

**UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA
UNIDAD IZTAPALAPA
DIVISION DE CIENCIAS BASICAS E INGENIERIAS**

***Diseño de Controladores Multivariables
Para Columnas De Destilación Binarias***

Tesis de Doctorado en Ciencias en Ingeniería Química

M. C. Eduardo Castellanos Sahagún

Director: Dr. Jesús Alvarez Calderón

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

UNIDAD IZTAPALAPA

Diseño de Controladores Multivariables Para

Columnas de Destilación Binarias

Tesis que para obtener el grado de
Doctor en Ingeniería Química presenta:

M. En C. Eduardo Castellanos Sahagún

Director: Dr. Jesús Alvarez Calderón

Abril 2005

Agradecimientos

Agradezco a Dios por haberme dado la oportunidad de dedicarme a este proyecto, y a mis Padres, María del Carmen y Juventino, y Hermanos Carmen, Raúl y Rodrigo por su apoyo durante todo este proyecto. También quiero agradecer a mis Tíos Francisco Sahagún y Javier Castellanos por haberme motivado y aconsejado en una infinidad de ocasiones, y sobre todo por ser grandes amigos. A Ustedes y a toda nuestra familia quiero dedicarles este trabajo.

Quiero agradecer a mi Asesor, Dr. Jesús Alvarez Calderón, por su valiosa guía y ayuda durante el desarrollo de este proyecto, llevado a cabo entre Enero del año 2001 y Marzo de 2005, en las instalaciones de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Iztapalapa, sin dejar de recordar su guía durante el desarrollo de mi tesis de maestría, en el período 1996-1997.

También quiero agradecer al Dr. José de Jesús Alvarez Ramírez, por su valiosa cooperación durante la redacción de mi primer artículo, y por compartir conmigo su visión de control aplicado en la industria. En la misma tónica, quiero agradecer a mis compañeros Carlos Fernández y Héctor Hernández y al Dr. Salvador Padilla por las fructíferas e interesantes conversaciones sobre dinámica y estabilidad de sistemas, en particular sobre dinámica de columnas de destilación.

Es mi deber reconocer y agradecer el financiamiento otorgado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), el Centro de Investigación en Polímeros (CIP-COMEX), y el Posgrado de Ingeniería Química de la UAM-Iztapalapa.

Finalmente, pero nunca al final, quiero agradecer a todos esos amigos, familiares y compañeros de trabajo o de escuela, a esas personas que han hecho una diferencia importante en mi vida y que sería una lista interminable. Sin embargo, no quiero dejar de expresar un profundo agradecimiento a mi prima Jena, y a mis amigos Mónica Amado, Yolanda García, Luisa y Alfredo López, Julia y Enrique Palacios, Felipe Real, Toño Rubio, Tonatiuh Hernández, Víctor Correa, Armando Torres, César Pérez, Juan Pablo Pérez, Gabriel Báez, Carlos Fernández, Héctor Hernández y Jaime Vernon. A todos Ustedes también les dedico este trabajo.

Resumen

En esta tesis se presenta una metodología para diseñar controladores para una clase de columnas de destilación binarias continuas con mediciones de composición, de temperatura, o ambas. La combinación de nociones de control constructivo, control retroalimentado y prealimentado y reconstrucción del error de modelo con observadores permite diseñar controladores lineales con estructura (decentralizada, o desacoplante en una o dos vías) ajustable, y que consisten de desacopladores estáticos combinados con controladores proporcionales integrales convencionales. En comparación con los esquemas existentes (p. ej., controladores proporcionales integrales convencionales, geométricos o con modelo predictivo), la construcción de los controladores propuestos requiere menos datos de estado estacionario del proceso, usualmente disponibles a través de datos de planta o de paquetes de simulación. La valoración de la estabilidad a lazo cerrado produce reglas de sintonización simples, mostrando la manera en que la presencia de la dinámica (de alta frecuencia) de acumulados de plato impone cotas superiores para las ganancias. Los controladores propuestos se ponen en perspectiva con otras técnicas avanzadas de control de columnas de destilación. Los diferentes controles se probaron mediante simulaciones numéricas en un espectro amplio de columnas, mostrando un desempeño similar o mejor al obtenido con otras técnicas, y que es robusto en presencia de perturbaciones en flujo y composición de alimento, errores de actuador, ruido y retraso o tiempo muerto en las mediciones.

Índice	Página
Resumen	i
Índice	ii
Capítulo 1: Introducción	
Resumen	1
1.1 Motivación	2
1.2 Criterio de comparación	3
1.3 Antecedentes	3
1.3.1 Control con mediciones de composición	4
1.3.2 Control con mediciones de temperatura	6
1.3.3 Control en cascada	8
1.4 Justificación de la investigación	9
1.4.1 Objetivos de la tesis doctoral	10
1.5 Organización de la tesis	11
Capítulo 2: Descripción del proceso y obtención del modelo reducido	
Resumen	13
2.1 Introducción	14
2.2 Descripción y modelado de la columna de destilación	14
2.2.1 Descripción del proceso	14
2.2.2 Modelo de la columna de destilación	15
2.3 Representación en forma perturbada singularmente	17
2.3.1 Análisis de la hidráulica	18
2.3.2 Forma perturbada singularmente	19
2.3.3 Modelo reducido	21
2.3.4 Implicaciones estructurales	22
2.4 Conclusiones	23
2.5 Nomenclatura	24

Capítulo 3: Diseño de la estructura y el algoritmo para control de composición dual en columnas de destilación binarias

Resumen	27
3.1 Introducción	28
3.2 El problema de control	30
3.3 Control de inventarios mediante balances de masa	32
3.3.1 Modelo para control	32
3.3.2 Inversa dinámica	33
3.3.3 Control prealimentado	34
3.3.4 Control prealimentado y retroalimentado	34
3.3.5 Dinámica a lazo cerrado	35
3.3.6 Comentarios adicionales	36
3.4 Control por retroalimentación de salidas	36
3.4.1 Realización paramétrica	36
3.4.2 Elección de la estructura del controlador	37
3.4.3 Control con retroalimentación de mediciones	39
3.4.4 Dinámica a lazo cerrado y sintonización	40
3.4.5 Comentarios adicionales	43
3.5 Ejemplo de Aplicación	44
3.5.1 Columna A	44
3.5.2 Columna E	53
3.6 Conclusiones	55
3.7 Reconocimiento	57
3.8 Nomenclatura	57

Capítulo 4: Diseño de la estructura y el algoritmo para control de temperatura a dos puntos en columnas de destilación binarias

Resumen	61
4.1 Introducción	62
4.2 El problema de control	64
4.3 Control prealimentado-retroalimentado	65

4.3.1	Modelo para control	66
4.3.2	Construcción del controlador	68
4.3.3	Condiciones de resolubilidad y consideraciones estructurales	68
4.3.4	Conexión con esquemas de control prealimentado	70
4.3.5	Dinámica a lazo cerrado	71
4.4	Control mediante retroalimentación de mediciones	72
4.4.1	Construcción del controlador	72
4.4.2	Dinámica a lazo cerrado y sintonización	73
4.4.3	Comentarios adicionales	76
4.5	Ejemplo de aplicación	77
4.5.1	Columna D	77
4.5.2	Columna F	84
4.6	Conclusiones	86
4.7	Reconocimiento	87
4.8	Nomenclatura	87

Capítulo 5: Diseño de la estructura y el algoritmo de control cascada a dos puntos para columnas de destilación binarias

Resumen	91	
5.1	Introducción	92
5.2	El problema de control	94
5.3	Análisis de control no lineal	95
5.3.1	Control prealimentado-retroalimentado no lineal	95
5.3.2	Control en cascada no lineal	96
5.3.3	Dinámica a lazo cerrado	97
5.3.4	Comentarios adicionales	97
5.4	Control cascada por retroalimentación de mediciones	98
5.4.1	Derivación del control cascada propuesto	98
5.4.2	Retraso en las mediciones de composición	100
5.4.3	Consideraciones estructurales	101
5.4.4	Dinámica a lazo cerrado y sintonización	102

5.4.5 Comentarios adicionales	104
5.5 Ejemplo de Aplicación	105
5.5.1 Perturbaciones en flujo y composición de alimento	105
5.5.2 Ruido en las mediciones y error de actuador	109
5.5.3 Comparación con el esquema de control con mediciones de composición	111
5.5.4 Tiempo muerto en las mediciones de composición	112
5.6 Conclusiones	114
5.7 Reconocimiento	114
5.8 Nomenclatura	114
Capítulo 6: Conclusiones y trabajo a futuro	117
Apéndice A: Nociones de Estabilidad	
A.1 Continuidad de Lipschitz	119
A.2 Definición de estabilidad	119
A.3 Estabilidad de sistemas interconectados	120
A.4 Estabilidad de interconexión en cascada	122
A.5 Comentarios adicionales	122
Apéndice B: Casos de Estudio	125
Apéndice C: Análisis de estabilidad para el control de composición del Capítulo 3	
C.1 Forma perturbada singularmente	127
C.2 Estabilidad de la columna con el controlador FF-SF (3.12)	128
C.3 Estabilidad de la columna con el control lineal, Ec. (3.23)	130
Apéndice D: Análisis de estabilidad para el control de temperatura del Capítulo 4	
D.1 Forma perturbada singularmente	133
D.2 Estabilidad de la columna con el controlador FF-SF (4.16)	134
D.3 Estabilidad de la columna con el control lineal, Ec. (4.20)	136

Apéndice E: Análisis de estabilidad para el control cascada del Capítulo 5	
E.1 Forma perturbada singularmente	139
E.2 Estabilidad con el control cascada no lineal, Ec. (5.5)	139
E.3 Estabilidad con el control cascada propuesto, Ec. (5.15)	142
Referencias	147

Capítulo 1

Introducción

Resumen

En este capítulo se motiva el proyecto de investigación asociado a esta tesis doctoral. Primero se describe la importancia de controlar las columnas de destilación apropiadamente. Después se establece un criterio de comparación de desempeño entre diferentes controladores. Esto permite hacer una reseña crítica del estado del arte en la literatura de control de columnas de destilación binarias, e identificar algunas de las necesidades y posibles beneficios de implementar estrategias de control más eficientes. A partir de este análisis se justifican y establecen los objetivos del presente trabajo. Finalmente, se describe la forma en que esta organizada la tesis, así como el papel que juegan los apéndices y la organización de la bibliografía.

1.1. Motivación

La destilación es una de las operaciones unitarias más usadas en la industria de los procesos químicos, y se prevé que en el futuro siga siendo el “caballo de batalla” de las separaciones en la industria química (Humphrey y col., 1991). Debido a que esta operación unitaria requiere grandes cantidades de energía, es muy importante operar las columnas de destilación en forma eficiente. Se ha estimado que en los Estados Unidos existen al menos 40,000 columnas de destilación en funcionamiento en la industria petroquímica y de refinación, y se calcula que esto corresponde al 95% de todos los procesos de separación en este tipo de industrias (Humphrey y col., 1991). Los mismos autores han estimado que las columnas de destilación emplean cerca del 3% del consumo total de energía en los Estados Unidos. La operación de estos procesos tiene además un gran impacto en la calidad de los productos, así como en la minimización de la energía requerida, y por ello el control eficiente de las columnas de destilación tiene un gran impacto económico en las industrias petroquímicas y de refinación. Dado que México es uno de los principales productores de petróleo a nivel mundial, la industria petroquímica se puede beneficiar notablemente de la operación eficiente de sus procesos de destilación.

Se estima que el uso de técnicas de control avanzadas permitiría hasta un 15% de reducción en el consumo energético de las industrias químicas y de refinación tan sólo en los Estados Unidos (Humphrey y col., 1991). Entre los posibles beneficios se pueden mencionar los siguientes: (i) reducción en la variabilidad de los productos, (ii) reducción en la producción fuera de especificaciones, (iii) aumento en las tasas de producción cuando la destilación es el cuello de botella del proceso, (iv) reducción en los tiempos de producción e inventarios, (v) reducción en el consumo energético, y (vi) operación más estable, al tener efluentes con calidad más uniforme y que luego son utilizados en otros procesos dentro de la misma planta (Humphrey y col., 1991; Leegwater, 1992).

Por otro lado, estos procesos son inherentemente difíciles de controlar, debido a su naturaleza no lineal e interactiva, así como al pobre condicionamiento entrada-salida, características que se acentúan con el incremento en la pureza deseada de los productos, y de la relación de reflujo (Skogestad y Morari, 1988b). Esto frecuentemente provoca que las columnas de destilación se operen con sólo un lazo de control para regular la calidad de un producto, típicamente el destilado (Tolliver y McCune, 1980; Roat y col., 1988; Fruehauf y Mahoney, 1994), mientras que la

calidad del producto restante se regula con esquemas supervisorios, provocando sobrepurificación, consumo excesivo de energía y/o en ocasiones el desperdicio del producto “valioso”, sobre todo cuando el sistema es sujeto a perturbaciones en composición de alimentación (Luyben, 1975; Shinskey, 1977; Humphrey y col., 1991; Leegwater, 1992).

1.2 Criterio de comparación

Como se ve más adelante, en esta tesis se abordan diferentes problemas de control. Debido a su importancia, la destilación es quizá el sistema de proceso más estudiado desde el punto de vista de control (Skogestad, 1997b). Entonces, para poder establecer los objetivos de este trabajo se debe hacer una comparación crítica de las técnicas de control aplicadas a esta clase de procesos.

Para poder comparar en forma objetiva el desempeño de diversas técnicas de control aplicadas a un problema dado, se ha propuesto medir el tiempo de respuesta del sistema (es decir, el tiempo de regulación de las variables de interés en presencia de diferentes perturbaciones) y compararlo con algún tiempo representativo del sistema (Shinskey, 2002). Idealmente, la comparación de desempeños con diferentes controladores se haría con la misma columna (o columnas). Sin embargo, la implementación de varios controladores a un mismo sistema no es práctica, ya que algunas de estas técnicas requieren personal especializado (p. ej., control con modelo predictivo), o son muy complicados (p. ej., diseños con modelos agregados). Por otro lado, las técnicas utilizadas en la literatura no siempre muestran toda la información requerida para implementar los modelos equivalentes mediante simulaciones numéricas. Esto provoca que las comparaciones entre controladores tengan que hacerse entre diferentes columnas con diferentes técnicas de control.

En la presente tesis, el tiempo de referencia es el tiempo de asentamiento de las diferentes columnas a lazo abierto. En adelante, cuando se hable de comparaciones entre los controladores propuestos con otros esquemas de la literatura, se referirá siempre al tiempo de regulación medido en unidades de tiempo de asentamiento.

1.3 Antecedentes

El problema de control de composición dual (es decir, la regulación de la calidad de los dos productos) en columnas destilación binarias se ha abordado de diferentes formas, dependiendo de las mediciones disponibles, destacando 3 casos:

- Mediciones de composición de uno o ambos efluentes.

- Mediciones de temperatura en uno o más platos en la columna.
- Combinación de mediciones de temperatura y composición (control en cascada).

A continuación se reseña cada una de estos casos. En los capítulos subsiguientes se darán discusiones más técnicas, cuando se aborde cada uno de los problemas citados.

1.3.1 Control con mediciones de composición

Cuando se dispone de mediciones de composición, se pueden aplicar esquemas de control de composición dual (es decir, se pretende regular la composición de los dos efluentes, destilado y fondos). Este problema se ha abordado con una diversidad de técnicas avanzadas de control lineal y no lineal, de las cuales se citan a continuación las más representativas:

(i) *Controles lineales descentralizados* (Niederlinski, 1971; Skogestad y Lundström, 1990a; Luyben, 1992b). Estos controladores son los más populares, y son fácilmente entendidos por los operadores (Skogestad, 1997b); sin embargo, son difíciles de sintonizar debido a la interacción inherente.

(ii) *Desacopladores lineales de dos vías* (Luyben 1970; Wood y Berry, 1972; Fagervik y col., 1983; Gjøsaeter y Foss, 1997; Wade, 1997; Gagnon y col., 1998). Son capaces de compensar las interacciones, pero son frágiles, es decir, sensibles a errores de modelo (McAvoy, 1983; Shinskey, 1988), fallas de sensor, y errores de actuador (Skogestad y Morari, 1988b). La forma en que se puede hacer el desacoplamiento no es única, y en ocasiones hay problemas de realizabilidad.

(iii) *Desacopladores lineales de una vía* (Fagervik y col., 1983 y las referencias que ellos señalan). Pueden mejorar el desempeño de sus contrapartes de dos vías (Shinskey, 1988), y son menos frágiles. También suelen tener problemas de realizabilidad, y la forma en que se puede establecer la interconexión de entradas y salidas no es única.

(iv) *Desacopladores no lineales de dos vías* (Cott y col., 1989; Castro y col., 1990; Lévine y Rouchon, 1991; Bequette, 1991, y las referencias ahí señaladas; Riggs y col., 1993; Trotta y Barolo, 1995). Estos controladores teóricamente pueden ofrecer regulación perfecta de las composiciones de los efluentes, e incluso se han implementado a nivel experimental (Cott y col., 1989) e industrial (Lévine y Rouchon, 1991). Requieren conocimiento de los estados del sistema y de los parámetros del modelo, lo cual los hace complejos e imprácticos. Son muy susceptibles a

errores de modelo (Henson y Seborg, 1991; Sepulchre y col., 1997), y a errores de actuador (Lee, 1993; Kershenbaum, 2000).

(v) *Control con modelo predictivo (MPC) lineal* (Hokanson y Gerstle, 1992; Lundström y Skogestad, 1995; Riggs y Huang, 2002) y *no lineal* (Norquay y col., 1999; Bloemen y col., 2001). Esta es la forma de control avanzado más aceptada industrialmente (Morari y Lee, 1999), y tiene la capacidad de manejar restricciones y desacoplamiento. Su implementación y mantenimiento pueden llegar a ser muy costosos, y sus acciones llegan a ir contra la intuición de los operadores, lo que provoca que muchas veces la operación se cambie a manual (Hugo, 2003).

De las técnicas citadas, se puede añadir lo siguiente:

- A pesar de que se han reportado implementaciones exitosas de controladores no lineales geométricos (Cott y col., 1989; Lévine y Rouchon, 1991) y de esquemas MPC lineal (Hokanson y Gerstle, 1992; Riggs y Huang, 2002) y no lineal (Norquay y col., 1999), los ingenieros de control aún siguen reticentes a la aceptación de estas técnicas, debido a sus altos requerimientos de modelado, costos de implementación, mantenimiento y operación, así como a su falta de confiabilidad (Hugo, 2003; Luyben, 2004).
- Se ha cuestionado que la implementación de técnicas de control avanzado sea necesaria para controlar todos los procesos multivariables. Por ejemplo, se han reportado casos en los que la implementación de lazos de control PI descentralizados da un desempeño similar al de técnicas de control MPC (Ricker, 1996; Hugo, 2003).
- Los ingenieros de control prefieren los esquemas lineales descentralizados, o los desacopladores lineales de una vía ya que son menos sensibles a errores de modelado (Shinskey, 1988), errores de actuador (Skogestad, 1997a), y a fallas de sensor que los desacopladores de dos vías. Sin embargo, los controladores resultantes no siempre son realizables (Fagervik y col., 1983; Gagnon y col., 1998; Waller y col., 2003), y no es clara la incorporación de información del proceso. Por ello aún existe la necesidad de técnicas más sistemáticas que permiten el diseño simultáneo de la estructura y del controlador.
- De acuerdo a los resultados obtenidos mediante simulaciones numéricas con ejemplos específicos, el control óptimo lineal descentralizado propuesto por Skogestad y Lundström (1990) y los controladores no lineales avanzados (Castro y col., 1990; Lévine y Rouchon, 1991; Bloemen y col., 2001) requieren tiempos similares (medidos en tiempos de asentamiento naturales de las diferentes columnas), para regular las composiciones de

ambos productos en presencia de perturbaciones en el flujo y la composición de la alimentación. Lo anterior motiva la siguiente interrogante: ¿se debe esto a una característica inherente del proceso de destilación, o a los esquemas de sintonización y control (p. ej. descentralizados, desacoplante en una o dos vías) utilizado?

- Debido a que el estudio del problema de control de columnas de destilación con técnicas no lineales es más bien reciente, hay otras dos preguntas fundamentales: (i) cuál es la conexión entre los diferentes controles lineales y no lineales, (ii) y si el uso de estos últimos puede mejorarse mediante el rediseño de los observadores requeridos y de su sintonización.

En resumen, las técnicas avanzadas suelen ser muy complejas, fuertemente dependientes de los modelos utilizados, y su sintonización puede ser muy complicada, además de que su implementación, mantenimiento y operación suelen ser costosos. Los estudios correspondientes de estabilidad a lazo cerrado son más bien pocos (p. ej., Lévine y Rouchon, 1991) y no han incluido formalmente la presencia de la dinámica de líquidos retenidos por hidráulica. Por ello, la consideración de estos temas debe incluirse como parte del desarrollo de una metodología de diseño de controles de composición dual para columnas de destilación, que permita el estudio y la comparación de diferentes estructuras de control, en un marco unificado. En el Capítulo 4 se ahonda en este tema.

