



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

UNIDAD IZTAPALAPA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

MODELOS NUMÉRICOS DEL COLAPSO
GRAVITACIONAL Y LA FRAGMENTACIÓN
DE NÚCLEOS PRE-ESTELARES:
SENSIBILIDAD TÉRMICA Y FORMACIÓN DE
PROTOESTRELLAS BINARIAS

T E S I S

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
MAESTRÍA EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:

JAZMIN JAMILLET PÉREZ APARICIO

TUTOR:

DR. LEONARDO DI G. SIGALOTTI



Ciudad de México, 2021

MODELOS NUMÉRICOS DEL COLAPSO GRAVITACIONAL Y LA FRAGMENTACIÓN DE NÚCLEOS PRE-ESTELARES: SENSIBILIDAD TÉRMICA Y FORMACIÓN DE PROTOESTRELLAS BINARIAS

JAZMIN JAMILLET PÉREZ APARICIO

TESIS PRESENTADA PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
Maestría en Ciencias (Física)

DIRECTOR:
DR. LEONARDO DI G. SIGALOTTI

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN:
ASTROFÍSICA TEÓRICA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
UNIDAD IZTAPALAPA, CIENCIAS BÁSICAS
CIUDAD DE MÉXICO
2021

Dedicatoria

La presente tesis se la dedico principalmente a Dios, por ser mi fuente de fortaleza y permitirme continuar trabajando por mis proyectos y sueños.

A mi madre Maricela Aparicio, quien con su amor, apoyo, confianza, y entusiasmo me ha motivado a seguir adelante en mi formación personal y profesional. Gracias a su dedicación, tiempo, sacrificios, y consejos durante todos estos años me ha brindado las herramientas necesarias para enfrentarme a los obstáculos y ser perseverante en la vida. Ha sido pilar fundamental para la culminación de esta tesis, cumpliendo hoy un sueño más. Es un orgullo y privilegio ser tu hija, te amo infinitamente y te agradezco que estés a mi lado.

A mi hija Katherin J., que se convirtió en mi principal fuente de inspiración, quien con su ternura y cariño me impulsa cada día a ser una mejor versión de mí, esforzándome por mis proyectos y sueños para brindarle siempre lo mejor. Gracias mi pequeña hija por las lecciones que has traído a mi vida, eres mi motor, mi universo, te amo con todas mis fuerzas y espero algún día llegar a ser un ejemplo para ti.

La preocupación por el hombre y su destino siempre debe ser el interés primordial de todo esfuerzo técnico. Nunca olvides esto entre tus diagramas y ecuaciones.

Albert Einstein.

Agradecimientos

Esta tesis es el resultado del esfuerzo conjunto de los que conformamos el grupo de trabajo de investigación. Por lo que agradezco a mi asesor el Dr. Leonardo Sigalotti por la confianza, el apoyo, el tiempo dedicado y los espacios proporcionados para la realización de este proyecto. Así mismo le agradezco sus enseñanzas, paciencia y orientación brindada. Que sin su apoyo esto no hubiera sido posible. Gracias, siempre le estaré agradecida, y le recordaré con admiración y respeto.

Al Dr. Jaime Klapp por el apoyo, la confianza brindada y por permitirme hacer uso de la supercomputadora de ABACUS durante las fases iniciales de este trabajo.

Al Dr. Fidel Cruz por su enseñanza en el área de cómputo y simulación y uso del código Gadget-2.

A mi madre quien a lo largo de mi vida me ha apoyado incondicionalmente y motivado en mi formación académica, creyendo en mi en todo momento.

A mis profesores a quienes les debo gran parte de mis conocimientos, gracias a sus enseñanzas y finalmente un eterno agradecimiento a esta prestigiosa universidad la cual abre sus puertas a jóvenes como nosotros, preparándonos para un futuro competitivo y formándonos como personas de bien.

Al Barcelona Supercomputing Center (BSC) de España por permitir el uso de sus facilidades de supercómputo donde se realizaron las simulaciones de esta tesis.

Resumen

La formación de estrellas binarias y múltiples son un resultado frecuente del proceso de formación estelar, el cual tiene origen en el seno de condensaciones (o núcleos) pre-estelares que conforman la estructura de las nubes de gas interestelar. Observaciones de la población estelar muestran que casi la mitad de las estrellas con masas similares a la del sol poseen una compañera binaria, mientras observaciones recientes de objetos protoestelares indican que la formación estelar ocurre principalmente mediante dos mecanismos: la fragmentación a gran escala de núcleos pre-estelares durante etapas tempranas del colapso gravitacional, dando origen a sistemas binarios visuales, y la fragmentación a pequeña escala de los discos que se forman alrededor de las componentes binarias, dando origen a sistemas protoestelares con separaciones mucho menores. En este trabajo se proponen simulaciones numéricas del colapso y la fragmentación protoestelar usando una variante del método de Hidrodinámica de Partículas Suavizadas (SPH) que garantiza consistencia y precisión de segundo orden, lo cual permite la resolución de estructuras a pequeña escala nunca observadas en modelos precedentes. Los resultados indican que solamente en los modelos con temperaturas iniciales muy bajas entre 5 y 6 K, se observan los dos mecanismos dominantes de formación sugeridos por las observaciones de objetos protoestelares. Teniendo cuenta que la mayoría de los núcleos pre-estelares observados recientemente en el marco del Proyecto Herschel poseen temperaturas $\sim 6 - 8$ K en su interior, los resultados implican que la multiplicidad estelar y, en particular, la abundancia de sistemas binarios con separaciones orbitales < 100 AU (unidades astronómicas), son productos de la fragmentación a menor escala de los discos protoestelares en nubes pre-estelares preferiblemente frías. Esta importante implicación para la teoría de la formación estelar es corroborada por la similitud de los sistemas producidos numéricamente con la morfología de los sistemas protoestelares observados.

Contenido

| | |
|---|-----------|
| Dedicatoria | IV |
| Agradecimientos | v |
| Resumen | vi |
| 1. Introducción | 1 |
| 2. Evidencias observacionales | 5 |
| 2.1. Núcleos de gas pre-estelar | 5 |
| 2.2. Multiplicidad estelar | 9 |
| 2.3. Sistemas protoestelares binarios y múltiples | 12 |
| 2.4. Temperatura de los núcleos pre-estelares | 15 |
| 3. Teoría de la formación estelar | 17 |
| 3.1. Colapso protoestelar | 17 |
| 3.1.1. Ecuaciones básicas | 17 |
| 3.1.2. Inestabilidad de Jeans | 18 |
| 3.1.3. Colapso de una esfera homogénea con presión nula | 23 |
| 3.2. Antecedentes | 26 |
| 3.2.1. Modelos ejesimétricos de colapso protoestelar | 29 |
| 3.2.2. Modelos no ejesimétricos de colapso protoestelar | 31 |
| 3.3. Fragmentación del disco protoestelar | 35 |
| 3.4. Sensibilidad térmica del proceso de fragmentación | 37 |
| 4. Métodos numéricos | 40 |
| 4.1. El método SPH | 40 |
| 4.1.1. Formulación del método SPH | 41 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 4.1.2. | Consistencia del método SPH | 47 |
| 4.2. | El código Gadget-2 | 52 |
| 4.2.1. | Representación SPH de las ecuaciones hidrodinámicas . | 52 |
| 4.2.2. | Aceleración gravitacional | 54 |
| 4.2.3. | Modificaciones implementadas en Gadget-2 | 55 |
| 4.2.4. | Viscosidad artificial | 56 |
| 5. | Modelos numéricos y resultados | 59 |
| 5.1. | El modelo estándar de colapso protoestelar | 59 |
| 5.2. | Colapso y fragmentación del modelo estándar | 62 |
| 5.3. | Nuevos modelos de colapso protoestelar variando la temperatura inicial | 65 |
| 5.4. | Sensibilidad térmica del proceso de fragmentación binaria . . . | 67 |
| 5.4.1. | Fases iniciales del colapso | 69 |
| 5.4.2. | Fragmentación binaria y múltiple | 70 |
| 5.4.3. | Fragmentación del disco protoestelar en nubes frías . . | 72 |
| 5.4.4. | Parámetro de Toomre | 76 |
| 5.4.5. | Fragmentación en modelos con mayor temperatura inicial | 77 |
| 5.4.6. | Dependencia de la densidad y de la separación orbital con la temperatura | 90 |
| 5.4.7. | Curvas de rotación de las protoestrellas | 93 |
| 5.5. | Variación de la temperatura máxima con el tiempo | 94 |
| 6. | Discusión y conclusiones | 98 |
| 6.1. | Implicaciones de los resultados para la teoría de la formación estelar | 103 |
| 6.2. | Investigación futura | 104 |
| A. | Representación SPH del gradiente de una función | 105 |
| B. | El gradiente de presión | 108 |
| B.1. | Forma discreta de la Lagrangiana | 109 |
| B.2. | Principio de mínima acción y ecuaciones de Euler-Lagrange . . | 110 |
| B.3. | Ecuaciones de movimiento | 111 |

| | |
|--|------------|
| C. Divergencia y rotacional del campo de velocidad | 114 |
| C.1. Divergencia | 114 |
| C.2. Rotacional | 115 |
| D. Cálculo de las propiedades integrales | 117 |
| D.1. Masa y radio de las protoestrellas | 117 |
| D.2. Masa y radio de los discos protoestelares | 117 |
| D.3. Escala de altura de los discos protoestelares | 118 |
| D.4. Curvas de rotación | 119 |
| Bibliografía | 120 |

1. Introducción

La formación de las estrellas a partir del medio interestelar difuso es seguramente uno de los procesos de transformación más fascinantes que existen en el Universo. La formación estelar ha sido objeto de intensa investigación desde el punto de vista observacional como teórico. La importancia del tema se debe fundamentalmente al hecho que las estrellas constituyen las unidades básicas del Universo. Avances recientes en los métodos y técnicas observacionales han revelado información detallada sobre la distribución y las propiedades de los núcleos de gas molecular (más comunmente llamados núcleos pre-estelares), en el interior de los cuales tiene origen el proceso de formación estelar. Dichos núcleos constituyen las porciones más densas que conforman la estructura a pequeña escala ($\sim 0,05$ pc, 1 pc= 3.0857×10^{16} m) de las nubes de gas interestelar (cuyas dimensiones van desde ~ 5 pc a más de 200 pc, temperaturas entre 6 y 50 K, y compuestas mayormente de hidrógeno molecular, H_2). Por otro lado, evidencias observacionales indican que dichos núcleos colapsan gravitacionalmente para dar origen a las estrellas, las cuales aparecen frecuentemente en sistemas binarios y múltiples [49, 136]. La temperatura inicial y el campo de densidad de dichos núcleos son las cantidades físicas de mayor importancia para determinar el curso del colapso gravitacional y su producto final [43, 88, 126, 146, 147]. Cuando un núcleo de gas protoestelar con rotación inicial es gravitacionalmente inestable, éste colapsa sobre sí mismo aumentando progresivamente su densidad central hasta dar lugar a la formación de una o más protoestrellas, las cuales a su vez incrementan sus masas por acreción del material que sigue cayendo de las regiones externas del núcleo protoestelar [132]. La observación de estrellas en nubes difusas, como la nube de Taurus, donde las estrellas se forman individualmente o en pequeños grupos (es decir, en sistemas binarios, triples o cuádruples) [51, 63], y en otras regiones, como las nubes ρ Oph y L1630 (en Orion B), donde

aparecen preferencialmente en cúmulos o asociaciones [85], es decir, donde miles de estrellas se han formado a partir de condensaciones gaseosas más grandes y masivas que simples núcleos pre-estelares (con dimensiones en el rango $\sim 0,1 - 1,0$ pc y masas del orden de $10^4 M_{\odot}$, donde $1 M_{\odot} = 1,989 \times 10^{33}$ gr), se había interpretado desde siempre como una señal irrefutable de que el proceso de formación estelar ocurría mediante dos modos. Sin embargo, la detección de agregados o grupos intermedios de 10–50 estrellas jóvenes en la nube L1641 en Orion A demostró que las estrellas en esa región se forman no sólo mediante un mecanismo de formación aislada o en cúmulos, sino en un continuo de densidades estelares [40,163]. Dichos sistemas intermedios conectan el modo tradicional de formación aislada al modo de formación por cúmulos. Datos más recientes tomados con el *Telescopio Espacial Spitzer* confirman que en efecto la formación estelar ocurre en un continuo de densidades estelares [2]. Entre los mecanismos teóricos que se han propuesto para explicar la multiplicidad observada de las estrellas, la fragmentación dinámica – el proceso a través del cual un núcleo o condensación pre-estelar se divide en dos o más protoestrellas durante su colapso gravitacional, las cuales a su vez se condensan para formar estrellas – es sin duda alguna el mecanismo de formación dominante desde el punto de vista físico [73,139,152,160].

A las escalas típicas de los núcleos protoestelares más pequeños ($\sim 0,01 - 0,05$ pc), la teoría de formación estelar más aceptada actualmente para explicar la formación de estrellas de baja masa en regiones aisladas (como, por ejemplo, en la nube molecular de Taurus) predice la formación de una protoestrella en el centro del núcleo acompañada por un disco protoestelar de radio ~ 100 AU (AU=unidad astronómica, donde $1 \text{ AU} = 1.496 \times 10^{11}$ m), como resultado del momento angular derivado de la rotación galáctica [147]. Dicho escenario ideal explica la formación de estrellas individuales a partir del colapso con simetría esférica, el cual se detiene debido a un aumento progresivo de las fuerzas de presión una vez que la protoestrella comienza a calentarse en su interior. En situaciones reales, pequeñas perturbaciones de densidad en la estructura del núcleo, pueden amplificarse durante el colapso gravitacional dando origen a un proceso de fragmentación (en dos o más protoestrellas), alimentado a su vez por los efectos de rotación [22,29,34,151,153]. Dependiendo de su masa el disco protoestelar podría también ser susceptible a fragmentarse en pro-

toestrellas secundarias con separaciones de la estrella primaria del orden de $\sim 10-100$ AU, dando así origen a asociaciones estelares donde cada elemento de la asociación pudiese corresponder a un sistema binario (o múltiple) y reproduciendo de esta forma las evidencias observacionales que indican un claro exceso de estrellas binarias de pre-secuencia y secuencia principal. Por ejemplo, observaciones en el infrarojo de regiones de formación estelar en nuestra galaxia muestran que alrededor del 75 % de las protoestrellas detectadas forman parte de sistemas múltiples [48]. Numerosos trabajos reportan también evidencias observacionales que apuntan a un claro exceso de sistemas binarios en estrellas de la pre-secuencia y secuencia principal [47, 49, 60, 61, 75, 136, 140]. Evidentemente el estudio de los mecanismos físicos que intervienen en la formación de las estrellas binarias cercanas (es decir, con separaciones < 100 AU) es de fundamental importancia para comprender el proceso de formación estelar.

Desde el punto de vista observacional se han hecho también avances significativos para elucidar la estructura interna de los núcleos de gas molecular, que representa las condiciones iniciales para el colapso protoestelar [7, 113, 179]. Paralelamente a estas observaciones buena parte del progreso teórico en el campo de la formación estelar se ha concentrado mayormente en la simulación numérica del colapso gravitacional y la fragmentación dinámica de configuraciones gaseosas con rotación inicial. Sin embargo, la complejidad del problema se amplifica si consideramos que el espacio de fase de los parámetros iniciales es enorme. A pesar de estas dificultades, durante las última décadas se ha logrado comprender los detalles del colapso hidrodinámico y del proceso de fragmentación. Si bien, la formación de sistemas binarios visuales (con separaciones del orden de centenares a miles de AU) ha podido explicarse mediante dichos modelos numéricos, la formación de sistemas binarios espectroscópicos (es decir, con separaciones del orden del radio solar) permanece aún sin comprenderse del todo. Algunos mecanismos físicos se han sugerido para explicar dichos sistemas, los cuales incluyen la captura de una estrella por otra, el decaimiento orbital de un sistema binario, la fragmentación durante el segundo colapso protoestelar, y por último, la fragmentación del disco circunestelar alrededor de una protoestrella primaria. Por lo tanto, es evidente que explicar la formación de sistemas binarios estelares para todas

las separaciones observadas a través de un único proceso físico es un tema que queda aún por aclararse. Por otro lado, podemos decir que los modelos numéricos propuestos hasta ahora no han logrado llegar al punto de poder realizar comparaciones estadísticas directas con las observaciones, en buena parte debido a la idealización de las condiciones iniciales consideradas en la mayoría de dichas simulaciones. Por esta razón ha sido difícil identificar los mecanismos físicos responsables de los períodos, excentricidades y razones de masa de las componentes binarias. Otro problema relacionado con el proceso de formación estelar tiene que ver con la frecuencia de formación de los sistemas binarios y las condiciones iniciales necesarias para la formación de estrellas individuales. Si bien es posible explicar la formación de estrellas individuales a través de la eyección de una estrella (o protoestrella) de un sistema múltiple orbitalmente inestable, un escenario más atractivo considera el colapso gravitacional de un núcleo protoestelar con momento angular muy bajo para evitar la fragmentación durante el colapso isotérmico y durante el segundo colapso protoestelar. Se espera en un futuro cercano con la ayuda de métodos numéricos más sofisticados y observaciones detalladas poder resolver o aclarar algunos de estos problemas.

En este trabajo de investigación se propone una serie de modelos numéricos para estudiar los efectos de la temperatura inicial sobre el proceso de fragmentación durante el colapso protoestelar. Para ello se usó un código numérico basado en el método de Hidrodinámica de Partículas Suavizadas (SPH, por su siglas en inglés) que resuelve las ecuaciones de la hidrodinámica acopladas a la ecuación de Poisson para el potencial gravitacional. La transición de la fase isotérmica a la fase no-isotérmica del colapso gravitacional se reproduce mediante el uso de una ecuación de estado barotrópica. En contraste con la mayoría de las simulaciones SPH existentes en la literatura, en este trabajo consideramos una variante del método SPH que asegura consistencia matemática mediante el uso de un gran número de partículas vecinas [57].

2. Evidencias observacionales

Estudios observacionales sobre la distribución y las propiedades de los núcleos pre-estelares son de fundamental importancia porque proveen evidencia directa sobre los modos de formación estelar en diferentes regiones del espacio interestelar, mientras que observaciones de la población de estrellas de secuencia principal y pre-secuencia principal nos dan información sobre los mecanismos que regulan la formación de estrellas binarias. Dado que toda teoría que intente explicar los modos y mecanismos de formación debe también explicar las observaciones, dedicaremos este capítulo a mencionar los aspectos más relevantes de las observaciones sobre las propiedades de los núcleos pre-estelares y las propiedades y distribución de estrellas jóvenes.

2.1. Núcleos de gas pre-estelar

Hoy en día existen claras evidencias observacionales que la mayoría de las estrellas en nuestra Galaxia se forman a partir de los núcleos de gas pre-estelar que a su vez conforman las regiones más densas de las nubes de gas molecular [4,35,71,76,117–119]. En particular, las nubes de Taurus y Ophiuchus han sido identificadas como regiones donde prevalece la formación de estrellas poco masivas [86]. Dichas regiones además de poseer una estructura filamentar difusa observable a gran escala ($\sim 1 - 100$ pc), típica de muchas nubes de gas molecular, están conformadas por pequeñas condensaciones a escalas $\lesssim 0,1$ pc, las cuales son observables predominantemente en las líneas de emisión de las moléculas de NH_3 , CS , C^{18}O y DCO^+ y que han sido frecuentemente identificadas como núcleos pre-estelares [9, 56, 59, 103]. Estas observaciones han revelado que los núcleos pre-estelares tienen tamaños $\lesssim 0,1$ pc, masas del orden de una masa solar (M_\odot), temperaturas de ~ 10 K, densidades de $\sim 10^4 \text{ cm}^{-3}$ y generalmente muy baja rotación. Por otro lado, observaciones

en la nube de Orion indican que en esa región la formación estelar ocurre en forma de cúmulos [86]. Debido a que es una región activa de formación de estrellas masivas, la nebulosa de Orion ha sido objeto de innumerables observaciones. En particular, las propiedades de las estrellas que allí se forman como, por ejemplo, sus masas, distribuciones espaciales, distribuciones de velocidad y discos circunestelares, proveen suficiente información para probar las teorías existentes sobre la evolución de los núcleos pre-estelares y la formación estelar [114]. Si bien las propiedades de los núcleos pre-estelares en Taurus y Ophiuchus son similares, esta última región se distingue por la presencia de un núcleo centralmente denso muy masivo ($\sim 600 M_{\odot}$) y de gran tamaño ($\sim 1 \text{ pc} \times 2 \text{ pc}$) conocido como ρ Oph [104, 181]. Observaciones en el infrarojo y cercano infrarojo muestran la presencia de un cúmulo estelar muy denso y evidencias de condensaciones en su interior con masas entre 8 y $44 M_{\odot}$ y densidades en el rango entre $10^{4,5}$ y 10^5 cm^{-3} [101]. Observaciones más recientes de poblaciones estelares jóvenes en nuestra Galaxia apuntan a que la gran mayoría de las estrellas se encuentran en asociaciones y cúmulos estelares [84]. En efecto, se estima que la fracción de poblaciones estelares jóvenes que reside en cúmulos es superior al 50% como es el caso de las nubes moleculares de Perseus, Orion A, Orion B y Monoceros R2 [39]. Por otro lado, estudios en el cercano infrarojo de poblaciones estelares jóvenes con ayuda del Telescopio Espacial Spitzer confirmaron el hecho que el modo dominante de formación estelar en la Galaxia es por cúmulos [2, 129].

Las nubes moleculares gigantes en el interior de las cuales se forma la gran mayoría de las estrellas en la Galaxia tienen masas del orden de $10^5 M_{\odot}$ y radios de más de 100 pc [17]. Estas nubes a su vez se componen de condensaciones con masas del orden $\sim 10^3 M_{\odot}$ y radios entre $\sim 0,5$ y 2 pc. Embebidas en ellas se encuentran los núcleos pre-estelares con radios $\lesssim 0,1$ pc y masas del orden de la masa del sol. La mayor parte del material estelar en la nube de Orion, que es el complejo más cercano al sol, se concentra en dos nubes moleculares gigantes. Una de ellas es L1641 en Orion A y la otra es L1630 en Orion B. En particular, mapas de emisión en la molécula NH_3 revelan la existencia de unos 18 núcleos densos en L1641, los cuales poseen temperaturas promedio de $\sim 24 \text{ K}$ [65]. Observaciones en el visible indican por otro lado que la población estelar está dominada por estrellas de pre-secuencia

principal con masas entre 0.2 y 1.5 M_{\odot} , las cuales se encuentran distribuidas en un área de $10 \times 40 \text{ pc}^2$ [164], lo que sugiere la formación aislada de estrellas en L1641. Sin embargo, la presencia del cúmulo de Trapecio sirve de evidencia que la formación estelar en L1641 también ocurre por agrupaciones [68]. En particular, estas observaciones demostraron que estrellas con masas del orden de una masa solar no solamente podían producirse en el interior de núcleos pre-estelares de baja masa, sino también en condensaciones mucho más masivas. Es importante notar que estas observaciones también revelaron la presencia de pequeños agregados compuestos de 10-50 estrellas. Adicionalmente, observaciones con el Satélite Astronómico Infrarojo (IRAS) mostraron la presencia de 14 nuevos grupos de 10-40 estrellas en L1641 [40]. La presencia de tales grupos estelares demuestra la existencia de un modo intermedio de formación estelar y que, además, en Orion A la formación ocurre en un rango de densidades estelares que van del cúmulo de Trapecio a pequeños agregados o grupos a estrellas individuales.

Observaciones de L1630 indican que en esta nube la formación estelar ocurre predominantemente en cúmulos, donde la mayoría de los núcleos densos tienen tamaños entre $< 0,1 \text{ pc}$ a 0.53 pc y masas entre ~ 8 y $500 M_{\odot}$ [85]. Sin embargo, de estos núcleos la mayor parte posee masas $< 100 M_{\odot}$ y se estima que alrededor del 96 % de las fuentes IRAS asociadas con L1630 se encuentran distribuidas en 4 cúmulos [95]. Estos resultados implican que si L1630 es una nube molecular típica, entonces la mayoría de las estrellas en la Galaxia se forman en cúmulos y no en forma aislada como ocurre preferiblemente en Taurus. Por otro lado, la función de masa de los núcleos observables escala como $\sim m_{\text{min}}^{0,6}$, lo que demuestra que la población de núcleos pre-estelares es dominada por los miembros menos masivos [123]. Esto explica en parte porque la teoría de la formación estelar se basa mayormente en la descripción de la evolución de núcleos pre-estelares aislados donde una estrella o pequeños grupos de dos o tres estrellas pueden formarse.

Dado que las estrellas se forman dentro del volumen ocupado por las regiones más densas de las nubes de gas molecular, es de esperarse entonces que los objetos estelares jóvenes (YSOs, por sus siglas en inglés) se encuentren asociados con grandes cantidades de gas y polvo y, por consiguiente, se espera que estos objetos irradien buena parte de su energía en la longitud de onda

del infrarojo. De esta manera, el espectro de energía de los YSOs debe contener información acerca de la naturaleza y de los estados evolutivos como también de la distribución del material circunestelar. Actualmente es posible clasificar los YSOs de acuerdo al ancho de banda de la distribución espectral de energía ($1 - 100 \mu\text{m}$) [1]. De acuerdo con este criterio los YSOs se clasifican en objetos de Clase I, II y III. Los objetos de Clase I se caracterizan por exhibir un marcado exceso de radiación infrarroja y corresponden a protoestrellas que se encuentran experimentando una fase sostenida de acreción con masas estelares mayores que la masa del gas circunstante ($M_\star > M_{\text{env}}$), mientras los objetos de Clase II también se encuentran irradiando en el infrarojo pero con mucho menos material circunstante ($M_\star \gg M_{\text{env}}$). En particular, estos objetos son ópticamente visibles y poseen líneas de emisión características de las estrellas T Tauri clásicas [1]. Por último, los objetos de Clase III son estrellas jóvenes recién formadas con nada o muy poco exceso de emisión en el infrarojo. Estos objetos son ópticamente visibles y no poseen discos circunestelares y, por lo tanto, pueden incluir estrellas de la pre-secuencia y secuencia principal. Ejemplos típicos de objetos de Clase III son las llamadas estrellas T Tauri “desnudas” [178]. Más adelante se introdujo una nueva clase de YSOs, la llamada Clase 0 [5], que sirve para identificar protoestrellas para las cuales $M_\star < M_{\text{env}}$, es decir, objetos para los cuales se ha ya formado un núcleo protoestelar en equilibrio cuasi-estático y que siguen acreciendo masa de las regiones más externas de la nube precursora. Por otro lado, Boss y Yorke [34] calcularon la distribución espectral de energía para objetos que colapsan gravitacionalmente después de haber formado el primer núcleo protoestelar en su centro y clasificaron estos objetos protoestelares como Clase -I. Dichas fuentes no han sido aún claramente observadas y se presume que sean detectables en longitudes de onda $\gtrsim 30 \mu\text{m}$. La clasificación de objetos pre-estelares a estrellas de la secuencia principal es completada con los llamados objetos de Clase -II, que corresponden a los núcleos de gas pre-estelar detectables en las longitudes de onda sub-milimétrica y milimétrica [7, 113, 179]. Estos objetos poseen temperaturas entre 5 y 25 K [179] y representan condiciones iniciales propicias para el colapso protoestelar.

2.2. Multiplicidad estelar

Observaciones sobre la multiplicidad de estrellas de la secuencia principal y pre-secuencia principal no son sólo de utilidad para reducir el número de posibles escenarios de formación estelar, sino también para delucidar los mecanismos responsables de la producción de sistemas estelares binarios y múltiples. Por ejemplo, restricciones importantes a la teoría de la formación estelar pueden derivarse a partir de: (i) la distribución de las razones de masas $q = M_1/M_2$ de las componentes binarias, las excentricidades orbitales e , los períodos orbitales P y la dependencia de estos parámetros con la edad de los sistemas; (ii) la correlación existente entre elementos orbitales y (iii) las frecuencias de los sistemas de estrellas solitarias:binarias:triples:cuádruples ($s : b : t : c$).

Posiblemente Duquennoy y Mayor [50] (DM) realizaron el estudio sobre la multiplicidad estelar más completo y exhaustivo que se conoce hoy en día. Estos autores consideraron una muestra de 164 estrellas primarias en el rango espectral F7-G9 barriendo una distancia de ~ 22 pc alrededor del sol, encontrando que para aquellos sistemas estelares para los cuales $q \geq 0,1$, las razones $s : b : t : c = 57 : 38 : 4 : 1$ correspondían a un total de 62 sistemas binarios, 7 triples y 2 cuádruples. Además, estimaron un promedio de $\sim 0,5$ compañeras por cada estrella primaria. Una conclusión importante de este estudio es que alrededor de dos tercios de los sistemas estelares son múltiples. En la muestra de DM, las estrellas binarias con períodos $P < 11$ días poseen órbitas circulares las cuales son consistentes con la circularización en una escala de tiempo comparable con la edad media del disco galáctico, mientras que las órbitas de aquellos sistemas binarios con períodos en el intervalo $11 < P < 1000$ días no resultaban estar afectadas por efectos de marea y poseían en promedio excentricidades $e = 0,31$. Estrellas binarias con períodos $P > 1000$ días resultaron estar caracterizadas por una distribución de excentricidades con una clara tendencia a $f(e) = 2e$. Por otro lado, se encontró que la distribución de las razones de masa aumentaba a medida que la masa de las componentes secundarias disminuía hasta alcanzar un límite de $q \approx 0,3$, obedeciendo un comportamiento Gaussiano con un máximo de $q \approx 0,23$. La proporción de estrellas binarias con masas de las secundarias en el rango $0,01 \leq M_2 \leq 0,1$

M_{\odot} (es decir, con $q < 0,1$) fue estimada en un $(8 \pm 6) \%$, mientras se encontró que un 10% de las primarias poseían una enana marrón como compañera. De los resultados de este análisis se argumentó entonces que el mecanismo dominante de formación de todos los sistemas binarios con $M_2 > 0,01 M_{\odot}$ era precisamente la fragmentación dinámica durante el colapso gravitacional de núcleos pre-estelares independientemente del período P , mientras un mecanismo distinto pudiese ser responsable de la formación de los sistemas con $M_2 < 0,001 M_{\odot}$.

Otros estudios sobre la multiplicidad estelar en la vecindad solar (es decir, a distancias de ~ 5 pc) reportaron en promedio alrededor de 0.32 compañeras binarias por cada estrella primaria y una distribución de períodos orbitales aproximadamente Gaussiana con un valor medio de 180 años [93]. La búsqueda de sistemas estelares binarios y múltiples en cúmulos jóvenes, como los cúmulos abiertos de las Híades y Pléyades, ha dado resultados sobre la duplicidad de las estrellas similares a los encontrados en la vecindad solar. Por ejemplo, para una muestra de 167 estrellas (con edades promedio de $\approx 6 \times 10^8$ años) pertenecientes al cúmulo de las Híades se encontró un número promedio de $\sim 0,46$ estrellas compañeras por cada primaria y valores de $q \approx 0,23$ [124]. Datos similares a estos se encontraron también para una muestra de 144 estrellas en el cúmulo de la Pléyades [36]. Sin embargo, estudios más recientes conducidos por Lada [83] indican que la mayoría de las estrellas del tipo espectral G y M en nuestra Galaxia con masas $> 0,08 M_{\odot}$ son estrellas solitarias. En particular, se encontró que la fracción de estrellas solitarias del tipo G y M ascendía casi a un 70% . Si bien por un lado este resultado contradice el paradigma comunmente aceptado que la mayor parte de las estrellas aparecen en sistemas binarios o múltiples, por otro lado implica que la teoría de la formación estelar desarrollada por Shu, Adams y Lizano [147] para explicar la formación de estrellas individuales posee en efecto un amplio rango de aplicabilidad sobre todo teniendo en cuenta que la mayoría de los núcleos pre-estelares observables poseen muy bajo momento angular lo que, en principio, favorecería la formación de estrellas solitarias. Sin embargo, es posible conciliar este resultado con observaciones previas que indican una mayor fracción de sistemas binarios en estrellas jóvenes, si se considera que muchas estrellas pudieron haberse formado inicialmente en sistemas binarios o múltiples, los

cuales subsecuentemente pudieron haberse desintegrado o decaído en estrellas individuales mediante interacciones dinámicas¹ [135].

Resultados de una muestra de 126 estrellas con masas entre $\sim 0,1$ y $3 M_{\odot}$ en la nube Camaleón I revelaron 30 estrellas binarias y seis triples, de las cuales 19 binarias y cuatro triples son nuevos descubrimientos [87]. Estos números implican una fracción de sistemas múltiples del $\sim 30\%$; un porcentaje similar a los reportados en otras asociaciones estelares pero significativamente más alto de lo que se observa en cúmulos estelares muy densos. La frecuencia y la separación de los sistemas binarios en Camaleón I disminuye con la masa, mientras que para la mayoría de estos sistemas la razón de masas oscila alrededor de la unidad lo que implica que muchos de ellos son sistemas binarios cercanos. Observaciones más recientes en el cúmulo abierto ASCC 113 indican una fracción de la multiplicidad de $20.6\% \pm 3\%$, donde para las estrellas de campo la relación de multiplicidades entre una estrella y sistemas compuestos hasta por ocho estrellas es $125 : 27 : 4 : 1 : 0 : 0 : 0 : 1$ [64]. En particular, este último estudio apunta en efecto hacia una menor fracción de sistemas múltiples en cúmulos abiertos de lo que se propone en la literatura. Por ejemplo, de un total de 449 sistemas estelares que se han observado con la ayuda del Telescopio Espacial Herschel, como parte del programa DEBRIS (*Disc Emission via a Bias-free Reconnaissance in the Infrared/Submillimetre*), 188 sistemas han sido identificados como sistemas compuestos por dos o más estrellas, lo que corresponde a una fracción de multiplicidad del 42% [141].

Mientras estudios recientes sobre el censo de estrellas de la secuencia principal siguen mostrando que una fracción no despreciable de las estrellas de campo se encuentran en sistemas binarios, surge entonces la pregunta de cuándo y cómo se formaron estos sistemas. Con el objeto de responder a esta pregunta desde hace más de tres décadas se comenzó una campaña de búsqueda de multiplicidad en estrellas de la pre-secuencia principal. Los primeros estudios de este tipo mostraron un claro exceso de duplicidad entre las estrellas T Tauri en comparación con la fracción de binarias de secuencia principal [61, 137, 140]. Campañas observacionales posteriores han dado

¹Por ejemplo, se sabe que los sistemas de tres cuerpos son dinámicamente inestables en cuanto decaen en un sistema de dos cuerpos expulsando el cuerpo más ligero.

como resultado que los sistemas binarios de pre-secuencia principal son de 2 a 4 veces más frecuentes que los correspondientes de secuencia principal para separaciones en el rango entre 3 y 1400 AU² [60, 75, 157]. Esta evidencia observacional condujo a pensar que los sistemas binarios de pre-secuencia principal toman forma en una etapa temprana de la evolución y apunta a la fragmentación dinámica durante el colapso de los núcleos pre-estelares y a la amplificación de inestabilidades gravitacionales en discos circunestelares masivos como mecanismos viables para explicar la formación de sistemas binarios. En este escenario la formación estelar y la formación de sistemas binarios son procesos acoplados y concomitantes. Sin embargo, estas conclusiones se aplican mayormente a regiones aisladas de formación estelar y no necesariamente al caso de las nubes moleculares gigantes, donde se cree que se forman la mayoría de las estrellas en la Galaxia. En efecto, estudios sobre la ocurrencia de estrellas múltiples de pre-secuencia principal en cúmulos estelares indican que la fracción de multiplicidad es comparable al de las estrellas de secuencia principal [47, 122, 128, 131]. Más recientemente, una campaña observacional realizada con la ayuda del Telescopio VLT (*Very Large Telescope*) reveló resultados similares a todos los anteriores acerca de la duplicidad en estrellas T Tauri [45]. Otros resultados observacionales recientes que confirman la duplicidad de estrellas de pre-secuencia principal pueden encontrarse en el artículo de revisión de Dûchene y Kraus [49].

2.3. Sistemas protoestelares binarios y múltiples

La detección de duplicidad en estrellas de la pre-secuencia principal de todas las edades, incluyendo las más jóvenes, es una evidencia observacional en favor de la fragmentación como mecanismo dominante para explicar el origen de los sistemas binarios. Una prueba concluyente de esta afirmación requiere de la detección de multiplicidad en objetos protoestelares. Sin embargo, en comparación con estrellas de la secuencia y pre-secuencia principal sólo algunas pocas protoestrellas han sido detectadas hasta el momento debido principalmente a la falta de suficiente resolución angular. Una de las

²Una unidad astronómica (AU) equivale a $1,495978707 \times 10^{11}$ m.

primeras observaciones de un sistema protoestelar binario fue reportada por Harjunpää, Liljeström y Mattila [66] en la nube L1155. Se interpretó este sistema binario como el resultado de un proceso de fragmentación durante el colapso gravitacional de un núcleo pre-estelar dotado de rotación inicial. Observaciones posteriores en longitudes de onda milimétricas y sub-milimétricas identificaron al objeto IRAS 16293-2422 como un sistema protobinario con separación de ~ 800 AU inmerso en un disco circumbinario de radio externo ~ 2000 AU [115, 177]. El momento angular orbital de este sistema se estimó en $\approx 4,5 \times 10^{20} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ bajo la suposición de que cada componente tenía una masa de $1 M_{\odot}$, mientras que el momento angular en el borde del disco circumbinario fue estimado en $\approx 2,25 \times 10^{21} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$; valores que son consistentes con los momentos angulares de spin de muchos núcleos pre-estelares [18]. Bajo la hipótesis que este sistema es el resultado del colapso y la fragmentación de un núcleo pre-estelar, estas estimaciones estarían de acuerdo con la visión comunmente aceptada que el momento angular de spin del núcleo pre-estelar se transforma en movimiento rotacional del disco y mediante la fragmentación en momento angular orbital de las componentes binarias.

Más adelante, observaciones de alta resolución en el sub-milimétrico identificaron a los sistemas binarios IRAS 4A e IRAS 4B en NGC 1333 como un sistema protoestelar múltiple [92], mientras Fuller, Ladd y Hodapp [55] reportaron el descubrimiento de un sistema protobinario en la nube L1527 en la región de Taurus. En este caso, el sistema aparece embebido en un núcleo de radio ~ 1 pc y tiene una separación de ~ 2800 AU. En este caso la edad estimada de la protoestrella primaria ($\sim 5 \times 10^3$ años) es mucho menor que el período orbital ($\sim 1,4 \times 10^5$ años), lo que sugiere que la protobinaria se formó durante el colapso gravitacional del núcleo que la contiene. Mientras estos trabajos corresponden a observaciones de protoestrellas binarias con separaciones grandes, la primera detección de un sistema protobinario con una separación de ~ 55 AU fue reportada por Looney, Mundy y Welch [100]. En este caso ambas componentes aparecen acompañadas por discos circunestelares con masas de $\sim 0,024$ y $0,009 M_{\odot}$. Un sistema protobinario (TMR-1) con una separación de ~ 42 AU fue reportado posteriormente por Terebey et al. [167].

Observaciones recientes en la longitud de onda de $\sim 1,3$ mm con la ayu-

da de los radio telescopios ALMA (Atacama Large Millimeter/submillimeter Array) han permitido tomar imágenes de emisión del polvo y gas alrededor de objetos protoestelares a muy alta resolución angular. En particular, observaciones con ALMA del sistema protoestelar triple L1448 IRS3B permitió clasificarlo como un objeto protoestelar de Clase 0 [169]. Dicho objeto ocupa una región de extensión $\sim 0,05$ pc y representa una fase temprana del proceso de formación estelar donde los objetos protoestelares se hallan aún embebidos en una envoltura de gas en acreción. Las tres protoestrellas son tales que la protoestrella central se encuentra separada de las otras dos por distancias de ~ 61 AU y ~ 183 AU. A 1.3 mm la emisión de gas y polvo revela un disco con una estructura espiral que envuelve las tres protoestrellas. Las dos protoestrellas cerca del centro del disco (con separación de ~ 61 AU) tienen masas de aproximadamente $1 M_{\odot}$, mientras la tercera protoestrella que se encuentra en el borde del disco (a ~ 183 AU de la protoestrella central) tiene una masa estimada de $0.3 M_{\odot}$. La importancia de este descubrimiento observacional es que L1448 IRS3B es consistente con modelos de discos protoestelares que se fragmentan como resultado de una inestabilidad gravitacional. Si bien este resultado demuestra que los discos protoestelares pueden fragmentarse en uno o más objetos en fases tempranas de la evolución, sirve también de confirmación a la teoría actual de formación estelar que indica dos caminos posibles los cuales operan simultáneamente para formar sistemas binarios y múltiples: la fragmentación a gran escala de un núcleo pre-estelar y la fragmentación a pequeña escala de los discos protoestelares. Más recientemente, Alves et al. [3] reportaron observaciones con ALMA de un sistema protobinario ([BHB2007] 11) que da ulterior soporte al mecanismo de fragmentación en el núcleo Barnard 59 que forma parte de la Nebulosa de la Pipa.

