa de recirculación, provocando más generación de producto y presentando un sobre tiro.

Con respecto a las Figuras 3.4.4 y 3.4.5 se emplearon las mismas condiciones de simulación y perturbación usadas en las Figuras 3.4.2 y 3.4.3. En la Figura 3.4.4, se tiene la perturbación en la alimentación del reactor en composición y en la Figura 3.4.5 en el flujo. En la Figura 3.4.4a al tiempo de 100 hrs la perturbación en composición es mínima. En la acción del controlador tambien se manifiesta una ligera disminución en la tasa de recirculación. Esto tiene sentido dado que al experimentar un sensible incremento en la composición a la salida con lleva un ligero incremento en el control. Aquí cabe mencionar que posiblemente la segunda acción integral elimina en cierta medida la perturbación, ventaja que con el controlador **PI-IMC** no se tiene. En la Figura 3.4.5 hay una perturbación en flujo a las 100 hrs. En la Figura 3.4.5a se dan ligeros sobre tiros eliminando en cierta medida la perturbación.

En la Figura 3.4.6 se presenta una dinámica similar a la de la Figura 3.4.3 con cambios de referencia así como perturbación en flujo y concentración usando los dos controles, en las que se ilustra como responden ambos ante las perturbaciones. En la Figura 3.4.6a se muestra la manera en que el control propuesto **PII**<sup>2</sup> ofrece mayor rapidez para eliminar la perturbación, además de llevar al sistema a los diferentes puntos de operación, con respecto al **PI-IMC**.

Ahora bien, con lo que respecta a la trayectoria en que llega el control se observa que es un poco lenta. Esto es debido a que la doble acción integral posiblemente genera un cierto retardo, pero por otro lado, en términos de actuadores (válvulas), evita un desgaste dado que lleva más suavemente al punto de operación el control **PII**<sup>2</sup>.

#### **Conclusiones Parciales**

- El valor del desempeño para controlador propuesto PII<sup>2</sup> tiene un valor ligeramente menor al PI-IMC. Esto probablemente se deba a que el esfuerzo recae en la acción de control ( regulación de la tasa de recirculación). Se muestra la potencial capacidad del PII<sup>2</sup> para eliminar las perturbaciones.
- Respecto a la dinámica de las perturbaciones, se encontró que el sistema tiene límites en concentración y flujos. A valores superiores de composición de alimentacion (del orden de  $z_0 = 0.1$  mol de A) la dinámica del reactor indica que posiblemente no se logra eliminar todo el calor generado ya que la reacción es exotérmica. Este no es removido rápidamente y como consecuencia provoca cierta inestabilidad evitando que la acción de control logre cumplir su objetivo.
- En el caso en que la perturbación en flujo tiene un incremento hasta de un 25%, la acción de control tiene un margen ligeramente amplio con respecto a la perturbación en composición. Esto es debe a que la composición presenta cambios en temperatura que afectan a la tasa de vaporización y como consecuencia la tasa de recirculación.
- Por otro lado al presentarse un descenso en la composición en el destilado, esto facilita la acción del control, en éste caso el actuador (válvula) tiene un buen margen de maniobra para eliminar la perturbación.
- El desempeño del control **PII<sup>2</sup>** es ligeramente mejor con respecto al **PI-IMC** esto es mostrado en la Tabla 4 y Tabla 3.











11.

Figura 3.4.3 Control PI-IMC con diferentes puntos de operación







Figura 3.4.5 Control  $\text{PII}^2$  con perturbación en el flujo de alimentación  $F_0$  al reactor



Figura 3.4.6 Comparación del control PI-IMC con PII<sup>2</sup>

# **CAPITULO** 4

# Conclusiones Generales y Trabajo a Futuro

#### **Conclusiones Generales**

- El trabajo presenta un controlador PI que mejora la capacidad de estimar las incertidumbres. Se interpreta la acción integral de un controlador clásico con retroalimentación como un estimador de perturbaciones, por lo que para interpretar las incertidumbres generadas por un estado extendido, se propone un estimador de incertidumbres, que se parece en estructura a un observador de estados lineales.
- Se derivó la función de transferencia del controlador PII<sup>2</sup>con retroalimentación.
- El controlador PII<sup>2</sup> puede cambiar a un PI escogiendo  $K_e = 0$  en la ec (2.22) de forma equivalente  $g_1 = 1/\tau_c$ .
- El parámetro L puede interpretarse como la rapidez en la estimación de la perturbación, el cual puede sintonizarse independintemente de  $\tau_c$ .
- Se observó que la tasa de estimación de la incertidumbre L no puede ser excesivamente más grande que la tasa de acción de control debido a que puede existir dinámicas no modeladas y estas puedan desestabilizar al sistema.

