

Control Robusto de Torres de Destilación Complejas

Rosendo Monroy Loperena, 1999

**UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA
UNIDAD IZTAPALAPA**

**Control Robusto de Torres
de Destilación Complejas**

T E S I S

Que para obtener el grado de
DOCTOR EN CIENCIAS

P r e s e n t a

Rosendo Monroy Loperena

Asesor: Dr. José de Jesús Álvarez Ramírez

México, D.F.

1999

A
Marilú
y a
Marilú
Chendi

Título: Control Robusto de Torres de Destilación Complejas

Autor: Rosendo Monroy Loperena

Resumen

La presente tesis aborda el diseño de esquemas de control robusto de torres de destilación complejas. Se estudiaron tres casos de destilación compleja: Destilación reactiva continua, Destilación de Petlyuk, y Destilación por lotes no reactiva y reactiva. Para los dos primeros casos, mediante el uso de estimadores del error de modelado de entrada-salida, se diseña un compensador de retroalimentación de la salida de primer-orden y se muestra que es equivalente a un sistema de control PI con una estructura natural de antireset windup. En el tercer caso con técnicas de compensación del error de modelado, se propone un observador de orden reducido para estimar la derivada de la salida regulada y el error de modelado subyacente. Estas observaciones son usadas posteriormente en un lazo de control con el fin de retroalimentar las variaciones de la variable regulada (retroalimentación derivativa) y para neutralizar los efectos del error de modelado. Se muestra que bajo ciertas condiciones, la ley de control resultante es equivalente a un controlador PID clásico con un esquema natural de antireset windup. En todos los casos se dan guías de sintonizado con un fuerte significado físico, y se muestra la habilidad de regulación ante no linealidades desconocidas y medidas muestreadas/retardadas mediante simulaciones numéricas con modelos dinámicos rigurosos.

Palabras Clave: Destilación Reactiva Continua; Destilación: Petyluk; Destilación por Lotes; Destilación por Lotes Reactiva; Control PI Robusto; Control PID Robusto; Compensación del error de Modelado.

Primeramente deseo agradecer al Dr. José de Jesús Álvarez Ramírez por su invaluable tiempo hacia un servidor para la realización del presente trabajo.

También deseo externar mi profundo agradecimiento por su tiempo y comentarios a los miembros del Jurado Evaluador de la presente Tesis:

Dr. Rodolfo Suárez Cortés
Dr. Eduardo Salvador Perez Cisneros
Dr. Arturo Jiménez Gutiérrez
Dr. Salvador Padilla Lares

Finalmente gracias por su apoyo financiero al Consejo Nacional de Tecnología y al Instituto Mexicano del Petróleo (FIES 95-93-II)

Contenido

Introducción..... 1

Parte I: Una Configuración Robusta de Control PI para la Columna de Destilación Reactiva de Etilen-Glicol de Alta Pureza 9

1 Introducción 12

2 Caso de estudio 16

3 Aspectos computacionales..... 20

4 El diagrama de Bifurcación E/S y algunas implicaciones sobre el desempeño del controlador..... 22

5 Diseño del control 29

 5.1 Diseño del Control: Estado Retroalimentado y Conocimiento Completo 29

 5.2 Diseño del Control: Controlador Manipulador de la Salida..... 32

 5.3 Estructura de la Ley de Control Propuesta..... 35

 5.4. Análisis de Estabilidad 36

 5.5. Guías de Sintonizado 38

6 Simulaciones Numéricas 40

 6.1 Simulaciones a Lazo-Abierto 40

 6.2. Simulaciones a Lazo-Cerrado 42

7 Conclusiones..... 47

8 Referencias 49

Apéndice: Balances de Materia y Energía para la Columna de Destilación Reactiva 52

Parte II: Una Configuración Robusta de Control PI Para Procesos de Multiple-Entrada Multiple-Salida..... 55

1 Introducción 58

2 Modelos de la planta..... 61

3 Diseño del control 63

 3.1 Estructura del Controlador de Regeneración Propuesto..... 67

| | | |
|-----|---|-----|
| 3.2 | Análisis de Estabilidad | 69 |
| 3.3 | Control Descentralizado para los Procesos TITO | 72 |
| 3.4 | Implicaciones sobre Sintonizado | 74 |
| 4 | Ejemplo: Control de Columnas de Destilación Petlyuk..... | 77 |
| 4.1 | Modelo Dinámico Simple..... | 80 |
| 4.2 | Simulaciones Numéricas | 83 |
| 4.3 | Control en Tres Puntos..... | 93 |
| 5 | Conclusiones | 96 |
| 6 | Referencias | 98 |
| | Apéndice: Prueba del Teorema 1 | 101 |

Parte III: Una Configuración Novedosa de Control PID con Aplicaciones a la Destilación por Lotes No Reactiva y Reactiva..... 103

| | | |
|-----|---|-----|
| 1 | Introducción..... | 106 |
| 2 | Modelo del Proceso | 111 |
| 3 | Sistema Binario: Diseño del Control Ideal | 113 |
| 4 | Sistema Binario: Diseño del Control PID Robusto | 117 |
| 4.1 | Estructura de la Ley de Control Propuesta..... | 119 |
| 4.2 | Análisis de Estabilidad | 121 |
| 4.3 | Estimación de la Ganancia de Alta Frecuencia Ψ | 124 |
| 5 | Sistemas Multicomponentes | 126 |
| 6 | Simulaciones Numéricas | 128 |
| 6.1 | Sistema Binario..... | 129 |
| 6.2 | Sistema Ternario | 133 |
| 6.3 | Sistema Reactivo | 134 |
| 7 | Conclusiones | 144 |
| 8 | Referencias | 146 |
| | Apéndice: Modelo Dinámico para la Destilación por Lotes | 149 |

Conclusiones Generales y Observaciones para Trabajos Futuros..... 153

Introducción

La destilación es una de las operaciones unitarias más importantes. Solamente la industria petrolera, con cerca de 900 refinerías a lo largo del mundo, posee una capacidad primaria de destilación de 3.8 miles de millones de toneladas por año. La industria del gas natural (1.4 miles de millones de toneladas por año) es altamente dependiente de la tecnología de la destilación, por mencionar algunas aplicaciones, en la separación del gas licuado en C_3/C_4 y gasolina natural. La industria de la destilación criogénica del aire como su nombre lo indica su objetivo es la producción de oxígeno, nitrógeno y argón como materias primas para otras industrias no menos importantes. Es decir, la producción de petroquímicos y otros compuestos orgánicos posee una fuerte dependencia en la destilación, aunque ésta también es utilizada en el procesamiento de productos de bajo volumen de producción pero con alto valor agregado.

Como es de esperarse, la destilación es la operación unitaria más común en la industria química y el entender su comportamiento ha sido una característica distintiva de un buen ingeniero químico. Aunque, la investigación en la destilación repetidas veces se ha declarado una área muerta, a tal grado que algunas universidades han considerado necesario el excluir de sus planes de estudio las bases teóricas transmitidas por los diagramas de McCabe-Thiele. Sin embargo, ha habido un interés renovado en los últimos años, especialmente desde que las columnas de destilación se han convertido en un tema favorito de la ingeniería de procesos, incluyendo áreas de síntesis, dinámica de sistemas y control de sistemas. La razón es que las columnas de destilación son por sí solas

un sistema; una columna de destilación puede ser vista como un conjunto integrado de tanques de destilación instantánea, en su mayoría en cascada. Sin embargo, esta integración da lugar a comportamientos complejos y no intuitivos, siendo difícil de entender el sistema (columna) basándose en el conocimiento del comportamiento de las partes individuales (tanques de destilación instantánea).

La configuración simple de destilación posee una ineficiencia termodinámica debido a que el 95% de la energía que se suministra a la columna por el rehervidor, se extrae por el condensador en el domo de ésta, aprovechando únicamente un 5% de la energía suministrada.

Es mas, si además se agrega el efecto de fugas de vapor de calentamiento, incrustamientos en equipos de transferencia de calor y otros problemas asociados con el mantenimiento del equipo de destilación, la eficiencia termodinámica se ve mas afectada y esto se ve reflejado directamente en los costos de operación.

En las tres últimas décadas se ha prestado considerable atención a este problema, tomando la pauta la ingeniería de procesos, sobre todo en el área de síntesis y optimización de procesos, logrando aumentar en cierta medida la eficiencia del proceso de destilación. Los logros alcanzados hasta la fecha pueden ser clasificados en dos principales tipos:

- 1) Aquellos que no modifican la estructura simple de la destilación.
- 2) Aquellos que si lo hacen.

Cada uno de éstos tipos puede ser posteriormente clasificado en aquellos que mejoran la eficiencia de separación y aquellos que mejoran la

eficiencia termodinámica. Como ejemplos para ilustrar esto, se citan a continuación:

- 1) No modifican la estructura simple de la destilación.
 - a) Mejoran la eficiencia de la separación.
 - i) Diseño más eficiente de platos o empaques.
 - ii) Menores caídas de presión en platos o empaques.
 - b) Mejoran la eficiencia termodinámica.
 - i) Mejoramiento de aislantes con el fin de lograr operaciones más cercanas a las adiabáticas teóricas.
 - ii) Intercambio de calor entre productos y alimentación.
- 2) Modifican la estructura simple de la destilación.
 - a) Mejoran la eficiencia de la separación.
 - i) Extracciones intermedias de productos.
 - ii) Otras secuencias de separación.
 - b) Mejoran la eficiencia termodinámica.
 - i) Bombas de calor.
 - ii) Termoacoplamientos.
 - iii) Intercambio de calor intermedio.

En las últimas dos décadas con el gran avance de las computadoras personales, en cuanto a capacidad numérica, visualización y almacenaje, es evidente que se han propuesto cada vez algoritmos numéricos más complejos, y más aún, el software para lograr esto es cada vez más accesible a la mayoría de los investigadores, siendo así que se han desarrollado en forma dramática aquellas soluciones que modifican la estructura simple de la destilación. Estas modificaciones han llevado a diseños que prueban teóricamente el aumento en la eficiencia termodinámica, es más, algunos de ellos son óptimamente robustos, siendo hasta el día de hoy que muy pocos de ellos han sido implantados dentro

de la industria. La razón es que no se han hecho identificaciones de las dinámicas del proceso sugerido y más aún planteamientos de leyes de control retroalimentado que aseguren su operación.

Lo anterior ha sido la motivación de la presente tesis doctoral, la cual se fijó como puntos de partida encontrar diseños óptimos de *torres de destilación complejas*, los cuales estén fuera del esquema de un solo cuerpo de separación, una sola alimentación y dos productos, con el fin de primeramente elaborar una identificación del proceso, proponer una ley de control retroalimentado para su operación, que esta sea fácil de implantar en tecnologías de uso cotidiano (PLCs) y finalmente obtener reglas de sintonizado de los controladores propuestos, que de alguna manera tengan una interpretación física.

La sorpresa es que a la fecha existe una gama extensa de arreglos de destilación compleja, es decir que el campo es bastante fecundo para la investigación. De esta extensa gama, se escogieron en este trabajo tres casos, los cuales se presentaran en cada una de las partes que constituyen la presente tesis doctoral.

Parte I. La destilación reactiva continua. El tratamiento convencional de un proceso químico es utilizar un reactor para realizar la reacción química. Dado que las reacciones químicas no se completan a un 100%, el producto del reactor estará contaminado con reactivos y subproductos, los cuales son luego separados por un proceso de destilación, donde los reactivos son reciclados hacia el reactor. La nueva idea consiste en llevar las dos operaciones en un mismo equipo -una torre de separación. Hasta la fecha esta selección ha mostrado tener éxito, mediante el aprovechamiento de las propiedades energéticas de ó de las reacciones (i.e. metil *tert*-butil éter), donde se aprovecha el calor generado por la reacción para disminuir la carga térmica del rehervidor.

Se han identificado que este tipo de casos posee multiplicidad de estados en régimen permanente, los cuales deben ser entendidos para poder proponer alguna ley de control.

En esta parte se escogió como caso de estudio la producción de etilenglicol a partir de óxido de etileno y agua. Durante el proceso de identificación se muestra que éste sistema reactivo posee tres soluciones en régimen permanente para purezas altas del producto. El fenómeno es explicado a través de la elaboración de diagramas de bifurcación. Los resultados obtenidos no son restrictivos al sistema estudiado, y las pautas marcadas pueden ser utilizadas en cualquier sistema de destilación reactiva continua.

Mediante el uso de un estimador del error de modelado de entrada-salida, se diseña un compensador de retroalimentación de la salida de primer orden y se muestra que es equivalente a un controlador PI con estructura de antireset windup. Se dan guías de sintonizado en términos de dos constantes de tiempo, y se muestra la habilidad del controlador de regular la composición del producto ante no linealidades desconocidas y medidas muestreadas/retardadas mediante simulaciones numéricas en un modelo dinámico riguroso.

Parte II. La destilación termoacoplada y en especial la configuración propuesta por Petyluk (1965), la cual consiste en un cuerpo de una columna ordinaria con una alimentación y una extracción lateral, donde un conjunto intermedio de etapas es dividido por una pared vertical. Esta configuración puede pensarse (y de hecho se representa) como un prefraccionador sin condensador y rehervidor acoplado a una torre de destilación ordinaria, y a pesar que esta configuración fue patentada en 1937 por Brugma, hasta 1965 fue estudiada desde un punto de vista termodinámico, de ahí que esta configuración lleve el nombre del primer autor.

De simulaciones se ha obtenido que la configuración de Petlyuk ofrece economías tanto en inversión como en costos de operación, llegándose a tener ahorros en estos últimos que oscilan entre un veinte a un cincuenta por ciento, dependiendo de la composición de la alimentación.

La pregunta que salta inmediatamente es: ¿Y por qué esta configuración no es de amplio uso en la industria química y de proceso?. La respuesta es sencilla: Primero, los métodos para diseño no son obvios a la intuición ingenieril y segundo, las dinámicas de estas torres no están bien estudiadas y entendidas, por lo cual no existen esquemas de operación y control convincentes (Wayburn y Seader, 1984). Así en esta parte se propone un diseño de control para las columnas de Petlyuk conveniente para dos y tres puntos. Llegando a que el control- LV de dos purezas en la columna de Petlyuk puede lograrse con un controlador PI descentralizado y que el problema del control no es más difícil que en las columnas de destilación ordinarias.

El control PI descentralizado es uno de los mejores esquemas de control para interactuar plantas **MIMO** (por sus siglas en inglés Multiple-Inputs Multiple-Outputs) en la industria química y de proceso. La razón principal es su estructura relativamente simple que es fácil de entender e implantar, dado que en presencia de fallas de actuadores o sensores, el control descentralizado es fácil de estabilizar manualmente debido a que la falla afecta a sólo un lazo de control.

En esta parte, se presenta una novedosa configuración de control multivariable para procesos **MIMO** derivado de las técnicas de compensación del error de modelado. Bajo la suposición que el modelo de la planta nominal es de grado relativo uno con respecto a todas las interacciones del entrada-salida, se construye un observador para estimar el error de modelado de las señales y se

usa esta estimación en una función de retroalimentación con el fin de neutralizar los efectos adversos de incertidumbres. Este diseño del control lleva naturalmente a un control PI multivariable con un esquema de antireset windup (**ARW**), donde las matrices de ganancia del control y de tiempo integral son parametrizadas en términos de una matriz estable a lazo-cerrado deseada y un solo parámetro que refleja la proporción de estimación del error de modelado.

Parte III. La rectificación por lotes. La rectificación por lotes es un proceso flexible que se acostumbra ampliamente desde la última década. La razón principal es que las cantidades de producción son normalmente pequeñas con inventarios de materia prima mínimos, que a menudo resulta en un incentivo económico. La rectificación por lotes no está exenta de ser utilizada como un proceso de destilación reactiva, en este caso se utiliza cuando el reactivo de interés resulta ser el más volátil y el desalojo continuo de este producto por la destilación desplazará el equilibrio químico hacia la derecha y mejorará la conversión de reactivos.

Durante la fase de identificación se observaron las siguientes características de la rectificación por lotes: 1) Es un sistema no lineal con serias incertidumbres en el modelo. 2) Es un proceso integrante con ganancia del proceso tiempo-variante, contrariamente a los procesos continuos, un modelo debe describir la dinámica del proceso a lo largo de una trayectoria completa. Este hecho hace que este proceso sea conveniente para el diseño de un control robusto no lineal. 3) Es un sistema de grado relativo dos, que lo hace conveniente para el diseño de un control PID. 4) Es un sistema de fase mínima. Esto significa que la dinámica interna (las dinámicas de los estados no controlados) es estable.

La ley de control PID propuesta es derivada en el marco de un control robusto no lineal con técnicas de compensación del error de modelado. Se propone un observador de orden reducido para estimar la derivada de la salida regulada y el error de modelado subyacente. Estas observaciones son usadas posteriormente en un lazo de control con el fin de retroalimentar las variaciones de la composición del destilado y para neutralizar los efectos del error de modelado. Se muestra que bajo ciertas condiciones, la ley de control resultante es equivalente a un controlador PID clásico con esquema de antireset windup. Es más, la sintonización del controlador es realizada muy fácilmente en términos de una constante de tiempo a lazo-cerrado prescrita y una constante de tiempo de estimación. Se proporcionan resultados numéricos para separaciones binarias y multicomponentes reactivas y no reactivas.

Referencias

Brugma, A. J., Holanda, Patente No. 41, 850.

Petyuk, F. B., Platonov V. M. y D. M. Slavinskii, Thermodynamically Optimal Method for Separating Multicomponent Mixtures, *Intern. Chem. Engr.*, 1965, 5, 555.

Wayburn, T.L.; Seader, J.D. In Proceedings of the 2nd International Conference on Foundations of Computer-Aided Process Design; CACHE, Ann Arbor, MI, 1984, 765-862.

Parte I

Una Configuración Robusta de Control PI para
la Columna de Destilación Reactiva de Etilen-
Glicol de Alta Pureza

Como resultado de la siguiente parte se elaboraron los siguientes artículos:

Monroy-Loperena R, Alvarez-Ramirez J. On the Steady-State Multiplicities for an Ethylene Glycol Reactive Distillation Column, *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1999**, 38, 451-455.

Monroy-Loperena R., Perez-Cisneros E. y Alvarez-Ramirez J. A Robust PI Control Configuration for a High-Purity Ethylene Glycol Reactive Distillation Column. Enviado para su revisión.

Parte del trabajo anterior fue presentado por los autores en el congreso de ESCAPE-9 (Budapest, Hungría, Mayo 31 - Junio 2, 1999) y publicado en el *Computers & Chemical Engineering SUPPLEMENT* volume, S825, bajo el título:

Monroy-Loperena R., Perez-Cisneros E. y Alvarez-Ramirez J.
Nonlinear PI Control of an Ethylene Glycol Reactive Distillation Column.

Una Configuración Robusta de Control PI para la Columna de Destilación Reactiva de Etilen-Glicol de Alta Pureza

Resumen

El problema de control de una columna de destilación reactiva de etilen-glicol se estudia en esta parte. El objetivo de control es regular la composición de etilen-glicol en el producto manipulando la relación de vaporización del rehervidor. Un análisis preliminar de bifurcación de entrada/salida revela la existencia de un único punto de equilibrio a suministros bajos de calor en el rehervidor y tres puntos de equilibrio (dos estables y uno inestable) a altos suministros de calor. También se revela la existencia de multiplicidades de entrada a pureza moderada y pureza alta del producto. Mediante el uso de un estimador del error de modelado de entrada-salida, se diseña un compensador de retroalimentación de la salida de primer-orden y se muestra que es equivalente a un controlador PI con estructura de antireset windup. Se dan guías de sintonizado en términos de dos constantes de tiempo, y se muestra la habilidad del controlador de regular la composición del producto ante no linealidades desconocidas y medidas muestreadas/retardadas mediante simulaciones numéricas.

Palabras Clave: Destilación Reactiva; Multiplicidades de Entrada; Control PI Robusto; Compensación del error de Modelado.

Capítulo 1

Introducción

Las columnas de destilación y los reactores químicos están entre los procesos más importantes en la industria química. La destilación reactiva es un proceso innovador que realiza la destilación y la reacción química en una misma unidad. La dinámica y el funcionamiento de las columnas de destilación reactiva (**CDR**) han llamado la atención de investigadores en la reciente década. La motivación se basa en el hecho de que pueden operarse procesos de **CDR** industriales a condiciones inestables de operación que a menudo corresponden a las condiciones óptimas del proceso.

Hasta la fecha todas las aplicaciones industriales referentes al problema de la regulación de la temperatura en un reactor ha sido solucionado eficazmente usando controladores proporcionales mas integrales (PI). Por otro lado, factores importantes como no linealidades no modeladas (*e.g.* cinética químicas y relaciones de equilibrio líquido-vapor), así como saturaciones de la entrada del control, debido principalmente a las limitaciones de sistema de enfriamiento/calentamiento, deben ser consideradas en el diseño del controlador.

La multiplicidad de soluciones en los procesos de separación ha sido un problema ampliamente estudiado. Mientras algunos resultados declaran la

solución única para la destilación binaria (Doherty y Perkins, 1982; Lucia, 1986, Shridar y Lucia, 1989), otros resultados llegaron a la conclusión que múltiples estados permanentes pueden llevarse a cabo en la destilación binaria si los flujos se dan en una base másica en lugar de una base molar (Jacobsen y Skogestad, 1991) ó si las mezclas multicomponentes son separadas en procesos con un alto número de etapas (Gani y Jorgensen, 1994).

Con respecto a las **CDRs**, muchos trabajos han reportado la existencia de múltiples estados estacionarios (ver Pisarenko *et al.*, 1988; Nijhuis *et al.*, 1993; Ciric y Miao, 1994; Sneesby *et al.*, 1997). Se han descrito multiplicidades tanto de entrada como de salida en la destilación reactiva para los casos del metil *tert*-butil éter (MTBE) y del etil *tert*-butyl éter (ETBE) (Sneeby *et al.*, 1997). Sólo recientemente se han discutido sus causas e implicaciones para la operación y el control (Kumar y Daoutidis, 1997; también vea Jacobsen y Skogestad, 1995 para destilación no reactiva).

Ciric y Gu (1994) presentaron una configuración de **CDR** para la producción de etilen-glicol. Usando métodos de homotopía, Ciric y Miao (1994) demostraron la existencia de multiplicidades de salida para una configuración de la columna costo-óptimo (*i.e.* reflujo total y óptima distribución de las alimentaciones). Como en el caso de reactores de tanque agitado continuos, se explican las multiplicidades de entrada y de salida debido a las interacciones entre los mecanismos de separación y la cinética química.

Hasta donde llega nuestro conocimiento, uno de los primeros acercamientos sistemáticos al problema de controlar la **CDR** fue presentado por Kumar y Daoutidis (1997). Como un paso preliminar, se realizó un análisis de bifurcación que reveló una región de multiplicidad de salida y una transición

de comportamiento de fase-mínima a purezas moderadas del producto a fase-no-mínima a purezas altas del producto. Para el caso de la **CDR** del etilenglicol, se diseñó un controlador no lineal proveyendo un buen desempeño en el seguimiento del punto de referencia (setpoint tracking). Sin embargo, la robustez debida a errores en el modelado no fue tomada en cuenta.

El objetivo principal de esta parte es estudiar algunos aspectos del control de una **CDR** de etilenglicol. La tarea del control es regular la pureza del producto usando la relación de vaporización del rehervidor, la cual se relaciona directamente con el calor suministrado por el mismo. Aunque el enfoque del diseño del control es aplicable en general a **CDRs**, para efectos de presentación la columna estudiada por Ciric y Gu (1994) se toma como caso de estudio. Como un paso preliminar al problema del diseño del controlador se obtuvo el diagrama de bifurcación entrada/salida (E/S). De hecho, Jacobsen y Skogestad (1995) han comentado la importancia de los diagramas de bifurcación de entrada-manipulada/salida-regulada para la obtención de información *a priori* sobre la operabilidad del proceso y posibles limitaciones del desempeño del controlador. Para lograr los objetivos de control, se propone un compensador de primer-orden dotado de un estimador del error de modelado y se muestra el ser equivalente a un controlador del tipo PI con estructura de antireset windup. La estabilidad del sistema a lazo-cerrado es perfilada usando resultados normales de los sistemas singularmente perturbados (Esfandiari y Khalil, 1992). Se usan simulaciones numéricas en un modelo dinámico riguroso para ilustrar el desempeño del controlador y su habilidad para calcular el error de modelado.

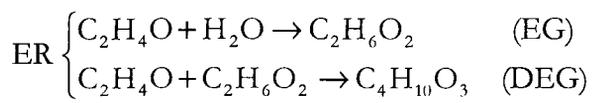
Esta parte está organizada como sigue. El caso de estudio se describe en el capítulo 2. Se discuten algunos aspectos computacionales relacionados a la simulación numérica de la dinámica de la columna en el capítulo 3. Se presentan

algunos problemas con respecto a las implicaciones de las multiplicidades de entrada y salida en el capítulo 4. El diseño del control robusto se presenta en el capítulo 5. Se presentan simulaciones numéricas del comportamiento a lazo-cerrado de la columna en el capítulo 6. Esta parte se finaliza con algunos comentarios concluyentes en el capítulo 7.

Capítulo 2

Caso de estudio

Ciric y Gu (1994) han presentado una configuración de **CDR** para la fabricación de etilen-glicol (EG) y dietilen-glicol (DEG) a partir del óxido de etileno y agua



Las siguientes restricciones fueron adoptadas en el desarrollo del modelo riguroso (ver Ciric y Miao, 1994):

- H.1.** el equilibrio entre el líquido- vapor se calcula a través de la ecuación de Antoine;
- H.2.** las corrientes de vapor y líquido que salen de cada etapa están en equilibrio termodinámico;
- H.3.** la fase líquida es homogénea;
- H.4.** la entalpía de las corrientes líquidas es despreciable respecto al calor de vaporización y los calores de reacción involucrados;

- H.5.** el calor de vaporización y los calores de reacción son constantes;
- H.6.** las reacciones sólo ocurren en la fase líquida;
- H.7.** las reacciones sólo ocurren en las etapas dentro de la zona de reacción;
- H.8.** la columna opera a reflujo total.

Algunos comentarios con respecto a las consideraciones anteriores son: Aunque las moléculas involucradas en el proceso de reacción/separación son altamente polares, sus interacciones son consideradas dentro del modelo cinético (Twiggs y Lichtenstein, 1947; Corrigan y Molinero; 1968). Por otro lado, las consideraciones H.2 a H.5 son planteamientos típicos de los procesos de destilación (Holland, 1981).

Las ecuaciones diferenciales que gobiernan la dinámica de la columna son obtenidas directamente de los balances de materia y energía, ecuaciones de velocidad de reacción, y ecuaciones de restricción de suma de fracciones mol. El modelo usado en este trabajo se tomó de Ciric y Gu (1994) y de Ciric y Miao, (1994). Para la integridad de la presentación, una breve descripción se da en el Apéndice.

Ciric y Gu (1994) usaron programación mixta entera no lineal para obtener una configuración de la columna costo-óptimo (ver Figura 1). Como el óxido del etileno es reactivo común en ambas reacciones (ver el esquema de reacción ER), la idea principal es optimizar su alimentación a lo largo de la zona de reacción de la columna. La columna costo-óptima contiene 10 etapas. La separación y reacción ocurren en las etapas 5 a 10, y la separación sin reacción ocurre en las etapas 1 a 4. Los volúmenes de la reacción son irregularmente

Parte I: Una Configuración Robusta de Control PI para la Columna de Destilación Reactiva de Etilen Glicol de Alta Pureza
Capítulo 2. Caso de estudio

distribuidos entre las etapas 5-10. El agua con un flujo de 26.3 kmol/h es alimentada en el domo de la columna, y la alimentación total de 27.56 kmol/h de óxido del etileno es distribuida entre las etapas 6-10. La distribución de óxido del etileno y los volúmenes de acumulación de líquido son tomados de acuerdo a la Tabla 2 en Ciric y Miao (1994). Además, las propiedades físicas para las reacciones químicas se tomaron de acuerdo a la Tabla 1 en Ciric y Miao (1994).

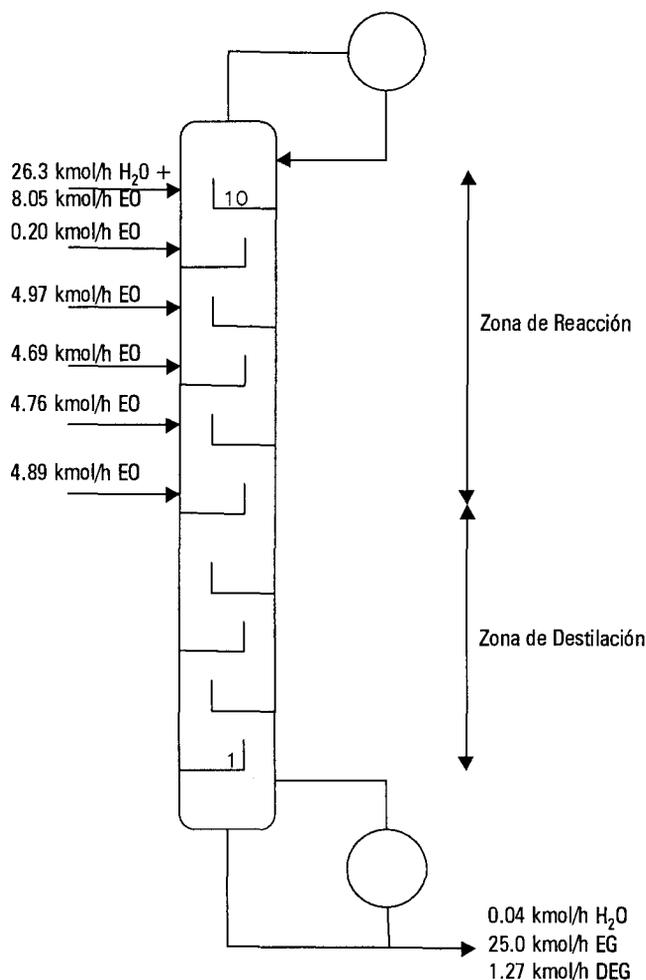


Figura 1. Columna de Destilación Reactiva con alimentación óptimamente distribuida para la síntesis de etilen-glicol (Ciric y Miao, 1994).

Ciric y Miao (1994) usaron métodos homotópicos de continuación para describir la multiplicidad de soluciones en régimen permanente. Usando la acumulación de líquido en las etapas reactivas como parámetro de homotopía, ellos demostraron la existencia de tres estados en régimen permanente para el valor óptimo de la relación de vaporización del rehervidor. Puesto que todos los estados en régimen permanente de una **CDR** están acotados, uno puede concluir que el estado en régimen permanente correspondiente a la pureza media del producto es inestable (Gavalas, 1975). Usando un análisis de valores propios (eigenvalues), uno también puede concluir que los otros dos estados en régimen permanente (pureza alta y baja del producto) son estables. Por consiguiente, el punto de operación costo-óptimo corresponde al estado de régimen permanente (estable) de alta pureza del producto.

En las **CDRs** a reflujo total, la carga térmica del rehervidor, Q_h , se toma como la variable manipulada para regular la pureza del producto (Kumar y Daoutidis, 1997). En nuestro caso (ver el modelo en el Apéndice), la relación de vaporización del rehervidor (**RVR**) β , se define como la porción vaporizada de la corriente de líquido que deja la etapa del rehervidor. Así, β es proporcional a Q_h y puede tomarse como la variable manipulada para propósitos de control.

Con el fin de examinar los efectos de la alimentación distribuída del óxido de etileno en el mapa de bifurcación, un caso subóptimo también es tomado en cuenta. Para este fin, la alimentación distribuida se reemplazó con una sola alimentación de óxido de etileno localizada en la etapa 5. En esta columna subóptima, los 27.56 kmol/h de óxido de etileno se alimentan a la etapa 5, en lugar de distribuirlos entre las etapas 5-10, y los volúmenes de reacción son fijados a 0.549 m³ en cada etapa.