En resumen, las observaciones demuestran que la multiplicidad estelar parece originarse durante las etapas tempranas de la evolución y, en particular, durante la transición entre objetos de la Clase $-I$, Clase 0 y Clase I. Por otro lado, las observaciones también indican que la fracción de estrellas binarias y múltiples es mayor en la fase de pre-secuencia principal y en regiones aisladas de formación estelar que en cúmulos y asociaciones estelares. A pesar de los avances observacionales aún quedan muchos interrogativos por responder que

deberán abordarse en investigaciones futuras. Por ejemplo, cabe preguntarse si la multiplicidad es en sí un resultado universal del proceso de formación estelar o si, por el contrario, depende de las condiciones iniciales. Además, tomando en cuenta que la fracción de estrellas múltiples en la fase de secuencia principal disminuye, cabe preguntarse entonces cuál es el destino de las estrellas binarias visuales, en particular, de aquellas con grandes separaciones. Por último, y no menos importante, ¿puede en efecto la multiplicidad inhibir o promover la formación de planetas?, y ¿cómo esto depende de la separación binaria, de la razón de masas y, por último, de la excentricidad orbital?

2.4. Temperatura de los núcleos pre-estelares

Varias etapas del proceso de formación estelar han podido identificarse observacionalmente y de allí se ha podido probar que el proceso de formación comienza con un núcleo de gas pre-estelar centralmente denso que colapsa gravitacionalmente para formar una o más estrellas cada una de las cuales surge acompañada de un disco circunestelar. En particular, la densidad y la temperatura de los núcleos pre-estelares son dos de las cantidades físicas más importantes que determinan el curso del colapso protoestelar y las propiedades de las estrellas que se forman. Observaciones de las líneas de emisión o absorción del polvo y gas en diferentes núcleos pre-estelares han dado información sobre los perfiles de densidad. En particular, algunos estudios iniciales sugieren que los núcleos de gas pre-estelar son centralmente densos con perfiles de densidad uniforme en la parte central, mientras en las capas externas la densidad disminuye rápidamente siguiendo una ley de potencias [6]. En comparación podemos decir que existe poca información acerca de la temperatura a pesar de la importancia de la presión térmica para la estabilidad de los núcleos pre-estelares [84]. En las dos últimas décadas algunos grupos han comenzado a investigar la estructura térmica de los núcleos pre-estelares encontrando temperaturas del polvo entre 15 y 17 K hacia el borde externo de los núcleos y de 7-8 K en el centro en núcleos con densidades centrales de $\sim 10^6 \text{ cm}^{-3}$ [14, 52, 187].

En trabajos más recientes las transiciones de inversión de 22 GHz de la

molécula de NH_3 y las transiciones en las longitudes de onda centimétricas/milimétricas de la molécula de H_2CO se han empleado como excelentes trazadores de la temperatura del gas en los núcleos pre-estelares. Por ejemplo, usando la molécula de NH_3 como trazador, Tafalla et al. [165] derivaron temperaturas cinéticas entre ~ 9 y 11 K en el centro de núcleos pre-estelares con densidades centrales de $\sim 10^5 \text{ cm}^{-3}$. Sin embargo, en núcleos con densidades centrales mayores se espera que la temperatura del gas sea menor [58]. Por otro lado, observaciones con SCUBA en las longitudes de onda de 450 y $850 \mu\text{m}$ permitieron medir temperaturas del polvo de 6 K en el centro del núcleo pre-estelar TMC-1C y de 12 K hacia el borde a 0.08 pc del centro [145]. Dichas observaciones permitieron también derivar el perfil de densidad de TMC-1C, el cual es consistente con un plateau central de extensión ~ 4000 AU y una caída rápida de la densidad hacia afuera siguiendo una variación $\propto r^{-1.8}$. Un estudio detallado del núcleo pre-estelar Barnard 68 basado en observaciones multitransicionales de las moléculas C^{18}O y ^{13}CO arrojó temperaturas del gas para este objeto entre ~ 6 y 8 K [13]. Observaciones más recientes en el marco del proyecto Herschel de la Agencia Espacial Europea para el estudio de las fases tempranas de formación estelar encuentran que núcleos pre-estelares aislados con masas promedios de $7 M_\odot$ en la región de Taurus poseen temperaturas centrales entre ~ 8 y 12 K y en la parte externa entre ~ 14 y 20 K [91]. Evidentemente estas observaciones recientes sugieren que los núcleos pre-estelares son en general muy fríos en sus partes más densas con temperaturas por debajo del valor de referencia de 10 K, que ha sido utilizado frecuentemente en la literatura para designar la temperatura media de los núcleos de gas pre-estelar. En efecto, la mayoría de las simulaciones existentes del colapso y la fragmentación de núcleos pre-estelares adoptan como condición inicial una temperatura uniforme de 10 K.

3. Teoría de la formación estelar

3.1. Colapso protoestelar

Buena parte de nuestra comprensión actual de la física de la formación estelar proviene de modelos idealizados del colapso esféricamente simétrico de una nube de gas pre-estelar. La contracción de una condensación protoestelar bajo la influencia de su propia gravedad provee un mecanismo simple mediante el cual el gas molecular se transforma en un objeto estelar. Sin embargo, la física del colapso protoestelar está descrita por ecuaciones altamente no lineales de manera tal que una solución del problema en general requiere del empleo de métodos numéricos.

3.1.1. Ecuaciones básicas

En general una nube de gas pre-estelar puede considerarse como un medio continuo debido a que el recorrido libre medio de una partícula es mucho más corto que las distancias típicas en las cuales ocurren cambios importantes en el sistema. De esta manera, la evolución temporal puede describirse en términos de cantidades macroscópicas que obedecen a las ecuaciones de la mecánica de fluidos. Para un medio gaseoso auto-gravitante, inviscido y en ausencia de efectos magnéticos estas ecuaciones son: la ecuación de continuidad (o ley de conservación de la masa)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (3-1)$$

la ecuación de movimiento (o ley de conservación del momento)

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p - \rho \nabla \Phi, \quad (3-2)$$

la ecuación de Poisson para el potencial gravitacional

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho, \quad (3-3)$$

y la ecuación de estado para un gas ideal

$$p = c_s^2\rho, \quad (3-4)$$

donde ρ es la densidad del gas, \mathbf{v} es el campo de velocidad, p es la presión del gas, Φ es el potencial gravitacional, c_s es la velocidad del sonido, G es la constante universal de gravitación y t denota el tiempo. Las ecuaciones (3-1)-(3-4) constituyen un sistemas de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales acopladas entre sí. Estas ecuaciones son suficientes para describir las fases iniciales del colapso de un núcleo o nube pre-estelar durante el cual el gas se contrae isotérmicamente. Durante esta fase el gas es ópticamente fino y todo el calor producido por efectos de compresión es irradiado en el infrarojo por los granos de polvo de manera que la temperatura permanece aproximadamente constante durante el movimiento. A medida que la densidad aumenta en el centro de la nube, el gas se vuelve ópticamente grueso atrapando parte de la radiación producida por la compresión y el colapso experimenta una transición a un regimen no-isotérmico. En este caso, es necesario agregar al sistema de ecuaciones una ecuación para la energía interna (derivada a partir de la primera ley de la termodinámica) y la ecuación de transferencia radiativa. Sin embargo, es posible simplificar el problema aproximando los efectos radiativos mediante el uso de una ecuación de estado barotrópica donde la presión estará determinada únicamente por la densidad. Bajo estas condiciones, el problema en el espacio tridimensional se reduce a resolver cinco ecuaciones diferenciales acopladas para la densidad, las tres componentes de la velocidad del fluido, y el potencial gravitacional. Debido al carácter no lineal de estas ecuaciones, la solución del sistema para condiciones iniciales y de frontera dadas puede obtenerse sólo mediante el uso de técnicas numéricas.

3.1.2. Inestabilidad de Jeans

Para que una condensación de gas protoestelar pueda colapsar sobre sí misma es necesario que ésta entre en un regimen de inestabilidad gravitacional.

Jeans [74] fue el primero en establecer que un gas homogéneo y de extensión infinita en equilibrio puede responder gravitacionalmente a perturbaciones de longitudes de onda largas. Por ejemplo, consideremos un fluido isotérmico en equilibrio el cual está descrito por una densidad ρ_0 , una presión p_0 , una velocidad \mathbf{v}_0 y un potencial gravitacional Φ_0 que son independientes del tiempo y son solución de las ecuaciones (3-1)-(3-4). Podemos entonces perturbar linealmente el equilibrio suponiendo que

$$\begin{pmatrix} \rho \\ p \\ \mathbf{v} \\ \Phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_0 \\ p_0 \\ \mathbf{v}_0 \\ \Phi_0 \end{pmatrix} + \epsilon \begin{pmatrix} \rho_1 \\ p_1 \\ \mathbf{v}_1 \\ \Phi_1 \end{pmatrix}, \quad (3-5)$$

donde $\epsilon \ll 1$ y las variables perturbadas ρ_1 , p_1 , \mathbf{v}_1 y Φ_1 son funciones del espacio y del tiempo. Para un gas homogéneo e infinito en reposo $\mathbf{v}_0 = \mathbf{0}$, mientras las distribuciones de ρ_0 y p_0 son constantes. Sin embargo, estas condiciones no corresponden a un estado de equilibrio bien definido en cuanto de la ecuación (3-2) se sigue que $\nabla\Phi_0 = \mathbf{0}$, mientras la ecuación de Poisson requiere que se cumpla la relación $\nabla^2\Phi_0 = 4\pi G\rho_0$, lo cual conduce a una inconsistencia a menos que $\rho_0 = 0$. Sin embargo, en un medio homogéneo no existen gradientes de presión que se opongan a la atracción gravitacional y, por lo tanto, se puede remover la inconsistencia suponiendo que la ecuación de Poisson rige solamente para el estado perturbado, lo que implica necesariamente que Φ_0 sea constante. Esta suposición se conoce como el *engaño* de Jeans y provee un modo para poder concebir un medio homogéneo e infinito en equilibrio.

Sustituyendo las relaciones (3-5), con $\mathbf{v}_0 = \mathbf{0}$ y $\Phi_0 = \text{constante}$, en las ecuaciones (3-1)-(3-4) y despreciando términos no lineales, se pueden derivar las siguientes ecuaciones linearizadas

$$\begin{aligned} \frac{\partial\rho_1}{\partial t} + \rho_0\nabla \cdot \mathbf{v}_1 &= 0, \\ \frac{\partial\mathbf{v}_1}{\partial t} + c_s^2\nabla\left(\frac{\rho_1}{\rho_0}\right) + \nabla\Phi_1 &= 0, \\ \nabla^2\Phi_1 &= 4\pi G\rho_1, \end{aligned} \quad (3-6)$$

que pueden combinarse en la ecuación de onda

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} = c_s^2 \nabla^2 \rho_1 + 4\pi G \rho_0 \rho_1. \quad (3-7)$$

Para un medio homogéneo los coeficientes de esta ecuación son independientes de la posición \mathbf{x} y del tiempo t . La ecuación admite una solución de la forma

$$\rho_1 = \rho_1(\mathbf{x}, t) = A \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)], \quad (3-8)$$

donde A es una amplitud constante, $k = |\mathbf{k}|$ es el número de onda y ω es la frecuencia. Sustitución de la solución (3-8) en la ecuación (3-7) produce la relación de dispersión

$$\omega^2 = c_s^2 k^2 - 4\pi G \rho_0. \quad (3-9)$$

En el límite $k \rightarrow \infty$ (es decir, de longitudes de ondas muy pequeñas $\lambda = 2\pi/k$), la ecuación (3-9) se reduce a la forma simple $\omega^2 = c_s^2 k^2$ que corresponde a ondas de sonido isotérmicas. De este modo, la gravedad no es importante para longitudes de onda cortas y cualquier compresión es rápidamente contrabalanceada por las fuerzas de presión. Bajo estas condiciones decimos entonces que el sistema es estable ante estas perturbaciones. A medida que λ aumenta, ω decrece y eventualmente $\omega^2 < 0$. Cuando esto ocurre $k^2 < 4\pi G \rho_0 / c_s^2$, ω toma valores de la forma $\pm i\xi$ y la dependencia temporal de la solución es $\propto \exp(\pm \xi t)$, que corresponde a perturbaciones que se amplifican o se amortiguan exponencialmente. Si las perturbaciones se amplifican entonces decimos que el medio es inestable y, por lo tanto,

$$k < k_J = \left(\frac{4\pi G \rho_0}{c_s^2} \right)^{1/2}, \quad (3-10)$$

donde k_J es el número de onda de Jeans para el fluido. En términos de la longitud de onda, el medio es inestable gravitacionalmente si λ excede la longitud de Jeans, $\lambda_J = 2\pi/k_J$, es decir, si

$$\lambda > \lambda_J = \left(\frac{\pi}{G \rho_0} \right)^{1/2} c_s, \quad (3-11)$$

que se conoce como el criterio de Jeans. A veces es conveniente introducir la masa de Jeans, M_J , definida como la masa contenida por una esfera de radio $\lambda_J/2$,

$$M_J = \frac{4\pi}{3}\rho_0 \left(\frac{\lambda_J}{2}\right)^3 = \frac{\pi}{6}\rho_0 \left(\frac{\pi c_s^2}{G\rho_0}\right)^{3/2}. \quad (3-12)$$

En un medio que colapsa, se tiene que $i\omega \sim (G\rho_0)^{1/2}$, que corresponde a la escala de tiempo necesaria para la amplificación de la inestabilidad, $\tau \sim (G\rho_0)^{-1/2}$, que a su vez define el tiempo de caída libre. Este es el tiempo empleado por una condensación con densidad inicial uniforme que colapsa con presión nula. A medida que la densidad aumenta, τ decrece dando origen a una contracción no-homóloga del medio auto-gravitante.

La inconsistencia relacionada con un medio homogéneo e infinito como condición inicial puede resolverse considerando el equilibrio de una placa isotérmica con una estratificación plano paralela. Spitzer [158] resolvió este problema considerando una configuración de este tipo en equilibrio hidrostático a lo largo de la coordenada z , encontrando para la longitud de Jeans la expresión

$$\lambda_J = \left(\frac{2\pi}{G\rho_0}\right)^{1/2} c_s, \quad (3-13)$$

donde este valor difiere del caso homogéneo por un factor igual a $\sqrt{2}$ que surge como consecuencia de la diferencia en geometría. Cuando $\lambda < \lambda_J$ sólo una pequeña cantidad de masa se contrae, y dado que las fuerzas de presión dominan sobre las gravitacionales, el equilibrio hidrostático se reestablece rápidamente. En simulaciones numéricas de colapso protoestelar es de uso común expresar el criterio de Jeans como

$$|E_{\text{grav}}| > E_{\text{therm}}, \quad (3-14)$$

donde E_{grav} y E_{therm} son, respectivamente, la energía gravitacional y la energía térmica por unidad de masa del medio. Para una esfera de radio R , densidad uniforme ρ , temperatura uniforme T y masa $M = 4\pi\rho R^3/3$, se tiene que

$$|E_{\text{grav}}| = \frac{0,6GM^2}{R}, \quad (3-15)$$

y

$$E_{\text{therm}} = \frac{1,5\mathcal{R}TM}{\mu}, \quad (3-16)$$

donde \mathcal{R} es la constante universal de los gases y μ es el peso molecular medio del gas. Usando las expresiones (3-15) y (3-16) en la desigualdad (3-14), se obtiene

$$M > M_J = 1,93 \left(\frac{\mathcal{R}T}{\mu G} \right)^{3/2} \rho^{-1/2}, \quad (3-17)$$

como condición necesaria para el colapso de la esfera. Si los efectos de rotación, campo magnético y turbulencia son también importantes para el soporte del medio entonces el criterio de Jeans puede escribirse aproximadamente como

$$|E_{\text{grav}}| > E_{\text{therm}} + E_{\text{rot}} + E_{\text{mag}} + E_{\text{turb}}, \quad (3-18)$$

donde E_{rot} , E_{mag} y E_{turb} denotan, respectivamente, las energías rotacional, magnética y turbulenta por unidad de masa asociadas al medio.

Por último es importante recordar que si bien los criterios derivados anteriormente son estrictamente aplicables a configuraciones isotérmicas, Chièze [42] derivó las condiciones apropiadas para la estabilidad gravitacional de polítopos en equilibrio para los cuales la presión del gas está dada por

$$p = K\rho^{1+1/n}, \quad (3-19)$$

donde K es una constante y n es el índice politrópico. Se encontró que una esfera politrópica inmersa en un medio diluido de presión constante p_0 es gravitacionalmente inestable si su radio es menor que el valor crítico

$$R_{\text{crit}} = \left[\frac{GM^2 (n-3)}{8\pi p_0 (n+1)} \right]^{1/4}. \quad (3-20)$$

El dominio de definición de la relación (3-20) excluye valores de n en el intervalo $-1 \leq n < 3$. El intervalo $-1 \leq n \leq 0$ es incondicionalmente inestable porque en este caso

$$\frac{d \ln p}{d \ln \rho} < 0,$$

mientras transformaciones politrópicas con $0 < n \leq 3$ pueden ser interpretadas como transformaciones adiabáticas con

$$\gamma = \left(1 + \frac{1}{n}\right) \geq \frac{4}{3},$$

lo que implica estabilidad dinámica en este caso.

3.1.3. Colapso de una esfera homogénea con presión nula

Una simplificación importante de la ecuación (3-2) se obtiene cuando las fuerzas de presión son despreciables con respecto a las fuerzas gravitacionales, en cuyo caso la ecuación (3-2) se reduce a

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla \Phi, \quad (3-21)$$

que es estrictamente válida cuando $p = 0$, o equivalentemente cuando la temperatura $T = 0$. Si consideramos una nube esférica aislada de masa M y radio R para la cual $\Phi \sim (GM/R)$, la aproximación de presión cero puede expresarse como $p \ll G\rho^2 R^2$, o en términos de la velocidad del sonido isotérmica, $c_s = (p/\rho)^{1/2}$, como

$$\frac{c_s}{R(G\rho)^{1/2}} \ll 1. \quad (3-22)$$

En términos del criterio de Jeans, la condición de presión nula (3-22) es equivalente a decir que $M \gg M_J$ para una densidad y temperatura dadas. Nótese que cuando $M > M_J$ la condición (3-22) deja de ser válida ya que los gradientes de presión no pueden despreciarse durante la evolución, y como resultado los detalles del colapso hidrodinámico serán completamente diferentes.

Una solución analítica para el colapso esféricamente simétrico de una esfera homogénea a presión nula inicialmente en reposo fue derivada por primera vez por Hunter [72]. Bajo la suposición de simetría esférica, las variables son función únicamente del radio, r , y del tiempo, t , de manera que todos los gradientes en las direcciones angulares son idénticamente nulos, es decir, $\partial/\partial\theta = \partial/\partial\phi = 0$. Por lo tanto, la ecuación de Poisson (3-3) toma la forma

$$\frac{d\Phi}{dr} = \frac{4\pi G}{r^2} \int_0^r \rho(r') r'^2 dr' = \frac{GM(r)}{r^2}, \quad (3-23)$$

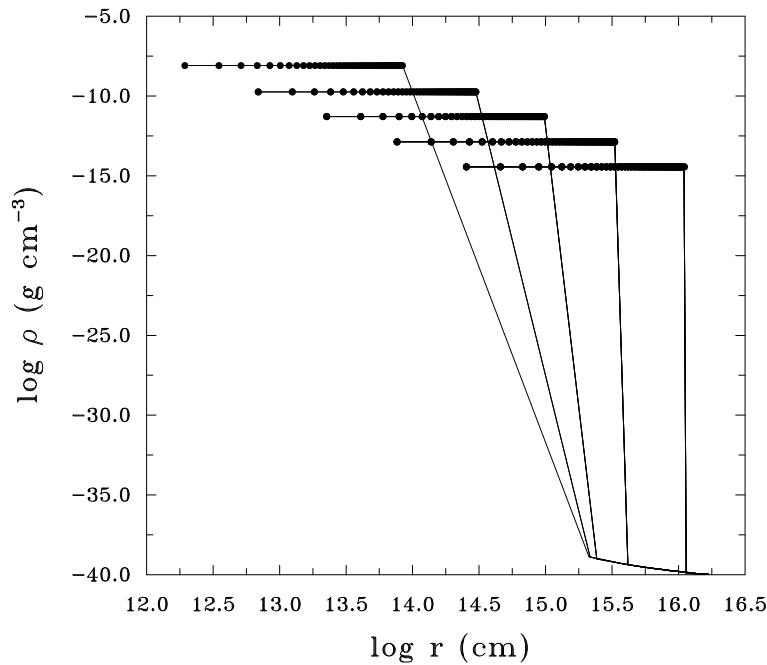


Figura 3-1.: Perfiles de densidad (círculos rellenos) comparados con la solución analítica (líneas sólidas) para el colapso de una esfera homogénea con densidad inicial $\rho_0 = 1,0 \times 10^{-15}$ gr cm^{-3} . La secuencia de tiempos, comenzando de la curva inferior, es $t/t_{\text{ff}} = 0,708, 0.961, 0.994, 0.999$ y 0.99985 .

donde el origen $r = 0$ se toma en el centro de la esfera y $M(r)$ es la masa total contenida por una esfera de radio r . Usando la ecuación (3-23) en la ecuación (3-21), la ecuación de movimiento toma la forma

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{GM(r)}{r^2}. \quad (3-24)$$

Esta ecuación simple describe completamente el colapso de una esfera con presión nula. El gas colapsará de manera tal que una partícula inicialmente a una distancia radial $r = r_i$ del centro sentirá la aceleración gravitacional de la masa encerrada por una esfera de radio r_i . Suponiendo, además, que ninguna partícula sobrepasa a sus vecinos, $M(r_i)$ permanece constante. Por lo tanto, reemplazando $M(r)$ por $M(r_i)$, la ecuación (3-24) puede integrarse una vez para dar

$$2 \cos^2 \beta d\beta = \left[\frac{2GM(r_i)}{r_i^3} \right]^{1/2} dt, \quad (3-25)$$

donde se ha hecho uso de la sustitución $r = r_i \cos^2 \beta$. Tomando el origen de tiempo en $t = 0$, la integración directa de la ecuación (3-25) da como solución

$$\beta + \frac{1}{2} \sin 2\beta = \left[\frac{2GM(r_i)}{r_i^3} \right]^{1/2} t. \quad (3-26)$$

Dado que $r = 0$ cuando $\beta = \pi/2$, podemos evaluar el tiempo que emplea la partícula r_i en alcanzar el centro. Haciendo $\beta = \pi/2$ en la ecuación (3-26) y resolviendo para t se obtiene la expresión para el tiempo de caída libre

$$t = t_{\text{ff}}(r_i) = \left[\frac{3\pi}{32G\bar{\rho}(r_i)} \right]^{1/2}, \quad (3-27)$$

donde $\bar{\rho}(r_i)$ es la densidad media del gas encerrado por una esfera de radio r_i al inicio del colapso. Si $M(r_i)/r_i^3$ es constante, entonces $\bar{\rho}(r_i)$ permanece uniforme y se sigue de las ecuaciones (3-26) y (3-27) que el parámetro β es una función sólo del tiempo y que todas las partículas alcanzarán el centro con el mismo tiempo de caída libre, t_{ff} . Las ecuaciones (3-25) y (3-27) pueden combinarse para encontrar la velocidad de la partícula

$$v = \frac{dr}{dt} = -\frac{\pi}{2t_{\text{ff}}} \frac{\sin \beta}{\cos^3 \beta} r. \quad (3-28)$$

Escribiendo ahora la ecuación (3-1) en forma Lagrangiana y usando la ecuación (3-28) se llega a una ecuación diferencial que relaciona la densidad con el parámetro $\beta = \beta(t)$, y cuya integración da como resultado

$$\rho = \rho(r_i) \sec^6 \beta. \quad (3-29)$$

La ecuación (3-29) junto con las ecuaciones (3-26) y (3-28) completan la solución al problema. Si la esfera comienza a colapsar con densidad uniforme, el colapso proseguirá con las partículas gaseosas moviéndose hacia el centro con una velocidad radial lineal y con la densidad del gas aumentando en el tiempo y permaneciendo exactamente uniforme en todo instante. La Figura 3-1 muestra los perfiles uniforme de densidad a diferentes tiempos durante el colapso de una esfera con presión nula en una simulación numérica obtenida con la ayuda de un código hidrodinámico basado en el método de diferencias

finitas [150]. En el gráfico la solución numérica (círculos rellenos) se compara con la solución analítica (líneas sólidas) dada por la ecuación (3-29). Para este cálculo se dividió la esfera en $n_r = 50$ conchas concéntricas espaciadas uniformemente.

3.2. Antecedentes

Los primeros cálculos del colapso gravitacional de nubes pre-estelares se obtuvieron suponiendo simetría esférica con la ayuda de códigos hidrodinámicos basados en métodos de diferencias finitas para la solución de las ecuaciones (3-1)-(3-4) para un gas isotérmico [20, 25, 54, 88, 182]. En particular, Bodenheimer y Sweigart [20] realizaron los primeros cálculos numéricos del colapso protoestelar suponiendo inicialmente configuraciones esféricas de gas con densidad uniforme y luego con condensaciones centrales moderadas. Estos autores encontraron que independientemente de las condiciones iniciales las configuraciones de gas colapsaban produciendo una condensación central con densidad uniforme, mientras lejos del centro la densidad del gas disminuía radialmente siguiendo una dependencia funcional $\sim r^{-2}$. Más recientemente, Foster y Chevalier [54] simularon el colapso isotérmico con simetría esférica y reprodujeron los resultados de Bodenheimer y Sweigart [20] antes de la formación del primer núcleo protoestelar. Sin embargo, al tiempo de formación del primer núcleo protoestelar estos autores observaron que la densidad central variaba ahora como $\sim r^{-2}$, mientras que en el resto de la nube la densidad decaía más rápidamente que r^{-2} , manteniéndose este perfil de densidad invariable después de la formación del primer núcleo protoestelar. En cambio, las regiones centrales experimentaban una transición de una variación $\propto r^{-2}$ a un perfil de la forma $r^{-3/2}$.

Estas primeras simulaciones sirvieron para demostrar el carácter no homólogo del colapso, y más allá de esto, incluyendo los efectos no isotérmicos y de transporte de radiación, comprender la física de la evolución de una nube protoestelar hacia densidades y temperaturas estelares. Cuando se toman en cuenta los mecanismos de calentamiento y enfriamiento que prevalecen durante el colapso protoestelar se encuentra que nubes de gas con masas en el rango $0,1 \leq M \leq 50 M_\odot$ siguen curvas adiabáticas que varían con la tempe-

ratura y la densidad como se muestra en la Figura 3-2 en el centro de una protoestrella de masa $M = 2 M_{\odot}$. El colapso de una nube de gas molecular comienza cuando ésta se encuentra sujeta a una inestabilidad de Jeans, es decir, cuando la razón entre la energía térmica y la energía gravitacional es menor que uno. Las líneas segmentadas en la Figura 3-2 corresponden a masas de Jeans de $M_J = 100 M_{\odot}$, $1 M_{\odot}$ y $0.01 M_{\odot}$, respectivamente, suponiendo que el gas está compuesto de hidrógeno molecular puro (con peso molecular medio $\mu = 2$). De esta manera, una nube con $M \sim 1 M_{\odot}$, a la izquierda de la línea $M_J = 1 M_{\odot}$, tendrá una masa menor que M_J y, por lo tanto, no colapsará dado que la energía térmica será mayor que la energía gravitacional. En cambio, sólo si la masa de la nube estará a la derecha de la línea $M_J = 1 M_{\odot}$, entonces ésta colapsará sobre sí misma debido a que su energía gravitacional será mayor que su energía térmica.

De la Figura 3-2 se sigue que un núcleo de gas protoestelar de $1 M_{\odot}$ comenzará a colapsar a partir de densidades de $\sim 10^{-19} - 10^{-18}$ gr cm $^{-3}$, apenas a la derecha del punto de intersección entre la línea sólida y la línea segmentada para $M_J = 1 M_{\odot}$. Cuando la inestabilidad alcanza un régimen no lineal, el colapso procede de manera no homóloga. Es decir, a medida que la densidad en el centro aumenta, éstas regiones colapsan más rápidamente que las zonas externas, favoreciendo así la formación de una estructura centralmente densa. Durante esta fase el colapso procede isotérmicamente debido a que el gas es ópticamente fino a su propia radiación [88]. En la fase isotérmica la temperatura de la nube estará dada por el balance entre los mecanismos de calentamiento y enfriamiento. Cálculos no isotérmicos detallados muestran que esta temperatura permanece cercana a ~ 10 K en el rango de densidades $10^{-9} < \rho < 10^{-13}$ gr cm $^{-3}$ [183]. A densidades mayores que $\sim 10^{-13}$ gr cm $^{-3}$ (punto A en la Figura 3-2), las regiones más densas en el centro de la nube se vuelven opacas a la radiación de manera que al seguir aumentando la densidad central se producirá un aumento adiabático de la temperatura. A medida que el gas se calienta, la evolución procede adiabáticamente con $\gamma = 7/5$ (donde γ denota el índice adiabático) como es apropiado para el hidrógeno molecular. El valor de la densidad a partir del cual el colapso adiabático comienza dependerá de cuánta masa se depositará alrededor del núcleo. Para $\sim 1 M_{\odot}$, la transición de un gas ópticamente fino a uno ópticamente grueso ocurre a

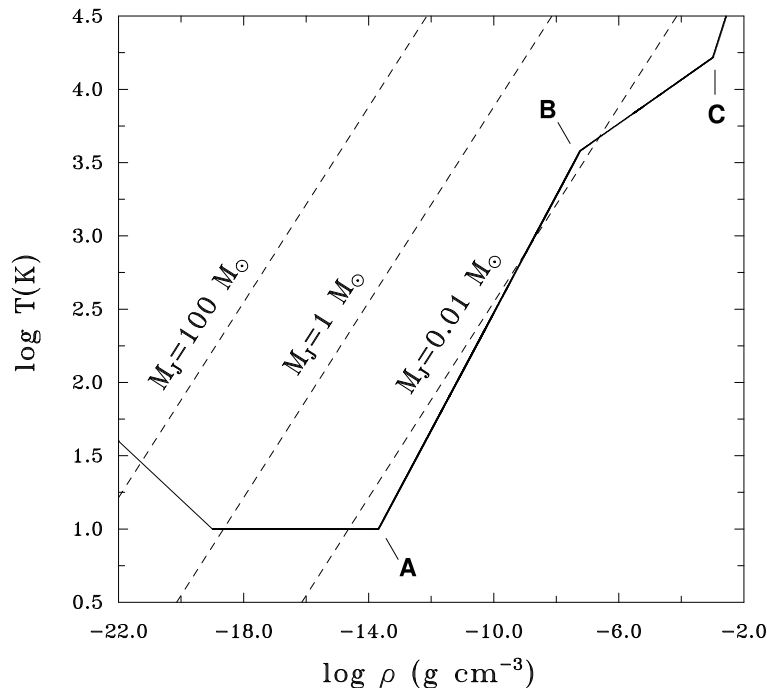


Figura 3-2.: Evolución en el plano temperatura-densidad del centro de una protoestrella de $2M_{\odot}$ que se encuentra colapsando gravitacionalmente (líneas sólidas). Los procesos de enfriamiento y calentamiento se reproducen usando una ecuación de estado politrópica donde la presión p varía con la densidad como ρ^{γ} , donde γ es el exponente adiabático. El punto A indica aproximadamente el final del colapso isotérmico, el punto B indica aproximadamente el inicio de la disociación del hidrógeno molecular (H_2) y el punto C indica la fase final de disociación del hidrógeno molecular y el inicio del segundo colapso protoestelar. Las líneas segmentadas corresponden a puntos donde la masa de Jeans es constante.

$\sim 10^{-13}$ gr cm^{-3} [173], mientras que para nubes más masivas la transición ocurre a densidades menores. A densidades $> 10^{-13}$ gr cm^{-3} , la presión en el centro de la protoestrella aumenta, deteniendo eventualmente el colapso gravitacional en el centro y dando origen a la formación del primer núcleo protoestelar en equilibrio hidrostático [150]. Cuando la temperatura central alcanza valores alrededor de 2000 K (punto B en la Figura 3-2), el hidrógeno molecular se disocia, afectando el calor específico ya que una fracción impor-

tante del calentamiento por compresión del material externo al núcleo (que sigue colapsando sobre éste) es usado para disociar las moléculas de H_2 en átomos de hidrógeno. Esto tiene como efecto la reducción del índice adiabático por debajo del valor crítico $\gamma = 4/3$. Cuando esto ocurre el núcleo central se vuelve dinámicamente inestable favoreciendo un segundo colapso protoestelar en el rango de densidades $10^{-8} \leq \rho \leq 10^{-5} - 10^{-4} \text{ gr cm}^{-3}$. Durante este proceso las regiones centrales aumentan su temperatura a lo largo de una adiabática con $\gamma = 1,1$. Cuando la mayor parte del hidrógeno molecular en el centro se encuentra en forma atómica (punto C en la Figura 3-2), el índice adiabático aumenta por encima de $\gamma = 4/3$ alcanzando el valor de $\gamma = 5/3$ para un gas monoatómico. A este punto el colapso se detiene de nuevo dando origen a la formación del segundo núcleo protoestelar. Simulaciones numéricas indican que para una nube de $1 M_\odot$, el segundo núcleo se forma con una masa de $\sim 0,0015 M_\odot$ y radio $\sim 1,3 R_\odot$, mientras que la densidad y temperatura alcanzan valores de $\sim 2 \times 10^{-2} \text{ gr cm}^{-3}$ y $\sim 2 \times 10^4 \text{ K}$, respectivamente [88].

3.2.1. Modelos ejesimétricos de colapso protoestelar

La extensión de estos cálculos para incluir los efectos de rotación inicial bajo la condición de eje-simetría (es decir, simetría axial donde todos los gradientes a lo largo de la coordenada azimutal ϕ son exactamente cero) permitieron estudiar los efectos de deformación debido a la naturaleza anisotrópica de las fuerzas centrífugas. Estos nuevos modelos representaron un primer paso para probar la teoría de la formación estelar que predice que una nube preestelar en presencia de rotación colapsa para formar una protoestrella central acompañada de un disco circunestelar. Sin embargo, desde el punto de vista observacional tanto el origen como el papel jugado por la rotación no han sido aclarados del todo. Por ejemplo, la falta de una orientación preferencial de los ejes de rotación en estrellas individuales y binarias sugiere que la rotación pudo haberse originado a partir de la turbulencia del medio interestelar. Es importante notar que la suposición de simetría axial representó un primer paso hacia el modelado con condiciones iniciales más realistas.

Modelos numéricos del colapso ejesimétrico de nubes protoestelares con rota-

ción inicial han sido considerados por un número de autores para un amplio rango de condiciones iniciales [15, 16, 26, 32, 172]. Las condiciones iniciales pueden parametrizarse en términos del contenido energético de la nube protoestelar a través de las razones α y β , donde

$$\alpha = \frac{E_{\text{therm}}}{|E_{\text{grav}}|}, \quad (3-30)$$

y

$$\beta = \frac{E_{\text{rot}}}{|E_{\text{grav}}|}, \quad (3-31)$$

son una medida de cómo se comparan las energías térmica y rotacional de la nube protoestelar con el valor absoluto de la energía gravitacional. Para $\alpha = 0,59$ y $0,0025 \leq \beta \leq 0,32$, Black y Bodenheimer [15, 16] describieron la secuencia de eventos durante el colapso isotérmico y adiabático de esferas de gas inicialmente con densidad y velocidad angular uniformes, prediciendo en la mayoría de los casos la formación de condensaciones a forma de anillo alrededor del centro como una consecuencia de la competencia entre las fuerzas centrífugas y gravitacionales durante el colapso. Posteriormente, Boss y Haber [32] re-examinaron el colapso ejesimétrico de nubes isotérmicas para condiciones iniciales en los intervalos $0,10 \leq \alpha \leq 1,60$ y $0,002 \leq \beta \leq 0,30$. Estos autores predijeron tres resultados diferentes dependiendo de los valores de α y β . Para $\alpha \gtrsim 0,1$, una nube con $\beta = 0,002$ experimenta un colapso moderado seguido de una re-expansión y formación de un esferoide de Bonnor-Ebert en equilibrio. Para $\beta > 0,002$ y $\alpha < 1,10 - 2,0\beta$ la nube colapsa para formar una condensación toroidal alrededor del centro, mientras cuando $\beta \lesssim 0,002$ la nube colapsa para formar un disco central.

Para exponentes adiabáticos $\gamma = 5/3$ y $\gamma = 7/5$, Boss [24] investigó el colapso adiabático de nubes esféricas bajo condiciones de simetría axial, encontrando que modelos con $\alpha < 0,012$ (para $\gamma = 5/3$) y con $\alpha < 0,036$ (para $\gamma = 7/5$) produjeron condensaciones toroidales en equilibrio independientemente del valor de β , mientras que para $\alpha > 0,055$ (para $\gamma = 5/3$) y $\alpha > 0,075$ (para $\gamma = 7/5$) las nubes colapsaron directamente para producir condensaciones esferoidales en equilibrio. Cálculos posteriores usando una segunda generación

de códigos hidrodinámicos que aseguraban segundo orden de precisión predijeron la formación de discos para $\alpha = 0,1$ y valores de β entre 0.002 y 0.08, mientras valores de $\beta = 0,3$ dieron lugar a la formación de anillos [33]. La relevancia de la formación de toroides se asoció frecuentemente al hecho que estas configuraciones podían ser susceptibles a fragmentarse en un sistema binario o múltiple. Sin embargo, hoy en día se sabe que una nube pre-estelar partiendo de condiciones iniciales realistas puede colapsar y fragmentarse sin necesidad de pasar a través de la formación intermedia de un toroide y, por lo tanto, la cuestión sobre la formación de anillos ha pasado a tener una importancia secundaria y un interés meramente académico.

3.2.2. Modelos no ejesimétricos de colapso protoestelar

Con la aparición de las primeras supercomputadoras en la década de los 90 fue posible la realización de las primeras simulaciones no eje-simétricas (es decir, en tres dimensiones) para investigar los mecanismos de fragmentación binaria y múltiple. Estos cálculos sirvieron de semilla para comprender el proceso de fragmentación dinámica durante el colapso protoestelar. El desarrollo de técnicas computacionales sofisticadas y la aparición progresiva de computadoras siempre más rápidas ayudaron a aumentar el grado de complejidad y la resolución espacial de estos modelos lo que también implicó un claro aumento en la confiabilidad de los resultados numéricos. En particular, Truelove et al. [175] desarrollaron un nuevo código para la solución numérica del colapso gravitacional y la fragmentación dinámica de protoestrellas, el cual se basa en métodos de diferencias finitas y utiliza técnicas de refinamiento del mallado computacional (AMR por sus siglas en inglés), garantizando de este modo suficiente resolución espacial en regiones de alta densidad. Esta nueva tecnología computacional permitió simular estructuras a pequeña escala que de otro modo sería computacionalmente prohibitivo con el uso de mallas estáticas. Sin embargo, la gran mayoría de estos modelos se aplicaron al estudio de la fragmentación durante el colapso isotérmico y adiabático, prediciendo de este modo la formación de sistemas binarios visuales (es decir, con separaciones > 200 AU), mientras observaciones de estrellas de pre-secuencia y secuencia principal continúan indicando abundancias de estrellas binarias

con separaciones entre ~ 16 y 256 AU.

Es importante mencionar que en buena parte los esfuerzos de los últimos años en este tema de investigación se han empleado para sofisticar los métodos numéricos y desarrollar nuevas técnicas resolutivas basadas en métodos de partículas como, por ejemplo, el método de hidrodinámica de partículas suavizadas (SPH, por sus siglas en inglés). Un ejemplo importante de esta nueva generación de códigos hidrodinámicos es representado por el código Gadget-2, originalmente desarrollado por Springel y colaboradores [159], el cual ha sido posteriormente mejorado por sus autores originales e independientemente por otros grupos de investigación y aplicado recientemente a problemas de interés astrofísico con decenas y centenares de millones de partículas.

En el escenario de la formación estelar los efectos de la presión inicial en las nubes pre-estelares juega un papel fundamental para determinar el producto final de la evolución. En efecto, en una nube con presión inicial las fluctuaciones en el campo de densidad con longitudes de onda menores que la longitud de Jeans (es decir, $\lambda \leq \lambda_J$) tienden a amortiguarse debido a las fuerzas de presión. En este caso, la magnitud de los gradientes de presión es suficiente para oponerse a la auto-gravedad de eventuales sub-condensaciones con $\lambda < \lambda_J$, inhibiendo la fragmentación. Obviamente, la estabilidad de una perturbación puede variar durante el colapso dependiendo si la presión es más o menos importante que la gravedad. Como se mencionó anteriormente, la importancia de las fuerzas de presión puede cuantificarse por la razón (3-30) entre la energía térmica y el valor absoluto de la energía potencial gravitacional. Para el caso de una esfera de masa M y radio R con una distribución uniforme de densidad la razón (3-30) se puede escribir como

$$\alpha = \frac{5}{2} \frac{R}{GM} \left(\frac{p}{\rho} \right), \quad (3-32)$$

donde p es la presión del gas. Para una ecuación de estado isotérmica, $p = c_s^2 \rho$, la razón α toma la forma

$$\alpha = \frac{5}{2} \frac{R}{GM} \left(\frac{k_B T_0}{\mu m_H} \right), \quad (3-33)$$

donde k_B es la constante de Boltzmann y m_H es la masa del átomo de hidrógeno. Si por el contrario, se supone una ecuación de estado politrópica,

$p = K\rho^\gamma$, entonces la expresión anterior se convierte en

$$\alpha = \frac{5}{2} \left(\frac{3}{4\pi} \right) \frac{K}{G} M^{-2/3} \rho^{\gamma-4/3}. \quad (3-34)$$

En ausencia de rotación, el teorema del virial establece que una nube se encuentra en equilibrio hidrostático cuando $\alpha = 1/2$. Por lo tanto, si $\alpha_0 < 1/2$ la nube colapsará a medida que la densidad aumenta con respecto a su valor inicial ρ_0 y el valor de α cambiará de acuerdo con la expresión

$$\alpha = \alpha_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma-4/3}, \quad (3-35)$$

siempre y cuando la masa de la nube esférica se conserve durante el colapso. Si se incluyen los efectos de rotación, la importancia de la energía cinética rotacional puede cuantificarse mediante la razón (3-31). En este caso, el teorema del virial establece que la nube se encontrará en equilibrio hidrostático cuando

$$\alpha + \beta = \frac{1}{2}, \quad (3-36)$$

en ausencia de otras fuentes de energía. Para una esfera de masa M y radio R que se encuentre inicialmente rotando con velocidad angular uniforme la razón (3-31) se puede escribir como

$$\beta = \frac{1}{3} \frac{R^3 \omega^2}{GM}. \quad (3-37)$$

En general, la gran mayoría de las simulaciones de colapso protoestelar en tres dimensiones reportadas en la literatura parametrizan las condiciones iniciales del problema en términos de las razones energéticas α y β .