1.3.2 Control con mediciones de temperatura

Debido a que las mediciones de temperatura suelen ser más sensibles (y económicas) que sus contrapartes de composición, se han propuesto esquemas de control inferencial con estas mediciones (Luyben 1969 y las referencias ahí citadas; Tolliver y McCune, 1980). Usualmente sólo se hace un lazo de control retroalimentado para regular la temperatura en un plato sensible (y con ello fijar la composición de uno de los efluentes). La otra entrada de control se ajusta de acuerdo a un esquema de control prealimentado (p. ej., manteniendo fijo el cociente entre el reflujo y flujo de alimentación), de manera que las desviaciones de la calidad del efluente restante sean mínimas (Roat y col., 1988; Luyben, 1992b; Fruehauf y Mahoney, 1994). Estos esquemas son muy apropiados para rechazar perturbaciones en flujo de alimentación, pero no se puede decir lo mismo para perturbaciones en composición de alimento (Luyben, 1969). Esto ha motivado la aplicación de técnicas de control multivariables, de las cuales se citan las siguientes:

(i) *Controles lineales descentralizados*, (ii) *desacopladores lineales en una vía y (iii) en dos vías* (Luyben y Vinante, 1972; Fagervik y col., 1983, y las referencias que ellos citan; Gilbert y col., 2003). Estos controladores presentan características similares a las de sus contrapartes diseñadas para control de composición (véase Sección 1.3.1). En estos trabajos no se estudia en detalle la elección de los platos usados para control.

(iv) *Desacopladores implícitos* (Ryskamp, 1982; Waller y Finnerman, 1987; Bequette y Edgar, 1989), en los que se regula una salida sintética (es decir, combinaciones entre las mediciones reales, p. ej., la suma y la diferencia entre dos temperaturas, una en cada sección de la columna). Para escoger los platos sensibles utilizan una generalización del método de Tolliver (Tolliver y McCune, 1980).

(v) *Control lineal geométrico con observadores* (Castellanos-Sahagún, 1997; Padilla y col., 1999). Al igual que sus contrapartes que usan mediciones de composición (véase inciso (iv) de la sección anterior), el esquema es muy complejo, al requerir la implementación de varios filtros lineales de alto orden.

La elección de los platos de control es muy importante, ya que afecta la respuesta dinámica y la calidad de los efluentes. Incluso se han reportado gran cantidad de fallas de sistemas de control en columnas de destilación debidas a la mala elección de sensores de temperatura (Kister, 1990; Kister, 2003). Se sabe que los platos de control deben localizarse “lejos” de los extremos de la columna para obtener suficiente sensibilidad de las mediciones de temperatura con los cambios de composición; sin embargo, mientras más se alejen los platos de control de los extremos de la columna, la correlación entre la temperatura en tales platos y la composición de los efluentes disminuye, lo que puede provocar respuestas dinámicas degradadas, y desviaciones importantes de las composiciones de los efluentes en estado estacionario (Luyben, 1969; Tolliver y McCune, 1980). Estas desviaciones deben ser minimizadas, de manera tal que las mediciones escogidas queden lo más cerca posible de los extremos, y que al mismo tiempo tengan la suficiente sensibilidad para propósitos de control (Tolliver y McCune, 1980).

Existen métodos basados en simulaciones numéricas de estado estacionario (Tolliver y McCune, 1980; Thurston, 1981; Roat y col., 1988; Fruehauf y Mahoney, 1994), para elegir los platos de control. Sin embargo, estos métodos sirven para localizar sólo una medición de temperatura, es decir, solamente consideran la regulación de la composición de uno de los

efluentes. En ocasiones, se ha extendido el método de Tolliver y McCune para la elección de dos sensores de temperatura, uno arriba y otro abajo del plato de alimentación (p. ej., Ryskamp, 1982; Bequette y Edgar, 1989), o dicho de otro modo, uno en la sección rectificadora y el otro en la sección agotadora de la columna, pero esto no se ha justificado rigurosamente. Para el caso de elegir dos mediciones de temperatura se han utilizado técnicas de descomposición en valores singulares (Moore, 1992) y de optimización con programación mixta entera (Kookos y Perkins, 1999), en donde se busca la combinación de mediciones de temperatura que dé la mejor sensibilidad con la menor desviación de la calidad de los efluentes.

Sin embargo, hay que señalar que *mantener fija la temperatura en dos platos no garantiza que la concentración de los efluentes se mantenga en los valores deseados*, sobre todo en presencia de perturbaciones en composición de alimento (Luyben, 1969). Para resolver este problema utilizando sólo mediciones de temperatura, hasta donde el conocimiento del autor lo permite, sólo existe la siguiente técnica:

(vi) *Control inferencial prealimentado* (Luyben, 1969). Este esquema compensa las perturbaciones en la composición de los productos mediante la utilización de mediciones de composición de alimento y mediciones de temperatura en platos sensibles. No se profundiza sobre la elección de los platos de medición. Requiere mucho trabajo de identificación, y las respuestas dinámicas pueden ser muy degradadas, al no incorporar algún esquema desacoplante.

En resumen, estos controles también tienen inconvenientes similares a sus contrapartes para control de composición (ver Sección 1.3.1), y por brevedad no se repiten esos comentarios. Además existe el problema de elegir donde se deben colocar los sensores de temperatura. En el Capítulo 4 se estudia este problema.

Como se demuestra en este trabajo, la conexión entre el problema de control usando mediciones de composición y el problema de control usando mediciones de temperatura es fundamental para la construcción de un control en cascada. Actualmente este autor desconoce si existe literatura que describa la relación entre estos tres problemas de control.

1.3.3 Control en cascada

Para resolver el problema de control en columnas de destilación también se han propuesto esquemas de control en cascada (Fuentes y col., 1983; Wolff y Skogestad, 1996; Shin y col.,

2000; Alvarez-Ramírez y col., 2002; Monroy-Loperena y col., 2002). En el caso del control en cascada, un lazo "rápido" de control de temperatura, llamado secundario ("slave"), regula las temperaturas en los platos de control, protegiendo el perfil de composiciones de ser afectado severamente; el lazo "lento" de control de composición primario ("master") provee la señal (setpoint) de temperatura de los platos de control, de manera que las composiciones de los efluentes son reguladas en forma apropiada.

El problema de control con múltiples lazos en cascada ha sido estudiado con técnicas lineales y no lineales de control multivariable, mostrando resultados contradictorios. Por una parte, Wolff y Skogestad (1996) no recomiendan el uso de dos lazos de control en cascada para columnas altamente interactivas. Por otro lado, estudios recientes proponen el uso de controles en cascada lineales descentralizados (Alvarez-Ramírez y col., 2002), y no lineales desacoplantes (Shin y col., 2000) para atacar el problema de interacción. Estos estudios no incluyen pruebas de estabilidad en el espacio de estados. Los resultados son difíciles de comparar, ya que no todos los estudios de desempeño a lazo cerrado se han efectuado en presencia de hidráulica.

En resumen, es necesario un marco metodológico para el problema de control de composición dual mediante lazos de control cascada para columnas de destilación, que permita: (i) la elección de la estructura de control, (ii) la elección de las mediciones de temperatura, (iii) una sintonización simplificada, basada en análisis de estabilidad, (v) la construcción basada en información de estado estacionario y (vi) la comparación del desempeño de las diferentes estructuras de control, así como del desempeño obtenido con las técnicas existentes. En el Capítulo 5 se abunda sobre este tema.

1.4 Justificación de la investigación

Por lo visto en la Sección 1.3, se deduce que aún existen ciertos aspectos sobre el control de columnas de destilación binarias que deben ser estudiados, entre los que se mencionan los siguientes: (i) el desarrollo de un marco metodológico que permita la construcción de controladores para columnas de destilación, mediante mediciones de composición, temperatura y su combinación (control cascada), (ii) la interrelación entre cada uno de los tres problemas, (iii) la elección de la estructura (lineal o no lineal; descentralizado, o desacoplante) a usarse en cada caso, (iv) si es posible una construcción simple, basada en poca información (preferentemente de estado estacionario), (v) cuya sintonización se pueda efectuar en términos y con herramientas de

control convencional, y que garantice la estabilidad del sistema a lazo cerrado, (vi) la localización de sensores de temperatura y (vii) el estudio formal del efecto de la hidráulica.

Los ingenieros de control prefieren la simplicidad y robustez de diseños convencionales (basados en modelos simples obtenidos por identificación), y son muy renuentes al uso y aceptación de las técnicas de control avanzadas (basadas en modelos más bien complejos del proceso). Esto ha provocado que exista una brecha entre la academia y la industria, siendo necesario esclarecer las ventajas reales de usar técnicas de control avanzadas.

1.4.1 Objetivos de la tesis doctoral

En base a las necesidades detectadas, se propuso cumplir con los siguientes objetivos para los tres casos de estudio, es decir, control dual de columnas de destilación con mediciones de composición, de temperatura, y control cascada:

- (i) El desarrollo de un marco metodológico para poder abordar sistemáticamente cada uno de los tres problemas, es decir, establecer sus condiciones de resolubilidad, así como la interrelación entre cada uno de estos problemas.
- (ii) La construcción y sintonización deberán ser lo más simples posible, y que requieran solamente información típicamente disponible en planta, o mediante paquetes de simulación de procesos.
- (iii) El estudio formal del efecto de la dinámica de líquidos retenidos o hidráulica.
- (iv) La elección de la estructura desacoplante (es decir, la elección entre estructura desacoplante en una o en dos vías, o control descentralizado).
- (v) La localización de los sensores de temperatura para los problemas de control con mediciones de temperatura y control cascada.
- (vi) El estudio formal de la estabilidad local de la columna de destilación con los controladores propuestos, y la interrelación entre la sintonización y la estabilidad.
- (vii) Los controles resultantes se deberán poner en perspectiva con los esquemas existentes, tales como controladores proporcionales integrales, controles con modelo predictivo, geométricos, y esquemas prealimentados. Esto debe llevar a la reducción de la brecha existente entre los diseños lineales convencionales y los diseños no lineales avanzados como los esquemas geométricos.

1.5 Organización de la tesis

La tesis está organizada de la siguiente manera: en el Capítulo 2 se presenta el modelo que describe a la familia de columnas de destilación binarias estudiada, que reexpresado en forma perturbada singularmente, permite obtener un modelo reducido, que se usa para establecer las condiciones de resolubilidad y el comportamiento límite de cada problema. Este modelo reducido es el punto de partida para la obtención de modelos lineales de bajo orden, que utilizan para diseñar los controladores lineales propuestos. La representación en forma perturbada singularmente se utiliza para los análisis de estabilidad, al estilo del teorema de la ganancia pequeña, que se ha usado en trabajos previos y se incluye en el Apéndice A.

En los Capítulos 3, 4, y 5 se abordan los problemas de control usando mediciones de composición, de temperatura y cascada, respectivamente. En cada uno de ellos se formula el problema de control, se presentan las condiciones de resolubilidad, la construcción del controlador, así como las reglas de sintonización correspondientes, que surgen naturalmente de los análisis de estabilidad, presentados en apéndices independientes para darle continuidad a la lectura. El diseño de los controladores se basa en nociones de control constructivo, control prealimentado y técnicas de compensación de errores de modelo. Los controles propuestos se prueban mediante simulaciones numéricas en una gama amplia de columnas de destilación, cuyas características se resumen en el Apéndice B. Cada uno de los Capítulos 2 al 5 incluye una sección de nomenclatura al final. El Capítulo 6 muestra las conclusiones de este proyecto de investigación, y se sugieren posibles líneas de investigación a futuro. Las referencias se listan después de los apéndices, en orden alfabético.

También se utilizan a lo largo de esta tesis los siguientes acrónimos, todos por sus siglas en inglés:

FF-SF	Control prealimentado-retroalimentado
IMC	Control con modelo interno
LNPA	Lineal no interactiva y de polo asinable
MIMO	Múltiples entradas-múltiples salidas
MPC	Control con modelo predictivo
PI	Proporcional integral
PLC	Controlador de lógica programable
SISO	Una entrada-una salida

Capítulo 2

Descripción del proceso y obtención del modelo reducido

Resumen

En este capítulo se presenta un modelo que describe a la familia de columnas de destilación estudiada. La presencia de dinámicas de composición (lenta) y de acumulados de plato o hidráulica (rápida), permite representar su modelo en forma perturbada singularmente, de donde se obtiene: (i) una interpretación de la interacción entre las diferentes dinámicas de la columna, (ii) un modelo apropiado para los análisis de estabilidad del sistema a lazo cerrado con los diferentes controladores propuestos y (iii) un modelo reducido, cuyas características estructurales son apropiadas para fines de análisis y de comparación al momento de estudiar cada uno de los tres problemas de interés en los Capítulos 3, 4 y 5. Así mismo, este modelo reducido se toma como punto de partida hacia la derivación de modelos lineales de bajo orden, utilizados para la construcción de los controladores con retroalimentación de mediciones.

2.1 Introducción

De acuerdo a lo señalado por Aris (1994), el término “modelo matemático”, más comúnmente, “modelo”, se puede usar para denotar cualquier conjunto completo y consistente de ecuaciones matemáticas, que, bajo ciertas condiciones y con un propósito específico, describen a otra entidad, su “prototipo”, el cual puede ser una entidad física, biológica, social, etc., o tal vez otro modelo matemático. Este modelo deberá ser lo suficientemente completo como para describir con precisión los fenómenos de interés, pero al mismo tiempo, lo suficientemente simple como para que sea susceptible de análisis (Luyben, 1990).

En una columna de destilación se lleva a cabo un proceso de separación por etapas, lo que implica que se tengan balances de masa total, de componente y energía en cada etapa o plato (Doherty y Perkins, 1982). Sin embargo, existen muchos sistemas para los cuales es suficiente modelar la dinámica de masa total y de componente en cada plato, es decir, no es necesario incluir la dinámica de los balances de energía (Skogestad y Morari, 1988), bajo la llamada hipótesis de flujo equimolar (Halvorsen y col., 2001). Este modelo (descrito en la siguiente sección), se usa como el “prototipo”, es decir, representa a la familia de columnas de destilación estudiadas. En adelante, se utilizará el término modelo indistintamente. En la Sección 2.3 se hace un análisis de la hidráulica o dinámica de líquidos retenidos en cada plato, lo cual permite representar la columna en forma perturbada singularmente. A partir de esta representación se muestra como interactúan ambas dinámicas, así como las posibles implicaciones para control. Mediante la hipótesis de estado cuasi-estacionario para la hidráulica se obtiene un modelo reducido de la columna en la Sección 2.4, que se utiliza más adelante para fines de análisis y comparación.

2.2 Descripción y modelado de la columna de destilación

En esta sección se describe el proceso de destilación, y se presenta su modelo como un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales.

2.2.1 Descripción del proceso

Una columna de destilación binaria continua puede verse, desde el punto de vista de control, como un sistema 5×5 (véase la Figura 2.1), es decir, se tienen cinco entradas de control: reflujo (R), vapor (V) (proporcional al calor intercambiado en el rehervidor, Q_B), destilado (D), fondos (B) y calor removido en el condensador Q_D , y cinco variables a regular: la presión (P), los niveles

del rehervidor (m_B) y del tanque de condensados (m_D), y las composiciones de los efluentes (c_B y c_D). Se considerarán perturbaciones en flujo (F) y composición de alimentación (c_F).

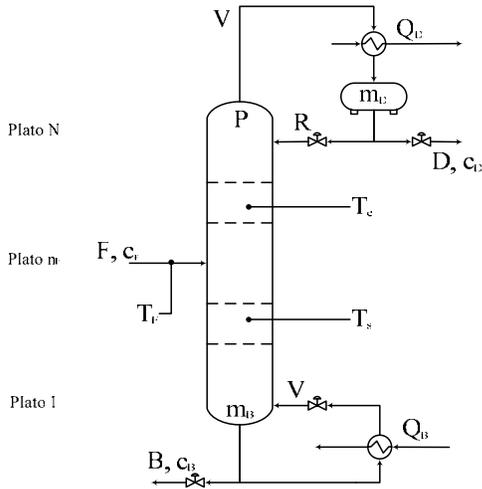


Figura 2.1.- Columna de destilación

que asegure la operación segura de la columna (es decir, que no se vacíe ni se inunde, Luyben, 1992), y (ii) que la dinámica de los lazos de control de composición se desacople de la de los controles de nivel. En otras palabras, el problema de regular la calidad de los productos (fondos y destilado) se simplifica a diseñar un sistema de control “2x2”, es decir, con dos entradas y dos salidas (Skogestad y col., 1990b; Luyben, 1992; Hurowitz y col., 2003).

En este trabajo, se supone que se utilizan los flujos B y D para controlar los niveles en el rehervidor y el tanque de condensados, respectivamente, mientras que la presión se regula mediante el calor removido en el condensador Q_D . Las entradas manipulables restantes, el vapor V y el reflujo R, se utilizan para regular las composiciones. Esta configuración tiene la ventaja de que es prácticamente independiente de la sintonización de los lazos de control de niveles (Skogestad, 1997a). La metodología de los capítulos 3, 4 y 5 puede extenderse a otros casos en los que se utilicen configuraciones de control distintas, y a los casos en que se desee incorporar el control de los niveles para diseñar un sistema de control multivariable “4x4” (p. ej., Riggs y Huang, 2002) o “5x5” (Lundström y col., 1995).

2.2.2 Modelo de la columna de destilación

Considere la columna de destilación de la Figura 2.1, en la que una mezcla binaria de composición c_F es alimentada a una tasa F en el plato n_F , y que produce dos efluentes B y D (fondos y destilado), cuyas respectivas composiciones c_B y c_D deben ser reguladas mediante la

En la práctica, las columnas de destilación se controlan de manera jerárquica (Buckley, Luyben y Shunta, 1985; Luyben, 1992; Wolff y Skogestad, 1996), es decir, primero se diseñan los controladores para los niveles y la presión. Usualmente (con múltiples lazos de control una entrada-una salida) se regula la presión y los niveles en el tanque de condensados y el rehervidor, de manera que:

(i) se mantenga el inventario de materiales

manipulación del flujo de vapor V y del reflujo R . Estas variables deberán manipularse en función del conjunto de variables medidas, con tres variantes: (i) mediciones de composición en el rehervidor y en el plato N (o superior), (ii) mediciones de temperatura en platos (a ser escogidos) de la sección agotadora y enriquecedora (es decir por abajo y por arriba del plato de alimentación), denotados s y e , y/o (iii) mediciones simultáneas de temperatura y de composición (es decir, control cascada). Se escoge medir la composición en el plato N , en lugar de la composición de destilado, para obtener grados relativos iguales a 1 (Isidori, 1995; Nijmeijer y van der Shaft, 1990), de modo que el control obtenido sea más simple y robusto (Sepulchre y col., 1997). Esta elección ha sido utilizada en estudios previos (Skogestad y Morari, 1988a; Castro y col., 1990). El razonamiento que sustenta esto es el siguiente: Regular c_N es equivalente a regular c_D , ya que sus valores en estado estacionario están relacionados en forma biyectiva, es decir $\bar{c}_D = E(\bar{c}_N)$.

El modelo de la columna se obtiene a partir de las siguientes suposiciones estándar (Doherty y Perkins, 1982; Halvorsen y col., 2001): (i) flujos equimolares, (ii) presión constante, (iii) equilibrio termodinámico y mezclado perfecto en todos los platos, (iv) control de nivel perfecto en el rehervidor y el tanque de condensados, (v) condensador total, (vi) masa despreciable de vapor en cada plato. Bajo estas hipótesis, la dinámica de la columna está dada por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \dot{c}_i &= [L(m_{i+1})\Delta^+c_i - V\Delta E(c_i) + \delta_{i,nF} F(c_F - c_i)]m_i^{-1} := F_{c_{i+1}}, & 0 \leq i \leq N-1 \\ \dot{c}_N &= [R \Delta^+c_N - V \Delta E(c_N)] m_N^{-1} := F_{c_{N+1}}; & \dot{c}_{N+1} = V[E(c_N) - c_{N+1}] m_D^{-1} := F_{c_{N+2}} \\ \dot{m}_i &= L(m_{i+1}) - L(m_i) + \delta_{i,nF} F := F_{m_i}, & 1 \leq i \leq N-1; & \dot{m}_N = R - L(m_N) := F_{m_N} \end{aligned}$$

donde

$$\Delta^+c_i := c_{i+1} - c_i, \quad \Delta E(c_i) := E(c_i) - E(c_{i-1}), \quad m_0 = \bar{m}_B; \quad E(c_{-1}) = c_0 = c_B \quad c_{N+1} = c_D$$

Adicionalmente, se tienen las siguientes mediciones

$$\begin{aligned} \psi_B &= \ln(c_B), & \psi_N &= \ln(1 - c_N) & \text{Mediciones de composición} \\ \psi_s &= \sigma(c_s), & \psi_e &= \sigma(c_e) & \text{Mediciones de temperatura} \end{aligned}$$

$\delta_{i,nF}$ es la delta de Kronecker, c_i (o m_i) es la fracción molar de componente volátil (o acumulado molar) en la etapa i -ésima, E , σ y L son respectivamente las funciones de equilibrio vapor-líquido, punto de burbuja e hidráulica (p. ej. la ecuación de Francis, King y col., 1948). ψ_B (respectivamente ψ_N) es la medición de composición logarítmica en el rehervidor (resp. en el plato N -ésimo),

escogidas para tener un comportamiento entrada-salida más lineal (Ryskamp, 1982; Shinsky, 1988), con el objetivo de lograr un mejor desempeño del control. ψ_s y ψ_e son las mediciones de temperatura en los platos s y e respectivamente. Note que al haber utilizado la hipótesis de control perfecto de niveles en el tanque del rehervidor y de condensados, y de presión constante, las entradas B , D , y Q_D ya no aparecen en el modelo. En la Sección 2.5 se muestra la nomenclatura de este Capítulo.