Capítulo 3

Aspectos computacionales

El modelo definido en el Apéndice da un juego de 70 ecuaciones algebraicas, las cuales son altamente no lineales y mal condicionadas (el Jacobiano correspondiente presenta números de condición altos). El estudio de la bifurcación fue llevado a cabo mediante AUTO, el cual es un paquete desarrollado por Doedel (1986). Entre otras capacidades, AUTO genera diagramas de bifurcación en uno y dos parámetros para sistemas de ecuaciones algebraicas no lineales en el estado de régimen permanente. El juego de ecuaciones algebraicas se resolvió con un método de Newton-Raphson. Para reducir los efectos de redondeo debidos al mal condicionamiento y dispersión de la matriz Jacobiano, la inversión de la matriz se hizo con la rutina MA28 (Duff, 1980). Las condiciones iniciales tomadas para rastrear las ramas en estado de régimen permanente fueron las condiciones de la solución (inestable) de pureza media del producto correspondiente a $\beta = 0.958$. Esta solución se obtuvo vía el método de continuación homotópica sugerido por Ciric y Miao (1994).

Se realizaron simulaciones numéricas de la dinámica de la **CDR** vía una discretización implícita de Euler sobre la variable tiempo. De esta manera, un juego de ecuaciones algebraicas tiene que ser resuelto a cada paso de tiempo. En

este caso, la matriz Jacobiano es esencialmente la misma del estado de régimen permanente con una perturbación de $\mathcal{O}(\Delta t)$ -diagonal. Se ha aprovechado esta estructura para elaborar un simulador numérico, donde el conjunto correspondiente de ecuaciones algebraicas se resuelve por el algoritmo numérico descrito en el párrafo anterior. De un estudio exhaustivo de simulación, se concluyó que con $\Delta t \leq 0.001$ h y de dos a tres iteraciones de Newton son suficientes para simular el proceso con una buena exactitud. De las simulaciones a lazo-abierto, se ha encontrado que para las composiciones del producto moderadas y altas la constante de tiempo de lazo-abierto es del orden de 0.2 h, de tal manera que $\Delta t \leq 0.001$ h es suficiente para retener las características dinámicas de la columna.

Capítulo 4

El diagrama de Bifurcación E/S y algunas implicaciones sobre el desempeño del controlador

El diagrama de bifurcación entre la pureza del EG producto (*variable de salida*) y la **RVR**, β (*variable de entrada*; recordando que $0 \leq \beta \leq 1$), para los casos costo-óptimo y sub-óptimos se muestran en las figuras 2 y 3, respectivamente. Nótese que el diagrama de bifurcación que corresponde al caso costo-óptimo es muy similar al diagrama de bifurcación que corresponde al caso sub-óptimo. Esto muestra que la estructura en régimen permanente desplegada por la configuración costo-óptima es estructuralmente estable, lo cual significa que pequeños cambios en la configuración y/o condiciones de operación de la **CDR** costo-óptimo no cambian drásticamente la estructura del diagrama de bifurcación de E/S. La estabilidad estructural del diagrama de bifurcación E/S en la Figura 2 proporciona evidencia extensa que el fenómeno de múltiples estados estacionarios no es un resultado de las técnicas de modelado ni de las configuraciones optimizadas.

Parte I: Una Configuración Robusta de Control PI para la Columna de Destilación Reactiva de Etilen Glicol de Alta Pureza
Capítulo 4. El diagrama de Bifurcación E/S y algunas implicaciones sobre el desempeño del controlador

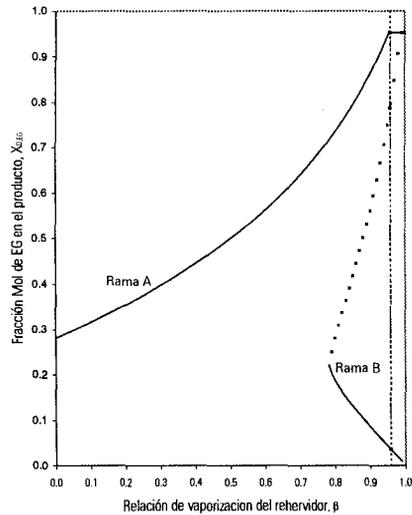


Figura 2. Diagrama de bifurcación para la configuración costo-óptima. Las líneas continuas representan estados de régimen permanente estables mientras que la línea punteada el estado de régimen permanente inestable

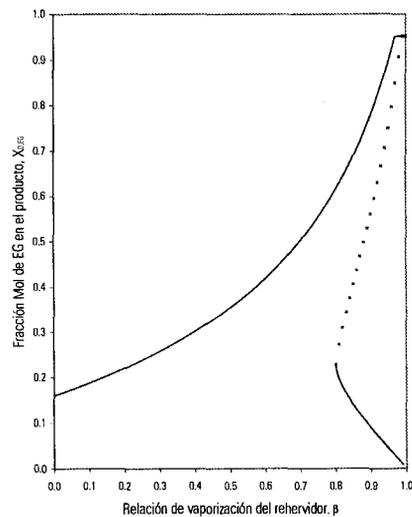


Figura 3. Diagrama de la bifurcación para la configuración sub-óptima. Las líneas continuas representan estados de régimen permanente estables mientras que la línea punteada el estado de régimen permanente inestable

Con respecto a los diagramas de bifurcación presentados en las Figuras 2 y 3, los comentarios siguientes están en orden:

i) *Multiplicidades de entrada.* Multiplicidades de entrada de segundo-orden se obtuvieron para purezas de EG en el producto mayores que 0.27 aproximadamente. Esto implica que la misma pureza de EG en el producto se obtiene a dos valores diferentes de **RVR**. Sin embargo, las condiciones de operación que corresponden al **RVR** más alto son inestables a lazo-abierto mientras las correspondientes al **RVR** más bajo son estables. Por lo tanto, la operación a lazo-abierto de la **CDR** de EG es factible a condiciones de operación que corresponden a flujos bajos de consumo de energía. Este no es el caso para la **CDR-MTBE** estudiada por Sneesby *et al.* (1997) donde operaciones de consumo alto y bajo de energía son posibles debido a una multiplicidad de entrada de tercer-orden. En semejante caso de destilación reactiva, la variable manipulada es el flujo del reflujo de un condensador total. La misma pureza del MTBE producto se obtiene a *tres* valores diferentes del flujo del reflujo. Sin embargo, los estados estacionarios que corresponden a los flujos de reflujo alto y bajo son estables, mientras el estado estacionario que corresponde al flujo del reflujo intermedio es inestable.

ii) *Multiplicidades de salida.* La multiplicidad de salida ocurre a valores altos de **RVRs**. A **RVRs** entre 0.76 y 1.0, hay tres únicas soluciones separadas a exactamente el mismo valor del **RVR** β . Cada solución corresponde a una pureza diferente de EG en el producto. Cuando sólo un estado permanente está presente (ninguna multiplicidad de salida), tal estado de régimen permanente es estable. Por otro lado, cuando tres estados de régimen permanente están presentes, aquellos que corresponden a purezas alta y baja del producto son estables, mientras el otro correspondiente a la pureza media del producto es

Parte I: Una Configuración Robusta de Control PI para la Columna de Destilación Reactiva de Etilen Glicol de Alta Pureza

Capítulo 4. El diagrama de Bifurcación E/S y algunas implicaciones sobre el desempeño del controlador

inestable (*tipo de la silla de montar*). A lo largo de la rama que contiene soluciones en régimen permanente inestables, la operación a lazo-abierto no es posible. De hecho, una perturbación arbitrariamente pequeña que actúe en el proceso moverá el punto de operación hacia el punto de alta pureza del producto ó al punto de baja pureza del producto. A lo largo de esta rama inestable un fenómeno contrario a la intuición puede observarse: Aumentar la pureza del producto implica disminuir **RVR**. De un punto de vista operacional, no es difícil concluir que estos fenómenos son inherentemente inestables (Jacobsen y Skogestad, 1995). Es más, debido al hecho que para cada estado estacionario inestable existe una solución en estado estacionario estable con menor relación de vaporización del rehervidor (multiplicidad de entrada de segundo-orden), operaciones a lazo-cerrado (controladas) no pueden realizarse a lo largo de la rama inestable. Es decir, para un punto de referencia (setpoint) dado de la pureza del producto y bajo un controlador retroalimentado estabilizante, la variable manipulada converge a la rama estable.

iii) *Condiciones de arranque.* Si las condiciones de operación son escogidas tal que la multiplicidad de entrada esté presente, el arranque del proceso puede ser complejo. De hecho, esto es porque el régimen inicial normalmente corresponde a concentraciones altas de reactivos y concentraciones bajas de productos, y porque la columna es llenada inicialmente con una mezcla inicial con estas características. Así, las condiciones se crean para que la trayectoria del proceso esté en la región de atracción del estado permanente con la extensión de la reacción más baja. En este punto, la necesidad de usar un controlador de retroalimentación en la operación de arranque de la **CDR** se vuelve clara.

iv) *Condiciones de operación costo-óptimas.* El diagrama de bifurcación en la Figura 2 corresponde a la configuración costo-óptima. El valor óptimo de la

relación de vaporización del rehervidor obtenida por Ciric y Miao (1994) es $\beta = 0.958$, cuyos estados de régimen permanente se muestran en la Figura 2. Bajo las condiciones de operación costo-óptimas, la **CDR-EG** presenta tres estados de régimen permanente (multiplicidad de salida). Sin embargo, el estado de régimen permanente costo-óptimo corresponde a la pureza del producto más alta ($x_{D,EG} = 0.965$) que es estable y la posible pureza más alta que puede obtenerse con la posible relación de vaporización del rehervidor más baja.

v) *Mecanismos.* Las multiplicidades de entrada y salida son provocadas debido a la muy complicada relación entre la separación y el proceso de reacción, ó más formalmente debido a la considerable no linealidad de las ecuaciones que describen estos procesos. Hauan *et al.* (1995) desarrollaron una descripción cualitativa de este fenómeno para el caso de la producción de metil *tert*-butil éter (MTBE). La idea principal de su explicación cualitativa es que el producto intermedio se recicla vía las etapas de separación que llevan a un aumento de la velocidad de la reacción y por consiguiente a un aumento en la producción de calor debido a las reacciones exotérmicas. En este sentido, la multiplicidad de estados en régimen permanente es la manera en que la **CDR** concilia sus mecanismos internos competidores, a saber, extracción de calor vía el flujo de vapor (mecanismo de separación) y producción de calor vía las reacciones exotérmicas (mecanismos de reacción). Como el reciclando interno aumente, más reactivos estarán incorporándose en las etapas reactivas y llevando así a enfatizar los mecanismos de competencia. Una evidencia de este fenómeno se presenta en la Figura 4 donde la relación del flujo interno reciclado (retromezclado) definido por $\rho = L_{10}/F_T$ como una función del **RVR** β . Aquí F_T es el flujo total alimentado. La relación del flujo interno reciclado ρ representa el número promedio de tiempo que un paquete de reactivos está

incorporado en el camino de separación/reacción. Para valores bajos de β , ρ es del orden de 3-5 (Holland, 1981), que son valores típicos para las columnas de destilación no reactivas. Para valores altos de β , ρ es del orden de 50 y más grande, lo cual es evidencia del hecho que la **CDR** se comporta como un reactor tubular con relaciones de reciclado altas de reactivos (Matros, 1989).

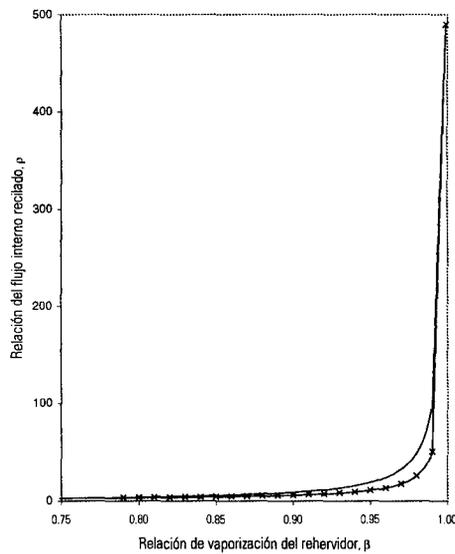


Figura 4. Relación del flujo interno reciclado, ρ , como una función de la Relación de vaporización del reboilador, β . Este diagrama corresponde con los diagramas de bifurcación de las Figuras 2 y 3 (línea continua caso óptimo, línea con cruces subóptimo)

Se puede observar que la estructura de multiplicidad de entrada y salida y los mecanismos de competencia descritos en este estudio son típicos de las **CDRs**. Esto significa que las multiplicidades de entrada y salida ocurren en las **CDRs** bajo relaciones de reciclado interno altas (ver Pisarenko *et al.*, 1988, Sneesby *et al.*, 1997; Ciric y Miao, 1994; el Huan *et al.*, 1995; Kumar y Doutidis, 1997 como casos). En este caso, la multiplicidad de salida ocurre a **RVRs** altos.

Parte I: Una Configuración Robusta de Control PI para la Columna de Destilación Reactiva de Etilen Glicol de Alta Pureza

Capítulo 4. El diagrama de Bifurcación E/S y algunas implicaciones sobre el desempeño del controlador

En el trabajo de Sneesby *et al.* (1997) para el caso de las **CDRs** de MTBE, la multiplicidad de salida ocurre a relaciones altas del flujo interno del reflujo. Ambos mecanismos, altos **RVRs** y las altas tasas de flujos internos de reflujo, tienen el efecto de aumentar la incorporación de reactivos en las etapas reactivas y llevan así a un funcionamiento altamente tenso.

Capítulo 5

Diseño del control

Se espera que la **CDR** sea sujeta a perturbaciones exógenas en las condiciones de alimentación, *e.g.* flujo, concentración y temperatura. Por lo tanto, deben hacerse acciones de control para regular la operación del proceso. En este capítulo se usará un enfoque de compensación del error de modelado para demostrar que una configuración de PI con antireset windup (**ARW**) puede controlar la **CDR-EG** a pesar de perturbaciones exógenas y cambios en los puntos de referencia.

5.1 Diseño del Control: Estado Retroalimentado y Conocimiento Completo

El objetivo del control es regular la composición de EG en el producto, $x_{1,1}$, a un punto de referencia prescrito, y_{ref} , manipulando la relación de vaporización del rehervidor, β . Por simplicidad en anotación, se toma $y \stackrel{\text{def}}{=} x_{1,1}$ como la composición de EG en el flujo del producto. La dinámica de la salida regulada, $y(t)$ se gobierna por (ver Apéndice):

$$\dot{y} = -g(y) + f(y) + y \dot{H}_1 + g(y)\beta \quad (1)$$

donde

$$f(y, x_1) = \left\{ L_2 x_{1,2} - V_1 K_{1,1} y + \sum_{j=1}^J v_{1,j} \xi_{j,1} \right\} / H_1 \quad (2.a)$$

$$g(y) = L_1 y / H_1$$

$$H_1 = \mathcal{R}_1 \rho_1 \quad (2.b)$$

$x_1 \stackrel{\text{def}}{=} (x_{1,1}, \dots, x_{J,1})^T \in \mathbb{R}^J$ es el vector de concentración de las especies químicas en la primera etapa, y \dot{H}_1 está dado por la dinámica hidráulica de la etapa. Nótese que bajo condiciones regulares de operación $g(y) > 0$, para todo $t \geq 0$. Por lo tanto, la concentración de EG es controlable vía manipulaciones de la relación de vaporización del rehervidor.

Suponiendo que en todo momento se tiene acceso a medidas de todas las concentraciones de las especies químicas y conocimiento perfecto de los flujos (vapor y líquido), relación de equilibrio vapor-líquido y velocidades de las reacciones químicas, que intervienen en la dinámica, -por supuesto, éstas no son consideraciones razonables para las aplicaciones prácticas; sin embargo, se usaran como un paso intermedio hacia el diseño final del control en el próximo capítulo, que será un control con regulación del error manipulado.

Se supone que el desempeño a lazo-cerrado es especificado por medio de la dinámica a lazo-cerrado deseada $\dot{y} = \tau_c^{-1}(y_{\text{ref}} - y)$, donde $\tau_c > 0$ es la constante de tiempo a lazo-cerrado. Este desempeño a lazo-cerrado puede lograrse con lo siguiente linealización-E/S de la función de retroalimentación (ideal):

$$\beta^{id} = \varphi_1(y, x_1, L_1, V_1) \quad (3)$$

donde

$$\varphi_1(y, x_1) = 1 + \left[-f(y, x_1) - yH_1 + \tau_c^{-1}e_r \right] / g(y)$$

y $e_r \stackrel{\text{def}}{=} y_{ref} - y$ es el error de la regulación. Un inconveniente de esta función de retroalimentación es que pueden exigirse acciones de control arbitrariamente grandes para lograr el objetivo de control. De hecho, la entrada de control se sujeta a saturaciones físicas. Asumiendo más allá, que la relación de vaporización del rehervidor esta sujeta a tomar valores en el intervalo $[\beta_{min}, \beta_{max}]$, con $0 < \beta_{min} < \beta_{max} \leq 1$. De esta manera, se propone una versión saturada de la función de retroalimentación (3):

$$\beta_s^{id} = \text{Sat}[\beta^{id}] = \begin{cases} \beta_{min} & \text{si } \beta^{id} \leq \beta_{min} \\ \beta^{id} & \text{si } \beta_{min} < \beta^{id} < \beta_{max} \\ \beta_{max} & \text{si } \beta_{max} \leq \beta^{id} \end{cases} \quad (4)$$

Sea $\bar{\beta}$ la relación de vaporización del rehervidor nominal que corresponde al valor de la referencia y_{ref} (ver el mapa de bifurcación E/S en las Figuras 2 y 3). Si además, $\beta_{min} < \bar{\beta} < \beta_{max}$, la función de retroalimentación saturada (4) puede regular, por lo menos localmente, la composición de EG al punto de referencia establecido y_{ref} . Se concluye que el sistema a lazo-cerrado formado por la función de retroalimentación (4) y la dinámica de la CDR-EG (A.1)-(A.6) (ver el Apéndice) es estable sobre el punto de equilibrio que corresponde a la composición de EG, y_{ref} . Es más, tal punto de equilibrio tiene una región de atracción, por ejemplo Ω^{id} , tal que las trayectorias dinámicas $y(t)$

empezando dentro de Ω^{id} convergen al valor de la referencia y_{ref} . Como se discutió en el capítulo anterior, tal punto de equilibrio se localiza en la rama A del mapa de bifurcación E/S.

5.2 Diseño del Control: Controlador Manipulador de la Salida.

Aunque la función de control retroalimentado (4) induce varias propiedades deseables en el desempeño a lazo-cerrado *e.g.* estabilidad garantizada (local) y estabilidad exponencial lineal con sólo un parámetro de sintonizado $\tau_c > 0$, no puede implementarse debido a incertidumbres en las cinéticas químicas, relaciones de equilibrio líquido-vapor y las señales no medidas (*i.e.* concentración de las especies químicas).

La idea principal para el diseño del control es desarrollar una función de retroalimentación que regenere la estructura de la ideal (4). Con este fin, las siguientes suposiciones se toman en cuenta:

Suposición A. Con respecto a la composición de las especies químicas, sólo la concentración de EG, $y = x_{1,1}$, está disponible para medidas en línea.

Suposición B. Se conocen estimados de las constantes L_1^* y H_1^* del flujo líquido L_1 y de la acumulación H_1 , respectivamente. Estos estimados puede tomarse como los valores nominales especificados en el diseño del proceso a régimen permanente, los cuales puede obtenerse de simulaciones numéricas normales.

Suposición C. Como el peor caso del diseño del control, es supuesto que el equilibrio líquido-vapor y las cinéticas químicas son desconocidas.

Suposición D. La dinámica hidráulica del plato es desconocida.

Como consecuencia de las suposiciones anteriores se tiene que las funciones $f(y)$ y $y\dot{H}_1$ son desconocidas y $\bar{g}(y) = L_1^*y/H_1^* > 0$ es una estimación conocida de $g(y)$. Las funciones desconocidas $f(y)$, $y\dot{H}_1$ y $\Delta g(y) = g(y) - \bar{g}(y)$ deben estimarse de alguna manera para llevar a cabo la función de retroalimentación (4). En esta parte, se propone un enfoque basado en control adaptable con estimación de las señales en línea desconocidas.

La dinámica de la composición de EG (1) puede volverse a escribir en términos de un modelo nominal como sigue:

$$\dot{y} = -\bar{g}(y) + \eta(t) + \bar{g}(y)\beta \quad (5)$$

donde

$$\eta(t) \stackrel{\text{def}}{=} f(y(t)) + y(t)\dot{H}_1(t) + \Delta g(y(t))\beta(t)$$

es el error de modelado de E/S. Entonces, la versión saturada correspondiente a la función de retroalimentación ideal (3) se da por

$$\beta_s^{\text{id}} = \text{Sat}(\varphi_2(y, \eta)) \quad (6)$$

donde

$$\varphi_2(y, \eta) = 1 + \left[-\eta - \tau_c^{-1}e_r \right] / \bar{g}(y)$$

y, si $\bar{\eta}(t)$ es una estimación del error de modelado de la señal $\eta(t)$, la función práctica de retroalimentación se vuelve

$$\beta_s = \text{Sat}(\varphi_2(y, \bar{\eta})) \quad (7)$$

De la representación de E/S (5), es posible mostrar que la dinámica del error de modelado de la señal $\eta(t)$ puede reconstruirse de las medidas de la salida regulada, $y(t)$, y la entrada de control, $\beta(t)$. De hecho, $\eta(t) = \dot{y}(t) + \bar{g}(y(t)) - \bar{g}(y(t))\beta(t)$ evidencia un tipo de observabilidad fuerte (Diop y Fliess, 1991) del error de modelado de la señal $\eta(t)$. Esta propiedad puede explotarse para proponer un estimador basado en un observador. Sea $o_m = \dot{y} + \bar{g}(y) - \bar{g}(y)\beta$ el equivalente de la señal medida. Nótese que $o_m \equiv \eta(t)$, $t \geq 0$. Para estimar la señal $\eta(t)$ se construye un observador de orden-reducido.

$$\dot{\bar{\eta}} = \tau_e^{-1}(o_m - \bar{\eta}) = \tau_e^{-1}[\dot{y} + (1-\beta)\bar{g}(y) - \bar{\eta}] \quad (8)$$

donde $\tau_e > 0$ es la constante de tiempo de estimación. Una realización del estimador (8) es dado introduciendo la variable $w = \tau_e \bar{\eta} + e_r$, y como $\dot{e}_r = -\dot{y}$, se tiene que

$$\dot{w} = (1-\beta)\bar{g}(y) - \tau_e^{-1}(w - e_r) \quad (9)$$

donde la estimación del error de modelado esta dado como $\bar{\eta} = \tau_e^{-1}(w - e_r)$. La ley de control resultante está compuesta por la función de retroalimentación (7) y el estimador del primer-orden (9), y sólo depende de la función conocida $\bar{g}(y)$ y las señales medidas $e_r(t)$ y $\beta(t)$.

5.3 Estructura de la Ley de Control Propuesta

Para clarificar la estructura de la ley de control propuesta (7), (9), tome $\beta_c \stackrel{\text{def}}{=} \varphi_2(y, \bar{\eta}) = 1 + [-\bar{\eta} + \tau_c^{-1} e_r] / \bar{g}(y)$ y $\beta_s = \text{Sat}(\beta_c)$ como las entradas de control calculadas y efectivas respectivamente. De (9), se tiene que

$$\begin{aligned} \dot{w} &= -(\beta_s - 1)\bar{g}(y) - \tau_e^{-1}(w - e_r) \\ &= -(\beta_c - 1)\bar{g}(y) - \tau_e^{-1}(w - e_r) - \bar{g}(y)(\beta_s - \beta_c) \\ &= -\tau_c^{-1} e_r - \bar{g}(y)(\beta_s - \beta_c) \end{aligned}$$

Usando el hecho que $\bar{\eta} = \tau_c^{-1}(w - e_r)$, la entrada de control calculada se da por

$$\begin{aligned} \beta_c &= 1 + [-\bar{\eta} + \tau_c^{-1} e_r] / \bar{g}(y) \\ &= 1 + [(\tau_c^{-1} + \tau_e^{-1}) e_r - \tau_c^{-1} w] / \bar{g}(y) \\ &= \left[1 + (\tau_c^{-1} + \tau_e^{-1}) e_r + \tau_c^{-1} \tau_c^{-1} \int_0^t e_r(\sigma) d\sigma + \tau_c^{-1} \int_0^t \bar{g}(y(\sigma)) (\beta_s(\sigma) - \beta_c(\sigma)) d\sigma \right] / \bar{g}(y) \end{aligned}$$

donde σ denota un argumento mudo para la integración. Sorprendentemente, la estructura de la ley de control obtenida es igual a un control PI con antireset windup (Kothare *et al.*, 1994). De hecho, el valor de entrada nominal del control $\beta = 1$, la ganancia del control K_c y el tiempo íntegral $\tau_I > 0$ estan dados por

$$\begin{aligned} K_c &= (\tau_e^{-1} + \tau_c^{-1}) / \bar{g}(y) \\ \tau_I &= \tau_e \tau_c (\tau_e^{-1} + \tau_c^{-1} + \tau_n^{-1}) \end{aligned} \tag{10}$$

Nótese que K_c es variante en el tiempo debido a $\bar{g}(y)$. Más aun, la estructura de **ARW** es inducida por la última integral que contiene el término de retroalimentación

$$\tau_c^{-1} \bar{g}(y) [\beta_s - \beta_c] \quad (11)$$

Si la entrada de control no se satura *i.e.* $\beta_s \neq \beta_c$, este término de retroalimentación no tiene efectos en la ley de control obtenida, la cual se vuelve equivalente a la bien conocida ley del PI. Por otro lado, cuando la entrada de control se satura, *i.e.* $\beta_s = \beta_c$ la señal de retroalimentación (11) dirige el error $\beta_s - \beta_c$ a cero mediante el recalcu de la integral tal que la salida del control β_c es exactamente igual al límite de saturación. Esto le impide al controlador enrollarse (winding up) (Kothare *et al.*, 1994). Se concluye que el esquema de estimación del error de modelado (9) dota al control propuesto de una estructura de **ARW** natural. En virtud de esta estructura, el filtro del primer-orden (9) puede proporcionar una estimación asintótica del error de modelado $\eta(t)$ a pesar de saturaciones en la entrada de control.

Un controlador PI (lineal) normal puede obtenerse si $\bar{g}(y)$ es tomado como constante, para que la ganancia del control K_c (ver Ec. (10)) y la ganancia de **ARW** $\tau_c^{-1} \bar{g}(y_{ref})$ también sean constantes. La aplicación de tal control PI puede hacerse con tecnología normal (*e.g.* Controles Programables Lógicos {PLCs}).

5.4. Análisis de Estabilidad

A continuación se presenta un breve análisis de estabilidad. Sea $\varepsilon \stackrel{\text{def}}{=} \eta - \bar{\eta}$ el error de estimación. De (8), se consigue $\dot{\varepsilon} = -\tau_c^{-1} \varepsilon + D(y, \beta, \dot{\beta})$, donde $D(y, \beta, \dot{\beta})$ es la derivada en el tiempo de la señal del error de modelado. Nótese que la dinámica del error de estimación depende de la salida, la entrada de control y su derivada del tiempo, mostrando la naturaleza de la

retroalimentación de $\eta(t)$. De manipulaciones algebraicas directas, puede mostrarse que $D(y, \beta, \dot{\beta}) = -\tau_c^{-1}(\Delta g(y)/\bar{g}(y))\varepsilon + N(y, \beta)$, donde $N(y, \beta)$ es del orden de $\mathcal{O}(\tau_c^{-r})$, $r < 1$. Por lo tanto, en términos de la regulación y errores de estimación, el sistema a lazo-cerrado puede escribirse como

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_r &= \bar{g}(y) - \eta - \bar{g}(y)\text{Sat}(\varphi_2(y, \eta)) - \bar{g}(y)\xi(y, \varepsilon) \\ \dot{\varepsilon} &= -\tau_c^{-1}\kappa(y)\varepsilon + N(y, \beta) \end{aligned} \quad (12)$$

donde el $\kappa(y) = g(y)/\bar{g}(y) > 0$ y $\xi(y, \varepsilon) = \text{Sat}(\varphi_2(y, \bar{\eta})) - \text{Sat}(\varphi_2(y, \eta))$ y a su vez $\xi(y, \varepsilon) = \text{Sat}(\varphi_2(y, \eta - \varepsilon)) - \text{Sat}(\varphi_2(y, \eta))$. Note que $\xi(y, 0) = 0$. El sistema (12) es un sistema singularmente perturbado con $\tau_c > 0$, parámetro de perturbación, la regulación y los errores de estimación como las variables rápidas y lentas, respectivamente. Por construcción, la dinámica del error de regulación nominal $\dot{\varepsilon}_r = \bar{g}(y) - \eta - \bar{g}(y)\text{Sat}(\varphi_2(y, \eta))$ es asintóticamente estable en la vecindad de cero. Por otro lado, las dinámicas del error de estimación nominal $\dot{\varepsilon} = \tau_c^{-1}\kappa(t)\varepsilon$ son global-asintóticamente estables. La estabilidad de esta estructura en particular de sistemas no lineales singularmente perturbados fue estudiada por Esfandiari y Khalil (1992) en un trabajo relacionado al problema de estabilización de la salida de sistemas no lineales vía observadores de alta ganancia (también ver Teel y Praly, 1995). De los resultados teóricos en esos trabajos, se concluye que, dada la constante de tiempo a lazo-cerrado $\tau_c > 0$, existe una constante de tiempo de estimación máximo $\tau_c^{\max} > 0$ tal que, para todo $0 < \tau_c < \tau_c^{\max}$, la composición de EG controlada $y = x_{1,1}$ converge al punto de referencia deseado y_{ref} . Es más, si Ω^{id} y Ω son respectivamente la región de atracción del sistema a lazo-cerrado bajo la función de retroalimentación ideal (4) y bajo la ley de control PI (7), (9), entonces $\Omega \rightarrow \Omega^{\text{id}}$ a medida que $\tau_c \rightarrow 0$.

De esta manera, se ha probado que el control PI con estructura de **ARW** puede regular la composición de EG en el producto a pesar de fuertes incertidumbres en el modelo dinámico. La idea de usar valores pequeños de $\tau_e > 0$ es el estimar el error de modelado de la señal $\eta(t)$ rápidamente tal que la ley de control práctica $\text{Sat}(\varphi_2(y, \bar{\eta}))$ converja a la ideal $\text{Sat}(\varphi_2(y, \eta))$.

5.5. Guías de Sintonizado

En el subcapítulo 5.3, se ha mostrado que la asignación $\{\tau_c, \tau_e\}$ definen de manera singular la ganancia del control y el tiempo integral de un control PI (ver Ec. (10)). Esta parametrización $\{\tau_c, \tau_e\}$ del control PI tiene la enorme ventaja que las dos constantes de tiempo τ_c y τ_e tienen un significado físico directo. Se puede aprovechar esta parametrización para perfilar pautas de sintonizado para las constantes de tiempo τ_c y τ_e .