Los cálculos numéricos de colapso y fragmentación protoestelar se han enfocado mayormente en modelos con rotación uniforme. La historia de estos cálculos puede dividirse en dos etapas principales. La primera etapa se caracterizó por el uso de una primera generación de códigos, basados en diferencias finitas (DF) con primer orden de precisión [27, 144, 149, 171] y métodos SPH [62, 102, 106, 184] para resolver las ecuaciones (3-1)-(3-4). En particular, los esquemas basados en SPH son en general de segundo orden dependiendo

de la función kernel utilizada. Los métodos FD de primer orden presentaban la dificultad que introducían en el cálculo una excesiva difusión artificial causada por los errores de truncamiento de las aproximaciones a las ecuaciones diferenciales exactas. A pesar de estos inconvenientes dichos códigos fueron usados por más de una década. Una segunda etapa comenzó con la aparición de una segunda generación de códigos hidrodinámicos los cuales empleaban técnicas más refinadas y mejor resolución espacial. Dichos códigos se basaban en su mayoría en diferencias finitas de segundo orden [33, 37, 120, 150, 176] o reformulaciones de las ecuaciones SPH para garantizar adaptividad local y mejor conservación del momento angular y de la energía [69, 111, 121, 153]. En estos cálculos se consideraron en preferencia dos fases del colapso protoestelar: una fase temprana la cual es ópticamente fina y procede de forma isotérmica en el rango de densidades $\sim 10^{-19} - 10^{-13}$ gr cm $^{-3}$ y una fase posterior, llamada adiabática o no isotérmica, que comienza con la formación del primer núcleo protoestelar a densidades centrales por encima de $\sim 10^{-13}$ gr cm $^{-3}$. A estas densidades el gas se vuelve ópticamente grueso a su propia radiación debido a que el colapso de las regiones centrales procede mucho más rápidamente de lo que la radiación logra difundirse hacia afuera. Durante esta fase la nube es menos susceptible a fragmentarse debido a que la presión aumenta al punto de poder estabilizar perturbaciones con tamaños inclusive comparables con la longitud de Jeans.

Los primeros cálculos de colapso protoestelar se efectuaron partiendo de esferas con densidad uniforme. Si bien un perfil de densidad uniforme representa una idealización extrema de los núcleos pre-estelares reales, permite estudiar en detalle cómo una perturbación no ejesimétrica puede amplificarse a partir de un medio sin fluctuaciones en el campo de densidad. Estos primeros cálculos fueron revisados por Bodenheimer, Ruzmajkina y Mathieu [19]. Estos modelos se dirigieron principalmente a estudiar la formación de sistemas protoestelares binarios asumiendo en las condiciones iniciales una perturbación de la forma

$$\rho(r, \theta, \phi) = \rho_0[1 + a \cos(m\phi)], \quad (3-38)$$

para $m = 2$ y valores de la amplitud a entre 0.1 y 0.5. Bajo estas condiciones se observó que un modelo típico colapsaba formando una condensación central

que se deformaba rápidamente en un disco debido a los efectos de rotación. El grado de aplastamiento del disco y su deformación no ejesimétrica dependía del valor de α . Para valores de $\alpha < 0,3$ el disco poseía forma prolata, es decir, el colapso producía una barra central que luego se fragmentaba en un sistema binario. Cálculos sucesivos con mejores técnicas computacionales confirmaron la ocurrencia de sistemas binarios para un buen rango de valores de α y β [12, 28, 30, 37, 175]. Modelos de colapso partiendo de condensaciones centralmente densas produjeron en cambio sistemas múltiples [31, 38, 78, 79].

3.3. Fragmentación del disco protoestelar

La formación de sistemas binarios espectroscópicos, es decir, con separaciones del orden de uno o más radios solares (R_{\odot}) es aún un problema irresuelto. Dado que los núcleos pre-estelares más pequeños que pueden formar estrellas poseen tamaños entre ~ 400 a 12000 AU [156], dependiendo de la densidad del medio pre-estelar, la fragmentación directa durante la fase isotérmica del colapso gravitacional puede sólo dar lugar a la formación de sistemas binarios visuales (es decir, sistemas binarios con separaciones entre $\sim 100 - 200$ y miles de AU). Este hecho ha sido predicho repetidamente por las simulaciones numéricas de colapso protoestelar. Otro aspecto importante es la formación de sistemas binarios cercanos con separaciones orbitales de $\sim 5 - 100$ AU. Hoy en día hay evidencias observacionales suficientes para creer que tales sistemas se forman mediante la fragmentación de los discos circunestelares y circumbinarios masivos durante la fase de colapso protoestelar [23, 90]. En particular, observaciones recientes en la longitud de onda de $\sim 1,3$ mm con ALMA han dado evidencia irrefutable de sistemas protoestelares múltiples cuya formación muy probablemente se originó mediante la fragmentación del disco protoestelar [3, 169].

La teoría de la formación estelar establece que una nube pre-estelar con muy poco momento angular (es decir, con $\beta \rightarrow 0$) puede colapsar durante la fase isotérmica y penetrar en el regimen no isotérmico sin fragmentarse y evolucionar hacia una condensación central con un disco relativamente masivo a su alrededor. La inestabilidad gravitacional del disco puede resultar en la formación de un sistema binario o múltiple como aparentemente lo

indican las observaciones recientes de objetos protoestelares [3, 169]. Un indicador estándar de la ocurrencia de inestabilidades ejesimétricas en discos protoestelares masivos es el parámetro (o factor) de Toomre definido por la relación [174]

$$Q = \frac{c_s \Omega_{\text{epi}}}{\pi G \Sigma}, \quad (3-39)$$

donde c_s es la velocidad del sonido, Ω_{epi} es la frecuencia epicíclica (que es igual a la velocidad angular en un disco Kepleriano) y Σ es la densidad superficial del disco. A medida que $Q \rightarrow 1$, la auto-gravedad del disco se vuelve siempre más relevante y cuando $Q \approx 1$, el disco se vuelve inestable con respecto a la amplificación de perturbaciones con longitudes de onda larga que dan lugar a la formación de brazos espirales. Una revisión reciente del criterio de Toomre indica que la formación de brazos espirales ocurre cuando $0,6 < Q < 1,0$, mientras que la fragmentación del disco como resultado de la amplificación no lineal de inestabilidades en los brazos espirales ocurre sólo cuando $Q < 0,6$ [166]. La formación de brazos espirales representa un mecanismo a través del cual la protoestrella central acrece masa y cede momento angular de spin. A su vez el disco protoestelar puede redistribuir parte de su momento angular mediante disipación por viscosidad, frenado magnético o torcas gravitacionales, haciendo que parte del material del disco termine en las protoestrellas. Discos donde el transporte de momento angular ocurre de manera substancial evolucionan rápidamente y durante la evolución Q aumenta inhibiendo la fragmentación. Sin embargo, la acreción debido a la caída continua de material proveniente de las regiones externas de la nube protoestelar tiene el efecto opuesto de disminuir el valor de Q . En general, la acreción de masa procede en una escala de tiempo mucho mayor que el tiempo característico en el cual el disco evoluciona dinámicamente. Esto hace que la fragmentación del disco sea improbable en etapas intermedias o avanzadas de la evolución. Una excepción importante a esta tendencia puede ocurrir en etapas más tempranas de la evolución protoestelar donde el proceso de acreción es más rápido. En este caso, la interacción gravitacional entre los discos protoestelares en un sistema protobinario puede ser suficiente para inducir la fragmentación de los discos protoestelares [22]. La detección de objetos protoestelares múltiples con separaciones orbitales < 200 AU dan

soporte al hecho que la fragmentación del disco puede en efecto ocurrir en etapas tempranas del colapso gravitacional, produciendo sistemas múltiples jerárquicos [169].

Es indudable que las observaciones más recientes de objetos protoestelares en el milimétrico/sub-milimétrico con ALMA y VLA (Karl G. Jansky Very Large Array) están confirmando la evidencia que sistemas binarios estelares con separaciones de decenas de unidades astronómicas tienen su origen en la fragmentación de discos protoestelares en una etapa temprana del proceso de formación estelar [44, 116, 125, 141, 168]. Esto ha motivado a pensar en un nuevo escenario para la formación estelar donde los sistemas estelares múltiples se forman a través de dos mecanismos: la fragmentación a gran escala durante el colapso isotérmico [53, 89], lo que conduce a la formación de sistemas protoestelares con separaciones de centenares a miles de unidades astronómicas, y la fragmentación a pequeña escala debido a la inestabilidad gravitacional de los discos protoestelares [81, 169, 170], que conduce a la formación de sistemas binarios o múltiples de estrellas con separaciones < 100 AU.

3.4. Sensibilidad térmica del proceso de fragmentación

Como se describió en la Sección 2.4 existen nuevas evidencias observacionales que indican que el interior de los núcleos pre-estelares es extremadamente frío con temperaturas que pueden ser tan bajas como 6 K, mientras en las partes más externas la temperatura puede tomar valores tan altos como 20 K. Temperaturas iniciales muy bajas pueden favorecer el proceso de fragmentación y dar lugar a la formación de protoestrellas múltiples durante el colapso isotérmico. Por ejemplo, nubes de gas molecular con una metalicidad ligeramente superior a la encontrada típicamente en la vecindad solar pueden experimentar un colapso isotérmico muy prolongado ya que están sujetas a un enfriamiento radiativo mucho más eficiente que las nubes de gas pre-estelar pobres en metalicidad. La dependencia de la fragmentación protoestelar con la temperatura ha sido estudiada numéricamente en precedencia por Riaz,

Farooqui y Venaverbeke [138] usando técnicas basadas en el método SPH y partiendo con condiciones iniciales correspondientes a una esfera de densidad uniforme, rotación uniforme, temperaturas en el rango entre 8 y 12 K y una ecuación de estado barotrópica de la forma [105]

$$p = p_0 \left[1 + \left(\frac{\rho}{\rho_{\text{crit}}} \right)^{\gamma-1} \right], \quad (3-40)$$

donde $p_0 = \rho c_0^2$, c_0 es la velocidad del sonido inicial, $\gamma = 5/3$ y $\rho_{\text{crit}} = 5 \times 10^{-14}$ gr cm⁻³ es el valor de la densidad que determina la transición del régimen isotérmico al régimen adiabático. Este valor es consistente con cálculos de colapso protoestelar que incluyen los efectos de transporte radiativo que indican que por encima de $\sim 10^{-13}$ gr cm⁻³ la temperatura del gas aumenta con la densidad de acuerdo con la expresión [162]

$$T = 5 \left(\frac{\rho}{\rho_c} \right)^{0,08} \text{ K}, \quad (3-41)$$

donde $\rho_c = 10^{-13}$ gr cm⁻³. Para el rango de temperaturas considerado estos autores predijeron la formación de sistemas binarios para temperaturas iniciales en el intervalo $8 \leq T \leq 10$ K y una protoestrella central para los modelos con $T = 11$ y 12 K para perturbaciones de la forma (3-38) con $m = 2$ y $a = 0,1$. Al aumentar la amplitud a $a = 0,25$, los modelos con $T = 11$ y 12 K formaron protoestrellas binarias. Las simulaciones predijeron, además, que al aumentar la temperatura inicial la separación de los sistemas binarios aumentaba, estableciendo una clara correlación entre la temperatura inicial y la separación orbital de los sistemas binarios.

En este trabajo de tesis se propondrán modelos similares a los calculados por Riaz, Farooqui y Vanaverbeke [138] para investigar la dependencia de la fragmentación con la temperatura inicial de la nube para un rango de valores de la temperatura inicial entre 5 y 20 K en perfecto acuerdo con observaciones recientes [91]. La diferencia con los modelos precedentes yace fundamentalmente en el hecho que se usará una nueva tecnología SPH que garantiza consistencia matemática del método y, por lo tanto, segundo orden de precisión. La consistencia se reestablece aumentando el número de

partículas vecinas a la partícula para la cual se quieren evaluar las propiedades físicas. Esto conduce a su vez a un incremento de la resolución de masa lo que permite resolver estructuras a pequeña escala en fluidos compresibles que serían imposible de observar con las técnicas SPH convencionales reportadas en la literatura. Esto permitirá entonces poder explorar con mayor precisión la dependencia de la fragmentación con la temperatura para un mayor rango de valores como también poder resolver la fragmentación de los discos circunestelares asociados con las protoestrellas.

4. Métodos numéricos

Este Capítulo inicia con una breve descripción del método de Hidrodinámica de Partículas Suavizadas (SPH) que se ha empleado para las simulaciones numéricas seguido de una descripción del esquema empleado para reestablecer la consistencia matemática del método y, por ende, garantizar segundo orden de precisión. El reestablecimiento de la consistencia matemática tiene un impacto directo sobre la resolución de estructuras a pequeñas escalas que es uno de los aspectos que distingue estas nuevas simulaciones de todas las precedentes en la literatura. En particular, las simulaciones se realizaron con la ayuda de una versión modificada del código masivamente paralelo Gadget-2 [57, 159]. El Capítulo se cierra con la representación SPH de las ecuaciones de la hidrodinámica junto con una breve descripción del código Gadget-2 y los cambios y modificaciones que se implementaron para garantizar consistencia de las soluciones numéricas.

4.1. El método SPH

El método SPH fue desarrollado originalmente por Lucy [102] y por Gingold y Monaghan [62] de forma independiente y desde entonces ha sido empleado recurrentemente en la simulación de una gran variedad de problemas de interés astrofísico. En los últimos treinta años SPH ha ganado también espacio en distintas áreas de la física aplicada y de la ingeniería. Debido a su simplicidad y versatilidad el método ha surgido en años recientes como una herramienta altamente competitiva para la simulación de problemas complejos tanto en ciencia como en ingeniería, cubriendo un área extensa de aplicaciones [98, 109, 110, 142]. El método es particularmente apropiado para la simulación de la dinámica de medios continuos. Sin embargo, es importante mencionar que a pesar de su amplio espectro de aplicaciones y progreso

en consolidar sus fundamentos teóricos, SPH aún posee propiedades del todo desconocidas que necesitan investigarse, lo que hace que el método sea particularmente atractivo y constituya tema actual de investigación en el contexto del análisis numérico. Un aspecto numérico importante de la formulación original de SPH es la falta de consistencia, lo que afecta la precisión y convergencia del método. A lo largo de las últimas tres décadas varios métodos correctivos han sido propuestos para recuperar la consistencia en simulaciones de dinámica de fluidos [21, 41, 94, 96, 97, 99, 148, 185]. Entre los más eficientes de estos métodos correctivos se encuentran aquellos basados en expansiones de Taylor de la función kernel y de sus derivadas. Sin embargo, el costo representado por el incremento de precisión se refleja en la necesidad de invertir matrices, lo que implicaba un alto costo computacional y eventualmente la pérdida de estabilidad debido al mal condicionamiento matricial para algunos problemas específicos.

4.1.1. Formulación del método SPH

El método de interpolación SPH es un método de partículas que resuelve en el espacio discreto las ecuaciones de movimiento de la dinámica de fluidos en el formalismo Lagrangiano. De esta manera, el volumen ocupado por el fluido es representado por un número discreto de partículas que llevan consigo todas las propiedades físicas del fluido, tales como, la posición, la masa, la velocidad y la presión. El punto de inicio del método SPH se fundamenta en la bien conocida identidad

$$f(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}', \quad (4-1)$$

donde $f = f(\mathbf{x})$ es una función continua y diferenciable en todo el espacio Euclídeo, $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$ es la distribución delta de Dirac, $\mathbf{x} = (x, y, z)$ denota posición y Ω es el dominio de integración. La discretización SPH consiste de dos pasos: la aproximación kernel (o aproximación continua) y la aproximación de partículas (comunmente llamada aproximación SPH) [109].

Aproximación kernel

En la aproximación kernel, el estimado $\langle f(\mathbf{x}) \rangle$ de la función $f(\mathbf{x})$ se define sustituyendo en la ecuación (4-1) la distribución delta Dirac por una función de interpolación (también llamada función de suavizado o simplemente kernel), W , tal que

$$\langle f(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) d^3 \mathbf{x}', \quad (4-2)$$

donde $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|$ es la distancia entre el punto de observación, \mathbf{x} , y el punto de campo, \mathbf{x}' , y h es la longitud de suavizado (o ancho) del kernel. La función kernel debe cumplir con ciertas propiedades, es decir, debe ser una función positiva definida, simétrica, decreciente en forma monótona y satisfacer la condición de normalización

$$M_0 = \int_{\Omega} W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) d^3 \mathbf{x}' = 1, \quad (4-3)$$

junto con la condición que W tienda a la distribución delta de Dirac en el límite $h \rightarrow 0$, donde la integral es el momento cero del kernel. Es fácil observar de las ecuaciones (4-1) y (4-2) que en este límite $\langle f(\mathbf{x}) \rangle \rightarrow f(\mathbf{x})$. En casi todas las versiones modernas del método SPH se supone, además, que la función kernel posee soporte compacto, es decir, $W = 0$ cuando $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\| \geq \kappa h$, donde κ es en general un entero ≥ 2 dependiendo de los detalles de la función kernel. La aproximación kernel del gradiente de una función puede derivarse directamente de la ecuación (4-2) sustituyendo f por ∇f para obtener la expresión

$$\langle \nabla f(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega} \nabla' f(\mathbf{x}') W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) d^3 \mathbf{x}', \quad (4-4)$$

donde ∇' es el operador nabla definido como

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}, \quad (4-5)$$

con respecto a las coordenadas \mathbf{x}' . Integración por partes de la ecuación (4-4) produce la igualdad

$$\int_{\Omega} \nabla' f(\mathbf{x}') W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) d^3 \mathbf{x}' = - \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') \nabla' W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) d^3 \mathbf{x}', \quad (4-6)$$

donde se ha supuesto que el volumen de integración es suficientemente grande de manera tal que el término $f(\mathbf{x}')W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) \rightarrow 0$ en la superficie del volumen. En efecto, $W \rightarrow 0$ en el infinito. Haciendo ahora uso de la identidad

$$\nabla'W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) = -\nabla W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h), \quad (4-7)$$

y sustituyéndola en la expresión (4-6) se obtiene para el gradiente la aproximación

$$\langle \nabla f(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') \nabla W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) d^3 \mathbf{x}'. \quad (4-8)$$

De este modo el estimado del gradiente de una función estará dado en términos del gradiente de la función kernel. Comparando la expresión (4-8) con la expresión (4-2) se puede demostrar la identidad

$$\nabla \langle f(\mathbf{x}) \rangle = \langle \nabla f(\mathbf{x}) \rangle, \quad (4-9)$$

es decir, el gradiente del estimado kernel de la función es igual al estimado kernel del gradiente de la función. Siguiendo pasos similares es posible demostrar que la aproximación o estimado kernel de la divergencia de una función vectorial tiene la forma

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega} \mathbf{F}(\mathbf{x}') \cdot \nabla W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) d^3 \mathbf{x}'. \quad (4-10)$$

Expandiendo $f(\mathbf{x}')$ en el integrando de la ecuación (4-2) en series de Taylor alrededor del punto $\mathbf{x}' = \mathbf{x}$, la aproximación kernel de la función se convierte en

$$\langle f(\mathbf{x}) \rangle = f(\mathbf{x}) + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l!} \nabla^{(l)} f(\mathbf{x}) :: \cdots : \int_{\Omega} (\mathbf{x} - \mathbf{x}')^l W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) d^3 \mathbf{x}', \quad (4-11)$$

donde $\nabla^{(l)}$ denota el producto del operador ∇ con respecto a las coordenadas $\mathbf{x} = (x, y, z)$ l veces, el simbolo $:: \cdots :$ denota el l -ésimo producto interno y $(\mathbf{x}' - \mathbf{x})^l$ es un tensor de rango l . De la expresión (4-11) es claro que la interpolación exacta de un polinomio de orden m , que llamaremos consistencia

C^m , puede obtenerse si la familia de relaciones de consistencia (o momentos del kernel) satisfacen las relaciones

$$\mathbf{M}_l = \int_{\Omega} (\mathbf{x} - \mathbf{x}')^l W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) d^3\mathbf{x}' = \mathbf{0}^{(l)}, \quad (4-12)$$

con $l = 1, 2, \dots, m$, donde $\mathbf{0}^{(1)} = (0, 0, 0)$ es el vector nulo y $\mathbf{0}^{(l)}$ es el tensor nulo de rango l . Consistencia de orden cero, C^0 , de la aproximación kernel se cumple siempre en virtud de la condición de normalización (4-3), mientras que consistencia C^1 se obtiene automáticamente debido a que el momento $\mathbf{M}_1 = \mathbf{0}^{(1)}$ como consecuencia de la simetría del kernel. Lo mismo es cierto para todos los valores impares de l con $l \geq 3$. Solamente para valores pares de $l \geq 2$ las integrales (4-12) contribuyen con errores de magnitud finita a menos que $W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) \rightarrow \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$. De esta manera, el segundo orden de precisión del kernel surge debido a que el término para $l = 2$ en la expansión (4-11) no se anula. Vemos entonces que consistencia C^1 es equivalente a segundo orden de precisión. Sin embargo, es posible alcanzar consistencia C^2 para la aproximación kernel si se emplea una función kernel para la cual el segundo momento $\mathbf{M}_2 = \mathbf{0}^{(2)}$.

Siguiendo un procedimiento similar se puede demostrar a partir de la aproximación del gradiente (4-8) que

$$\langle \nabla f(\mathbf{x}) \rangle = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{l!} \nabla^{(l)} f(\mathbf{x}) :: \dots :: \int_{\Omega} (\mathbf{x} - \mathbf{x}')^l \nabla W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) d^3\mathbf{x}', \quad (4-13)$$

donde para garantizar consistencia C^m los momentos del gradiente del kernel deben satisfacer las relaciones

$$\mathbf{M}'_0 = \int_{\Omega} \nabla W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) d^3\mathbf{x}' = \mathbf{0}^{(1)}, \quad (4-14)$$

que es una consecuencia directa de la ecuación (4-3), y

$$\mathbf{M}'_1 = \int_{\Omega} (\mathbf{x}' - \mathbf{x}) \nabla W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) d^3\mathbf{x}' = \mathbf{I}, \quad (4-15)$$

$$\mathbf{M}'_l = \int_{\Omega} (\mathbf{x}' - \mathbf{x})^l \nabla W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) d^3\mathbf{x}' = \mathbf{0}^{(l+1)}, \quad (4-16)$$

para $l = 2, 3, \dots, m$, donde \mathbf{I} es el tensor unitario. La expansión (4-13) demuestra de nuevo que la aproximación kernel del gradiente es también una aproximación de segundo orden. Si las relaciones integrales (4-14) y (4-15) se cumplen decimos entonces que el estimado del gradiente posee consistencia C^1 .

Aproximación de partículas

En la discretización SPH los puntos de interpolación se tratan en general como un conjunto finito de partículas Lagrangianas las cuales pueden distribuirse en el dominio $\Omega \in \mathbb{R}^3$ de forma arbitraria. Supongamos ahora que dividimos el dominio Ω en N subdominios Ω_a , cada uno de los cuales contiene una partícula a ocupando la posición $\mathbf{x}_a \in \Omega_a$. De este modo la aproximación SPH de la función f evaluada en la posición de la partícula a se consigue sustituyendo en la ecuación (4-2) la integral por una suma sobre todas las partículas del sistema, es decir

$$f_a = \langle f(\mathbf{x}_a) \rangle = \sum_{b=1}^N f_b W_{ab} \Delta V_b, \quad (4-17)$$

donde $W_{ab} = W(\|\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_b\|, h)$ y ΔV_b es el volumen del subdominio Ω_b que encierra a la partícula b . Es común en aplicaciones del método SPH sustituir el volumen ΔV_b por la razón m_b/ρ_b , donde m_b es la masa de la partícula b y ρ_b su densidad. Dado que consideraremos sólo funciones kernel de soporte compacto para las cuales $W_{ab} = 0$ cuando $\|\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_b\| > \kappa h$, podemos entonces re-escribir la ecuación (4-17) en la forma

$$f_a = \sum_{b=1}^n \frac{m_b}{\rho_b} f_b W_{ab}, \quad (4-18)$$

donde ahora n define el número de partículas (o vecinos de a) que se encuentran dentro del soporte compacto del kernel, es decir, a distancias de la partícula a tales que $\|\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_b\| \leq \kappa h$. Una representación esquemática de la función kernel y del dominio de su soporte se muestra en la Figura 4-1.

De manera análoga, la aproximación SPH del estimado del gradiente de la

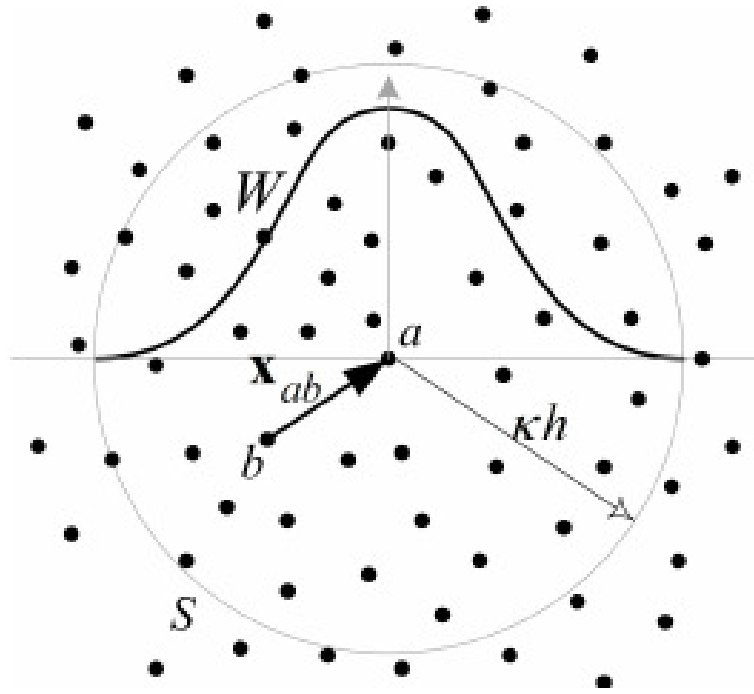


Figura 4-1.: Ilustración esquemática de la función kernel, W , donde se muestra el dominio S del kernel representado por el círculo de radio κh . El círculo encierra todos los vecinos b de la partícula a que se encuentran a una distancia $\mathbf{x}_{ab} = \mathbf{x}_a - \mathbf{x}_b$ de ella.

función dado por la ecuación (4-8) se puede escribir como

$$(\nabla f)_a = \langle \nabla f(\mathbf{x}_a) \rangle = \sum_{b=1}^n \frac{m_b}{\rho_b} f_b \nabla_a W_{ab}. \quad (4-19)$$

Sin embargo, una mejor aproximación SPH del gradiente se obtiene usando la representación alternativa

$$(\nabla f)_a = \frac{1}{\rho_a} \sum_{b=1}^n m_b (f_b - f_a) \nabla_a W_{ab}, \quad (4-20)$$

que se puede derivar a partir de la ecuación (4-19) y de la forma discreta de la ecuación (4-14) haciendo uso de la identidad $\rho \nabla f = \nabla(\rho f) - f \nabla \rho$. La ventaja de esta expresión es que el gradiente es exactamente cero cuando la función f es constante. Sin embargo, en diferentes aplicaciones del método SPH se encuentran otras formas alternativas a la ecuación (4-19) para expresar el gradiente de una función. Véase el Apéndice A donde se detalla la

derivación de la ecuación (4-19) y de sus formas alternativas. No obstante, cuando se emplea esta forma en las ecuaciones de movimiento para aproximar el gradiente de presión, los momentos lineal y angular no se conservan. Por lo tanto, es práctica común en SPH usar en cambio la forma simetrizada

$$(\nabla f)_a = \rho_a \sum_{b=1}^n m_b \left(\frac{f_a}{\rho_a^2} + \frac{f_b}{\rho_b^2} \right) \nabla_a W_{ab}, \quad (4-21)$$

que resulta de re-escribir $\nabla f/\rho$ usando la identidad $\nabla f/\rho = \nabla(f/\rho) + (f/\rho^2)\nabla\rho$.

4.1.2. Consistencia del método SPH

El concepto matemático de consistencia está relacionado con el grado de precisión con el cual la representación discreta de las ecuaciones reproduce las soluciones de las ecuaciones exactas. Dicho en otros términos, la consistencia es una medida de los errores locales de truncamiento introducidos por el proceso de discretización de las ecuaciones diferenciales. La falta de consistencia en la aproximación SPH se evidencia de la forma discreta de la condición de normalización del kernel (4-3)

$$\sum_{b=1}^n W_{ab} \Delta V_b = \sum_{b=1}^n \frac{m_b}{\rho_b} W_{ab} \neq 1, \quad (4-22)$$

que usualmente diverge de la unidad. La magnitud de la desviación depende del número de partículas n y de cómo éstas se encuentran distribuidas dentro del soporte del kernel. Lo mismo ocurre para los momentos de orden superior (4-12) que en forma discreta

$$\sum_{b=1}^n \frac{m_b}{\rho_b} (\mathbf{x}_b - \mathbf{x}_a)^l W_{ab} \neq \mathbf{0}^{(l)}, \quad (4-23)$$

para $l = 1, 2, 3, \dots, m$, lo cual conduce a una pérdida completa de consistencia. La expresión (4-22) implica que la aproximación de partícula falla inclusive en garantizar consistencia C^0 lo que implica que la aproximación en sí es de orden cero, es decir, introduce errores de truncamiento de orden

cero [134]. En general, en SPH la pérdida de consistencia ocurre debido a la deficiencia del kernel en la proximidad de fronteras físicas, a la distribución irregular de partículas y al uso de longitudes de suavizado variables [97].

Por otro lado, la forma discreta de los momentos del gradiente del kernel tampoco satisfacen las condiciones de consistencia (4-14)-(4-16) de forma exacta. La pérdida de consistencia en SPH tiene consecuencias importantes. Por ejemplo, garantizar consistencia C^0 para la aproximación de partículas implica que la homogeneidad del espacio no es afectada por el proceso de discretización espacial, que a su vez, tiene como consecuencia la conservación del momento lineal [154]. En otras palabras, garantizar consistencia C^0 implica que la interpolación SPH es invariante bajo una traslación de cuerpo rígido. Para probar esto consideremos la aproximación (4-17) para el vector de posición \mathbf{x}

$$\langle \mathbf{x} \rangle_a = \sum_{b=1}^n \mathbf{x}_b W_{ab} \Delta V_b, \quad (4-24)$$

mientras la aproximación SPH de las coordenadas transformadas $\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}$ es

$$\langle \mathbf{x}' \rangle_a = \sum_{b=1}^{n'} \mathbf{x}'_b W'_{ab} \Delta V'_b. \quad (4-25)$$

Dado que para una traslación uniforme las coordenadas de un punto son independientes de la traslación de los ejes coordenados tenemos que $n' = n$, $W_{ab} \Delta V_b = W'_{ab} \Delta V'_b$ y $\langle \mathbf{x}' \rangle_a = \langle \mathbf{x} \rangle_a + \Delta \mathbf{x}$. Por lo tanto, sustituyendo \mathbf{x}'_b por $\mathbf{x}_b + \Delta \mathbf{x}$ en la ecuación (4-25) se llega al resultado

$$\langle \mathbf{x}' \rangle_a = \langle \mathbf{x} \rangle_a + \Delta \mathbf{x} \sum_{b=1}^n W_{ab} \Delta V_b. \quad (4-26)$$

Evidentemente, la ecuación (4-26) expresa que la homogeneidad del espacio discreto se reestablece sólo cuando se cumple exactamente la condición

$$\sum_{b=1}^n W_{ab} \Delta V_b = 1. \quad (4-27)$$

En otras palabras, sólo cuando la aproximación de partículas alcanza consistencia C^0 el momento lineal se conserva en el espacio discreto. Por otro lado, cuando la forma discreta del primer momento del gradiente del kernel (4-15) es igual a la matriz unitaria entonces la isotropía del espacio no es afectada por la discretización SPH y, por lo tanto, el momento angular se conserva. Para que esto ocurra es necesario que la interpolación SPH sea independiente de una rotación de los ejes coordenados. Por simplicidad consideremos la transformación de coordenadas bajo la acción de pequeñas rotaciones

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} - d\mathbf{w} \times \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x} \cdot \nabla(d\mathbf{w} \times \mathbf{x}), \quad (4-28)$$

donde $d\mathbf{w}$ es el diferencial del vector de rotación. Bajo una rotación rígida, las coordenadas de un punto permanecen invariantes con respecto a la rotación de los ejes coordenados por lo que

$$\begin{aligned} \langle \nabla(d\mathbf{w} \times \mathbf{x})_a \rangle &= \sum_{b=1}^n (d\mathbf{w} \times \mathbf{x})_b \nabla_a W_{ab} \Delta V_b \\ &= \sum_{b=1}^n [\mathbf{x} \cdot \nabla(d\mathbf{w} \times \mathbf{x})]_b \nabla_a W_{ab} \Delta V_b \\ &= \nabla(d\mathbf{w} \times \mathbf{x}) \cdot \sum_{b=1}^n \mathbf{x}_b \nabla_a W_{ab} \Delta V_b \end{aligned} \quad (4-29)$$

lo que necesariamente implica que la condición

$$\sum_{b=1}^n \mathbf{x}_b \nabla_a W_{ab} \Delta V_b = \mathbf{I}, \quad (4-30)$$

deba satisfacerse exactamente para que se preserve la isotropía del espacio discreto y, por consiguiente, se conserve el momento angular.

Más recientemente Zhu et al. [186] identificaron otra fuente de inconsistencia en la aproximación SPH la cual está asociada con el número de partículas contenidas en el soporte compacto del kernel. Ha sido práctica común en los cálculos con SPH que suponiendo un gran número total de partículas, N , y una longitud de suavizado, h , pequeña eran condiciones suficientes para garantizar consistencia de las soluciones numéricas, mientras se mantenía el

número de partículas vecinas, n , fijo a un valor $n \ll N$, usualmente entre ~ 60 y 100 . Sin embargo, el análisis de errores de la representación SPH de las ecuaciones de continuidad y movimiento desarrollado por Read et al. [134] dio como resultado que la pérdida de consistencia se debe en principio a errores de orden cero los cuales persisten cuando se trabaja con un número pequeño de vecinos (es decir, de partículas dentro del soporte del kernel) independientemente si $N \rightarrow \infty$ y $h \rightarrow 0$. Basados en estas observaciones, Zhu et al. [186] propusieron que era necesario que se cumpliera el límite conjunto $N \rightarrow \infty$, $h \rightarrow 0$ y $n \rightarrow \infty$ para poder reestablecer consistencia completa en SPH. Es de notar, sin embargo, que este límite fue observado anteriormente por Rasio [133] mediante el análisis lineal de la propagación de ondas sónicas en una dimensión. En particular, Rasio observó que consistencia completa podía obtenerse en ese límite si $N \rightarrow \infty$ más rápidamente que n de manera tal que $n/N \rightarrow 0$.

Anteriormente Monaghan [107] había conjeturado que para partículas distribuidas en forma irregular, el error de discretización cuando se pasaba de la aproximación kernel a la aproximación de partículas era proporcional a $(\ln n)^d/n$, donde d denota la dimensión. Para valores de $n \gg 1$, Zhu et al. [186] parametrizó este error como $n^{-\gamma}$, donde γ varía entre 0.5, para una distribución aleatoria de partículas, y 1, para una distribución perfectamente regular. Combinando la forma $n^{-\gamma}$ del error de discretización con el de la aproximación kernel ($\propto h^2$), Zhu et al. derivaron las relaciones de escalamiento $n \propto N^{1/2}$ y $h \propto N^{-1/6}$ que satisfacen las condiciones impuestas por el límite conjunto a medida que la resolución espacial aumenta. Un análisis basado en la suma de Poisson fue desarrollado recientemente por Sigalotti et al. [155] que permite el tratamiento simultáneo de los errores de la aproximación kernel y de partículas. Esto permitió por primera vez derivar la dependencia funcional de los errores de truncamiento con los parámetros de interpolación SPH, es decir, con la longitud de suavizado, h , y el número de vecinos, n . En términos de la norma uniforme

$$\begin{aligned} \| Sf - If \|_\infty &= \| Sf - If + Sf - Kf \|_\infty \\ &\leq \| Kf - If \|_\infty + \| Sf - Kf \|_\infty, \end{aligned} \quad (4-31)$$

donde $If = f(\mathbf{x}_a)$ es el valor de la función exacta, $Kf = \langle f(\mathbf{x}_a) \rangle$ es la

aproximación kernel de la función y $Sf = f_a$ es la aproximación SPH de la función en \mathbf{x}_a , se pudo derivar una acotación del error para la aproximación SPH cuya dependencia funcional con los parámetros de interpolación en tres dimensiones está dada por la expresión

$$\| Sf - If \|_{\infty} \leq \frac{32(1 + \gamma)^3 a_0 \kappa^3}{3\pi^2 n} \sum_{l=0}^{\infty} h^l \tilde{e}_r^{(l)} + h^2 e_r^{(K)}, \quad (4-32)$$

donde $\gamma = 0,5572\dots$ es la constante de Euler-Mascheroni, a_0 es el máximo de la función kernel (es decir, el valor de $W(0, h)$ en la posición de la partícula de observación a) tal que

$$W_{ab} \leq \frac{a_0}{h^3},$$

κ es el factor que multiplicado por h define el radio del soporte del kernel,

$$\tilde{e}_r^{(l)} \geq \frac{3^l \kappa^l}{l!} |D^l(\xi)|, \quad (4-33)$$

y

$$e_r^{(K)} \geq \frac{9\kappa^2}{2} |D^2(\xi)|, \quad (4-34)$$

donde D^2 y D^l denotan segundas y l -ésimas derivadas puras o mixtas de la función f con respecto a $\xi \in \Omega$. En la relación (4-32) el término $h^2 e_r^{(K)}$ es la contribución de segundo orden al error de la aproximación kernel, mientras el primer término en el lado derecho de la desigualdad es la contribución de la aproximación de partículas. Es evidente de esta expresión que la discretización SPH contribuye para $l = 0, 1$ con errores de cero y primer orden que son responsables de la pérdida de consistencia. Sin embargo, estos errores son $\propto n^{-1}$ de manera tal que a medida que $n \rightarrow \infty$ el error de discretización introducido por la aproximación de partículas desaparece y para valores finitos aunque pequeños de h el error tiende al introducido por la aproximación kernel. Este importante resultado conduce a la conclusión que para reestablecer consistencia de la aproximación SPH es necesario incrementar el número de vecinos siguiendo las relaciones de escalamiento derivadas por Zhu et al. [186].

Sin embargo, del análisis de Sigalotti et al. [155] se reprodujo de forma natural que el número de vecinos $n \propto h^{3-\beta}$, donde $\beta = 5$ (para distribuciones de partículas irregulares) y $\beta = 7$ para distribuciones aleatorias, y que la masa de una partícula obedecía la relación $m \propto h^\beta$. Esta última relación es de suma importancia pues tiene implicaciones directas sobre la masa mínima resoluble ($M_{\min} = nm$). Tomando en cuenta el escalamiento de n y m con h se tiene que

$$M_{\min} \propto n^{3/(3-\beta)}, \quad (4-35)$$

que para un valor intermedio de $\beta (= 6)$ produce la forma $M_{\min} \propto n^{-1}$ que implica que a medida que se aumenta n la masa mínima resoluble disminuye lo que puede interpretarse como un aumento de la resolución de masa. Expresado en otros términos esta propiedad permite resolver estructuras a pequeña escala en fluidos compresibles que de otra manera no podrían observarse. Esto es precisamente lo que distingue esta nueva generación de simulaciones SPH de todas las anteriores reportadas en la literatura.

4.2. El código Gadget-2

En esta sección se describe la discretización SPH de las ecuaciones (3-1)-(3-3) en el contexto del código de simulación numérica Gadget-2 junto con las modificaciones y cambios que se introdujeron para incorporar las condiciones de consistencia y la formulación de la viscosidad artificial.