En notación compacta, la columna de destilación, con $n = (2N+2)$ estados y 2 variables manipulables (entradas de control) se reescribe:

$$\dot{c} = F_c(c, m, \delta, v), \quad \dot{m} = F_m(m, \delta, v) \quad (2.1a-b)$$

con sus posibles mediciones de composición y/o temperatura:

$$\psi_c = h_c(c) \quad \text{Mediciones de composición} \quad (2.1c)$$

$$\psi_T = h_T(c) \quad \text{Mediciones de temperatura} \quad (2.1d)$$

donde

$$c = (c_0, \dots, c_{N+1})', \quad m = (m_1, \dots, m_N)', \quad \delta = (F, c_F)', \quad v = (V, R)'$$

$$F_c = (F_0^c, \dots, F_{N+1}^c)', \quad F_m = (F_1^m, \dots, F_N^m)', \quad h_c(c) = [\ln(c_B), \ln(1 - c_N)]', \quad h_T(c) = [\sigma(c_s), \sigma(c_e)]'$$

En el punto de operación nominal, la columna de destilación satisface las siguientes ecuaciones:

$$0 = F_c(\bar{c}, \bar{m}, \bar{\delta}, \bar{v}), \quad 0 = F_m(\bar{m}, \bar{\delta}, \bar{v}), \quad \bar{\psi}_c = h_c(\bar{c}), \quad \bar{\psi}_T = h_T(\bar{c}) \quad (2.2)$$

Este modelo es apropiado para describir un espectro amplio de columnas (Doherty y Perkins, 1982; Skogestad, 1997b). Las columnas A-E (cuyos parámetros se muestran en el Apéndice B) pueden describirse con modelos de esta clase. La columna F (correspondiente a una separación de una mezcla de metanol con agua) requiere incluir los balances de energía, y se incluyó en la tesis para probar los controladores propuestos ante esta clase de errores de modelado. Las seis columnas consideradas en esta tesis son considerados sistemas difíciles de controlar, y por lo tanto puede decirse que forman un conjunto representativo de casos de estudio.

2.3 Representación en forma perturbada singularmente

En esta sección se obtiene una descripción de la columna, [Ec. (2.1)] en forma perturbada singularmente. Primero, en la Subsección 2.3.1 se hace un análisis de la hidráulica que muestra que ésta se desarrolla en una escala de tiempo mucho más rápida que la dinámica de composiciones. A partir de esto, en la Sección 2.3.2 el sistema (2.1) se escribe en forma perturbada singularmente, mostrando la forma en que interactúan las dinámicas de composición y la hidráulica, así como algunas de las posibles implicaciones para control. Esta descripción se

utiliza en la Sección 2.3.3 para obtener un modelo reducido, donde también se discuten sus propiedades estructurales.

2.3.1 Análisis de la hidráulica

Para el diseño de controladores, usualmente se debe tener una idea sobre las dinámicas presentes en el proceso, es decir, si alguna de ellas es más rápida o lenta respecto a las demás (Khalil, 2002). Bajo ciertas condiciones, si alguna dinámica es mucho más rápida que las demás, ésta puede despreciarse en la etapa de diseño, es decir, tal dinámica se supone en estado cuasi-estacionario respecto a las dinámicas más lentas. Así se pueden obtener modelos más simples que permiten analizar la dinámica global del proceso (p. ej., cuando en un sistema reactivo existen algunas reacciones químicas mucho más rápidas que otras, Froment y Bischoff, 1990), o bien para usarse en el diseño de controladores. El efecto de estas dinámicas *parásitas* debe incluirse al estudiar la estabilidad del proceso con el controlador (Khalil, 2002).

En el caso de las columnas de destilación, se sabe que las dinámicas de los líquidos retenidos en los platos o hidráulica (m en las ecuaciones 2.1b) suelen ser muy rápidas (Levy y col., 1969), en comparación con las dinámicas de composición (Skogestad y Morari, 1987; Morud y col., 1996). Esto ha llevado a utilizar modelos simplificados que no incluyen la hidráulica (Doherty y Perkins, 1982), esto es, se supone que los líquidos retenidos en los platos son constantes, y que los flujos líquidos cambian instantáneamente. Sin embargo, ningún estudio ha incluido formalmente la hipótesis de estado cuasi-estacionario para la hidráulica. Por la misma razón, ningún estudio de estabilidad a lazo cerrado ha considerado la presencia de esta dinámica parásita.

Considere que la hidráulica en las ecuaciones (2.1) está regida por la ecuación de Francis (King y col., 1948), en una forma apropiada (Castellanos-Sahagún, 1997):

$$L(m_i) = a_i(m_i - m_{i,o})^{3/2} \quad 1 \leq i \leq N \quad (2.3)$$

donde a_i , y $m_{i,o}$ son constantes. La aproximación lineal de esta función está dada por:

$$L(m_i) = \bar{R} + \bar{F} + (m_i - \bar{m}_i)/\tau_i \quad \tau_i = (2/3)(\bar{m}_i - m_{i,o})/(\bar{R} + \bar{F}) > 0, \quad 1 \leq i \leq n_F \quad (2.4a)$$

$$L(m_i) = \bar{R} + (m_i - \bar{m}_i)/\tau_i \quad \tau_i = (2/3)(\bar{m}_i - m_{i,o})/\bar{R} > 0, \quad n_F + 1 \leq i \leq N \quad (2.4b)$$

donde las constantes de tiempo τ_i son muy pequeñas (Levy y col., 1969). Entonces, la aproximación lineal del subsistema (2.1b) alrededor de $(\bar{c}, \bar{m}, \bar{\delta}, \bar{v})$ tiene la siguiente forma:

$$\dot{\tilde{m}} = \bar{A}_m \tilde{m} + \bar{A}_R u_R + \bar{A}_F d_F, \quad \tilde{m} = m - \bar{m}, \quad u_R = R - \bar{R}, \quad d_F = F - \bar{F} \quad (2.5)$$

$$\bar{A}_m = \begin{bmatrix} -1/\tau_1 & 1/\tau_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/\tau_2 & 1/\tau_3 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -1/\tau_3 & 1/\tau_4 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1/\tau_{N-1} & 1/\tau_N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/\tau_N \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_F = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_m := [\partial_m F_m(\bar{m}, \bar{\delta}, \bar{v})]; \quad \det \bar{A}_m \neq 0; \quad \lambda_i[\bar{A}_m] = -1/\tau_i < 0, \quad i = 1, \dots, N$$

La matriz \bar{A}_m tiene todos sus valores propios reales y negativos (Doherty y Perkins, 1982), por lo que aplicando el método indirecto de Lyapunov (Khalil, 2002) se puede decir que este subsistema es estable (en el sentido definido en el Apéndice A). Ya que las constantes de tiempo τ_i son muy pequeñas, los valores propios $\lambda_i = -1/\tau_i$ son grandes, lo que implica que estas dinámicas son muy rápidas en comparación con las dinámicas de composición (Levy y col., 1969). Por ello, el efecto de un cambio en reflujo, o en el flujo de alimentación se propaga rápidamente a lo largo de la columna. Experimentalmente se ha verificado que el tiempo requerido para que una perturbación en el reflujo llegue al rehervidor tarda aproximadamente $N\tau_h$, donde N es el número de platos (sin incluir el hervidor), y τ_h es una constante de tiempo de plato promedio para la columna en cuestión (Betlem y col., 1998).

Nota: La relación de la dinámica de acumulados molares usada en este trabajo tiene la forma linealizada de la ecuación de Francis descrita aquí. Sin embargo, los resultados de este trabajo son válidos para cualquier forma utilizada para representar la hidráulica de plato.

2.3.2 Forma perturbada singularmente

En la sección anterior se mostró que la hidráulica (2.1b) es estable y mucho más rápida que la dinámica de composiciones. Por ello, si la hidráulica se supone en estado cuasi-estacionario respecto a la dinámica de composiciones, la Ec. (2.1b) se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\dot{m} = F_m(m, \delta, v) \approx 0 \quad (2.6)$$

que implica que los flujos líquidos en la columna están dados por:

$$L(m_i) \approx R + F, \quad 1 \leq i \leq n_F \quad \text{Sección agotadora} \quad (2.7a)$$

$$L(m_i) \approx R, \quad n_F + 1 \leq i \leq N \quad \text{Sección enriquecedora} \quad (2.7b)$$

La **única** raíz de (2.6) alrededor del estado estacionario $(\bar{c}, \bar{m}, \bar{\delta}, \bar{v})$ está dada por:

$$m_i^* = G_i(\delta, v) = (R + F - \bar{R} - \bar{F})\tau_i + \bar{m}_i, \quad 1 \leq i \leq n_F; \quad \text{Sección agotadora} \quad (2.8a)$$

$$m_i^* = G_i(\delta, v) = (R - \bar{R})\tau_i + \bar{m}_i, \quad n_F + 1 \leq i \leq N; \quad \text{Sección enriquecedora} \quad (2.8b)$$

Para valores dados del reflujo R y de la tasa de alimentación F, los acumulados convergen rápidamente a estas raíces.

Ahora, considere el siguiente cambio de coordenadas, que implica que la hidráulica (z en las nuevas coordenadas) tenga al origen como su único punto crítico:

$$x = \Phi(c), \quad z = m - \alpha(d, u), \quad \alpha(d, u) = G(\bar{\delta} + d, \bar{v} + u); \quad d = \delta - \bar{\delta}, \quad u = v - \bar{v} \quad (2.9)$$

donde $x = \Phi(c)$ es un cambio de coordenadas de desviación que produzca un sistema lineal en las salidas, que dependerá del tipo de mediciones disponibles en cada uno de los tres casos (esto se detalla en los Apéndices correspondientes a las pruebas de estabilidad). El cambio de coordenadas (2.9) permite reescribir el modelo completo de la columna, Ec. (2.1), de la siguiente forma:

$$\dot{x} = f(x, d, u) + \pi(x, d, u; z), \quad \dot{z} = g(d, u; z) + \pi_z(d, u; \dot{d}, \dot{u}) \quad (2.10a-b)$$

Ahora las variables de desviación son:

- (x) Vector de composiciones, (z) Vector de líquidos retenidos en los platos
(u) Vector de variables manipuladas, (d) Vector de perturbaciones exógenas

Las funciones f, g, π y π_z están dadas por:

$$f(x, d, u) = \varphi[x, \alpha(d, u), d, u] \quad g(d, u; z) = F_m[z + \alpha(d, u), d + \bar{\delta}, u + \bar{v}]$$

$$\varphi(x, m, d, u) = F_c[\Phi^{-1}(x), m, d + \bar{\delta}, u + \bar{v}]$$

$$\pi(x, d, u; z) = \varphi[x, z + \alpha(d, u), d, u] - \varphi[x, \alpha(d, u), d, u]$$

$$\pi_z(d, u; \dot{d}, \dot{u}) = -[\partial_d \alpha(d, u)] \dot{d} - [\partial_u \alpha(d, u)] \dot{u}$$

y las funciones F_c y F_m están dadas en (2.1). En estas ecuaciones se utiliza la siguiente convención: una función $f(x, d, u)$ sin punto y coma se desvanece con todos sus argumentos, y una función $g(d, u; z)$ con punto y coma (;) se desvanece con los argumentos después del punto y coma. Por ejemplo,

$$f(0, 0, 0) = 0, \quad g(d, u; 0) = 0$$

Las Ecs. (2.10) son la representación de la dinámica del proceso [Ecs. (2.1)] en forma **perturbada singularmente**, (Kokotović, 1984; Kokotović y col., 1986; Khalil, 2002; también véase Apéndice A). La hidráulica (z en coordenadas de desviación) [Ec. (2.10b)] puede escribirse en notación detallada de la siguiente forma:

$$\dot{z} = \bar{A}_m z + \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \vdots \\ \tau_N \end{bmatrix} \dot{u}_R + \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \vdots \\ \tau_{n_F} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \dot{d}_F, \quad u_R = R - \bar{R}, \quad d_F = F - \bar{F} \quad (2.11)$$

donde \bar{A}_m es la matriz estable definida en (2.5). De la Ec. (2.11) se puede ver que si \dot{u}_R y/o \dot{d}_F están “prendidos” (es decir, u_R y d_F cambian rápida y sostenidamente), este sistema puede desestabilizarse, o en otras palabras, el sistema (2.11) es estable si el reflujo y el flujo de alimentación cambian en forma suficientemente lenta con respecto al horizonte de tiempo de la hidráulica, de manera que sus derivadas puedan considerarse parámetros que cambian lentamente (Khalil, 2002). Ya que una de estas perturbaciones corresponde a la derivada del reflujo (vía el término \dot{u}_R), que se calculará con una ley de control con retroalimentación de mediciones, se puede anticipar que los cambios en reflujo o en flujo de alimentación deberán ser suficientemente lentos, de manera que no se provoque la desestabilización del sistema interconectado (2.10). Esto impondrá cotas en las ganancias de los controladores, como se muestra en los análisis de estabilidad de los Apéndices.

2.3.3 Modelo reducido

Del sistema (2.10) se puede ver que si suponemos que la dinámica de acumulados es lo suficientemente más rápida que la de composiciones (al hacer $z = 0$), se obtiene el sistema *reducido o lento*:

$$\dot{x} = f(x, d, u), \quad x(t) \xrightarrow{\lambda_{OL}} 0 \quad (2.11a-c)$$

Seguendo la terminología usada en teoría de perturbación singular, el subsistema rápido (*capa límite o boundary layer*) está dado por

$$\dot{z} = g(d, u; z), \quad z(t) \xrightarrow{\lambda_z} 0, \quad \lambda_z > \lambda_{OL} \quad (2.11d-f)$$

donde $\xrightarrow{\lambda} 0$ significa “desvaneciente con tasa exponencial λ ”, y el par $(\lambda_z, \lambda_{OL})$ denota las tasas de decaimiento exponencial de cada uno de los subsistemas. Para fines de estimar estos dos parámetros para las diferentes columnas estudiadas, se toman las siguientes aproximaciones:

$$\lambda_z = 4/\tau_L; \quad \tau_L = N\tau_h; \quad \lambda_{OL} = 4/\tau_a \quad (2.12a-c)$$

donde (i) τ_L es un estimado del tiempo de asentamiento de la hidráulica, que se puede aproximar como el producto del número de platos N (sin incluir el hervidor), y la constante de tiempo de

plato promedio para la columna τ_h (Rademaker y col., 1975; Betlem y col., 1998), y (ii) τ_a es el tiempo de asentamiento de la columna a lazo abierto. En el Apéndice B se muestran estos parámetros para las columnas estudiadas.

En los Capítulos 3, 4, y 5 se utilizan formas equivalentes al subsistema lento (2.11a) como punto de partida para los análisis de condiciones de resolubilidad y el diseño de los controles de temperatura y cascada. El sistema completo [Ecs. (2.10)] se utiliza en las correspondientes pruebas de estabilidad.

2.3.4 Implicaciones estructurales

El método de control constructivo no lineal permite obtener controladores robustos, con base en la elección de estructuras pasivas para control (Sepulchre y col., 1997). Se dice que un sistema es pasivo, si el par entrada-salida apropiado tiene grado relativo igual a 1, y la dinámica cero respectiva es estable (Isidori, 1995; Nijmeijer y vander Shaft, 1990). Los sistemas pasivos tienen varias propiedades interesantes, entre las que se pueden citar las siguientes (Henson y Seborg, 1991; Sepulchre y col. 1997):

- (i) Un sistema pasivo es inherentemente robusto, ya que sólo se necesita la primer derivada direccional de la función $y = h(x)$. El cálculo de derivadas adicionales de esta función puede llevar a diseños de control mal condicionados e innecesariamente complejos.
- (ii) Al tener solamente derivadas direccionales de primer grado, los diseños de control pueden ser muy simples.
- (iii) Los controladores diseñados a partir de estructuras pasivas son no desperdiciantes por naturaleza, es decir, los esfuerzos de control asociados no son excesivos (Freeman y Kokotović, 1996; Sepulchre y col. 1997).
- (iv) Proveen márgenes de estabilidad adecuados (Sepulchre y col. 1997).

Para entender mejor las propiedades estructuras del modelo reducido (2.11a), se reescribe ese modelo de acuerdo a lo siguiente. El suponer la hidráulica en estado cuasi-estacionario [Ec. (2.6)] implica suponer que los cambios en reflujo (R) y flujo de alimentación (F) tienen un efecto instantáneo en la columna, es decir, los flujos en cada sección de la columna están dados por la Ec. (2.7), y los líquidos retenidos en los platos están dados por (2.8), que al sustituirlas en (2.1a) produce una forma del modelo reducido de la columna de destilación:

$$\dot{c}_0 = [(R + F)(c_1 - c_0) - V \Delta \cdot E(c_0)] / \bar{m}_B, \quad (2.13a)$$

$$\dot{c}_i = [(R + F)\Delta^+ c_i - V \Delta \cdot E(c_i)] / [(R + F - \bar{R} - \bar{F})\tau_h + \bar{m}_i], \quad 1 \leq i \leq n_F - 1 \quad (2.13b)$$

$$\dot{c}_{n_F} = [R \Delta^+ c_{n_F} + F (c_F - c_{n_F}) - V \Delta^- E(c_i)] / [(R + F - \bar{R} - \bar{F})\tau_h + \bar{m}_{n_F}] \quad (2.13c)$$

$$\dot{c}_i = [R \Delta^+ c_i - V \Delta^- E(c_i)] / [(R - \bar{R})\tau_h + \bar{m}_i], \quad n_F + 1 \leq i \leq N \quad (2.13d)$$

$$\dot{c}_{N+1} = V[E(c_N) - c_{N+1}] / \bar{m}_D^1 \quad (2.13e)$$

$$\psi_c = h_c(c) = [\ln(c_B), \ln(1 - c_N)]' \quad \text{Mediciones de composición}$$

$$\psi_T = h_T(c) = [\sigma(c_s), \sigma(c_e)]' \quad \text{Mediciones de temperatura}$$

que es equivalente a la forma (2.11a), con $x = c$. De esta representación, se puede ver claramente que las entradas de control R y V aparecen en todas las ecuaciones, excepto la de la composición del destilado, Ec. (2.13e). *Por ello, para cada una de las mediciones de composición $\psi_c = h_c(c)$ y de temperatura $\psi_T = h_T(c)$, el vector de grados relativos (es decir, el número de veces que hay que derivar cada salida para que aparezca el controlador) es igual a uno.* No se puede decir lo mismo para las mediciones de temperatura cuando se parte del modelo completo, Ec. (2.1). En un trabajo previo (Castellanos-Sahagún, 1997) se demostró que cuando se utiliza el modelo completo (2.1), las mediciones de temperatura tienen un vector de grados relativos igual a $(1, N-e+1)$, donde N es el número de platos de la columna, y e corresponde al número del plato donde se hace la medición de temperatura. En ese trabajo se mostró que esto lleva a diseños de control muy complicados, al requerir: (i) derivadas direccionales de alto orden de las salidas $\psi_T = h_T(c)$, o (ii) la implementación de varios filtros lineales de alto orden. Con el modelo reducido, Ec (2.10) [o bien, Ec. (2.13)], entonces el diseño de control de temperaturas se simplifica, al tener grados relativos iguales a uno, es decir, al despreciar las dinámicas parásitas se reduce el grado relativo. Para que un diseño basado en un modelo reducido con grado relativo diferente al modelo completo funcione, se requiere que haya suficiente separación entre las escalas de tiempo de los sistemas lento y rápido (Sepulchre y col., 1997). Esto impondrá cotas en las ganancias del controlador, como se verá más adelante en los análisis de estabilidad de los capítulos posteriores.

2.4 Conclusiones

Se presentó el modelo dinámico que describe a la familia de columnas de destilación estudiadas. Este modelo se reinterpreta en forma perturbada singularmente, y a partir de ese modelo y de la hipótesis de estado cuasi-estacionario para la hidráulica se obtiene: (i) una interpretación de la interacción entre las diferentes dinámicas de la columna, (ii) un modelo apropiado para los análisis de estabilidad del sistema a lazo cerrado con los diferentes controladores propuestos y (iii) un modelo reducido, cuyas características estructurales son apropiadas para el estudio de los problemas de control de los Capítulos 3, 4 y 5. Así mismo, este

modelo reducido se toma como punto de partida hacia la obtención de modelos lineales de bajo orden, utilizados para la síntesis de controladores propuestos.