- Las incertidumbres no pueden ser estimadas más rapido que la acción de control a la entrada. Cuando L es elevada, puede aparecer un comportamiento severo de subamortiguamiento en lazo cerrado. Esto es posiblemente producido por las dinámicas no modeladas (dinámica de los actuadores).
- El desempeño del control PII<sup>2</sup> es ligeramente mejor con respecto al PI-IMC esto es mostrado en la Tabla 4.
- La simulación dinámica de la composición en la rectificadora muestra que el control **PII**<sup>2</sup>es capaz de llevar a la composición del destilado a los puntos de operación deseados y elimina las
- perturbaciones en composición  $(z_0)$  y flujo  $(F_0)$  en la alimentación (ver Figura 3.4.6).
- Se puede notar que el control  $PII^2$  alcanza lentamente a los cambios de referencia con respecto al esto puede deberse a la segunda acción integral.
- La acción del controlador propuesto no presenta sobredisparos y alcanza suavemente al punto de operación, evitandose un desgaste prematuro de los actuadores.
- El control PII<sup>2</sup> es más eficiente que el control PI-IMC ya que el tiempo de respuesta es menor y las oscilaciones debidas a las perturbación son menos amplias.
- El empleo de un estimador de incertidumbres realza la habilidad de estimar las perturbaciones en un controlador PI posiblemente porque la dinámica del observador detecta más rápidamente la perturbación y la trata de eliminarla.

#### Trabajo a Futuro

- Con lo referente a un posible trabajo a futuro se recomienda las siguientes líneas de investigación:
- a) Estudiar más profundamente el controlador en sus propiedades de estabilización y analizar sus posibles ventajas y desventajas.
- Mostrar si el controlador propuesto PII<sup>2</sup> logra eliminar las perturbaciones en flujo y composición en la alimentación al reactor cuando la función de transferencia de la planta

es de más alto orden.

- b) Presentar la estructura del controlador tomando en cuenta el tiempo de retardo.
- c) Mostrar que pasaría en el control si se considerara al condensador fuera parcial (liquido/vapor)

## NOTACION

a1, a2: primera y segunda constante de Antoine

Cp: capacidad calorifica de liquído (Btu/ lb <sup>0</sup>F) e<sub>1</sub>, e<sub>2</sub>: energía de activación de (Btu/ lb-mol) D: flujo de destilado (lb-mol/hr) F : flujo de alimentación (lb-mol/hr)  $H_{vap}$ : calor de vaporización (Btu/lb)  $K_{MT}$ : pseudo coeficiente de transferencia de masa (lb/psia/hr)  $k_{10}$ : factor pre-exponencial de  $k_1$  (hr<sup>-1</sup>)  $k_{20}$ : factor pre-exponencial de  $k_2$  (hr<sup>-1</sup>) L : flujo de liquído en la columna (lb-mol/hr) Ln : flujo del liquído en las  $n^{th}$  etapas (lb-mol/hr) M : peso molecular (lb/lb-mol) Md : holdup de liquído en el tanque de reflujo (lb-mol) Mn : holdup de liquído en las n<sup>th</sup>etapas (lb-mol) Nt : número total de platos en la columna P : presión promedio de la columna (psia) Pd : presión en el condensador (psia)  $P_i^s$ : presión de vapor del componente puro (psia)  $P_n$ : presión en las n<sup>th</sup> etapas (psia) Pr : presión en el reactor (psia) R : flujo de reflujo (lb-mol/hr) rr : razón de flujo  $q_r$ : calor suministrado al reactor (Btu/hr)  $T_D$ : temperatura de destilado (<sup>0</sup>F)  $T_{F_0}$ : temperatura de alimentación (<sup>0</sup>F)  $T_n$  : temperatura en las n<sup>th</sup> etapas (<sup>0</sup>F) Tr : temperatura en el reactor  $(^{0}F)$ 

V : vapor en la salida de la columna

 $K_{p}, K_{i}$ : ganancia proporcional e integral del controlador PI (hr<sup>-1</sup>)