4.2.1. Representación SPH de las ecuaciones hidrodinámicas

Como se especificó anteriormente el código de simulación Gadget-2 es un código masivamente paralelo basado en el método SPH para el cálculo de flujos astrofísicos autogravitantes [159]. Como es de uso en SPH, en Gadget-2 el fluido es representado por un número finito de partículas a cada una de las cuales se le asigna una posición, \mathbf{x}_a , en el espacio tridimensional, una masa m_a , una densidad ρ_a y una velocidad \mathbf{v}_a . De esta manera, las partículas

pueden interpretarse como elementos de fluidos y, por lo tanto, la descripción del movimiento del fluido obedece a una formulación Lagrangiana.

Ecuación de continuidad

La ecuación (3-1) expresa la ecuación de continuidad en coordenadas Eulerianas. Usando la definición de derivada total (o material)

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla, \quad (4-36)$$

se puede re-escribir la ecuación (3-1) en coordenadas Lagrangianas como

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{v}. \quad (4-37)$$

Sin embargo, en aplicaciones del método SPH en astrofísica raramente se discretiza la ecuación (4-37), prefiriéndose usar directamente el estimado SPH de la densidad que se obtiene a partir de la ecuación (4-18) sustituyendo f por ρ , de modo que

$$\rho_a = \sum_{b=1}^n m_b W_{ab}(h_a), \quad (4-38)$$

donde se ha hecho explícita la dependencia de W con h para indicar que la longitud de suavizado es variable. Debido al carácter no homólogo del colapso gravitacional se producen a lo largo de la evolución fuertes gradientes de densidad y presión entre el centro y las regiones más externas de la nube haciendo necesario el uso de una longitud de suavizado variable en el espacio y en el tiempo. Esto con el objeto de mantener adecuada resolución espacial en las regiones más densas (es decir, de mayor concentración de partículas). En Gadget-2 esto se logra implementando la relación

$$\frac{4\pi}{3} h_a^3 \rho_a = n \bar{m}, \quad (4-39)$$

donde n es el número de vecinos dentro del soporte compacto del kernel y \bar{m} es la masa promedio de los vecinos. Para configuraciones inicialmente con densidad uniforme, como la que estudiamos en este trabajo, se usa el

mismo valor de la masa para todas las partículas de modo que $\bar{m} = m_a = m$. Dependiendo del valor local de la densidad, la relación (4-39) define el valor de h para cada partícula a durante la evolución.

Ecuación de movimiento

Haciendo de nuevo uso de la definición de la derivada material (4-36), la ecuación de movimiento (3-2) en coordenadas Lagrangianas se escribe como

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p - \nabla\Phi. \quad (4-40)$$

A diferencia de otras formulaciones SPH, en Gadget-2 la discretización de la ecuación (4-40) se basa en una derivación variacional de las ecuaciones discretas de Euler-Lagrange para el movimiento de las partículas [159], la cual toma la forma

$$\frac{d\mathbf{v}_a}{dt} = -\sum_{b=1}^n m_b \left[\frac{g_a p_a}{\rho_a^2} \nabla_a W_{ab}(h_a) + \frac{g_b p_b}{\rho_b^2} \nabla_b W_{ab}(h_b) \right] + \mathbf{F}_a, \quad (4-41)$$

donde el factor g_a está dado por la expresión

$$g_a = \left(1 + \frac{h_a}{3\rho_a} \frac{\partial\rho_a}{\partial h_a} \right)^{-1}. \quad (4-42)$$

Este factor tiene cuenta de la variación de h con la densidad. La derivación de la ecuación (4-41) a partir de primeros principios se detalla en el Apéndice B. Observamos que si el volumen del soporte del kernel permanece constante, entonces $g_a = g_b = 1$ y la suma en la ecuación (4-41) para el gradiente de presión se reduce a la representación simetrizada (4-21).

4.2.2. Aceleración gravitacional

El término \mathbf{F}_a en la ecuación (4-41) representa el gradiente del potencial gravitacional, o simplemente la aceleración gravitacional. En Gadget-2 este término se calcula usando una expansión jerárquica multipolar, que puede aplicarse usando el método TreePM (que es un algoritmo de árbol), donde

las fuerzas de corto alcance se determinan usando el método TreePM y las de largo alcance usando métodos de Fourier. Una descripción detallada del método escapa a los objetivos del presente trabajo, y el lector interesado podrá encontrar los detalles necesarios en la Referencia [159].

4.2.3. Modificaciones implementadas en Gadget-2

Para las simulaciones presentadas en este trabajo se usó una versión modificada del código Gadget-2 con el objeto de mejorar la consistencia del método SPH y, por consiguiente, la convergencia de las soluciones. De acuerdo con lo expuesto en la sección anterior, el reestablecimiento de la consistencia de la representación SPH de las ecuaciones de la hidrodinámica requiere considerar números altos de vecinos. Sin embargo, la mayoría de las funciones kernel convencionales presentan problemas de inestabilidad cuando se usan números muy altos de vecinos. Dicha inestabilidad se manifiesta en forma de apareamiento de partículas dando lugar a distribuciones de pares de partículas y haciendo que éstas sean menos sensibles a pequeñas perturbaciones a escalas espaciales por debajo del tamaño del soporte del kernel [46, 67, 130]. Por otro lado, el apareamiento de partículas conduce a una pérdida inevitable de resolución ya que los pares pueden estar tan unidos entre sí que a escalas del tamaño del sistema lucirían como partículas individuales.

Con el objeto de evitar la inestabilidad de apareamiento se adoptó una función Wendland C^4 [46, 180]

$$W(q, h) = \frac{495}{32\pi h^3} (1 - q)^6 \left(1 + 6q + \frac{35}{3}q^2 \right), \quad (4-43)$$

si $q \leq 1$ y 0 si $q > 1$, donde $q = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\| / h$. A diferencia de otros kernels usados en aplicaciones de SPH, las funciones Wendland poseen transformadas de Fourier positivas y, por lo tanto, pueden soportar un gran número de vecinos sin favorecer la formación de pares de partículas. Además, las funciones Wendland a diferencia de la mayoría de los kernels existentes impiden el movimiento de partículas a escalas por debajo de la longitud de suavizado ayudando así a mantener una distribución de partículas aproximadamente regular aún en problemas altamente dinámicos [143].

El algoritmo empleado para calcular la longitud de suavizado fue también modificado para dar cuenta de la variación del número total de vecinos con el número total de partículas, N , y de la longitud de suavizado, h , con n . Para ello se escoge el factor de proporcionalidad de la dependencia de h con N igual a uno de manera que $h = N^{-1/6}$. Esto produce una relación de escalamiento $h \approx 7,23n^{-0,33}$, que reproduce bastante bien la relación $h \propto n^{1/3}$ sugerida de manera empírica por Zhu et al. [186] y obtenida por medios analíticos por Sigalotti et al. [155]. La relación de escalamiento $h \approx 7,23n^{-0,33}$ es tal que para valores pequeños de n la longitud de suavizado h decrece rápidamente a medida que n aumenta, mientras lo hace mucho más lentamente para valores grandes n , tendiendo asintóticamente a cero cuando $n \rightarrow \infty$ como se requiere para reestablecer consistencia completa de la aproximación SPH.

4.2.4. Viscosidad artificial

Otra modificación importante que se implementó en el código fue la formulación de la viscosidad artificial usando el esquema propuesto por Hu et al. [70]. En principio los efectos de viscosidad artificial se cuantifican agregando un término de aceleración en el lado derecho de la ecuación (4-41) de manera que

$$\frac{d\mathbf{v}_a}{dt} \rightarrow \frac{d\mathbf{v}_a}{dt} + \left(\frac{d\mathbf{v}_a}{dt} \right)_{AV}, \quad (4-44)$$

donde

$$\left(\frac{d\mathbf{v}_a}{dt} \right)_{AV} = - \sum_{b=1}^n m_b \Pi_{ab} \nabla_a \bar{W}_{ab}. \quad (4-45)$$

Esta forma es la misma implementada por Monaghan [108] y usada comúnmente en simulaciones de flujos astrofísicos. En la ecuación (4-45) \bar{W}_{ab} corresponde a la forma simetrizada

$$\bar{W}_{ab} = \frac{1}{2} [W_{ab}(h_a) + W_{ab}(h_b)], \quad (4-46)$$

mientras la viscosidad artificial, Π_{ab} , está definida como

$$\Pi_{ab} = - \frac{1}{2} \frac{\bar{\alpha}_{ab}}{v_{\text{sig}}} \bar{\rho}_{ab} \omega_{ab}, \quad (4-47)$$

si $\omega_{ab} < 0$ y cero si $\omega_{ab} \geq 0$. Los parámetros que aparecen en la expresión (4-47) están dados por las relaciones

$$\omega_{ab} = (\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_b) \cdot \frac{\mathbf{x}_{ab}}{\|\mathbf{x}_{ab}\|}, \quad (4-48)$$

mientras $v_{\text{sig}} = c_a + c_b - 3\omega_{ab}$, donde c_a es la velocidad del sonido asociada con la partícula a , $\bar{\rho}_{ab} = (\rho_a + \rho_b)/2$ y $\bar{\alpha}_{ab} = (\alpha_a + \alpha_b)/2$. En la formulación original del código el valor de α_a se supone constante. Esto trae como consecuencia que la aceleración viscosa introduzca más disipación de lo necesario en presencia de flujos de cizalla, lo que conduce a un transporte espurio de momento angular en regiones del flujo donde el movimiento se encuentra dominado por vórtices. Para resolver este problema se empleó el formalismo propuesto por Hu et al. [70] el cual usa un limitador que aplica el mismo peso tanto a la divergencia de la velocidad, $\nabla \cdot \mathbf{v}$, como a la vorticidad, $\nabla \times \mathbf{v}$. El método consiste en calcular el coeficiente de viscosidad, α , mediante el siguiente procedimiento. Primero, se calcula un valor de α usando la relación

$$\alpha_{t,a} = \alpha_{\text{max}} \frac{h_a^2 S_a}{h_a^2 S_a + c_a^2}, \quad (4-49)$$

donde $\alpha_{\text{max}} = 0,75$ y $S_a = \text{máx}(0, -\dot{\nabla} \cdot \mathbf{v}_a)$ sirve de indicador de la formación de ondas de choque en el fluido. Diferenciando la ecuación de continuidad (4-37) se obtiene que

$$-\dot{\nabla} \cdot \mathbf{v} = \frac{d^2 \ln \rho}{dt^2}. \quad (4-50)$$

De este modo cuando $\dot{\nabla} \cdot \mathbf{v} < 0$ significa que el fluido está experimentando una compresión no lineal como ocurre en una región pre-chocada, mientras que $\dot{\nabla} \cdot \mathbf{v} > 0$ es indicativo de una región post-chocada. El coeficiente de viscosidad que entra en la relación (4-47) está dado por

$$\alpha_a = \begin{cases} \xi_a \alpha_{t,a} & \text{si } \alpha_a \leq \alpha_{t,a}, \\ \xi_a \left[\alpha_{t,a} + (\alpha_a - \alpha_{t,a} \exp\left(\frac{-\Delta t}{\tau_a}\right)) \right] & \text{si } \alpha_a < \alpha_{t,a}, \end{cases}$$

donde ξ_a es un limitador definido como

$$\xi_a = \frac{|(\nabla \cdot \mathbf{v})_a|^2}{|(\nabla \cdot \mathbf{v})_a|^2 + |(\nabla \times \mathbf{v})_a|^2 + 0,0001(c_a/h_a)^2}, \quad (4-51)$$

Δt es el intervalo de tiempo y $\tau_a = 10h_a/v_{\text{sig}}$ es el tiempo de decaimiento con una velocidad igual a

$$v_d = \max_{\|\mathbf{x}_{ab}\| \leq h_a} [\bar{c}_{ab} - \min(0, \omega_{ab})], \quad (4-52)$$

donde $\bar{c}_{ab} = (c_a + c_b)/2$. Las aproximaciones SPH para la divergencia y el rotacional del campo de velocidad necesarias para evaluar la expresión (4-51) se derivan en el Apéndice C.

La implementación de este formalismo es importante en cálculos de flujos compresibles donde ocurre la formación de ondas de choque ya que suprime la disipación de todos aquellos flujos que convergen subsónicamente y asegura que α_a aumente hasta alcanzar el valor de α_{max} para el caso de flujos que convergen supersónicamente. Esto es particularmente deseable en cálculos de colapso protoestelar donde la disipación de la velocidad del flujo puede ocurrir en regiones donde no hay ondas de choque cuando el valor de α_a se toma como una constante.

5. Modelos numéricos y resultados

En este Capítulo se describen los detalles de los modelos y los resultados de las simulaciones numéricas. Se comienza con la descripción del modelo estándar de colapso protoestelar que se empleó para la calibración del código hidrodinámico. Se sigue con los modelos de colapso protoestelar para explorar la sensibilidad del proceso de fragmentación con la temperatura inicial y se concluye con la descripción de los resultados obtenidos.

5.1. El modelo estándar de colapso protoestelar

En la fase de calibración del código se usó como modelo de prueba una variante del modelo estándar de colapso protoestelar [37]. El modelo consiste de una nube esférica de gas molecular de masa $M = 1 M_{\odot}$, densidad uniforme $\rho_0 = 3,82 \times 10^{-18} \text{ gr cm}^{-3}$, radio $R = 4,99 \times 10^{16} \text{ cm}$, temperatura inicial $T_0 = 10 \text{ K}$ y rotación inicial uniforme con velocidad angular $\omega = 7,2 \times 10^{-13} \text{ s}^{-1}$ alrededor del eje de simetría z . Se supone que el gas está mayormente compuesto de hidrógeno molecular con un peso molecular medio $\mu \approx 3$. Con estos parámetros la velocidad del sonido isotérmica es $c_{\text{iso}} \approx 1,66 \times 10^4 \text{ cm s}^{-1}$ y el tiempo de caída libre, definido por la ecuación (3-27), es $t_{\text{ff}} \approx 1,07 \times 10^{12} \text{ s}$ ($\approx 3,4 \times 10^4$ años). Para favorecer la fragmentación en un sistema binario el campo de densidad uniforme se perturba en la dirección azimutal usando la ecuación (3-38) con $a = 0,1$ y $m = 2$. La razón entre la energía térmica y el valor absoluto de la energía gravitacional, definida por la relación (3-32), es $\alpha \approx 0,26$, mientras la razón entre la energía rotacional y el valor absoluto de la energía gravitacional, calculada de acuerdo con la relación (3-37), es $\beta \approx 0,16$.

La ecuación de estado corresponde a una relación barotrópica para la presión

de la forma [30]

$$p = c_{\text{iso}}^2 \rho + K \rho^\gamma, \quad (5-1)$$

donde $\gamma = 5/3$ y K es una constante que se calcula igualando la parte isotérmica y adiabática de la ecuación (5-1) para una densidad crítica $\rho_{\text{crit}} = 5,0 \times 10^{-12} \text{ gr cm}^{-3}$ que separa el colapso isotérmico del colapso no isotérmico. La velocidad del sonido local está dada por la expresión

$$c^2 = c_{\text{iso}}^2 \left[1 + \left(\frac{\rho}{\rho_{\text{crit}}} \right)^{\gamma-1} \right], \quad (5-2)$$

de tal manera que durante la fase isotérmica del colapso $c \approx c_{\text{iso}}$ ya que $\rho \ll \rho_{\text{crit}}$, mientras que para $\rho \gg \rho_{\text{crit}}$ se tiene que $c \approx \gamma^{1/2} c_{\text{iso}}$. Con este valor de la densidad crítica el colapso isotérmico se prolonga más de lo que indican los modelos de colapso radiativo con simetría esférica [183]. Sin embargo, para este valor de la densidad crítica podemos hacer comparaciones directas con la simulación de Gabbasov et al. [57] para el mismo modelo propuesto aquí. En esas simulaciones se empleó una función de Wendland C^4 de la forma dada por la expresión (4-43) para el kernel de interpolación. Para la simulaciones de esta sección repetiremos los modelos U2W y U4W de Gabbasov et al. [57] pero usando una función kernel diferente, correspondiente a una función Wendland C^2 dada por la expresión

$$W(q, h) = \frac{21}{2\pi h^3} (1 - q)^4 (1 + 4q), \quad (5-3)$$

si $q \leq 1$ y cero si $q > 1$. Si las simulaciones son consistentes en el sentido descrito en la Sección 4.1.2 del Capítulo anterior entonces el resultado debería ser independiente del orden de la función kernel empleada para el proceso de interpolación. En otros términos la solución debería converger al mismo resultado obtenido por Gabbasov et al. [57]. El modelo U2W emplea $N = 600000$ partículas y $n = 6121$ vecinos, mientras que el modelo U4W emplea $N = 2400000$ partículas en total y $n = 12289$ vecinos dentro del soporte del kernel. En estos modelos la longitud de suavizado está dada en términos del número total de partículas de acuerdo con la relación $h \propto N^{-1/6}$ [155, 186]. De esta manera, el número de vecinos estará dado por la relación

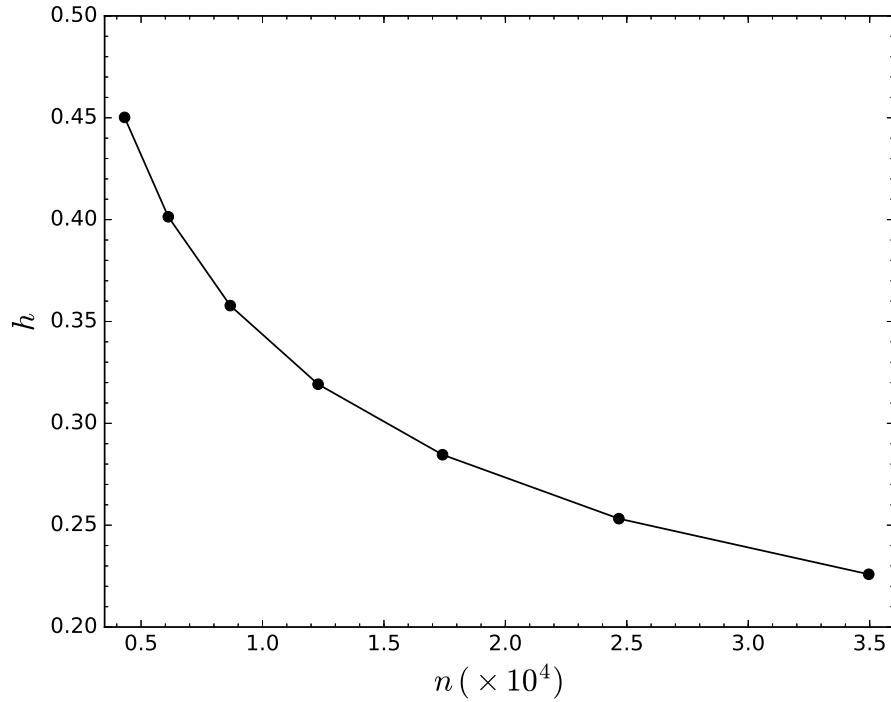


Figura 5-1.: Dependencia de la longitud de suavizado h con el número de vecinos n de acuerdo con la relación (5-5). Los puntos sobre la curva indican los valores de h para valores de $n = 4321, 6121, 8673, 12289, 17412$ y 24673 .

$$n \approx 7,61N^{0,503}, \quad (5-4)$$

mientras que la longitud de suavizado inicial estará determinada por el número de vecinos de acuerdo con la relación

$$h \approx 7,23n^{-0,33}, \quad (5-5)$$

tal que h disminuye a medida que $n \rightarrow \infty$ como se requiere para reestablecer consistencia de las soluciones. La dependencia de h con n definida por la ecuación (5-5) se muestra en la Figura 5-1. Para valores pequeños de n la longitud de suavizado disminuye rápidamente a medida que n aumenta, mientras que para valores grandes de n la longitud de suavizado disminuye más lentamente tendiendo a cero asintóticamente a medida que $n \rightarrow \infty$.

Inicialmente las partículas dentro del volumen esférico se encuentran distribuidas regularmente en una malla Cartesiana con el origen $x = y = z = 0$ en el centro de la esfera ($r = 0$). Esta predisposición es equivalente a subdividir el volumen esférico en celdas cúbicas regulares cada una de volumen $\Delta^3 = \Delta x \Delta y \Delta z$, con las partículas ubicadas en los vértices de las celdas cúbicas. De este modo se puede definir la masa de la partícula a en la posición $\mathbf{x}_a = (x_a, y_a, z_a)$ con respecto al centro de la esfera como

$$m_a = \rho_0 \Delta^3. \quad (5-6)$$

La rotación uniforme alrededor del eje z se toma en dirección antihoraria asignando a cada partícula a una velocidad inicial dada por

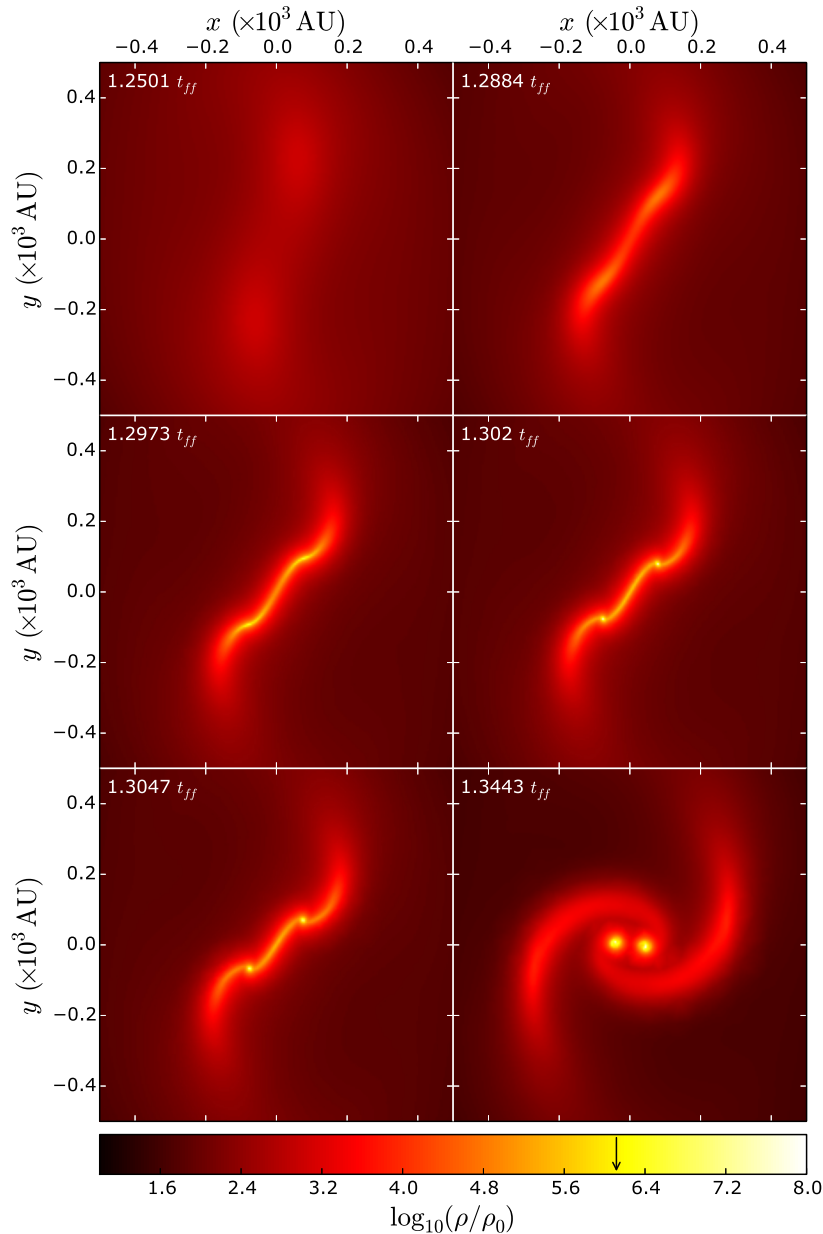
$$\mathbf{v}_a = (\omega x_a, -\omega y_a, 0), \quad (5-7)$$

de manera que inicialmente la nube esférica se encuentra rotando rígidamente alrededor del eje de simetría z .

5.2. Colapso y fragmentación del modelo estándar

Los mapas de densidad de la Figura 5-2 muestran la evolución del modelo U2W a seis tiempos distintos los cuales fueron escogidos para efectuar una comparación directa con la Figura 8 de Gabbasov et al. [57]. Ambas simulaciones difieren solamente en el kernel empleado. De la Figura 5-2 se sigue que la morfología del colapso es independiente del kernel usado lo que demuestra que la simulación es consistente en una muy buena aproximación. La evolución es idéntica a la mostrada en la Figura 8 de Gabbasov et al. excepto por pequeñas diferencias en las densidades máximas. Para los tiempos mostrados en la Figura 5-2 esas diferencias son imperceptibles. El modelo U4W también reproduce la morfología de la Figura 9 de Gabbasov et al. para los mismos tiempos. En este caso las diferencias de densidad máxima resultan ser menores que las observadas para el modelo U2W.

Figura 5-2.: Mapas de densidad en el plano ecuatorial durante el colapso gravitacional de la nube de gas protoestelar correspondiente al modelo U2W con 600000 partículas. Se muestra la evolución de la parte central de la nube a seis tiempos distintos. Los números en la esquina superior izquierda de cada recuadro da el tiempo en unidades de caída libre. La barra de colores y los números en la parte inferior del gráfico indican la densidad en una escala logarítmica.



Debido a los efectos de rotación, durante las fases iniciales el colapso de la nube ocurre preferencialmente en dirección del plano ecuatorial formando así una configuración aplanada en forma de disco. A causa de la perturbación inicial en el campo de densidad la estructura del disco en la dirección azimutal consiste de dos condensaciones (a $1,243t_{\text{ff}}$) que poco después se contraen sobre sí mismas formando una estructura a forma de barra con máximos de densidad en los extremos (a $1,2884t_{\text{ff}}$). A medida que el colapso prosigue isotérmicamente la barra se contrae aún más sobre sí misma (a $1,2973t_{\text{ff}}$). A este tiempo la barra es centralmente densa y debido a la rotación central sus extremos se doblan formando brazos espirales (a $1,302t_{\text{ff}}$). Ya para este tiempo se han formado dos máximos de densidad (o fragmentos) conectados por un filamento. A medida que los fragmentos colapsan acrecen de forma simultánea masa con bajo momento angular del filamento conector y de los brazos espirales externos que se hacen cada vez más prominentes. Esto hace que los fragmentos pierdan momento angular orbital acercándose uno a otro (a $1,3047t_{\text{ff}}$). Mientras los fragmentos siguen colapsando sobre sí mismos, siguen también acreciendo masa del filamento conector hasta que este desaparece. A $1,3443t_{\text{ff}}$, un sistema protobinario se ha formado en el centro de la nube. A este tiempo la separación orbital es de ≈ 88 AU, mientras sólo alrededor del 11 % de la masa de la nube está contenida en el sistema binario. Un sistema binario muy similar se formó también en el modelo U4W de mayor resolución, esta vez con una separación de ≈ 145 AU y conteniendo aproximadamente el 10 % de la masa de la nube.

Es importante mencionar en este espacio que todas las simulaciones SPH anteriores del modelo estándar se referían a cálculos con $n = 64$ vecinos. Estos modelos produjeron un sistema binario después de ~ 9 órdenes de magnitud en crecimiento de la densidad, donde los fragmentos poseen una muy marcada forma elongada y aparecen conectados por un filamento delgado para el momento en el cual la densidad máxima en los fragmentos $> 5,0 \times 10^{-12}$ gr cm $^{-3}$ [8, 77, 138]. Sin embargo, simulaciones más recientes del modelo estándar predicen que continuando las simulaciones a densidades mayores los fragmentos toman una forma más esférica. A densidades por encima del valor crítico, el gas contenido en el filamento conector entra en una fase de colapso adiabático deteniendo la contracción del filamento hacia una singula-

ridad. Poco después el filamento se vuelve gravitacionalmente inestable y se fragmenta a lo largo de su longitud en pequeñas condensaciones. Al mismo tiempo, cuando el pico de densidad alcanza un valor de $\approx 2,1 \times 10^{-8} \text{ gr cm}^{-3}$ (es decir, 10 órdenes de magnitud por encima de la densidad inicial) los fragmentos binarios adquieren suficiente energía cinética rotacional para dividirse en pequeños fragmentos dando origen a una dinámica caótica. Al aumentar la resolución espacial el sistema conducía de nuevo a una configuración caótica de muchos fragmentos pequeños con una morfología distinta, lo que implicaba que los modelos no convergían [57]. Evidentemente, en estas simulaciones del modelo estándar la fragmentación múltiple observada era producto de la amplificación no lineal de ruido numérico inherente en la discretización SPH que daba como resultado diferentes patrones finales a medida que se aumentaba la resolución. Debido a la falta de consistencia en esos cálculos, las fuerzas de presión repulsivas entre pares de partículas no se cancelaban en todas las direcciones simultáneamente dando origen a un ruido numérico de fondo que a su vez conducía a la formación artificial (no física) de enjambres de pequeños fragmentos distribuidos irregularmente [11, 82, 127, 139].

5.3. Nuevos modelos de colapso protoestelar variando la temperatura inicial

Para estudiar la sensibilidad térmica del proceso de fragmentación consideraremos una serie de modelos correspondientes a una nube de gas esférica con condiciones iniciales idénticas a las del modelo estándar y con temperaturas iniciales en el rango entre $T_0 = 5$ y 20 K . Sin embargo, el valor de la densidad crítica se toma ahora como $\rho_{\text{crit}} = 5,0 \times 10^{-14} \text{ gr cm}^{-3}$, el cual es más representativo de la transición de la fase isotérmica a la fase no isotérmica y adhiere mejor al comportamiento derivado de cálculos de colapso radiativo en la aproximación de Eddington [30]. La ecuación de estado está dada por la ecuación (5-1), donde

$$c_{\text{iso}} = \left(\frac{k_B}{\mu m_H} \right)^{1/2} T_0^{1/2} = 5243,9758 T_0^{1/2} \text{ cm s}^{-1} \text{ K}^{-1/2}. \quad (5-8)$$

En el regimen adiabático, la temperatura del gas estará dada por la relación

$$T = T_0 \left[1 + \left(\frac{\rho}{\rho_{\text{crit}}} \right)^{\gamma-1} \right]. \quad (5-9)$$

Nótese que de acuerdo con esta formulación cuando $\rho = \rho_{\text{crit}}$, la temperatura es dos veces el valor inicial. Los valores de la temperatura inicial, T_0 , y de la velocidad del sonido, c_{iso} , calculada a partir de la ecuación (5-8), y la razón entre la energía térmica y el valor absoluto de la energía gravitacional, α , calculada a partir de la relación (3-33) para los distintos modelos se listan en la Tabla 5-1.

Tabla 5-1.: Parámetros iniciales para los modelos de colapso

| Modelo | Temperatura, velocidad del sonido y energía térmica iniciales | | |
|--------|---|--|---|
| | T_0 (K) | c_{iso} (cm s ⁻¹) | $\alpha = E_{\text{therm}}/ E_{\text{grav}} $ |
| U1 | 5 | 11725.8864 | 0.129 |
| U2 | 6 | 12845.0649 | 0.155 |
| U3 | 7 | 13874.2558 | 0.181 |
| U4 | 8 | 14832.2034 | 0.207 |
| U5 | 9 | 15731.9274 | 0.233 |
| U6 | 10 | 16582.9075 | 0.259 |
| U7 | 11 | 17392.3001 | 0.285 |
| U8 | 12 | 18165.6650 | 0.311 |
| U9 | 13 | 18907.4236 | 0.337 |
| U10 | 14 | 19621.1608 | 0.362 |
| U11 | 16 | 20975.9032 | 0.414 |
| U12 | 18 | 22248.3051 | 0.466 |
| U13 | 20 | 23451.7727 | 0.518 |

Modelos con condiciones iniciales similares fueron previamente considerados por Riaz et al. [138] para temperaturas iniciales entre 8 y 12 K usando métodos SPH estándar con $N = 250025$ y $n = 50$. A diferencia de Riaz et al., además de extender el rango de temperaturas iniciales, los modelos U1-U13 se calcularon haciendo uso de una resolución espacial mucho mayor correspondiente a $N = 2400002$ partículas y $n = 12289$ vecinos para asegurar

consistencia de las soluciones numéricas. Con esta resolución los cálculos deberían poder resolver estructuras del tamaño de $\sim 0,1$ AU durante el colapso gravitacional.

5.4. Sensibilidad térmica del proceso de fragmentación binaria

Gracias a observaciones recientes de alta resolución hoy en día se sabe que los sistemas estelares compuestos de dos o más estrellas se forman mediante dos mecanismos diferentes, es decir, la fragmentación a gran escala de la nube de gas pre-estelar durante las fases iniciales del colapso gravitacional [53, 89], dando lugar a sistemas estelares con separaciones > 500 AU, y la fragmentación a menor escala de los discos circunestelares debido a inestabilidades gravitacionales [44, 116, 125, 141, 168], dando lugar a estrellas binarias (o triples) con separaciones de algunas decenas de AU. Es también importante mencionar que este escenario de formación estelar es consistente con las observaciones recientes de multiplicidad de estrellas en regiones de formación estelar cercanas a nuestra Galaxia [81, 170]. Actualmente hay evidencias suficientes para considerar que los discos protoestelares juegan un papel fundamental en la formación de sistemas estelares con pequeñas separaciones. Esto sugiere que muchas estrellas jóvenes además de poseer una compañera lejana deberían también poseer una compañera cercana. Estas evidencias se han visto confirmadas por observaciones en longitudes de onda milimétricas y sub-milimétricas de objetos protoestelares que han podido observarse sólo con la ayuda de los radio observatorios ALMA y VLA [3, 169, 170].

Como se mencionó en la Sección 2.4, la densidad y la temperatura de los núcleos de gas pre-estelar son dos de las cantidades más importantes para determinar no solamente el curso y el resultado del colapso y la fragmentación protoestelares sino también las propiedades de las estrellas que se forman. En particular, la estructura térmica de las nubes pre-estelares ha sido poco estudiada debido a dificultades observacionales inherentes a la tecnología a disposición. Sin embargo, en los últimos tiempos la tecnología ha experimentado cambios significativos lo que ha permitido una mayor sensibilidad

de las observaciones. Por ejemplo, observaciones recientes con la ayuda del Observatorio Espacial Herschel han revelado temperaturas del gas tan bajas como ~ 6 y 8 K en el interior de los núcleos pre-estelares y tan elevadas como ~ 14 y 20 K en las partes externas de estos núcleos [13, 91, 165]. Dado que condensaciones pre-estelares con temperaturas relativamente altas son menos propensas a colapsar debido al soporte resultante de las fuerzas de presión y que temperaturas iniciales relativamente bajas favorecen el colapso y la fragmentación múltiple, es importante investigar cómo la temperatura inicial influye no sólo en el proceso de fragmentación sino también en la multiplicidad protoestelar, la cual influencia directamente la multiplicidad detectada en estrellas de la pre-secuencia y secuencia principal. Otro factor importante es comprender cuáles son los mecanismos que intervienen en la formación de sistemas estelares con separaciones < 100 AU. Por ejemplo, modelos de fragmentación de discos protoestelares han podido reproducir algunas restricciones impuestas por propiedades estadísticas observables de objetos pocos masivos, tales como estrellas binarias de poca masa ($\approx 1 M_{\odot}$), enanas marronas (es decir, objetos subestelares entre 75 y 80 masas jovianas e incapaces de mantener reacciones nucleares continuas de fusión del hidrógeno-1 en sus núcleos) e incluso objetos planetarios, las cuales no han podido explicarse mediante otros mecanismos de formación [161]. Sin embargo, hasta el día de hoy no existen en la literatura modelos hidrodinámicos del colapso protoestelar que reproduzcan los dos mecanismos dominantes de formación debido fundamentalmente a limitaciones en la resolución de masa en la gran mayoría de los cálculos numéricos reportados hasta el presente. Por otro lado, casi todos los modelos de colapso protoestelar reportados en la literatura consideran nubes pre-estelares con una temperatura inicial de 10 K, mientras temperaturas de 5 - 6 K no han sido nunca exploradas.

En esta sección se describen los resultados de los modelos de colapso protoestelar con alta resolución espacial usando métodos SPH consistentes. En particular, se estudian los efectos de la temperatura inicial de los núcleos pre-estelares sobre la fragmentación garantizando suficiente resolución de masa. Es decir, las simulaciones capturan la estructura y detalles de la fragmentación del disco con una resolución equivalente a $\approx 0,1$ AU. Los parámetros y condiciones iniciales de los modelos se describen en la Sección 5.3 donde la

Tabla 5-1 muestra el rango de temperaturas iniciales.

5.4.1. Fases iniciales del colapso

Las simulaciones llevadas a cabo en este trabajo se refieren a configuraciones iniciales con densidad uniforme asumiendo una perturbación en la densidad de la forma dada por la ecuación (3-38) con $m = 2$ y una amplitud del 10 % ($a = 0,1$). Si bien, por un lado, un perfil de densidad uniforme representa una idealización de la estructura de los núcleos de gas pre-estelar, por otro lado, representa un modelo simple para comprender cómo una perturbación no-ejesimétrica se amplifica en un medio sin estructura.

Para todos los modelos, el tiempo de evolución está dado en términos del tiempo de caída libre (t_{ff}). Los modelos U1-U10 con temperaturas iniciales en el intervalo $5 \leq T_0 \leq 14$ K evolucionan todos de manera muy similar durante el primer t_{ff} . Durante esta fase inicial, las nubes colapsan más rápidamente a lo largo y alrededor del eje de rotación en dirección del plano ecuatorial debido a los efectos de rotación. Es decir, las fuerzas centrífugas relentizan el colapso en la dirección radial alrededor del plano ecuatorial favoreciendo el movimiento en la dirección paralela al eje de rotación (eje z). Como resultado después de $\sim 1t_{\text{ff}}$, se forma una condensación central en forma de disco alrededor del plano ecuatorial. A medida que la densidad aumenta en el centro y en el ecuador las fuerzas de presión aumentan ralentizando el colapso. Como consecuencia de la perturbación con modo $m = 2$ en la dirección azimutal (ϕ) el disco adquiere la forma de un elipsoide triaxial prolato con ligeras condensaciones en los extremos. La formación de estas condensaciones en ambos extremos del elipsoide prolato se debe a una ligera expansión radial del material alrededor del ecuador en dirección perpendicular al eje de rotación. Esta fase de la evolución es similar a la descrita en modelos precedentes de colapso protoestelar partiendo de una temperatura inicial de 10 K [8, 12, 77, 138]. A tiempos $\gtrsim 1t_{\text{ff}}$, la expansión del material en el ecuador se detiene y el disco prolato comienza a colapsar sobre sí mismo formando una estructura central a forma de barra, la cual es más densa en los extremos. Durante esta fase el colapso procede aún isotérmicamente y las densidades máximas son $\lesssim \rho_{\text{crit}} = 5,0 \times 10^{-14}$ gr cm $^{-3}$. A medida que la temperatura inicial es mayor,

mayor es el contenido térmico de la nube (valor de α) y, por lo tanto, las fuerzas de presión serán también mayores. Como consecuencia esta primera fase de la evolución es más lenta para nubes con un mayor contenido térmico. En efecto, para los modelos U11-U13 con $T_0 \geq 16$ K la evolución procede mucho más lentamente. Por ejemplo, para el modelo U11 con $T_0 = 16$ K el colapso procede isotérmicamente hasta $\approx 1,64t_{\text{ff}}$, mientras para el modelo U12 con $T_0 = 18$ K la nube evoluciona isotérmicamente hasta $t \approx 2,05t_{\text{ff}}$. Es importante notar que para estos dos modelos la morfología del colapso inicial es ligeramente distinta a la observada en los modelos anteriores con $T_0 \leq 14$ K. En particular, debido a las mayores fuerzas de presión involucradas el disco alrededor del plano ecuatorial luce menos aplanado y menos prolato. Cuando $T_0 = 20$ K, el valor de α es suficientemente alto ($\alpha \approx 0,52$) para impedir el colapso gravitacional. En este caso, para un tiempo $t \approx 2,36t_{\text{ff}}$ la nube ha colapsado lentamente formando una condensación central aproximadamente esférica con una densidad máxima de $\approx 96\rho_0$. A tiempos mayores se observa la condensación central oscilar alrededor de una densidad promedio de $\approx 4,5 \times 10^{-16}$ gr cm $^{-3}$. Al cabo de $4t_{\text{ff}}$, para el momento en el cual se detuvo la simulación, la densidad máxima nunca excedió el valor de ρ_{crit} .

5.4.2. Fragmentación binaria y múltiple

A medida que las condensaciones en los extremos de la barra acrecen masa proveniente de las partes externas de la nube en los modelos U1-U10, para los cuales $\alpha \lesssim 0,362$, éstas se vuelven autogravitantes y comienzan a colapsar no-isotérmicamente sobre sí mismas alcanzando densidades máximas $> \rho_{\text{crit}}$ y formando un sistema protoestelar binario conectado por una barra de gas menos densa. A partir de este momento en base a los resultados obtenidos podemos separar los modelos en 4 categorías distintas. Algunos parámetros, incluyendo el tiempo final en unidades de t_{ff} , la densidad máxima en términos de la densidad inicial, ρ_{max}/ρ_0 , al tiempo final, el tipo de sistema protoestelar formado en términos del número de objetos y la separación en AU se muestran en la Tabla 5-2. Los modelos U1 y U2 a temperaturas iniciales de 5 y 6 K, respectivamente, experimentaron fragmentación del disco circunestelar alrededor de cada componente binaria, mientras para temperaturas en

el rango $7 \leq T_0 \leq 14$ K se formaron predominantemente sistemas binarios con las excepción de los modelos U6 y U7 con temperaturas iniciales de 10 y 11 K, respectivamente, los cuales experimentaron la formación de sistemas múltiples a través de la fragmentación del disco circumbinario, mientras los modelos U11 y U12 con temperaturas iniciales de 16 y 18 K, respectivamente, formaron cada uno una protoestrella en el centro.