En principio, pueden escogerse τ_c y τ_e tan pequeñas como se desee obtener el desempeño a lazo-cerrado. Sin embargo, dinámicas no modeladas y medidas muestreadas y/o retardadas limitan el desempeño loggable a lazo-cerrado y la estabilidad (Morari y Zafiriou, 1989). En la **CDR-EG**, las dinámicas no modeladas son debidas a los actuadores (*e.g.* válvulas, intercambiadores de calor) y los efectos hidráulicos de los platos. Tales dinámicas son de alta frecuencia y es esperado que sus constante de tiempo dominante sean del orden de 0.05 a 0.1 h; por lo tanto pueden excitarse si se usan valores arbitrariamente pequeños de τ_c y τ_e . Por otro lado, las medidas en línea de la concentración de EG en el producto son retardadas y se hacen a periodos de muestreo del orden de 0.15 h. Para evitar degradación de la actuación excesiva e inestabilidades a lazo-cerrado, y siguiendo las ideas de sintonizado del *Modelo Interno de Control MIC* (ver capítulos 5 y 9 en Morari y Zafiriou, 1989), se recomienda escoger las

constantes de tiempo τ_c y τ_i no más pequeñas que el periodo de muestreo. La razón detrás de esta idea de sintonizado es que la salida regulada no puede controlarse más rápidamente que la dinámica no modelada subyacente del proceso. Es importante señalar que la parametrización $\{\tau_c, \tau_i\}$ del controlador PI tiene una estructura interesante que merece estudios extensos que lleven a procedimientos sistemáticos de sintonizado. En el próxima capítulo, se mostrará vía simulaciones numéricas que por lo menos en el caso de estudio de la **CDR-EG** las guías dadas para la sintonización discutidas anteriormente son un buen punto de partida.

Capítulo 6

Simulaciones Numéricas

Para ilustrar el desempeño del controlador (7), (9), se llevaron a cabo varias simulaciones numéricas con un modelo riguroso de la columna de destilación reactiva.

6.1 Simulaciones a Lazo-Abierto

Para ilustrar el desempeño de la **CDR-EG** sin control, se simulan perturbaciones exógenas. La Figura 5 presenta el desempeño de la composición de EG en el producto cuando se hacen perturbaciones de +2% y -2% en la relación de vaporización del rehervidor para el valor nominal $\beta = 0.9$. Como era esperado, la ganancia en estado de régimen permanente del proceso es positiva *i.e.* a mayor valor de la relación de vaporización del rehervidor, mayor es la concentración de EG en el producto. Note que la dinámica de E/S es aproximadamente de primer-orden con una constante de tiempo del orden de 0.02 h. Este desempeño dinámico es una consecuencia de que la relación entre la salida regulada y la salida de control (ver Ec. (1)) es de grado relativo uno (*i.e.* la entrada de control afecta directamente la salida regulada).

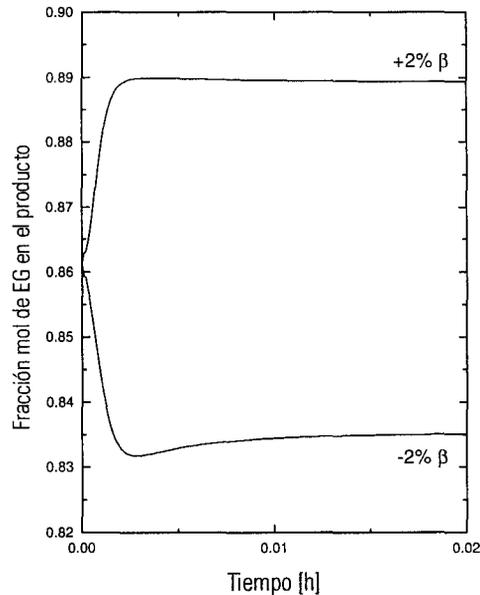


Figura 5. Desempeño de la composición de EG en el producto a variaciones de la relación de vaporización del rebervidor

Por otro lado, la Figura 6 presenta el desempeño de la composición de EG en el producto cuando la siguiente secuencia de perturbaciones es hecha en el flujo alimentado de óxido de etileno en la quinta etapa (ver Figura 1): +10% a $t = 0$ h, -10% a $t = 1$ h y adicionalmente -10% a $t = 2$ h. Note el desempeño monótono en la concentración del EG en el producto, que puede explicarse a través del mecanismo competitivo de las reacciones químicas ER. En este caso, la constante de tiempo dominante es del orden de 0.2 h y muestra una respuesta más lenta con respecto a los cambios en la entrada de control β .

Estas simulaciones a lazoabierto muestran que no es una tarea fácil el establecer políticas de operación desde un punto de vista intuitivo y exige del uso de un control retroalimentado para automatizar la operación de la CDR.

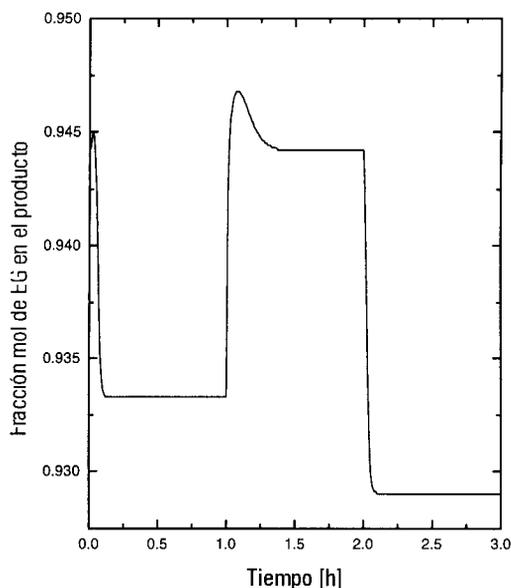


Figure 6. Respuesta a lazo-abierto bajo una sucesión de perturbaciones en el flujo de alimentación de óxido de etileno alimentado en la quinta etapa

6.2. Simulaciones a Lazo-Cerrado

Se ha escogido $\tau_c = 0.14$ h, que es aproximadamente 0.7 veces la constante de tiempo dominante del proceso sin control (ver Figura 5 y 6) y $y_{ref} = 0.9$. Para ilustrar las capacidades de estabilización de la ley de control propuesta, las condiciones iniciales fueron especificadas lejos de las condiciones nominales de operación. La Figura 7 muestra la dinámica de la salida regulada y la entrada de control bajo el controlador (7), (9) para dos valores diferentes de la constante de tiempo de estimación τ_c . Para fines de comparación se incluyen también en la Figura 7 la dinámica bajo el control con conocimiento perfecto (función de control ideal (4)). El controlador es capaz de llevar la concentración de EG en el producto a su valor de la referencia. Puede deducirse de los

resultados teóricos dados en el subcapítulo 5.3, que el desempeño bajo la ley de control ideal se recobra como $\tau_e \rightarrow 0$. La Figura 8 presenta $\eta(t)$ real contra $\bar{\eta}(t)$ estimada, de los errores de modelado para $\tau_e = 0.1$ h. Nótese que $\bar{\eta}(t) \rightarrow \eta(t)$ asintóticamente, permitiendo a la función de control (7) compensar los errores de modelado de E/S. La convergencia de $\bar{\eta}(t)$ a $\eta(t)$ permite a la ley de control PI manejar la concentración del EG en el producto a cualquiera punto de referencia físicamente realizable. La Figura 9 presenta la dinámica de la salida regulada cuando el punto de referencia es cambiado en $t = 10$ h. Como fue presentado en el análisis de estabilidad, el desempeño bajo la ley de control ideal se recobra en el límite $\tau_e = 0$.

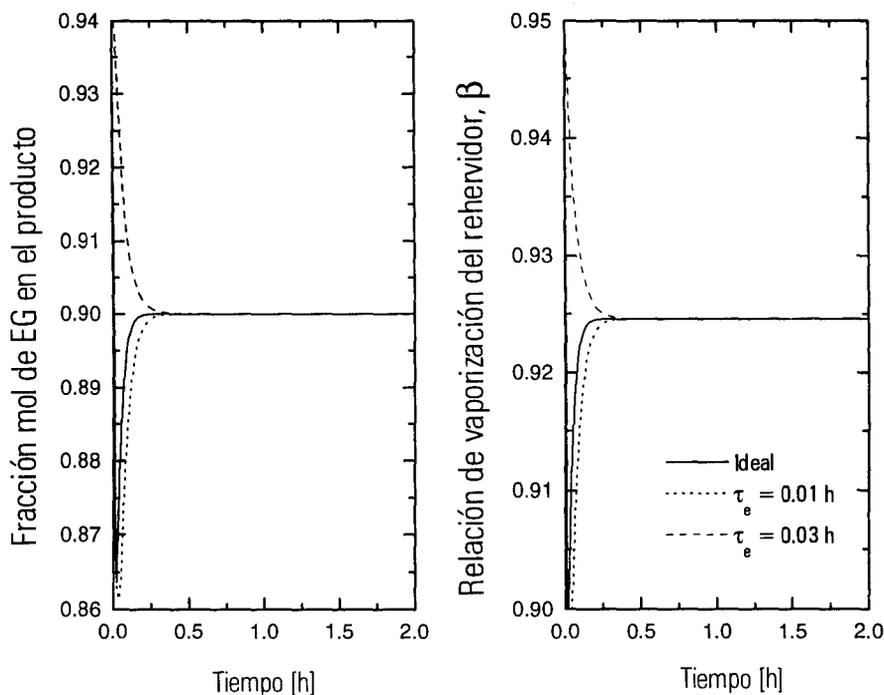


Figura 7. Desempeño de la columna de destilación reactiva controlada para dos valores diferentes de la constante de tiempo de estimación τ_e .

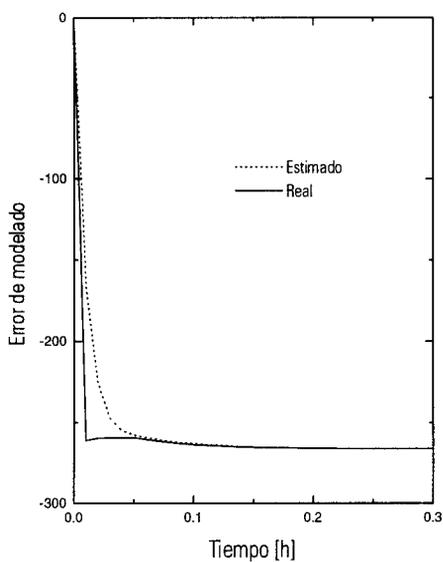


Figura 8. Error de modelado estimado y real

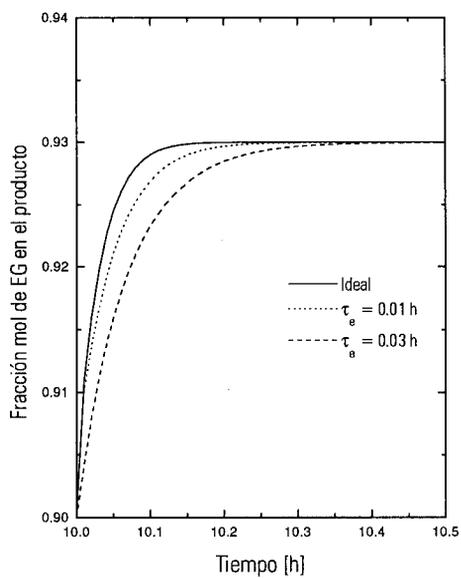


Figura 9. Desempeño del controlador sobre la salida regulada bajo un cambio de punto de referencia

Considérese la simulación de una situación más realista, donde la concentración de EG en el producto está disponible de medidas muestreadas y retardadas y el proceso de intercambio de calor en el rehervidor se sujeta a una dinámica de primer orden no modelada $(\tau_u s + 1)^{-1}$. Con este fin, se supone ese $\tau_u = 0.05$ h y un periodo de muestreo igual a 0.2 h. Las dinámicas no modeladas dominantes son aquéllas inducidas por las mediciones, de aquí se escoge τ_e del orden de 0.15 a 0.2 h. La Figura 10 presenta el desempeño dinámico de la entrada controlada y la salida regulada cuando se hace un cambio en el punto de referencia de 0.9 a 0.93 en $t = 10$ h, y se implementa una perturbación de +10% en el flujo alimentado a la quinta etapa (ver Figura 1) en $t = 20$ h. El control de retroalimentación (7), (9) es capaz de regular la composición de EG en el producto y rechazar las perturbaciones exógenas. La regulación y la capacidad de rechazo de perturbaciones son inducidas por el estimador del error de modelado introducido en el filtro de primer-orden (9). Finalmente, para mostrar los límites de las dinámicas no modeladas el valor mínimo permisible para la constante de tiempo de estimación τ_e es usado; la Figura 11 muestra la dinámica de la entrada de control y la salida regulada para $\tau_e = 0.002$ h. La ley de control es incapaz de estabilizar el proceso porque las dinámicas no modeladas de alta frecuencia, principalmente las inducidas por medidas muestreadas/retardadas, son excitadas. En otras palabras, el error de modelado no puede estimarse más rápidamente que la velocidad de muestreo.

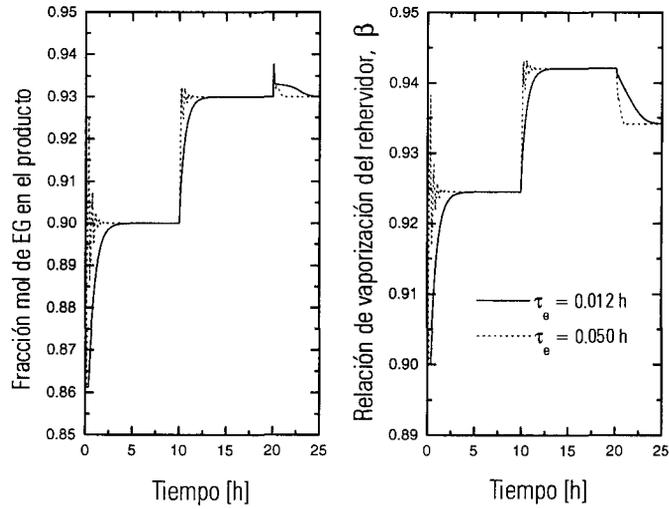


Figura 10. Desempeño de la columna de destilación reactiva controlada para dos valores diferentes de la constante de tiempo de estimación del error τ_e y un tiempo-muerto de la entrada igual a 0.15 h.

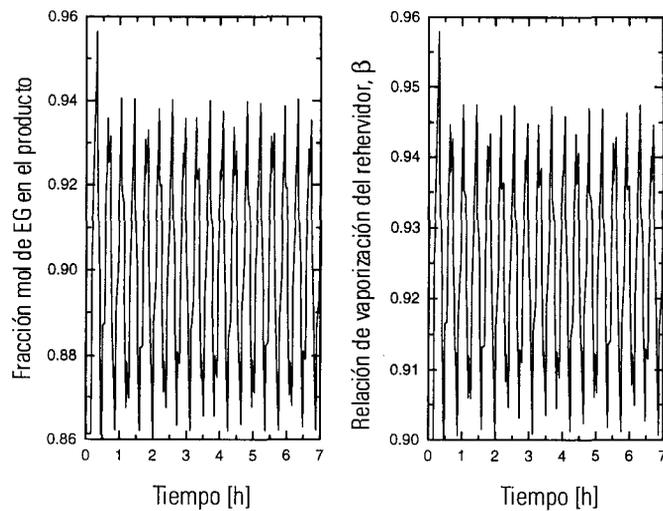


Figura 11. Desempeño de la columna de destilación reactiva controlada para $\tau_e = 0.002$ h que es mucho más pequeña que el tiempo-muerto de la entrada.

Capítulo 7

Conclusiones

Se ha descrito el problema del control de una columna de destilación reactiva de etilen-glicol ante fuertes incertidumbres en la dinámica de la salida regulada. La nueva idea que se propone para la estabilización robusta está basada en técnicas de compensación del error de modelado y consiste en la interpretación de la señal del error de modelado como un nuevo estado cuya dinámica puede reconstruirse de las medidas disponibles. De esta manera, se usó un estimador basado en un observador que luego a su vez se usó en una versión saturada de la función linealizada de retroalimentación de E/S. Se muestra que el controlador resultante es equivalente a un control PI normal con estructura de antireset windup. Una ventaja del control propuesto es su estructura simple. De hecho, la sintonización de sus parámetros tiene una interpretación directa y define la ganancia del control y los parámetros de tiempos integrales de la configuración de PI. Esta conclusión es importante porque la compensación del tipo PI es la estrategia del control ampliamente usada en la industria química real.

La presente parte se restringió al caso de una **CDR** de etilen-glicol. Sin embargo, el diseño del control y la metodología del análisis pueden usarse en otros casos importantes, *e.g.* destilaciones reactivas de metil *tert*-butyl éter y etil *tert*-butyl éter, donde la composición del producto se regula por medio de

Parte I: Una Configuración Robusta de Control PI para la Columna de Destilación Reactiva
de Etilen Glicol de Alta Pureza
Capítulo 7. Conclusiones

manipulaciones sobre el flujo de reflujo. El procedimiento del diseño del control es bastante análogo al presentado en el capítulo 5.

Capítulo 8

Referencias

- Ciric, A.R.; Gu., G. Synthesis of nonequilibrium reactive distillation processes via mixed integer nonlinear programming, *AIChE J.*, **1994**, 40, 1479.
- Ciric, A.R.; Miao, P. Steady state multiplicities in an ethylene glycol reactive distillation column, *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1994**, 33, 2738.
- Corrigan, T.E.; Miller, J.H., Effect of distillation on a chemical reaction, *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.*, **1968**, 7, 383.
- Diop, S.; Fliess, M. On nonlinear observability, In: Proc. 1st. European Control Conference, **1991**, 152-157.
- Doedel, E.J. AUTO: Software for Continuation and Bifurcation Problems in Ordinary Differential Equations Comp. Sci. Dept., Concordia Univ., Montreal, Canada, 1986.
- Doherty, M.F. and Perkins, J.D., On the dynamics of distillations process: IV. Uniqueness and stability of the steady state in homogeneous continuous distillation, *Chem. Engng. Sci.*, **1982**, 37, 381.

- Duff, I.S., MA28- A set of Fortran subroutines for sparse unsymmetric linear equations, Harwell Report AERE-R.8730, 1980.
- Esfandiari, F.; Khalil, H.K., Output feedback stabilization of fully linearizable systems, *Int. J. Control*, **1992**, 56, 1007-1037.
- Gani, R. and Jorgensen, S.B., Multiplicity in numerical solution of non-linear models: separation processes. *Comput. Chem. Engng.*, **1994**, 18, S55.
- Hauan, S., Hertzberg, T. and Lien, K.M., Why methyl *tert*-butyl ether production by reactive distillation may yield multiple solutions, *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1995**, 34, 987-991.
- Holland, C.D., *Fundamentals of Multicomponent Distillation*, McGraw-Hill, New York, 1981.
- Jacobsen; E.W.; Skogestad, S. Multiple steady states and instabilities in distillation. Implications for operation and control, *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1995**, 34, 4395.
- Kothare, M.V.; Campo, P.J.; Morari, M.; Nettis, C.N. A unified study of anti-windup designs, *Automatica*, **1994**, 30, 1869-1883.
- Kumar, A. and P. Dauotidis, Nonlinear control of a high-purity ethylene glycol reactive distillation column, Proc. IFAC-ADCHEM, Banff, Canada, July **1997**, 371.
- Lucia, A. Uniqueness of solutions to single-staged isobaric flash process involving homogeneous mixtures, *AIChE J.*, **1986**, 11, 1761.

- Matros, Y.S., *Catalytic Process under Unsteady-State Conditions*, Elsevier, Amsterdam, 1989.
- Morari, M.; Zafiriou, E. *Robust Process Control*, Prentice-Hall, New York, 1989.
- Nijhuis, S.A., Kerkhof, F.P.J.M. and Mak, A.N.S., Multiple steady states during reactive distillation of methyl *tert*-butyl ether, *Ind. Engng. Chem. Res.*, **1993**, 32, 2767.
- Pisarenko, Y.A., Epifanova, O.A. and Serafimov, L.A., Steady states for a reaction-distillation column with one product stream, *Theor. Found. Chem. Engng.*, **1988**, 4, 281.
- Shridar, L.N. and Lucia A., Analysis and algorithms for multistage separation processes: fixed temperature and pressure profiles. *Ind. Engng. Chem. Res.*, **1989**, 28, 793.
- Sneesby, M.G., Tad, M.O. and Smith, T.N. Implications of steady state multiplicity for operation and control of esterification columns, *Distillation and Absorption'97-IChem^E*, Vol. 1, 205.
- Teel, A.; Praly, L., Tools for semiglobal stabilization by partial state and output feedback, *SIAM J. Control Optim.*, **1995**, 33, 1143-1188.
- Twigg, G.H.; Lichtenstein, H.J., The hydration of ethylene oxide, *Trans. Faraday Soc.*, **1947**, 44, 905.

Apéndice

Balances de Materia y Energía para la Columna de Destilación Reactiva

Se supone que la columna tiene N etapas (contadas del fondo al domo), I especies químicas, J reacciones químicas y opera a reflujo total. El balance de materia para la especie química i en la etapa k en la parte media de la columna se da por

$$\dot{M}_{i,k} = F_{i,k} + V_{k-1}x_{i,k-1} + L_{k+1}x_{i,k+1} - L_k x_{i,k} - V_k K_{i,k} x_{i,k} + \sum_{j=1}^J v_{ij} \xi_{j,k} \quad (\text{A.1})$$

donde i, j y k denotan las especies químicas en el sistema reactivo, la reacción química y la etapa en la columna, numerada de fondo a domo, respectivamente.

$M_{i,k} = H_k \rho_k x_{i,k}$ es la cantidad total de la i -ésima especie química en la k -ésima etapa, H_k es la acumulación molar en la k -ésima etapa, $F_{i,k}$ es flujo de alimentación de la i -ésima especie química a la k -ésima etapa, $K_{i,k}$ es el coeficiente de equilibrio líquido-vapor para el componente i en la etapa k (calculado a través de la ecuación de Antoine), v_{ij} es el coeficiente estequiométrico del componente i en reacción j , y $\xi_{j,k}$ es la extensión de la

reacción j en la etapa k . La corriente del vapor de salida V_N de la etapa del domo es totalmente condensada y devuelta a la etapa:

$$\dot{M}_{i,N} = F_{i,N} + V_{N-1}K_{i,N-1}x_{i,N-1} - L_N x_{i,N} + \sum_{j=1}^J v_{ij} \xi_{j,N} \quad (\text{A.2})$$

Una porción β (relación de vaporización del rehervidor) de la corriente líquida que deja la etapa del fondo se vaporiza y se alimenta de nuevo a la etapa:

$$\dot{M}_{i,1} = L_2 x_{i,2} - (1-\beta)L_1 x_{i,1} - V_1 K_{i,1} x_{i,1} + \sum_{j=1}^J v_{ij} \xi_{j,1} \quad (\text{A.3})$$

La extensión de la reacción j es calculada de la ecuación cinética

$$\xi_{j,k} = W_k f_j(x_{i,k}, T_k) \quad (\text{A.4})$$

donde W_k es la acumulación volumétrica en la etapa k y f_j es la velocidad cinética de la reacción j . El balance de energía para la etapa k esta dada por

$$\dot{E}_k = H_{\text{vap}}(V_{k-1} - V_k) - \sum_{j=1}^J \Delta H_j \xi_{j,k} \quad (\text{A.5})$$

donde $E_k = \rho C_p H_k T_k$ es el entalpía en la k -ésima etapa, H_{vap} es el calor de vaporización y ΔH_j es el calor de la reacción j . Finalmente, la fracción molar de las especies químicas en cada corriente líquida ó vapor debe sumar la unidad:

$$\sum_{i=1}^I x_{i,k} = 1, \quad \sum_{i=1}^I y_{i,k} = 1 \quad (\text{A.6})$$

Parte I: Una Configuración Robusta de Control PI para la Columna de Destilación Reactiva de Etilen Glicol de Alta Pureza

Apéndice

Las ecuaciones (A.1)-(A.6) contiene $N(I + J + 3) + 1$ variables (N temperaturas, JN extensiones de reacciones, N corrientes líquidas, N corrientes de vapor, IN composiciones líquidas y la **RVR** β). Hay $N(I + J + 3)$ ecuaciones en el modelo. Por consiguiente, el modelo (A.1)-(A.6) tiene un grado de libertad que nosotros tomamos como la RVR β . Nótese que $0 \leq \beta \leq 1$. El juego de ecuaciones algebraicas que describen el desempeño estacionario de la **CDR** son obtenidas simplemente de igualar las derivadas del tiempo a cero.

Parte II

Una Configuración Robusta de Control PI Para
Procesos de Multiple-Entrada Multiple-Salida

Como resultado de la siguiente parte se elaboró el siguiente artículo:

Jose Alvarez-Ramirez y Monroy-Loperena R. A PI Control Configuration for a Class of MIMO Processes.

Una Configuración Robusta de Control PI Para Procesos de Multiple-Entrada Multiple-Salida

Resumen

En esta parte se presenta una configuración de control PI para una clase de plantas de multi-entrada multi-salida ó **MIMO**, por sus siglas en ingles: multiple-input multiple-output. El procedimiento de diseño del control consiste en un estimador del error de modelado basado en una estructura de observador de orden reducido, y una función de retroalimentación nominal. Las estimaciones de las señales del error de modelado son usadas en el lazo de retroalimentación para neutralizar los efectos de la incertidumbre de los parámetros. Se muestra que este procedimiento de diseño lleva a una configuración clásica de control PI multivariable con una nueva parametrización de las ganancias del controlador. Una ventaja del diseño del controlador propuesto es que los procedimientos de sintonizado pueden llevarse a cabo fácilmente. Además, se pueden obtener varios controladores PI especializados de dos entradas y dos salidas con estructura descentralizada. Como ejemplo de aplicación, se estudia el control de la separación en una columna integrada de destilación de tres productos (Petlyuk). Se proporcionan condiciones suficientes para lograr la regulación descentralizada en términos de la matriz de ganancia en estado de régimen permanente. Se usan simulaciones numéricas para mostrar la efectividad del control PI propuesto bajo tiempos muertos de medición e incertidumbre en los parámetros.

Palabras Clave: Procesos de multiple-entrada multiple-salida; Control PI Robusto; Compensación del error de Modelado; Control descentralizado; columnas de Petlyuk.

Capítulo 1

Introducción

Más de cinco décadas después de su adopción, el controlador clásico PI sigue siendo uno del más popular y ampliamente usado en la industria química y de proceso. Se reconocen bien sus propiedades generales con respecto a la efectividad, simplicidad y condiciones de aplicabilidad (Astrom y Haggglund, 1988; McMillan, 1990). Para procesos de una-entrada una-salida (**SISO**, por sus siglas en inglés: Single-input single-output), se han propuesto varias configuraciones, y se han desarrollado varios métodos de sintonizado. Los métodos de sintonizado más populares se basan en la sintonización del lazo Ziegler-Nichols (D'Azzo y Houpis, 1981). Se han usado con éxito técnicas de frecuencia del dominio y colocación de polos (D'Azzo y Houpis, 1981). Las técnicas de auto sintonizado tienen una fuerte fundamentación teórica (Gawthrop, 1986) y eficientes implantaciones se han derivado basadas en técnicas de transmisión (Astrom y Haggglund, 1988; McMillan, 1990).

Inherente a los procesos de múltiple-entrada multi-salida (**MIMO**), éstos son frecuentemente encontrados dentro de los procesos en la industria. Las interacciones normalmente existentes entre los lazos de control conllevan a una renombrada dificultad en su control, comparados con los procesos **SISO**. Ejemplos importantes de procesos **MIMO** son los sistemas de destilación (Skogestad y Morari, 1988) y las plantas de FCC (Hovd y Skogestad, 1993).

Incluso en el control de procesos **MIMO**, el control PI es muy popular. Muchos controladores de múltiples lazos se han reportado en la literatura. El método de BLM (Luyben, 1986), el cual es una extensión de la regla de Ziegler-Nichols para incluir un factor de desintonizado, el que determina la competencia entre la estabilidad y el desempeño del sistema. Puesto que los controladores se diseñan individualmente para sus respectivos lazos de control, ignorando primeramente todas las interacciones, el método de BLM resulta demasiado conservador para aprovecharse de las estructuras y características del proceso y así lograr un mejor desempeño. Se han reportado especializaciones para procesos de dos entradas y dos salidas (**TITO**, por sus siglas en inglés: two-inputs two-outputs), mediante la modificación de los métodos de Ziegler-Nichols (Palmor *et. al.* 1995, Wang *et. al.* 1998), los cuales explotan la estructura de las interacciones de los procesos particulares.

Por otro lado, el control PI descentralizado es uno de los mejores esquemas de control para interactuar plantas **MIMO** en la industria química y de proceso. La razón principal es su estructura relativamente simple que es fácil de entender e implantar (Campo y Morari, 1994). El número de parámetros de sintonización es $2n$, donde n es el número de entradas y salidas, mientras que en el control PI matricial completo existen $2n^2$ parámetros. Incluso para los procesos de moderado tamaño, ésta es una reducción significativa. En la presencia de fallas de actuadores o sensores, el control descentralizado es fácil de estabilizar manualmente debido a que la falla afecta sólo un lazo.

En esta parte, se presenta una novedosa configuración de control PI para procesos **MIMO** derivado de las técnicas de compensación del error de modelado. Bajo la suposición que el modelo de la planta nominal es de grado relativo uno con respecto a todas las interacciones del entrada-salida, se

Parte II: Una Configuración Robusta de Control PI Para Procesos de Múltiple-Entrada Múltiple-Salida

Capítulo 1. Introducción

construye un observador para estimar el error de modelado de las señales y se usa esta estimación en una función de retroalimentación con el fin de neutralizar los efectos adversos de incertidumbres. Este diseño del control lleva naturalmente a un control PI multivariable con un esquema de antireset windup (**ARW**), donde las matrices de ganancia del control y de tiempo integral son parametrizadas en términos de una matriz estable a lazo-cerrado deseada y un solo parámetro que refleja la proporción de estimación del error de modelado. En el caso de procesos **TITO**, se aprovecha de la estructura de la matriz de entrada-dirección para obtener configuraciones PI descentralizadas con estabilidad robusta garantizada. Una ventaja del diseño del control propuesto es que se pueden diseñar fáciles procedimientos de sintonización. Como un ejemplo de aplicación, se estudia el control de la separación en una columna de destilación integrada de tres productos (Petlyuk). Se proponen condiciones suficientes para lograr la regulación descentralizada en términos de la matriz de ganancia en estado estacionario. Se usan simulaciones numéricas para mostrar la efectividad del controlador PI **TITO** propuesto bajo medidas con tiempos muertos e incertidumbre en los parámetros.

Esta parte está organizada como sigue. capítulo 2 se presentan los modelos de la planta. capítulo 3 se presenta el diseño del control. Un análisis de estabilidad del proceso controlado resultante es hecho sobre la base de las funciones de Lyapunov. También se discuten condiciones suficientes para la estabilización robusta bajo el control PI descentralizado para plantas **TITO** en este capítulo. capítulo 4 se presenta una aplicación de los resultados en el control de sistemas de destilación de Petlyuk. Finalmente se presentan conclusiones en el capítulo 5.

Capítulo 2

Modelos de la planta

Se dirá que una matriz dada es estable si todos sus valores propios tienen las partes reales negativas. Se supone que un modelo nominal de la clase de plantas MIMO a ser controlado se da como sigue

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{y}} &= \mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{D}\mathbf{z} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{E}_1\mathbf{y} + \mathbf{E}_2\mathbf{z}\end{aligned}\tag{1}$$

donde $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ y $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^n$ son respectivamente las salidas y entradas de la planta, $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^m$ son los estados internos de la planta, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $\mathbf{E}_1 \in \mathbb{R}^{m \times n}$ y $\mathbf{E}_2 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ son matrices dadas.

Se hacen las siguientes consideraciones para la planta.

- H.1. Sólo la salida de la planta \mathbf{y} está disponible a mediciones.
- H.2. Los elementos de las matrices \mathbf{A} , \mathbf{B} y \mathbf{D} son inciertos. Una estimación $\bar{\mathbf{B}}$ de la matriz \mathbf{B} está disponible.
- H.3. (*Consideración de fase mínima*) \mathbf{E}_2 es una matriz estable.

H.4. \mathbf{B} es una matriz de rango completo.

Es denotado que la planta (1) es de fase mínima y, como consecuencia de la consideración H4, el vector del grado relativo es $(1, \dots, 1) \in \mathbb{R}^n$. Modelos simples para el control de dos-puntos de columnas de destilación de alta-pureza (Skogestad y Morari, 1988; Chien *et. al.*, 1997) y procesos FCC (Hovd y Skogestad, 1993) puede describirse como en (1).