- K<sub>c</sub> : ganancia del controlador PI
- G(s) : función de transferencia
- $e_{sn}^2(t), e_{dn}^2(t)$  : errores de regulación de concentración y de acción de control normalizados
- J : indicador de desempeño de las estrategias de control
- $\alpha$ : volatilidad relativa
- $\beta$ : constante hidraulica de liquido (hr<sup>-1</sup>)
- $\tau$ : tiempo característico del proceso
- $\tau_c$ : tiempo característico en lazo cerrado del proceso
- d(t): carga de perturbación
- $g_1, g_2$ : ganacias del estimador de incertidumbres
- $x_p$ : composición de producto en el destilado
- $Z_0$ : composición en la alimentación del reactor (fracción mol)
- Z : composición en el reactor (fracción mol)
- x : fracción molar en la fase líquida
- y : fracción molar en la fase vapor
- w: agrupamiento de incertidumbres

## APENDICE A

Con el objetivo de aclarar esta presentación, se presentarán algunos conceptos básicos de estabilidad que son usados a lo largo de este trabajo.

1) La matriz M(g) se dice que es Hurwitz si todos sus eigenvalores tienen una parte real negativa.

2) Un sistema lineal  $\dot{x} = Ax$  se dice que es asintóticamente estable cerca del punto de equilibrio  $x_{eq} = -A^{-1}$  si  $||x(t) - x_{eq}|| \to 0$  cuando  $t \to \infty$ . Si la matriz A es Hurwitz, el sistema lineal  $\dot{x} = Ax$  es asintóticamente estable.

## **APENDICE B**

Se asume que la presión en la columna es perfectamente controlada por el enfriamiento del agua en el condensador. Suponer que el flujo de vapor es constante a lo largo de las etapas  $V_j = V \ j = 1, 2...nt$ . El reactor está perfectamente mezclado. Las ecuaciones del reactor son:

• a) Balance en el reactor

$$\frac{dV_R x_B}{dt} = L_1 x_1 - V y_B + F_0 z_0 + V_R((k_{10} \exp -E_1/R(T_R + 460)(1 - z) - k_{20} \exp -E_2/R(T_R + 460)z)$$

• b) Balance de energía

$$\frac{dV_R T_R}{dt} = F_0 T_{F_0} - VT_R + L_1 T_1 - \frac{V H_{vap}}{C_p}$$
$$-\frac{\lambda V_R [(k_{10} \exp -E_1/R(T_R + 460)(1 - z) - k_{20} \exp -E_2/R(T_R + 460)z] - q_r}{MC_p}$$

Un problema básico es encontrar la tasa de vaporización de materia de la fase líquida dentro de la fase vapor. Luyben (1990) propone el uso de un seudo coeficiente de tranferencia de masa que describe la tasa de vaporización. Un razonable valor de este seudo coeficiente es de 0.0072 psi.

Las ecuaciónes en la columna de rectificación son:

• c) Balance por etapas desde j = 1, 2...nt

$$\frac{dM_j}{dt} = L_{j+1} - L_j$$

$$\frac{dM_j x_j}{dt} = L_{j+1} x_{j+1} - L_j x_j + V y_{j-1} - V y_j$$

• d) Balance en el condensador

$$\frac{dM_D}{dt} = V - R - D$$

$$\frac{dM_D x_D}{dt} = V y_{nt} - (R + D) x_D$$

• e) Presión en el reactor

$$P_R = P_A^s(1-z) + P_B^S z$$

• f) Presión de vapor de componente

$$\ln P_A^s = \frac{b_{1A}}{T_R + 460} + b_{2A}$$
$$\ln P_B^s = \frac{b_{1B}}{T_R + 460} + b_{2B}$$