Tabla 5-2.: Resumen de resultados de los modelos de colapso

| Modelo | T_0 (K) | t/t_{ff} | ρ_{max}/ρ_0 | d (AU) | Resultado |
|--------|--------------|-------------------|----------------------------|--------------------------|-----------|
| U1 | 5 | 1.38 | $10^{8,38}$ | 323 103 | Triple |
| U2 | 6 | 1.43 | $10^{7,56}$ | 441 88 44 | Cuádruple |
| U3 | 7 | 1.45 | $10^{6,97}$ | 642 | Binario+ |
| U4 | 8 | 1.46 | $10^{6,68}$ | 680 | Binario+ |
| U5 | 9 | 1.60 | $10^{6,45}$ | 824 | Binario+ |
| U6 | 10 | 1.76 | $10^{6,57}$ | 480 | Cuádruple |
| U7 | 11 | 1.76 | $10^{6,62}$ | 556 444 370 259 | Quíntuple |
| U8 | 12 | 1.79 | $10^{6,08}$ | 857 | Binario |
| U9 | 13 | 1.90 | $10^{5,81}$ | 714 | Binario |
| U10 | 14 | 1.90 | $10^{5,92}$ | 393 | Binario |
| U11 | 16 | 1.99 | $10^{5,46}$ | — | Simple |
| U12 | 18 | 2.33 | $10^{4,75}$ | — | Simple |
| U13 | 20 | 4.02 | $10^{2,10}$ | — | — |

Las separaciones mayores en la Tabla 5-2 para los modelos U1 y U2 corresponden a la binaria visual, mientras las separaciones menores corresponden a la distancia entre los sistemas binarios formados a partir de la fragmentación

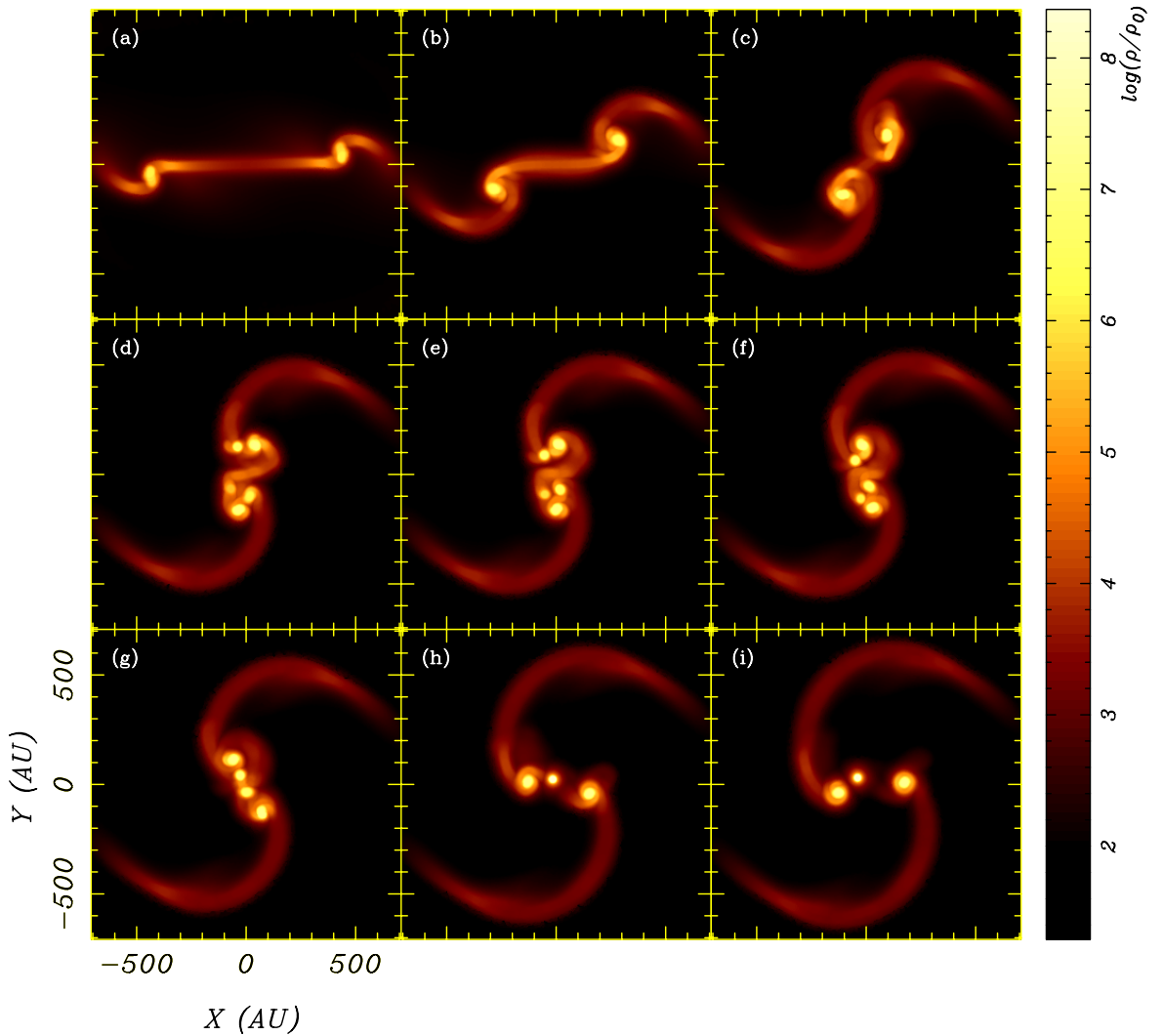
del disco. Para el modelo U6 que dio lugar a un sistema cuádruple se lista sólo la separación del sistema binario central, mientras las separaciones para el modelo U7 corresponden a la distancia orbital entre las 4 protoestrellas satélites y la protoestrella central, como se mostrará más adelante.

5.4.3. Fragmentación del disco protoestelar en nubes frías

Los detalles de la evolución de los modelos U1 y U2 se muestran en las Figs. 5-3 y 5-4, respectivamente. Los recuadros corresponden a mapas de la densidad ecuatorial a diferentes tiempos durante la evolución. En ambos casos la morfología del proceso de fragmentación es similar. En particular, a $t = 1,2464t_{\text{ff}}$ en el modelo U1 los fragmentos binarios se encuentran colapsando no-isotérmicamente sobre sí mismos con densidades máximas de $\approx 10^6\rho_0$.

A ese tiempo ambos fragmentos se encuentran conectados por una barra de densidad máxima $\approx \rho_{\text{crit}}$ y separados por una distancia de ≈ 882 AU. La distorsión de los extremos de la barra en forma de brazos espirales se debe en buena parte a la rotación de espín y al movimiento orbital de los fragmentos. A medida que los fragmentos acrecen masa con bajo momento angular proveniente de la barra y de los brazos espirales, la separación orbital entre ellos decrece y los brazos espirales se extienden hacia afuera alcanzando longitudes de ≈ 1000 AU como se muestra en los recuadros (b) y (c) a los tiempos $1,2897t_{\text{ff}}$ y $1,3304t_{\text{ff}}$, respectivamente. Al tiempo correspondiente al recuadro (c) los fragmentos poseen densidades máximas de $\approx 10^7\rho_0$ y la distancia orbital entre ellos ha disminuido a ≈ 324 AU. Como resultado de la acreción continua de gas, discos protoestelares bien definidos se forman alrededor de cada componente binaria con diámetros $\lesssim 100$ AU. A medida que la evolución prosigue los discos protoestelares desarrollan brazos espirales lo que indica que han acumulado suficiente masa para volverse gravitacionalmente inestables. Poco después en uno de los discos el gas en uno de los brazos espirales se vuelve localmente inestable y se condensa en un segundo fragmento a una distancia de ≈ 44 AU de la protoestrella primaria. De manera similar el disco que acompaña a la segunda componente se fragmenta en dos objetos los cuales se forman a distancias $\lesssim 50$ AU de la primaria, como se muestra en los recuadros (d)-(f). Sin embargo, como se puede observar de los recuadros (g)

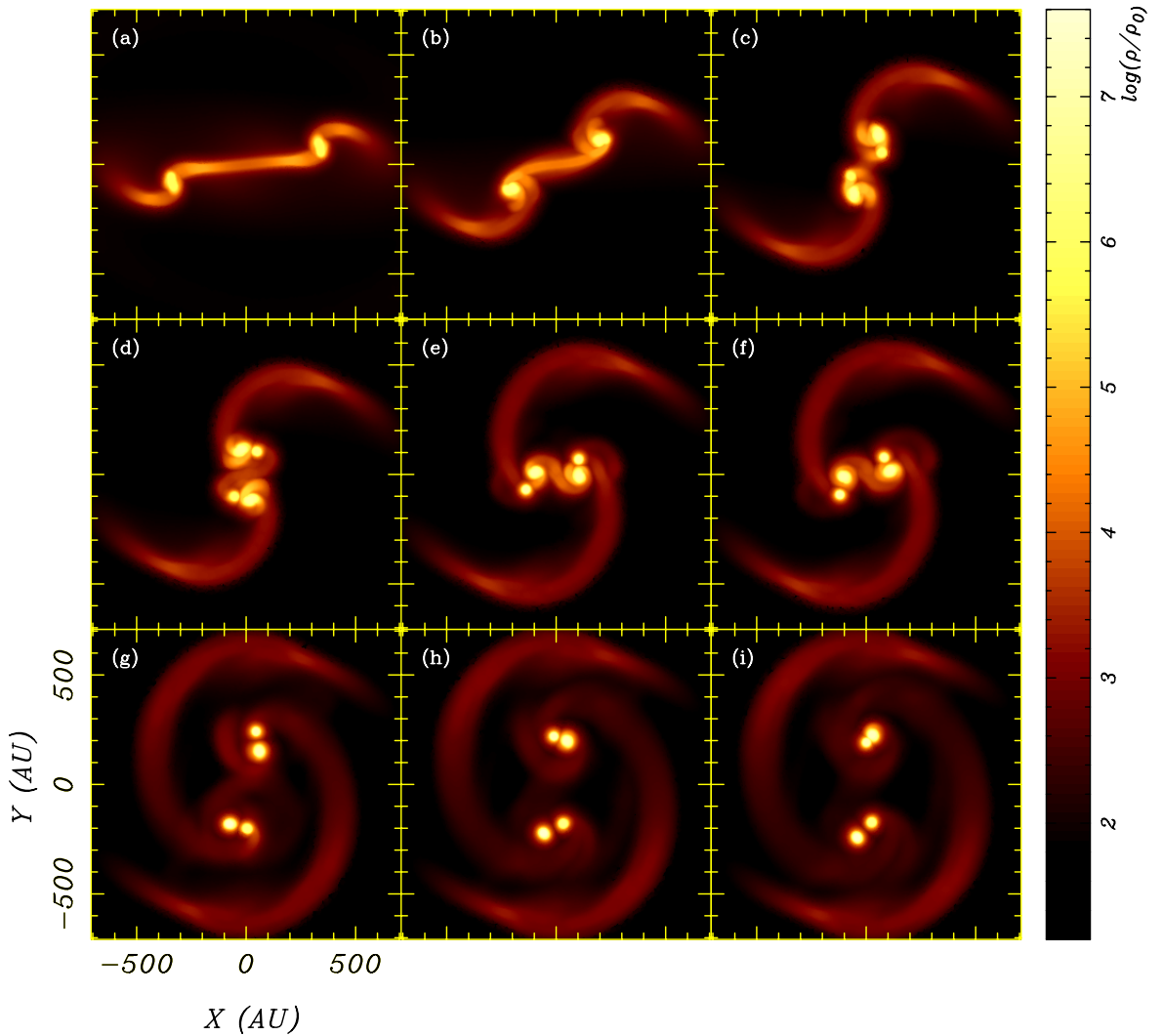
Figura 5-3.: Mapas de densidad del modelo U1 en el plano ecuatorial de la nube a diferentes tiempos durante la evolución: (a) $t = 1,2464t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,1}\rho_0$), (b) $t = 1,2897t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,6}\rho_0$), (c) $t = 1,3304t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,9}\rho_0$), (d) $t = 1,3453t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{7,0}\rho_0$), (e) $t = 1,3502t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{7,1}\rho_0$), (f) $t = 1,3539t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{7,2}\rho_0$), (g) $t = 1,3601t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{7,3}\rho_0$), (h) $t = 1,3749t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{8,3}\rho_0$), (i) $t = 1,3823t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{8,4}\rho_0$). La barra de colores indica el logaritmo de la densidad normalizada al valor inicial.



y (h), estos nuevos fragmentos coalescen al final en una sólo protoestrella la cual permanece en órbita con una de las componentes binarias, para formar así un sistema triple compuesto por un sistema binario cercano con separación ≈ 100 AU y una protoestrella con una separación de ≈ 323 AU de la otra primaria al tiempo $t = 1,3823t_{\text{ff}}$ (recuadro i) que corresponde al tiempo en el que se detuvo la simulación. A este tiempo la componente binaria de la derecha en el recuadro (i) posee una masa de $\approx 0,1M_{\odot}$, mientras la componente de la izquierda y el fragmento satélite poseen masas de $\approx 0,097M_{\odot}$ y $0,054M_{\odot}$ respectivamente, lo que corresponde a $\approx 25\%$ de la masa total disponible. Los discos protoestelares que acompañan a las componentes derecha e izquierda tienen masas de $\approx 0,25M_{\odot}$ y $\approx 0,15M_{\odot}$, respectivamente. De esta manera más del 64% de la masa del núcleo pre-estelar ha terminado en forma de protoestrellas + discos protoestelares. Un sistema protoestelar triple (L1448 IRS3B) similar al producido por el modelo U1 fue observado con ALMA por Tobin et al. [169] en la nube molecular de Perseus. Dicho sistema está formado por tres protoestrellas de las cuales dos se encuentran separadas entre sí por 61 AU (IRS3B-b e IRS3B-c), mientras una tercera protoestrella (IRS3B-a) se encuentra a una distancia de 183 AU de las otras dos. Una conclusión importante de estas observaciones es que L1448 IRS3B se formó mediante la fragmentación del disco protoestelar asociado a una de las componentes binarias previamente formadas.

La evolución del modelo U2 con $T_0 = 6$ K se muestra en la Fig. 5-4. La evolución es similar a la del modelo U1 descrita anteriormente, excepto que ahora cada uno de los discos protoestelares asociados a cada componente binaria se fragmenta en un único objeto para formar un sistema cuádruple. Al final de la simulación, es decir, al tiempo $t = 1,4317t_{\text{ff}}$ el sistema cuádruple está conformado por un sistema binario con una separación media de ≈ 441 AU donde las componentes binarias a su vez están compuestas por sistemas binarios cercanos con separaciones medias de ≈ 88 AU y ≈ 44 AU. Al tiempo del recuadro (i), en la Fig. 5-4, las componentes binarias poseen masas similares $\approx 0,11M_{\odot}$, mientras los fragmentos satélites alrededor de las protoestrellas primarias exhiben masas de $\approx 0,04M_{\odot}$ y $\approx 0,02M_{\odot}$. En este caso, los discos protoestelares son algo más masivos que los producidos en el modelo U1 y contienen alrededor del 28% de la masa total disponible.

Figura 5-4.: Mapas de densidad del modelo U2 en el plano ecuatorial de la nube a diferentes tiempos durante la evolución: (a) $t = 1,2674t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,9}\rho_0$), (b) $t = 1,3045t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,5}\rho_0$), (c) $t = 1,3378t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,7}\rho_0$), (d) $t = 1,3502t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,9}\rho_0$), (e) $t = 1,3774t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{7,0}\rho_0$), (f) $t = 1,3811t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{7,1}\rho_0$), (g) $t = 1,4169t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{7,5}\rho_0$), (h) $t = 1,4268t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{7,6}\rho_0$), (i) $t = 1,4317t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{7,6}\rho_0$). La barra de colores indica el logaritmo de la densidad normalizada al valor inicial.



En el marco de la teoría de la formación estelar estos resultados preliminares son de fundamental importancia porque demuestran los dos mecanismos de formación sugeridos por observaciones recientes de objetos protoestelares [169]. Es decir, el mecanismo de fragmentación a gran escala, que conduce a la formación de sistemas binarios visuales ($\gtrsim 200$ AU), seguido de una fragmentación a menor escala para producir sistemas binarios cercanos con separaciones orbitales < 100 AU. Los recuadros (g)-(i) de la Fig. 5-4 evidencian este escenario. Una implicación directa de estos resultados es que este proceso de formación es sólo posible en núcleos pre-estelares suficientemente fríos en su interior como lo indican observaciones recientes sobre la estructura térmica de núcleos de gas pre-estelar [91]. Como veremos más adelante al aumentar la temperatura inicial del gas pre-estelar, la formación de sistemas múltiples puede ocurrir sólo mediante la fragmentación del disco circumbinario y no como consecuencia de la fragmentación de los discos protoestelares asociados a las componentes binarias previamente formadas durante la transición del régimen isotérmico al régimen adiabático (no isotérmico) del colapso gravitacional.

5.4.4. Parámetro de Toomre

Como se mencionó en la Sección 3.3, la importancia de la inestabilidad gravitacional en los discos protoestelares se puede cuantificar en términos del parámetro de Toomre, Q , definido por la relación (3-39). Si $Q \approx 1$, el disco se vuelve inestable con respecto a la formación de brazos espirales, mientras sólo cuando $Q < 0,6$ el disco es susceptible a la amplificación de inestabilidades no lineales en los brazos espirales dando lugar a la fragmentación del mismo en una o más condensaciones [166].

El comportamiento de los discos autogravitantes es complejo en el sentido que depende de varias propiedades físicas, incluyendo el tamaño, la densidad superficial, la masa, la velocidad angular, la temperatura y otras propiedades. En la práctica el parámetro de Toomre en cualquier punto del disco puede calcularse reemplazando la ecuación (3-39) por la relación [80]

$$Q = f \frac{M_{\star} H}{M_d R}, \quad (5-10)$$

la cual es más conveniente desde el punto de vista observacional, donde M_* es la masa de la protoestrella central, M_d es la masa del disco, R es el radio del disco, $H = c_s/\Omega$ es la escala de altura del disco, Ω es la velocidad angular y $f \approx 2 - 4$. La escala de altura del disco se calcula como una función del radio R bajo la suposición de equilibrio hidrostático en la dirección vertical z , es decir, a lo largo del espesor del disco. El cálculo de las propiedades integrales como la escala de altura, H , y las masas de los fragmentos y de los discos protoestelares se detalla en el Apéndice D.

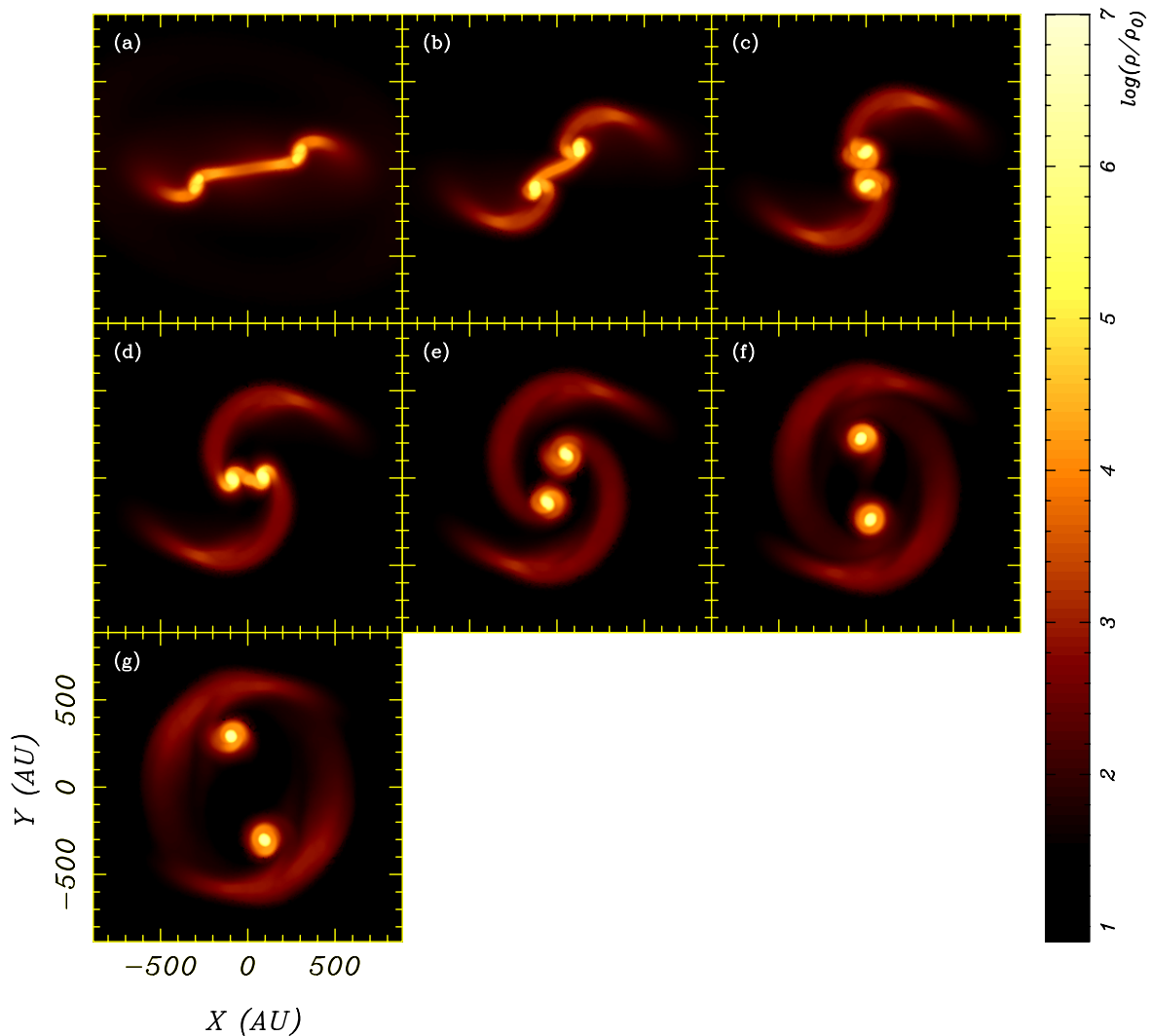
La variación espacio-temporal de Q para los discos protoestelares asociados a las componentes binarias formadas en el modelo U1 durante la fragmentación a gran escala muestran que cuando $0,6 < Q < 1,0$ el comportamiento dinámico de los discos es dominado por la formación de brazos espirales bien definidos y sólo cuando $Q < 0,6$ los brazos espirales han acumulado suficiente masa para desarrollar inestabilidades locales las cuales se amplifican no linealmente dando pie a la fragmentación de los discos aproximadamente a $1,33t_{\text{ff}}$. Evidentemente la condición $Q < 0,6$ define el momento y el lugar en el disco donde ocurre la fragmentación. Los discos protoestelares formados en el modelo U2 mostraron un comportamiento similar en términos del parámetro de Toomre. Esto confirma de nuevo que también en este caso la fragmentación de los discos protoestelares ocurre cuando $Q < 0,6$ poco después de $\approx 1,34t_{\text{ff}}$ en la evolución de la Fig. 5-4.

5.4.5. Fragmentación en modelos con mayor temperatura inicial

Al aumentar la temperatura de 7 a 9 K (modelos U3-U5) la morfología del colapso es similar a la observadas en los modelos U1 y U2, excepto que ahora las nubes se fragmentan para formar un sistema protobinario. De particular interés en la discusión es el modelo U3 que parte con una temperatura inicial de 7 K. Los detalles de la evolución de este modelo se muestran en la Fig. 5-5.

En este caso al tiempo $t = 1,3947t_{\text{ff}}$ (recuadro e) los brazos espirales comienzan a deformarse debido a la rotación central hasta separarse eventualmente de los fragmentos protoestelares como se muestra en el recuadro (f) a

Figura 5-5.: Mapas de densidad del modelo U3 en el plano ecuatorial de la nube a diferentes tiempos durante la evolución: (a) $t = 1,2736t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,6}\rho_0$), (b) $t = 1,3181t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,3}\rho_0$), (c) $t = 1,3465t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,7}\rho_0$), (d) $t = 1,3687t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,8}\rho_0$), (e) $t = 1,3947t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,9}\rho_0$), (f) $t = 1,4255t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{7,0}\rho_0$), (g) $t = 1,4515t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{7,1}\rho_0$). La barra de colores indica el logaritmo de la densidad normalizada al valor inicial.



$1,4255t_{\text{ff}}$. A partir de este momento las componentes protobinarias adquieren suficiente momento angular orbital hasta alcanzar una separación de ≈ 642 AU a un tiempo de $1,4515t_{\text{ff}}$ (recuadro g). A este tiempo la densidad máxima de las componentes protobinarias es $\approx 10^7\rho_0$, cuando cada componente ha acumulado una masa de $\approx 0,11M_{\odot}$, lo que corresponde al 22% de la masa del núcleo pre-estelar. Al observar la morfología del sistema protobinario y la estructura del disco circumbinario al tiempo de $1,4515t_{\text{ff}}$ llama la atención el fuerte parecido existente con el sistema protobinario Barnard 59 (B59) reportado recientemente por Alves et al. [3]. Si bien en B59 las componentes binarias se encuentran separadas por una distancia de sólo 28 AU, es sorprendente la similitud en la estructura del disco circumbinario, el cual como bien indica el modelo U3 puede ser el remanente de los brazos espirales formados a partir de la evolución de los extremos más externos de la barra de gas como se muestra en los recuadros (a) y (b) a los tiempos $1,2736t_{\text{ff}}$ y $1,3181t_{\text{ff}}$, respectivamente, en la Fig. 5-5.

La variación espacio-temporal del parámetro de Toomre para los discos protobinarios formados en el modelo U3 indica que el valor de Q permanece siempre por encima del valor crítico de 0,6, lo que explica porque no se observa fragmentación de los discos protoestelares asociados con ambas componentes binarias. Al tiempo $t = 1,4515t_{\text{ff}}$ los discos protoestelares tienen un diámetro efectivo de ≈ 120 AU y conservan una forma bastante circular. Dado que el gas contenido por estos discos evoluciona adiabáticamente es posible que los mismos no fragmenten en tiempos posteriores y que terminen alimentando por acreción continuada a las componentes binarias.

Los modelos U4 y U5 experimentaron una evolución muy similar a la mostrada en la Fig. 5-5 para el modelo U3. Sin embargo, debido al mayor contenido térmico estos modelos colapsaron para producir al final sistemas protobinarios con separaciones de ≈ 680 AU (modelo U4 con $T_0 = 8$ K a $1,4626t_{\text{ff}}$) y ≈ 824 AU (modelo U5 con $T_0 = 9$ K a $1,5969t_{\text{ff}}$). En estos casos, la masa contenida en forma de protoestrellas y discos protoestelares representó alrededor del 35% (para el modelo U4) y cerca del 37% (para el modelo U5) de la masa total disponible.

La evolución del modelo U6 con $T_0 = 10$ K se muestra en la Fig. 5-6. En este caso el sistema colapsa para formar un sistema binario a $1,3700t_{\text{ff}}$ (recua-

dro c). Los recuadros (d)-(h) muestran la deformación de los brazos espirales como consecuencia de la rotación central y el incremento de la separación binaria. Estos brazos espirales forman parte del disco circumbinario y aproximadamente a $t = 1,5824t_{\text{ff}}$ (recuadro h) comienzan a desarrollar máximos locales de densidad los cuales se vuelven localmente inestables y se condensan para formar dos nuevos fragmentos protoestelares como se muestra en el recuadro (i) correspondiente al tiempo $t = 1,6183t_{\text{ff}}$. A este tiempo la densidad máxima $\approx 10^{6,7}\rho_0$. Los recuadros (j) y (k) muestran que a medida que estos nuevos fragmentos colapsan y se alejan del centro, la distancia orbital del sistema protobinario inicial decrece. Como se muestra en el recuadro (l) a $t = 1,7628t_{\text{ff}}$, el sistema protoestelar consiste de una protobinaria con separación de ≈ 480 AU donde los discos protoestelares asociados a cada componente binaria poseen diámetros de ≈ 294 AU y brazos espirales bien visibles producto de la acreción de masa proveniente del disco circumbinario. Los otros dos fragmentos protoestelares que se formaron a partir del disco circumbinario siguen acreciendo masa y poseen densidades máximas $\approx 10^{6,8}$ mientras se alejan progresivamente del sistema central. A diferencia del modelo U2, el sistema cuádruple es consecuencia de la fragmentación dinámica del disco circumbinario. En comparación con los modelos U4 y U5 los cuales formaron sistemas binarios, es importante mencionar que la condensación de los brazos espirales en el modelo U6 se debe estrictamente a la morfología de los mismos que al tiempo $t = 1,5834t_{\text{ff}}$ se deforman de tal manera que el extremo de un brazo se une a la otra componente y viceversa. Esto hace que ambas componentes binarias acrezcan masa por ambos lados, permaneciendo la masa en las posiciones intermedias de cada brazo menos sujeta al proceso de acreción y favoreciendo la formación de dos fragmentos adicionales. El aumento de las fuerzas de presión debido a la mayor temperatura ralentiza el colapso gravitacional de las partes centrales dando así tiempo a una mayor deformación de los brazos espirales del disco circumbinario comparado con los modelos U4 y U5. En este caso, cerca del 33 % de la masa disponible se encuentra en forma protoestelar y sólo aproximadamente el 24 % se encuentra contenida en los discos protoestelares, alcanzando el proceso de formación estelar una eficiencia cerca del 50 % en este modelo.

La Fig. 5-7 muestra ahora la evolución del modelo U7 cuando la temperatura

inicial se aumenta a 11 K. En este caso, la barra central visible en el recuadro (b) a $t = 1,3292t_{\text{ff}}$ posee densidades máximas en sus extremos de $\approx 10^{5,8}\rho_0$ las cuales esta vez forman condensaciones que colapsan sobre sí mismas y coalescen en una sóla condensación central como se muestra en los recuadros (c) y (d) a $1,355t_{\text{ff}}$ y $1,3873t_{\text{ff}}$, respectivamente.

A un tiempo de $1,4490t_{\text{ff}}$ (recuadro f) el fragmento central ha alcanzado una densidad máxima de $\approx 10^{6,3}\rho_0$ y los brazos espirales se han unido entre sí formando un anillo de masa alrededor de la condensación central. Mientras tanto el disco asociado a la condensación central desarrolla brazos espirales que se conectan al anillo externo el cual se vuelve gravitacionalmente inestable en los puntos de unión formando dos fragmentos satélites (recuadro h a $t = 1,5330t_{\text{ff}}$), los cuales comienzan a orbitar alrededor de la protoestrella central. Inmediatamente después, a $\approx 1,5664t_{\text{ff}}$ (recuadro i), los lados opuestos del anillo de gas forman dos nuevas condensaciones las cuales colapsan rápidamente y se alejan del sistema central, como se muestra en los recuadros (j)-(l), mientras que los fragmentos que se formaron antes continúan orbitando alrededor de la protoestrella central siguiendo órbitas altamente excéntricas. La evolución prosigue con los fragmentos más externos acreciendo masa del gas alrededor y alcanzando densidades máximas entre $\approx 10^{6,4}\rho_0$ y $\approx 10^{6,7}\rho_0$, como se puede apreciar de los recuadros (m)-(p). El sistema quintuple consiste entonces de una protoestrella central de masa $\approx 0,11M_{\odot}$, dos protoestrellas cercanas orbitando a distancias de ≈ 176 AU y ≈ 294 AU de la protoestrella central (con masas de $0,044$ y $0,042M_{\odot}$) y dos protoestrellas ligeramente más masivas (con masas de $0,053$ y $0,053M_{\odot}$) orbitando a separaciones mayores, es decir, a distancias de ≈ 353 AU y ≈ 441 AU de la protoestrella central.

Si bien tales sistemas múltiples pueden ser orbitalmente inestables, resultando en la eyección de uno o más objetos, o inclusive en la coalescencia de algunos de ellos debido a colisiones inelásticas, es importante mencionar que al tiempo $t = 1,7492t_{\text{ff}}$ (recuadro p) para el momento en el que se detuvo la simulación los fragmentos se encuentran en una fase de acreción de gas proveniente de los alrededores y, por lo tanto, es imposible establecer cualquier predicción sobre la evolución futura del sistema quintuple. Por otro lado, no es fácil explicar porque al incrementar la temperatura de 1 K en el modelo

Figura 5-6.: Mapas de densidad del modelo U6 en el plano ecuatorial de la nube a diferentes tiempos durante la evolución: (a) $t = 1,2551t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{3,1}\rho_0$), (b) $t = 1,3181t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,4}\rho_0$), (c) $t = 1,3700t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,4}\rho_0$), (d) $t = 1,3984t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,5}\rho_0$), (e) $t = 1,4255t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,5}\rho_0$), (f) $t = 1,4663t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,6}\rho_0$), (g) $t = 1,5133t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,6}\rho_0$), (h) $t = 1,5824t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,7}\rho_0$), (i) $t = 1,6183t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,7}\rho_0$), (j) $t = 1,6430t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,8}\rho_0$), (k) $t = 1,6961t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,8}\rho_0$), (l) $t = 1,7628t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,8}\rho_0$). La barra de colores indica el logaritmo de la densidad normalizada al valor inicial.

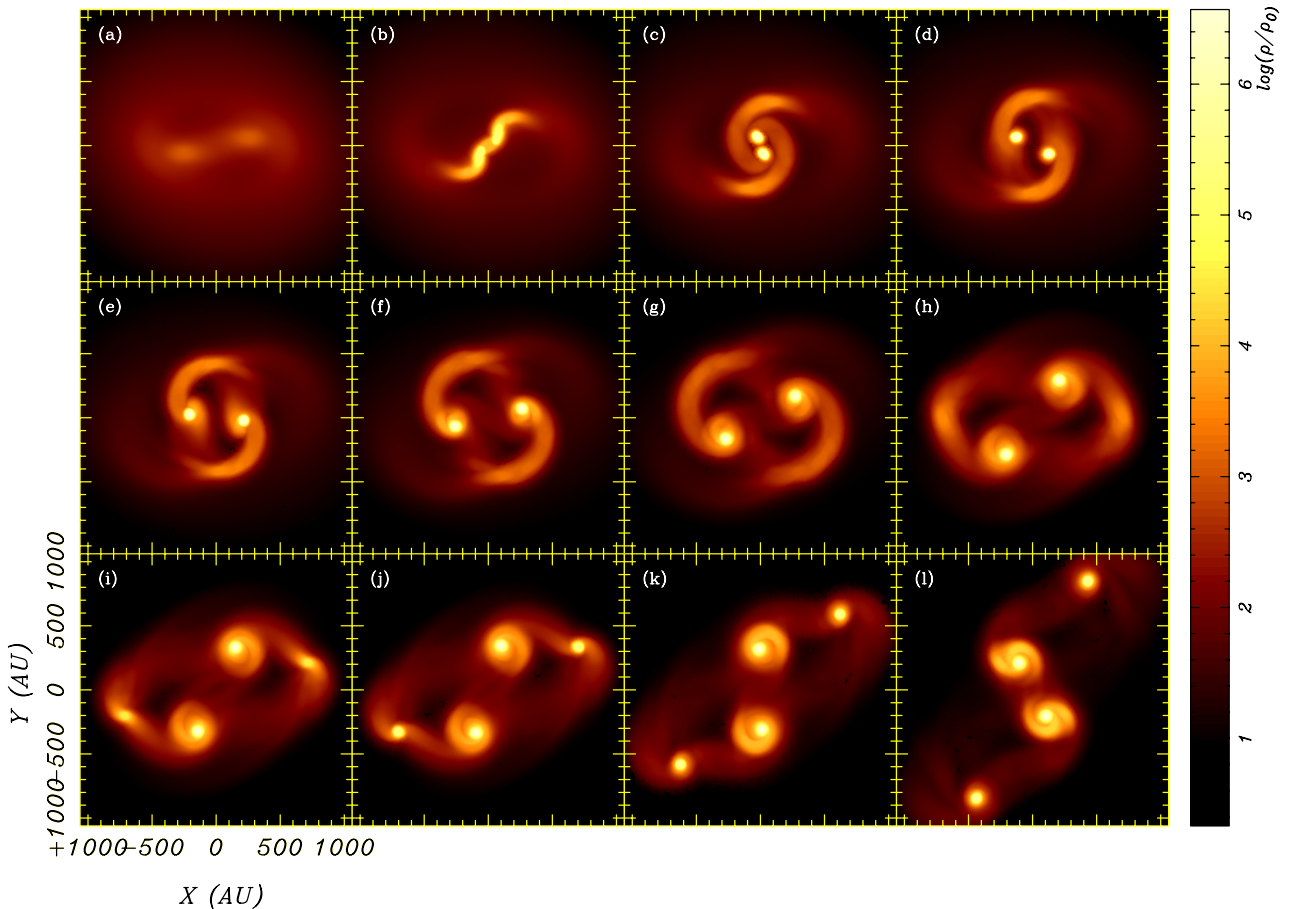
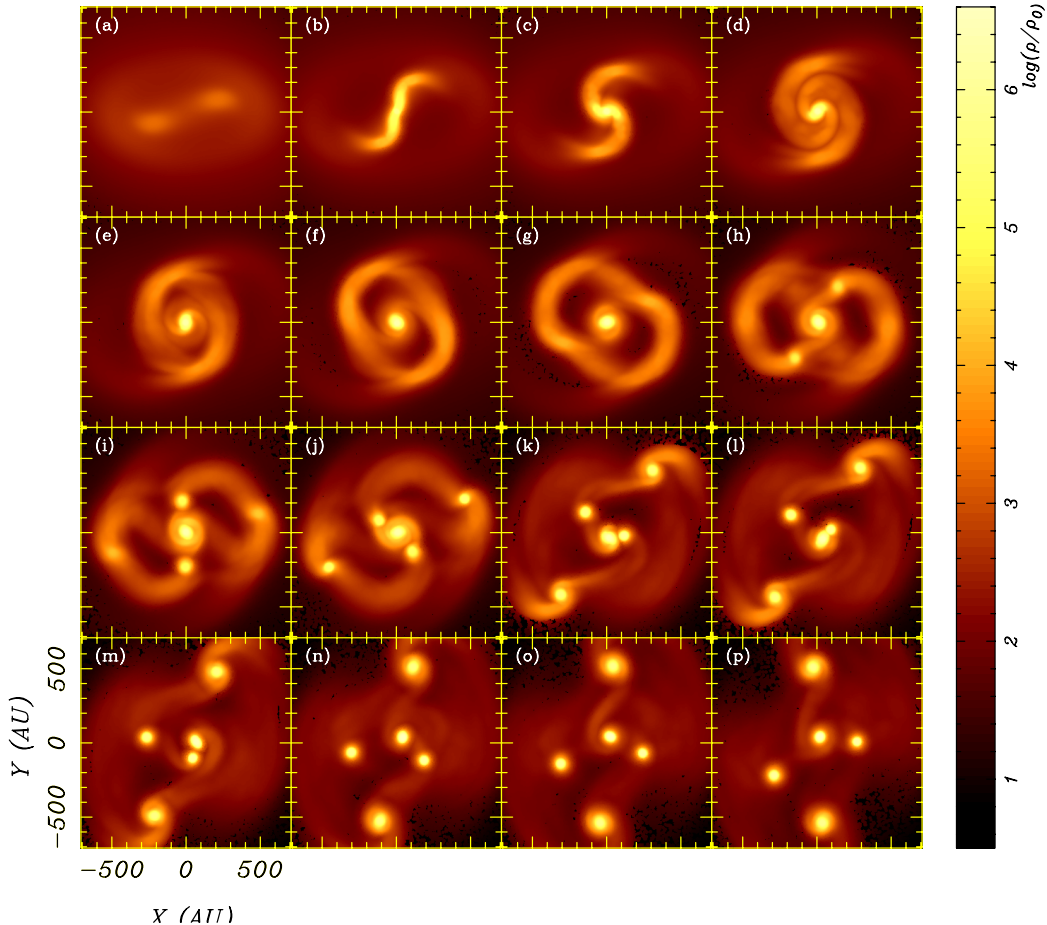


Figura 5-7.: Mapas de densidad del modelo U7 en el plano ecuatorial de la nube a diferentes tiempos durante la evolución: (a) $t = 1,2662t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{3,2}\rho_0$), (b) $t = 1,3292t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,8}\rho_0$), (c) $t = 1,3551t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,2}\rho_0$), (d) $t = 1,3873t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,3}\rho_0$), (e) $t = 1,4107t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,2}\rho_0$), (f) $t = 1,4490t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,3}\rho_0$), (g) $t = 1,4885t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,3}\rho_0$), (h) $t = 1,5330t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,3}\rho_0$), (i) $t = 1,5664t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,4}\rho_0$), (j) $t = 1,5898t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,3}\rho_0$), (k) $t = 1,6258t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,4}\rho_0$), (l) $t = 1,6615t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,4}\rho_0$), (m) $t = 1,6850t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,5}\rho_0$), (n) $t = 1,7109t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,6}\rho_0$), (o) $t = 1,7294t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,7}\rho_0$), (p) $t = 1,7492t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,7}\rho_0$). La barra de colores indica el logaritmo de la densidad normalizada al valor inicial.