2.5 Nomenclatura

Símbolos

B	Fondos
c_F	Composición de alimento
c_i	Fracción molar de componente volátil en el plato i-ésimo
D	Destilado
d	Vector de perturbaciones exógenas en coordenadas de desviación
F	Tasa de alimentación
$E(c_i)$	Función de equilibrio líquido-vapor
$L(m_i)$	Función hidráulica
m_i	Líquido retenido en el plato i-ésimo
N	Número de platos
R	Reflujo
u	Vector de entradas manipulables en coordenadas de desviación
V	Flujo de vapor
x	Vector de composiciones en coordenadas de desviación
z	Vector de líquidos retenidos en coordenadas de desviación
δ	Vector de entradas exógenas
δ_{i,n_F}	Delta de Kronecker
Δ^+	Operador diferencia hacia adelante
Δ^-	Operador diferencia hacia atrás
λ	Frecuencia característica
τ_a	Tiempo de asentamiento de la columna a lazo abierto
τ_h	Constante de tiempo de plato
τ_L	Tiempo de asentamiento de la hidráulica
v	Vector de entradas manipulables

Subíndices

B (ó 0)	Fondos
c	Controlador

D	Destilado
F	Alimento
I	Dinámica interna
N	Plato N-ésimo
o	Observador
OL	Lazo abierto (siglas en inglés)
x	Dinámica de composición
z	Hidráulica

Capítulo 3

Diseño de la estructura y el algoritmo para control de composición dual en columnas de destilación binarias

Resumen

En este capítulo se estudia el problema de diseñar conjuntamente el algoritmo y la estructura para el control de composición dual en columnas de destilación binarias. Primero se estudia el problema de control prealimentado no lineal, permitiendo establecer las respectivas condiciones de resolubilidad con significado físico, su comportamiento límite, y su equivalencia con el esquema geométrico no lineal. El desempeño de este controlador se recupera mediante un controlador lineal basado en mediciones, construido a partir de: (i) dos lazos de control proporcional-integral (PI) desacoplados y (ii) un compensador de interacciones estático cuya estructura (decentralizada o desacoplante en una o dos vías) es un grado de libertad para el diseño. La construcción se basa en cuatro parámetros de estado estacionario. El análisis de la dinámica a lazo cerrado permite establecer reglas de sintonización simples, que garantizan la estabilidad del sistema resultante, y que muestran el papel limitante que tienen la hidráulica, y el grado de separación. La técnica propuesta se prueba con simulaciones numéricas en diversas columnas de destilación, en presencia de perturbaciones en flujo y composición de alimento, ruido, retraso en las mediciones y errores de actuador, mostrando desempeños similares o mejores que los obtenidos con otras técnicas, siendo la estructura desacoplante en una vía la que presenta el mejor desempeño global.

3.1 Introducción

Como ya se mencionó en el Capítulo 1, la destilación es una operación unitaria muy usada, requiere grandes cantidades de energía y es responsable de la pureza de la mayoría de los productos de las industrias petroquímica y de refinación. La mayoría de las columnas industriales se operan con sólo un lazo de control automático con retroalimentación (es decir, se regula sólo la pureza de uno de los efluentes), mientras que la variable de control restante se ajusta manualmente de acuerdo a esquemas de control supervisorios, de forma que se satisfagan ciertos balances de masa (Roat y col., 1988; Luyben, 1992b; Fruehauf y Mahoney, 1994). En presencia de perturbaciones en la composición de alimento, esta operación implica sobrepurificación de los productos y consumo excesivo de energía (Luyben, 1975). La posibilidad de lograr ahorros de energía, control de calidad más uniforme, incrementos en la capacidad de producción, etc., motiva la consideración de esquemas multivariables de control (Humphrey y col., 1991; Leegwater, 1992).

Debido a que las columnas de destilación exhiben comportamiento no lineal con fuerte interacción entrada-salida, especialmente en columnas de alta pureza, el diseño de controladores multivariables para esta clase de procesos es considerado una tarea difícil (McAvoy, 1983; Ogunnaike y Ray, 1994). Este problema se ha estudiado con varias técnicas de control, de las cuales se citan las que se consideran más representativas: (i) múltiples lazos de control lineal SISO (una entrada-una salida), también llamados controles descentralizados (Niederlinski, 1971; Skogestad y Lundström, 1990; Luyben, 1992b), (ii) desacopladores lineales de dos vías (Luyben 1970; Wood y Berry, 1972; Fagervik y col., 1983; Gjørseter y Foss, 1997; Wade, 1997; Gagnon y col., 1998), (iii) desacopladores lineales de una vía (Fagervik y col., 1983 y las referencias que ellos señalan), (iv) desacopladores no lineales geométricos de dos vías (Cott y col., 1989; Castro y col., 1990; Lévine y Rouchon, 1991; Riggs y col., 1993; Trotta y Barolo, 1995), y (v) control con modelo predictivo (MPC) lineal (Hokanson y col., 1992; Lundström y Skogestad, 1995; Riggs y Huang, 2002) y no lineal (p. ej., Bloemen y col., 2001). A pesar de que se han reportado implementaciones exitosas de controladores no lineales geométricos (Cott y col., 1989; Lévine y Rouchon, 1991) y de esquemas MPC lineal (Riggs y Huang, 2002) y no lineal (Norquay y col., 1999), los ingenieros de control aún siguen reticentes a la aceptación de estas técnicas, debido a sus altos requerimientos de modelado, costos de implementación, mantenimiento y operación, así como a su falta de confiabilidad (Hugo, 2003; Luyben, 2004).

Se ha visto que para sistemas altamente interactivos, los desacopladores de una vía pueden dar mejor desempeño que sus contrapartes de dos vías (Shinskey, 1988; Fagervik y col., 1983), e incluso los ingenieros de control prefieren los desacopladores de una vía o los esquemas descentralizados, ya que se sabe son más robustos en presencia de errores de modelo (McAvoy, 1983; Shinskey, 1988) y a errores de actuador (Skogestad y Morari, 1988a).

En el diseño de controladores multivariantes (MIMO), la elección de la estructura y del algoritmo de control son igualmente importantes. Aunque se han propuesto muchas técnicas para elegir la estructura desacoplante y diseñar la ley de control correspondiente (Fagervik, 1983; Gagnon y Pomerleau, 1998; Waller y col., 2003), y se han reportado pruebas exitosas, aún existe la necesidad de procedimientos más sistemáticos para diseñar conjuntamente la estructura y el algoritmo de control.

De acuerdo al criterio de comparación de desempeño entre controladores descrito en la Sección 1.2, el análisis de los estudios previos muestra que un control lineal descentralizado (con sintonización óptima, Skogestad y Lundström, 1990) aplicado a una columna de destilación presenta tiempos de regulación (medidos en unidades de tiempo de asentamiento a lazo abierto) similares a los obtenidos con técnicas multivariantes no lineales (Bloemen y col., 2001).

En resumen, las técnicas avanzadas suelen ser muy complejas, fuertemente dependientes de los modelos utilizados, y su sintonización puede ser muy complicada, además de que su implementación, mantenimiento y operación suelen ser costosos. Además existe la controversia de que el uso de estrategias de control avanzado sea la mejor solución para controlar cualquier proceso, es decir, es posible que con controladores menos sofisticados puedan obtenerse los mismos beneficios, pero sin su complejidad (Ricker, 1996; Luyben y col., 1998; Hugo, 2003). Los estudios correspondientes de estabilidad a lazo cerrado son más bien pocos (p. ej., Lévine y Rouchon, 1991) y no han incluido la hidráulica.

Estos comentarios motivan la necesidad de desarrollar esquemas de control multivariantes simples y más sistemáticos para columnas de destilación, en un marco unificado que permita: (i) estudiar el diseño conjunto de la estructura y el algoritmo de control, (ii) conectar la diversidad de diseños de control lineales y no lineales avanzados, y (iii) esclarecer si el uso de controladores avanzados puede ofrecer una ventaja significativa sobre los diseños descentralizados lineales, o si es posible mejorar los esquemas existentes mediante métodos de sintonización mejorados. Es deseable que los controladores resultantes puedan interpretarse con nociones y herramientas de

diseño de controladores PI y filtros lineales convencionales. También es necesario analizar la estabilidad del sistema con el controlador propuesto, y esclarecer el papel de la hidráulica.

En este Capítulo se estudian el diseño de la estructura, la construcción y la sintonización de controladores de composición dual para columnas de destilación binarias, en un marco unificado que permite la consideración y comparación de estructuras descentralizadas y desacoplantes en una o dos vías. El punto de partida es el estudio del problema de control prealimentado, basado en un modelo reducido de la columna, que muestra las respectivas condiciones de resolubilidad con significado físico, el comportamiento límite alcanzable con ese controlador, y su equivalencia con un controlador geométrico pasivo. El comportamiento de este controlador es recuperado mediante un controlador lineal basado en mediciones, que combina dos lazos de control SISO (una entrada-una salida) con un compensador estático de interacciones cuya estructura (es decir, la forma en que se interconectan las entradas y las salidas) es un grado de libertad para el diseño. Este controlador se construye a partir de una realización lineal, que consiste de dos integradores desacoplados con entradas sintéticas y perturbaciones, requiriendo sólo cuatro parámetros estáticos que pueden determinarse fácilmente en un ambiente industrial, mediante datos de planta o simulaciones numéricas. Debido a que la realización utilizada para el diseño del control es del tipo IMC (control con modelo interno), el esquema puede tolerar saturación de actuadores sin degradar su desempeño notablemente. Un análisis riguroso de la estabilidad a lazo cerrado muestra formalmente la propiedad de recuperación del desempeño obtenido con el control basado en el modelo reducido exacto, y provee condiciones de estabilidad que se interpretan como reglas de sintonización simples y cualitativamente similares a las usadas en el diseño de lazos de control SISO convencionales.

La metodología propuesta se pone en perspectiva con otras técnicas de control avanzado, y se prueba mediante simulaciones numéricas con varios ejemplos de aplicación, en presencia de perturbaciones en flujo y composición de alimento, errores de actuador, ruido y retraso en las mediciones, y cambios en setpoint. Los desempeños (tiempos de regulación) son similares a los obtenidos con técnicas de control avanzadas.

3.2. El problema de control

Considere la columna de destilación con N platos descrita en la Figura 2.1, a la que se alimenta una mezcla binaria con flujo molar F y composición c_F en el plato n_F , y de la que se

obtienen los efluentes B y D con composiciones c_0 y c_D , respectivamente. El objetivo de control consiste en regular la composiciones de los efluentes (c_B , c_D), con base en la medición de composición logarítmica ψ (que provee respuestas más lineales, Ryskamp, 1982; Shinsky, 1988) mediante la manipulación del flujo de vapor V , y del reflujo R . Sin restringir la metodología, se escoge la configuración R-V debido a que es ampliamente utilizada en la industria, es fácilmente entendida por los operadores (Skogestad, 1997a-b), y es prácticamente independiente de la sintonización de los controladores de nivel del rehervidor y del tanque de condensados (Skogestad, 1997a). La metodología puede extenderse a los casos en que se incluya regulación de los niveles, es decir, un problema de control más complicado con cuatro entradas y cuatro salidas y con otras posibles variantes (Riggs y Huang, 2002). La dinámica de esta columna se modela de acuerdo a las ecuaciones (2.1); para mayor detalle sobre el modelo, véase la Sección 2.2:

$$\dot{c}_i = [L(m_{i+1})\Delta^+c_i - V\Delta \cdot E(c_i) + \delta_{i,n_F} F(c_F - c_i)]/m_i := F_i^c, \quad 0 \leq i \leq N - 1 \quad (3.1a)$$

$$\dot{c}_N = [R\Delta^+c_N - V\Delta \cdot E(c_N)]/m_N := F_N^c \quad \dot{c}_{N+1} = V[E(c_N) - c_{N+1}]/m_D := F_{N+1}^c \quad (3.1b-c)$$

$$\dot{m}_i = L(m_{i+1}) - L(m_i) + \delta_{i,n_F} F := F_i^m, \quad 1 \leq i \leq N-1; \quad \dot{m}_N = R - L(m_N) := F_N^m \quad (3.1d-e)$$

donde

$$\Delta^+c_i := c_{i+1} - c_i, \quad \Delta \cdot E(c_i) := E(c_i) - E(c_{i-1}), \quad E(c_{-1}) := c_0, \quad c_{N+1} = c_D$$

$$\psi = [\psi_B, \psi_N]', \quad \psi_B = \ln(c_B) \quad \psi_N = \ln(1 - c_N), \quad c_B = c_0$$

Se escoge c_N como una de las salidas reguladas, para tener grados relativos iguales a 1 (Castro y col., 1990; Sepulchre y col., 1991). Se sabe que regular c_N es equivalente a regular c_D , porque sus valores de estado estacionario están relacionados en forma biyectiva, vía la relación equilibrio líquido vapor [i.e., $\bar{c}_N = E^{-1}(\bar{c}_D)$]. En notación compacta, la columna está descrita por:

$$\dot{c} = F_c(c, m, \delta, v), \quad \dot{m} = F_m(m, \delta, v), \quad \psi_c = h_c(c) \quad (3.2a-c)$$

$$c = (c_0, \dots, c_{N+1})', \quad m = (m_1, \dots, m_N)', \quad \delta = (F, c_F)', \quad v = (V, R)'$$

$$F_c = (F_0^c, \dots, F_{N+1}^c)', \quad F_m = (F_1^m, \dots, F_N^m)', \quad h_c(c) = [\ln(c_B), \ln(1 - c_N)]'$$

$$0 = F_c(\bar{c}, \bar{m}, \bar{\delta}, \bar{v}), \quad 0 = F_m(\bar{m}, \bar{\delta}, \bar{v}), \quad \bar{\psi}_c = h_c(\bar{c})$$

El problema consiste en desarrollar una metodología unificada para el diseño de controladores lineales para columnas de destilación, que regulen las composiciones de los efluentes (c_B , c_D), mediante la manipulación de los controles (V , R) basada en las mediciones logarítmicas de

composición ψ , con una metodología con las siguientes características: (i) una construcción simple que tenga (ii) la estructura del control (decentralizada, o desacoplante en una o dos vías) como un grado de libertad para el diseño, (iii) requiera poca información, (iv) tenga reglas de sintonización simples, basadas en un análisis de estabilidad del sistema resultante a lazo cerrado, (v) y pueda manejar saturación de actuadores. El control propuesto debe ponerse en perspectiva con los diseños de control PI, geométricos, esquemas con modelo predictivo y control prealimentado empleados industrialmente, y debe probarse en presencia de perturbaciones en composición y flujo de alimentación, ruido, errores de actuador y retraso en las mediciones.

3.3 Control de inventarios mediante balances de masa

Para comenzar, se retoma un paradigma bien conocido por los ingenieros de control (Shinskey, 1988; Luyben, 1990): la manera más eficiente de controlar un proceso es la combinación de elementos prealimentado y retroalimentado, siendo el primero de ellos el que ejecuta la mayor parte del rechazo de perturbaciones, mientras que la parte retroalimentada compensa los errores de modelo utilizado por el elemento prealimentado. Dicho de otro modo, los controladores se calculan de manera que los balances de masa y/o energía satisfagan que las variables de interés se encuentren en su valor nominal. Con estas ideas, en esta sección se estudia el problema de control de inventarios prealimentado, lo que permite identificar: (i) las condiciones de resolubilidad de este problema, (ii) el comportamiento límite alcanzable con el modelo reducido, Ec. (2.13) (es decir, sin hidráulica), que se escoge como el objetivo a ser alcanzado por el control por retroalimentación de mediciones a proponerse, (iii) y la conexión con los diseños de control geométricos no lineales.

3.3.1 Modelo para control

Partiendo del modelo reducido de la columna, Ecs. (2.13), se puede reescribir la dinámica en una forma más apropiada para fines de análisis. Para ello, considere la derivada del mapa de salidas $\psi_c = [\psi_B, \psi_N]'$ (mediante la regla de la cadena):

$$\dot{\psi}_B = [1/(c_0)][(R + F)\Delta^+c_0 - V\Delta \cdot E(c_0)]/m_0, \quad (3.3a)$$

$$\dot{\psi}_N = [-1/(1 - c_N)][R\Delta^+c_N - V\Delta \cdot E(c_N)]/[(R - \bar{R})\tau_h + \bar{m}_i] \quad (3.3b)$$

La dinámica de las demás composiciones está dada por:

$$\dot{c}_i = [(R + F)\Delta^+c_i - V\Delta \cdot E(c_i)]/[(R + F - \bar{R} - \bar{F})\tau_h + \bar{m}_i], \quad 1 \leq i \leq n_F - 1 \quad (3.4a)$$

$$\dot{c}_{n_F} = [R \Delta^+c_{n_F} + F (c_F - c_{n_F}) - V\Delta \cdot E(c_i)]/[(R + F - \bar{R} - \bar{F})\tau_h + \bar{m}_{n_F}] \quad (3.4b)$$

$$\dot{c}_i = [R \Delta^+c_i - V \Delta \cdot E(c_i)]/[(R - \bar{R})\tau_h + \bar{m}_i], \quad n_F + 1 \leq i \leq N - 1 \quad (3.4c)$$

$$\dot{c}_{N+1} = V[E(c_N) - c_{N+1}]/\bar{m}_D^1 \quad (3.4d)$$

Ahora se introduce el siguiente cambio de coordenadas:

$$\begin{aligned} x &= (x'_c, x'_i)', & x_c &= h(c_c) - h(\bar{c}_c), & x_I &= c_I - \bar{c}_I, & c_c &= (c_0, c_N)', & c_I &= (c_1, \dots, c_{N-1}, c_{N+1})' \\ y &= \psi - \bar{\psi}, & d &= \delta - \bar{\delta}, & u &= v - \bar{v} \end{aligned}$$

para obtener el siguiente sistema, escrito en notación vectorial (las funciones no lineales se definen en el Apéndice C.2):

$$\dot{x}_c = f_c[(x'_c, x'_i)', d, u], \quad y = x_c, \quad x = (x'_c, x'_i)' \quad (3.5a)$$

$$\dot{x}_I = f_I[(x'_c, x'_i)', d, u] \quad (3.5b)$$

3.3.2 Inversa dinámica

Retome el modelo (3.5) y considere el siguiente problema de inversión de balances de masa: dados la salida regulada y , la perturbación d y sus derivadas temporales, determinar la entrada de control u correspondiente. Para tal propósito, force $y = x_c = 0$ en (3.5) para obtener:

$$0 = f_c[(0', x'_i)', d, u], \quad \dot{x}_I = f_I[(0', x'_i)', d, u] \quad (3.6a-b)$$

resuelva el par de balances estáticos (3.6a) para el control u , y obtenga el controlador

$$u_I = \hat{f}_c^{-1}[(0, x'_i)', d, 0] = \begin{bmatrix} -[E(\bar{c}_0) - \bar{c}_0]/(c_1 - \bar{c}_0) & 1 \\ -[E(\bar{c}_N) - E(c_{N-1})]/(c_D - \bar{c}_N) & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{V} \\ \bar{R} \end{bmatrix} := \eta_I(x_I, d) \quad (3.7)$$

donde \hat{f}_c^{-1} denota la solución para u de $f_c[(0, x'_i)', d, u] = 0$, y (3.6b) es una componente dinámica estable, que existirá siempre y cuando se cumpla la siguiente condición:

$$\det(\bar{A}_c) = -[\Delta^+ \bar{c}_0 / (\bar{c}_0 \bar{m}_0)] \{ \Delta^+ \bar{c}_N / [(1 - \bar{c}_N) \bar{m}_N] \} \bar{F} / \bar{V} \neq 0 \quad (3.8a)$$

donde \bar{A}_c es la matriz jacobiana de la función f_c en el estado estacionario $(\bar{c}, \bar{m}, \bar{d}, \bar{u})$:

$$\bar{A}_c := \partial_u f_c|_{(0, 0, 0)} = \begin{bmatrix} -p_s [\Delta^+ \bar{c}_0 / (\bar{c}_0 \bar{m}_0)] & \Delta^+ \bar{c}_0 / (\bar{m}_0 \bar{c}_0) \\ -p_e \{ -\Delta^+ \bar{c}_N / [(1 - \bar{c}_N) \bar{m}_N] \} & -\Delta^+ \bar{c}_N / [(1 - \bar{c}_N) \bar{m}_N] \end{bmatrix} \quad (3.8b)$$

p_s (o p_e) es la pendiente de la línea operante de la sección agotadora (o enriquecedora) en el diagrama de McCabe-Thiele asociado al diseño nominal de la columna (McCabe y Thiele, 1925):

$$p_s = \Delta E(\bar{c}_0) / \Delta^+ \bar{c}_0 = (\bar{R} + \bar{F}) / \bar{V} > 1, \quad p_e = \Delta E(\bar{c}_N) / \Delta^+ \bar{c}_N = \bar{R} / \bar{V} < 1, \quad p_e - p_s = -\bar{F} / \bar{V} \neq 0 \quad (4.9)$$

La combinación de la inversa del balance estático (3.7) con la *dinámica interna* (3.6b) produce la *inversa dinámica* (Hirschorn, 1979):

$$\dot{x}_I = f_I[(0, x_I)', d, \eta_I(x_I, d)] := \phi_I(x_I, d) \quad (3.9a)$$

$$u = \bar{f}_c^{-1}[(0, x_I)', d, 0] := \eta_I(x_I, d) \quad (3.9b)$$

La resolubilidad del problema de dinámica inversa para la columna se garantiza con el cumplimiento de dos condiciones: (i) la resolubilidad (para u) del par de balances estáticos (3.6a), asegurada por el hecho de que $\bar{F}/\bar{V} \neq 0$ (es decir, hay extracción de productos de la columna), y (ii) la estabilidad de la dinámica interna (3.9), que se ha verificado mediante argumentos físicos y/o locales (p. ej. mediante la inspección de los valores propios obtenidos numéricamente de la aproximación lineal del sistema en estado estacionario, como se muestra en Castro y col., 1990; Lévine y Rouchon, 1991).