Capítulo 3

Diseño del control

El problema de control es diseñar un control de retroalimentación de la salida para regular la salida de la planta \mathbf{y} a un valor de referencia deseado \mathbf{y}_r .

Sin perder generalidad, se supondrá que $\mathbf{y}_r = \mathbf{0}$. Sea un desempeño deseado a lazo-cerrado, dado como

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A}_c \mathbf{y} \quad (2)$$

donde $\mathbf{A}_c \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una matriz estable. La matriz \mathbf{A}_c es proporcionada por el diseñador y refleja las características deseadas de la salida de la planta controlada (e.g. tiempo de estabilización, interacciones de salida). De esta manera, si se requiere una dinámica de salida desacoplada, entonces $\mathbf{A}_c = \text{diag}(a_{c,1}, a_{c,2}, \dots, a_{c,n})$, con $a_{c,j} < 0$ para $j=1,2,\dots, n$.

Según las consideraciones H1 y H2, defínase el vector de error de modelado $\boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^n$ como sigue:

$$\boldsymbol{\eta} \stackrel{\text{def}}{=} \Delta \mathbf{A} \mathbf{y} + \mathbf{D} \mathbf{z} + \Delta \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (3)$$

donde $\Delta \mathbf{A} = \mathbf{A} - \bar{\mathbf{A}}$ y $\Delta \mathbf{B} = \mathbf{B} - \bar{\mathbf{B}}$, donde $\bar{\mathbf{A}}$ es una estimación de \mathbf{A} . En el peor caso de diseño, se puede tomar $\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{0}$. Nótese que el estado interno \mathbf{z} está incluido en el error del modelado desde que no está disponible para medición. En principio, puesto que el sistema (1) es observable, se puede usar un observador de estados para estimar el estado \mathbf{z} no medido; sin embargo esto haría el tamaño del controlador resultante innecesariamente grande.

La planta (1) puede volverse a escribir como

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{y}} &= \bar{\mathbf{A}}\mathbf{y} + \boldsymbol{\eta} + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u} \\ \dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{E}_1\mathbf{y} + \mathbf{E}_2\mathbf{z} \end{aligned} \quad (4)$$

El controlador de retroalimentación ideal que lleva al desempeño a lazo-cerrado deseado es

$$\mathbf{u}^{\text{id}} = \mathbf{B}^{-1} \left[(\mathbf{A}_c - \bar{\mathbf{A}})\mathbf{y} - \boldsymbol{\eta} \right] \quad (5)$$

y el sistema a lazo-cerrado resultante está dado por

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{y}} &= \mathbf{A}_c\mathbf{y} \\ \dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{E}_1\mathbf{y} + \mathbf{E}_2\mathbf{z} \end{aligned}$$

Como consecuencia de la consideración H3, el sistema lineal anterior es estable. De hecho, como ambas matrices \mathbf{A}_c y \mathbf{E}_2 son estables, lo cual implica que la matriz triangular

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}_c & \mathbf{0}_n \\ \mathbf{E}_1 & \mathbf{E}_2 \end{pmatrix}$$

también es estable.

Aunque el objetivo de control se logra vía el controlador de retroalimentación (5), no se puede llevar a cabo porque la señal del error de $\eta(t)$ es desconocida. Sin embargo, está notado que la dinámica de la señal $\eta(t)$ puede reconstruirse mediante medidas de la salida. De hecho, $\eta(t) = \dot{y}(t) - \bar{\mathbf{A}}\mathbf{y}(t) - \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u}(t)$. La idea es construir a un observador para aproximar la señal del error de modelado $\eta(t)$ y usar esta observación para diseñar la entrada de control calculada

$$\mathbf{u}^c = \mathbf{B}^{-1} [(\mathbf{A}_c - \bar{\mathbf{A}})\mathbf{y} - \bar{\eta}] \quad (6)$$

donde $\bar{\eta}(t)$ es la estimación de la señal del error de modelado $\eta(t)$. Se escoge el observador siguiente (donde $\dot{\eta}$, desconocido, no es incluido):

$$\dot{\bar{\eta}} = \mathbf{L}\mathbf{M}_e (\bar{\eta} - \eta) \quad (7)$$

donde $L > 0$ es un parámetro de sintonizado y $\mathbf{M}_e \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una matriz estable.

Para llevar a cabo (7), se considera el hecho que $\eta(t) \equiv \dot{y}(t) - \bar{\mathbf{A}}\mathbf{y}(t) - \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u}(t)$. Entonces

$$\dot{\bar{\eta}} = \mathbf{L}\mathbf{M}_e (\bar{\eta} - \dot{y} + \bar{\mathbf{A}}\mathbf{y} + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u})$$

Introduciendo el vector $\mathbf{w} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{L}^{-1}\mathbf{M}_e^{-1}\bar{\eta} + \mathbf{y}$, de tal forma que el sistema anterior sea equivalente al siguiente:

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\mathbf{w}}} &= \bar{\mathbf{A}}\mathbf{y} + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u} + \bar{\boldsymbol{\eta}} \\ \bar{\boldsymbol{\eta}} &= \mathbf{LM}_e(\mathbf{w} - \mathbf{y})\end{aligned}\quad (8)$$

el cual puede inicializarse como sigue: Como $\eta(t)$ es desconocido, se toma la estimación inicial $\bar{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{0}$, tal que $\mathbf{w}(\mathbf{0}) = \mathbf{y}(\mathbf{0})$. Note que \mathbf{u} en (8) es la entrada de control real que actúa en la planta (1).

Con respecto al controlador de retroalimentación propuesto, lo siguiente debe enfatizarse:

- El sistema dinámico (7) juega el papel de un observador de orden reducido cuando la señal del error de modelado η se ve como un vector extendido de estados de la planta (1).
- El controlador de retroalimentación (6), (8) puede verse como un controlador adaptable, donde la señal de entrada (6) es calculada adaptablemente según la dinámica de la señal del error de modelado $\eta(t)$. Contrariamente a las estructuras de control adaptables tradicionales donde la adaptación se hace en los parámetros (Astrom y Wittenmark, 1989), en este caso la adaptación es hecha en las señales.
- Si la entrada de control calculada \mathbf{u}^c no está sujeta a desviaciones (*e.g.*, saturaciones, zonas muertas), entonces $\mathbf{u} = \mathbf{u}^c$. Usando (6), el estimador (8) se vuelve equivalente al siguiente sistema:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{w}} &= \mathbf{A}_c\mathbf{y} \\ \bar{\boldsymbol{\eta}} &= \mathbf{LM}_e(\mathbf{w} - \mathbf{y})\end{aligned}$$

De esta manera, se puede ver que la estimación de la señal del error de modelado $\eta(t)$ como un problema de emparejamiento del modelo, donde la idea es calcular la señal $\mathbf{w}(t)$ para emparejar el desempeño a lazo-cerrado deseado (2). Esta es una herramienta común en el diseño de control robusto (Morari y Zafiriou, 1989; Maciejowski, 1989).

3.1 Estructura del Controlador de Regeneración Propuesto

En esta parte, se mostrará que el enfoque de diseño del control propuesto lleva a estructuras de control de retroalimentación bien conocidas. De hecho, se mostrará que el esquema de control de retroalimentación (6), (8) es equivalente a una ley de control PI multivariable con antireset windup (**ARW**).

Volviendo a escribir (8) como sigue

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{w}} &= \mathbf{A}_c \mathbf{y} + \bar{\mathbf{B}} (\mathbf{u} - \mathbf{u}^c) \\ \bar{\eta} &= \mathbf{L} \mathbf{M}_e (\mathbf{w} - \mathbf{y})\end{aligned}\quad (10)$$

donde $\mathbf{u} - \mathbf{u}^c$ determina las diferencias entre la entrada de control actual y la calculadas. Por consiguiente

$$\bar{\eta} = \mathbf{L} \mathbf{M}_e \left[-\mathbf{y} + \mathbf{A}_c \int_0^t \mathbf{y}(\sigma) d\sigma + \bar{\mathbf{B}} \int_0^t (\mathbf{u}(\sigma) - \mathbf{u}^c(\sigma)) d\sigma \right] \quad (11)$$

Usando (11) en (6) para conseguir la entrada de control calculada

$$\begin{aligned}\mathbf{u}^c &= \bar{\mathbf{B}}^{-1} \left[(\mathbf{A}_c - \bar{\mathbf{A}} + \mathbf{L} \mathbf{M}_e) \mathbf{y} - \mathbf{L} \mathbf{M}_e \mathbf{A}_c \int_0^t \mathbf{y}(\sigma) d\sigma \right. \\ &\quad \left. - \mathbf{L} \mathbf{M}_e \bar{\mathbf{B}} \int_0^t (\mathbf{u}(\sigma) - \mathbf{u}^c(\sigma)) d\sigma \right]\end{aligned}\quad (12)$$

el cual es un control PI multivariable con ganancia del control $\mathbf{K}_c \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y el tiempo integral $\mathbf{T}_I \in \mathbb{R}^{n \times n}$, dados por las siguientes matrices

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_c &= -\mathbf{B}^{-1}(\mathbf{A}_c - \bar{\mathbf{A}} + \mathbf{L}\mathbf{M}_e) \\ \mathbf{T}_I &= -\mathbf{L}^{-1}\mathbf{A}_c^{-1}\mathbf{M}_e^{-1}(\mathbf{A}_c - \bar{\mathbf{A}} + \mathbf{L}\mathbf{M}_e) \end{aligned} \quad (13)$$

La matriz de tiempo integral \mathbf{T}_I está bien definida dado que las \mathbf{M}_e y \mathbf{A}_c son estables, y por consiguiente son invertibles. La ganancia de **ARW** se da por

$$\mathbf{K}_{\text{ARW}} = -\mathbf{L}\bar{\mathbf{B}}^{-1}\mathbf{M}_e\bar{\mathbf{B}} \quad (14)$$

que generaliza el esquema de **ARW** para plantas **SISO** propuesto por Astrom y Hagglund (1988). Cuando el actuador se satura, la señal de retroalimentación $\mathbf{u} - \mathbf{u}^c$ intenta llevar el error de entrada $\mathbf{u} - \mathbf{u}^c$ a cero recalculando la acción integral tal que la salida del controlador \mathbf{u}^c es exactamente el límite de saturación. Esto impide al integrador enrollarse (winding up) (Astrom y Hagglund, 1988).

Comentario 1. Si $\bar{\mathbf{A}}$, \mathbf{A}_c , \mathbf{M}_e y $\bar{\mathbf{B}}$ son matrices diagonales, entonces \mathbf{K}_c , \mathbf{T}_I y $\mathbf{M}_e\bar{\mathbf{B}}$ también son matrices diagonales. En este caso, la entrada de control calculada (12) se vuelve un sistema de control PI descentralizado conformado de subsistemas de control **SISO** independientes. El control descentralizado es muy importante en aplicaciones de proceso debido a sus varias ventajas sobre un diseño multivariable completo. Estas ventajas incluyen flexibilidad en la operación, tolerancia a fallas, diseño simplificado y sintonizado simplificado (Campo y Morari, 1994).

3.2 Análisis de Estabilidad

De aquí en adelante y por simplicidad en el análisis de estabilidad, se supondrá que $\mathbf{u}^c = \mathbf{u}$. Es decir, la entrada de control no está sujeta a desviaciones, por ejemplo, debido a saturaciones, zonas muertas, etc.,

Si se introduce el error de estimación $\mathbf{e} \stackrel{\text{def}}{=} \boldsymbol{\eta} - \overline{\boldsymbol{\eta}}$, entonces, la entrada de control calculada (6) se vuelve

$$\mathbf{u}^c = \overline{\mathbf{B}}^{-1} \left[(\mathbf{A}_c - \overline{\mathbf{A}}) \mathbf{y} - \boldsymbol{\eta} \right] + \mathbf{B}^{-1} \mathbf{e} \quad (15)$$

Nótese que la entrada de control calculada es la entrada del control ideal (5) perturbada por el término del error de estimación $\mathbf{B}^{-1} \mathbf{e}$ (i.e., $\mathbf{u}^c = \mathbf{u}^{\text{id}} + \mathbf{B}^{-1} \mathbf{e}$). De esta manera, $\mathbf{u}^c = \mathbf{u}^{\text{id}}$ como $\mathbf{e} \rightarrow \mathbf{0}$. La planta controlada es escrita como sigue:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{y}} &= \mathbf{A}_c \mathbf{y} + \overline{\mathbf{B}}^{-1} \mathbf{e} \\ \dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{E}_1 \mathbf{y} + \mathbf{E}_2 \mathbf{z} \end{aligned} \quad (16)$$

Sea $\mathbf{x} \stackrel{\text{def}}{=} (\mathbf{y}, \mathbf{z})^T \in \mathbb{R}^{n+m}$. En notación compacta, (16) se expresa como

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{M}_c \mathbf{x} + \mathbf{C}_1 \mathbf{e} \quad (17)$$

donde

$$\mathbf{M}_c \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_c & \mathbf{0}_{n \times n} \\ \mathbf{E}_1 & \mathbf{E}_2 \end{pmatrix}$$

y

$$\mathbf{C}_1 = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{B}}^{-1} \\ \mathbf{0}_n \end{pmatrix}$$

Por otro lado, la dinámica del error de estimación se gobierna por (ver ecuación (7))

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{LM}_e \mathbf{e} + \dot{\eta} \quad (18)$$

De (3), se puede calcular la derivada en el tiempo de la señal del error de modelado $\eta(t)$. De hecho, se tendrá

$$\dot{\eta} = \Delta \mathbf{A} (\mathbf{A}_c \mathbf{y} + \mathbf{B}^{-1} \mathbf{e}) + \mathbf{D} (\mathbf{E}_1 \mathbf{y} + \mathbf{E}_2 \mathbf{z}) + \Delta \mathbf{B} \dot{\mathbf{u}} \quad (19)$$

Usando (6) para calcular $\dot{\mathbf{u}}$:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{u}} &= \bar{\mathbf{B}}^{-1} \left[(\mathbf{A}_c - \bar{\mathbf{A}}) (\mathbf{A}_c \mathbf{y} + \mathbf{B}^{-1} \mathbf{e}) - \dot{\eta} \right] \\ &= \bar{\mathbf{B}}^{-1} \left[(\mathbf{A}_c - \bar{\mathbf{A}}) (\mathbf{A}_c \mathbf{y} + \mathbf{B}^{-1} \mathbf{e}) - \mathbf{LM}_e \mathbf{e} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

Usando (19) y (20) en (18), y después de algunas manipulaciones algebraicas directas, se consigue

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{LM}_e \mathbf{B} \bar{\mathbf{B}}^{-1} \mathbf{e} + \Psi(\mathbf{x}, \mathbf{e}) \quad (21)$$

donde

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{x}, \mathbf{e}) &= \Delta \mathbf{A} (\mathbf{A}_c \mathbf{y} + \bar{\mathbf{B}}^{-1} \mathbf{e}) + \mathbf{D} (\mathbf{E}_1 \mathbf{y} + \mathbf{E}_2 \mathbf{z}) \\ &\quad + \Delta \mathbf{B} \bar{\mathbf{B}}^{-1} \left[(\mathbf{A}_c - \bar{\mathbf{A}}) (\mathbf{A}_c \mathbf{y} + \bar{\mathbf{B}}^{-1} \mathbf{e}) \right] \end{aligned} \quad (22)$$

Nótese que $\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{e})$ no depende del parámetro L . Recordando que $\mathbf{x} = (\mathbf{y}, \mathbf{x})^T$, se concluye que existen dos constantes positivas v_1 y v_2 , independientes de L , tal que

$$|\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{e})| < v_1 |\mathbf{x}| + v_2 |\mathbf{e}| \quad (23)$$

De esta manera, la estabilidad del proceso controlado es completamente determinada por la estabilidad del sistema (\mathbf{x}, \mathbf{e}) compuesto por las ecuaciones (17) y (21). La idea de estabilización del proceso es usar un valor suficientemente grande de $L > 0$ tal que $\mathbf{e}(t)$ se acerque a cero muy rápido y $\mathbf{u}_p \rightarrow \mathbf{u}^{id}$.

El resultado principal en la estabilidad del sistema a lazo-cerrado se establece en el siguiente teorema. La prueba se da en el Apéndice.

Teorema 3.1. *Suponga que $\mathbf{M}_e \mathbf{B} \bar{\mathbf{B}}^{-1}$ es una matriz estable. Entonces, existe un número positivo L_{\min} tal que el sistema a lazo-cerrado (17), (21) es estable para todo $L > L_{\min}$.*

En otras palabras, el teorema anterior establece que si la matriz de alta frecuencia $\bar{\mathbf{B}}$ es escogida adecuadamente tal que $\mathbf{M}_e \mathbf{B} \bar{\mathbf{B}}^{-1}$ sea estable, la planta (1) puede estabilizarse robustamente vía un controlador PI multivariable a pesar de las incertidumbres del modelo. Por otro lado, la estabilidad de $\mathbf{M}_e \mathbf{B} \bar{\mathbf{B}}^{-1}$ implica que la direccionalidad de entrada del sistema a lazo-cerrado no se pierde.

3.3 Control Descentralizado para los Procesos *TITO*

Una consideración crítica para la estabilidad del sistema a lazo-cerrado (17), (21) era la estabilidad de la matriz $\mathbf{M}_e \mathbf{B} \bar{\mathbf{B}}^{-1}$. Note que si $\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{B}$ (ninguna incertidumbre en la direccionalidad de entrada del control), entonces $\mathbf{M}_e \bar{\mathbf{B}}^{-1} = \mathbf{M}_e$ que es una matriz estable y la estabilidad del proceso controlado es incondicional. En aplicaciones generales, este no es el caso y la estabilidad de la matriz incierta $\mathbf{M}_e \mathbf{B} \bar{\mathbf{B}}^{-1}$ debe garantizarse.

En algunos casos especiales de procesos *TITO* se puede aprovechar la estructura de la matriz \mathbf{B} para proporcionar un estimado *diagonal* $\bar{\mathbf{B}}$ que garantice estabilidad de la matriz $\mathbf{M}_e \mathbf{B} \bar{\mathbf{B}}^{-1}$ a pesar de incertidumbres paramétricas fuertes. Escogiendo $\mathbf{M}_e = -\mathbf{I}$, para que la estabilidad del sistema a lazo-cerrado (17), (21) esté condicionado por la estabilidad de la matriz $\mathbf{B} \bar{\mathbf{B}}^{-1}$. Asuma que la matriz \mathbf{B} está descrita como:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$

podrá considerarse control descentralizado mediante la selección $\bar{\mathbf{B}} = \text{diag}(\alpha_1^{-1}, \alpha_2^{-1})$, con $\alpha_1 \neq 0$ y $\alpha_2 \neq 0$. Por consiguiente

$$-\mathbf{B} \bar{\mathbf{B}}^{-1} = - \begin{pmatrix} \alpha_1 b_{11} & \alpha_2 b_{12} \\ \alpha_1 b_{21} & \alpha_2 b_{22} \end{pmatrix}$$

El polinomio característico de la matriz anterior es

$$s^2 + (\alpha_1 b_{11} + \alpha_2 b_{22})s + \alpha_1 \alpha_2 (b_{11} b_{22} - b_{12} b_{21}) = 0$$

Así, $\alpha_1 b_{11} + \alpha_2 b_{22} > 0$ y $\alpha_1 \alpha_2 (b_{11} b_{22} - b_{12} b_{21}) > 0$ son condiciones necesarias y suficientes para la estabilidad de la matriz $-\mathbf{B}\bar{\mathbf{B}}^{-1}$, y por consiguiente para la estabilidad del sistema a lazo-cerrado (17), (21), con tal de que $L > L_{\min}$.

Nótese que como \mathbf{B} es invertible, por consideración, su determinante $b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21} \neq 0$. Los siguientes casos, para los cuales el control descentralizado está garantizado que trabajará, y son muy importantes desde un punto de vista práctico:

a) $b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21} < 0$, $b_{11} > 0$, $b_{12} < 0$, $b_{21} > 0$, $b_{22} < 0$, $\alpha_1 > 0$ y $\alpha_2 < 0$. A esta estructura de signos de la matriz \mathbf{B} se llega en el control-LV de columnas de destilación convencionales (Skogestad y Morari, 1988). Entonces, en virtud del Teorema 1, la estabilidad de las columnas de destilación controladas bajo un control PI descentralizado se garantiza si $\bar{\mathbf{B}} = \text{diag}(\alpha_1^{-1}, \alpha_2^{-1})$ se selecciona con $\text{signo}(\alpha_1) = \text{signo}(b_{11}) = +1$ y $\text{signo}(\alpha_2) = \text{signo}(b_{22}) = -1$. Nótese que la información requerida para el control-LV robusto de columnas de destilación es mínima; a saber, sólo el signo de los elementos diagonales de la matriz \mathbf{B} .

b) $b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21} > 0$, $b_{11} > 0$, $b_{12} < 0$, $b_{21} < 0$, $b_{22} > 0$, $\alpha_1 > 0$ y $\alpha_2 > 0$. Como se verá en el próximo capítulo, esta estructura de signos de la matriz \mathbf{B} se obtiene en el control de dos puntos de sistemas de destilación de Petlyuk. Así, en virtud del Teorema 1, la estabilidad del sistema de destilación de Petlyuk bajo el control PI descentralizado está segura si $\bar{\mathbf{B}} = \text{diag}(\alpha_1^{-1}, \alpha_2^{-1})$ se selecciona con $\text{signo}(\alpha_1) = \text{signo}(b_{11}) = +1$ y $\text{signo}(\alpha_2) = \text{signo}(b_{22}) = +1$. Como en el caso anterior, la información

requerida para lograr la estabilización robusta es mínima; a saber, sólo la señal de los elementos diagonales de la matriz \mathbf{B} .

Debe enfatizarse que los anteriores no son los únicos casos para que el control PI descentralizado garantice estabilidad robusta del proceso controlado. Sin embargo, los casos discutidos anteriormente son muy importantes en el control de procesos de destilación porque ellos despliegan la propiedad de integridad a lazo-cerrado (Campo y Morari, 1994), que exige al proceso permanecer estable ante fallas arbitrarias del sensor ó el actuador. La propiedad de integridad a lazo-cerrado puede establecerse fácilmente del hecho que sólo los signos de los elementos diagonales de \mathbf{B} se requieren para estabilidad robusta.

3.4 Implicaciones sobre Sintonizado

Las propiedades anteriores de la configuración de control PI propuesta hacen pensar en un procedimiento de sintonizado según los pasos siguientes:

- (i) Escoja la matriz a lazo-cerrado \mathbf{A}_c deseada (ver Ecuación (2)). Si la dinámica de salida desacoplada es un objetivo de control, escoger $\mathbf{A}_c = \text{diag}(-\tau_{c,1}^{-1}, -\tau_{c,2}^{-1}, \dots, -\tau_{c,n}^{-1})$, donde $\tau_{c,j} > 0$ es la constante de tiempo a lazo-cerrado deseado en el j -ésimo lazo.
- (ii) Determine la matriz $\bar{\mathbf{B}}$ de tal modo que $-\mathbf{B}\bar{\mathbf{B}}^{-1}$ sea una matriz estable. En general, este no es un problema fácil porque su solución involucra estimación de estabilidad bajo incertidumbres en los parámetros en la matriz \mathbf{B} . Aunque varios resultados (*e.g.*, teoremas de Edge-like) pueden encontrarse en la literatura (Bhattacharaya, *et. al.*, 1995), hay una falta de resultados en aplicaciones prácticas. El control descentralizado puede

llevar a condiciones de estabilidad menos complejas. En los casos **TITO** discutidos anteriormente, escoja que el $\text{signo}(\alpha_1) = \text{signo}(b_{11})$ y el $\text{signo}(\alpha_2) = \text{signo}(b_{22})$. De un punto de vista práctico, escoja $\alpha_1^{-1} = \bar{b}_{11}$ y $\alpha_2^{-1} = \bar{b}_{22}$, donde los elementos diagonales estimados \bar{b}_{11} y \bar{b}_{22} puede obtenerse de respuestas en escalón y frecuencia de la planta.

- (iii) Debido a que la ganancia del observador L tiene unidades de frecuencia, tome $\tau_c \stackrel{\text{def}}{=} L^{-1}$ para una sintonización físicamente significativa, donde τ_c es la constante de tiempo de estimación. Reduzca τ_c hasta el punto donde se logre una respuesta transeúnte satisfactoria, ó reducciones extensas causen deterioración en la respuesta en lugar de mejoras. Decrementar τ_c aumentará la sensibilidad del lazo de retroalimentación, de tal manera que se obtienen mejores capacidades de rechazo de perturbaciones. Sin embargo, los valores excesivamente pequeños de la constante de tiempo de estimación pueden amplificar ruidos de medición y pueden excitar las dinámicas no modeladas de alta frecuencia.

Debido a que estas operaciones de sintonizado se encuentran en concordancia con la intuición ingenieril, se debe recalcar lo siguiente:

- La sintonización de las constantes de tiempo a lazo-cerrado $\tau_{c,j}$, $j=1,2,\dots, n$ es particularmente fácil de llevar a cabo en vista de que la respuesta del j -ésimo lazo es más rápida con valores más pequeños de $\tau_{c,j}$.
- Una vez que las matrices $\mathbf{A}_c = \text{diag}(-\tau_{c,1}^{-1}, -\tau_{c,2}^{-1}, \dots, -\tau_{c,n}^{-1})$ y $\bar{\mathbf{B}}$ han sido escogidas, las ganancias del control (13) sólo depende de un parámetro; a

saber, la constante de tiempo de estimación τ_e . En vista de la propiedad monótona mostrada en la prueba de Teorema 1 (ver el Apéndice), está claro que las reducciones de τ_e aumentará la función de sensibilidad de los lazos. De hecho, el valor mínimo aceptable de τ_e (*i.e.*, el máximo valor aceptable de L) está acotado por el ancho de banda del ruido de medición, dinámicas no modeladas y muestreos. El desintonizado del control PI es un posible remedio para esta situación (Gawthrop, 1986). Una versión de desintonizado del controlador PI (12) es

$$(\mathbf{K}_c \mathbf{I} + \mathbf{T}_I^{-1} / s) \mathbf{Q}(s)$$

donde s denota d/dt (ó una variable en el dominio de Laplace) y $\mathbf{Q}(s)$ es el factor de desintonizado con $\mathbf{Q}(0) = \mathbf{I}$. $\mathbf{Q}(s)$ es benéfico debido a que mejora robustez contra dinámicas no modeladas y ruido de medición, pero tiene la desventaja que no está claro cómo seleccionarlo. Por ejemplo, si el ruido de medición es el problema, $\mathbf{Q}(s)$ debe escogerse como un filtro pasa bajos. Por otro lado, si las dinámicas no modeladas son importantes, $\mathbf{Q}(s)$ debe escogerse como un filtro de retardo (Gawthrop, 1986; Maciejowski, 1989).

Capítulo 4

Ejemplo: Control de Columnas de Destilación Petlyuk

La separación de más de dos componentes por destilación continua ha sido tradicionalmente lograda colocando columnas en serie. Un diseño alternativo se logra en un cuerpo de una columna ordinaria con una alimentación y una extracción lateral, donde un conjunto intermedio de etapas es dividido por una pared vertical. Esta configuración ofrece economías en inversión así como en costos de operación y normalmente se denota como columna de Petlyuk. Comparada a una columna de destilación ordinaria, la columna de Petlyuk tiene muchos más grados de libertad de operación y diseño. Esto hace el diseño de la columna y su sistema de control más complejo (Wolff y Skogestad, 1995). Chavez *et al.* (1986) encontraron que la columna de Petlyuk tiene cinco grados de libertad en régimen permanente; además encontraron la existencia de multiplicidad de soluciones en régimen permanente, las cuales pueden ocurrir al especificar tres purezas, una para cada uno de los productos. Wolff y Skogestad (1995) encontraron que la columna de Petlyuk puede presentar “hoyos” en régimen permanente para el caso de control en cuatro puntos en ciertas regiones de operación para las cuales no es posible lograr las especificaciones del producto deseadas. Ellos también estudiaron el control descentralizado de la columna de Petlyuk para condiciones de tres puntos y cuatro puntos, usando

simples controles PI, demostrando que pueden lograr un desempeño aceptable. De acuerdo a sus resultados, el de cuatro puntos no es muy recomendable.

En este capítulo se usará el diseño de control presentado en el capítulo anterior con el fin de proponer un diseño de control conveniente para dos y tres puntos de la columna de Petlyuk. Se mostrará que el control-LV de dos purezas en la columna de Petlyuk puede lograrse con un controlador PI descentralizado y que el problema del control no es más difícil que en las columnas de destilación ordinarias.

El caso de estudio corresponde exactamente al caso IV de Weyburn y Seader (1984). La alimentación es un líquido en su punto de burbuja con un flujo de 1000 kmol/h: 200 kmol/h de benceno, 400 kmol/h de tolueno y 400 kmol/h de *o*-xileno. En el punto de la burbuja, la temperatura y presión de la mezcla son 383.4 K y 101.33 kPa respectivamente. Se hacen las siguientes consideraciones generales:

- El divisor del reflujo y todas las etapas, excepto el condensador y rehervidor, son adiabáticos.
- Los flujos de transferencia de calor para los condensadores y rehervidores nunca son especificados.
- El sistema opera a presión atmosférica (101.33 kPa) con una caída de presión igual a cero a lo largo del sistema.
- La configuración del sistema, *i.e.*, el número de etapas y localización de alimentaciones, extracciones laterales, e interconexiones, es conocida.
- Todos los productos dejan el sistema como líquidos saturados.

- La descripción del modelo sólo considera los balances de materia del sistema, se suponen flujos molares internos constantes y un comportamiento ideal, dado que la mezcla de estudio (benceno, tolueno, y *o*-xileno) es casi ideal. De acuerdo con esto último, el factor de la separación se calculó a partir de la ley de Raoult usando la ecuación de Antoine para la presión de vapor.

El sistema consiste de un prefraccionador de 20 etapas interconectado con un fraccionador de 32 etapas. El último incluye un condensador total y un rehervidor parcial. La localización de la alimentación, los productos, e interconexiones se muestran en la Figura 1. Todas las ecuaciones del modelo se resuelven simultáneamente vía un método de RK4 con tamaño de paso variable.

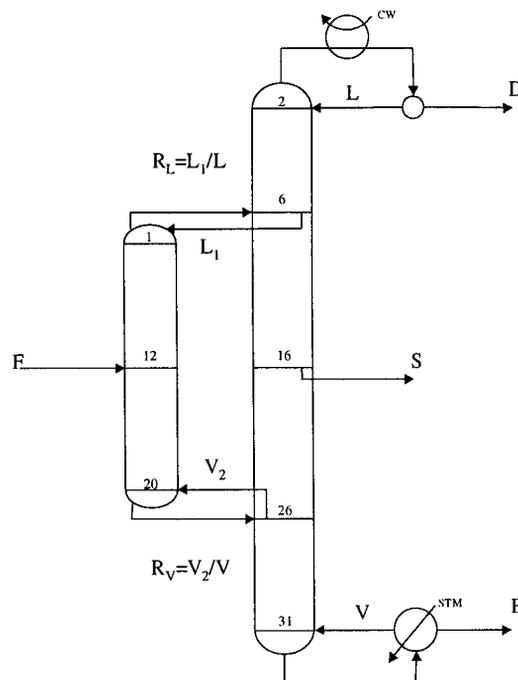


Figura 1. Diagrama esquemático del caso de estudio de destilación Petlyuk

La columna de Petlyuk tiene cinco grados de libertad en régimen permanente (Chavez *et. al.*, 1986), que son consumidos por las siguientes especificaciones. Pureza molar de benceno en el destilado, $x_1^D = 95\%$; pureza molar de tolueno en la extracción lateral, $x_2^S = 90\%$; pureza molar de *o*-xileno en el fondo, $x_3^B = 95\%$; flujo total del producto de fondos, 380 kmol/h; la relación de reflujo en el rango de 4.525 a 5.75. Asuma que el benceno no aparece en los fondos y el *o*-xileno no aparece en el destilado, las especificaciones de las purzas pueden lograrse especificando cualquier valor del flujo total del fondo en el rango de 377.7 a 421.04 kmol/h, como puede demostrarse por un balance de masa. El valor de 380 kmol/h para el flujo de fondos y una relación de reflujo de 5.75 fueron escogidos para simular la columna presentada por Wayburn y Seader (1984).