U7 con respecto al modelo U6 en el primero se inhibe la fragmentación binaria, favoreciéndose la formación de una condensación central. Luego como veremos en lo que sigue, al incrementar de nuevo la temperatura de 1 K el colapso resulta de nuevo en una protobinaria. Sin embargo, es comprensible el hecho que al aumentar la temperatura inicial, lo que es equivalente a aumentar el contenido térmico de la nube, el colapso ocurre más lentamente debido al incremento de las fuerzas de presión que se oponen a la gravitación, inhibiendo la fragmentación múltiple y favoreciendo la fragmentación a gran escala en sistemas protobinarios con separaciones > 100 - 200 AU. Al continuar aumentando la temperatura, las fuerzas de presión son tales que se inhibe la fragmentación binaria y se favorece la formación de condensaciones centrales a escalas de tiempo mucho mayores, y al aumentar aún más la temperatura se puede inclusive inhibir el colapso gravitacional. En ausencia de rotación, esto ocurre cuando $\alpha > 1$, o equivalentemente, cuando la energía térmica almacenada en la nube excede a la energía gravitacional.

Los modelos U8 ($T_0 = 12$ K), U9 ($T_0 = 13$ K) y U10 ($T_0 = 14$ K) produjeron sistemas binarios bien definidos al final de las simulaciones. Por ejemplo, la Fig. 5-8 muestra los resultados obtenidos para el modelo U9. La evolución de los modelos U8 y U10 es muy similar, excepto que la separación binaria fue de ≈ 960 AU para el caso U8, de ≈ 800 AU para el modelo U9 y de ≈ 480 AU para el modelo U10. Al aumentar la temperatura inicial de 12 a 14 K, se forman sistemas protobinarios con separaciones menores contrariamente a lo ocurrido en los modelos U1-U5, donde al aumentar la temperatura de 5 a 9 K se producían sistemas binarios con mayor separación orbital. En lo que respecta a la cantidad de masa que termina en forma de material protoestelar ésta corresponde al 17% de la masa total disponible para el modelo U8 (a $t = 1,7850t_{\text{ff}}$ cuando $\rho_{\text{max}} \approx 10^{6,1}\rho_0$), al 16% para el modelo U9 (a $t = 1,9024t_{\text{ff}}$ cuando $\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,8}\rho_0$) y al 14% para el modelo U10 (a $t = 1,9025t_{\text{ff}}$ cuando $\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,9}\rho_0$).

Cuando se aumenta la temperatura del gas a 16 K (modelo U11) y a 18 K (modelo U12) el resultado es una protoestrella central. En estos casos, los modelos nunca experimentan fragmentación binaria y el colapso procede como se muestra en la Fig. 5-9 para el modelo U11. Una secuencia evolutiva similar se obtiene para el modelo U12 cuando la temperatura se eleva a

Figura 5-8.: Mapas de densidad del modelo U9 en el plano ecuatorial de la nube a diferentes tiempos durante la evolución: (a) $t = 1,3490t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{4,8}\rho_0$), (b) $t = 1,3934t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,2}\rho_0$), (c) $t = 1,4354t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,4}\rho_0$), (d) $t = 1,4515t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,5}\rho_0$), (e) $t = 1,5120t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,6}\rho_0$), (f) $t = 1,5874t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,7}\rho_0$), (g) $t = 1,6504t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,7}\rho_0$), (h) $t = 1,7504t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,8}\rho_0$), (i) $t = 1,8270t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,8}\rho_0$), (j) $t = 1,9024t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,8}\rho_0$). La barra de colores indica el logaritmo de la densidad normalizada al valor inicial.

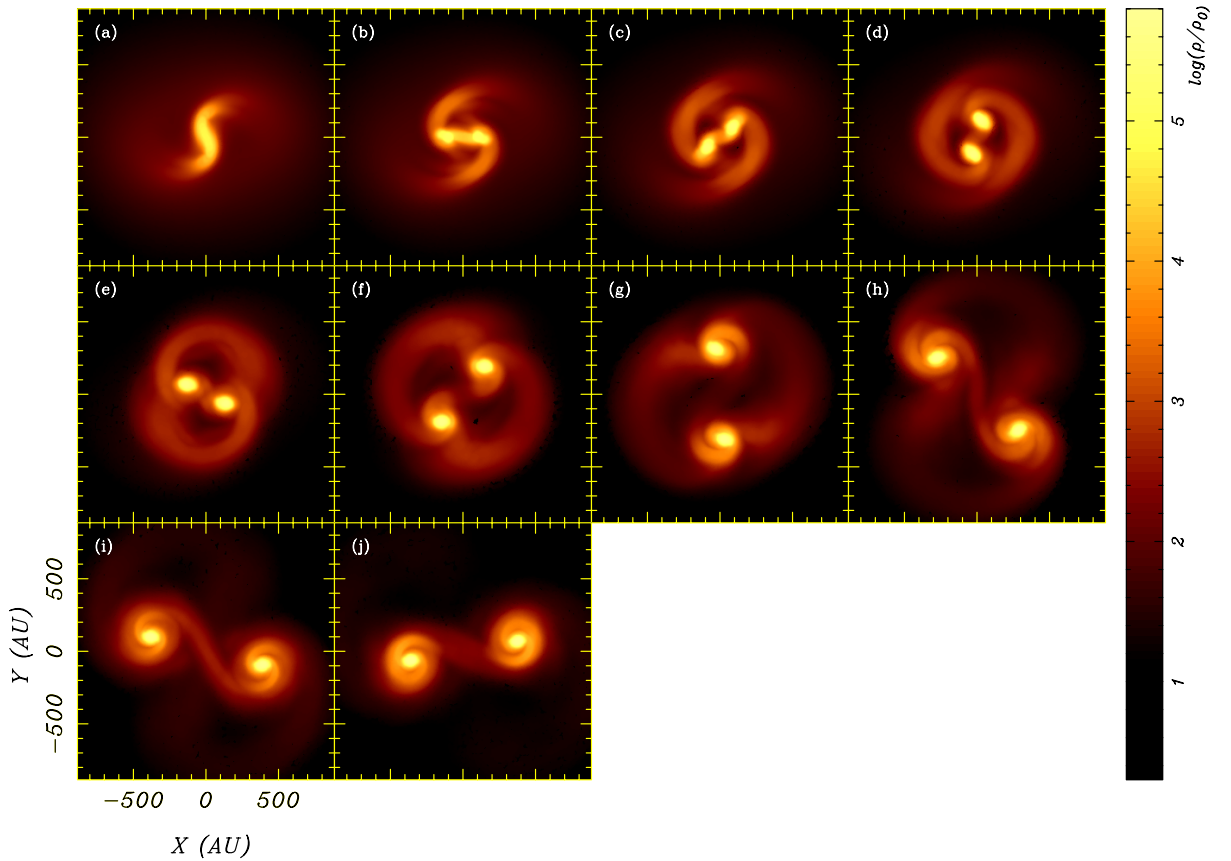
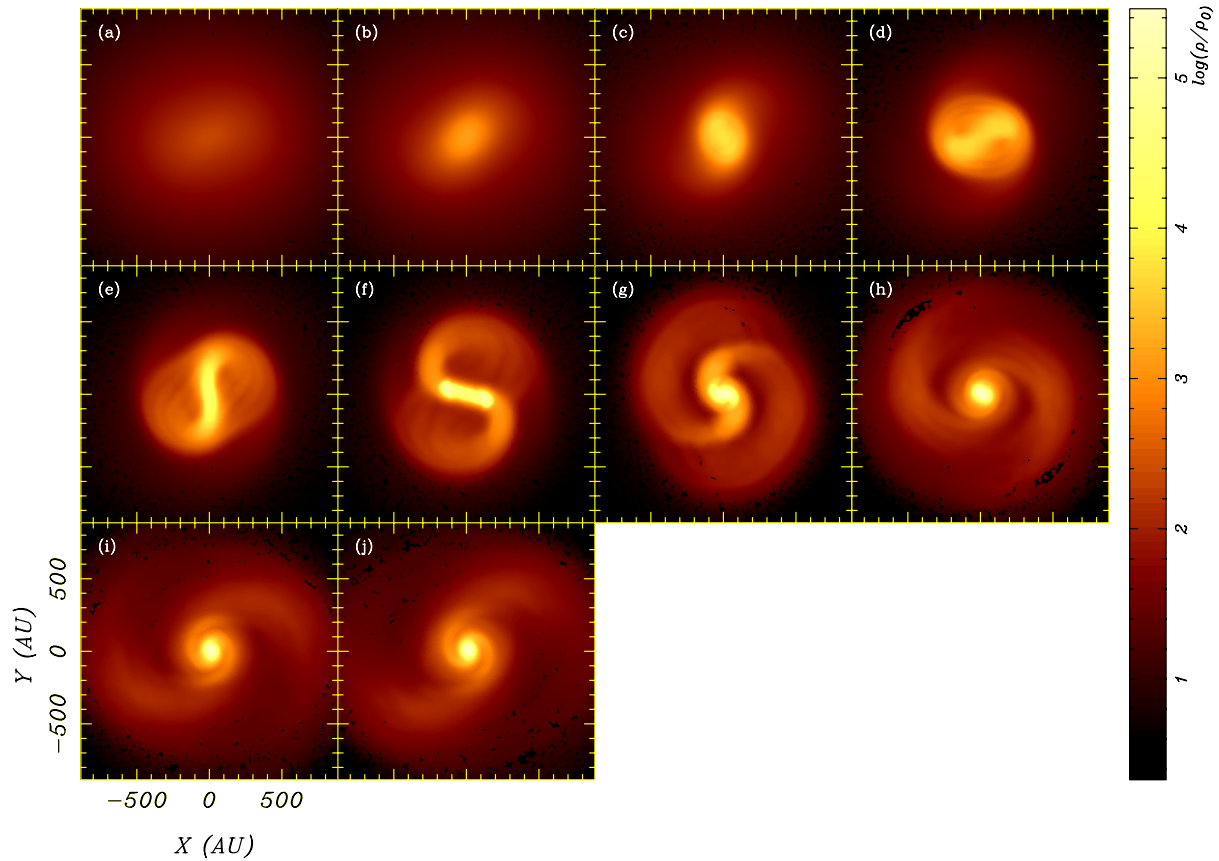


Figura 5-9.: Mapas de densidad del modelo U11 en el plano ecuatorial de la nube a diferentes tiempos durante la evolución: (a) $t = 1,2501t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{2,4}\rho_0$), (b) $t = 1,3243t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{3,2}\rho_0$), (c) $t = 1,4120t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{3,8}\rho_0$), (d) $t = 1,5157t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{3,8}\rho_0$), (e) $t = 1,5837t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{4,4}\rho_0$), (f) $t = 1,6405t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,1}\rho_0$), (g) $t = 1,7084t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,5}\rho_0$), (h) $t = 1,8196t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,7}\rho_0$), (i) $t = 1,9333t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,4}\rho_0$), (j) $t = 1,9901t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,5}\rho_0$). La barra de colores indica el logaritmo de la densidad normalizada al valor inicial.



18 K. De los recuadros (a)-(e) de la Fig. 5-9 se observa que el colapso procede muy lentamente. Sólo después de $1,6405t_{\text{ff}}$ (recuadro f) se forma una barra en el centro de la nube de densidad aproximadamente uniforme (con $\rho_{\text{max}} \approx 10^{5,1}\rho_0$). A este tiempo, el gas contenido en la barra central comienza a evolucionar adiabáticamente ya que $\rho_{\text{max}} \gtrsim \rho_{\text{crit}}$. La barra se contrae a lo largo de su eje mayor para formar una condensación central acompañada de un disco protoestelar (recuadro h a $t = 1,8196t_{\text{ff}}$), el cual desarrolla brazos espirales bien definidos hacia el final de la evolución, como se puede apreciar de los recuadros (i) y (j). A $1,9901t_{\text{ff}}$, la densidad máxima es $\approx 10^{5,5}\rho_0$, es decir, 5.5 órdenes de magnitud mayor que la densidad inicial. A este tiempo la masa de la protoestrella central es $\approx 0,086M_{\odot}$, que corresponde a una baja eficiencia de formación estelar con sólo escasamente el 9% de la masa total disponible en forma protoestelar. Para este modelo el disco que acompaña a la protoestrella central tiene una masa de $\approx 0,053M_{\odot}$. La Tabla 5-3 muestra a partir de la segunda columna la temperatura inicial, las masas de las protoestrellas, las masas de los discos protoestelares, las masas totales en forma de protoestrellas y las masas totales contenidas por las protoestrellas y los discos protoestelares al final de las simulaciones. Con la excepción de los modelos U6 y U7 que experimentaron fragmentación múltiple del disco circumbinario, se observa una clara tendencia que la eficiencia de la formación estelar disminuye con la temperatura inicial, es decir, núcleos pre-estelares más fríos resultan en protoestrellas y discos protoestelares más masivos. Estos últimos siendo más masivos son más susceptibles a fragmentarse como en efecto se observa en los modelos U1 y U2.

Ha sido argumentado más veces que la formación de estrellas individuales puede ser el resultado del colapso gravitacional de núcleos de gas pre-estelar con momentos angulares de espín muy bajos, es decir, con valores de la razón entre la energía rotacional y el valor absoluto de la energía gravitacional $\beta \sim 10^{-3}-10^{-6}$ [10]. Sin embargo, los resultados de los modelos U11 y U12 demuestran que estrellas individuales pudiesen también formarse a partir del colapso de nubes con temperaturas altas en su interior y valores del contenido rotacional tan altos como $\beta \sim 10^{-1}$.

Figura 5-10.: Mapas de densidad del modelo U13 en el plano ecuatorial de la nube a tres diferentes tiempos durante la evolución: (a) $t = 1,3107t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{1,8}\rho_0$), (b) $t = 1,8110t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{2,3}\rho_0$), (c) $t = 2,4681t_{\text{ff}}$ ($\rho_{\text{max}} \approx 10^{1,9}\rho_0$). La barra de colores indica el logaritmo de la densidad normalizada al valor inicial.

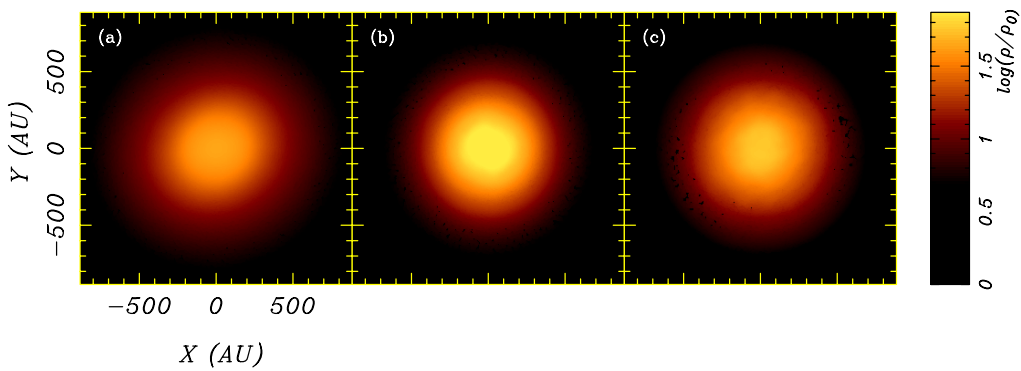


Tabla 5-3.: Masas finales de las protoestrellas y discos protoestelares

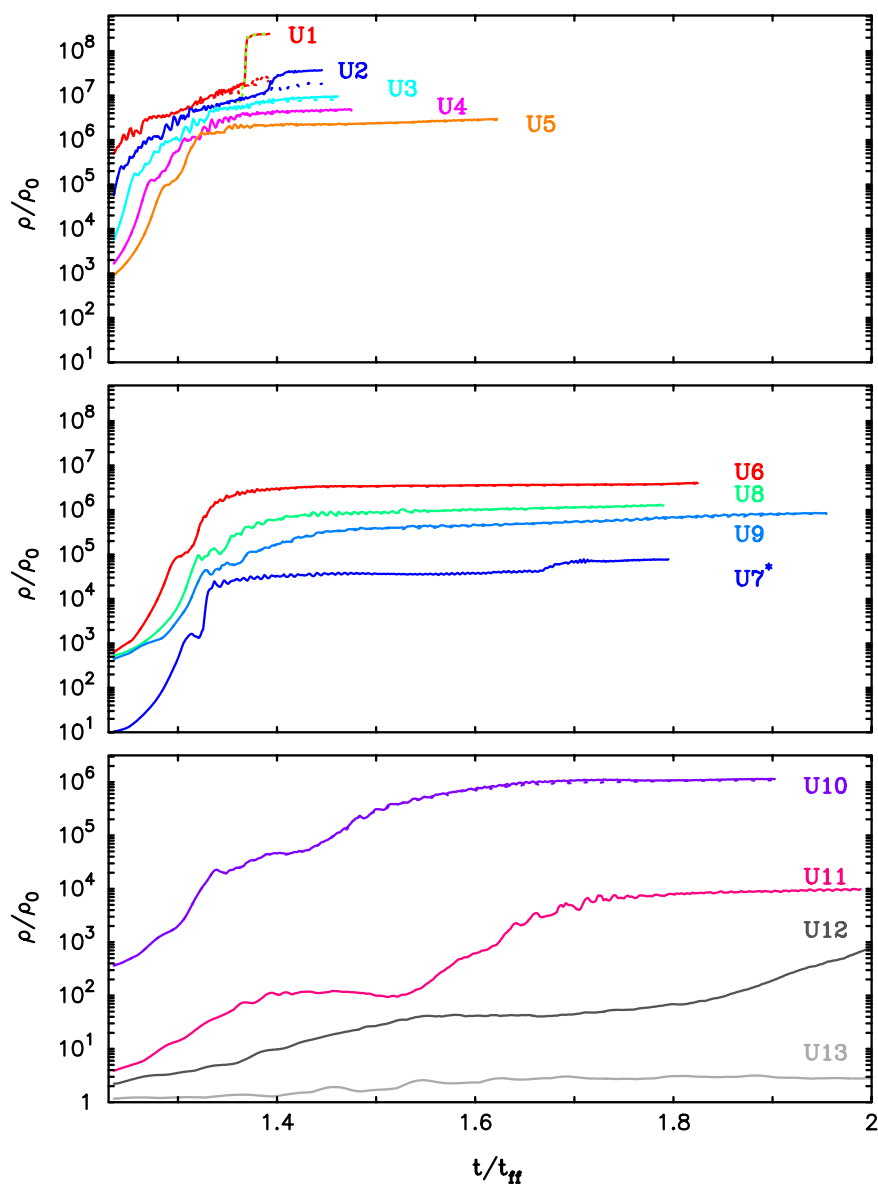
| Modelo | T_0 | M_\star | M_{disco} | $M_{\text{tot},\star}$ | $M_{\text{tot},\star} + M_{\text{tot},\text{disco}}$ | Resultado |
|--------|-------|---|---|------------------------|--|-----------|
| | (K) | (M_\odot) | (M_\odot) | (M_\odot) | (M_\odot) | |
| U1 | 5 | 0.097 0.091 0.054 | 0.251 0.146 | 0.250 | 0.646 | Triple |
| U2 | 6 | 0.105 0.110 0.042 0.022 | 0.066 0.052 | 0.279 | 0.398 | Cuádruple |
| U3 | 7 | 0.112 0.108 | 0.071 | 0.220 | 0.361 | Binario+ |
| U4 | 8 | 0.097 0.098 | 0.081 0.080 | 0.194 | 0.355 | Binario+ |
| U5 | 9 | 0.096 0.097 | 0.091 0.090 | 0.193 | 0.373 | Binario+ |
| U6 | 10 | 0.090 0.091 0.089 0.061 | 0.073 0.064 0.060 0.042 | 0.331 | 0.480 | Cuádruple |
| U7 | 11 | 0.011 0.044 0.042 0.053 0.052 | 0.086 0.010 0.013 0.009 0.007 | 0.305 | 0.430 | Quíntuple |
| U8 | 12 | 0.086 0.087 | 0.071 0.070 | 0.173 | 0.314 | Binario |
| U9 | 13 | 0.080 0.082 | 0.096 0.096 | 0.162 | 0.354 | Binario |
| U10 | 14 | 0.070 0.069 | 0.066 0.065 | 0.140 | 0.272 | Binario |
| U11 | 16 | 0.086 | 0.053 | 0.086 | 0.139 | Simple |
| U12 | 18 | 0.079 | 0.058 | 0.079 | 0.137 | Simple |
| U13 | 20 | — | — | — | — | — |

Cuando se aumenta la temperatura a 20 K, las fuerzas de presión son suficientes para impedir el colapso de la nube pre-estelar como se muestra en la Fig. 5-10 para la evolución del modelo U13. En este caso, la nube experimenta durante los primeros $1,811t_{\text{ff}}$ (recuadro b) una contracción muy ligera hasta formar una condensación central con una densidad máxima de apenas 182 veces la densidad inicial. A partir de este tiempo, la condensación central se expande ligeramente disminuyendo su densidad máxima a $\approx 76\rho_0$ a un tiempo de $\approx 2,468t_{\text{ff}}$ como se muestra en el tercer recuadro. La simulación se detuvo poco después de $\sim 4t_{\text{ff}}$ luego de haberse completado otro ciclo de contracción y expansión de la condensación central.

5.4.6. Dependencia de la densidad y de la separación orbital con la temperatura

La Fig. 5-11 muestra la variación de la densidad máxima con el tiempo para los distintos modelos. Es evidente que a medida que la temperatura aumenta el colapso se hace cada vez más lento debido al incremento de las fuerzas de presión que se oponen más eficientemente a las fuerzas gravitacionales. Esto tiene como efecto que las densidades máximas disminuyen con el aumento de la temperatura inicial. Para cada modelo se dibujan las densidades máximas de los fragmentos protoestelares que en algunos casos se solapan. Esto con la excepción de los modelos U1 y U2 donde ocurre fragmentación excéntrica del disco protoestelar. Por ejemplo, los cambios abruptos en las curvas para los modelos U1 y U2 corresponden al momento de la fragmentación del disco y colapso sucesivo del fragmento resultante, mientras la densidad máxima de la protoestrella central aumenta mucho más lentamente. Los modelos U3, U4, U5, U8, U9 y U10 produjeron sistemas binarios, cuyas componentes binarias evolucionan de forma similar compartiendo aproximadamente los mismos valores de la densidad máxima y, por lo tanto, las curvas correspondientes en la Fig. 5-11 no se distinguen una de otra debido a que se solapan entre sí. Por otro lado, la curva de densidad máxima para el modelo U6 corresponde a la densidad máxima de ambas componentes del sistema binario central, mientras la curva para el modelo U7 muestra solamente la evolución de la densidad máxima de la protoestrella central.

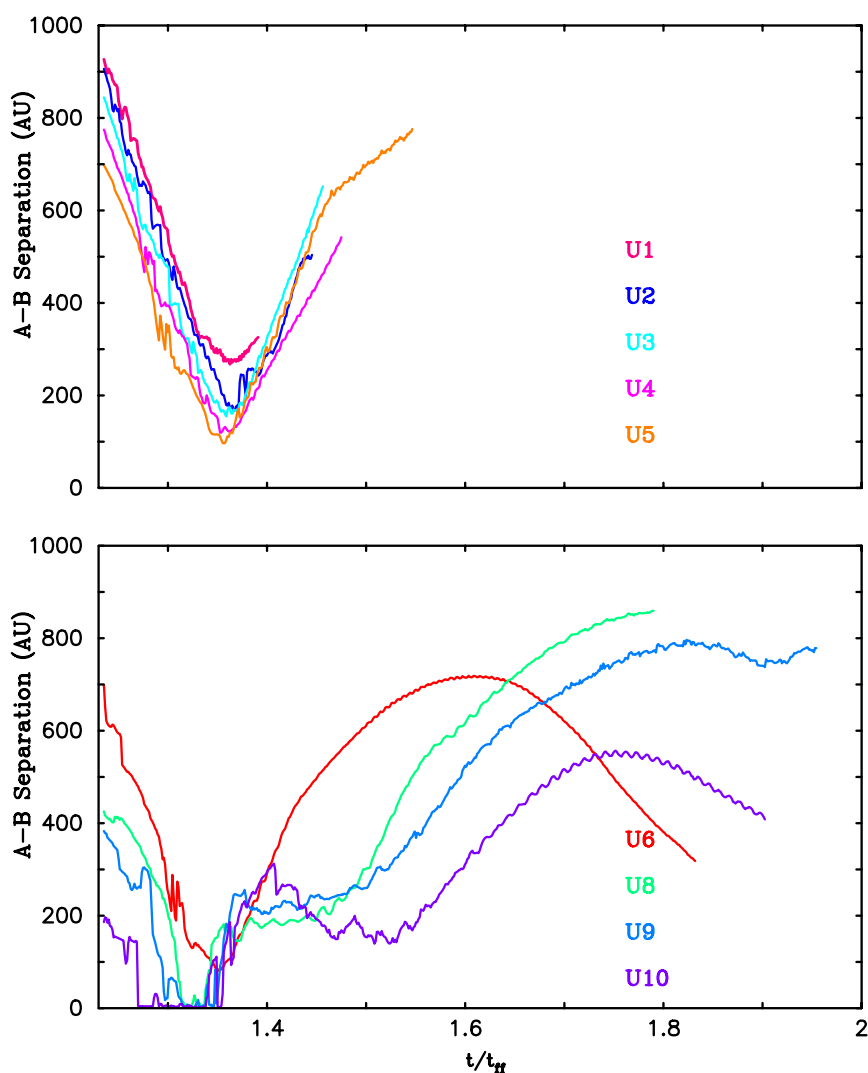
Figura 5-11.: Variación temporal de la densidad máxima en términos de la densidad inicial ρ_0 para los distintos modelos.



Los modelos con temperaturas en el rango $5 \leq T_0 \leq 14$ K alcanzaron densidades máximas $> 10^{-12}$ gr cm $^{-3}$. Todos estos modelos formaron sistemas binarios o múltiples bien sea mediante fragmentación del disco protoestelar (nubes más frías con $T_0 \leq 6$ K) o mediante la fragmentación jerárquica del disco circumbinario para temperaturas iniciales mayores. Por otro lado, los modelos que comenzaron a colapsar con temperaturas iniciales entre 16 y 18 K formaron objetos centrales con densidades máximas de $\approx 1,1 \times 10^{-12}$ gr cm $^{-3}$ y $\approx 2,14 \times 10^{-13}$ gr cm $^{-3}$. En todos estos casos, las protoestrellas que se formaron al final del colapso isotérmico comenzaron a contraerse adiabáticamente, excepto para la nube con $T_0 = 20$ K que experimentó sólo una ligera contracción alcanzando densidades máximas que permanecieron siempre por debajo de 10^{-15} gr cm $^{-3}$.

La Fig. 5-12 muestra la evolución de la separación de los sistemas binarios que se formaron durante la fragmentación a gran escala. Se puede observar de la figura que para los modelos U1-U6 (con temperaturas iniciales en el rango $5 \leq T_0 \leq 10$ K) la fragmentación binaria ocurre con separaciones entre $\gtrsim 900$ AU (modelo U1 con $T_0 = 5$ K) y ≈ 700 AU (modelo U6 con $T_0 = 10$ K). Se puede observar que para estos modelos existe una correlación entre la separación de las componentes binarias y la temperatura inicial. Es decir, a medida que se aumenta la temperatura la separación binaria aumenta en la mayoría de los casos. Un comportamiento similar fue encontrado también por Riaz et al. [138]. Para los modelos U8, U9 y U10 con temperaturas iniciales entre 12 y 14 K, la fragmentación binaria ocurre a separaciones entre $\gtrsim 400$ AU (modelo U8 con $T_0 = 12$ K) y ≈ 200 AU (modelo U10 con $T_0 = 14$ K). Sin embargo, contrariamente con los modelos U1-U6, en este caso la separación final disminuye con la temperatura inicial. Una característica común para todos los modelos que experimentaron fragmentación a gran escala en un sistema protobinario es que durante los primeros $1,3t_{\text{ff}}$, cuando las componentes binarias se encuentran en una fase de acreción de material con bajo momento angular, la separación orbital disminuye hasta alcanzar un mínimo aproximadamente a $1,36t_{\text{ff}}$ para luego aumentar a medida que la tasa de acreción disminuye cuando el gas en los brazos espirales se vuelve muy tenue o éstos terminan separándose de los fragmentos debido a la deformación infligida por la rotación diferencial en las partes centrales de la nube protoestelar.

Figura 5-12.: Evolución de la separación binaria para los diferentes modelos en unidades astronómicas (AU).



5.4.7. Curvas de rotación de las protoestrellas

La Fig. 5-13 muestra los perfiles de velocidad rotacional de los fragmentos protoestelares. El procedimiento para obtener estas curvas de rotación se describe en el Apéndice D. Los dos primeros recuadros corresponden a las

componentes binarias formadas durante la fragmentación a gran escala en los modelos U1-U10. Las curvas muestran claramente que los fragmentos poseen rotación diferencial. En los modelos más fríos (con $T_0 \leq 10$ K), la velocidad rotacional aumenta desde el centro del fragmento, alcanzado un valor máximo a un radio intermedio que coincide aproximadamente con el borde externo del fragmento, para luego disminuir lentamente hacia radios mayores en la región del disco. Para temperaturas iniciales entre 12 y 14 K, las curvas de rotación son tales que la velocidad rotacional aumenta monotónicamente hacia afuera sin alcanzar un máximo a radios intermedios. En estos casos, la velocidad de rotación alcanza un máximo hacia el borde de las componentes binarias y se extiende con un patrón aproximadamente uniforme en la región de los discos protoestelares. El recuadro de abajo muestra los perfiles de rotación para los modelos U11 y U12, que formaron una protoestrella central. En ambos casos, los perfiles son muy similares y el máximo de la velocidad rotacional ocurre muy cerca del radio externo de la protoestrella central para luego decaer suavemente hacia radios mayores. En estos casos, como en el caso del modelo U13 (con $T_0 = 20$ K), las curvas de rotación no sólo incluyen el fragmento central sino también a una región de radio de aproximadamente 1300 AU alrededor del centro.

5.5. Variación de la temperatura máxima con el tiempo

La Fig. 5-14 muestra la variación de la temperatura máxima con el tiempo. De acuerdo con la expresión (5-9) cuando la evolución procede isotérmicamente, es decir, cuando $\rho < \rho_{\text{crit}}$, la temperatura en todas partes de la nube permanece aproximadamente igual a la temperatura inicial. Sin embargo, a medida que $\rho \rightarrow \rho_{\text{crit}}$, entonces $T \approx 2T_0$ y cuando el gas entra en el régimen adiabático, es decir, cuando $\rho > \rho_{\text{crit}}$ la temperatura del gas aumenta.

Al igual que en la Fig. 5-11, la curvas continuas muestran las temperaturas máximas para cada modelo, mientras las curvas punteadas se refieren a la temperatura máxima de la compañera binaria en los casos en los que hubo fragmentación binaria a gran escala. Los cambios abruptos de densidad para

Figura 5-13.: Perfiles de velocidad rotacional de las protoestrellas en unidades de km s^{-1} . Los recuadros superior e intermedio muestran las curvas de rotación de las dos componentes binarias y sus respectivos discos protoestelares obtenidas en los modelos U1-U10. El recuadro inferior muestra las curvas de rotación para los modelos U11-U13 hasta un radio de ≈ 1300 AU medido desde el centro de la nube protoestelar.

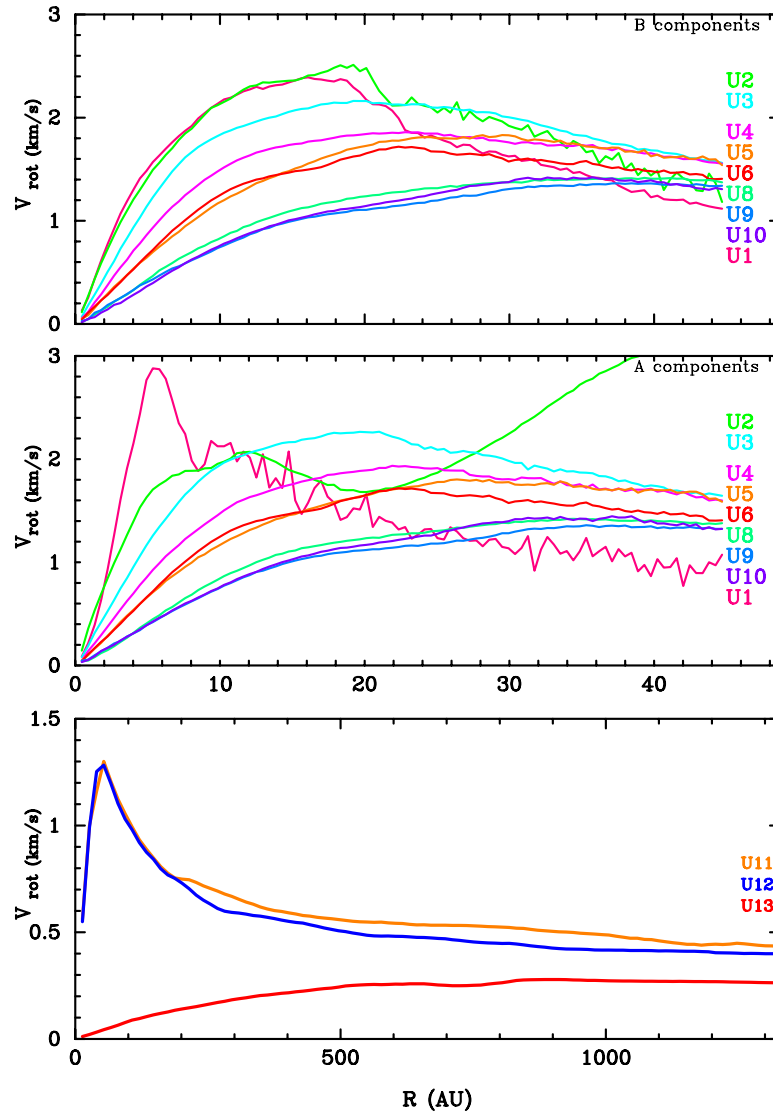
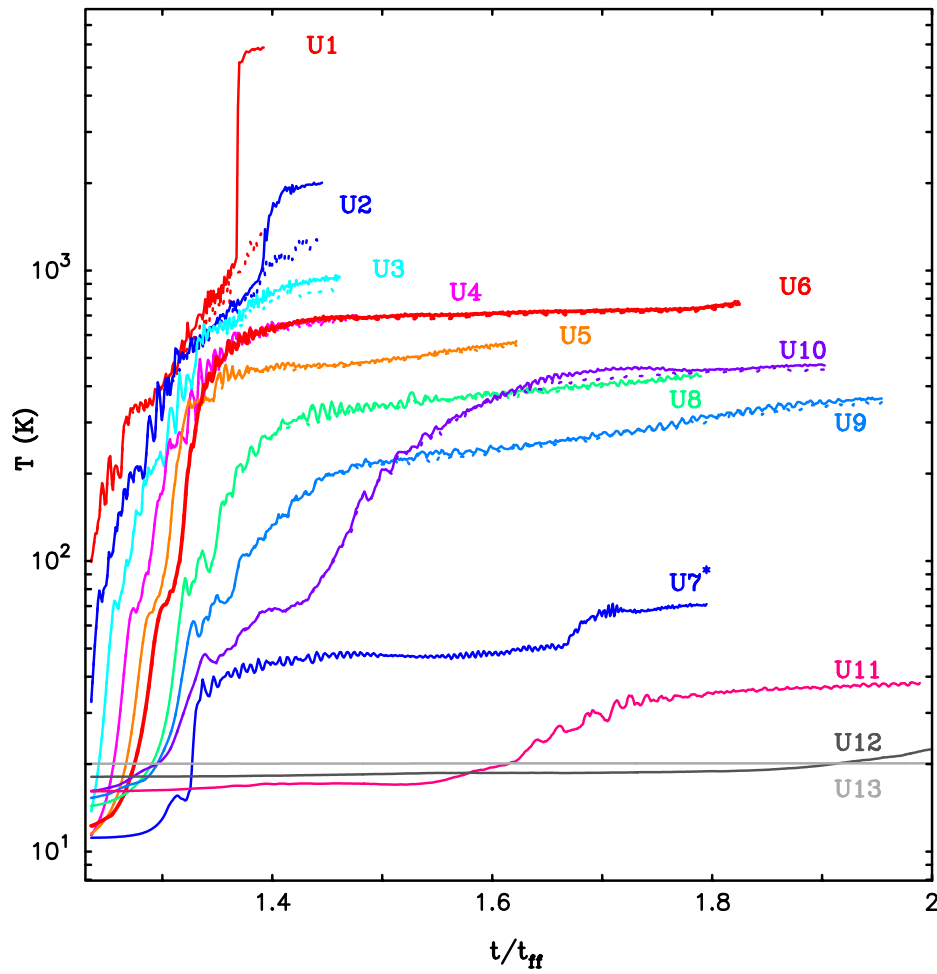


Figura 5-14.: Evolución de la temperatura máxima para los distintos modelos.



los modelos U1 y U2, que corresponden al colapso del fragmento que se forma a partir del disco protoestelar, se reflejan en virtud de la ecuación (5-9) en cambios igualmente abruptos en la temperatura máxima. El modelo U1 alcanza temperaturas máximas de ≈ 3480 K, que como se mencionó anteriormente corresponde a la temperatura máxima del fragmento de menor tamaño. Sin embargo, la temperatura máxima alcanzada por las protoestrellas primarias es sólo de a penas 30 K. Al aumentar la temperatura inicial de 5 K a 6 K para el modelo U2, la simulación predijo la formación de un sistema cuádruple conformado por dos pares de binarias cercanas. En este caso, la temperatura máxima de las protoestrellas que se formaron a partir de la fragmentación del disco protoestelar es de ≈ 60 K, mientras que las protoestrellas centrales (es decir, las primarias) tienen temperaturas máximas de ≈ 35 K. Se observa como tendencia común que al aumentar la temperatura inicial las temperaturas máximas alcanzadas disminuyen. La misma tendencia se observa al seguir aumentando el valor de T_0 , como se muestra en la Fig. 5-14 para el resto de los modelos. Como en la Fig. 5-11 para la evolución de la densidad máxima, la variación de la temperatura máxima para el modelo U6 corresponde a los valores para las dos componentes del sistema binario central, mientras para el modelo U7 la curva corresponde a la variación temporal de la temperatura máxima para la protoestrella central. Las curvas para los modelos U3, U4, U5, U8, U9 y U10 que formaron sistemas binarios muestran los valores para cada una de las componentes que al igual que la densidad muestran valores similares de la temperatura máxima y, por lo tanto, las curvas se solapan entre sí.

6. Discusión y conclusiones

A lo largo de los últimos 30 años se han acumulado suficientes evidencias observacionales sobre el hecho que las estrellas se forman en el interior de los núcleos de gas pre-estelar que a su vez conforman la estructura a pequeña escala de las nubes de gas molecular, las cuales pueden tener tamaños que varían entre unos pocos pc y 100 o más pc. Estos núcleos pre-estelares son condensaciones de tamaños $\lesssim 0,1$ pc, y pueden tener dimensiones inclusive del orden de $\sim 0,01$ pc, masas del orden de $\sim 1 M_{\odot}$, temperaturas medias de ~ 10 K, y por lo general poca rotación. Estudios observacionales sobre la multiplicidad de estrellas de la secuencia principal, pre-secuencia principal y de objetos protoestelares parecen indicar, además, que el proceso de formación estelar incluye el colapso gravitacional de estos núcleos pre-estelares como el mecanismo físicamente más plausible seguido de la fragmentación dinámica durante el colapso de las porciones más densas producto de la amplificación gravitacional de inhomogeneidades en el medio. De aquí la importancia de estudiar teóricamente el proceso de formación estelar mediante la simulación numérica del colapso gravitacional y la fragmentación a partir de condiciones iniciales que reproducen, si bien idealmente, las propiedades y en algunos casos la estructura de los núcleos de gas pre-estelar.

Observaciones recientes de objetos protoestelares en fase de evolución con la ayuda de los radio telescopios ALMA (Atacama Large Millimeter Array) y VLA (Karl G. Jansky Very Large Array) han contribuido con nueva evidencia. En particular, estas observaciones indican como posible escenario para la formación estelar dos mecanismos predominantes, es decir, la fragmentación a gran escala durante las fases iniciales del colapso de los núcleos pre-estelares, dando origen a la formación de sistemas binarios visuales (con separaciones > 200 AU), y la fragmentación a menor escala de los discos circunestelares que acompañan a las componentes binarias, dando origen a sistemas bina-

rios o múltiples cercanos con separaciones < 100 AU. Sin embargo, basadas en observaciones de la multiplicidad estelar que indican un número predominante de estrellas binarias de todas las edades, la gran mayoría de las simulaciones numéricas reportadas hasta el día de hoy se han focalizado en estudiar la formación de sistemas protobinarios con separaciones > 500 AU, es decir, la fragmentación a gran escala durante el colapso gravitacional de configuraciones pre-estelares. Hasta donde sabemos, ninguna de estas simulaciones numéricas han podido demostrar directamente los dos mecanismos de fragmentación protoestelar indicados recientemente por las observaciones. En parte esto se ha debido a la resolución limitada empleada en casi todas estas simulaciones. En particular, la falta de consistencia para asegurar precisión de segundo orden junto con la resolución espacial limitada en la gran mayoría de las simulaciones basadas en el método SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics, o Hidrodinámica de Partículas Suavizadas en español) no han permitido resolver estructuras locales a escalas por debajo de ~ 1 AU y, por lo tanto, predecir la formación, estructura y evolución de los discos protoestelares asociados a las protoestrellas formadas a partir de la fragmentación a gran escala.