• g) Tasa de vaporización

$$V = \frac{K_{MT}}{M}(P_R - P)$$

• h) Hidráulica de plato

$$L_j = \bar{L_j} + (M_j - M_j)/\bar{\beta}$$
  $j = 1, 2....nt$ 

• i) Relación de equilibrio entre las fases

$$y_j = \alpha x_j / 1 + (\alpha - 1) x_j$$
  $j = 1, 2...nt$ 

## TABLA DE PARAMETROS

Parámetros y valores nominales para el reactor y la columna de rectificación volatilidad relativa  $\alpha = 2.0$ tiempo de hidráulica  $\beta = 8.166 \times 10^{-4} (hr^{-1})$ flujo de alimentación F = 100 (lb-mol/hr)alimentación de composición  $z_0 = 0.01$ primera constante de Antoine  $a_1 = -2818.0$ ,  $a_2 = 8.168$ segunda constante de Antoine  $b_1 = -2818.0$ ,  $b_2 = 8.861$ capacidad calorifica de liquído  $Cp = 0.7(Btu/lb^{0}F)$ energía de activación de  $e_1 = 10000$ ,  $e_2 = 32000$ (Btu/lb-mol) calor suministrado al reactor  $Q_r = 4.0 \times 10^5 \ (Btu/hr)$ calor de vaporización  $H_{vap} = 250.0(Btu/lb)$ calor de reacción  $\lambda = -24000(Btu/lb-mol)$ pseudo coeficiente de transferencia de masa  $K_{MT} = 10513.0$  (lb/psia/hr)  $k_{10}$ : factor pre-exponencial de  $k_1 = 0.17 \times 10^4 (hr^{-1})$  $k_{20}$  : factor pre-exponencial de  $k_2=0.8\times 10^{10}~(hr^{-1})$ peso molecular M = 50.0 (lb/lb-mol) Volumen del reactor Vr = 1200(lb-mol)número total de platos en la columna  $N_t = 20$ razón de flujo RR = 0.70temperatura de alimentación T = 140 (<sup>0</sup>F)

# REFERENCIAS

- J. Morud and S. Skogestad., Dynamic behavior of Integraded Plants. J. Proc. Cont. 6 No 2/3,1996.
- [2] O. Taiwo., The design of robust control systems for plants with recycle. Int. J. Cont. 43.No2,1986.
- [3] A. Papadourakis, M. F.Doherty, and J. M. Douglas., Approximate Dynamic Models for Chemical Process System. Ind. Eng. Chem. Res. 28, (1989) 546-552.
- [4] A. Papadourakis, M. F.Doherty, and J. M. Douglas., Relative Gain Array for Units in Plants with Recycle. Ind. Eng. Chem. Res. 26 (1987) 1259-1262.
- [5] M. M. Denn., Dynamics of Plants with Recycle. The Chem. Eng. J. 24, (1982) 55-59.
- [6] C. Kravaris and C. B. Chung., Nonlinear State Feedback Synthesis by Global Input/Output Linearization. AIChE Journal., 33 No 4. (1987).
- [7] Chang K.Yi and William L. Luyben., Design and Control of coupled reactor/column systems-part1.a binary coupled reactor/rectifier system. Computers Chem. Eng. 21, (1997) No 1, 25-46.
- [8] Kailath, T., Linear Systems, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.Y., 1980.
- [9] Wittenmark, B., Astrom, K. J., Computer Controlled Systems, Prentice Hall Englewood Cliffs, N.Y., 1990.
- [10] Isidori, Alberto. Nonlinear Control Systems, Springer-Verlag, Berlin, 1989.

- [11] Shinskey F. G., Process Control Systems: Aplication, Design. and Tuning, Mc-Graw Hill, 3rd. Edition, U.S.A., 1988.
- [12] Stephanopoulos, George, Chemical Process Control: An introduction to Theory and Practice, Prentice-Hall, New Jersey, 1984.
- [13] Luyben, William, Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers, Mc-Graw Hill, New York, 1990.
- [14] Willian L. Luyben., Dynamics and Control of Recycle Systems. 1.Simple Open Loop and Close Loop Systems. Ing. Eng. Chem. Res. 32 (1993) 466-475.
- [15] Chien, I. L., Fruehauf, P. S., Consider IMC tuning to improve controller performace, *Chem. Eng. Progress*, 1990, 86 (October), 33-41.
- [16] Aström, K.J., Hagglund T., Automatic Tuning of PID Controllers; Instrument Society of America: Research Triangle Park, NC, 1988.
- [17] Esfandiari, F., Khalil H.K., Output feedback stabilization of fully linearizable systems, Int. J. Control., 56 (1992) 1007-1037.
- [18] Hinrichsen, D., Pritchard A. J., Robust exponential stability of time-varying systems, Int. J. Robust and Nonlinear Control., 3 (1993) 63-68.
- [19] Hale, J., Theory of Functional Differential Equations, Springer-Verlag: New York, 1976.