4.1 Modelo Dinámico Simple

El punto de operación nominal estudiado tiene $L = 1050.0$ kmol/h, $V = 2060.0$ kmol/h, $R_L = 0.476$, $R_V = 0.440$, $x_1^D = 0.943$, $x_2^S = 0.916$ y $x_3^B = 0.967$. Considerando un control-LV de la columna de Petlyuk. El reflujo (L) es usado para controlar la composición en el domo (x_1^D) y la vaporización (V) es usada para controlar la composición del fondo (x_3^B). Un modelo simple de una constante de tiempo puede ser descrito como sigue:

$$\dot{\mathbf{y}} = (-\mathbf{y} + \mathbf{K}\mathbf{u})/\tau_0 \quad (24)$$

donde $\mathbf{y} = (x_1^D, x_3^B)^T$, $\mathbf{u} = (L, V)^T$ en variables de desviación. Además, τ_0 es la constante de tiempo dominante a lazo-abierto y $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ es la matriz de ganancia de proceso. Según el sistema (1), se tiene $\mathbf{A} = \text{diag}(-\tau_0^{-1}, -\tau_0^{-1})$ y $\mathbf{B} = \mathbf{K} / \tau_0$.

Los parámetros de la planta τ_0 y \mathbf{K} pueden estimarse fácilmente de una respuesta ante un escalón, como se muestra en la Figura 2.

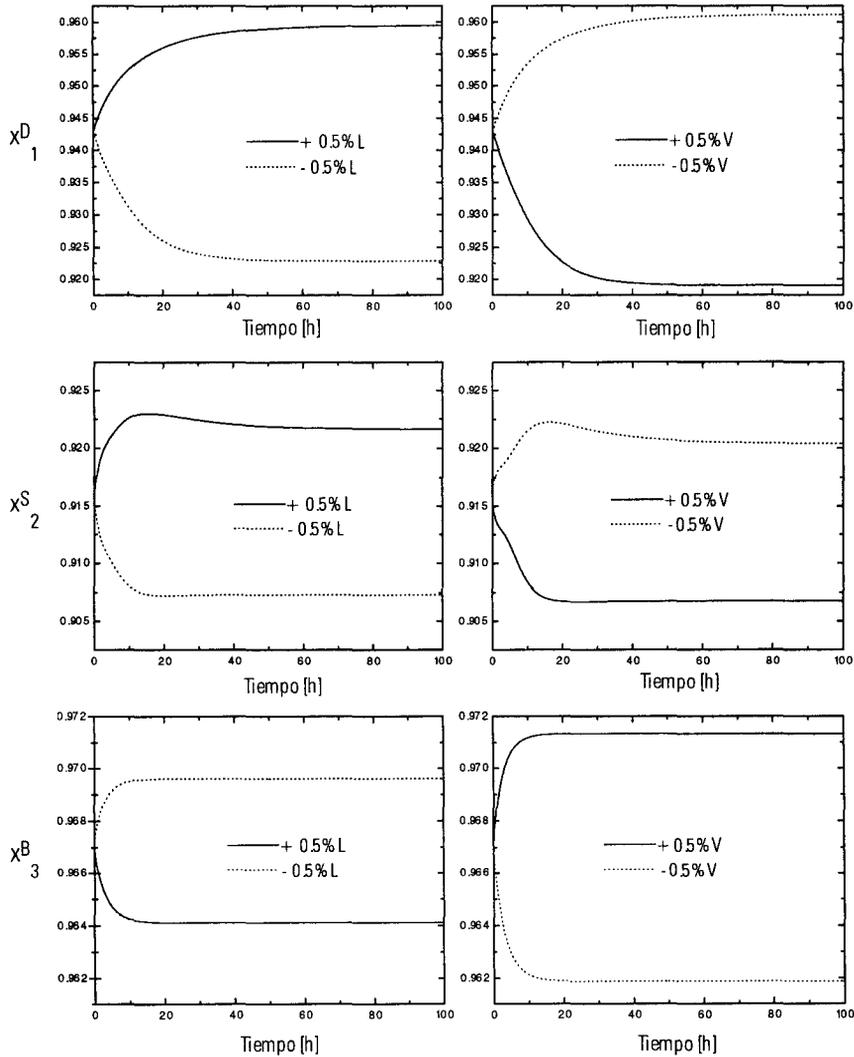


Figura 2. Respuesta ante un escalón de la columna de Petlyuk bajo una perturbación 0.5% en las entradas de control

Los estimados obtenidos son: $\tau_0 = 30$ h y

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 0.00314 & -0.00378 \\ -0.00055 & 0.00069 \end{pmatrix} \quad (25)$$

El número de condición de la matriz \mathbf{K} es demasiado grande, 284.55, que implican que un control PI multivariable de matriz completa será muy sensible a incertidumbres de la entrada (Skogestad y Morari, 1988; Sagfors y Waller, 1998). De hecho, como $\mathbf{B}^{-1} = \tau_0 \mathbf{K}^{-1}$, la estabilidad del sistema a lazo-cerrado dependerá de la direccionalidad de la entrada inducida por la matriz de ganancia en régimen permanente \mathbf{K} . La sensibilidad de la direccionalidad de la entrada se ejemplifica como sigue: La inversa de \mathbf{K} esta dada por

$$\mathbf{K}^{-1} = \begin{pmatrix} 7876.7 & 43151.0 \\ 6278.5 & 35845.0 \end{pmatrix} \quad (26)$$

Si se asume $\pm 15\%$ error en la estimación de los elementos de la matriz \mathbf{K} . Por ejemplo, tómesese la matriz perturbada \mathbf{K}_δ

$$\mathbf{K}_\delta = \begin{pmatrix} 0.95 \times 0.00314 & -1.15 \times 0.00378 \\ -0.85 \times 0.00055 & 0.90 \times 0.00069 \end{pmatrix} \quad (27)$$

y su inverso

$$\mathbf{K}_\delta^{-1} = \begin{pmatrix} -3454.2 & -24180.0 \\ -2600.4 & -16593.0 \end{pmatrix} \quad (28)$$

Comparado con la matriz inversa real (26), se puede apreciar que los elementos de la inversa aproximada anterior son negativos, tal que la direccionalidad de

entrada está perdida y se espera una inestabilidad a lazo-cerrado cuando un control PI multivariable de matriz llena con \mathbf{K}_g sea usado para regular el funcionamiento de la columna.

4.2 Simulaciones Numéricas

Se han llevado a cabo varias simulaciones numéricas para ilustrar la actuación de la configuración de control PI propuesta. Con este fin, se tomó $\mathbf{A}_c = \text{diag}(-0.3333, -0.3333)$, que corresponde a $\tau_{c,1}^{-1} = \tau_{c,2}^{-1} = 3 \text{ h}$. La columna es puesta en marcha a las condiciones nominales y luego regulada al punto de referencia $(x^D_1, x^B_3) = (0.95, 0.95)$. A $t = 200 \text{ h}$ el punto de referencia se cambia a $(x^D_1, x^B_3) = (0.99, 0.99)$, y a $t = 400 \text{ h}$ la composición de alimentación se cambia de $(0.2, 0.4, 0.4)$ a $(0.25, 0.35, 0.4)$. La Figura 3 presenta la respuesta de la columna de destilación bajo el control PI multivariable de matriz llena con $\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{K} / \tau_0$ y $\tau_c = L^{-1} = 45 \text{ min}$. Dado que $-\bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{B}}^{-1} \approx \mathbf{I}$, como es de esperarse del resultado en Teorema 1, la respuesta de la columna controlada es estable. Es más, el desempeño del control PI multivariable de matriz llena es aceptable. Ahora suponga que un error práctico inevitable (Skogestad y Morari, 1988; Sagfors y Waller, 1998) es introducido en la estimación de la matriz de ganancia en régimen permanente \mathbf{K} . Con este fin, asumase que $\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{K}_g / \tau_0$ es tomada como la matriz de ganancia de alta frecuencia estimada. Como era de esperarse, con la pérdida de direccionalidad de la entrada en el inverso de $\bar{\mathbf{B}}$, el sistema a lazo-cerrado resultante es inestable (ver Figura 4). Dado que el controlador resultante es inestable, las entradas de control L y V alcanzan su límite de saturación y los puntos de referencia no se rastrean. En este caso, el control descentralizado es una alternativa para evitar inestabilidades a lazo-cerrado (Campo y Morari, 1994) inducidas por incertidumbres en la matriz de ganancias

en régimen permanente \mathbf{K} . Verificando si se reúnen las condiciones para el control descentralizado, el determinante de la matriz $\mathbf{B} = \mathbf{K} / \tau_0$ es positivo ($8.76 \times 10^{-8} / \tau_0 > 0$), $b_{11} = 0.00314 / \tau_0 > 0$ y $b_{22} = 0.00068 / \tau_0 > 0$. Por consiguiente, las condiciones del Caso 2 en el subcapítulo 3.3 están satisfechas y el control descentralizado incondicionalmente estable de la columna de destilación de Petlyuk es posible con $\bar{\mathbf{B}} = \text{diag}(\alpha_1^{-1}, \alpha_2^{-1}) / \tau_0$, $\alpha_1 > 0$ y $\alpha_2 > 0$. La Figura 5 presenta el desempeño de la columna controlada bajo los mismos parámetros del controlador PI de la Figura 4, y α_1^{-1} y α_2^{-1} tomados como los elementos diagonales de la matriz \mathbf{K} . Como era esperado, el control PI es estable además de rastrear aceptablemente los puntos de referencia. Para demostrar la propiedad de estabilidad incondicional del control PI descentralizado, la Figura 6 presenta el desempeño de la columna controlada cuando α_1^{-1} y α_2^{-1} son tomados como los elementos diagonales de la matriz \mathbf{K}_8 . Mientras que el control PI multivariable de matriz llena resultó inestable, el control PI descentralizado produjo un comportamiento a lazo-cerrado estable con desempeño aceptable.

A medida que la constante de tiempo de estimación $\tau_c = L^{-1}$ sea más pequeña, el error de modelado $\eta(t)$ es estimado más rápidamente. En principio, decrementar τ_c llevará a un mejor desempeño a lazo-cerrado. La Figura 7 muestra la conducta del control descentralizado (con α_1^{-1} y α_2^{-1} tomados como los elementos diagonales de la matriz \mathbf{K}_8) para tres valores diferentes de la constante de tiempo de estimación τ_c (0.75, 3.0 y 6.0 h), y para mostrar mejor el fenómeno se cambia $\tau_{c,1}^{-1} = \tau_{c,2}^{-1} = 5$ h, y el tiempo para cambiar los puntos de referencia se duplica. Es notable que un mejor desempeño se

obtiene para los valores más pequeños de τ_c . Por supuesto, el valor aceptable mínimo de τ_c está restringido por el tamaño de las dinámicas no modeladas (incluyendo los tiempos muertos) y ruido de medición. La Figura 8 presenta el desempeño de una columna controlada con $\tau_{c,1}^{-1} = \tau_{c,1}^{-1} = 20$ h, $\tau_c = 15$ h y un tiempo muerto en el canal de la entrada de 15 min. Este tiempo muerto puede ser considerado como inducido por el muestreo de las medidas. Se observa que un desempeño a lazo-cerrado aceptable se obtiene para los valores del tiempo muerto del orden de τ_c ; sin embargo, se obtienen respuestas oscilatorias y más aún, inestabilidades para valores excesivamente pequeños de τ_c . Por ejemplo, en la Figura 9 se presenta la misma columna pero con un tiempo muerto de 30 min. Se concluye desde un punto de vista heurístico que no es recomendable estimar la señal del error de modelado más rápidamente que los tiempos muertos de entrada. Esto está de acuerdo con intuición ingenieril (Morari y Zafiriou, 1989; Maciejowski, 1989).

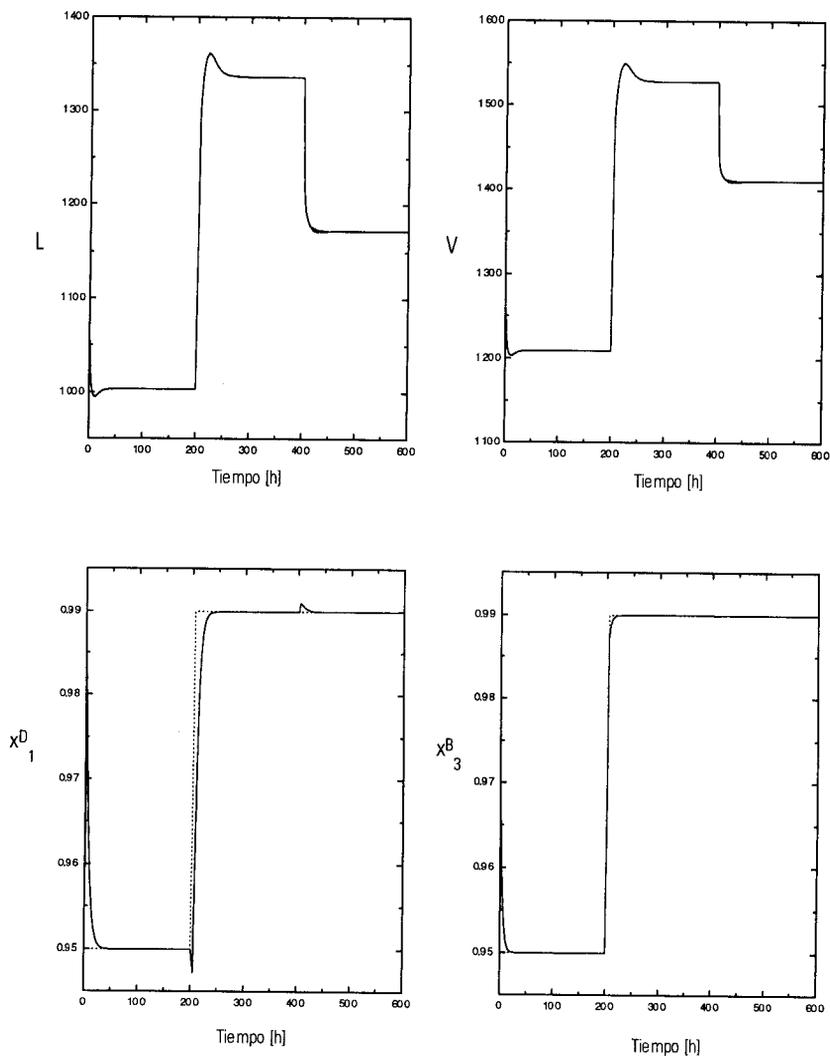


Figura 3. Respuesta de la columna de Petlyuk bajo el control PI multivariable de matriz llena con $\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{K} / \tau_0$ y $\tau_e = L^{-1} = 45$ min .

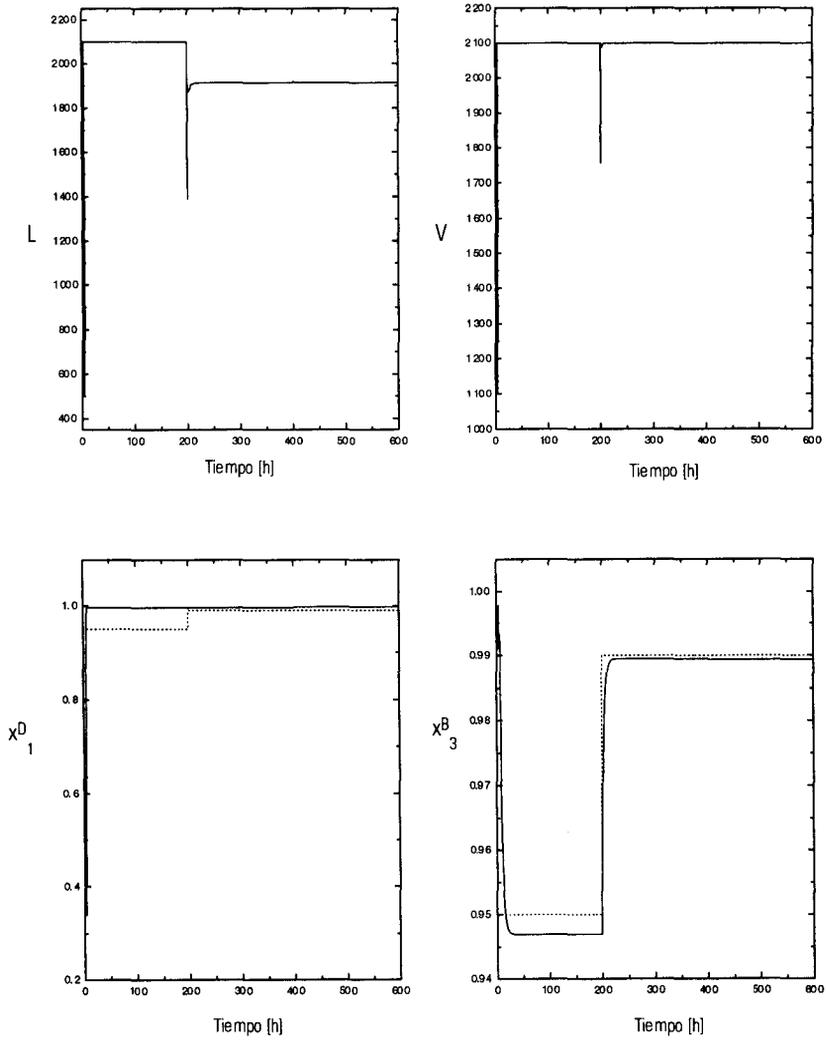


Figura 4. Respuesta de la columna de Petlyuk bajo el control PI multivariable de matriz llena con $\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{K}_s / \tau_0$ y $\tau_e = L^{-1} = 45$ min .

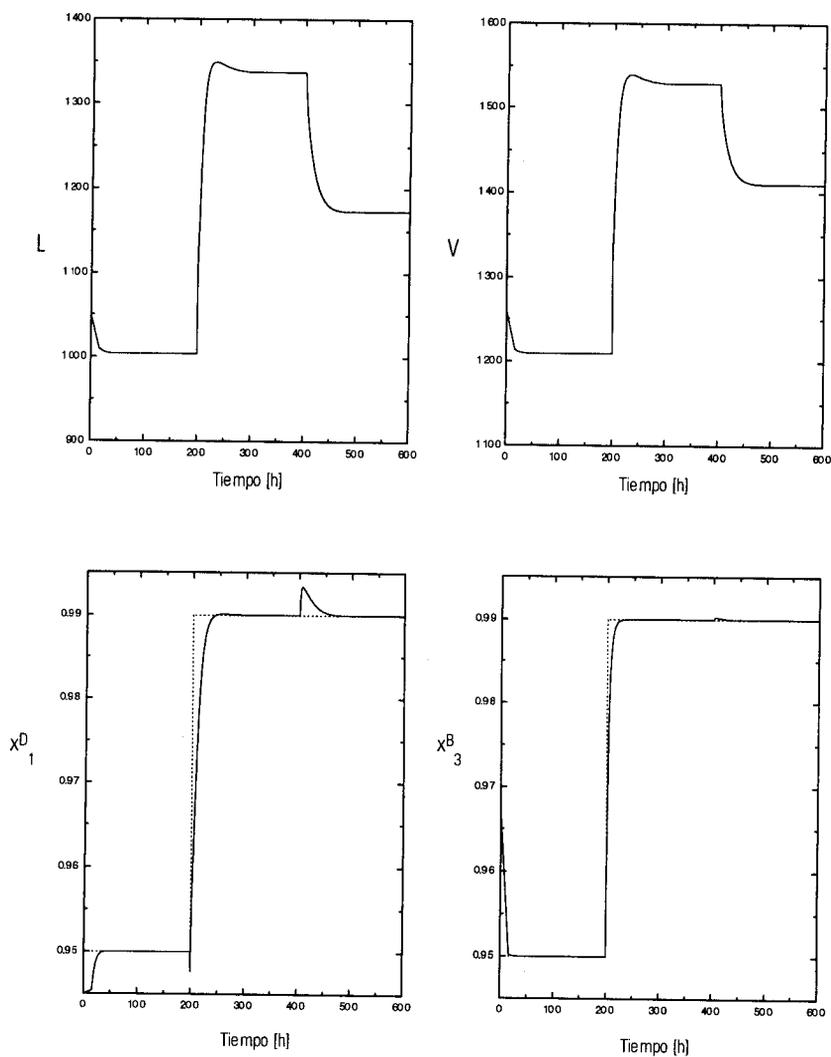


Figura 5. Respuesta de la columna de Petlyuk bajo el control PI descentralizado con $\bar{\mathbf{B}}$ tomada como los elementos diagonales de \mathbf{K} / τ_0 y $\tau_c = L^{-1} = 45$ min.

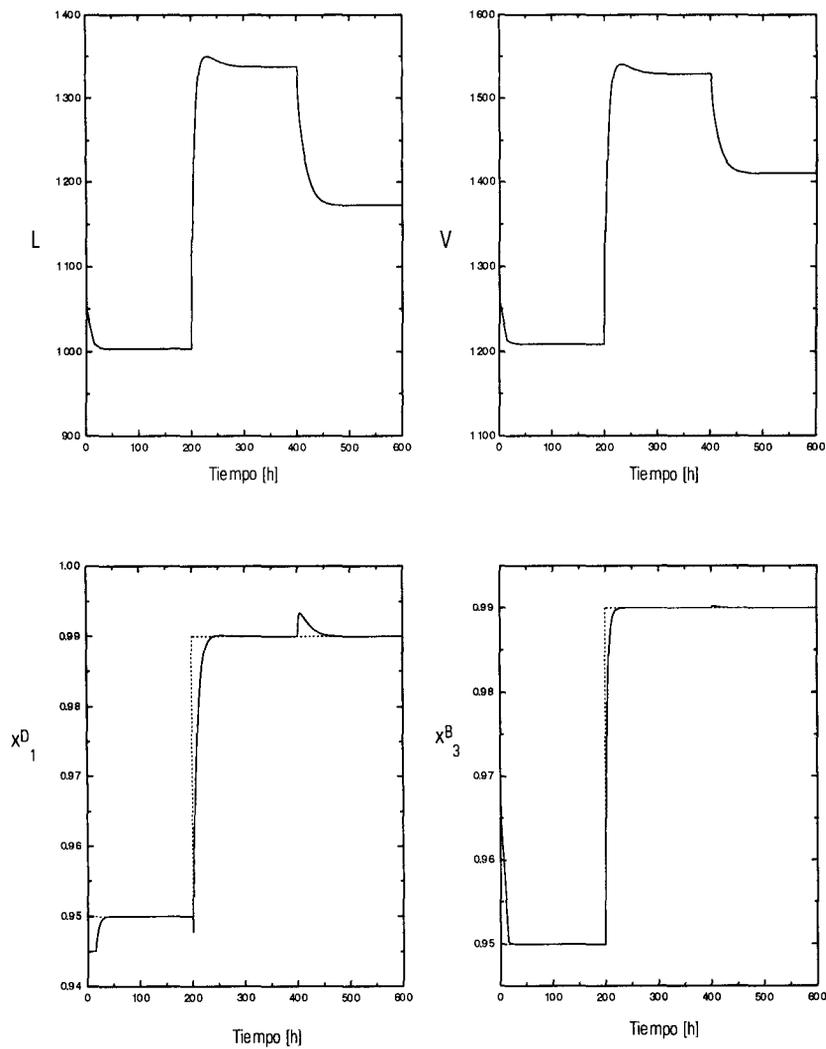


Figura 6. Respuesta de la columna de Petlyuk bajo el control PI descentralizado con $\bar{\mathbf{B}}$ tomada como los elementos diagonales de \mathbf{K}_g / τ_0 y $\tau_c = L^{-1} = 45 \text{ min}$.

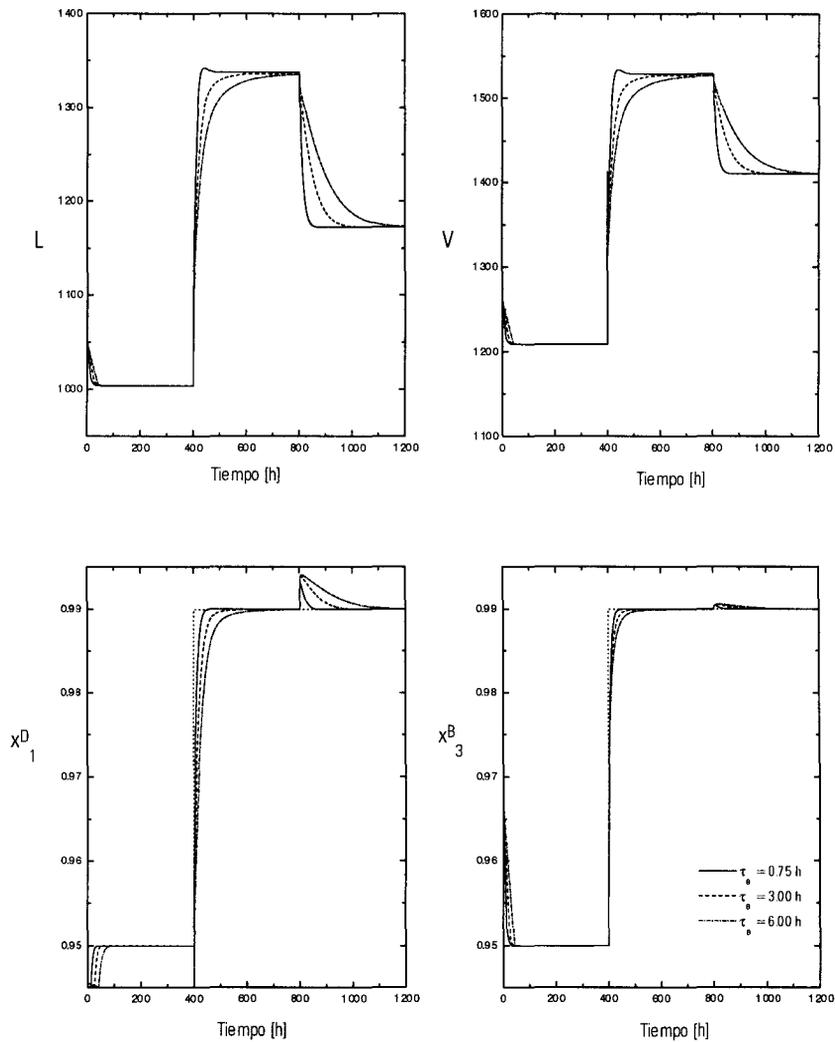


Figura 7. Respuesta de la columna de Petlyuk bajo el control PI descentralizado con $\bar{\mathbf{B}}$ tomada como los elementos diagonales de \mathbf{K}_s / τ_0 y tres valores diferentes de la constante de tiempo de estimación τ_e .

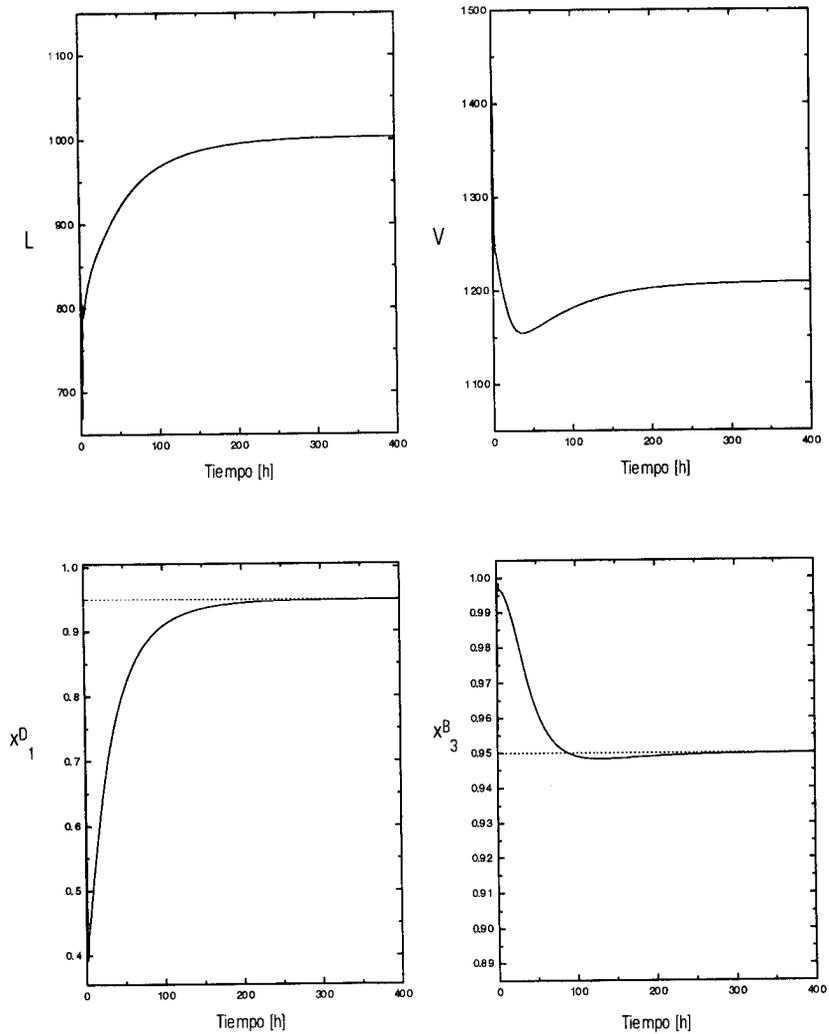


Figura 8. Desempeño de la columna de Petlyuk controlada en dos puntos cuando un tiempo muerto de 15 min esta presente en el canal de entrada.

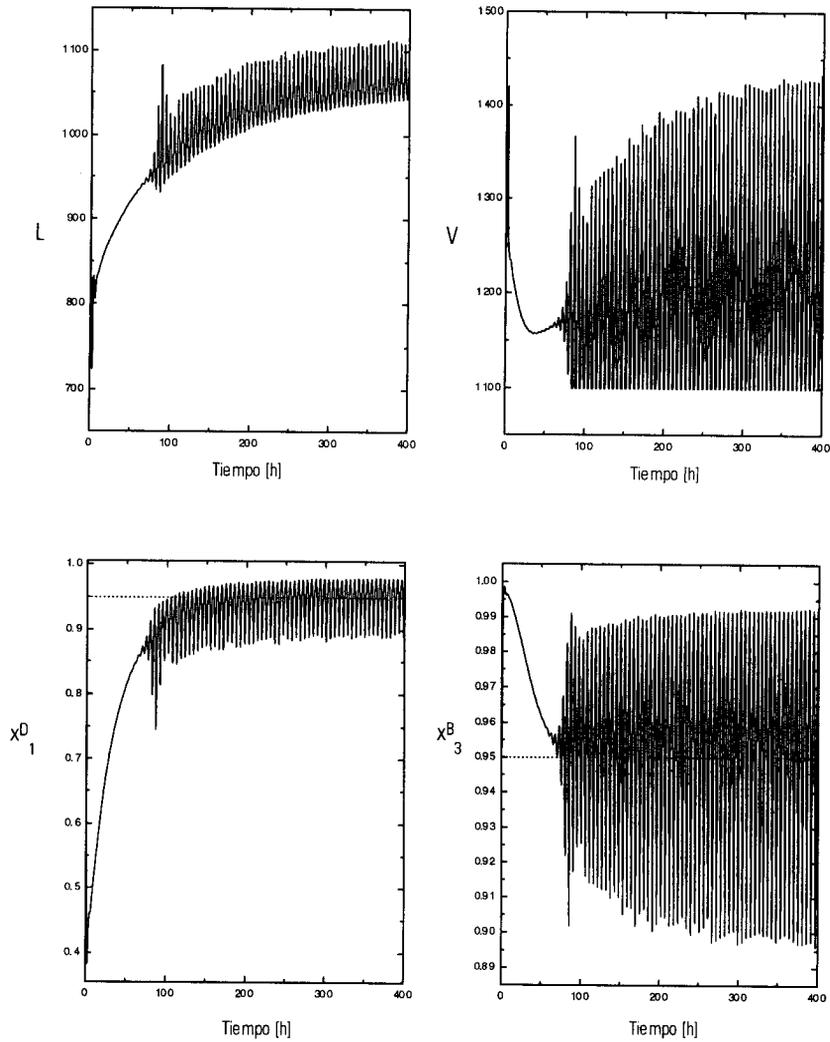


Figura 9. Desempeño de la columna de Petlyuk controlada en dos puntos cuando un tiempo muerto de 30 min esta presente en el canal de entrada.