En este trabajo se ha procedido a investigar la sensibilidad térmica de la fragmentación de núcleos de gas pre-estelar mediante el uso de métodos SPH matemáticamente consistentes, los cuales garantizan precisión de segundo orden. A diferencia de las simulaciones precedentes que trabajaban con un número pequeño de vecinos ($\sim 50 - 100$), en este trabajo se recupera la consistencia usando un gran número de vecinos. En particular, en las simulaciones de este trabajo el número n de vecinos y la longitud de suavizado h están determinados en términos del número total N de partículas por las relaciones de escalamiento $n \approx 7,61N^{0,503}$ y $h \approx 7,23n^{-0,33}$, respectivamente, las cuales cumplen con el límite conjunto $N \rightarrow \infty$, $n \rightarrow \infty$ y $h \rightarrow 0$ para reestablecer consistencia matemática completa. En los modelos presentes se usaron $N = 2400002$ partículas y $n = 12289$ vecinos para poder asegurar suficiente resolución local. Es importante notar que a medida que se aumenta el número de vecinos se reduce la masa mínima resoluble ya que $m_{\min} \sim 1/n$, cuya implicación más importante es la de poder resolver a la resolución indicada estructuras locales a escalas de $\sim 0,1$ AU. Esto permitió poder observar

por primera vez en este tipo de simulaciones la estructura y evolución de los discos protoestelares y, en modo particular, la formación de brazos espirales y la fragmentación del disco para predecir la formación de sistemas binarios cercanos. En otras palabras, el reestablecimiento de la consistencia ha permitido observar por primera vez en una simulación SPH los dos mecanismos dominantes de formación estelar de manera directa.

Por otro lado, mientras la mayoría de las simulaciones precedentes han considerado como temperatura inicial el valor de referencia de 10 K, observaciones recientes dirigidas a estudiar la estructura térmica de los núcleos de gas pre-estelar con la ayuda del Observatorio Espacial Herschel indican que éstos son realmente fríos en su interior con temperaturas de $\sim 6\text{--}8$ K y más calientes en sus porciones más externas con temperaturas que pueden oscilar entre ~ 12 y ~ 20 K. Estos resultados observacionales podrían tener un impacto directo sobre nuestra comprensión del proceso de formación estelar. En principio, el reservorio térmico de los núcleos de gas pre-estelar con temperaturas < 10 K podría ofrecer menor resistencia al colapso gravitacional y favorecer la formación de sistemas múltiples mediante ambos mecanismos de fragmentación. En particular, modelos previos de colapso protoestelar con temperaturas en el rango entre 8 y 12 K han demostrado que los núcleos más fríos poseen una clara tendencia a producir sistemas binarios más masivos. La formación de discos protoestelares masivos es un requisito indispensable para favorecer la amplificación de inestabilidades locales y, por ende, la fragmentación en uno o más objetos protoestelares. Por esta razón es importante considerar modelos consistentes de colapso protoestelar para un rango de temperaturas iniciales con el objeto de estudiar la sensibilidad térmica de la fragmentación protoestelar.

De acuerdo con las observaciones más recientes se consideraron modelos de núcleos pre-estelares con densidades uniformes, masas de $1 M_{\odot}$ y temperaturas iniciales en el rango $5 \leq T_0 \leq 20$ K con la ayuda de métodos SPH consistentes usando alta resolución espacial. Se supone que los modelos se encuentran rotando rígidamente al inicio con una razón entre la energía rotacional y el valor absoluto de la energía gravitacional $\beta \approx 0,16$ y valores de la razón entre la energía térmica y el valor absoluto de la energía gravitacional en el rango $0,129 \lesssim \alpha \lesssim 0,518$. Las conclusiones más relevantes de este

estudio pueden resumirse en los puntos siguientes:

- De acuerdo con el resultado de las simulaciones los modelos pueden dividirse en cuatro categorías diferentes las cuales dependen de la temperatura inicial: (a) Los núcleos más fríos, es decir, con $T_0 = 5$ y 6 K produjeron sistemas protoestelares múltiples, donde primero la nube colapsa y se fragmenta en un sistema binario visual (fragmentación a gran escala) y luego eventualmente el disco protoestelar que acompaña a cada componente protobinaria se fragmenta a su vez dando lugar o bien a un sistema triple (compuesto de una binaria cercana y una estrella individual) o a un sistema cuádruple (compuesto por un par de protobinarias cercanas); (b) Núcleos más calientes con $T_0 = 7 - 9$ K colapsan para formar un sistema binario cuya morfología es muy similar a sistemas protobinarios observados recientemente; (c) Núcleos con temperaturas entre 10 y 11 K colapsan para formar sistemas protoestelares múltiples mediante la fragmentación del disco circunbinario; y (d) Núcleos con temperatura mayor, es decir, entre 12 y 14 K produjeron sistemas binarios visuales sin fragmentación del disco circunbinario, mientras que al aumentar la temperatura inicial a 16 y 18 K los núcleos colapsaron sin fragmentarse para producir una protoestrella central. Cuando la temperatura inicial se aumentó a 20 K, las fuerzas de presión fueron suficientes para impedir el colapso gravitacional.
- Los modelos con $T_0 = 5$ y 6 K que experimentaron fragmentación del disco protoestelar confirman el hecho que cuando el parámetro de Toomre toma valores en el rango $0,6 < Q < 1,0$ el disco se vuelve gravitacional inestable a la formación de brazos espirales y que cuando $Q < 0,6$ el gas en los brazos espirales desarrolla inestabilidades locales las cuales se amplifican no linealmente dando lugar a la fragmentación del disco.
- La estructura, la evolución y la fragmentación eventual de los discos protoestelares es un resultado de la resolución de masa debido al aumento de vecinos en las simulaciones SPH lo que garantiza poder resolver escalas por debajo de 1 AU y asegurar consistencia y precisión de segundo orden.

- Los discos protoestelares en los modelos que fragmentaron produciendo sistemas binarios o múltiples con $T_0 \geq 7$ K desarrollaron brazos espirales sin experimentar fragmentación alguna. Esto ocurre porque los discos protoestelares producidos en los núcleos pre-estelares más calientes son menos masivos y, por lo tanto, no acumulan suficiente masa para fragmentarse.
- Existe una correlación clara entre la temperatura inicial y la densidad máxima alcanzada durante el colapso gravitacional. A medida que T_0 disminuye los núcleos colapsan alcanzando densidades máximas mayores.
- A medida que se aumenta la temperatura inicial, la separación orbital de los sistemas binarios visuales, es decir, producidos como resultado de la fragmentación a gran escala, aumenta en los modelos con temperaturas iniciales en el rango $5 \leq T_0 \leq 10$ K, mientras lo contrario ocurre para los modelos con temperatura inicial entre 12 y 14 K.
- En los modelos más fríos, es decir, con $T_0 \leq 10$ K, la velocidad rotacional de los fragmentos protoestelares aumenta desde el centro alcanzando un valor máximo a radios intermedios para luego decaer monotónamente hacia radios mayores, mientras que en los fragmentos producidos en núcleos más calientes ($T_0 > 11$ K) la velocidad rotacional aumenta monotónamente desde el centro hacia la parte externa sin nunca alcanzar un máximo a radios intermedios. En todos los casos las curvas de rotación son tales que tanto los fragmentos como el resto de la nube poseen rotación diferencial.
- La temperatura máxima alcanzada por los modelos sigue un patrón similar a la densidad máxima en cuanto los núcleos con temperatura inicial menor alcanzan temperaturas máximas más altas.
- La eficiencia de formación estelar medida en la cantidad de masa total disponible que termina en forma de objeto protoestelar es mayor en cuanto menor es la temperatura inicial del núcleo pre-estelar.

- Los resultados indican que núcleos pre-estelares con temperaturas suficientemente altas entre 15 y 18 K colapsan sin experimentar fragmentación, produciendo sólo una protoestrella en el centro. Tales protoestrellas pudiesen continuar su evolución hasta formar estrellas solitarias. Este resultado propone como posible escenario para la formación de estrellas individuales el colapso de núcleos de gas pre-estelar suficientemente calientes en su interior y posiblemente con temperaturas > 15 K. Este escenario pudiese competir con el mayormente aceptado que predice la formación de estrellas simples en núcleos con muy bajo momento angular, es decir, con valores de $\beta \lesssim 10^{-3}$ independientemente de la temperatura inicial.
- Los resultados muestran que núcleos de gas pre-estelar con temperaturas iniciales ≥ 20 K pudiesen no colapsar ya que las fuerzas de presión en estos casos es suficiente para detener la contracción gravitacional.

6.1. Implicaciones de los resultados para la teoría de la formación estelar

Los resultados obtenidos presentan implicaciones importantes para la teoría de la formación estelar. En particular, los resultados demuestran que solamente en los modelos con temperaturas suficientemente bajas entre 5 y 6 K, se observaron los dos mecanismos dominantes de fragmentación sugeridos por las observaciones más recientes de objetos protoestelares. Teniendo cuenta que la mayoría de los núcleos pre-estelares observados poseen temperaturas de $\sim 6 - 8$ K en su interior, los resultados implican que la multiplicidad de estrellas de la secuencia y pre-secuencia principal y, en particular, la abundancia de sistemas binarios cercanos con separaciones orbitales < 100 AU, se debe a la fragmentación a menor escala de los discos protoestelares en núcleos pre-estelares preferiblemente fríos. Esta conclusión es corroborada también por la similitud de los sistemas producidos con la morfología de los sistemas protoestelares observados.

6.2. Investigación futura

Es bien sabido que los núcleos de gas pre-estelar poseen condensaciones centrales caracterizadas por un plateau central de radio $\gtrsim 4000$ AU y una caída de la densidad hacia las regiones más externas siguiendo una ley de potencias $\propto r^{-2}$ en la mayoría de los casos observados que han sido reportados en la literatura. Por lo tanto, es de interés proponer modelos de colapso similares a los reportados aquí pero con condensaciones centrales.

Otra línea de investigación importante sería la de mejorar el tratamiento termodinámico resolviendo la ecuación de transporte radiativo para así poder seguir el colapso hasta temperaturas de 2000 K cuando se produce la disociación del hidrógeno molecular seguida del segundo colapso protoestelar. Un problema que permanece irresuelto es la formación de sistemas binarios espectroscópicos, es decir, sistemas binarios con separaciones orbitales del orden del radio solar (R_{\odot}). Se desconoce si estos sistemas se forman mediante un mecanismo de fragmentación durante el segundo colapso protoestelar o, si por el contrario, son el producto de otros mecanismos tales como la captura gravitacional de una estrella por otra como se presume ocurre en cúmulos estelares muy densos.

A. Representación SPH del gradiente de una función

Como se mencionó previamente en el Capítulo 4, por razones de precisión se prefiere el uso de la representación (4-20) a la ecuación (4-19) para la forma discreta de la ecuación (4-8). En particular, la representación (4-19)

$$(\nabla f)_a = \langle \nabla f(\mathbf{x}_a) \rangle = \sum_{b=1}^n \frac{m_b}{\rho_b} f_b \nabla_a W_{ab}, \quad (\text{A-1})$$

es la forma discreta de la aproximación kernel de ∇f en la posición de la partícula a . Usando la identidad vectorial

$$\rho \nabla f = \nabla(\rho f) - f \nabla \rho, \quad (\text{A-2})$$

y haciendo uso de la expresión (A-1) para evaluar el miembro derecho de la ecuación (A-2) se tiene

$$\begin{aligned} \rho_a (\nabla f)_a &= \sum_{b=1}^n m_b f_b \nabla_a W_{ab} - f_a \sum_{b=1}^n m_b \nabla_a W_{ab} \\ &= \sum_{b=1}^n m_b (f_b - f_a) \nabla_a W_{ab}, \end{aligned} \quad (\text{A-3})$$

o bien

$$(\nabla f)_a = \frac{1}{\rho_a} \sum_{b=1}^n m_b (f_b - f_a) \nabla_a W_{ab}, \quad (\text{A-4})$$

que es la representación SPH dada por la ecuación (4-20). Una forma alternativa a la representación (A-4) se consigue restando de la expresión (A-1)

la forma

$$f_a \sum_{b=1}^n \frac{m_b}{\rho_b} \nabla_a W_{ab},$$

que es la aproximación de partículas del producto de la función f por el momento cero del gradiente definido por la integral (4-14), el cual a su vez contribuye con un término nulo. Por lo tanto, el gradiente puede también aproximarse como

$$\begin{aligned} (\nabla f)_a &= \sum_{b=1}^n \frac{m_b}{\rho_b} f_b \nabla_a W_{ab} - f_a \sum_{b=1}^n \frac{m_b}{\rho_b} \nabla_a W_{ab} \\ &= \sum_{b=1}^n \frac{m_b}{\rho_b} (f_b - f_a) \nabla_a W_{ab}. \end{aligned} \quad (\text{A-5})$$

Otra aproximación de uso común en muchas aplicaciones del método SPH puede obtenerse promediando las formas (A-4) y (A-5)

$$\begin{aligned} (\nabla f)_a &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\rho_a} \sum_{b=1}^n m_b (f_b - f_a) \nabla_a W_{ab} + \sum_{b=1}^n \frac{m_b}{\rho_b} (f_b - f_a) \nabla_a W_{ab} \right] \\ &= \frac{1}{2} \sum_{b=1}^n m_b \left(\frac{1}{\rho_a} + \frac{1}{\rho_b} \right) (f_b - f_a) \nabla_a W_{ab} \\ &= \sum_{b=1}^n m_b \frac{\bar{\rho}_{ab}^2}{\rho_a \rho_b} \frac{(f_b - f_a)}{\bar{\rho}_{ab}} \nabla_a W_{ab}, \end{aligned} \quad (\text{A-6})$$

donde $\bar{\rho}_{ab} = (\rho_a + \rho_b)/2$. Es posible simplificar esta expresión expandiendo en series de Taylor las densidades ρ_a y ρ_b definidas en las posiciones r_a y r_b de las partículas a y b , respectivamente, alrededor del punto intermedio $r_{ab} = (r_a + r_b)/2$ de manera que

$$\bar{\rho}_{ab}^2 = \rho_\star^2 + \frac{1}{4} \rho_\star \left(\frac{\partial^2 \rho}{\partial r^2} \right)_\star r_{ab}^2 + O(r_{ab}^4), \quad (\text{A-7})$$

y

$$\rho_a \rho_b = \rho_\star^2 + \frac{1}{4} \rho_\star \left(\frac{\partial^2 \rho}{\partial r^2} \right)_\star r_{ab}^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^2 \rho}{\partial r^2} \right)_\star^2 r_{ab}^2 + O(r_{ab}^4), \quad (\text{A-8})$$

donde el subíndice \star denota cantidades definidas en el punto intermedio r_{ab} . Restando (A-8) de (A-7) y luego dividiendo el resultado por el producto $\rho_a \rho_b$ se puede demostrar que

$$\frac{\bar{\rho}_{ab}^2}{\rho_a \rho_b} \approx 1 + O(r_{ab}^2), \quad (\text{A-9})$$

al segundo orden de precisión. De esta manera, la expresión (A-6) toma la forma más simple

$$(\nabla f)_a = \sum_{b=1}^2 \frac{m_b}{\bar{\rho}_{ab}} (f_b - f_a) \nabla_a W_{ab}. \quad (\text{A-10})$$

No existe una razón específica para preferir una representación a la otra en términos de precisión ya que tanto (A-4), (A-5) y (A-10) producen resultados similares y son todas aproximaciones de segundo orden.

B. El gradiente de presión

Si bien el gradiente de una función, sea esta escalar o vectorial, se puede representar en SPH mediante cualquiera de las aproximaciones derivadas en el Apéndice A, es de uso común en casi todas las aplicaciones del método representar el gradiente de presión en la ecuación de movimiento (4-40) mediante una aproximación diferente. Consideremos por el momento la ecuación de Euler para la partícula a escrita en la forma

$$\frac{d\mathbf{v}_a}{dt} = -\frac{1}{\rho_a} (\nabla p)_a, \quad (\text{B-1})$$

donde la aceleración de la partícula a está determinada únicamente por el término de compresión. Haciendo uso de la identidad vectorial

$$\frac{1}{\rho} \nabla p = \nabla \left(\frac{p}{\rho} \right) + \frac{p}{\rho^2} \nabla \rho, \quad (\text{B-2})$$

y usando la aproximación (A-1) para el gradiente de una función con $f \rightarrow p/\rho$ y $f \rightarrow \rho$, el miembro derecho de la ecuación (B-1) evaluado en la posición de la partícula a toma la forma

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_a} (\nabla p)_a &= \sum_{b=1}^n m_b \frac{p_b}{\rho_b^2} \nabla_a W_{ab} + \frac{p_a}{\rho_a^2} \sum_{b=1}^n m_b \nabla_a W_{ab} \\ &= \sum_{b=1}^n m_b \left(\frac{p_a}{\rho_a^2} + \frac{p_b}{\rho_b^2} \right) \nabla_a W_{ab}. \end{aligned} \quad (\text{B-3})$$

En muchas aplicaciones astrofísicas esta forma simétrica se prefiere a las demás porque la representación SPH de la ecuación de Euler escrita como [107]

$$\frac{d\mathbf{v}_a}{dt} = -\sum_{b=1}^n m_b \left(\frac{p_a}{\rho_a^2} + \frac{p_b}{\rho_b^2} \right) \nabla_a W_{ab}, \quad (\text{B-4})$$

resulta en una mejor conservación del momento angular. Sin embargo, en el código hidrodinámico Gadget-2 se usa la aproximación (4-41) para evaluar el gradiente de presión, que es una versión mejorada de la representación estándar (B-4), la cual puede derivarse a partir de primeros principios como se muestra en la exposición que sigue.

B.1. Forma discreta de la Lagrangiana

Comencemos por escribir la función Lagrangiana para una partícula como

$$L = T - V, \quad (\text{B-5})$$

donde T es la energía cinética y V es la energía potencial asociadas con la partícula. Para el caso de partículas SPH la energía potencial la intercambiamos por la energía térmica, que denotaremos con la letra U . Para un sistema discreto de partículas puntuales, como es el caso en SPH, moviéndose con velocidades \mathbf{v}_a , la Lagrangiana puede escribirse como

$$L = \sum_{b=1}^n m_b \left(\frac{1}{2} v_b^2 - u_b \right), \quad (\text{B-6})$$

donde $v_b = \sqrt{\mathbf{v}_b \cdot \mathbf{v}_b}$ y u_b es la energía térmica específica la cual es función de las variables termodinámicas ρ y s , es decir, $u_b = u(\rho_b, s_b)$ donde s denota la entropía por unidad de masa. En efecto, la ecuación (B-6) puede considerarse como la versión discreta de la definición continua de la Lagrangiana para un fluido ideal [112]

$$L = \int \rho [v^2 - u(\rho, s)] dV, \quad (\text{B-7})$$

donde la integración se toma sobre todo el volumen del fluido. Dado que las propiedades Hamiltonianas están presentes de forma directa en el sistema discreto, el movimiento de las partículas estará obligado a respetar las propiedades de simetría y de conservación implícitas en la definición discreta de la Lagrangiana.

B.2. Principio de mínima acción y ecuaciones de Euler-Lagrange

Las ecuaciones de movimiento del sistema de partículas pueden entonces derivarse a partir del principio de mínima acción, donde la acción está definida de acuerdo a la integral

$$S = \int L dt. \quad (\text{B-8})$$

Minimizando la acción se tiene que

$$\delta S = \int \delta L dt = 0, \quad (\text{B-9})$$

donde δ es la variación con respecto a un pequeño cambio en las coordenadas de las partículas, $\delta \mathbf{x}$. Suponiendo ahora que la Lagrangiana puede escribirse como una función diferenciable con respecto a las posiciones, \mathbf{x} , y velocidades, \mathbf{v} , de las partículas se tiene que

$$\delta S = \int \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}} \cdot \delta \mathbf{v} + \frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} \cdot \delta \mathbf{x} \right) dt = 0. \quad (\text{B-10})$$

Tomando en cuenta que $\delta \mathbf{v} = d(\delta \mathbf{x})/dt$ y

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla,$$

e integrando por partes, la variación de la acción se puede escribir como

$$\delta S = \int \left\{ \left[-\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}} \right) + \frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} \right] \cdot \delta \mathbf{x} \right\} dt + \left[\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}} \cdot \delta \mathbf{x} \right]_{t_0}^t = 0. \quad (\text{B-11})$$

Si, además, suponemos que la variación se anula en el instante inicial, t_0 , y en el instante final, t , y dado que la variación de la posición $\delta \mathbf{x}$ es arbitraria, se obtienen las ecuaciones de Euler-Lagrange para la partícula a

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_a} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}_a} = 0. \quad (\text{B-12})$$

El uso de las ecuaciones (B-12) implica las siguientes suposiciones. Primero, no se toma en cuenta la discretización de la integral en el tiempo. De esta manera, los errores involucrados en la conservación del momento y de la energía están gobernados solamente por errores en el esquema de integración temporal. Segundo, se supuso que la Lagrangiana es una función diferenciable. Esto significa que se ha excluido explícitamente la posibilidad de obtener soluciones discontinuas para las ecuaciones de movimiento.

B.3. Ecuaciones de movimiento

Para derivar las ecuaciones que gobiernan el movimiento de las partículas es necesario calcular las derivadas implicadas en las ecuaciones de Euler-Lagrange (B-12). Las derivadas de la Lagrangiana (B-6) con respecto a la velocidad y a la posición de las partículas tienen la forma

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}_a} = m_a \mathbf{v}_a, \quad (\text{B-13})$$

y

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}_a} = - \sum_{b=1}^n m_b \left(\frac{\partial u_b}{\partial \rho_b} \right)_s \frac{\partial \rho_b}{\partial \mathbf{x}_a}, \quad (\text{B-14})$$

donde se ha supuesto que la entropía es constante. La ecuación (B-13) define los momentos canónicos del sistema. Para calcular la derivada parcial de la energía térmica específica con respecto a la densidad a entropía constante debemos recurrir a la primera ley de la termodinámica

$$dU = TdS - pdV, \quad (\text{B-15})$$

donde $\delta Q = TdS$ es el calor agregado al sistema por unidad de volumen y $\delta W = pdV$ es el trabajo realizado por el fluido al expandirse o comprimirse. Es de uso común en SPH definir el estimado del volumen asociado a una partícula como $V = m/\rho$ de manera que un cambio diferencial de volumen estará dado por $dV = -(m/\rho^2)d\rho$. Insertando esta expresión en la ecuación (B-15) y dividiendo cada miembro de la misma por la masa se obtiene

$$du = Tds + \frac{p}{\rho^2}d\rho. \quad (\text{B-16})$$

Derivando la ecuación (B-16) con respecto a la densidad para un proceso isentrópico se tiene finalmente que

$$\left(\frac{\partial u_b}{\partial \rho_b} \right)_s = \frac{p}{\rho^2}. \quad (\text{B-17})$$

Por otro lado, para evaluar la derivada de la Lagrangiana con respecto a la posición de las partículas en la relación (B-14) es necesario calcular la derivada espacial de la densidad. Partiendo del estimado de la densidad

$$\rho(\mathbf{x}_a) = \sum_{b=1}^n m_b W(\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_b, h_a), \quad (\text{B-18})$$

se obtiene para la derivada la expresión

$$\frac{\partial \rho_b}{\partial \mathbf{x}_a} = \frac{1}{\Omega_b} \sum_{c=1}^n m_c \frac{\partial W_{bc}(h_b)}{\partial \mathbf{x}_a} [\delta(\mathbf{x}_b - \mathbf{x}_a) - \delta(\mathbf{x}_c - \mathbf{x}_a)], \quad (\text{B-19})$$

donde $W_{bc}(h_b) = W(\mathbf{x}_b - \mathbf{x}_c, h_b)$, las deltas se refieren a distribuciones δ de Dirac y

$$\Omega_a = \left[1 - \frac{\partial h_a}{\partial \rho_a} \sum_{b=1}^n m_b \frac{\partial W_{ab}(h_a)}{\partial h_a} \right], \quad (\text{B-20})$$

donde se tiene cuenta de la variación de la longitud de suavizado con la densidad. Si se expresa la longitud de suavizado en términos del espaciado promedio entre partículas, es decir

$$h_a = h(\mathbf{x}_a) = \eta \left(\frac{m_a}{\rho_a} \right)^{1/D}, \quad (\text{B-21})$$

donde η es un parámetro del orden de la unidad y D denota la dimensión ($D = 3$ en tres dimensiones), entonces la derivada de h con respecto a la densidad estará dada por

$$\frac{\partial h_a}{\partial \rho_a} = -\frac{h_a}{\rho_a D}. \quad (\text{B-22})$$

Usando las expresiones (B-17) y (B-19), con las definiciones (B-20) y (B-22) en la ecuación (B-14) se llega a la expresión

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}_a} = - \sum_{b=1}^n m_b \frac{p_b}{\Omega_b \rho_b^2} \sum_{c=1}^n m_c \frac{\partial W_{bc}(h_b)}{\partial \mathbf{x}_a} [\delta(\mathbf{x}_b - \mathbf{x}_a) - \delta(\mathbf{x}_c - \mathbf{x}_a)]. \quad (\text{B-23})$$

Sustituyendo ahora las expresiones (B-13) y (B-23) en la ecuación (B-12), se llega luego de algunos pasos algebraicos a las ecuaciones de movimiento para la partícula a

$$\frac{d\mathbf{v}_a}{dt} = - \sum_{b=1}^n m_b \left[\frac{p_a}{\Omega_a \rho_a^2} \frac{\partial W_{ab}(h_a)}{\partial \mathbf{x}_a} + \frac{p_b}{\Omega_b \rho_b^2} \frac{\partial W_{ab}(h_b)}{\partial \mathbf{x}_a} \right]. \quad (\text{B-24})$$

Reconociendo que $g_a = 1/\Omega_a$ donde

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial h_a} = \sum_{b=1}^n m_b \frac{\partial W_{ab}(h_a)}{\partial h_a}, \quad (\text{B-25})$$

la ecuación (B-24) es idéntica a la ecuación (4-41) empleada en el código Gadget-2. Si la longitud de suavizado se mantiene constante, las ecuaciones de movimiento (B-24) se reducen a la forma estándar simetrizada [107]

$$\frac{d\mathbf{v}_a}{dt} = - \sum_{b=1}^n m_b \left(\frac{p_a}{\rho_a^2} + \frac{p_b}{\rho_b^2} \right) \nabla_a W_{ab}, \quad (\text{B-26})$$

la cual es de uso frecuente en muchas aplicaciones del método SPH, donde

$$\nabla_a W_{ab} = \frac{\partial W_{ab}(h)}{\partial \mathbf{x}_a}, \quad (\text{B-27})$$

y $h = h_a = h_b$.

C. Divergencia y rotacional del campo de velocidad

La divergencia del campo de velocidad, $\nabla \cdot \mathbf{v}$, y el rotacional del campo de velocidad, $\nabla \times \mathbf{v}$, son cantidades que se requieren en la relación (4.51) para evaluar la viscosidad artificial.

C.1. Divergencia

De acuerdo con la ecuación (4-10), la aproximación kernel de la divergencia de la velocidad puede escribirse como

$$\begin{aligned}\langle \nabla \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x}) \rangle &= \int_{\Omega} \mathbf{v}(\mathbf{x}') \cdot \nabla W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) d^3 \mathbf{x}' \\ &= \int_{\Omega} \frac{\mathbf{v}(\mathbf{x}')}{\rho(\mathbf{x}')} \cdot \nabla W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) \rho(\mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}',\end{aligned}\tag{C-1}$$

donde se ha dividido y multiplicado el integrando por la densidad. Siguiendo pasos análogos a los efectuados en la derivación de la aproximación de partículas para el gradiente, se puede demostrar que la representación discreta de la ecuación (C-1) es

$$(\nabla \cdot \mathbf{v})_a = \sum_{b=1}^n m_b \frac{\mathbf{v}_b}{\rho_b} \cdot \nabla_a W_{ab}.\tag{C-2}$$

Una mejor aproximación que garantice que la divergencia se anule cuando la velocidad es constante se puede derivar usando la identidad vectorial

$$\rho \nabla \cdot \mathbf{v} = \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) - \mathbf{v} \cdot \nabla \rho.\tag{C-3}$$

Usando la representación (C-2) con $\mathbf{v} \rightarrow \rho\mathbf{v}$ y la aproximación (A-1) con $f \rightarrow \rho$ se obtiene

$$\rho_a (\nabla \cdot \mathbf{v})_a = \sum_{b=1}^n m_b \mathbf{v}_b \cdot \nabla_a W_{ab} - \mathbf{v}_a \cdot \sum_{b=1}^n m_b \nabla_a W_{ab}. \quad (\text{C-4})$$

Arreglando términos se obtiene para la divergencia del campo de velocidad evaluada en la posición de la partícula a la forma

$$(\nabla \cdot \mathbf{v})_a = \frac{1}{\rho_a} \sum_{b=1}^n m_b (\mathbf{v}_b - \mathbf{v}_a) \cdot \nabla_a W_{ab}. \quad (\text{C-5})$$

C.2. Rotacional

A partir de la relación (4-2) para la aproximación kernel de la función $f(\mathbf{x})$ se tiene para el rotacional del campo de velocidad la expresión

$$\langle \nabla \times \mathbf{v}(\mathbf{x}) \rangle = \int_{\Omega} [\nabla' \times \mathbf{v}(\mathbf{x}')] W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) d^3 \mathbf{x}'. \quad (\text{C-6})$$

Integrando por partes es posible demostrar que

$$\begin{aligned} \langle \nabla \times \mathbf{v}(\mathbf{x}) \rangle &= - \int_{\Omega} \mathbf{v}(\mathbf{x}') \times \nabla W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) d^3 \mathbf{x}' \\ &= - \int_{\Omega} \frac{\mathbf{v}(\mathbf{x}')}{\rho(\mathbf{x}')} \times \nabla W(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|, h) \rho(\mathbf{x}') d^3 \mathbf{x}'. \end{aligned} \quad (\text{C-7})$$

Siguiendo de nuevo pasos análogos a los empleados para aproximar el gradiente y la divergencia, se obtiene para el rotacional del campo de velocidad en la aproximación de partículas la representación

$$(\nabla \times \mathbf{v})_a = - \sum_{b=1}^n m_b \frac{\mathbf{v}_b}{\rho_b} \times \nabla_a W_{ab}. \quad (\text{C-8})$$

Una mejor representación SPH que garantice que el rotacional se anule cuando la velocidad es constante se puede derivar usando la identidad vectorial

$$\rho \nabla \times \mathbf{v} = \nabla \times (\rho \mathbf{v}) - \nabla \rho \times \mathbf{v}, \quad (\text{C-9})$$

de manera tal que usando la expresión (C-8) para el producto $\rho \mathbf{v}$ y (A-1) para el estimado del gradiente de la densidad se obtiene

$$\rho_a (\nabla \times \mathbf{v})_a = - \sum_{b=1}^n m_b \mathbf{v}_b \times \nabla_a W_{ab} + \mathbf{v}_a \times \sum_{b=1}^n m_b \nabla_a W_{ab}. \quad (\text{C-10})$$

Reagrupando términos se obtiene finalmente la forma

$$(\nabla \times \mathbf{v})_a = - \frac{1}{\rho_a} \sum_{b=1}^n m_b (\mathbf{v}_b - \mathbf{v}_a) \times \nabla_a W_{ab}. \quad (\text{C-11})$$

D. Cálculo de las propiedades integrales

En esta sección se describe el procedimiento seguido para calcular las propiedades integrales, es decir, la masa y radio de los fragmentos, la masa y radio de los discos protoestelares, las separaciones orbitales y la escala de altura de los discos protoestelares necesaria para el cálculo del parámetro de Toomre definido por la relación (5-10).

D.1. Masa y radio de las protoestrellas

Para calcular la masa de los fragmentos (o protoestrellas) se procede primero a determinar la región alrededor del fragmento donde la densidad es un factor de 1/10 de la densidad máxima. Se designa la posición de la partícula con la máxima densidad como el centro del fragmento y se define el radio, R , del fragmento como el máximo de todas las distancias radiales del centro a las partículas cuya valor de densidad es un décimo de la densidad máxima. La masa de la protoestrella, M_* , se determina como la suma de las masas de todas las partículas encerradas por una esfera de radio R y con centro en la posición del máximo de densidad. El criterio usado para definir el borde de los fragmentos como el lugar donde la densidad es 10 veces menor que la densidad máxima se ajusta a los criterios seleccionados en casi todas las simulaciones de colapso protoestelar reportadas en la literatura.

D.2. Masa y radio de los discos protoestelares

La masa de un disco protoestelar se calcula excluyendo la masa de la protoestrella a la cual se encuentra asociado. Para ello se procede de la siguiente manera. Si R es el radio de la protoestrella central, entonces la masa del disco,

M_d , se calcula definiendo una caja cilíndrica de extensión radial $R \leq r \leq R_d$ y altura $|z| \leq R$ concéntrica con la protoestrella, donde R_d denota el radio del disco, el cual se define como la máxima distancia radial medida desde el centro de la protoestrella a la posición de las partículas donde la densidad máxima en el disco decae por debajo de un factor de 1/10 en el plano ecuatorial. Establecidos los valores de R y R_d que definen las dimensiones de la caja cilíndrica se procede a sumar las masas de todas las partículas encerradas por la caja, excluyendo naturalmente la masa de la protoestrella.

D.3. Escala de altura de los discos protoestelares

La escala de altura de los discos protoestelares se calcula como una función del radio, R , suponiendo que éstos se encuentran en equilibrio hidrostático a lo largo del ancho, es decir, en la dirección vertical z . Para ello se define un cuadrado de área R_d^2 en el plano $\phi = 0$ de la caja cilíndrica sobre el cual se proyectan todas las partículas que se encuentran dentro de la misma. El dominio se divide luego en $n \times n$ celdas cuadradas cada una de área igual a 1 AU^2 y se calcula el valor de la densidad en las celdas promediando la contribución de las partículas que se encuentran dentro de cada una de ellas. De esta manera se pueden obtener perfiles de densidad como función de la altura, $\rho(z)$, para cada valor del radio los cuales pueden ajustarse por medio de una distribución Gaussiana de la forma

$$\rho(R, z) = \rho_0(R) \exp \left[\frac{-z^2}{2H^2(R)} \right], \quad (\text{D-1})$$

para determinar los valores de $\rho_0(R)$ y $H(R)$, donde $\rho_0(R)$ es la densidad en el plano ecuatorial del disco ($z = 0$) y $H(R)$ es la escala de altura del disco como función del radio. Para calcular estos valores se procede de la siguiente manera. Se divide el dominio cuadrado en rectángulos de área $3n \text{ AU}^2$, cada uno conteniendo $3n$ celdas. Para cada uno de estos rectángulos, el máximo valor de la distribución define la densidad ecuatorial del disco, $\rho_0(R)$, y los anchos de las distribuciones los valores de $H(R)$. Los valores de M_* , M_d , R , R_d , $\rho_0(R)$ y $H(R)$ se determinan a cada intervalo de tiempo y

para poder calcular la variación temporal de las masas de las protoestrellas y discos asociados como también la variación espacio-temporal del parámetro de Toomre. El parámetro de Toomre sirve también para calcular la evolución temporal de la masa contenida en la región del disco sujeta a la inestabilidad gravitacional, M_{IG} .

D.4. Curvas de rotación

Para determinar la curva de rotación de un fragmento protoestelar se calcula el centro de masa del fragmento, el cual de acuerdo con la descripción dada en la Sección D.1, está definido por todas las partículas encerradas por una esfera de radio R . Se hace luego coincidir el plano ecuatorial del fragmento con el de su disco protoestelar. De esta manera se define el eje de rotación del fragmento como el eje perpendicular al plano ecuatorial ($z = 0$) que pasa a través del centro de masa del fragmento. Para extraer la componente azimutal, v_ϕ , del vector velocidad de cada partícula contenida en el volumen del fragmento, es decir, la velocidad rotacional, se usa la relación

$$v_\phi = \cos \phi v_y - \sin \phi v_x, \quad (\text{D-2})$$

donde $\phi = \arctan(y/x)$ es la posición azimutal de la partícula medida con respecto a un sistema Cartesiano cuyo origen coincide con el centro de masa del fragmento y el eje z con el eje de rotación.

Una vez calculadas las velocidades rotacionales de las partículas, se selecciona el plano $\phi = 0$ y se proyectan sobre éste todas las partículas que componen al fragmento. La curva de rotación se obtiene dividiendo el plano sobre el cual están proyectadas las partículas en intervalos de ancho $R/20$ y promediando los valores de v_ϕ de las partículas dentro de cada intervalo, donde la altura de los intervalos está delimitada por el radio R de la esfera. De esta manera se obtiene el perfil de velocidad rotacional como función del radio para cada fragmento.