En esta tesis se ha verificado la estabilidad de la dinámica cero mediante la aproximación lineal, y mediante simulaciones, por lo que en adelante se dice que el sistema (3.9) es estable con parámetros $\{\lambda_I, a_I\}$, de acuerdo a lo establecido en el Apéndice A.

3.3.3 Control prealimentado

De acuerdo con la idea mencionada previamente sobre el control de inventarios, el control prealimentado correspondiente es simplemente la implementación en línea de la inversa dinámica estable (3.9), que cumple con la restricción $\bar{y} = 0$:

$$\dot{\hat{x}}_I = \phi_I(\hat{x}_I, d) \quad \hat{x}_I(0) = \hat{x}_{I0} ; \quad u = \eta_I(\hat{x}_I, d) \quad (3.10a-c)$$

donde \hat{x}_I es el valor estimado del *estado interno* x_I . Por lo tanto, las condiciones de resolubilidad corresponden a las que ya se discutieron para la inversa dinámica.

3.3.4 Control prealimentado y retroalimentado

Suponga que el estado x es conocido, retome la inversa dinámica (3.10), y considere solamente la componente estática (3.10c), ya que la estimación del estado interno ya no es necesaria, y force la dinámica LNPA (lineal, no interactiva y de polo asignable) para la regulación de las salidas:

$$\dot{x}_c = -K_c x_c, \quad y = x_c \quad K_c = \text{diag}(\omega_B, \omega_N) \quad (3.11a-c)$$

donde ω_B (o ω_N) es la ganancia del lazo de control en el rehervidor (o en el plato N). La sustitución de estas ecuaciones en el par (3.5), seguido de la solución de la ecuación resultante para u produce el **control de inventarios FF-SF (prealimentado-retroalimentado)**:

$$u = \begin{bmatrix} -\Delta \cdot E(c_0) & \Delta^+ c_0 \\ -\Delta \cdot E(c_N) & \Delta^+ c_N - \omega_N \tau_H (1 - c_N) \ln \frac{1 - c_N}{1 - \bar{c}_N} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\omega_B m_B [\ln(c_0/\bar{c}_0)]/c_0 - F \Delta^+ c_0 \\ -(\bar{R} \tau_h - \bar{m}_N) \omega_N (1 - c_N) \ln \frac{1 - c_N}{1 - \bar{c}_N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V} \\ \bar{R} \end{bmatrix}$$

$$= \bar{f}_c^{-1}(x, d, -K_c x_c) := \eta(x, d) \quad (3.12)$$

3.3.5 Dinámica a lazo cerrado

La estabilidad dinámica de la columna de destilación (3.1) con el control de inventarios (3.12) se estudia en el Apéndice C.2. A continuación se resume el resultado en forma de proposición:

Proposición 3.1 (Prueba en Apéndice C.2). La columna de destilación (3.1) con el control de inventarios FF-SF (3.12) es estable alrededor del estado estacionario nominal (\bar{c}, \bar{m}) si las ganancias del controlador se escogen lo suficientemente pequeñas, de manera que se cumplan las siguientes desigualdades:

$$0 < \omega_c < \omega_c^* = \gamma_c^*(\lambda_z, \lambda_l, \Pi), \quad \omega_c \approx \min(\omega_N, \omega_B), \quad \Pi = [\text{msv}(\bar{A}_c)]^{-1} \quad (3.13)$$

donde λ_z , es la frecuencia característica de la hidráulica, λ_l es la frecuencia característica de la dinámica interna ($\approx \lambda_{OL}$, la frecuencia característica a lazo abierto, véase Sección 2.4), Π es una medida del grado de separación, γ_c^* es una función estrictamente creciente (o decreciente) de λ_z (o Π), y msv denota el valor singular mínimo de la matriz \bar{A}_c (3.8). Si se cumple esta condición, el estado y la salida convergen de la siguiente forma:

$$x(t) \xrightarrow{\lambda_\chi} 0, \quad \lambda_\chi \approx \min(\omega_c, \lambda_l), \quad y(t) \xrightarrow{\omega_\xi} 0, \quad \omega_c \approx \min(\omega_N, \omega_B) \quad (3.14) \blacklozenge$$

donde $\xrightarrow{\lambda} 0$ significa “se anula con tasa exponencial λ ”.

La última desigualdad significa que: (i) la ganancia del controlador debe escogerse más pequeña que un valor límite ω_c^* , impuesto por la frecuencia característica de la hidráulica λ_z y el grado de pureza Π , y (ii) al cumplirse esta desigualdad, se previene la posible desestabilización de la columna debida a la resonancia que puede producirse entre las dinámicas de composición y de hidráulica. Para mayor detalle, véase el Apéndice C.2.

3.3.6 Comentarios adicionales

Para el lector familiarizado con estudios previos sobre control de columnas de destilación con métodos geométricos no lineales (Castro y col., 1990; Lévine y Rouchon, 1991), los siguientes comentarios son pertinentes: (i) la Ec. (3.8b) corresponde a la *matriz desacoplante*, con grados relativos iguales a 1, (ii) y la componente estable (3.9a) de la dinámica inversa (3.9) corresponde a la *dinámica cero*. Estas propiedades significan que el controlador FF-SF (3.12) es pasivo, y por lo tanto es inherentemente robusto y además no requiere acciones de control excesivas (“non-wasteful”) (Sepulchre y col., 1997). Por lo tanto, el control de inventarios FF-SF (3.12) puede manejar restricciones en los controladores en buena medida, debido a su naturaleza no-desperdiciante. Además, la dinámica LNPA (lineal, no interactiva y de polo asignable) de las salidas, Ec. (3.11a), tiene una sintonización más simple que la de los esquemas descentralizados óptimos (Skogestad y Lundström, 1990) o con modelo predictivo, que requieren la elección de varios parámetros para cada lazo de control (Hugo, 2003).

El comportamiento a lazo cerrado asociado al control de inventarios FF-SF, *construido a partir del modelo reducido exacto*, Ec. (3.5), representa el mejor desempeño posible que pueda obtenerse con tal modelo, y como consecuencia, ese desempeño se escoge como el objetivo a ser alcanzado con el controlador lineal que se propone en la siguiente sección.

3.4 Control por retroalimentación de salidas

En esta sección, el desempeño del control de inventarios FF-SF (3.12) se recupera mediante un controlador lineal por retroalimentación de mediciones que consiste de dos lazos de control PI combinados con un compensador estático de interacciones, cuya estructura es un grado de libertad para el diseño. Se dan guías para la elección de las estructuras candidatas para control, basadas en parámetros de interacción. El estudio de la dinámica lazo cerrado muestra reglas de sintonización simples que garantizan la estabilidad del sistema resultante.

3.4.1 Realización paramétrica

De forma similar a la representación paramétrica de curvas en coordenadas cartesianas, se reescribe el control de inventarios no lineal FF-SF, Ec. (4.12) en forma paramétrica:

$$\dot{y} = \mu + b, \quad y = x_c, \quad \mu = A_c u, \quad b = \beta(x, \mu, d) \quad (3.15a-d)$$

donde μ (o b) es una entrada sintética (o perturbación), β es un mapa no lineal, y A_c es una aproximación no singular de la matriz \bar{A}_c :

$$\beta[(x'_c, x'_i)', \mu, d] = f_c[(x'_c, x'_i)', A_c^{-1}\mu, d] - \mu \quad (3.16)$$

Entonces, el control FF-SF (3.12) puede reexpresarse en la siguiente forma paramétrica:

$$b = \beta(x, \mu, d), \quad \mu = -b - K_c y, \quad u = A_c^{-1} \mu, \quad \det(A_c) \neq 0 \quad (3.17a-d)$$

Este controlador tiene tres componentes estáticas: (i) una (3.17b) lineal y descentralizada, que incluye componentes prealimentados (b) y retroalimentados (y), (ii) una (3.17c) interactiva y lineal que mapea la entrada sintética (μ) en la real (u), y (iii) una (3.17a) no lineal, dependiente de la perturbación (d), la entrada sintética (μ) y el estado (x). La perturbación b está determinada por el par (u, \dot{y}) (esto es, $b = \dot{y} - A_c u$), y por ello puede ser reconstruida con filtros o estimadores estándar (Hermann y Krener, 1977; Diop y Fliess, 1991; Hernández y Alvarez, 2003). Por ello se considera que es conocida para diseño de control, de acuerdo al siguiente modelo interno:

$$\dot{y} = A_c u + b, \quad \dot{b} \approx 0, \quad \det(A_c) \neq 0 \quad (3.18a-c)$$

donde (3.18b) es una suposición estándar para estimar derivadas de señales mediante filtros (Papoulis, 1965), suponiendo que la tasa de reconstrucción de b es más rápida que su tasa de cambio. Este modelo es una realización entrada-salida lineal de la columna (3.1), donde la perturbación virtual b representa el efecto combinado de las perturbaciones reales d, y de los errores de modelado inducidos por la utilización de la aproximación estructural A_c y de las no linealidades y dependencias estáticas omitidas.

3.4.2 Elección de la estructura del controlador

Una vez que se ha demostrado la no singularidad de \tilde{A}_c , la posibilidad de reconstruir la perturbación b, y que el controlador (3.12) da el mejor desempeño posible, en esta subsección se revisan las condiciones de resolubilidad inherentes al problema y se les da una interpretación física. Así mismo, mediante argumentos de ganancias relativas (Bristol, 1966) se establece cuáles son las estructuras candidatas en el conjunto Σ_c [Ec. (3.19b)].

La matriz desacoplante, Ec. (3.8), está definida por cuatro parámetros estáticos: las pendientes de las líneas operantes (p_s y p_e), y los cocientes entre los gradientes de composición (escalados con respecto al nivel de impureza) y los líquidos retenidos en el rehervidor y en plato N, dados por $\Delta^+ \bar{c}_0 / (\bar{c}_0 \bar{m}_0)$, y $\Delta^+ \bar{c}_N / [(1 - \bar{c}_N) \bar{m}_N]$, es decir, requieren menos información de la requerida por técnicas de control basadas en modelos mecánicos (Castro y col., 1990; Lévine y Rouchon, 1991; Han y Park, 1993), o en funciones de transferencia (Niederlinski, 1971; Wood y Berry, 1973; Fagervik y col., 1983; Skogestad y Lundström, 1990).

Estos parámetros se agrupan en el conjunto P_c :

$$P_c = \{p_s, p_e, [\Delta^+ \bar{c}_0 / (\bar{c}_0 \bar{m}_0), \Delta^+ \bar{c}_N / [(1 - \bar{c}_N) \bar{m}_N]]\} \quad (3.19a)$$

Ahora se define el conjunto

$$\Sigma_c = \{S, O_{11}, O_{12}, O_{21}, O_{22}, D_s, D_p\}, \quad (3.19b)$$

de aproximaciones estructurales no singulares de \bar{A}_c , con matrices cuadrada (S), diagonal (D_p , D_s), y triangular (O_{11} , O_{12} , O_{21} , O_{22}):

$$S = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad D_p = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix}, \quad D_s = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} \\ a_{21} & 0 \end{bmatrix}$$

$$O_{11} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad O_{12} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad O_{21} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix}, \quad O_{22} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & 0 \end{bmatrix}$$

De los desarrollos de la Sección 3.3, se sabe que la resolubilidad del problema de control de inventarios depende de la no singularidad de la matriz \bar{A}_c , y que esta condición se cumple si la columna no se opera a reflujo total (Sección 3.3.2). Observe que el modelo lineal (3.16) puede verse como la combinación un sistema integrador puro con la perturbación exógena b . La aplicación del criterio de las ganancias relativas (Bristol, 1966) para procesos integradores puros (Woolverton, 1980) produce la siguiente medición de interacción:

$$r(\bar{A}_c) = 1/(1 - p_e/p_s) = 1 + \bar{R}/\bar{F} > 1 \quad (3.20)$$

para el sistema (3.16a). De acuerdo a esta expresión: (i) la interacción estática crece con la relación de reflujo (es decir, cuando p_e se acerca a p_s), tendiendo a infinito cuando se opera a reflujo total ($p_e = p_s$), que está de acuerdo con el hecho de que el problema de control de composición dual se vuelve más difícil conforme la relación de reflujo aumenta (Skogestad y Morari, 1987b; Skogestad y Morari, 1988b), y con la práctica aceptada de incluir platos adicionales al diseñar columnas de destilación (Skogestad, 1997b), y (ii) $r(\bar{A}_c)$ es mayor que uno, implicando que los pares asociados a la diagonal secundaria de \bar{A} tienen un parámetro de interacción negativo, y por ello, las estructuras asociadas D_s , O_{11} y O_{22} deben descartarse (Bristol, 1966; Shinsky, 1988). Se prefiere la estructura triangular O_{12} sobre su contraparte O_{21} , ya que el vapor afecta inmediatamente ambas salidas, mientras que el reflujo sólo afecta inmediatamente la composición del plato N. El pareo para la estructura descentralizada es consistente con los utilizados previamente (Skogestad y Lundström, 1990; Sångfors y Waller, 1996). Estas consideraciones ayudan a concluir el conjunto de estructuras candidatas para control:

$$\Sigma_{ca} = \{S, O_{12}, D_p\} \quad (3.21)$$

De acuerdo a la literatura de control de procesos químicos (Fagervik, 1983), estas estructuras se denotarán como: desacoplante en dos vías (S), desacoplante en una vía (O_{12}), y descentralizada (D), respectivamente.

3.4.3 Control con retroalimentación de mediciones

Como un paso hacia la obtención de un esquema de control basado en las mediciones ψ_c , considere que la perturbación b está determinada por el par (u, \dot{y}) (esto es, $b = \dot{y} - A_c u$), y por ello puede ser estimada rápidamente mediante filtros de primer orden, basados en el modelo (3.18). Para ello, suponga que se tienen mediciones:

$$b_B = \dot{y}_B - \mu_B, \quad b_N = \dot{y}_N - \mu_N, \quad u = A_c^{-1} \mu, \quad \mu = [\mu_B, \mu_N]$$

y a partir de (3.18b), se construye un estimador para $\hat{b} = [\hat{b}_B, \hat{b}_N]'$ de la siguiente manera:

$$\dot{\hat{b}}_B = \omega_o(b_B - \hat{b}_B) = \omega_o(\dot{y}_B - \mu_B - \hat{b}_B); \quad \dot{\hat{b}}_N = \omega_o(b_N - \hat{b}_N) = \omega_o(\dot{y}_N - \mu_N - \hat{b}_N) \quad (3.22)$$

donde ω_o es la frecuencia característica del observador. Estos filtros están escritos en forma impropia (aparece la derivada de las salidas), por lo que se hace el siguiente cambio de coordenadas:

$$\hat{b}_B = w_B + \omega_o y_B, \quad \hat{b}_N = w_N + \omega_o y_N$$

que produce los filtros (3.23a-b) y (3.23c-d), que junto con la componente lineal del control (3.17b-c) produce el siguiente controlador lineal basado en mediciones, en la forma IMC (control con modelo interno, o *internal model control*, Morari y Zafiriou, 1989):

$$\dot{w}_B = -\omega_o(w_B + \omega_o y_B + \mu_B), \quad \hat{b}_B = w_B + \omega_o y_B, \quad w_B(0) = \hat{b}_B(0) - \omega_o y_B(0) \quad (3.23a-b)$$

$$\dot{w}_N = -\omega_o(w_N + \omega_o y_N + \mu_N), \quad \hat{b}_N = w_N + \omega_o y_N, \quad w_N(0) = \hat{b}_N(0) - \omega_o y_N(0) \quad (3.23c-d)$$

$$\mu = -\hat{b} - K_c y, \quad u = A_c^{-1} \mu, \quad \mu = [\mu_B, \mu_N]', \quad \hat{b} = [\hat{b}_B, \hat{b}_N]' \quad (3.23e-h)$$

El controlador (3.23) puede expresarse como un controlador PI estándar de la siguiente forma:

$$\mu_B = -k_B[y_B + \frac{1}{\tau_{IB}} \int_0^t y_B(\sigma) d\sigma] \quad \mu_N = -k_N[y_N + \frac{1}{\tau_{IN}} \int_0^t y_N(\sigma) d\sigma] \quad (3.24a-b)$$

$$\mu = [\mu_B, \mu_N]', \quad u = A_c^{-1} \mu \quad (3.24c-d)$$

donde las ganancias proporcionales y los tiempos integrales están dados por:

$$k_B = \omega_o + \omega_B, \quad k_N = \omega_o + \omega_N, \quad \tau_{IB} = 1/\omega_o + 1/\omega_B, \quad \tau_{IN} = 1/\omega_o + 1/\omega_N$$

implicando que escoger las ganancias (ω_o, ω_B) [o (ω_o, ω_N)] del controlador basado en observadores (3.23a-b)[o (3.23c-d)] es equivalente a escoger la ganancia y tiempo integral (k_B, τ_{IB}) [o (k_N, τ_{IN})] del controlador PI (3.24a) [o (3.24b)]. Como se muestra en el Apéndice C.3, el estimado de la perturbación \hat{b} recupera su valor real b con una tasa de decaimiento exponencial $\approx \omega_o$, que puede sintonizarse más rápida que la dinámica de las composiciones, hasta un valor último ω_o^* , con el que la respuesta del observador se vuelve oscilatoria por la excitación de las dinámicas de alta frecuencia (p. ej., hidráulica y ruido en las mediciones). Con una ganancia apropiada, que sea de tres a diez veces más rápida que la ganancia del controlador ω_c , el controlador (3.23) recupera prácticamente la dinámica prescrita (3.11a).

Según las Ecs. (3.23), el control por retroalimentación de mediciones propuesto consiste de: (i) dos lazos de control SISO desacoplados, con componentes prealimentados y retroalimentados, uno para cada par entrada sintética-perturbación, (ii) un compensador de interacciones estático, y (iii) dos reconstructores de perturbaciones basados en filtros. De esta forma, el controlador propuesto puede verse como la combinación de dos lazos de control PI desacoplados con un compensador de interacciones estático.

El controlador propuesto [Ecs. (3.23) o (3.24)] tiene la ventaja de ser simple, y la desventaja de pasar directamente la señal (posiblemente ruidosa) al actuador. En caso de que la señal sea muy ruidosa, puede considerarse la adición de filtros después del sensor, o antes del actuador, lo que lleva a rediseñar el controlador con un par de filtros de segundo orden, ahora expresados en notación vectorial:

$$\dot{\hat{y}} = \mu + \hat{b} + K_o(y - \hat{y}), \quad \hat{y}(0) = \hat{y}_o, \quad K_o = 2\zeta\omega_o I_{2 \times 2} \quad (3.25a)$$

$$\dot{\hat{b}} = K_I(y - \hat{y}), \quad \hat{b}(0) = \hat{b}_o, \quad K_I = \omega_o^2 I_{2 \times 2} \quad (3.25b)$$

$$\mu = -\hat{b} - K_c \hat{y} \quad u = A^{-1} \mu, \quad A \in \Sigma_{ca} \quad (3.25c-d)$$

donde ω_o (o ζ) es la frecuencia característica del filtro de segundo orden (o su factor de amortiguamiento). Por lo tanto, el controlador (3.25) es equivalente a un par de lazos de control PI desacoplados coordinados con un esquema de filtrado de ruido para las mediciones. Esto se estudia más a detalle en la Sección 3.5, sobre los ejemplos de aplicación.

3.4.4 Dinámica a lazo cerrado y sintonización

La estabilidad de la dinámica de la columna con el control (3.23) se estudia en detalle en el Apéndice C.3. El resultado principal se resume a continuación en forma de proposición:

Proposición 3.2 (Prueba en Apéndice C.3). La columna de destilación (3.1) con el control (3.23) es estable alrededor del estado estacionario nominal (\bar{c}, \bar{m}) si: (i) las frecuencias características del controlador (ω_B, ω_N) y del observador (ω_o) se escogen lo suficientemente pequeñas y separadas, de manera que se cumplan las siguientes condiciones:

$$(i) 0 < \omega_c < \omega_c^* = \gamma_c^*(\lambda_z, \lambda_l, \Pi); \quad (ii) 0 < \gamma_{o^*}(\omega_c, \Pi) = \omega_{o^*} < \omega_o < \omega_o^* = \gamma_o^*(\lambda_z, \omega_c, \Pi) \quad (3.26)$$

donde γ_o^* (o γ_{o^*}) disminuye (o aumenta) con ω_c y Π , y γ_o^* aumenta con λ_z . Si estas condiciones se cumplen, los estados y las salidas convergen de la siguiente manera:

$$\chi(t) \approx \xrightarrow{\lambda_z} 0, \quad \lambda_\chi \approx \min(\omega_c, \lambda_l), \quad \omega_c = \min(\omega_N, \omega_B), \quad e(t) \approx \xrightarrow{\omega_o} 0 \quad (3.27)$$

$$\chi(t) = [x(t), z(t)]', \quad e = \hat{b} - b \quad \blacklozenge$$

La condición (i) asegura la estabilidad de la columna con el control no lineal de inventarios FF-SF (Ec. 3.12) (véase Proposición 3.1), mientras que la condición (ii) garantiza la estabilidad de la columna con el control por retroalimentación de mediciones (3.23). La interpretación es la siguiente: las ganancias del controlador deben escogerse más pequeñas que una cota superior ω_c^* , impuesta por la frecuencia característica de la hidráulica λ_z y por la medida de separación Π , (ii) la frecuencia característica del observador debe escogerse en el intervalo $(\omega_{o^*}, \omega_o^*)$, donde (iii) ω_{o^*} es una cota inferior que garantiza la dominación del potencial de autodesestabilización de la dinámica del error de observación, [Ec. (C.9b)], (iv) la cota superior ω_o^* que garantiza la dominación del potencial de desestabilización debido a la interacción entre las dinámicas de la columna y del observador, y (v) el tamaño del intervalo de la frecuencia característica del observador $(\omega_o^* - \omega_{o^*})$ disminuye con la ganancia del controlador ω_c y con la medida Π .