4.3 Control en Tres Puntos

Un inconveniente del control en dos puntos de la columna de Petlyuk es que la pureza de la extracción lateral no se regula, tal que bajo perturbaciones externas (*e.g.*, cambios en la composición de la alimentación) la pureza x_2^S puede bajarse considerablemente. Esto motiva al uso de un control en tres puntos, donde el flujo de la extracción lateral (S) se usa para controlar la pureza x_2^S . Para el diseño del control, se considerará un modelo simple al igual que en (24). La constante de tiempo a lazo-abierto estimada τ_0 tiene el mismo valor como antes, y la matriz de ganancia en estado de régimen permanente $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es dada por

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 0.003140 & -0.003780 & -2.9268 \times 10^{-5} \\ -0.000550 & 0.000690 & 0.000507 \\ 0.001127 & -0.001427 & -0.001639 \end{pmatrix} \quad (29)$$

Se considera control descentralizado. Con este fin, $\bar{\mathbf{B}} = \text{diag}(\alpha_1^{-1}, \alpha_2^{-1}, \alpha_2^{-1}) / \tau_0$ donde $\alpha_1^{-1}, \alpha_2^{-1}$ y α_3^{-1} son tomados como los elementos diagonales de \mathbf{K} . Del Teorema 1, el control PI descentralizado resultante será estable si la matriz $-\mathbf{B}\bar{\mathbf{B}}^{-1} = -\mathbf{K}\bar{\mathbf{K}}^{-1}$ es estable. La matriz obtenida es

$$-\mathbf{K}\bar{\mathbf{K}}^{-1} = - \begin{pmatrix} 1 & -1.20380 & -9.321 \times 10^{-3} \\ -0.79710 & 1 & 0.73478 \\ -0.68761 & 0.87065 & 1 \end{pmatrix}$$

que posee los siguientes valores propios $\{-2.427, -0.56643, -6.5356 \times 10^{-3}\}$. De esta manera, el Teorema 1 implica que el control PI descentralizado será estable. La Figura 10 presenta el desempeño de la columna de Petlyuk bajo un control

descentralizado de tres puntos $\tau_c = 10$ min y la sucesión siguiente de cambios de puntos de referencia y perturbaciones: El punto de referencia es inicialmente escogido como $(x^D_1, x^S_2, x^B_3) = (0.95, 0.95, 0.95)$; a $t = 200$ h el punto de referencia se cambia a $(x^D_1, x^S_2, x^B_3) = (0.99, 0.99, 0.99)$ y a $t = 400$ h la composición de la alimentación se cambia de $(0.2, 0.4, 0.4)$ a $(0.25, 0.35, 0.4)$. Como se esperaba, el control PI descentralizado es estable y el rastreo de los puntos de referencia es aceptable a pesar de los cambios de composición de la alimentación.

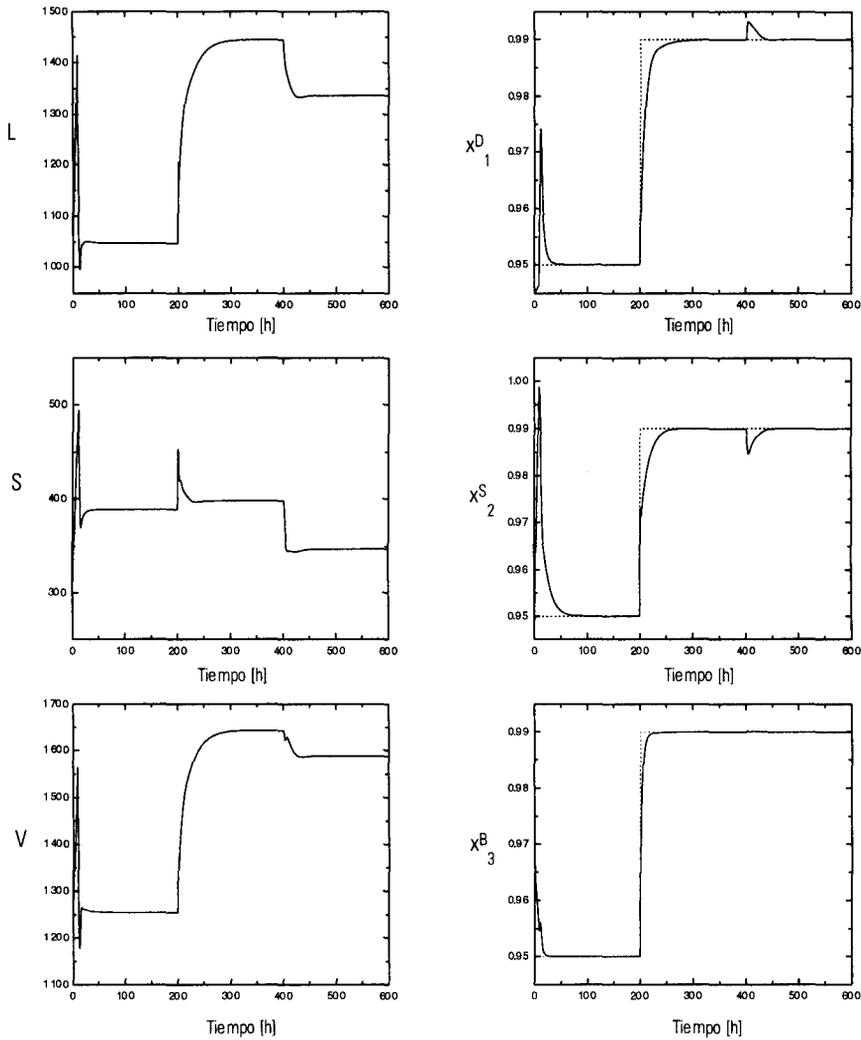


Figura 10. Desempeño de la columna de Petlyuk bajo control descentralizado en tres puntos con $\tau_e = 10$ min y la siguiente sucesión de cambios de puntos de referencia y perturbaciones: El punto de referencia es inicialmente escogido como $(x_1^D, x_2^S, x_3^B) = (0.95, 0.95, 0.95)$; a $t = 200$ h el punto de referencia se cambia a $(x_1^D, x_2^S, x_3^B) = (0.99, 0.99, 0.99)$ y a $t = 400$ h la composición de la alimentación se cambia de $(0.2, 0.4, 0.4)$ a $(0.25, 0.35, 0.4)$.

Capítulo 5

Conclusiones

Se propuso un diseño de control PI para los procesos **MIMO**. Bajo la consideración que la planta nominal es de grado relativo uno, la idea es usar control inverso dotado de un observador que proporcione estimaciones de las señales del error de modelado subyacentes. Se mostró que este enfoque de diseño de control lleva a controladores PI multivariantes clásicos con una nueva parametrización de las matrices de ganancia del controlador y de tiempo integral. Un resultado bueno es que un esquema de **ARW** para confrontar saturaciones de la entrada se logra naturalmente a partir del enfoque de diseño del control. Se estableció la estabilidad del sistema a lazo-cerrado resultante vía las funciones de Lyapunov.

Se han discutido condiciones de estabilidad para el caso de control descentralizado. En varios casos particulares, que son importante para el control de procesos de destilación, se ha establecido la estabilidad incondicional del sistema a lazo-cerrado bajo el control PI descentralizado.

Como una aplicación del diseño del control propuesto, se consideró el control de una mezcla ternaria en tres productos que usan un sistema de destilación tipo Petlyuk. Se mostró que el control de corrientes vía el control- LV es posible vía los controladores PI descentralizados. Es más, el controlador

presentó buenos desempeños bajo cambios de los puntos de referencia y perturbaciones. Mas aún, es un comentario interesante que, dado que el proceso es mal condicionado, el control PI multivariable de matriz llena lleva a inestabilidades a lazo-cerrado en presencia de incertidumbres moderadas de los parámetros. Al contrario, el control PI descentralizado mostró estabilidad incondicional en la presencia de incertidumbres fuertes en el canal de la entrada.

Capítulo 6

Referencias

- Astrom, K.J.; Hagglund, T., *Automatic Tuning of PID Controllers*, ISA, 1988.
- Astrom, K.J.; Wittenmark, B. *Adaptive Control*, Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, 1989.
- Bhattacharayya, S.P; Chapellat, H.; Keel, L.H. *Robust Control. The Parametric Approach*, Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ.,1995.
- Campo, P.J.; Morati, M. Achievable closed-loop properties of systems under descentrilized control: Conditions involving the steady-state gain, *IEEE Trans. Autom. Contr*, **1994**, 39, 932-943.
- Chavez, C.R., Seader, J.D.; Wayburn, T.L. Multiple steady state solutions for interlinked separation systems. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, **1981**, 20, 546-557.
- Chien, I.-L.; Tang, Y.T.; Chang, T.-S. Simple nonlinear controller for high-purity distillation columns, *AIChE J.*, 1997, 43, 3111-3116.
- D'Azzo, J.J.; Houpis, C.H. *Linear Control Systems*, Mc-Graw Hill, 1981.

- Gawthrop, P.J. Self-tuning PID controllers: Algorithms and implementation. *IEEE Trans. Autom. Contr.* **1986**, 31, 201-209.
- Hovd, M.; Skogestad, S. Procedure for regulatory control structure selection with application to the FCC process, *AIChE J.*, **1993**, 39, 1938-1952.
- Luyben, W.L. Simple method for tuning SISO controllers in multivariable systems. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, **1986**, 25, 654-660.
- Maciejowski, J.M. *Multivariable Feedback Design*, Addison-Wesley Publishing Company, Wokingham, England, 1989.
- McMillan, G.K. *Tuning and Control Loop Performance: A Practitioner's Guide*, ISA, 1990.
- Morari, M.; Zafiriou, E. *Robust Process Control*, Prentice-Hall, Englewood, NJ, 1989.
- Palmor, Z.J.; Halevi, Y.; Krasney, N. Automatic tuning of decentralized PID controllers for TITO processes. *Automatica*, **1995**, 31, 1001-1010.
- Sagfors, M.F.; Waller, K.V., Multivariable control of ill-conditioned distillation utilizing process knowledge, *J. Proc. Contr.*, **1998**, 8, 197-208.
- Skogestad, S; Morari, M. LV-control of a high-purity distillation column, *Chem Engng. Sci.*, **1988**, 43, 33-45.
- Skogestad, S.; Morari, M.; Doyle, J.C., Robust control of ill-conditioned plants: High-purity distillation, *IEEE Trans. Autom. Contr.*, **1988**, 12, 1092-1105.

Parte II: Una Configuración Robusta de Control PI Para Procesos de Multiple-Entrada
Multiple-Salida

Capítulo 6. Referencias

Wang, Q.-G.; Lee, T.-H.; Zhang, Y. Multiloop version of the modified Ziegler-Nichols method for two input two output processes. *Ind. Engng. Chem. Res.*, **1998**, 37, 4725-4733.

Wayburn, T.L.; Seader, J.D. In Proceedings of the 2nd International Conference on Foundations of Computer-Aided Process Design; CACHE, Ann Arbor, MI, 1984, 765-862.

Wolff, E.A.; Skogestad, S. Operation of integrated three-product (Petlyuk) distillation columns, *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1995**, 34, 2094-2103.

Apéndice

Prueba del Teorema 1

De la consideración H3, \mathbf{M}_c es una matriz estable, tal que existe una matriz simétrica y positiva definida $\mathbf{P}_c \in \mathbb{R}^{(m+n) \times (m+n)}$ satisfaciendo la ecuación de Lyapunov $\mathbf{M}_c^T \mathbf{P}_c + \mathbf{P}_c \mathbf{M}_c = -\mathbf{I}$. Por hipótesis, $\mathbf{M}_e \mathbf{B} \bar{\mathbf{B}}^{-1}$ también es una matriz estable y existe una matriz simétrica y positiva definida $\mathbf{P}_e \in \mathbb{R}^{n \times n}$ satisfaciendo la ecuación de Lyapunov $\mathbf{M}_e^T \mathbf{P}_e + \mathbf{P}_e \mathbf{M}_e = -\mathbf{I}$. Escoja la función cuadrática $V(\mathbf{x}, \mathbf{e}) = \mathbf{x}^T \mathbf{P}_c \mathbf{x} + \mathbf{e}^T \mathbf{P}_e \mathbf{e}$. La derivada en el tiempo de $V(\mathbf{x}, \mathbf{e})$ a lo largo de las trayectorias del sistema (17), (21) es

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\mathbf{x}^T \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{P}_c \mathbf{C}_1 \mathbf{e} - \mathbf{L} \mathbf{e}^T \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \mathbf{P}_e \Psi(\mathbf{x}, \mathbf{e}) \\ &\leq -|\mathbf{x}|^2 - L|\mathbf{e}|^2 + \lambda_{\max}(\mathbf{P}_c) \nu_3 |\mathbf{x}| |\mathbf{e}| + \lambda_{\max}(\mathbf{P}_e) |\mathbf{e}| |\Psi(\mathbf{x}, \mathbf{e})| \end{aligned}$$

donde $\nu_3 = \|\mathbf{C}_1\|$, $\lambda_{\max}(\mathbf{P}_c)$ y $\lambda_{\max}(\mathbf{P}_e)$ son los máximos valores propios de \mathbf{P}_c y \mathbf{P}_e , respectivamente. Usando (23) para obtener la siguiente estimación:

$$\dot{V} \leq -|\mathbf{x}|^2 - (L - \lambda_{\max}(\mathbf{P}_e) \nu_2) |\mathbf{e}|^2 + (\lambda_{\max}(\mathbf{P}_c) \nu_3 + \lambda_{\max}(\mathbf{P}_e) \nu_1) |\mathbf{x}| |\mathbf{e}|$$

Introduzca

Parte II: Una Configuración Robusta de Control PI Para Procesos de Múltiple-Entrada
Múltiple-Salida

Apéndice

$$L_{\min} \stackrel{\text{def}}{=} \lambda_{\max}(\mathbf{P}_e)v_2 + (\lambda_{\max}(\mathbf{P}_c)v_3 + \lambda_{\max}(\mathbf{P}_e)v_1)^2/4$$

Es fácil mostrar que $\dot{V} < 0$, para todo el $L > L_{\min}$. Esto completa la prueba del teorema. ■

Parte III

Una Configuración Novedosa de Control PID
con Aplicaciones a la Destilación por Lotes No
Reactiva y Reactiva

Como resultado de la siguiente parte se elaboraron los siguientes artículos:

Jose Alvarez-Ramirez, Monroy-Loperena R, Cervantes I. y Morales A. A novell PID Control Configuration with Application to the Control of Batch Distillation

Monroy-Loperena R. y Alvarez-Ramirez J. Output-Feedback Control of Reactive Batch Distillation Columns

Una Configuración Novedosa de Control PID con Aplicaciones a la Destilación por Lotes No Reactiva y Reactiva

Resumen

El objetivo de este trabajo es proponer una nueva configuración de control PID basada en una estructura de observador. La destilación por lotes se usa como caso de estudio donde la salida regulada es la composición del destilado. La ley de control PID propuesta es derivada en el marco de un control robusto no lineal con técnicas de compensación del error de modelado. Se propone un observador de orden reducido para estimar la derivada de la salida regulada y el error de modelado subyacente. Estas observaciones son usadas posteriormente en un lazo de control con el fin de retroalimentar las variaciones de la composición del destilado (retroalimentación derivativa) y para neutralizar los efectos del error de modelado. Se muestra que bajo ciertas condiciones, la ley de control resultante es equivalente a un controlador PID clásico con esquema de antireset windup. Es más, la sintonización del controlador es realizada muy fácilmente en términos de una constante de tiempo a lazo-cerrado prescrita y una constante de tiempo de estimación. Se proporcionan resultados numéricos para separaciones binarias y multicomponentes no reactivas, así como multicomponente reactiva. Se consideran escenarios realistas de prueba para el diseño del control propuesto mediante medidas muestreadas/retardadas y varias fuentes de incertidumbres.

Palabras Clave: Compensación del error de modelado; Control PID; Destilación por lotes; Destilación Reactiva por Lotes, Control de la Composición.

Capítulo 1

Introducción

El control PID es uno de los esquemas de control de uso más frecuente dentro de la industria química y de proceso. La razón principal de esto es su estructura relativamente simple, que es fácil de entender e implementar. Se han tomado diferentes enfoques para desarrollar métodos de sintonización. Morari y Zafiriou (1989) usaron el *Modelo de Control Interno (MCI)* para derivar métodos de sintonización del PID. El enfoque del **MCI** también fue usado por Rotstein y Lewin (1991) en el contexto de incertidumbre del parámetro. Ellos compararon métodos de sintonización para diferentes esquemas adaptivos de control en un reactor químico inestable. El diseño y sintonización del control PID para procesos con retardo de tiempo también han sido considerados. Stahl y Hippe (1987) presentaron técnicas de colocación de polos para un control PID en sistemas inestables con retardo de tiempo. Predictores de Smith modificados fueron considerados por De Paor (1985). Aström *et al.* cubren procesos inestables e integrantes con amplio retardo de tiempo.

Durante años, los ingenieros de control han usado controladores PID en procesos no lineales, pero había una falta de justificación teórica para tal práctica. En general, el diseño de controles PID es pensado para las plantas lineales. Sin embargo, Pachter *et al.* (1995) resaltaron el papel crucial de la acción integral en el diseño de controladores basados en linealización para sistemas no

lineales. Ellos mostraron, por medio de ejemplos específicos que, cuando se aplican controladores lineales a plantas no lineales, la acción integral no sólo mejora el desempeño, sino que de hecho es necesaria.

Este trabajo presenta un enfoque sistemático y simple para el diseño y sintonización de controladores PID en procesos no lineales. Para motivar el diseño del control PID y facilitar la presentación, la destilación por lotes se usa como caso de estudio, ya que se comporta como un proceso integrante de grado relativo dos (Barolo y Berto, 1998), que lo hace conveniente para el diseño de un control PID. La destilación por lotes se ha vuelto una referencia para probar algoritmos de control en procesos por lote. El método de diseño del control está basado en la estimación, vía observadores de orden reducido de las derivadas en el tiempo de la salida regulada y del error de modelado inducido por modelos imperfectos. Estas observaciones se usan en una retroalimentación globalmente linealizada que en el límite, como las señales estimadas convergen a las reales, rinde un desempeño de segundo-orden del error de la regulación. El método lleva a expresiones simples para los parámetros del PID en términos de una constante de tiempo prescrita a lazo-cerrado y la constante de tiempo de estimación. Estas expresiones se usan para proporcionar reglas de sintonización para los parámetros del control PID. También se discuten condiciones de estabilidad. Los resultados numéricos se presentan para separaciones binarias y multicomponentes no reactivas, así como multicomponentes reactivas. Se consideran medidas muestreadas/retardadas y varias fuentes de incertidumbres con el fin de lograr escenarios de prueba realistas para el diseño del control propuesto.

Resumen del Control de la Destilación por Lotes

La destilación por lotes es un proceso flexible que se usa ampliamente desde la última década. Su principal uso es cuando las cantidades de producción son normalmente pequeñas con inventarios de materia prima mínimos, que a menudo resulta en un incentivo económico (Barolo y Berto, 1998; Dwekar, 1998). El funcionamiento de la destilación por lotes se diseña vía las técnicas de control óptimo donde una función de ganancia prescrita es maximizada. Esto produce una operación sobre la relación del reflujo variante en el tiempo que se implementa a lazo-abierto, pero padece del inconveniente de falta de garantía en la robustez debida a brechas modelo/planta. En principio, dichas brechas pueden reducirse vía la implementación a lazo-cerrado de los perfiles óptimos, aunque esto todavía es un problema abierto (Edgar, 1996). En un trabajo reciente, Barolo y Berto (1998) han señalado que los perfiles óptimos no pueden seguirse mediante controles lineales convencionales, debido a la no linealidad y la naturaleza tiempo-variante del proceso.

Relativamente pocos artículos se han dirigido al problema del control retroalimentado de la destilación por lotes. Quintero-Marmol y Luyben (1992) propusieron un esquema de control inferencial donde la composición se estima a través de un observador de Luenberger extendido. La destilación por lotes se comporta como un proceso integrador con una ganancia del proceso tiempo-variante. Fileti y Pereira (1997) usaron un control PI con bitácoras de ganancia para la destilación por lotes binaria. En su enfoque, la ganancia del controlador se aumenta durante la operación para permitir mantener el control. Se han propuesto esquemas de control predictivos y adaptables para enfrentar la naturaleza tiempo-variante del proceso de destilación por lotes. Dechechi *et al.* (1998) han mostrado que modelos predictivos no lineales rinden buenos

resultados en la regulación de la composición del destilado Además de su falta de garantía de robustez, esta estrategia requiere que un observador de Luenberger extendido acoplado a un problema de optimización sea resuelto en línea, lo cual puede ser computacionalmente prohibitivo. En un reciente artículo, Barolo y Berto (1998) han usado desarrollos recientes de la teoría de control no lineal (Henson y Seborg, 1997) para construir controladores para la composición del destilado en la destilación por lotes. Su idea es usar controladores de retroalimentación entrada/salida linealizados acoplados con una estimación de la composición (Quintero-Marmol y Luyben, 1994) produciendo una estructura de control inferencial no lineal que puede extenderse fácilmente a algunos casos de destilación multicomponente. Un inconveniente de este enfoque es su falta de garantía en la robustez. De hecho, la retroalimentación de entrada linealizada está basada en la cancelación de las no linealidades, y la presencia de brechas modelo/planta pueden llevar a serias degradaciones del desempeño e incluso a inestabilidades (Henson y Seborg, 1997). Para superar esta dificultad, una acción integral clásica es normalmente agregada; sin embargo, no hay una clara justificación para esta práctica dentro del marco de la teoría de control no lineal.

En este trabajo, se parte de un diseño basado en la linealización global de un control no lineal y se usa una técnica de compensación del error de modelado para neutralizar los efectos de distanciamiento modelo/planta. Con este fin, una estimación basada en un observador del error de modelado es calculada, que introduce de una manera natural una acción integral en el lazo de control. Este enfoque del diseño del control también introduce una estructura natural antireset windup para tratar con saturaciones de la entrada del control. Se muestra que este enfoque de diseño del control lleva a un PID clásico con un esquema de antireset windup. De esta manera, este trabajo muestra cómo

Parte III: Una Configuración Novedosa de Control PID con Aplicaciones a la Destilación por Lotes No Reactiva y Reactiva
Capítulo 1. Introducción

obtener un control PID de la teoría moderna de control no lineal. Al mejor de nuestro conocimiento, este es el primer resultado en control PID de sistemas no lineales inciertos que garantiza estabilidad a lazo-cerrado.

Esta parte está organizada como sigue. El modelo de destilación por lotes se discute brevemente en el capítulo 2. En el capítulo 3, la regulación de la concentración del destilado bajo un control de retroalimentación ideal (*i.e.* conocimiento perfecto) es estudiado para un sistema binario. En el capítulo 4, el modelo de destilación por lotes para la rectificación binaria es usado para mostrar cómo obtener el control PID de la teoría de control moderna. Aunque la destilación por lotes se usa como el caso de estudio, los resultados en este trabajo se aplican a cualquier sistema no lineal de fase mínima con grado relativo dos. La estabilidad del sistema a lazo-cerrado resultante se analiza. Se muestra que una característica importante del enfoque de diseño del control es que el desempeño a lazo-cerrado inducido por el control globalmente linealizado ideal puede aproximarse con el control PID. En el capítulo 5, se discuten las extensiones del enfoque de diseño del control a la destilación por lotes multicomponente. En el capítulo 6, se presentan simulaciones numéricas para destilaciones por lotes binaria, multicomponente no reactivas y multicomponente reactiva. Algunos comentarios concluyentes se dan en el capítulo 7.

Capítulo 2

Modelo del Proceso

Para efectos de claridad en la presentación, como caso de estudio para el diseño del control, se considera un rectificador por lotes para la separación de mezclas binarias. Extensiones de estos resultados para mezclas multicomponentes no reactivas y reactivas son discutidas en el capítulo 5. Las ecuaciones diferenciales ordinarias que describen la dinámica del proceso son presentadas en el Apéndice. El modelo base (sin considerar reacción química) se tomó de Barolo y Berto (1998) y retiene las características básicas del proceso de rectificación por lotes. Este modelo toma en cuenta la dinámica de las acumulaciones molares en cada etapa, y los flujos internos líquidos en cada etapa son determinados por medio de la versión linealizada de la formula de Francis-weir.

Se ha tomado la rectificación por lotes como caso de estudio debido a los siguientes puntos

- a) Es un sistema no lineal con serias incertidumbres en el modelo.
- b) Es un proceso integrante con ganancia del proceso tiempo-variante. Plantear modelos lineales *a priori*, ó mediante linealizaciones de Taylor o respuestas de paso, para procesos integrantes no es fácil. Contrariamente a los procesos continuos, un modelo lineal debe

describir la dinámica del proceso a lo largo de una trayectoria completa. Este hecho hace que los procesos por lotes sean convenientes para el diseño de un control robusto no lineal.

- c) Es un sistema de grado relativo dos, que lo hace conveniente para el diseño de un control PID. De hecho, el control completo de sistemas de grado relativo dos requiere la retroalimentación del error de regulación y la derivada en el tiempo del error de regulación, que produce una estructura de control del tipo PD. En el capítulo 4, se mostrará que la acción integral aparece como consecuencia de la compensación del error de modelado.
- d) Es un sistema de fase mínima. Esto significa que la dinámica interna (las dinámicas de los estados no controlados) es estable. En términos de la teoría de control lineal, estas características son equivalentes a la inexistencia de ceros en las cercanías del lado derecho del plano complejo.

Se debe resaltar que, aunque el enfoque del diseño del control es aplicado a la rectificación por lotes, se aplica para cualquier proceso no lineal con características dinámicas semejantes a la destilación por lotes, *i.e.*, grado relativo dos y desempeño de fase mínima.

Capítulo 3

Sistema Binario: Diseño del Control Ideal

Considérese el problema de regular la concentración en el destilado de un componente deseado sobre cualquier trayectoria físicamente realizable $\omega_d(t)$, manipulando la relación del reflujo R . Como un paso metodológico hacia el diseño del control robusto en el capítulo 4, se asume un conocimiento completo de la dinámica del proceso.

Considérese el caso de un sistema binario con concentración en el destilado x_D como la variable regulada. Se toma $E(x)$ como la relación de equilibrio de líquido-vapor (ver ecuación (A.11)). Sea $e \stackrel{\text{def}}{=} x_D - \omega_d$ el error de la regulación. Entonces, como describen Barolo y Berto (1998), se puede calcular la derivada en el tiempo (*i.e.* la derivada falsa) del error de la regulación:

$$e^{(1)} = -\omega_d^{(1)} + \xi \quad (1)$$

donde $e^{(1)}$ denota la primera derivada en tiempo de e y $\xi = V(E(x_N) - x_D)/H_D$. Por consiguiente el grado relativo no es uno porque la entrada de control no

Parte III: Una Configuración Novedosa de Control PID con Aplicaciones a la Destilación por Lotes No Reactiva y Reactiva
Capítulo 3. Sistema Binario: Diseño del Control Ideal

afecta directamente a $e^{(1)}$. Se puede ir más allá de este punto calculando $e^{(2)}$, la segunda derivada de tiempo del error de la regulación,

$$e^{(2)} = -\omega_d^{(2)} + \Phi + \Psi R \quad (2)$$

donde

$$\Phi \stackrel{\text{def}}{=} (V/H_D) \left[\left\{ \frac{dE(x_N)}{dx_N} \right\} \chi - \xi \right] \quad (3)$$

$$\chi \stackrel{\text{def}}{=} V(y_{N-1} - y_N) \quad (4)$$

$$\Psi \stackrel{\text{def}}{=} (V/H_D H_N) \left[\left\{ \frac{dE(x_N)}{dx_N} \right\} (x_D - x_N) \right] \quad (5)$$

Se verá posteriormente que $\Psi(t) \neq 0$ para casi cualquier condición de operación. Por consiguiente, el grado relativo es dos. La función Ψ corresponde a la ganancia de alta frecuencia (**GAF**) del proceso. Sea

$$e^{(2)} + 2\xi_c \tau_c^{-2} e^{(1)} + \tau_c^{-2} e = 0 \quad (6)$$

un desempeño prescrito por el error de la regulación. En la ecuación (6), τ_c y ξ_c son la constante de tiempo a lazo-cerrado y el factor de amortiguamiento, respectivamente. De (2), la ley de control que lleva al desempeño estable a lazo-cerrado (6) es

$$R^{id} = \left[\omega_d^{(2)} - \Phi - 2\xi_c \tau_c^{-2} e^{(1)} - \tau_c^{-2} e \right] / \Psi \quad (7)$$

En aplicaciones reales, las entradas de control están sujetas a saturaciones. Se supone que la relación del reflujo se sujeta a la restricción $0 < R_{\min} \leq R \leq R_{\max} \leq V$, que puede lograrse saturando la ley de control

$$R_s^{\text{id}} = \text{Sat}[R^{\text{id}}] = \begin{cases} R_{\min} & \text{si } R^{\text{id}} < R_{\min} \\ R^{\text{id}} & \text{si } R_{\min} \leq R^{\text{id}} \leq R_{\max} \\ R_{\max} & \text{si } R^{\text{id}} > R_{\max} \end{cases} \quad (8)$$

Nótese que la ley de control (7) esta bien definida en tanto $\Psi(t) \neq 0$, para todo $t \geq 0$. De esta manera, algunos comentarios de la naturaleza de la ganancia de alta frecuencia Ψ se dan en orden. Se tiene que $\Psi(t) > 0$, para todo $t > 0$. De hecho, a) $V/H_D H_N > 0$, excepto a las condiciones de arranque de la operación; b) de argumentos termodinámicos normales, puede establecerse que la derivada $dE(x)/dx > 0$, para todas las composiciones; y c) $x_D - x_N > 0$, para todo $t \geq 0$. En operaciones a régimen permanente, esta condición es equivalente a la condición $dE(x)/dx > 0$. Sin embargo, la entrada de control obtenida (7) es inversamente proporcional a $\Psi(t)$: a valores pequeños de $\Psi(t)$, el esfuerzo de control es mayor. Es más, poco después del arranque, el funcionamiento de la columna es llevado de un **GAF** baja a una **GAF** alta espacio-composición. Esto es representado por el gradiente de composición $x_D - x_N$, que aumenta a medida que la separación avanza en el tiempo. De estos argumentos, se concluye que el control de la composición en una rectificación por lotes requiere esfuerzos de control más grandes sólo después del arranque. Por consiguiente, una ley de control para este proceso debe tener un desempeño transeúnte bueno con rastreo rápido de la trayectoria de referencia.