Bibliografía

- [1] ADAMS, F. C. ; LADA, C. J. ; SHU, F. H.: Spectral evolution of young stellar objects. En: *The Astrophysical Journal* 312 (1987), p. 788–806
- [2] ALLEN, L. ; MEGEATH, S. T. ; GUTERMUTH, R. ; MYERS, P. C. ; WOLK, S. ; ADAMS, F. C. ; MUZEROLLE, J. ; YOUNG, E. ; PIPHER, J. L.: The structure and evolution of young stellar clusters. En: REIPURTH, B. (Ed.) ; JEWITT, D. (Ed.) ; KEIL, K. (Ed.): *Protostars and Planets V*, University of Arizona Press, 2006, p. 361–376
- [3] ALVES, F. O. ; CASELLI, P. ; GIRART, J. M. ; SEGURA-COX, D. ; FRANCO, G. A. P. ; SCHMIEDEKE, A. ; ZHAO, B.: Gas flow and accretion via spiral streamers and circumstellar disks in a young binary protostar. En: *Science* 366 (2019), p. 90–93
- [4] ANDRÉ, P.: Interstellar filaments and star formation. En: *Comptes Rendus – Geoscience* 349 (2017), p. 187–197
- [5] ANDRÉ, P. ; WARD-THOMPSON, D. ; BARSONY, M.: Submillimeter continuum observations of ρ Ophiuchi A: The candidate protostar VLA 1623 and prestellar clumps. En: *The Astrophysical Journal* 406 (1993), p. 122–141
- [6] ANDRÉ, P. ; WARD-THOMPSON, D. ; BARSONY, M.: From prestellar cores to protostars: the initial conditions of star formation. En: MANNINGS, V. (Ed.) ; BOSS, A. P. (Ed.) ; RUSSELL, S. S. (Ed.): *Protostars and Planets IV*, University of Arizona Press, 2000, p. 59–96
- [7] ANDRÉ, P. ; WARD-THOMPSON, D. ; MOTTE, F.: Probing the initial conditions of star formation: the structure of the prestellar core L 1689B. En: *Astronomy & Astrophysics* 314 (1996), p. 625–635

-
- [8] ARREAGA-GARCÍA, G. ; KLAPP, J. ; SIGALOTTI, L. D. G. ; GABBA-SOV, R.: Gravitational collapse and fragmentation of molecular cloud cores with GADGET-2. En: *The Astrophysical Journal* 666 (2007), p. 290–308
- [9] BARRANCO, J. A. ; GOODMAN, A. A.: Coherent dense cores. I. NH₃ observations. En: *The Astrophysical Journal* 504 (1998), p. 207–222
- [10] BATE, M. R.: Collapse of a molecular cloud core to stellar densities: The first three-dimensional calculations. En: *The Astrophysical Journal Letters* 508 (1998), p. L95–L98
- [11] BATE, M. R.: On the diversity and statistical properties of protostellar discs. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 475 (2018), p. 5618–5658
- [12] BATE, M. R. ; BURKERT, A.: Resolution requirements for smoothed particle hydrodynamics calculations with self-gravity. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 288 (1997), p. 1060–1072
- [13] BERGIN, E. A. ; MARET, S. ; VAN DER TAK, F. F. S. ; ALVES, J. ; CARMODY, S. M. ; LADA, C. J.: The thermal structure of gas in prestellar cores: A case study of Barnard 68. En: *The Astrophysical Journal* 645 (2005), p. 369–380
- [14] BIANCHI, S. ; GONÇALVES, J. ; ALBRECHT, M. ; CASELLI, P. ; CHINI, R. ; GALLI, D. ; WALMSLEY, M.: Dust emissivity in the submm/mm. SCUBA and SIMBA observations of Barnard 68. En: *Astronomy & Astrophysics* 399 (2003), p. L43–L46
- [15] BLACK, D. C. ; BODENHEIMER, P.: Evolution of rotating interstellar clouds. I. Numerical techniques. En: *The Astrophysical Journal* 199 (1975), p. 619–632
- [16] BLACK, D. C. ; BODENHEIMER, P.: Evolution of rotating interstellar clouds. II. The collapse of protostars of 1, 2, and 5 M_{\odot} . En: *The Astrophysical Journal* 206 (1976), p. 138–149

- [17] BLITZ, L.: Star forming molecular clouds towards the galactic anticentre. En: *Giant molecular clouds in the Galaxy. Proceedings of the Third Gregynog Astrophysics Workshop*, Pergamon Press, 1980, p. 211–229
- [18] BODENHEIMER, P.: Angular momentum evolution of young stars and disks. En: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 33 (1995), p. 199–238
- [19] BODENHEIMER, P. ; RUZMAJKINA, T. ; MATHIEU, R. D.: Stellar multiple systems - Constraints on the mechanism of origin. En: LEVY, E. H. (Ed.) ; LUNINE, J. I. (Ed.) ; GUERRIERI, M. (Ed.) ; MATTHEWS, M. S. (Ed.): *Protostars and Planets III*, University of Arizona Press, 1993, p. 367–404
- [20] BODENHEIMER, S. ; SWEIGART, A.: Dynamic collapse of the isothermal sphere. En: *The Astrophysical Journal* 152 (1968), p. 515–522
- [21] BONET, J. ; LOK, T. S. L.: Variational and momentum preservation aspects of smooth particle hydrodynamic formulations. En: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 180 (1999), p. 97–115
- [22] BONNELL, I. A. ; BATE, M. R.: The formation of close binary systems. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 271 (1994), p. 999–1004
- [23] BONNELL, I. A. ; BATE, M. R.: Massive circumbinary discs and the formation of multiple systems. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 269 (1994), p. L45–L48
- [24] BOSS, A. P.: Collapse and equilibrium of rotating, adiabatic clouds. En: *The Astrophysical Journal* 242 (1980), p. 699–709
- [25] BOSS, A. P.: Protostellar formation in rotating interstellar clouds. I - Numerical methods and tests. En: *The Astrophysical Journal* 236 (1980), p. 619–627

-
- [26] BOSS, A. P.: Protostellar formation in rotating interstellar clouds. II - Axially symmetric collapse. En: *The Astrophysical Journal* 237 (1980), p. 563–573
- [27] BOSS, A. P.: Protostellar formation in rotating interstellar clouds. III - Nonaxisymmetric collapse. En: *The Astrophysical Journal* 237 (1980), p. 866–876
- [28] BOSS, A. P.: Formation of hierarchical multiple protostellar cores. En: *Nature* 351 (1991), p. 298–300
- [29] BOSS, A. P.: The Jeans mass constraint and the fragmentation of molecular cloud cores. En: *The Astrophysical Journal* 501 (1998), p. L77–L81
- [30] BOSS, A. P. ; FISHER, R. T. ; KLEIN, R. I. ; MCKEE, C. F.: The Jeans condition and collapsing molecular cloud cores: Filaments or binaries? En: *The Astrophysical Journal* 528 (2000), p. 325–335
- [31] BOSS, A. P. ; FISHER, R. T. ; KLEIN, R. I. ; MCKEE, C. F.: The Jeans condition and collapsing molecular cloud cores: Filaments or binaries? En: *The Astrophysical Journal* 528 (2000), p. 325–335
- [32] BOSS, A. P. ; HABER, J. G.: Axisymmetric collapse of rotating, isothermal clouds. En: *The Astrophysical Journal* 255 (1982), p. 240–244
- [33] BOSS, A. P. ; MYHILL, E. A.: Protostellar hydrodynamics: Constructing and testing a spatially and temporally second-order-accurate method. I. Spherical coordinates. En: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 83 (1992), p. 311–327
- [34] BOSS, A. P. ; MYHILL, E. A.: Collapse and fragmentation of molecular cloud cores. III. Initial differential rotation. En: *The Astrophysical Journal* 451 (1995), p. 218–224
- [35] BOURKE, T. ; CRASPI, A. ; MYERS, P. ; WILNER, D. ; EVANS, N. ; HUARD, T. ; JORGENSEN, J. ; YOUNG, C.: L1014-IRS: A proto-brown-

- dwarf in a starless core? En: *Star Formation in the Era of Three Great Observatories*, SAO/NASA, 2005, p. 12
- [36] BOUVIER, J. ; RIGAUT, F. ; D., Nadeau: Pleiades low-mass binaries: do companions affect the evolution of protoplanetary disks? En: *Astronomy & Astrophysics* 323 (1997), p. 139–150
- [37] BURKERT, A. ; BODENHEIMER, P.: Multiple fragmentation in collapsing protostars. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 264 (1993), p. 798–806
- [38] BURKERT, A. ; BODENHEIMER, P.: Fragmentation in a centrally condensed protostar. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 280 (1996), p. 1190–1200
- [39] CARPENTER, J. M.: 2MASS observations of the Perseus, Orion A, Orion B, and Monoceros R2 molecular clouds. En: *The Astronomical Journal* 120 (2000), p. 3139–3161
- [40] CHEN, H. ; TOKUNAGA, A. T.: Stellar density enhancements associated with IRAS sources in L1641. En: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 90 (1994), p. 149–172
- [41] CHEN, J. K. ; BERAUN, J. E. ; JIH, C. J.: Completeness of corrective smoothed particle method for linear elastodynamics. En: *Computational Mechanics* 24 (1999), p. 273–285
- [42] CHIÈZE, J. P.: The fragmentation of molecular clouds. I - The mass-radius-velocity dispersion relations. En: *Astronomy & Astrophysics* 171 (1987), p. 225–232
- [43] COMMERÇON, B. ; HENNEBELLE, P. ; AUDIT, E. ; CHABRIER, G. ; TEYSSIER, R.: Protostellar collapse: radiative and magnetic feedbacks on small-scale fragmentation. En: *Astronomy & Astrophysics* 510 (2010), p. L3
- [44] CONNELLEY, M. S. ; REIPURTH, B. ; TOKUNAGA, A. T.: The evolution of the multiplicity of embedded protostars. II. Binary separation

- distribution and analysis. En: *The Astronomical Journal* 135 (2008), p. 2526–2536
- [45] CORREIA, S. ; ZINNECKER, H. ; RATZKA, Th. ; STERZIK, M. F.: High-order multiplicity of PMS stars: Results from a VLT/NACO survey. En: HUBRIG, S. (Ed.) ; PETR-GOTZENS, M. (Ed.) ; TOKOVININ, A. (Ed.): *Multiple Stars Across the H-R Diagram. ESO Astrophysics Symposia*, Springer, 2008, p. 232–238
- [46] DEHNEN, W. ; ALY, H.: Improving convergence in smoothed particle hydrodynamics simulations without pairing instability. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 425 (2012), p. 1068–1082
- [47] DÛCHENE, G.: Binary fraction in low-mass star forming regions: A reexamination of the possible excesses and implications. En: *Astronomy & Astrophysics* 341 (1999), p. 547–552
- [48] DÛCHENE, G. ; BONTEMPS, S. ; BOUVIER, J. ; ANDRÉ, P. ; DJUPVIK, A. ; GHEZ, A.: Multiple protostellar systems. II. A high resolution near-infrared imaging survey in nearby star-forming regions. En: *Astronomy & Astrophysics* 476 (2007), p. 229–242
- [49] DÛCHENE, G. ; KRAUS, A.: Stellar multiplicity. En: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 51 (2013), p. 269–310
- [50] DUQUENNOY, A. ; MAYOR, M.: Multiplicity among solar-type stars in the solar neighbourhood. II - Distribution of the orbital elements in an unbiased sample. En: *Astronomy & Astrophysics* 248 (1991), p. 485–524
- [51] EVANS, N. J. ; LADA, E. A.: Star formation in three nearby cloud complexes. En: FALGARONE, E. (Ed.) ; BOULANGER, F. (Ed.) ; DUVERT, G. (Ed.): *Fragmentation of Molecular Clouds and Star Formation*, Springer Science + Business Media, 1991, p. 293–315
- [52] EVANS, N. J. ; RAWLINGS, J. M. C. ; SHIRLEY, Y. L. ; MUNDY, L. G.: Tracing the mass during low-mass star formation. II. Modeling the sub-

- millimeter emission from preprotostellar cores. En: *The Astrophysical Journal* 557 (2019), p. 193–208
- [53] FISHER, R. T. A.: A turbulent interstellar medium origin of the binary period distribution. En: *The Astrophysical Journal* 600 (2004), p. 769–780
- [54] FOSTER, P. N. ; CHEVALIER, R. A.: Gravitational collapse of an isothermal sphere. En: *The Astrophysical Journal* 416 (1993), p. 303–311
- [55] FULLER, G. A. ; LADD, E. F. ; HODAPP, K.-W.: Lynds 1527: an embedded protobinary system in Taurus. En: *The Astrophysical Journal* 463 (1996), p. L97–L100
- [56] FULLER, G. A. ; MYERS, P. C.: Dense cores in dark clouds. VII. Line width–size relations. En: *The Astrophysical Journal* 384 (1992), p. 523–527
- [57] GABBASOV, R. ; SIGALOTTI, L. D. G. ; CRUZ, F. ; KLAPP, J. ; RAMÍREZ-VELASQUEZ, J. M.: Consistent SPH simulations of protostellar collapse and fragmentation. En: *The Astrophysical Journal* 835 (2017), p. 287
- [58] GALLI, D. ; WALMSLEY, M. ; GONÇALVES, J.: The structure and stability of molecular cloud cores in external radiation fields. En: *Astronomy & Astrophysics* 394 (2002), p. 275–284
- [59] DE GEUS, E. J. ; BRONFMAN, L. ; THADDEUS, P.: A CO survey of the dark clouds in Ophiuchus. En: *Astronomy & Astrophysics* 231 (1990), p. 137–150
- [60] GHEZ, A. M. ; MCCARTHY, D. W. ; PATIENCE, J. L. ; BECK, T. L.: The multiplicity of T pre-main-sequence stars in southern star-forming regions. En: *The Astrophysical Journal* 481 (1997), p. 378–385
- [61] GHEZ, A. M. ; NEUGEBAUER, G. ; MATTHEWS, K.: The multiplicity of T Tauri stars in the star forming regions Taurus-Auriga and Ophiuchus-

- Scorpius: A 2.2 micron speckle imaging survey. En: *The Astronomical Journal* 106 (1993), Nr. 5, p. 2005–2023
- [62] GINGOLD, R. A. ; MONAGHAN, J. J.: Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 181 (1977), p. 375–389
- [63] GOMEZ, M. ; HARTMANN, L. ; KENYON, S. J. ; HEWETT, R.: On the spatial distribution of pre-main-sequence stars in Taurus. En: *The Astrophysical Journal* 412 (1993), p. 233–253
- [64] GUERRERO, C. A. ; ORLOV, V. G.: Stellar multiplicity of the open cluster ASCC 113. En: *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica* 46 (2015), p. 44–46
- [65] HARJU, J. ; WALMSLEY, C. M. ; WOUTERLOOT, J. G. A.: Young ammonia clumps in the Orion molecular cloud. En: *Astronomy & Astrophysics* 245 (1991), p. 643–647
- [66] HARJUNPÄÄ, P. ; LILJESTRÖM, T. ; MATTILA, K.: Molecular observations of a pair of dense cores in the dark cloud L 1155. En: *Astronomy & Astrophysics* 249 (1991), p. 493–504
- [67] HAYWARD, C. C. ; TORREY, P. ; SPRINGEL, V. ; HERNQUIST, L. ; VOGELSBERGER, M.: Galaxy mergers on a moving mesh: a comparison with smoothed particle hydrodynamics. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 442 (2014), p. 1992–2016
- [68] HERBIG, G. H. ; TERNDRUP, D. M.: The Trapezium cluster of the Orion nebula. En: *The Astrophysical Journal* 307 (1986), p. 609–618
- [69] HERNQUIST, L. ; KATZ, N.: TREESPH: A unification of SPH with the hierarchical tree method. En: *The Astrophysical Journal* 70 (1989), p. 419–446
- [70] HU, C.-Y. ; NAAB, T. ; WALCH, S. ; MOSTER, B. P. ; OSER, L.: SPH-Gal: smoothed particle hydrodynamics with improved accuracy for ga-

- laxy simulations. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 443 (2014), p. 1173–1191
- [71] HUJEIRAT, A. ; MYERS, P. ; CAMENZIND, M. ; BURKERT, A.: Collapse of weakly ionized rotating turbulent cloud cores. En: *New Astronomy* 4 (2000), p. 601–613
- [72] HUNTER, C.: The instability of the collapse of a self-gravitating gas cloud. En: *The Astrophysical Journal* 136 (1962), p. 594–608
- [73] INUTSUKA, S.: Present-day star formation: From molecular cloud cores to protostars and protoplanetary disks. En: *Progress of Theoretical and Experimental Physics* 2012 (2012), p. 01A307
- [74] JEANS, J.: *Astronomy and Cosmogony*. Cambridge : Cambridge University Press, 1929
- [75] KHÖLER, R. ; LEINERT, C. H.: Multiplicity of T Tauri stars in Taurus after ROSAT. En: *Astronomy & Astrophysics* 331 (1998), p. 977–988
- [76] KIRK, J. M. ; WARD-THOMPSON, D. ; ANDRÉ, P.: The initial conditions of isolated star formation - VI. SCUBA mapping of pre-stellar cores. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 360 (2005), p. 1506–1526
- [77] KITSIONAS, S. ; WHITWORTH, A. P.: Smoothed Particle Hydrodynamics with particle splitting, applied to self-gravitating collapse. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 330 (2002), p. 129–136
- [78] KLAPP, J. ; SIGALOTTI, L. D. G.: Formation of multiple protostellar systems. En: *Astronomy & Astrophysics* 273 (1993), p. 175–184
- [79] KLAPP, J. ; SIGALOTTI, L. D. G.: Collapse and fragmentation models of oblate molecular cloud cores. III. Formation of small protostellar clusters. En: *The Astrophysical Journal* 504 (1998), p. 158–169

- [80] KRATTER, K. ; LODATO, G.: Gravitational instabilities in circumstellar disks. En: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 54 (2016), p. 271–311
- [81] KRAUS, A. L. ; IRELAND, M. J. ; MARTINACHE, F. ; HILLENBRAND, L. A.: Mapping the shores of the brown dwarf desert. II. Multiple star formation in Taurus-Auriga. En: *The Astrophysical Journal* 731 (2011), p. 8
- [82] KRUMHOLZ, M. R. ; KLEIN, R. I. ; MCKEE, C. F. ; OFFNER, S. S. R. ; CUNNINGHAM, A. J.: The formation of massive star systems by accretion. En: *Science* 323 (2009), p. 754–757
- [83] LADA, C. J.: Stellar multiplicity and the initial mass function: most stars are single. En: *The Astrophysical Journal* 640 (2006), p. L63–L66
- [84] LADA, C. J. ; LADA, E. A.: Embedded clusters in molecular clouds. En: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 41 (2003), p. 57–115
- [85] LADA, E. A. ; DEPOY, D. L. ; EVANS, N. J. ; GATLEY, I.: A 2.2 micron survey in the L1630 molecular cloud. En: *The Astrophysical Journal* 371 (1991), p. 171–182
- [86] LADA, E. A. ; STROM, K. M. ; MYERS, P. C.: Environments of star formation – Relationship between molecular clouds, dense cores and young stars. En: LEVY, E. H. (Ed.) ; LUNINE, J. I. (Ed.): *Protostars and Planets III*, University of Arizona Press, 1993, p. 245–277
- [87] LAFRENIÈRE, D. ; JAYAWARDHANA, R. ; BRANDEKER, A. ; AHMIC, M. ; VAN KERKWIJK, M. H.: A multiplicity census of young stars in Chamaleon I. En: *The Astrophysical Journal* 683 (2008), p. 844–861
- [88] LARSON, R. B.: Numerical calculations of the dynamics of a collapsing proto-star. En: *Monthly Notices of the Royal Society* 145 (1969), p. 271–295
- [89] LARSON, R. B.: Implications of binary properties for theories of star formation. IAU Symposium, Vol. 200. En: ZINNECKER, H. (Ed.) ;

- MATHIEU, R. D. (Ed.): *The Formation of Binary Stars*, Cambridge University Press, 2001, p. 93–106
- [90] LAUGHLIN, G. ; RÓŻYCZKA, M.: The effect of gravitational instabilities on protostellar disks. En: *The Astrophysical Journal* 456 (1996), p. 279–291
- [91] LAUNHARDT, R. ; STUTZ, A. M. ; SCHMIEDEKE, A. ; HENNING, Th. ; KRAUSE, O. ; BALOG, Z. ; BEUTHER, H. ; BIRKMANN, S. ; HENNE-MANN, M. ; KAINULAINEN, J. ; KHANZADYAN, T. ; LINZ, H. ; LIPPOK, N. ; NIELBOCK, M. ; PITANN, J. ; RAGAN, S. ; RISACHER, C. ; SCHMALZL, M. ; SHIRLEY, Y. L. ; STECKLUM, B. ; STEINACKER, J. ; TACKENBERG, J.: The earliest phases of star formation (EPoS): a Herschel key Project. The thermal structure of low-mass molecular cloud cores. En: *Astronomy & Astrophysics* 551 (2013), p. A98
- [92] LAY, O. P. ; CARLSTROM, J. E. ; HILLS, R. E.: NGC 1333 IRAS 4: Further multiplicity revealed with the CSO-JCMT interferometer. En: *The Astrophysical Journal* 452 (1995), p. L73–L76
- [93] LEINERT, Ch. ; HENRY, T. ; GLINDEMANN, A. ; MCCARTHY, D. W.: A search for companions to nearby southern M dwarfs with near-infrared speckle interferometry. En: *Astronomy & Astrophysics* 325 (1997), p. 159–166
- [94] LI, S. F. ; LIU, W. K.: Moving least-square reproducing kernel method. Part II: Fourier analysis. En: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 139 (1996), p. 159–193
- [95] LI, W. ; EVANS, N. J. ; LADA, E. A.: Looking for distributed star formation in L1630: A near-infrared (J,H,K) survey. En: *The Astrophysical Journal* 488 (1997), p. 277–285
- [96] LITVINOV, S. ; HU, X. Y. ; ADAMS, N. A.: Towards consistence and convergence of conservative SPH approximations. En: *Journal of Computational Physics* 301 (2015), p. 394–401

- [97] LIU, M. B. ; LIU, G. R.: Restoring particle consistency in smoothed particle hydrodynamics. En: *Applied Numerical Mathematics* 56 (2006), p. 19–36
- [98] LIU, M. B. ; LIU, G. R.: Smoothed particle hydrodynamics (SPH): an overview and recent developments. En: *Archives of Computational Methods in Engineering* 17 (2010), p. 25–76
- [99] LIU, M. B. ; LIU, G. R. ; LAM, K. Y.: Constructing smoothing functions in smoothed particle hydrodynamics with applications. En: *Journal of Computational and Applied Mathematics* 155 (2003), p. 263–284
- [100] LOONEY, L. W. ; MUNDY, L. G. ; WELCH, W. J.: High-resolution $\lambda = 2,7$ millimeter observations of L1551 IRS 5: A protobinary system? En: *The Astrophysical Journal* 484 (1997), p. L157–L160
- [101] LOREN, R. B. ; WOOTTEN, A. ; WILKING, B. A.: Cold DCO⁺ cores and protostars in the warm ρ Ophiuchi cloud. En: *The Astrophysical Journal* 365 (1990), p. 269–286
- [102] LUCY, L. B.: A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. En: *The Astronomical Journal* 82 (1977), p. 1013–1024
- [103] MADDALENA, R. J. ; MORRIS, M. ; MOSCOWITZ, J. ; THADDEUS, P.: The large system of molecular clouds in Orion and Monoceros. En: *The Astrophysical Journal* 303 (1986), p. 375–391
- [104] MARUTA, H. ; NAKAMURA, F. ; NISHI, R. ; IKEDA, N. ; KITAMURA, Y.: Physical properties of dense cores in the ρ Ophiuchi main cloud and a significant role of external pressures in clustered star formation. En: *The Astrophysical Journal* 714 (2010), p. 680–698
- [105] MASUNAGA, H. ; INUTSUKA, S.: A radiation hydrodynamic model for protostellar collapse. II. The second collapse and the birth of a protostar. En: *The Astrophysical Journal* 531 (2000), p. 350–365

- [106] MIYAMA, S. M. ; HAYASHI, C. ; NARITA, S.: Criteria for collapse and fragmentation of rotating, isothermal clouds. En: *The Astrophysical Journal* 279 (1984), p. 621–632
- [107] MONAGHAN, J. J.: Smoothed particle hydrodynamics. En: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 30 (1992), p. 543–574
- [108] MONAGHAN, J. J.: SPH and Riemann solvers. En: *Journal of Computational Physics* 136 (1997), p. 298–307
- [109] MONAGHAN, J. J.: Smoothed particle hydrodynamics. En: *Reports on Progress in Physics* 68 (2005), p. 1703–1759
- [110] MONAGHAN, J. J.: Smoothed particle hydrodynamics and its diverse applications. En: *Annual Review of Fluid Mechanics* 44 (2012), p. 323–346
- [111] MONAGHAN, J. J. ; LATTANZIO, J. C.: A refined particle method for astrophysical problems. En: *Astronomy & Astrophysics* 149 (1985), p. 135–143
- [112] MORRISON, P. J.: Hamiltonian description of the ideal fluid. En: *Reviews of Modern Physics* 70 (1998), p. 467–521
- [113] MOTTE, F. ; ANDRÉ, P. ; NERI, R.: The initial conditions of star formation in the rho Ophiuchi main cloud: Wide-field millimeter continuum mapping. En: *Astronomy & Astrophysics* 336 (1998), p. 150–172
- [114] MUENCH, A. ; GETMAN, K. ; HILLENBRAND, L. ; PREIBISCH, T.: Star formation in the Orion nebula I: Stellar content. En: REIPURTH, B. (Ed.): *Handbook of Star Forming Regions Vol. 1*, Astronomical Society of the Pacific, 2008, p. 1–61
- [115] MUNDY, L. G. ; WOOTTEN, A. ; WILKING, B. A. ; BLAKE, G. A. ; SARGENT, A. I.: IRAS 16293-2422: A very young binary system? En: *The Astrophysical Journal* 385 (1992), p. 306–313

- [116] MURILLO, N. M. ; LAI, S.-P.: Disentangling the entangled: Observations and analysis of the triple non-coeval protostellar system VLA1623. En: *The Astrophysical Journal Letters* 764 (2013), p. L15
- [117] MYERS, P. C.: Molecular cloud cores. En: BLACK, D. C. (Ed.) ; MATTHEWS, M. S. (Ed.): *Protostars and Planets II*, University of Arizona Press, 1985, p. 81–103
- [118] MYERS, P. C.: Dense cores and young stars in dark clouds. En: PEIMBERT, M. (Ed.) ; JUGAKU, J. (Ed.): *Star Forming Regions*, D. Reidel Publishing, 1987, p. 33–43
- [119] MYERS, P. C. ; EVANS, N. J. ; OHASHI, N.: Observations of infall in star-forming regions. En: MANNINGS, V. (Ed.) ; BOSS, A. P. (Ed.) ; RUSSELL, S. S. (Ed.): *Protostars and Planets IV*, University of Arizona Press, 2000, p. 217–
- [120] MYHILL, E. A. ; KAULA, W. M.: Numerical models for the collapse and fragmentation of centrally condensed molecular cloud cores. En: *The Astrophysical Journal* 386 (1992), p. 578–586
- [121] NELSON, R. P. ; PAPALOIZOU, J. C. B.: Variable smoothing lengths and energy conservation in Smoothed Particle Hydrodynamics. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 270 (1994), p. 1–20
- [122] PADGETT, L. D. ; STROM, S. E. ; GHEZ, A.: Hubble Space Telescope WFPC2 observations of the binary fraction among pre-main-sequence cluster stars in Orion. En: *The Astrophysical Journal* 477 (1997), p. 705–710
- [123] PATEL, K. ; PUDRITZ, R. E.: The formation of stellar groups and clusters in molecular cloud cores. En: *The Astrophysical Journal* 424 (1994), p. 688–713
- [124] PATIENCE, J. ; GHEZ, A. M. ; REID, I. N. ; WEINBERGER, A. J. ; MATTHEWS, K.: The multiplicity of the Hyades and its implications for binary star formation and evolution. En: *The Astronomical Journal* 115 (1998), p. 1972–1988

- [125] PECH, G. ; LOINARD, L. ; CHANDLER, C. J. ; RODÍGUEZ, L. F. ; D'ALESSIO, P. ; BROGAN, C. L. ; WILNER, D. J. ; HO, P. T. P.: Confirmation of a recent bipolar ejection in the very young hierarchical multiple system IRAS 16293-2422. En: *The Astrophysical Journal* 712 (2010), p. 1403–1409
- [126] PENSTON, M. V.: Dynamics of self-gravitating gaseous spheres-III. Analytical results in the free-fall of isothermal cases. En: *Monthly Notices of the Royal Society* 144 (1969), p. 425–448
- [127] PETERS, T. ; KLESSEN, R. S. ; MAC LOW, M.-M. ; BANERJEE, R.: Limiting accretion onto massive stars by fragmentation-induced starvation. En: *The Astrophysical Journal* 725 (2010), p. 134–145
- [128] PETR, M. G. ; COUDÉ DU FORESTO, V. ; BECKWITH, S. V. W. ; RICHICHI, A. ; McCAUGHREAN, M. J.: Binary stars in the Orion Trapezium cluster core. En: *The Astrophysical Journal* 500 (1998), p. 825–837
- [129] POULTON, C. J. ; ROBITAILLE, T. P. ; GREAVES, J. S. ; BONNELL, I. A. ; WILLIAMS, J. P. ; HEYER, M. H.: A Spitzer survey of young stellar objects in the Rosette Molecular Cloud. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 384 (2008), p. 1249–1262
- [130] PRICE, D. J.: Smoothed particle hydrodynamics and magnetohydrodynamics. En: *Journal of Computational Physics* 231 (2012), p. 759–794
- [131] PROSSER, C. F. ; STAUFFER, J. R. ; HARTMANN, L. ; SODERBLOM, D. R. ; JONES, B. F. ; WERNER, M. W. ; McCAUGHREAN, M. J.: HST photometry of the Trapezium cluster. En: *The Astrophysical Journal* 421 (1994), p. 517–541
- [132] RAGHAVAN, D. ; McALISTER, H. D. ; HENRY, T. J. ; LATHAM, D. W. ; MARCY, G. W. ; MASON, D. B. ; GIES, D. R. ; WHITE, R. J. ; TEN BRUMMELAAR, T. A.: A survey of stellar families: Multiplicity of solar-type stars. En: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 190 (2010), p. 1–42

- [133] RASIO, F. A.: Particle methods in astrophysical fluid dynamics. En: *Progress of Theoretical Physics Supplements* 138 (2000), p. 609–621
- [134] READ, J. I. ; HAYFIELD, T. ; AGERTZ, O.: Resolving mixing in smoothed particle hydrodynamics. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 405 (2010), p. 1513–1530
- [135] REIPURTH, B.: Disintegrating multiple systems in early stellar evolution. En: *The Astronomical Journal* 120 (2000), p. 3177–3191
- [136] REIPURTH, B. ; CLARKE, C. J. ; BOSS, A. P. ; GOODWIN, S. P. ; RODRÍGUEZ, L. F. ; STASSUN, K. G. ; TOKOVININ, A. ; ZINNECKER, H.: Multiplicity in early stellar evolution. En: BEUTHER, H. (Ed.) ; KLESSEN, R. (Ed.) ; DULLEMOND, C. (Ed.) ; HENNING, Th. (Ed.): *Protostars & Planets VI*, University of Arizona Press, 2014, p. 267–290
- [137] REIPURTH, B. ; ZINNECKER, H.: Visual binaries among pre-main sequence stars. En: *Astronomy & Astrophysics* 278 (1993), p. 81–108
- [138] RIAZ, R. ; FAROOQUI, S. Z. ; VANABERBEKE, S.: On the thermal sensitivity of binary formation in collapsing molecular clouds. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 444 (2014), p. 1189–1204
- [139] RIAZ, R. ; VANABERBEKE, S. ; SCHLEICHER, D. R. G.: Formation of multiple low-mass stars, brown dwarfs, and planets via gravitational collapse. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 478 (2018), p. 5460–5472
- [140] RICHICHI, A. ; LEINERT, Ch. ; JAMESON, R. ; ZINNECKER, H.: New binary young stars in the Taurus and Ophiuchus star-forming regions. En: *Astronomy & Astrophysics* 287 (1994), p. 145–153
- [141] RODRIGUEZ, D. R. ; DÛCHENE, G. ; TOM, H. ; KENNEDY, G. M. ; MATTHEWS, B. ; GREAVES, J. ; BUTNER, H.: Stellar multiplicity and debris discs: an unbiased sample. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 449 (2015), p. 3160–3170

- [142] ROSSWOG, S.: Astrophysical smooth particle hydrodynamics. En: *New Astronomy Reviews* 33 (2009), p. 78–104
- [143] ROSSWOG, S.: SPH methods in the modelling of compact objects. En: *Living Reviews in Computational Astrophysics* 1 (2015), p. 1
- [144] RÓŻYCZKA, M. ; TSCHARNUTER, W. M. ; WINKLER, K.-H. ; YORKE, H. W.: Fragmentation of interstellar clouds - Three-dimensional hydrodynamical calculations. En: *Astronomy & Astrophysics* 83 (1980), p. 118–128
- [145] SCHNEE, S. ; GOODMAN, A.: A complete look at the use of IRAS emission maps to estimate extinction and dust temperature. En: *The Astrophysical Journal* 634 (2005), p. 442–450
- [146] SHU, F. H.: Self-similar collapse of isothermal spheres and star formation. En: *The Astrophysical Journal* 214 (1977), p. 488–497
- [147] SHU, F. H. ; ADAMS, F. C. ; LIZANO, S.: Star formation in molecular clouds: Observation and theory. En: *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 25 (1987), p. 23–81
- [148] SIBILLA, S.: An algorithm to improve consistency in smoothed particle hydrodynamics. En: *Computers & Fluids* 118 (2015), p. 148–158
- [149] SIGALOTTI, L. D. G.: Gravitational collapse of rotating protostellar gas clouds not constrained by the condition of equatorial symmetry. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 246 (1990), p. 243–255
- [150] SIGALOTTI, L. D. G.: Protostellar collapse and fragmentation: Describing and testing second-order-accurate radiation hydrodynamic code. En: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 116 (1998), p. 75–101
- [151] SIGALOTTI, L. D. G. ; KLAPP, J.: Collapse and fragmentation models of prolate molecular cloud cores. I. Initial uniform rotation. En: *The Astrophysical Journal* 474 (1997), p. 710–718

- [152] SIGALOTTI, L. D. G. ; KLAPP, J.: Gravitational collapse and fragmentation of molecular cloud cores. En: *International Journal of Modern Physics D* 10 (2001), Nr. 2, p. 115–211
- [153] SIGALOTTI, L. D. G. ; KLAPP, J.: Protostellar collapse models of prolate molecular cloud cores. En: *Astronomy & Astrophysics* 378 (2001), p. 165–179
- [154] SIGALOTTI, L. D. G. ; KLAPP, J. ; RENDÓN, O. ; VARGAS, C. A. ; PEÑA POLO, F.: On the kernel and particle consistency in smoothed particle hydrodynamics. En: *Applied Numerical Mathematics* 108 (2016), p. 242–255
- [155] SIGALOTTI, L. D. G. ; RENDÓN, O. ; KLAPP, J. ; VARGAS, C. A. ; CRUZ, F.: A new insight into the consistency of the SPH interpolation formula. En: *Applied Mathematics and Computation* 356 (2019), p. 50–73
- [156] SIMON, M.: Clustering of young stars in Taurus, Ophiuchus, and the Orion Trapezium. En: *The Astrophysical Journal* 482 (1997), p. L81–L84
- [157] SIMON, M. ; GHEZ, A. M. ; LEINERT, Ch. ; CASSAR, L. ; CHEN, W. P. ; HOWELL, R. R. ; JAMESON, R. F. ; MATTHEWS, K. ; NEUGEBAUER, G. ; RICHICHI, A.: A lunar occultation and direct imaging survey of multiplicity in the Ophiuchus and Taurus star-forming regions. En: *The Astrophysical Journal* 443 (1995), p. 625–637
- [158] SPITZER, L.: *Diffuse Matter in Space*. New York : Interscience, 1968
- [159] SPRINGEL, V.: The cosmological simulation code GADGET-2. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 364 (2005), p. 1105–1134
- [160] STAMATELLOS, D. ; MAURY, A. ; WHITWORTH, A. ; ANDRÉ, P.: The lower limits of disc fragmentation and the prospects for observing fragmenting discs. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 413 (2011), p. 1787–1796

- [161] STAMATELLOS, D. ; WHITWORTH, A. P.: The properties of brown dwarfs and low-mass hydrogen-burning stars formed by disc fragmentation. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 392 (2009), p. 413–427
- [162] STAMATELLOS, D. ; WHITWORTH, A. P. ; BISBAS, T. ; GOODWIN, S.: Radiative transfer and the energy equation in SPH simulations of star formation. En: *Astronomy & Astrophysics* 475 (2007), p. 37–49
- [163] STROM, K. M. ; STROM, S. E. ; MERRILL, K. M.: Infrared luminosity functions for the young stellar population associated with the L1641 molecular cloud. En: *The Astronomical Journal* 105 (1993), Nr. 5, p. 1927–1937
- [164] STROM, K. M. ; STROM, S. E. ; WILKIN, L. ; CRUZ-GONZALEZ, I. ; RECILLAS, E. ; SERRANO, A. ; SEAMAN, R. L. ; STAUFFER, J. R. ; DAI, D. ; SOTTILE, J.: A study of the stellar population in the Lynds 1641 dark cloud. IV. The Einstein X-ray sources. En: *The Astrophysical Journal* 362 (1990), p. 168–190
- [165] TAFALLA, M. ; MYERS, P. C. ; CASELLI, P. ; WALMSLEY, C. M. ; COMITO, C.: Systematic molecular differentiation in starless cores. En: *The Astrophysical Journal* 569 (2002), p. 815–835
- [166] TAKAHASHI, S. Z. ; TSUKAMOTO, Y. ; INUTSUKA, S.: A revised condition for self-gravitational fragmentation of protoplanetary discs. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 458 (2016), p. 3597–3612
- [167] TEREBEY, S. ; VAN BUREN, D. ; PADGETT, D. L. ; HANCOCK, T. ; BRUNDAGE, M.: A candidate protoplanet in the Taurus star-forming region. En: *The Astrophysical Journal* 507 (1998), p. L71–L74
- [168] TOBIN, J. J. ; CHANDLER, C. J. ; WILNER, D. J. ; LOONEY, L. W. ; LOINARD, L. ; CHIANG, H.-F. ; HARTMANN, L. ; CALVET, N. ; D’ALESSIO, P. ; BOURKE, T. L. ; KWON, W.: VLA and CARMA

- observations of protostars in the Cepheus clouds: Sub-arcsecond proto-binaries formed via disk fragmentation. En: *The Astrophysical Journal* 779 (2013), p. 93
- [169] TOBIN, J. J. ; KRATTER, K. M. ; PERSSON, M. V. ; LOONEY, L. W. ; DUNHAM, M. M. ; SEGURA-COX, D. ; LI, Z.-Y. ; CHANDLER, S. I. ; HARRIS, R. J. ; MELIS, C. ; PÉREZ, L. M.: A triple protostar system formed via fragmentation of a gravitationally unstable disk. En: *Nature* 538 (2016), p. 483–486
- [170] TOBIN, J. J. ; LOONEY, L. W. ; LI, Z.-Y. ; CHANDLER, C. J. ; DUNHAM, M. M. ; SEGURA-COX, D. ; SADAVOY, S. I. ; MELIS, C. ; HARRIS, R. J. ; KRATTER, K. ; PEREZ, L.: The VLA nascent disk and multiplicity survey of Perseus protostars (VANDAM). II. Multiplicity of protostars in the Perseus molecular cloud. En: *The Astrophysical Journal* 818 (2016), p. 73
- [171] TOHLINE, J. E.: Fragmentation of rotating protostellar clouds. En: *The Astrophysical Journal* 235 (1980), p. 866–881
- [172] TOHLINE, J. E.: Ring formation in rotating protostellar clouds. En: *The Astrophysical Journal* 236 (1980), p. 160–171
- [173] TOHLINE, J. E.: Hydrodynamic collapse. En: *Fundamentals of Cosmic Physics* 8 (1982), p. 1–82
- [174] TOOMRE, A.: On the gravitational stability of a disk of stars. En: *The Astrophysical Journal* 139 (1964), p. 1217–1238
- [175] TRUELOVE, J. K. ; KLEIN, R. I. ; MCKEE, C. F. ; HOLLIMAN, J. H. ; HOWELL, L. H. ; GREENOUGH, J. A.: The Jeans condition: A new constraint on spatial resolution in simulations of isothermal self-gravitational hydrodynamics. En: *The Astrophysical Journal* 489 (1997), p. L179–L183
- [176] TRUELOVE, J. K. ; KLEIN, R. I. ; MCKEE, C. F. ; HOLLIMAN, J. H. ; HOWELL, L. H. ; GREENOUGH, J. A. ; WOODS, D. T.: Self-

- gravitational hydrodynamics with three-dimensional adaptive mesh refinement: Methodology and applications to molecular cloud collapse and fragmentation. En: *The Astrophysical Journal* 495 (1998), p. 821–852
- [177] WALKER, C. K. ; CARLSTROM, J. E. ; BIEGING, J. H.: The IRAS 16293-2422 cloud core: A study of a young binary system. En: *The Astrophysical Journal* 402 (1993), p. 655–666
- [178] WALTER, F. M.: The naked T Tauri stars : the low-mass pre-main sequence unveiled. En: *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* 99 (1987), p. 31–37
- [179] WARD-THOMPSON, D. ; SCOTT, P. F. ; HILLS, R. E. ; ANDRÉ, P.: A submillimetre continuum survey of pre-protostellar cores. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 268 (1994), p. 276–290
- [180] WENDLAND, H.: Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree. En: *Advances in Computational Mathematics* 4 (1995), p. 389–396
- [181] WILKING, B. A. ; LADA, C. J.: The discovery of new embedded sources in the centrally condensed core of the rho Ophiuchi dark cloud : the formation of a bound cluster? En: *The Astrophysical Journal* 274 (1983), p. 698–716
- [182] WINKLER, K.-H. A. ; NEWMAN, M. J.: Formation of solar-type stars in spherical symmetry. I - The key role of the accretion shock. En: *The Astrophysical Journal* 236 (1980), p. 201–211
- [183] WINKLER, K.-H. A. ; NEWMAN, M. J.: Formation of solar-type stars in spherical symmetry. II - Effects of detailed constitutive relations. En: *The Astrophysical Journal* 238 (1980), p. 311–325
- [184] WOOD, D.: Collapse and fragmentation of isothermal gas clouds. En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 194 (1981), p. 201–218

-
- [185] ZHANG, G. M. ; BATRA, R. C.: Modified smoothed particle hydrodynamics method and its application to transient problems. En: *Computational Mechanics* 34 (2004), p. 137–146
- [186] ZHU, Q. ; HERNQUIST, L. ; LI, Y.: Numerical convergence in smoothed particle hydrodynamics. En: *The Astrophysical Journal* 800 (2015), p. 6
- [187] ZUCCONI, A. ; WALMSLEY, C. M. ; GALLI, D.: The dust temperature distribution in prestellar cores. En: *Astronomy & Astrophysics* 376 (2001), p. 650–662



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

ACTA DE EXAMEN DE GRADO

No. 00103

Matricula: 2183806324

Modelos Numéricos del Colapso Gravitacional y la Fragmentación de Núcleos Pre-estelares: Sensibilidad Térmica y Formación de Protoestrellas Binarias.



Con base en la Legislación de la Universidad Autónoma Metropolitana, en la Ciudad de México se presentaron a las 10:00 horas del día 6 del mes de septiembre del año 2021 POR VÍA REMOTA ELECTRÓNICA, los suscritos miembros del jurado designado por la Comisión del Posgrado:

DR. JAIME LAZARO KLAPP ESCRIBANO
DR. LEONARDO DI GIROLAMO SIGALOTTI DIAZ
DR. MARCO ANTONIO MACEDA SANTAMARIA

Bajo la Presidencia del primero y con carácter de Secretario el último, se reunieron para proceder al Examen de Grado cuya denominación aparece al margen, para la obtención del grado de:

MAESTRA EN CIENCIAS (FISICA)

DE: JAZMIN JAMILLET PEREZ APARICIO

JAZMIN JAMILLET PEREZ APARICIO
ALUMNA

y de acuerdo con el artículo 78 fracción III del Reglamento de Estudios Superiores de la Universidad Autónoma Metropolitana, los miembros del jurado resolvieron:

APROBAR

Acto continuo, el presidente del jurado comunicó a la interesada el resultado de la evaluación y, en caso aprobatorio, le fue tomada la protesta.

REVISÓ

MTRA. ROSALIA SERRANO DE LA PAZ
DIRECTORA DE SISTEMAS ESCOLARES

DIRECTOR DE LA DIVISIÓN DE CBI

DR. JESUS ALBERTO OCHOA TAPIA

PRESIDENTE

DR. JAIME LAZARO KLAPP ESCRIBANO

VOCAL

DR. LEONARDO DI GIROLAMO SIGALOTTI
DIAZ

SECRETARIO

DR. MARCO ANTONIO MACEDA SANTAMARIA

El presente documento cuenta con la firma –autógrafa, escaneada o digital, según corresponda- del funcionario universitario competente, que certifica que las firmas que aparecen en esta acta – Temporal, digital o dictamen- son auténticas y las mismas que usan los c.c. profesores mencionados en ella