La comparación del comportamiento resultante de aplicar el control (3.23) con el comportamiento obtenido con el control de inventarios FF-SF (3.12) sirve para establecer la propiedad de **recuperación de desempeño**: si se cumplen las condiciones de estabilidad (i) y (ii), el control propuesto (3.23) recupera el desempeño del control de inventarios FF-SF (3.12), obtenido con el modelo reducido exacto (3.5), con una tasa de decaimiento exponencial $\approx \omega_o$, dependiente de la frecuencia característica del observador. Con los mismos argumentos se puede probar que la dinámica con el controlador (3.25) produce resultados cualitativamente similares.

En otras palabras, la Proposición 3.2 dice que las ganancias del observador y del controlador deben escogerse lo suficientemente pequeñas, de manera que el tamaño del intervalo para la ganancia del observador sea lo suficientemente grande, y que exista suficiente separación

dinámica entre las dinámicas de la hidráulica, observador, controlador y la dinámica interna. Esto muestra la dificultad para sintonizar esquemas de control multivariables para columnas de destilación, en particular en columnas de alta pureza. La naturaleza cuasi-LNPA de la dinámica de las salidas, aunada al análisis de estabilidad previo, permiten ejecutar la sintonización de una manera considerablemente simple, cumpliendo las siguientes reglas de sintonización, que además son similares a las utilizadas en el diseño de controladores PI y de filtros de primero o segundo orden: (Luyben, 1990, D'azzo y Houpis, 1981).

Reglas de Sintonización

1. Estimar valores de las frecuencias características a lazo abierto de la hidráulica (λ_z), y de la dinámica de composiciones (λ_x), a partir de datos de planta o de simulaciones numéricas: con $\lambda_z = 4/\tau_L$, $\tau_L = N\tau_h$ (τ_h y N : constante de tiempo de plato y número de platos Betlem y col., 1998).
2. Hacer las ganancias de control iguales a λ_x , la ganancia del observador (al menos) tres veces más lenta que la hidráulica: $\omega_B = \omega_N := \omega_c = \lambda_x$; $\omega_o = \lambda_z/3$. Si se usan filtros de segundo orden, escoger el factor de amortiguamiento igual a 1.5 $\zeta = 3/2$, para atenuar la propagación de error provocado por la excitación de las dinámicas de alta frecuencia (hidráulica).
3. Hacer un cambio pequeño en setpoint o en las variables exógenas, observando las respuestas del controlador y de las salidas, y aumentar la ganancia del observador hasta un valor último ω_o^* cuando la respuesta se vuelve oscilatoria, y retroceda eligiendo $\omega_o \leq \omega_o^*/3$.
4. Incrementar gradualmente las ganancias de control ω_c , encontrando el valor último ω_c^* que hace que la respuesta sea oscilatoria, y retroceda escogiendo $\omega_c \leq \omega_c^*/3$.
5. Incrementar gradualmente ω_B , hasta que su respuesta sea satisfactoria, haga lo mismo para ω_N , disminuyendo ω_o si es necesario.

Observaciones:

- (i) A diferencia de los esquemas de sintonización convencionales, en los que se identifica sólo una ganancia última, con el esquema propuesto se identifican dos ganancias últimas: una (ω_o^*) para el observador y una (ω_c^*) para el controlador, permitiendo que la sintonización sea más simple en comparación con la requerida por esquemas lineales/no lineales MPC y PI convencionales.

(ii) Para evitar forzar la columna real a una serie de experimentos como los que se mencionan aquí, se propone hacer simulaciones numéricas del sistema a lazo cerrado en presencia de diferentes perturbaciones, para obtener una primera aproximación a la sintonización.

(iii) La idea de hacer las ganancias del control y del observador al menos tres veces más lentas que su valor crítico es para tener márgenes de estabilidad apropiados, al estilo de las guías de sintonización de Ziegler-Nichols o de Cohen-Coon (Stephanopoulos, 1984).

3.4.5 Comentarios adicionales

A partir de la solución del problema de control de inventarios FF-SF, basado en balances de masa con el modelo reducido (3.12), se obtiene un control lineal con retroalimentación de mediciones que recupera su desempeño. El análisis de la dinámica a lazo cerrado muestra reglas de sintonización simples que garantizan la estabilidad de la columna con el control propuesto, incluyendo las limitaciones impuestas por la presencia de dinámica de alta frecuencia, en particular, la hidráulica. Escogiendo las ganancias de esta forma, se logra recuperar el comportamiento del control de inventarios FF-SF (3.12), con tasa exponencial $\approx \omega_o$. Ya que este último controlador es pasivo, por lo tanto es robusto y no desperdiciante, lo que le permite, en combinación con las propiedades de la realización IMC (Morari y Zafiriou, 1989; Kothare y col., 1994), manejar la saturación de actuadores sin degradar apreciablemente el desempeño del controlador.

Respecto a la fragilidad de los controles propuestos, se debe señalar que la estructura descentralizada y el desacoplador en una vía son tolerantes a fallas en los sensores: si alguno de los lazos de control se debe abrir, el lazo restante aún podrá realizar la regulación de su salida respectiva, lo cual no aplica para la estructura desacoplante en dos vías. Para ilustrar esto, rescriba el controlador (3.20) en notación detallada para los casos de estructura descentralizada (con $a_{21} = 0$) y desacoplante en una vía ($a_{21} \neq 0$):

Lazo de control, sección agotadora

$$\dot{w}_B = -\omega_o(w_B + \omega_o y_B + a_{11}u_V),$$

$$\hat{b}_B = w_B + \omega_o y_B$$

$$u_V = (1/a_{11})(-\hat{b}_B - \omega_o y_B)$$

$$\acute{o} = 0 \text{ si hay falla de sensor}$$

Lazo de control, sección enriquecedora

$$\dot{w}_N = -\omega_o(w_N + \omega_o y_N + a_{21}u_V + a_{22}u_R),$$

$$\hat{b}_N = w_N + \omega_o y_N$$

$$u_R = -(a_{21}/a_{22})u_V + (1/a_{22})(-\hat{b}_N - \omega_o y_N - y_N^*)$$

$$\acute{o} = 0 \text{ si hay falla de sensor}$$

Si el lazo de la sección agotadora debe abrirse, la variable manipulada u_v estará fija en su valor nominal, y el lazo de la sección enriquecedora podrá seguir funcionando con esta información. En el caso alterno, si el lazo de la sección enriquecedora debe abrirse, el lazo de la sección agotadora no se verá afectado. En caso de que alguno de los controles se cambie manualmente, se puede aplicar el mismo razonamiento. Con estos argumentos se puede llegar a las mismas conclusiones para la estructura descentralizada. En cambio, para la estructura desacoplante en dos vías, no es claro como reaccionar ante una falla en sensor, ya que se requieren ambas mediciones de composición.

Finalmente, la implementación de un esquema como este puede hacerse mediante un PLC (por sus siglas en inglés, *Controlador con Lógica Programable*), siempre y cuando se disponga de mediciones de composición que no tengan un tiempo muerto muy grande.

3.5. Ejemplo de Aplicación

En esta sección se estudia el comportamiento del control propuesto, y se compara con el desempeño obtenido con otras técnicas (lineales y no lineales) utilizadas en estudios anteriores, en varias columnas de destilación representativas, mediante simulaciones numéricas. Una de ellas es un ejemplo académico, la columna “A” (Morari y Zafiriou, 1989), incluyendo hidráulica, tal como se hizo en Wolff y Skogestad (1996) (véanse sus características en el Apéndice B, como columna A). Esta columna, con alto grado de interacción y de alta pureza, ha sido estudiada con diferentes técnicas de control (Skogestad y Morari, 1988a; Skogestad y Lundström, 1990; Bloemen y col., 2001). También se aplica la metodología en la columna E, que tiene características típicas de una columna industrial. Observe que para ambos sistemas, la hidráulica es al menos dos órdenes de magnitud más rápida que la dinámica de composiciones a lazo abierto. Siguiendo la recomendación de Shinskey (Shinskey, 2002), cuando sea pertinente, los tiempos de respuesta se expresarán tomando como referencia el tiempo de respuesta de la columna a lazo abierto, tal como se explicó en la Sección 1.2.

3.5.1 Columna A

De simulaciones de estado estacionario, se obtiene el conjunto de parámetros P_c , y la matriz de interacción \bar{A}_c :

$$P_c = \{1.156, 0.844, 0.852, 0.660\} \quad \bar{A}_c = \begin{bmatrix} -0.985 & 0.852 \\ 0.557 & -0.660 \end{bmatrix}$$

Para ilustrar el funcionamiento de las diferentes estructuras se escogió utilizar el esquema propuesto con filtros de segundo orden, Ecs. (3.25); también se muestran algunos resultados con

el esquema que incorpora filtros de primer orden, Ecs (3.23). La aplicación de las reglas de sintonización de la sección previa lleva a las ganancias utilizadas en cada caso, que se muestran en la Tabla 3.1. En la misma tabla se indica el tipo de perturbación aplicado en cada caso, que incluyen perturbaciones en el flujo y la composición del alimento, errores de actuador, y ruido o retraso en las mediciones de composición. Esto se describe a continuación.

Recuperación del desempeño del control de inventarios FF-SF: Para mostrar adecuadamente que los controles lineales propuestos pueden recuperar el desempeño de un control no lineal basado en el modelo reducido exacto [Ec. (3.12)], el sistema a lazo cerrado se sometió a una perturbación en rampa ($F = \bar{F} + Mt$, $M = 0.02$ para $0 \leq t \leq 10$ min), y después a una perturbación constante ($F = \bar{F} + 0.2$ para $t > 10$ min) en el flujo de alimentación (F), con una tasa de cambio relativa ($M/F_{\text{avg}} = 0.018 \approx \lambda_a$, $F_{\text{avg}} = 1.1$) similar a la frecuencia natural (λ_x) de la columna de destilación a lazo abierto.

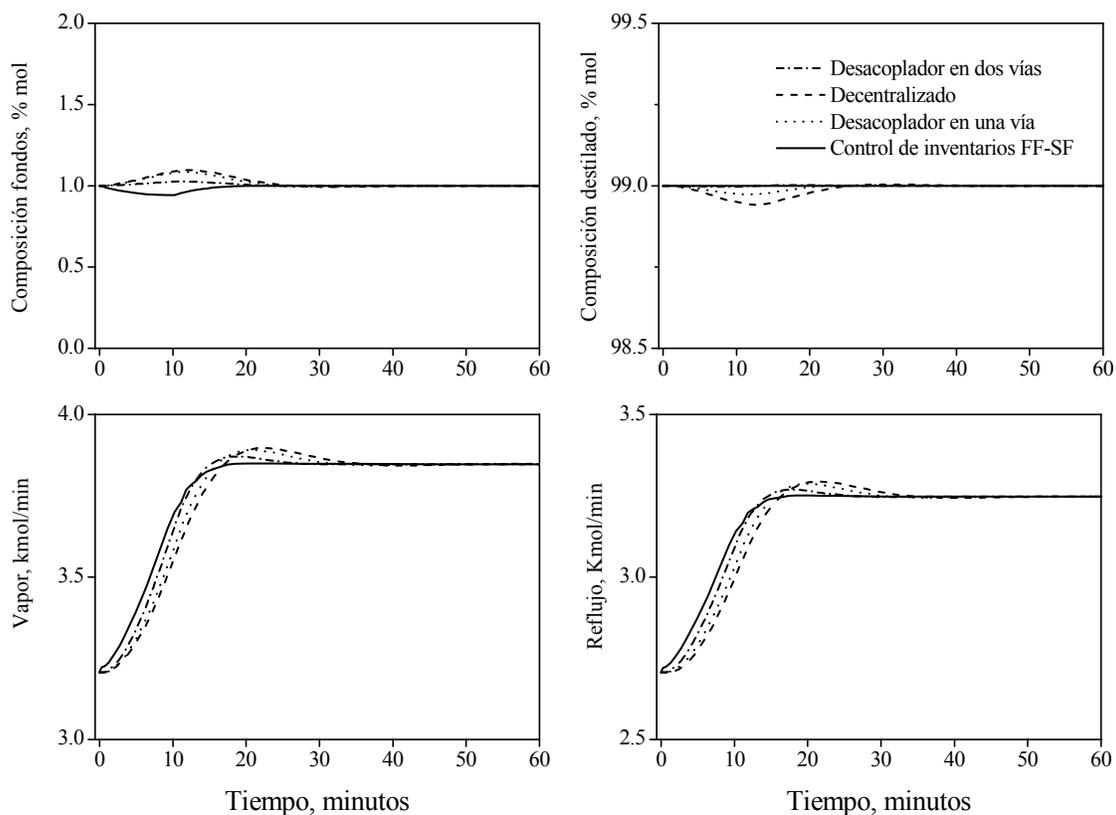


Figura 3.1. Comparación de respuestas con los controles lineales propuestos con el control FF-SF (3.12), para una perturbación en rampa en el flujo de alimentación.

Las respuestas correspondientes se muestran en la Figura 3.1, mostrando que tal como se esperaba, los controles lineales recuperan el comportamiento del control no lineal (3.12). En la misma Figura, puede verse que los tres controles requieren aproximadamente el mismo tiempo para regular ambas composiciones, siendo el desacoplador en dos vías el que presenta desviaciones más pequeñas. El control descentralizado y el desacoplador de una vía muestran aproximadamente la misma respuesta en la composición de fondos, pero el último de ellos presenta menos desviaciones en la regulación de la composición de destilado que el descentralizado. En este caso, entonces el desacoplador de dos vías es el que presenta menores desviaciones, seguido por el desacoplador de una vía.

Rechazo a perturbaciones. Para evaluar la capacidad de rechazo a perturbaciones de los diseños propuestos en condiciones más drásticas, la columna a lazo cerrado se sometió a la siguiente secuencia de perturbaciones en escalón: (i) en $t = 0$ min, la composición de alimento cambia de 0.5 a 0.35, (ii) en $t = 100$ min, el flujo de alimentación cambió de 1 a 0.8 kmol/min, (iii) en $t = 200$ min, la composición del alimento cambia de 0.35 a su valor nominal de 0.5, y (iv) en $t = 300$ min, el flujo de alimentación cambia a su valor nominal de 1 kmol/min. La Figura 3.2 muestra que las composiciones de los efluentes regresan a su valor nominal en unos 30-40 min (es decir, 0.15 - 0.20 tiempos de asentamiento naturales). Pueden utilizarse ganancias más grandes, pero con el riesgo de esfuerzos de control mayores, oscilaciones, etc. En este caso, la estructura desacoplante en una vía presenta las desviaciones más pequeñas, seguida por la estructura descentralizada. Esto es diferente a lo que se vió en la Figura 3.1, y estas discrepancias pueden explicarse de la siguiente manera: en el caso de la perturbación en escalón (resp. rampa), el comportamiento del control es dominado por la parte dinámica (resp. estática) de la matriz desacoplante, y por ello el desacoplador de una (resp. de dos) vía (s) da el mejor desempeño. Comparando con estudios previos (midiendo el tiempo de respuesta en tiempos de asentamiento naturales de la columna, Shinsky, 2002), el control propuesto muestra un desempeño (i) de 1 a 2 veces más rápido que los esquemas geométricos no lineales basados en un modelo agregado (Lévine y Rouchon, 1991), o modelo de ondas (Balasubramhanya y Doyle, 1997), y similar a los que se obtuvieron con los siguientes esquemas: descentralizado con sintonización óptima (Skogestad y Lundström, 1990), y MPC lineal (Riggs y Huang, 2002) y MPC no lineal (Bloemen y col., 2001). La sintonización es muy simple en comparación con la del esquema óptimo o la de un MPC.

Columna	Perturbación	Figura	Filtro	Estructura	Observador ω_o , 1/min	Ganancia rehervidor, ω_B , 1/min	Ganancia plato N_1 , ω_N , 1/min	Factor de amortiguamiento
A	Rampa en flujo de alimentación	3.1	Segundo orden	Desacoplante en dos vías	6.667	0.500	0.500	3.0
			Segundo orden	Desacoplante en una vía	6.667	0.500	0.500	3.0
			Segundo orden	Decentralizada	6.667	0.500	0.500	3.0
	Cambios en flujo y composición de alimento	3.2	Segundo orden	Desacoplante en dos vías	1.333	0.310	0.310	3.0
			Segundo orden	Desacoplante en una vía	6.667	0.500	0.500	3.0
			Segundo orden	Decentralizada	6.667	0.500	0.500	3.0
		3.3	Segundo orden	Desacoplante en una vía	6.667	0.500	0.500	3.0
	3.4	Primer orden	Desacoplante en dos vías	0.800	0.133	0.133	-	
	Cambios en flujo y composición de alimento, con errores de actuador	3.5	Segundo orden	Desacoplante en dos vías	1.333	0.310	0.310	3.0
			Segundo orden	Desacoplante en una vía	6.667	0.500	0.500	3.0
			Segundo orden	Decentralizada	6.667	0.500	0.500	3.0
	Cambios en flujo y composición de alimento, errores de actuador y ruido en las mediciones	3.6	Segundo orden	Desacoplante en dos vías	0.500	0.167	0.167	3.0
			Segundo orden	Desacoplante en una vía	1.140	0.290	0.290	3.0
			Segundo orden	Decentralizada	1.140	0.290	0.290	3.0
		3.7	Primer orden	Desacoplante en una vía	0.330	0.160	0.160	-
Segundo orden			Desacoplante en una vía	1.140	0.290	0.290	3.0	
E	Cambios en flujo y composición de alimento, errores de actuador, retraso en mediciones	3.8	Primer orden	Desacoplante en una vía	0.027	0.0067	0.0093	-
			Primer orden	Decentralizada	0.022	0.0033	0.0120	-
	Error en codición inicial, saturación de actuador con errores, retraso en mediciones	3.9	Primer orden	Desacoplante en una vía	0.027	0.0067	0.0093	-

Tabla 3.1 Ganancias para los diferentes controladores

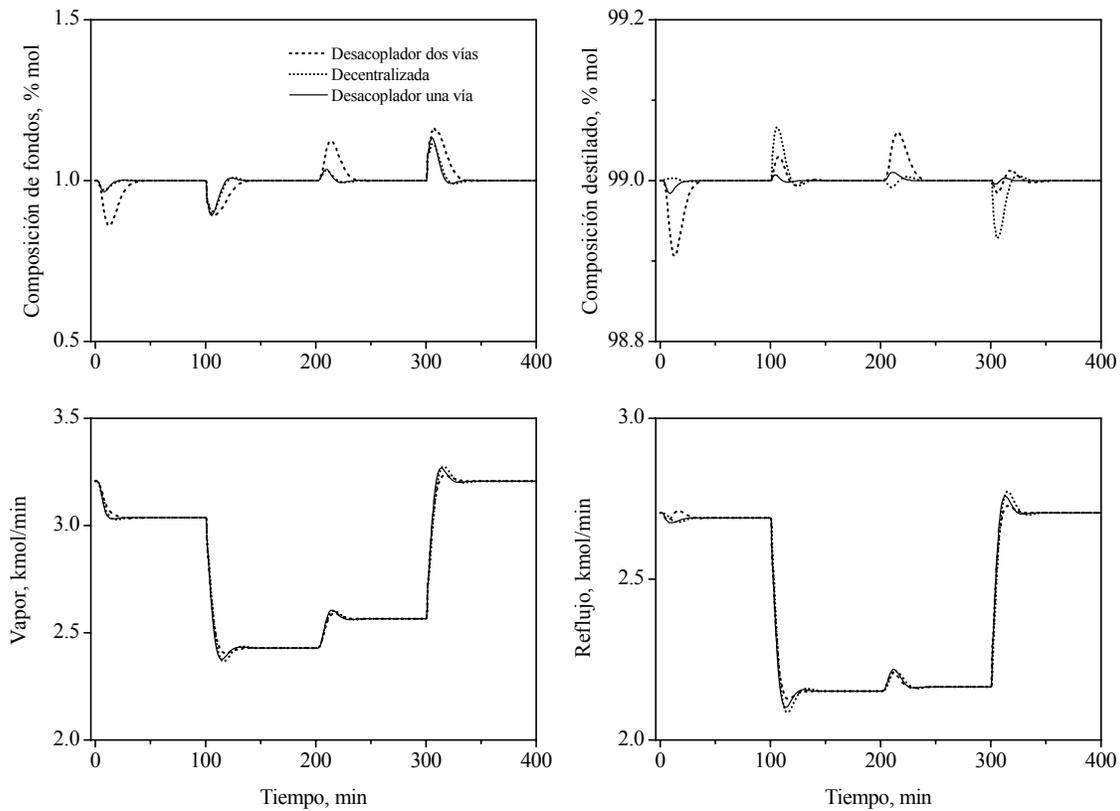


Figura 3.2. Respuesta a lazo cerrado de la columna A con los tres controles lineales propuestos ante una secuencia de perturbaciones en escalón en flujo y composición de alimento.