Desde un punto de vista de implantación del control, la ley de control ideal (7) tiene los siguientes inconvenientes:

a) Se requieren medidas de composiciones del líquido y del vapor $\{x_D, x_N, y_N, y_{N-1}\}$. En el campo de la destilación por lotes, Quintero-Marmol *et al.* (1991) han demostrado que un observador del tipo Luenberger puede proporcionar buenas estimaciones del perfil de composición del producto a partir de medidas de temperatura de varias etapas. Barolo y Berto (1998) usaron el mismo tipo de observador para llevar a cabo una ley linealizada de control. Ellos mostraron vía simulaciones numéricas que esta ley de control lleva a transiciones rápidas y suaves desde la fase de arranque a la fase de producción y de ahí hasta el final de la operación.

b) Las relaciones de equilibrio líquido-vapor son sólo una aproximación a la termodinámica real de la separación. Importantes brechas estructurales y paramétricas están siempre presentes y pueden deteriorar la estabilidad y el desempeño a lazo-cerrado. En un enfoque *heurístico*, Barolo y Berto (1998) introdujeron una acción integral para compensar las brechas modelo/planta:

$$R^{id} = \left[\omega_d^{(2)} - \Phi - 2\xi_c \tau_c^{-2} e^{(1)} - \tau_c^{-2} e + k_I \int_0^t e(t) dt \right] / \Psi \quad (9)$$

donde k_I es la ganancia integral. Aunque este enfoque ha demostrado un buen funcionamiento, a la fecha no hay una justificación teórica para su uso dentro del marco del diseño del control no lineal. Mas aún, hay una falta de pautas de sintonización fiables para escoger la ganancia integral.

Capítulo 4

Sistema Binario: Diseño del Control PID Robusto

El objetivo de este capítulo es el desarrollo de una estructura de control PID con capacidades de estabilización garantizadas. Para este fin, las siguientes restricciones se han impuesto:

- H.1.** La concentración del destilado x_D está disponible para retroalimentación. Estimaciones de x_D pueden obtenerse de un cromatógrafo de gases o de un observador de Luenberger extendido, como fue propuesto por Quintero-Marmol *et al.* (1991).
- H.2.** Estimados de $\bar{\Phi}$ y $\bar{\Psi}$ de las funciones Φ y Ψ están disponibles. Además, $\bar{\Psi}(t) > 0$, para todo $t > 0$. En el peor caso de diseño, la $\bar{\Phi}$ estimada puede ser igual a cero.

Introduciendo la variable $z = e^{(1)}$, la ecuación (2) puede escribirse como un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias como sigue:

$$\begin{aligned} \dot{e} &= z \\ \dot{z} &= -\omega_d^{(2)} + \bar{\Phi} + \eta + \bar{\Psi} R \end{aligned} \tag{10}$$

donde $\eta \stackrel{\text{def}}{=} \Phi - \bar{\Phi} + (\Psi - \bar{\Psi})R$ denota el error de modelado. En la ecuación (10), y en la continuación, se usaran indistintamente los símbolos \dot{e} y $e^{(1)}$ para denotar la primera derivada del tiempo del error de la regulación. Como en el caso del control ideal, se supo que la ecuación (6) describe la dinámica a lazo-cerrado deseada. De (10), la ley de control de saturación es

$$R_s = \text{Sat}\left\{\left[\omega_d^{(2)} - \bar{\Phi} - \eta - 2\xi_c \tau_c^{-2} z - \tau_c^{-2} e\right] / \bar{\Psi}\right\} \quad (11)$$

Esta ley de control compensa los efectos de la señal del error de modelado $\eta(t)$. Sin embargo, no puede llevarse a cabo su implementación debido a que el error de modelado $\eta(t)$ es desconocido y la derivada del tiempo $x = \dot{e}$ no es medida. La idea es usar a un observador para estimar simultáneamente $z(t)$ y $\eta(t)$, y usar estos estimados $\bar{z}(t)$ y $\bar{\eta}(t)$ en la ley de control (11):

$$R_s = \text{Sat}\left\{\left[\omega_d^{(2)} - \bar{\Phi} - \bar{\eta} - 2\xi_c \tau_c^{-2} \bar{z} - \tau_c^{-2} e\right] / \bar{\Psi}\right\} \quad (12)$$

Se propone el siguiente observador de orden reducido:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{z}} &= -\omega_d^{(2)} + \bar{\Phi} + \bar{\eta} + \bar{\Psi} R_s + 2\xi_c \tau_c^{-1} (\dot{e} - \bar{z}) \\ \dot{\bar{\eta}} &= \phantom{-\omega_d^{(2)} + \bar{\Phi} + \bar{\eta} + \bar{\Psi} R_s} + \tau_c^{-2} (\dot{e} - \bar{z}) \end{aligned} \quad (13)$$

donde ξ_c y τ_c son el factor de amortiguamiento de la estimación y la constante de tiempo de la estimación, respectivamente. Nótese que, mientras $\dot{e} = z$, la actualización del observador es $z - \bar{z}$. Para implantar el observador (13), y evitar el uso de derivadores para el cálculo de \dot{e} , se introducen las variables $w_1 = \bar{z} - 2\xi_c \tau_c^{-1} e$ y $w_2 = \bar{\eta} - \tau_c^{-2} e$. Entonces, los estimados de \bar{z} y $\bar{\eta}$ son calculados de las ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned} w_1 &= -\omega_d^{(2)} + \overline{\Phi} + \overline{\eta} + \overline{\Psi} R_s - 2\xi_c \tau_c^{-1} \overline{z} \\ w_2 &= -\tau_c^{-2} \overline{z} \end{aligned} \quad (14)$$

y las identidades

$$\begin{aligned} \overline{z} &= w_1 + 2\xi_c \tau_c^{-1} e \\ \overline{\eta} &= w_2 + \tau_c^{-2} e \end{aligned} \quad (15)$$

Las condiciones iniciales $w_1(0)$ y $w_2(0)$ puede escogerse como sigue: Dado que las señales $z(t)$ y $\eta(t)$ son desconocidas, las estimaciones iniciales son $z(0) = 0$ y $\eta(0) = 0$. Entonces, de (15), se tiene que $w_1(0) = -2\xi_c \tau_c^{-1} e(0)$ y $w_2(0) = -2\tau_c^{-2} e(0)$.

4.1 Estructura de la Ley de Control Propuesta

Con el fin de aclarar la estructura de la ley de control (12), (14), (15), se introduce la entrada de control calculada como

$$R_c = \left[\omega_d^{(2)} - \overline{\Phi} - \overline{\eta} - 2\xi_c \tau_c^{-2} \overline{z} - \tau_c^{-2} e \right] / \overline{\Psi} \quad (16)$$

Entonces $R_s = \text{Sat}[R_c]$. Después de elaboradas pero directas manipulaciones algebraicas, es posible mostrar que la entrada de control calculada puede escribirse como

$$R_c = \overline{\Psi}^{-1} \left[\omega_d^{(2)} - \overline{\Phi} \right] - C_{\text{PID}}(s) F(s) e - G_{\text{ARW}}(s) (R_c - R_s) \quad (17)$$

donde $C_{\text{PID}}(s)$ es un control PID clásico cuyas ganancia del controlador y las constantes de tiempo integral y derivativo están dadas por

Parte III: Una Configuración Novedosa de Control PID con Aplicaciones a la Destilación por Lotes No Reactiva y Reactiva
Capítulo 4. Sistema Binario: Diseño del Control PID Robusto

$$K_c = \bar{\Psi}^{-1} \frac{\xi_c \tau_c + \xi_e \tau_e}{\xi_e \tau_c \tau_c^2 + \xi_c \tau_c \tau_e^2} \quad (18.a)$$

$$\tau_D = \frac{\tau_c^2 + 4\xi_e \xi_c \tau_e \tau_c + \tau_e^2}{2[\xi_c \tau_c + \xi_e \tau_e]} \quad (18.b)$$

$$\tau_I = 2[\xi_c \tau_c + \xi_e \tau_e] \quad (18.c)$$

F(s) es un filtro de retardo de primer-orden (*i.e.* $F(s) = (\tau_f s + 1)^{-1}$) cuya constante de tiempo está dada por

$$\tau_f = \frac{\tau_c \tau_e}{2[\xi_c \tau_c + \xi_e \tau_e]} \quad (19)$$

y $G_{ARW}(s)$ es un operador de antireset windup (**ARW**) que actúa en el "error de saturación" $R_c - R_s$ y está dado por

$$G_{ARW}(s) = \frac{\tau_e - 2\xi_c \tau_e^2 s}{s(\tau_e^2 \tau_c s + 2\tau_e[\xi_c \tau_c + \xi_e \tau_e])} \quad (20)$$

Los comentarios siguientes están en orden:

- a) La ley de control (17) puede verse como una ley de control PID con dc-bias $\bar{\Psi}^{-1}(\omega_d^2 - \bar{\Phi})$, y dotada de un esquema **ARW** natural $G_{ARW}(s)(R_c - R_s)$. Si $\bar{\Phi} = 0$ y $\bar{\Psi} = \text{constante}$, entonces la ley de control (18) es un control PID *lineal* con un esquema **ARW** cuya implantación puede hacerse fácilmente en tecnologías actuales y baratas (*e.g.* Controladores Lógicos Programables [PLCs]).

- b) Cuando el actuador se satura, la señal de retroalimentación $G_{ARW}(s)(R_C - R_S)$ intenta llevar el error $R_C - R_S$ a cero recalculando la acción integral tal que la salida de control se vuelva exactamente al límite de saturación. Esto previene al controlador del enrollamiento (windup). (Kothare *et al.*, 1994)
- c) Es interesante notar que los parámetros del control PID son funciones simétricas de los parámetros nominales a lazo-cerrado (ξ_c, τ_c) y los parámetros del observador (ξ_o, τ_o) . En otras palabras, los parámetros del control PID (18) y (19) son invariables bajo las substituciones $(\xi_c, \tau_c) \rightarrow (\xi_o, \tau_o)$ y $(\xi_o, \tau_o) \rightarrow (\xi_c, \tau_c)$. Esto significa que el modelo de la referencia (6) y el observador (14), (15) tienen los mismos efectos en el desempeño del PID. Nótese también que esta propiedad de simetría no se mantiene para el operador de **ARW** $G_{ARW}(s)$.
- d) Aunque la representación del PID (18) y la ley de control (12), (14), (15) son entrada/salida equivalente una de la otra, probablemente la ventaja importante del controlador PID propuesto queda en el hecho que los estados de controlador son variables significantes como estimaciones de los estados físicos de la planta y de las brechas modelo/planta. Se entiende que las estimaciones de \bar{z} y $\bar{\eta}$ pueden ser usadas para supervisar (en línea ó fuera de línea) el desempeño del proceso ó detectar fallas de actuadores y sensores.

4.2. Análisis de Estabilidad

En este trabajo, no se cubre el análisis de estabilidad completo a lazo-cerrado resultante. En cambio, se perfila la prueba de estabilidad bajo algunas condiciones físicamente restrictivas que probablemente serán satisfechas por el

rectificador por lotes en la fase de producción, tales como, dinámica suave y dinámica lenta. Definiendo los errores de la observación como

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= (z - \bar{z}) / \tau_c \\ \varepsilon_2 &= \eta - \bar{\eta}\end{aligned}\tag{21}$$

Dado que $\dot{e} = z$, de (13) se obtiene

$$\dot{e} = -\tau_c^{-1} A_c e + B_1 \gamma\tag{22}$$

donde $e = (\varepsilon_1, \varepsilon_2)^T$, $B_1 = (0, 1)^T$, $\gamma = \dot{\eta}$ y

$$A_c = \begin{bmatrix} -2\xi_c & 1 \\ -\kappa(t) & 0 \end{bmatrix}\tag{23}$$

donde $\kappa(t) = \Psi(t) / \bar{\Psi}(t)$. Nótese que $\kappa(t) > 0$. Como un primer acercamiento, se supone $\kappa(t) = 1$, tal que $A_c(t)$ es una matriz constante y estable. Entonces, el sistema (22) puede verse como un sistema lineal estable perturbado por la derivada en el tiempo del error de modelado. Por otro lado, se supone que la entrada de control no se satura (*i.e.* $R_s = R_c$). Entonces, se puede plantear el sistema controlado de las ecuaciones (10) y (12) para dar

$$e^{(2)} + 2\xi_c \tau_c^{-1} e^{(1)} + \tau_c^{-2} e = -2\xi_c \tau_c^{-1} \tau_c \varepsilon_1 + \varepsilon_2\tag{24}$$

que corresponde al desempeño prescrito para el error de la regulación (ver ecuación (6)) con la perturbación del error de estimación $-2\xi_c \tau_c^{-1} \tau_c \varepsilon_1 + \varepsilon_2$. Si $\varepsilon(t) \rightarrow 0$, se tiene que $e(t) \rightarrow 0$. Esto significa que el error de la regulación converge a cero como el error de estimación también converja a cero. A

continuación se analizará la estabilidad del sistema (22). Para hacer esto, se supone que $|\gamma(t)| \leq \gamma_{\max}$. La solución a (22) es

$$\varepsilon(t) = \exp(\tau_c^{-1} A_c t) \varepsilon(0) + \exp(\tau_c^{-1} A_c t) \int_0^t \exp(-\tau_c^{-1} A_c \sigma) \gamma(\sigma) d\sigma \quad (25)$$

Como A_c es una matriz estable, existen dos constantes positivas δ y L tal que $|\exp(\tau_c^{-1} A_c t)| \leq L \exp(-\tau_c^{-1} \delta t)$. Tomando normas y la desigualdad del triángulo en (25), se tendrá

$$\begin{aligned} |\varepsilon(t)| &\leq L \exp(-\tau_c^{-1} \delta t) \left\{ |\varepsilon(0)| + \int_0^t \exp(\tau_c^{-1} \delta \sigma) |\gamma(\sigma)| d\sigma \right\} \\ &\leq L \exp(-\tau_c^{-1} \delta t) \left\{ |\varepsilon(0)| + \gamma_{\max} \int_0^t \exp(\tau_c^{-1} \delta \sigma) d\sigma \right\} \\ &= L \exp(-\tau_c^{-1} \delta t) |\varepsilon(0)| + (\tau_c \gamma_{\max} L / \delta) \{1 - \exp(-\tau_c^{-1} \delta t)\} \end{aligned}$$

Entonces, $\varepsilon(t)$ está acotada para todo $t > 0$, y $|\varepsilon(t)| \rightarrow \tau_c \gamma_{\max} L / \delta$ como $t \rightarrow \infty$.

Las conclusiones siguientes son consecuencias inmediatas del análisis anterior:

- a) A mayor velocidad de variación del error de modelado, mayor error residual $\tau_c \gamma_{\max} L / \delta$. Esto está en acuerdo con la intuición ingenieril. De hecho, las incertidumbres con variaciones grandes de tiempo son más duras de neutralizar.
- b) A menor constante de tiempo de estimación, menor el error residual $\tau_c \gamma_{\max} L / \delta$, y de acuerdo con (24), menor error de la regulación. Esta

conclusión establece que deben seleccionarse valores pequeños de la constante de tiempo de estimación para acercarse más y más al desempeño a lazo-cerrado inducido por el controlador globalmente linealizado ideal (ver ecuación (12)). Por supuesto, el valor de τ_e está limitado por varios factores, como ruido de medición, tiempos muerto y dinámicas no modeladas, que limita la frecuencia de paso del sistema a lazo-cerrado (Morari y Zafiriou, 1989).

El análisis del caso tiempo-variante es más elaborado y puede aproximarse con herramientas de la teoría de estabilidad de sistemas no lineales singularmente perturbados (Khalil y Esfandiari, 1993, Teel y Praly, 1995). Los resultados de estabilidad para este caso conllevan a conclusiones análogas a las discutidas anteriormente.

4.3 Estimación de la Ganancia de Alta Frecuencia Ψ

La implantación de la ley de control PID propuesta y la estabilidad del sistema a lazo-cerrado subyacente dependen fuertemente del estimado de la ganancia de alta frecuencia $\bar{\Psi}$. Estimaciones del flujo de vapor V y de las acumulaciones $\{H_D, H_N\}$ pueden obtenerse de las condiciones de operación nominales. Estas variables cambian ligeramente durante la fase de la separación. Por otro lado, el término $[dE(x_N)/dx_N](x_D - x_N)$ es variante en el tiempo, pero se puede usar la aproximación

$$dE(x_N)/dx_N \cong dE(x_D)/dx_D \quad (26)$$

Es más, si el gradiente de la composición $x_D - x_N$ se asume casi constante durante la fase de la separación, se logrará una estimación tiempo-variante de $\bar{\Psi}$ dada como

$$\bar{\Psi}(t) = (\bar{V}/\bar{H}_D \bar{H}_N) [(dE(x_D(t))/dx_D) \Pi] \quad (27)$$

donde la constante Π denota la aproximación $x_D - x_N \cong \Pi$. Debido a que los controladores PID *lineales* pueden implantarse fácilmente en tecnologías baratas (*e.g.* PLCs), es deseable tener una estimación constante de Ψ . Con este fin, una aproximación mas extensa de $dE(x_D)/dx_D \cong dE(x_D^{ref})/dx_D$ pueda tomarse, para que la estimación $\bar{\Psi}$ dada por

$$\bar{\Psi}(t) = (\bar{V}/\bar{H}_D \bar{H}_N) [(dE(x_D^{ref})/dx_D) \Pi] \quad (28)$$

sea una constante positiva. Finalmente, la estimación de la constante Π del gradiente $x_D - x_N$ puede tomarse como

$$\Pi = x_D^{ref} - x_N^{ref} \quad (29)$$

donde x_N^{ref} es un infraestimado de la concentración en la etapa del domo.

Capítulo 5

Sistemas Multicomponentes

Como en el trabajo de Barolo y Berto (1998), el procedimiento del control propuesto puede extenderse a mezclas multicomponentes. De hecho, si el objetivo de la separación es recuperar el componente más volátil a una pureza constante y la mezcla puede modelarse aproximadamente como una mezcla de volatilidad relativa constante, entonces la conducta dinámica de la separación puede aproximarse como un sistema pseudo-binario. Para una derivación fácil y aplicación de la ley de control, asúmase que durante la fase de producción una mezcla binaria se encuentra en las etapas altas del rectificador por lotes. Este escenario es encontrado en la mayoría de las separaciones industriales (Quintero-Marmol y Luyben, 1992). De hecho, la ley de control PID propuesta (13)-(15) es capaz de regular la composición del componente en el destilado que está retirándose a la pureza deseada. Note que el estimado de la **GAF** $\bar{\Psi}$ debe obtenerse con respecto a los componentes de la mezcla del pseudo-binaria en las etapas altas de la columna. Esto significa que

$$\bar{\Psi}(t) = (\bar{V}/\bar{H}_D \bar{H}_N) \left[(d\bar{E}(x_D^{ref})/dx_D) \Pi \right] \quad (30)$$

donde

$$\bar{E}(x) = \frac{\bar{\alpha}x}{\bar{\alpha}x + 1 - x} \quad (31)$$

y $\bar{\alpha}$ es la volatilidad relativa de la mezcla pseudo-binaria.

Capítulo 6

Simulaciones Numéricas

Se llevaron a cabo varias simulaciones numéricas con tres ejemplos (un sistema binario y un sistema ternario sin reacción química y un sistema cuaternario con reacción química) para ilustrar el desempeño del control PID propuesto. Los ejemplos no reactivos fueron tomados de Barolo y Berto (1998) y el ejemplo reactivo de Mujtaba y Macchietto (1996). Para los casos no reactivos a continuación se dan las características de los sistemas.

| TABLA 6.1 | | |
|---|----------|-----------------|
| Sistemas No Reactivos | | |
| | Binario | Multicomponente |
| Vaporización del rehervidor, mol/h | 5,400 | 6,000 |
| Acumulación nominal de las etapas, mol | 30 | 30 |
| Acumulación del tanque de reflujo, mol | 250 | 300 |
| Carga alimentada, mol | 8,000 | 30,000 |
| Composición nominal de la alimentación | 0.4/0.6 | 0.2/0.6/0.2 |
| Constante de tiempo de la hidráulica de la etapa, h | 0.001 | 0.001 |
| Número de etapas ideales | 8 | 10 |
| Volatilidad relativa | No ideal | 4/2/1 |
| Punto de referencia | 0.81 | 0.95/0.95 |

6.1 Sistema Binario

El sistema binario corresponde a una mezcla de etanol/agua. La Figura 1 presenta la evolución en el tiempo de la composición del destilado para tres valores diferentes de la relación de reflujo interno R/V: 0.9, 0.95 y 1.0 (reflujo total). Como es de esperarse, la composición del destilado disminuye con el tiempo, para los casos de reflujo parcial. Nótese que la fase de separación dura aproximadamente de 15-20 horas. Por otro lado, la máxima composición en el destilado, asociada a una operación a reflujo total, es de 0.8146.

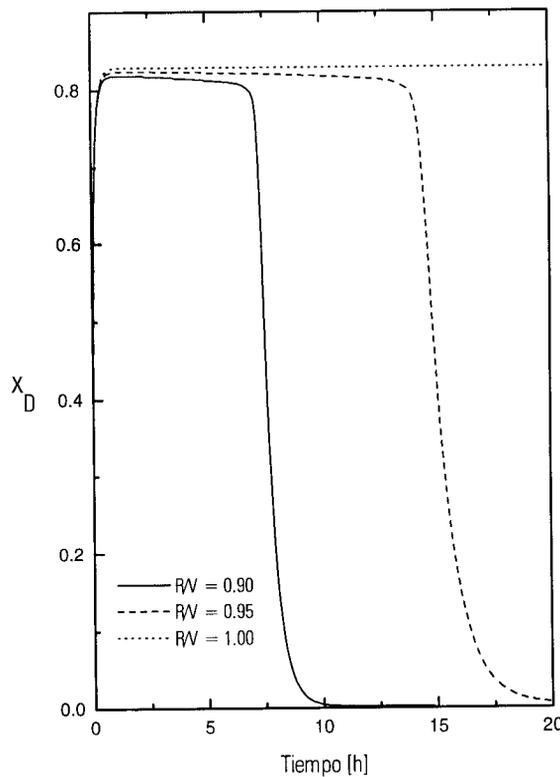


Figura 1. Evolución en el tiempo de la destilación por lotes sin control (caso binario)

Se utilizó la ley de control propuesta para regular la composición del destilado bajo las siguientes condiciones y parámetros del controlador:

- a) Rastreo de una trayectoria constante $\omega_D = 0.81$.
- b) $\bar{\Phi}(t) = 0$, para todo $t \geq 0$.
- c) De (28), se obtiene la estimación $\bar{\Psi} = 0.0141$.
- d) Al igual que Barolo y Berto (1998), $\xi_c = 1$ y $\tau_c = 0.04$ h.
- e) La composición de la alimentación es 0.4/0.6.

La Figura 2 muestra la respuesta de la planta para tres valores diferentes de la constante de tiempo de estimación con $\xi_c = 1$. También la Figura 2 muestra la respuesta de la planta bajo una ley de control ideal saturada (ver Ecuación (7)). Como es de esperarse del análisis presentado, se obtienen mejores respuestas a lazo-cerrado para valores pequeños de la constante de tiempo de estimación. Es más, la respuesta bajo la ley de control PID (12), (14), (15) se acerca a la respuesta bajo la ley de control ideal. Esto muestra, en principio, que la ley de control PID puede lograr el desempeño a lazo-cerrado inducido por la ley de control globalmente linealizada.

Los procesos por lote se corren a través de cadenas repetitivas de la operación, donde la composición de la alimentación puede no ser precisa. De hecho, la composición normalmente se obtiene de mezclar la alimentación principal con cortes reciclados. La Figura 3 muestra la evolución en el tiempo de la destilación por lotes para los mismos valores de las constantes de tiempo de estimación de la Figura 2. En este caso la composición de alimentación es

0.45/0.55. La ley de control PID propuesta rinde un buen desempeño a lazo-cerrado a pesar de las variaciones en la composición de la alimentación.

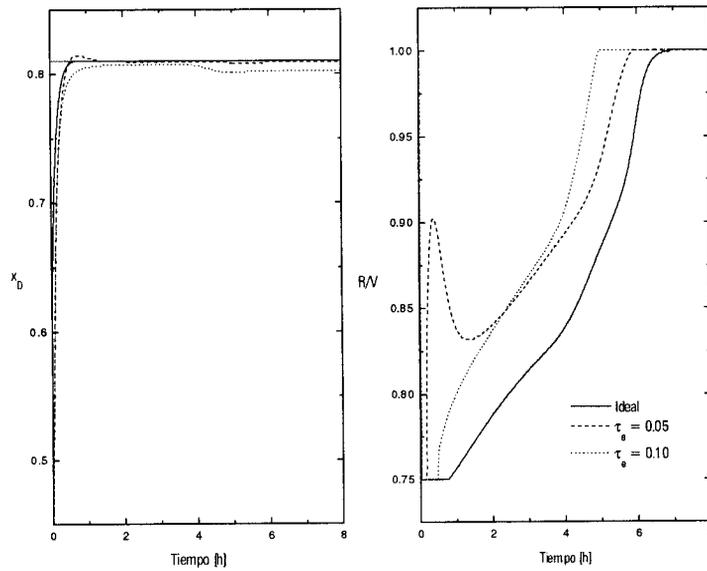


Figura 2. Evolución en el tiempo de la destilación por lotes controlada (sistema binario) para dos diferentes valores de la constante de tiempo de estimación

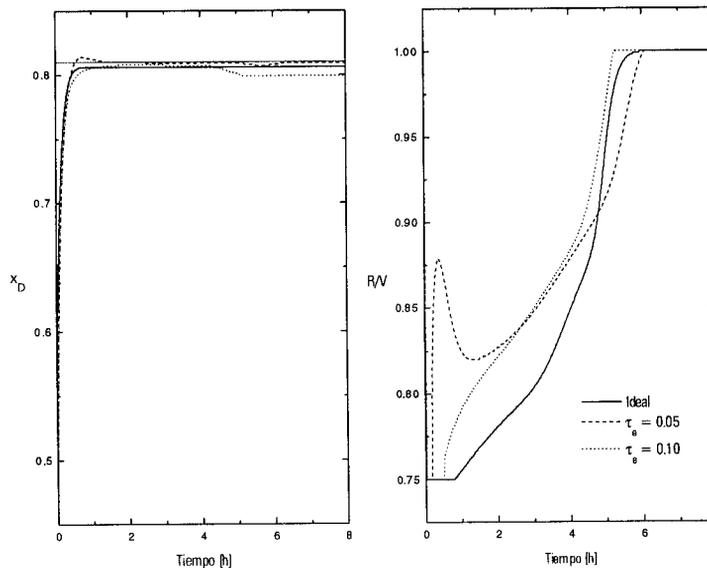


Figura 3. Evolución en el tiempo de la destilación por lotes controlada (sistema binario) para dos diferentes valores de la constante de tiempo de estimación y una composición de la alimentación 0.45/0.55

Finalmente, suponga que la entrada de control esta sujeta a tiempos muertos y muestreos inducidos por las medidas ó estimaciones de la composición. En este caso, la ley de control debe ser resintonizada para evitar inestabilidades a lazo-cerrado (Morari y Zafiriou, 1989). Para seleccionar los parámetros de la ley de control, se sugiere la siguiente regla: Escoger los coeficientes de amortiguamiento ξ_c y ξ_e del orden de 1.25 y escoger las constantes de tiempo τ_c del orden del tiempo muerto más grande. La idea heurística detrás de esta regla es que el error de modelado no puede estimarse más rápidamente que el tiempo muerto de la medición. Además, el lazo-cerrado no puede estabilizarse más rápidamente que el tiempo muerto. Una fuente para estas ideas heurísticas puede encontrarse en la literatura de control robusto (Morari y Zafiriou, 1989). La Figura 4 muestra la respuesta de la planta para tres valores diferentes del tiempo muerto de la entrada: 0.1, 0.2 y 0.3 h. Como es de esperarse, a mayor tiempo muerto, mayor degradación del desempeño a lazo-cerrado. Sin embargo, el control PID es capaz de dar desempeños aceptables para valores moderados de tiempo muerto.

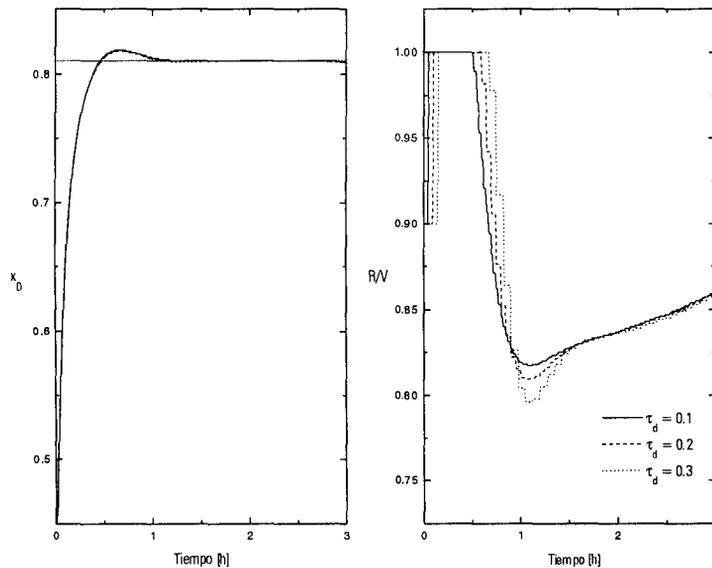


Figura 4. Evolución en el tiempo de la destilación por lotes controlada (sistema binario) para tres diferentes valores de tiempo muerto

6.2. Sistema Ternario

El sistema ternario corresponde a una mezcla con volatilidades relativas 4/2/1. El objetivo de la separación es recuperar el componente más volátil y el componente intermedio a una pureza constante. Los puntos de referencia de la composición son 0.95/0.95. La estimación de la **GAF** $\bar{\Psi} = 0.015$ para la recuperación del componente más volátil, y $\bar{\Psi} = 0.016$ para la recuperación del componente intermedio. El tiempo muerto debido a medidas/estimaciones de la composición es 0.2 h. El controlador se cambia para recuperar el producto intermedio cuando $R/V = 0.98$. En este punto, la relación de reflujo interno es disminuida siguiendo una trayectoria de rampa con el fin de permitir que el segundo componente pueda alcanzar el domo de la columna. Cuando esto pasa, el control empieza de nuevo. La Figura 5 muestra la respuesta del proceso.

Nótese que el desempeño de controlador es muy bueno. Ambos productos son mantenidos en su punto de referencia, siendo el perfil del reflujo suave. La ley de control PID propuesta proporciona buen desempeño a pesar de las serias incertidumbres del modelo/planta y tiempos muertos de medición.

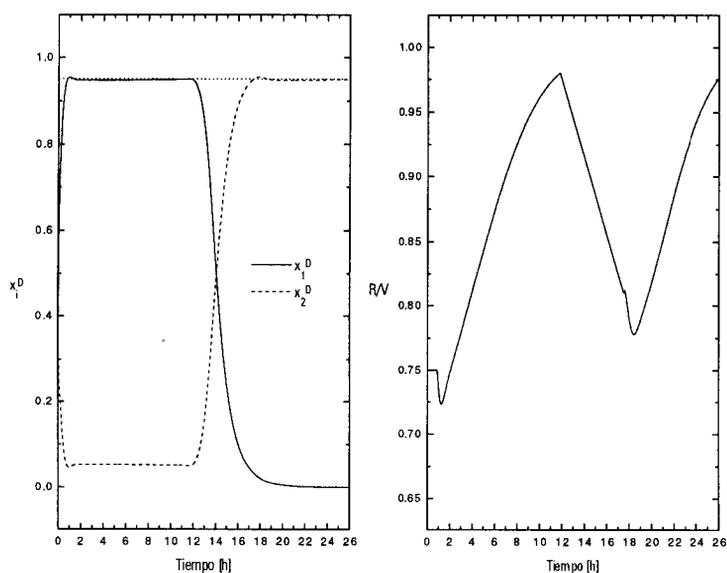


Figura 5. Evolución en el tiempo de la destilación por lotes controlada (sistema ternario)

6.3. Sistema Reactivo

El ejemplo a tratar y presentado por Mujtaba y Macchietto (1997) considera la esterificación de etanol y el ácido acético. Los productos de la reacción son acetato de etilo y agua. El esquema de la reacción reversible es el siguiente:



Las temperaturas de ebullición son respectivamente 391.1, 351.5, 350.3 y 373.2 °K. El acetato del etilo, el producto principal, tiene la temperatura de ebullición

más baja en la mezcla y por consiguiente tiene la volatilidad más alta. El desalojo continuo de este producto por la destilación desplazará el equilibrio químico hacia la derecha y mejorará la conversión de los reactivos. Los datos que definen la configuración de la columna, alimentación, composición de la alimentación, etc., para el ejemplo se encuentran en la Tabla 6.2, tomada de Mujtaba y Macchietto (1997). La Tabla 6.3, tomada del mismo trabajo, presenta los datos de equilibrio líquido-vapor y los datos cinéticos.