Para mostrar la capacidad del controlador de reconstruir las perturbaciones (b_B , b_N), en la Figura 3.3 se muestran sus valores estimados y reales, correspondientes a la secuencia de perturbaciones, con el desacoplador de una vía, confirmando que el esquema propuesto reconstruye rápidamente éstas perturbaciones, permitiendo su compensación de manera efectiva, y corroborando la efectividad del esquema propuesto.

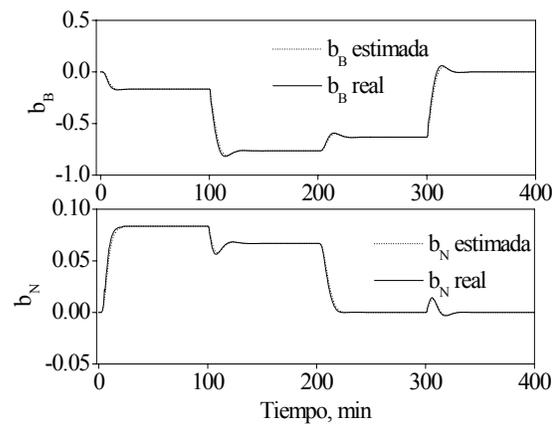


Figura 3.3 Valores reales y estimados de las perturbaciones (b_B , b_N) (desacoplador de una vía) de la Figura 3.2

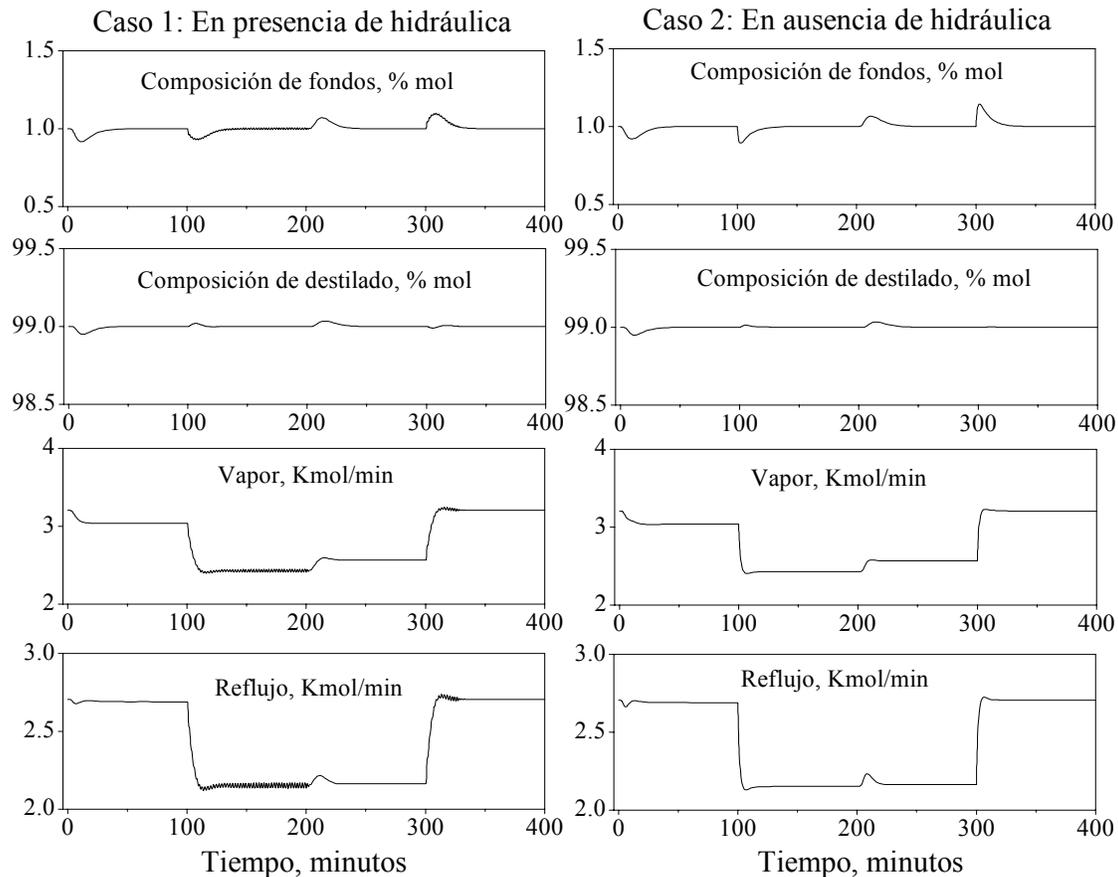


Figura 3.4 Efecto de la hidráulica en la respuesta a lazo cerrado de la columna con un desacoplador de dos vías

Rol limitante de la hidráulica. Para verificar el rol limitante de la hidráulica, se considera el siguiente ejemplo: se somete la columna a la misma secuencia de perturbaciones que en el caso previo, con el desacoplador en dos vías, para dos casos: (i) el Caso 1 (el único realista de los dos), en presencia de hidráulica, y (ii) el Caso 2, en ausencia de tal dinámica. Las ganancias se escogieron idénticas en ambos casos. Los resultados correspondientes se muestran en la Figura 3.4, confirmando lo que se esperaba de los estudios de estabilidad, ya que en presencia de hidráulica (Caso 1), se ve que hay una excitación de las dinámicas de alta frecuencia que se manifiesta con comportamientos oscilatorios sostenidos de los controladores, cosa que no ocurre en ausencia de hidráulica. Esto muestra que si no se incluye la hidráulica en los estudios hechos mediante simulaciones, puede sobreestimarse el desempeño de los controladores propuestos.

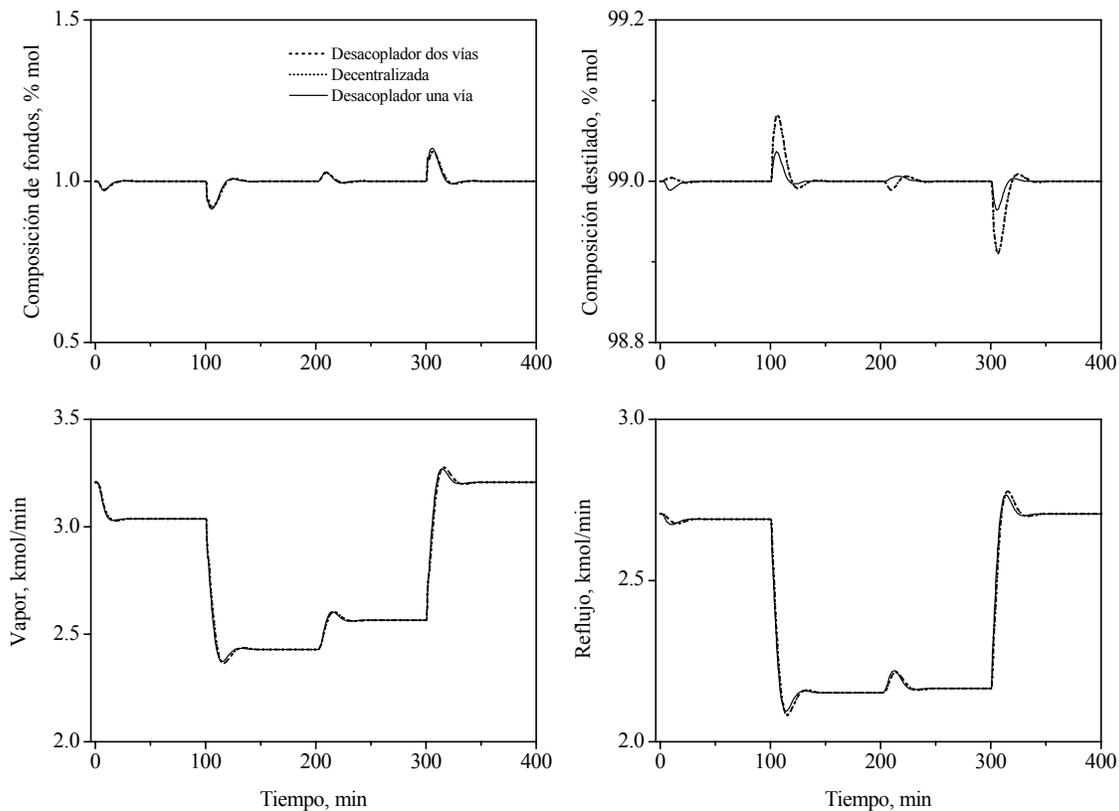


Figura 3.5. Respuesta a lazo cerrado de la columna A con los tres controles lineales propuestos ante una secuencia de perturbaciones en escalón en flujo y composición de alimento, en presencia de errores de actuador

Errores en las entradas de control. La respuesta a lazo cerrado de una columna de destilación puede ser muy sensible a los errores de actuador (Skogestad y Morari, 1988b). Para probar el control en estas condiciones, suponga que $u_c = (u_1^c, u_2^c)'$ es el valor de la entrada calculado por el control, y que $u = (u_1, u_2)'$ es la entrada real al proceso, de acuerdo a:

$$u_1 = u_1^c(1 + v_1^c), \quad u_2 = u_2^c(1 + v_2^c), \quad v_1^c = -v_2^c = 0.2 \quad (3.28)$$

donde v es el vector de error, y $v_2 = -v_1$ es la peor combinación de errores. Estos errores de actuador se incluyen en las simulaciones siguientes. La Figura 3.5 muestra las correspondientes respuestas, para la misma secuencia de perturbaciones en escalón, empleadas en el caso previo. Se puede apreciar que las respuestas se degradan muy poco, es decir, son muy similares al caso en el que no hay incertidumbre, las composiciones de efluentes son reguladas más o menos en los mismos tiempos que en el caso sin errores de actuador, lo que permite ver que el control propuesto tiene propiedades de robustez ante esta clase de errores.

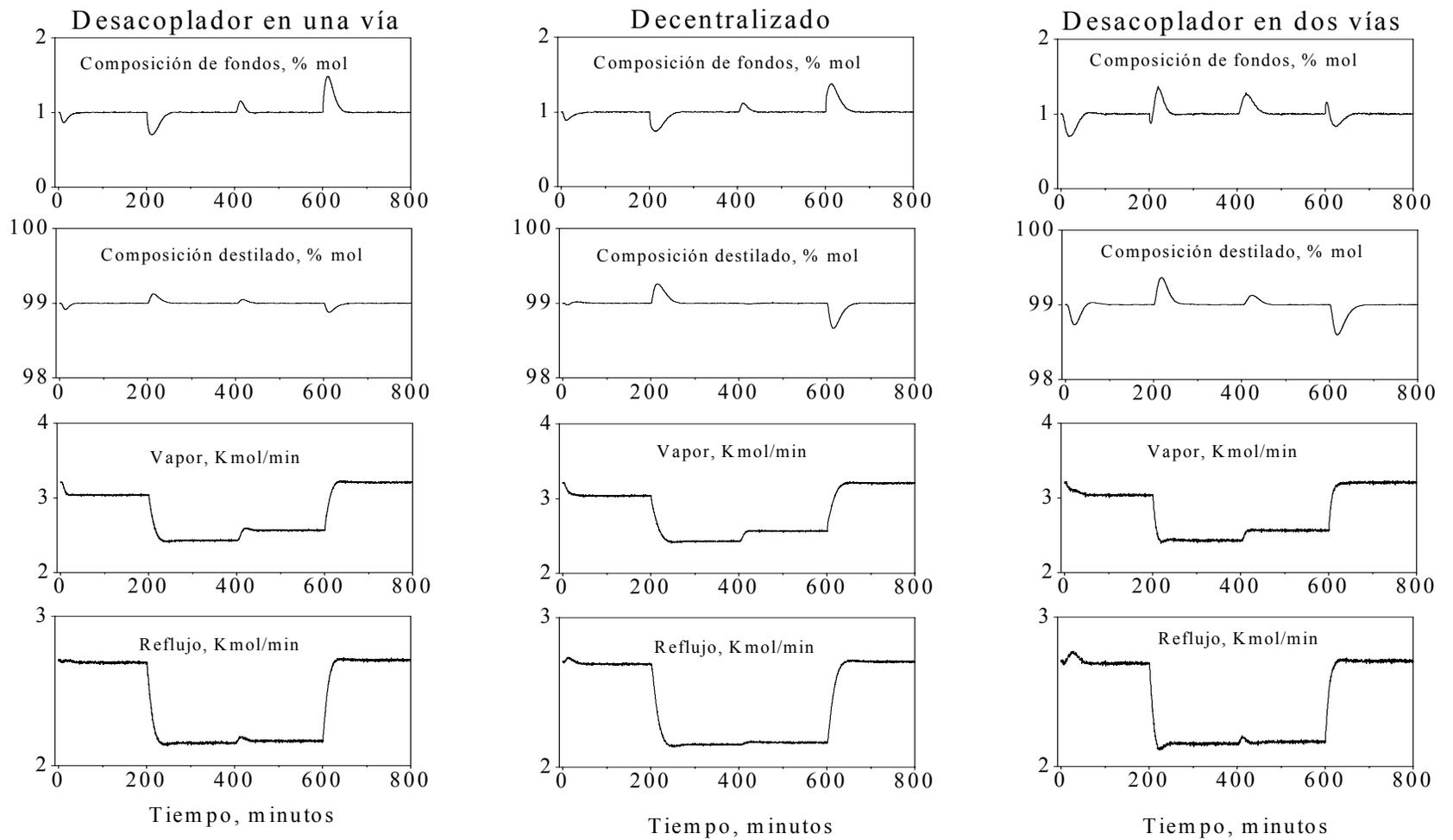


Figura 3.6.- Respuesta a lazo cerrado de la columna A con los tres controles propuestos a una secuencia de perturbaciones, en presencia de errores de actuador y ruido en las mediciones

Efecto de ruido en las mediciones. La columna se sometió a la misma secuencia de perturbaciones (en intervalos de 200 minutos), los errores de actuador (3.28), y ruido (secuencias de ruido blanco con desviación estándar de 0.0001, inyectadas cada 0.25 min). Las respuestas correspondientes se muestran en la Figura 3.6. El desacoplador de una vía y el control descentralizado regulan la composición de ambos efluentes en aprox. 40-60 min (o sea, 0.20-0.30 tiempos de asentamiento), con una respuesta que sólo es un poco más lenta que la que no tiene ruido, siendo el primero de ellos el que muestra las menores desviaciones. La respuesta con el desacoplador de dos vías requiere de 50-70 min (0.25-0.35 tiempos de asentamiento) para regular la composición de ambos efluentes. De estos resultados se puede ver que los controles descentralizado y desacoplador de una vía son más tolerantes a esta clase de errores que los desacopladores en dos vías. Para la columna A en particular se puede ver que el desacoplador de una sola vía presenta el mejor desempeño, seguido muy de cerca por el diseño descentralizado.

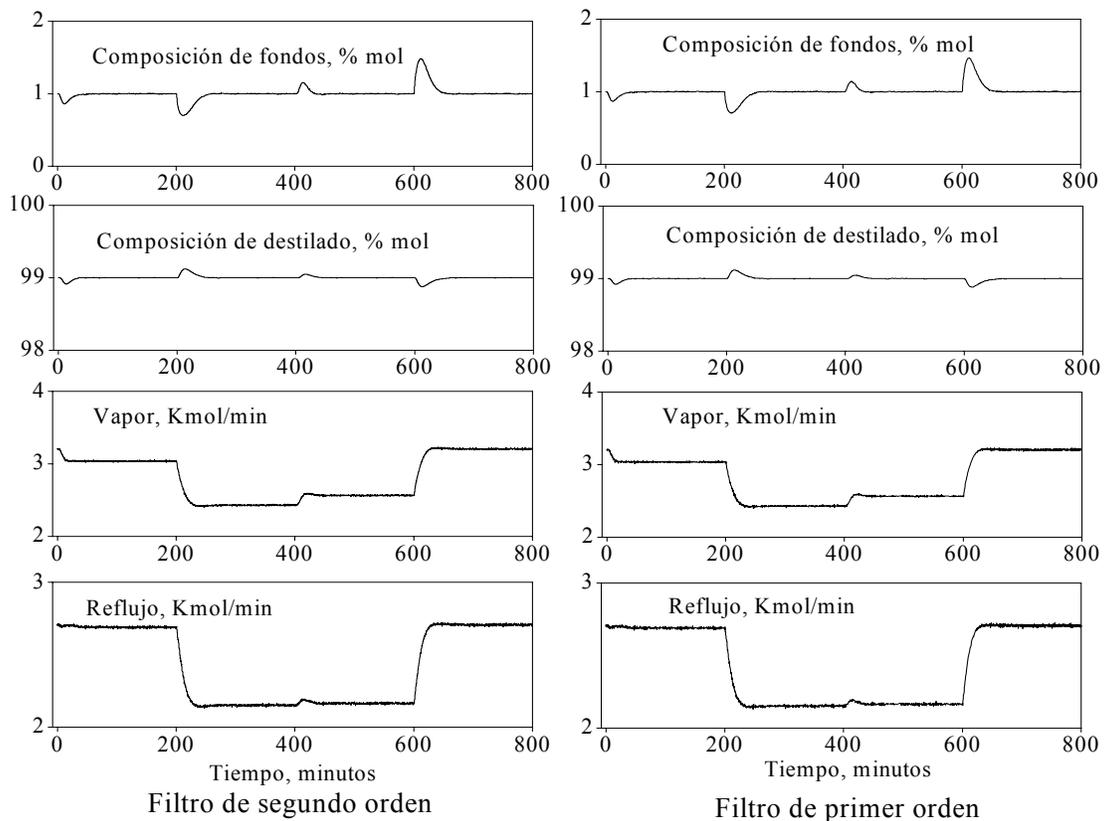


Figura 3.7. Respuesta a lazo cerrado de la columna A con el desacoplador de una vía implementado con filtros de primer y segundo orden, ante una secuencia de perturbaciones.

Controlador con filtros de primero y de segundo orden. Para comparar el desempeño del control propuesto con filtros de primer y segundo orden, se hizo la siguiente prueba: la estructura desacoplante en una vía se implementó con ambos esquemas de estimación, y la columna se corrió con ambos controladores ante la misma secuencia de perturbaciones, errores de actuador y ruido que el ejemplo anterior. Las respuestas se comparan en la Figura 3.7, mostrando que, para esta columna particular, con este nivel de ruido y errores de actuador, ambos esquemas producen el mismo desempeño.

3.5.2 Columna E

Esta columna tiene características similares a una de tipo industrial, es decir, hidráulica de unos pocos minutos, tiempos de respuesta de muchas horas, tiempos de residencia de rehervidor y de tanque de condensados de aproximadamente 15 minutos y productos al 99% de pureza. De simulaciones de estado estacionario, se obtiene el conjunto de parámetros P_c , y la matriz de interacción \bar{A}_c para la columna E (véase Apéndice B para más detalles):

$$P_c = \{1.3662, 0.6338, 0.0236, 0.1533\} \quad \bar{A}_c = \begin{bmatrix} -0.0322 & 0.0236 \\ 0.0972 & -0.1533 \end{bmatrix}$$

Para ilustrar el funcionamiento se escogió utilizar el esquema propuesto con filtros de primer orden, Ecs. (3.23). Para esta columna, se trabajó con los mismos errores de actuador dados por (3.28), y además **se incluyeron tiempos muertos** en las mediciones de composición de 5 minutos. Las ganancias se muestran en la Tabla 3.1.

Rechazo a perturbaciones. La Figura 3.8 muestra las respuestas de la columna con los diferentes controladores, ante la siguiente secuencia de perturbaciones: (i) en $t = 0$ hr, el flujo de alimentación cambia de 1.32 a 1.45 kmol/min, (ii) en $t = 25$ hr, el flujo de alimentación cambia a su valor nominal de 1.32 kmol/min, (iii) en $t = 50$ hr, la composición del alimento cambia de 0.50 a 0.55, (iv) en $t = 75$ hr, la composición del alimento cambia de 0.55 a 0.45, y (v) en $t = 100$ hr, el flujo de alimentación cambia de 1.32 a 1.188 kmol/min. Como lo muestra la Figura 3.8, la estructura descentralizada regula las composiciones de ambos efluentes en aprox. 25 horas (es decir, un tiempo natural de asentamiento), mientras que la estructura desacoplante en una vía tarda de 15 a 18 horas (aprox. 0.75 tiempos de asentamiento). Esto era esperado, ya que la presencia de tiempos muertos en las mediciones requiere que los controladores sean más lentos.