TABLA 6.1

Datos para la esterificación de etanol usando una columna de rectificación por lotes

| | |
|--|----------------------|
| Número de etapas ideales (incluyendo el rehervidor y el condensador total) | 10 |
| Carga inicial, kmol | 5.0 |
| Composición de la alimentación (ácido acético, etanol, acetato de etilo, agua), en fracción mol. | 0.45, 0.45, 0.0, 0.1 |
| Acumulación en el condensador, kmol | 0.1 |
| Acumulación en los platos, kmol | 0.0125 |
| Carga de vapor del condensador, kmol/h | 2.5 |
| Presión de la columna, bar | 1.013 |

TABLA 6.2

Datos termodinámicos y cinéticos para la esterificación del etanol

| Equilibrio Líquido-Vapor |
|---|
| $K_1 = (2.25 \times 10^{-2})/T - 7.812$, para $T > 347.6K$ |
| $K_1 = 0.001$, para $T \leq 347.6K$ |
| $\text{Log } K_2 = -2.3 \times 10^3/T + 6.588$ |
| $\text{Log } K_3 = -2.3 \times 10^3/T + 6.742$ |
| $\text{Log } K_4 = -2.3 \times 10^3/T + 6.484$ |
| Cinética |
| Velocidad de reacción, $\text{gmol}/(\text{L min})$; $r = k_1 C_1 C_2 - k_2 C_1 C_2$, donde las constantes de velocidad son: $k_1 = 4.76 \times 10^{-4}$ y $k_2 = 1.63 \times 10^{-4}$, y C_i denota concentración en gmol/L para el i -ésimo componente |

Se han llevado a cabo varias simulaciones numéricas con el ejemplo presentado por Mujtaba y Macchietto (1997). La Figura 6 muestra la dinámica *sin control* de la composición del destilado para varios valores de la relación de reflujo interno, que para el caso de la destilación por lotes reactiva será definida como $r_f = L_0/V_1$. Para la operación a reflujo total, la máxima concentración de acetato de etilo logable es 0.964 fracción mol. Este valor impone un límite en la pureza del producto alcanzable bajo el funcionamiento de la operación por lote. De hecho, para el funcionamiento del lote ($0 \leq r_f \leq 1$), la fracción de acetato de etilo aumenta en la primera parte del tiempo del lote, logra un valor máximo y entonces decrece hasta el final de la operación. La primera parte de la operación del lote donde la fracción mol de acetato de etilo aumenta pueden llamarse *fase de la reacción*, porque la reacción química es controlante para el acetato del etilo en el producto del destilado. Comparando con la destilación por lotes no reactiva donde las fracciones mol del componente más volátil disminuyen a lo largo de la operación de la destilación por lote sin control, la última parte de la

operación del lote puede llamarse *fase de la separación*. De hecho, el proceso es controlado por la separación durante la segunda fase. Como era esperado, la Figura 6 también muestra que a menor relación del reflujo interno, más grande el tiempo de operación para lograr el máximo de la fracción mol de acetato de etilo.

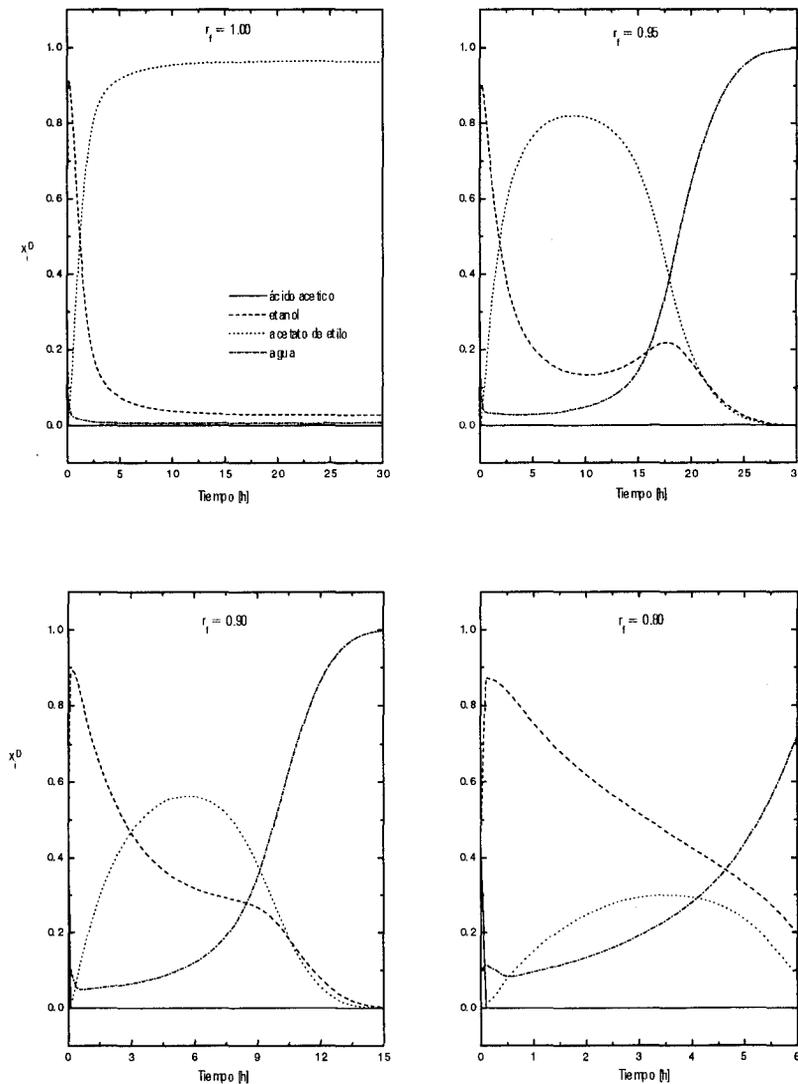


Figura 6. Dinámica de la composición del destilado sin control para diferentes valores de la relación de reflujo interno, $r_I = L_0/V_1$

Como en Mujtaba y Macchietto (1997), se supone que el objetivo de control es regular la composición del destilado a una pureza del producto constante, ω_d . Se han llevado simulaciones numéricas para dos trayectorias dadas, $\omega_d = 0.7$ y $\omega_d = 0.8$. La relación de reflujo se calculó bajo la ley de control PID (12), (14), (15) durante el tiempo del lote $t_d = 30$ h, aunque no hay una restricción inherente para calcular la relación del flujo del reflujo interno durante cualquier tiempo del lote. Los carga térmica del rehervidor se mantuvo constante. Los parámetros del control fueron escogidos como $\xi_c = 1$ y $\tau_c = 0.01$ h. Además, $L_{0,max} = V_1$ y $L_{0,min} = 0.8V_1$ (i.e, $r_{f,max} = 1$ y $r_{f,min} = 0.8$). La Figura 7 muestra la dinámica de la relación del reflujo interno calculada y la pureza del producto. Después de cerca de dos horas, la pureza del producto se mantiene en su valor de referencia hasta el fin del tiempo del lote. La relación del reflujo interno alcanza su límite superior ($L_{0,sat}/V_1 = 1$) durante la primera parte de operación del lote. Esta conducta es debida a que la columna se pone en marcha con fracción mol cero de productos (acetato del etilo y agua) en todas las etapas. Durante la fase de reacción, la relación del reflujo interno disminuye para compensar la alta capacidad del proceso de dar producto a la pureza deseada. Esto se espera porque como las especies del producto son retiradas por la destilación, la reacción se desplaza hacia la derecha. Como han señalado Mujtaba y Macchietto (1997), este aumento es muy sesgado al principio debido a la facilidad de alcanzar el equilibrio eliminando el producto abundante a la pureza dada. La curva se allana cerca del fin del tiempo del lote cuando es progresivamente más difícil de quitar el producto a la pureza dada. En un cierto momento del lote (aproximadamente 6 horas), el mecanismo de la separación empieza a controlar la dinámica del proceso y la columna se comporta como una columna de destilación por lotes no reactiva. Durante la fase de la separación, la relación del reflujo interno aumenta para compensar la

disminución del efecto controlante de la reacción y generar acetato del etilo. Esta conducta se mantiene hasta el fin del tiempo del lote.

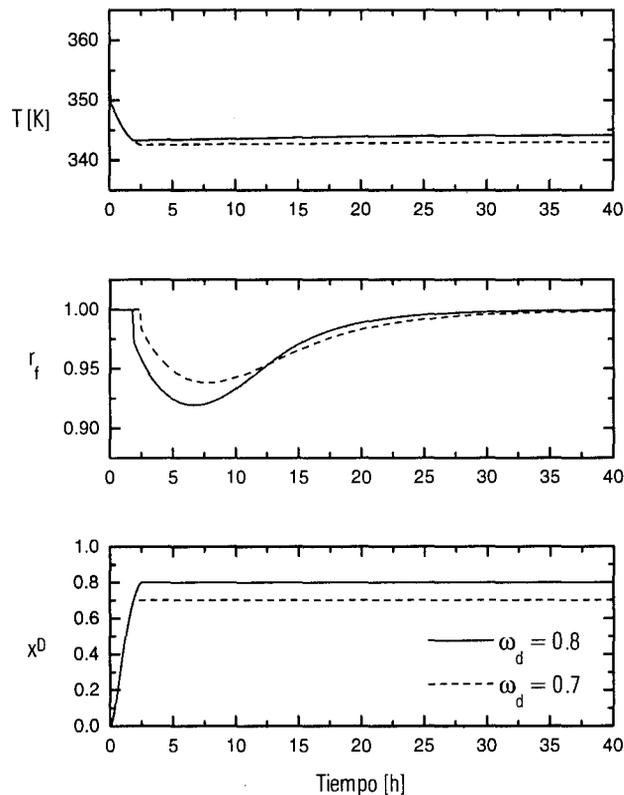


Figura 7. Dinámica de la relación de reflujo interna y la pureza del producto bajo la ley de control propuesta

Al comparar el desempeño de la relación del reflujo interno en la Figura 7 con la Figura 5 de Mujtaba y Macchietto (1997). Se observa que ambas políticas de relación de reflujo interno muestran la misma forma con casi la misma evolución cuantitativa. De esta manera, una política de relación de reflujo interno calculada de (12), (14), (15) puede verse como una política *subóptima* al problema de optimización propuesto por Mujtaba y Macchietto.

Una ventaja del enfoque de control de retroalimentación (12), (14), (15) es que es bastante más fácil de calcular. Por otro lado, computacionalmente hablando, la solución dinámica del problema de optimización Mujtaba y Macchietto es altamente consumidora de tiempo y por lo tanto cara.

Se han llevado a cabo varias simulaciones numéricas sobre este sistema reactivo, para ilustrar el desempeño del diseño de control robusto propuesto. De los parámetros de diseño nominales y las relaciones de equilibrio de líquido-vapor, se ha escogido $\bar{\Psi} = 18.28$ (ver Ecuación (30)). El factor de amortiguamiento ξ_c y la constante de tiempo τ_c , han sido escogidos como en la simulación. El factor de amortiguamiento de la estimación ha sido escogido como $\xi_e = 1$. La Figura 8 muestra la evolución de tiempo de la relación del reflujo interno y la pureza del producto para $\omega_d = 0.7$ y dos valores diferentes de las constantes de tiempo de estimación τ_e . Para fines de comparación, el desempeño bajo la ley de control ideal (7) también es mostrado. Debe notarse que a valores más pequeños de la constante de tiempo de estimación, el desempeño se aproxima más al ideal. Este desempeño también se observa para el caso $\omega_d = 0.8$ (ver Figura 9). Esto implica que, en principio, el desempeño ideal bajo el control de retroalimentación ideal (7) podría lograrse como $\tau_e \rightarrow 0$. Desde luego, como ya se mencionó anteriormente, esto no es posible con la presencia de tiempos muertos. La Figura 10 muestra la dinámica de la columna de rectificación por lotes reactiva controlada para $\tau_c = \tau_e = 0.025$ h y tres valores diferentes de tiempo muerto. Es notorio en este caso que la regulación perfecta de la pureza del producto no se logra. Después de la saturación de entrada del control, la pureza del producto se mantiene debajo de la pureza requerida. Esta conducta es inducida por la información retardada

usada por la entrada del control que induce relaciones del reflujo interno más pequeñas. La desviación máxima de la referencia es aproximadamente 3%.

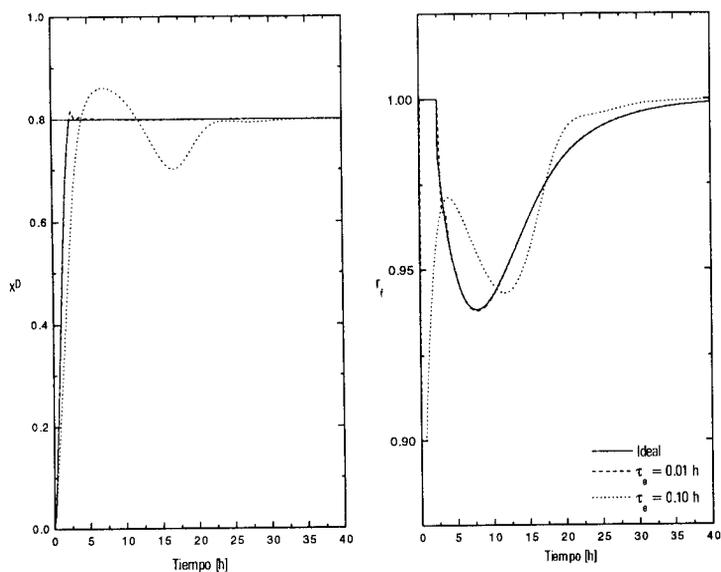


Figura 8. Evolución en el tiempo de la relación de reflujo interna y la pureza del producto para $\omega_d = 0.7$ y dos valores diferentes de la constante de tiempo de estimación τ_e .

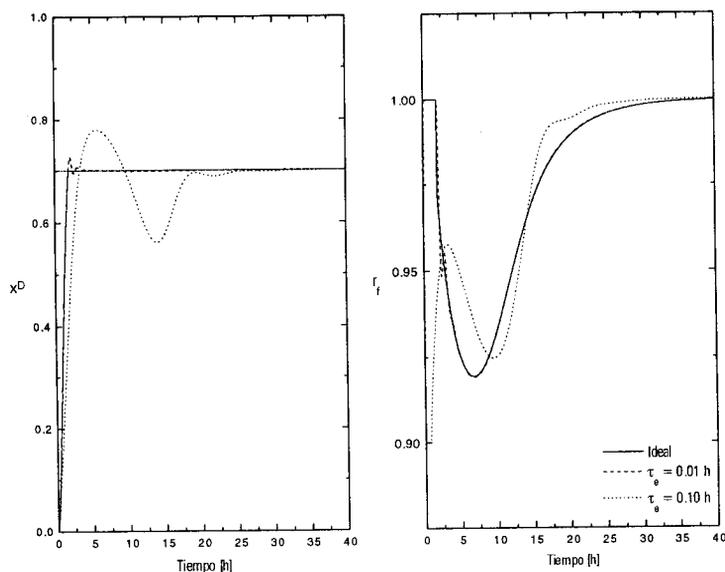


Figura 9. Evolución en el tiempo de la relación de reflujo interna y la pureza del producto para $\omega_d = 0.8$ y dos valores diferentes de la constante de tiempo de estimación τ_e .

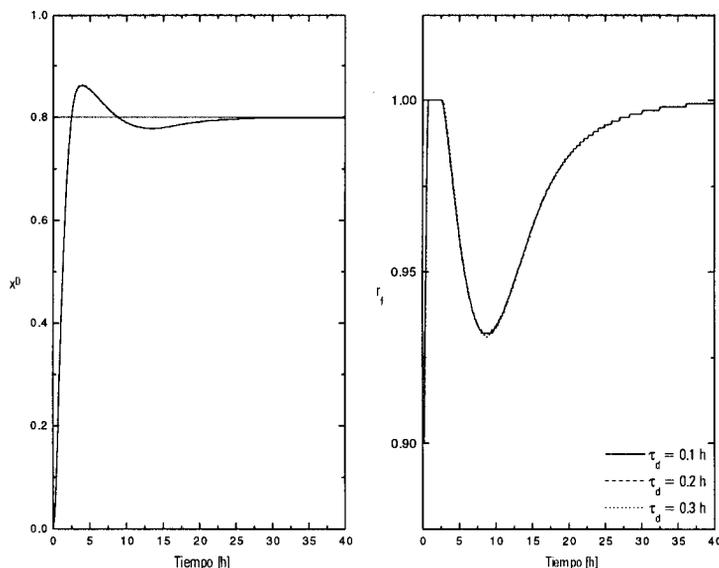


Figura 10. Dinámica del rectificador por lotes reactivo para $\tau_i = 0.025$ h y tres diferentes valores del tiempo muerto de entrada

Las simulaciones numéricas presentadas se ha llevado a cabo para una composición de alimentación 0.45/0.45/0.0/0.1 (ver Mujtaba y Macchietto (1997)). Sin embargo, como ya se dijo, dentro de un proceso de destilación por lotes la composición de carga puede cambiar de un lote a otro. Si el control de la pureza del producto se basa en técnicas de optimización (Mujtaba y Macchietto (1997)) y se implementa a lazoabierto, la política de la relación de reflujo interno debe calcularse para cada lote a ser procesado. Como ya se mencionó en el caso no reactivo, esto no ocurre cuando se usa un control de retroalimentación como el propuesto. Suponiendo, que la composición de la alimentación es 0.4/0.5/0.0/0.1, la Figura 11 muestra la dinámica de la columna rectificadora por lotes controlada, usando los mismos parámetros que en la Figura 10. Como la alimentación de ácido acético y etanol no es estequiométrica, la producción de acetato del etilo es menor que en el caso

anterior. Esto es representado por el hecho que la fase de la reacción es más corta que en el caso de la alimentación estequiométrica. Puede notarse que el control de retroalimentación propuesto es capaz de manejar la operación de la columna rectificadora reactiva a pesar de las variaciones en la composición de la alimentación.

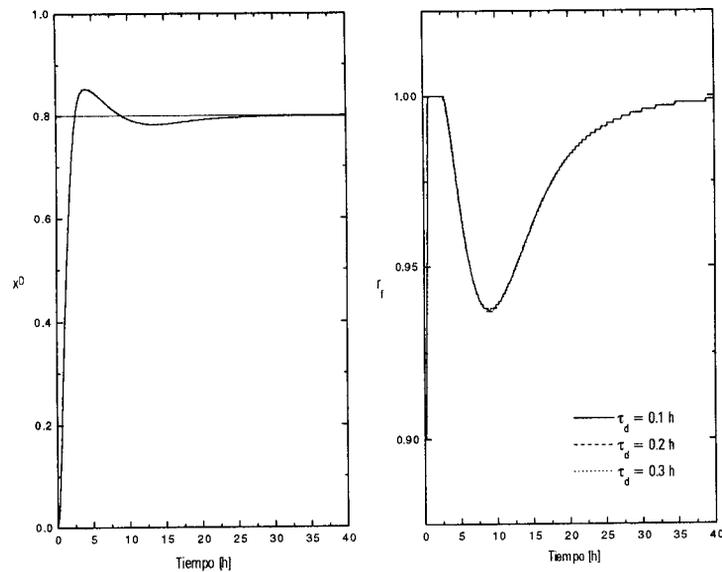


Figura 11. Dinámica del rectificador por lotes reactivo para $\tau_c = 0.025$ h y tres diferentes valores del tiempo muerto de entrada. La composición de la alimentación es 0.4/0.5/0.0/0.1

Capítulo 7

Conclusiones

Se desarrolló y se presentó una configuración de control PID que puede usarse para regular la composición del destilado en la destilación por lotes, tanto reactiva como no reactiva. El diseño del control parte de un control globalmente linealizado para sistemas de grado relativo dos. Se consideraron brechas modelo/planta y se incluyó una compensación del error de modelado en la ley de control. Se obtienen estimaciones del error de modelado a través de un observador de orden-reducido. Este diseño de control lleva a una ley de control PID. Probablemente la ventaja clave de esta configuración de controlador PID reside en el hecho que los estados del controlador son variables significantes como estimaciones de los estados de la planta física y las brechas modelo/planta. Se entiende que las estimaciones de \bar{z} y $\bar{\eta}$ pueden ser usadas para supervisar (en línea ó fuera de línea) el desempeño del proceso

Los resultados de las simulaciones para los sistemas estudiados muestran un buen desempeño de la ley de control PID, con rápido y suave rastreo de la referencia, incluso en la presencia de apacibles tiempos muertos. Es más, los resultados de las simulaciones muestran que la ley de control PID puede proporcionar el desempeño obtenido con una ley saturada globalmente linealizada a medida que la constante de tiempo de estimación se acerca a cero.

La configuración PID propuesta puede sintonizarse fácilmente; la constante de tiempo de estimación necesita ser ajustada para cada componente que es recuperado como destilado. Es más, a más pequeña la constante de tiempo de estimación, más rápida la estabilización del error de la regulación. Sin embargo, varios efectos inducidos por tiempos muertos y dinámicas de alta frecuencia no modeladas limitan el desempeño alcanzable a lazo-cerrado. Guías de sintonizado para la selección de los parámetros del controlador en presencia de estos efectos también se discutieron.

Capítulo 8

Referencias

- Aström; K.J.; Hang; C.C.; Lim, B.C. A new Smith predictor for controlling a process with an integrator and long dead-time, *IEEE Trans. Autom. Control*, **1994**, 39, 343.
- Barolo, M.; Berto, F. Composition control in batch distillation: Binary and multicomponent mixtures, *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1998**, 37, 4689.
- De Paor, A.M. A modified Smith predictor and controller for unstable processes with time delay, *Int. J. Control*, **1985**, 41, 1025.
- Dechechi, E.C.; Luz Jr., L.F.L.; Assis, A.J.; Maciel, M.R.W.; Maciel Filho, R. Interactive supervision of batch distillation with advanced control capabilities, *Computers Chem. Eng.*, **1998**, 22, S867.
- Diwekar, U.M. *Batch Distillation, Simulation, Design and Control*; Taylor & Francis: London, 1995.
- Edgar, T.F. Control of unconventional processes, *J. Process Control*, **1996**, 6, 99.

- Frattini Fileti, A.M.; Rocha Pereira, J.A.F. The development and experimental testing of two adaptive control strategies for batch distillation. In: Distillation and Absorption '97; Darton, R., Ed.: IChemE: Rugby, U.K., 1997, p 249.
- Henson, M.A.; Seborg, D.E, Eds. *Nonlinear Process Control*, Prentice-Hall PTR: London, 1997.
- Khalil, H.K.; Esfandiari, F. Semiglobal stabilization of a class nonlinear systems using output feedback, *IEEE Trans. Autom. Contr.*, **1993**, 38, 1412.
- Kothare, M.V.; Campo, P.J.; Morari, M.; Nett, N.N. A unified framework for the study of anti-windup designs, *Automatica*, **1994**, 30, 1869.
- Morari; M.; Zafiriou, E. *Robust Process Control*, Prentice-Hall, Englewood, NJ, 1989.
- Mujtaba, I.M.; Macchietto, S. Efficient optimization of batch distillation with chemical reaction using polynomial curve fitting techniques, *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1997**, 36, 2287.
- Pachter, M.; D'Azzo, J.J.; Veth, M. Proportional and integral control of nonlinear systems, *Int. J. Control*, **1996**, 63, 679.
- Quintero-Marmol, E.; Luyben, W.L.; Georgakis, C. Application of an extended Luenberger observer to the control of multicomponent batch distillation, *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1991**, 30, 1870.
- Rotstein; G.E.; Lewin, D.R. Simple PI and PID tuning for open-loop unstable systems, *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1991**, 30, 1864.

Stahl, H.; Hippie, P. Design of pole placing controllers for stable and unstable systems with pure time delay, *Int. J. Control*, **1987**, 45, 2173.

Teel, A.; Praly, L. Tools for semiglobal stabilization by partial state and output feedback, *SIAM J. Control Optim.*, **1995**, 33, 1443.

Apéndice

Modelo Dinámico para la Destilación por Lotes

El modelo básico de la dinámica del proceso se describe aquí, y se presenta como fue tomado de Barolo y Berto (1998). Cabe mencionar que este modelo no es aplicable a un proceso con reacción química, pero más adelante se indicará como transformarlo para representar la destilación por lotes con reacción química. Los flujos internos de líquido se calculan por medio de fórmula de Francis-weir

$$L_i = L_{i,o} + \frac{H_i - H_o}{\tau_L} \quad (\text{A.1})$$

donde $L_{i,o}$ es el valor de referencia del flujo interno de líquido, H_i y H_o son las acumulaciones molares actual y de referencia, respectivamente, para la etapa i , y τ_L es la constante de tiempo de la hidráulica de la etapa. Los balances de energía no son incluidos en el modelo; dado que se asume que en una rectificación sin reacción química los calores latentes de vaporización son constantes a lo largo de la operación, por consiguiente, los flujos de vapor dentro de la columna son constantes. Otras consideraciones son etapas ideales, fase líquida homogénea, alimentación saturada, condensación total sin subenfriamiento y las pérdidas de

Parte III: Una Configuración Novedosa de Control PID con Aplicaciones a la Destilación por Lotes No Reactiva y Reactiva

Apéndice

calor son despreciables. Al principio de la operación, se supone que el rehervidor, todas las etapas y el tanque de reflujo son llenados con el líquido de la alimentación.

Rehervidor (Subíndice B). Para $i = 1, \dots, NC-1$, siendo NC número de componentes presentes en la destilación.

$$\frac{dH_B}{dt} = L_1 - V \quad (A.2)$$

$$\frac{d(H_B x_{i,B})}{dt} = L_1 x_{i,1} - V y_{i,B} \quad (A.3)$$

Etapas del fondo (Subíndice 1). Para $i = 1, \dots, NC-1$

$$\frac{dH_1}{dt} = L_2 - L_1 \quad (A.4)$$

$$\frac{d(H_1 x_{i,1})}{dt} = L_2 x_{i,2} + V y_{i,B} - L_1 x_{i,1} - V y_{i,1} \quad (A.5)$$

Etapas Intermedias (Subíndice j). Para $i = 1, \dots, NC-1$

$$\frac{dH_j}{dt} = L_{j+1} - L_j \quad (A.6)$$

$$\frac{d(H_j x_{i,j})}{dt} = L_{j+1} x_{i,j+1} + V y_{i,j-1} - L_j x_{i,j} - V y_{i,j} \quad (A.7)$$

Etapa del domo (Subíndice N). Para $i = 1, \dots, NC-1$

$$\frac{dH_N}{dt} = R - L_N \quad (A.8)$$

$$\frac{d(H_N x_{i,N})}{dt} = R x_{i,D} + V y_{i,N-1} - L_N x_{i,N} - V y_{i,N} \quad (A.9)$$

Tanque de Reflujo (Subíndice D). Para $i = 1, \dots, NC-1$

$$H_D \frac{dx_{i,D}}{dt} = V (y_{i,N} - x_{i,D}) \quad (A.10)$$

Las composiciones del líquido y vapor están relacionadas por una relación de equilibrio

$$y_j = E_j(x_j, T_j, P_j) \quad (A.11)$$

donde $\mathbf{x}_j = (x_{1,j}, \dots, x_{C,j})^T$. Esta expresión puede calcularse de cualquier ecuación del estado ó paquete termodinámico computacional.

Como se indicó anteriormente, las ecuaciones antes expuestas no deben usarse en el caso de requerir simular una separación con reacción química, pero su modificación es trivial y consiste en aumentar el término de generación debido a la reacción química en todos los balances por componente del modelo. Así también, se deberán incluir los balances de calor en la solución del modelo, debido a los efectos térmicos de la reacción (calor de reacción), siendo así que los flujos de vapor no se mantendrán constantes a lo largo de la columna y éstos deberán contener un índice de referencia en el modelo.

Parte III: Una Configuración Novedosa de Control PID con Aplicaciones a la Destilación
por Lotes No Reactiva y Reactiva

Apéndice

Conclusiones Generales y Observaciones para Trabajos Futuros.

A lo largo de la presente tesis se presentaron nuevas ideas para la estabilización robusta de los casos de destilación compleja estudiados, basadas en técnicas de compensación del error de modelado. Se mostró que el controlador resultante en los casos de la destilación reactiva continua (Una-entrada Una-salida) y en la destilación llevada a cabo en torres de destilación interconectadas y en específico de Petlyuk (Multiple-entrada Multiple-salida), son equivalentes a un control PI y PI multivariable, respectivamente, con una estructura natural de antireset windup. Para el caso de la rectificación por lotes, se mostró que bajo ciertas condiciones, la ley de control resultante es equivalente a un controlador PID clásico con un esquema natural de antireset windup. En todos los casos presentados se dieron guías de sintonizado de los parámetros del controlador respectivo. Una ventaja de los controladores propuestos es su estructura simple. De hecho, la sintonización de sus parámetros tiene una interpretación directa. Esta conclusión es importante porque la compensación del tipo PI y PID son las estrategias de control más ampliamente usadas en la industria química real.

Se debe enfatizar que la teoría del control robusto intenta analizar el efecto de incertidumbres del modelo en la estabilidad y desempeño de sistemas de control. Como cada ingeniero práctico de control sabe, el controlador que se

Parte III: Una Configuración Novedosa de Control PID con Aplicaciones a la Destilación por Lotes No Reactiva y Reactiva
Conclusiones Generales y Observaciones para Trabajos Futuros

diseña para trabajar bien a una condición de operación normalmente no necesariamente lo hará a otra. En el mismo espíritu, un diseño de control basado en un modelo del proceso no podría trabajar bien si el modelo no brinda una representación “verdadera” de la dinámica del proceso. El objetivo del diseño de un sistema de control debe ser *desempeño robusto*. Esto significa que el controlador debe diseñarse para que las características técnicas de desempeño a lazo-cerrado se reúnan a pesar de variar las condiciones de operación ó brechas modelo/planta. Basado en esto, los resultados presentados muestran que el objetivo fue alcanzado.

Algunos de los beneficios de un estudio de teoría de control robusto se encuentran contemplados en una serie de preguntas prácticas: ¿Qué tan grande puede ser un cambio en las condiciones de operación antes de volver a sintonizar el controlador? ¿Qué tan grande puede ser tolerada la brecha modelo/planta antes que el diseño se vuelva imposible? O más general, ¿Qué caracteriza a un “modelo bueno” para el diseño de un sistema de control? Esta última pregunta es muy básica y recae en el corazón del problema de diseño.

Se sugiere que se continúe el estudio de control robusto en torres de destilación complejas, es más, en procesos de separación, ya que casos interesantes pueden ser campo de futuros estudios, como lo son:

- La extracción líquido-líquido.
- La extracción líquido-sólido.
- La destilación líquido-líquido-vapor
- La destilación líquido-vapor-sólido.

todas ellas con o sin reacción química, así como arreglos complejos tanto en destilación continua como en rectificación por lotes.

Parte III: Una Configuración Novedosa de Control PID con Aplicaciones a la Destilación
por Lotes No Reactiva y Reactiva
Conclusiones Generales y Observaciones para Trabajos Futuros

Para concluir se transcribe una idea que merece reflexión dada por Manfred Morari:

Para el progreso futuro en el área de control, es importante guardar la fe en los principios básicos de la ingeniería de control y resistirse a la tentación de creer en milagros. Como siempre ha sido el caso en el pasado, es necesario examinar las soluciones propuestas cuidadosamente y descartar cualquier consideración injustificada. Los problemas duros son duros, no hay ninguna solución de milagro.