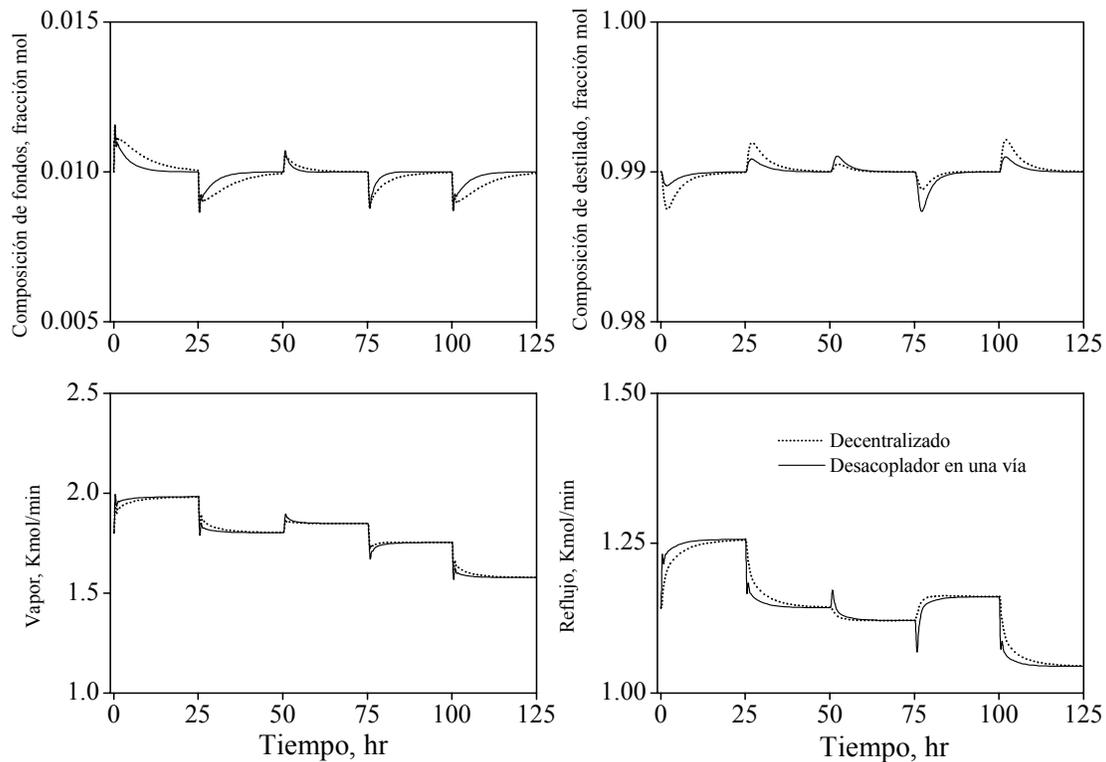


Figura 3.8 Respuesta a lazo cerrado de la columna E ante una secuencia de perturbaciones con retraso en las mediciones de composición

Errores en condición inicial y saturación de actuadores. Para observar la capacidad del controlador de manejar saturación de actuadores y errores en condiciones iniciales, la columna E se sometió a una condición inicial diferente a la nominal, en la que las composiciones de los platos cambian linealmente a lo largo de la columna, siendo la composición inicial en el evaporador de 0.05, y la del destilado 0.82. Los controles están sujetos a no ser mayores de 2.5 kmol/min. La Figura 3.9 muestra el comportamiento de la estructura desacoplante en una vía para estas perturbaciones, mostrando regulación apropiada de ambos efluentes en aproximadamente 6 horas (≈ 0.25 tiempos de asentamiento). Para $t < 1$ hora, puede verse que el vapor se satura, sin embargo, esto no degenera el desempeño notablemente, y para $t > 1$ hora, los controles evolucionan suavemente, llevando ambas composiciones de productos a su valor nominal.

En resumen, los tres controladores lineales por retroalimentación de mediciones recuperan el comportamiento del control no lineal por retroalimentación de estados. En la Tabla 3.2 se compara el desempeño del desacoplador de una vía frente a otras técnicas de control discutidas

previamente, mostrando que el esquema propuesto iguala o mejora el desempeño de los esquemas existentes. A pesar de que el análisis de estabilidad de la Sección 3.4.4 es de naturaleza local, las simulaciones muestran que los dominios de atracción de los controladores son más bien grandes.

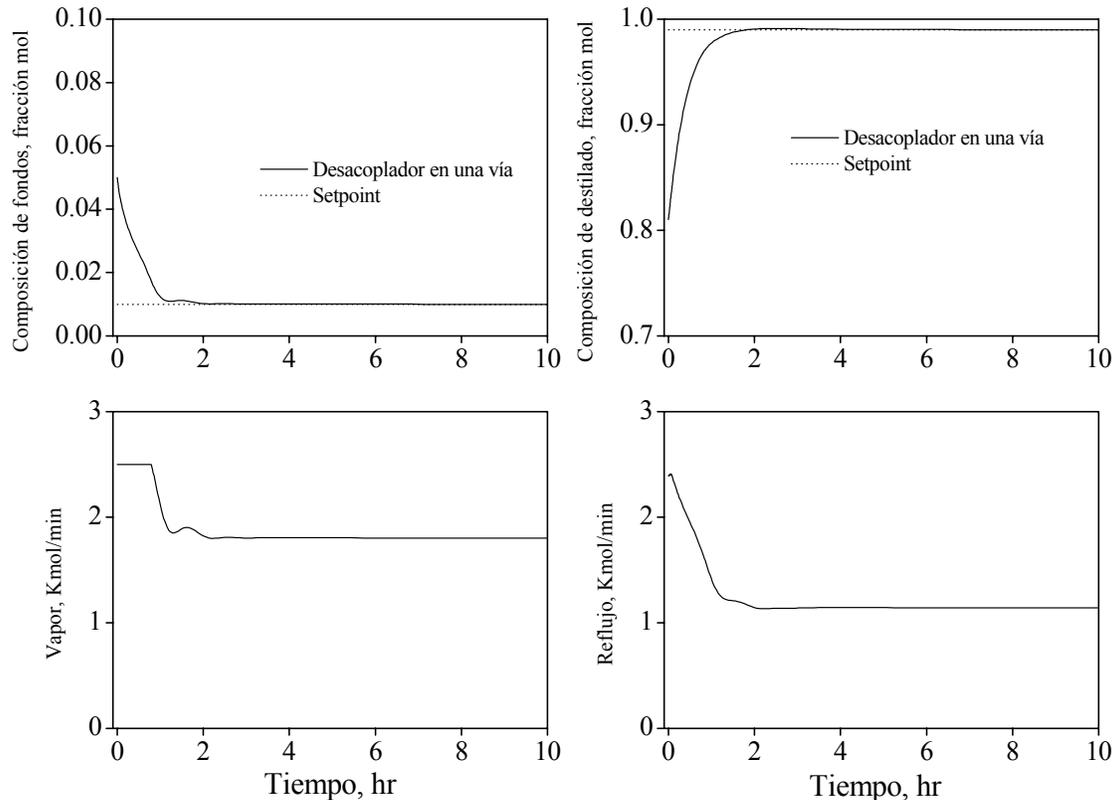


Figura 3.9. Respuesta a lazo cerrado de la columna E con el desacoplador de una vía ante una perturbación en la condición inicial, en presencia de saturación de actuador y retraso en las mediciones.

3.6. Conclusiones

Se ha estudiado el problema de diseño de la estructura, la construcción y la sintonización para el control dual de composición para una familia de columnas de destilación binarias continuas, lo que permite el estudio comparativo de estructuras descentralizada y desacoplantes en una y en dos vías. La combinación de conceptos de control prealimentado y retroalimentado, balances de masa, control con modelo interno y reconstrucción del error de modelado permiten diseñar un esquema de control lineal, constituido por dos lazos de control PI y un compensador de interacciones estático con estructura ajustable, y que puede diseñarse con cuatro parámetros estáticos, normalmente disponibles mediante paquetes de simulación o datos de planta.

Columna	Autor	Tipo de controlador	Dinámica de acumulados	Tasa de recuperación *
Columna A	Skogestad y Morari (1988)	PI decentrizado, sintonización óptima (valor singular estructurado)	No	0.60-0.70
	Skogestad y Lundström (1990)	PI decentrizado, sintonización óptima (valor singular estructurado)	Si	0.35-0.40
	Gjøsæter & Foss (1997)	PI, desacoplador en dos vías, sintonización óptima	Si	0.35-0.40
	Bloemen y col. (2001)	MPC no lineal (con modelo de Wiener)	Si	0.30-0.50
	Control propuesto (desac. en una vía)	Lineal, desacoplador en una vía o descentralizado	Si	0.20-0.30
Columna A con ruido	Control propuesto (desac. en una vía)	Lineal, desacoplador en una vía o descentralizado	Si	0.20-0.40
Columna de Riggs y Huang (2000)	Riggs y Huang (2002)	MPC lineal	Si	0.3-0.40
Columna E, retraso en mediciones	Control propuesto (desac. en una vía)	Lineal, desacoplador en una vía o descentralizado	Si	0.60-0.70
Columna de Wood y Berry (1973)	Wood & Berry (1973)	Lineal, desacoplador en dos vías	Si	0.70-0.80
	Fagervik y col. (1983)	Lineal, desacoplador en dos vías (diferentes formas de desacoplamiento)	Si	1-∞
	Fagervik y col. (1983)	Desacoplador en una vía (diferentes formas de desacoplamiento)	Si	0.30-1.00
	Fagervik y col. (1983)	PI, descentralizados convencionales	Si	1.00-1.50
Columna de Lévine y Rouchon (1991)	Lévine y Rouchon (1991)	No lineal geométrico (basado en un modelo agregado)	Si	0.80-1.20
Columna de Balasubramanhya y Doyle (1997)	Balasubramanhya y Doyle (1997)	No lineal, geométrico, (basado en un modelo de ondas)	Si	0.6-0.8

Tabla 3.2. Comparación entre el control de composición dual propuesto y sus contrapartes reportadas en la literatura (ante perturbaciones en flujo y composición de alimentación)

* Medido en tiempos de asentamiento (a lazo abierto) ver Apéndice B

Se demuestra que el control propuesto recupera el desempeño de un controlador no lineal prealimentado, construido a partir de los balances de masa del modelo reducido exacto de la columna. Un análisis de estabilidad local (i) revela que la hidráulica impone cotas superiores en las ganancias de control y de observador, (ii) muestra la interrelación entre las diferentes dinámicas y la consiguiente dificultad inherente al sintonizar controladores multivariables para columnas de destilación, y (iii) proporciona reglas de sintonización simples. Las simulaciones muestran que los dominios de atracción de los controladores propuestos son más bien grandes.

La metodología propuesta permite establecer conexiones entre la diversidad de diseños de control lineal y no lineal existentes, permitiendo sistematizar estos diseños. La metodología se probó mediante simulaciones numéricas en dos columnas representativas en presencia de perturbaciones en composición y flujo de alimentación, bajo la influencia de errores de actuador, ruido, retraso en las mediciones y saturación de actuadores. El desempeño obtenido ilustra los resultados obtenidos a partir de los análisis teóricos, y es similar o mejor al que se tiene con los controladores existentes. En los casos particulares estudiados, la estructura desacoplante en una vía es la que presenta el mejor desempeño global. El esquema de control de composición propuesto constituye un punto de partida hacia el desarrollo de controles en cascada.

3.7 Reconocimiento

Partes de este capítulo se usaron para la elaboración de los siguientes artículos.

- Castellanos-Sahagún, E, Alvarez, J. Synthesis of two-point controllers for binary distillation columns. Aceptado para publicación en *Chem. Eng. Comm.* (2005a).
- Castellanos-Sahagún, E, Alvarez-Ramírez J., Alvarez, J. Dual composition control and structure design for binary distillation columns. En revision en *IEEE Trans. Contr. Sys. Techn.* (2005b).

3.8 Nomenclatura

Símbolos

\bar{A}_c	Matriz de interacción
A_c	Aproximación no singular de \bar{A}_c
B	Fondos
b	Entrada exógena sintética
c_F	Composición de alimento
c_i	Fracción molar de componente volátil en el plato i-ésimo

D	Destilado
d	Vector de perturbaciones exógenas en coordenadas de desviación
F	Tasa de alimentación
E(c _i)	Función de equilibrio líquido-vapor
K	Matriz de ganancias
L(m _i)	Función hidráulica
m _i	Líquido retenido en el plato i-ésimo
N	Número de platos
P _c	Conjunto de parámetros que definen \bar{A}_c
p _s	Pendiente línea operante (sección agotadora)
p _e	Pendiente línea operante (sección enriquecedora)
R	Reflujo
u	Vector de entradas manipulables en coordenadas de desviación
V	Flujo de vapor
x _c	Vector de composiciones logarítmicas en coordenadas de desviación
x _I	Vector de composiciones internas en coordenadas de desviación
y	Mediciones de composición logarítmica en coordenadas de desviación
z	Vector de líquidos retenidos en coordenadas de desviación
δ	Vector de entradas exógenas
δ _{i,n_F}	Delta de Kronecker
Δ ⁺	Operador diferencia hacia adelante
Δ ⁻	Operador diferencia hacia atrás
λ	Frecuencia característica
μ	Entradas de control sintéticas
Π	Medida del grado de pureza
Σ _c	Conjunto de aproximaciones no singulares de \bar{A}_c
Σ _{ca}	Conjunto de aproximaciones no singulares de \bar{A}_c candidatas
τ _a	Tiempo de asentamiento de la columna a lazo abierto
τ _h	Constante de tiempo de plato
τ _I	Tiempo integral
τ _L	Tiempo de asentamiento de la hidráulica

v	Vector de entradas manipulables
ψ	Medición de composición logarítmica
ω	Ganancia

Subíndices

B (ó 0)	Fondos
c	Controlador
D	Destilado
F	Alimento
I	Dinámica interna
N	Plato N-ésimo
o	Observador
OL	Lazo abierto (siglas en inglés)
x	Dinámica de composición
z	Hidráulica

Capítulo 4

Diseño de la estructura y el algoritmo para control de temperatura a dos puntos en columnas de destilación binarias

Resumen

En este capítulo se estudia el problema de diseñar conjuntamente el algoritmo y la estructura para el control de temperatura a dos puntos en columnas de destilación binarias, en un marco unificado. La combinación de conceptos de control prealimentado, control con modelo interno y control retroalimentado permiten obtener una metodología para diseño de controladores con: (i) criterios para elegir la estructura (decentralizada o desacoplante en una o dos vías) y la localización de los sensores de temperatura, (ii) un esquema lineal de control que consiste de un compensador de interacciones estático y dos lazos de control proporcional-integral, que incluyen corrección de setpoint de temperatura vía mediciones de la temperatura del alimento, (iii) una implementación que requiere las dependencias estáticas de los setpoints de temperatura respecto a la temperatura del alimento, las pendientes de las líneas operantes, y los cocientes entre los gradientes de temperatura y los líquidos retenidos en los platos de medición, y (iv) un esquema de sintonización similar a los usados convencionalmente para diseñar controladores y filtros de primer orden, obtenido de un análisis de estabilidad a lazo cerrado de la columna con el controlador propuesto. La metodología de diseño se aplica en dos ejemplos representativos mediante simulaciones numéricas, en presencia de termodinámica no ideal, errores de actuador, retraso y tiempos muertos en las mediciones de temperatura, mostrando mejores desempeños que los esquemas lineales y no lineales existentes, siendo el desacoplador de una vía el que presenta un mejor compromiso entre desempeño y robustez, ya que es el que mejor tolera errores de actuador, así como el ruido y tiempo muerto en las mediciones de temperatura.

4.1 Introducción

Al igual que para el caso de tener mediciones de composición (Capítulo 4), el diseño de controles para regular la temperatura en dos platos de la columna representa un gran reto, debido a la naturaleza altamente no lineal e interactiva del proceso, que se acentúan con el grado de pureza y la relación de reflujo (Skogestad 1997).

Debido a que las mediciones de temperatura suelen ser más sensibles (y económicas) que las de composición, se han propuesto esquemas de control inferencial con estas mediciones (Luyben 1969 y las referencias ahí citadas; Tolliver y McCune, 1980). Usualmente sólo se hace un lazo de control retroalimentado para regular la temperatura en un plato sensible (y con ello fijar la composición de uno de los efluentes). La otra entrada de control se ajusta de acuerdo a un esquema de control prealimentado (p. ej., manteniendo fijo el cociente entre el reflujo y flujo de alimentación), de manera que las desviaciones de la calidad del efluente restante sean mínimas (Roat y col., 1988; Luyben, 1992b; Fruehauf y Mahoney, 1994). Estos esquemas son muy apropiados para rechazar perturbaciones en flujo de alimentación, pero no se puede decir lo mismo para perturbaciones en composición de alimento (Luyben, 1969). Al regularse sólo la composición de uno de los productos, entonces se utilizan cantidades excesivas de vapor y/o de reflujo para mantener el nivel de impureza del otro producto por debajo de su especificación (es decir, se sobrepurifica), lo que provoca una operación con desperdicio de energía (Luyben, 1975). Esto motiva la aplicación de estrategias de control multivariables

La operación con dos lazos de control de temperatura es difícil, particularmente en columnas de alta pureza con relaciones de reflujo altas, debido a la no linealidad y al alto grado de acoplamiento del proceso. Este tipo de controladores puede aumentar la capacidad de rechazo a perturbaciones debido a su mejor sensibilidad, en comparación con controles basados en mediciones de composición, protegiendo el perfil de composiciones de la columna de alejarse del punto de operación nominal en presencia de perturbaciones.

El problema de controlar dos temperaturas (control a dos puntos) en columnas de destilación ha sido estudiado previamente con el uso de: (i) Controles lineales descentralizados (Fagervik y col., 1983), (ii) desacopladores lineales en una vía (Fagervik y col., 1983; Gilbert y col., 2003), y en dos vías (Luyben y Vinante, 1972; Fagervik y col., 1983), (iv) desacopladores implícitos (Waller y Finnerman, 1987; Bequette y Edgar, 1989), y (v) desacopladores lineales y no lineales de una vía (Castellanos-Sahagún, 1997; Padilla y col., 1999).

Básicamente, la idea de estos esquemas (lineales y no lineales) consiste en diseñar un compensador de interacciones para obtener dinámica descentralizada para las salidas, que pueda sintonizarse con esquemas de control SISO. En el caso lineal, los controladores son relativamente simples, se requieren modelos simples basados en funciones de transferencia, pero no existen técnicas confiables para diseñar el compensador de interacciones. En principio, los métodos geométricos pueden usarse para resolver el problema de interacción nominal, aunque tienen dos grandes desventajas: requiere modelos no lineales rigurosos y precisos, y el controlador resultante puede ser muy complejo para los estándares industriales. En general, los controladores multivariables han encontrado poca aceptación en los medios industriales (Roat y col., 1988), principalmente por su complejidad y altos costos de mantenimiento (Hugo, 2003; Luyben, 2004), así como a su fragilidad (Kershenbaum, 2000). Respecto a las técnicas lineales de control desacoplante, se sabe que para sistemas altamente interactivos como las columnas de destilación, los desacopladores de dos vías son muy sensibles a errores de modelo (McAvoy, 1983; Shinskey, 1988) y a errores de actuador (Skogestad, 1997a).

Aunque se sabe que con desacopladores de una vía pueden obtenerse mejores desempeños que con sus contrapartes de dos vías (Shinskey, 1988), existen algunos aspectos del diseño que necesitan más sistematización, p. ej., su sintonización y la incorporación de información sobre el proceso. Además existe el problema de cómo escoger los platos para control, que ya se discutió en la sección 1.2.2. Esto motiva la interrogante sobre si es posible estudiar la construcción, y la sintonización de controladores lineales de temperatura en un marco unificado, donde pueda investigarse la elección de la estructura (decentralizada o desacoplante en una o dos vías), y esto constituye la motivación de este capítulo.

En este capítulo se estudia el diseño de la estructura y el algoritmo para el control de temperatura a dos puntos en columnas de destilación binarias continuas, en un marco unificado que permita la consideración y comparación de estructuras descentralizada, y desacoplante en una o dos vías. El punto de partida es un modelo lineal, que requiere menos información que la requerida por esquemas desacoplantes basados en funciones de transferencia. La combinación de conceptos de control retroalimentado y prealimentado, control con modelo interno produce una metodología con: (i) criterios para elegir la estructura (decentralizada, o desacoplante en una o dos vías) y la colocación de los sensores de temperatura, (ii) un control lineal basado en las mediciones de temperatura en dos platos, y la temperatura del alimento, y que consiste de un

compensador de interacciones estático y dos controladores PI con setpoint ajustable, basado en la medición de temperatura del alimento, (iii) una implementación que requiere la dependencia estática de los setpoints de temperatura en los platos sensibles con la temperatura del alimento, las pendientes de las líneas operantes nominales, y los cocientes nominales entre los gradientes de temperatura y los líquidos retenidos en los platos de control, y (iv) un esquema de sintonización similar a los empleados en el diseño de lazos de control y filtros SISO, que se obtiene de un análisis de la dinámica a lazo cerrado de la columna con el controlador propuesto. Además, se muestra que el control propuesto recupera el comportamiento de un controlador prealimentado-retroalimentado no lineal, basado en balances de masa. La metodología se prueba mediante simulaciones numéricas de columnas representativas, en presencia de perturbaciones en composición y flujo de alimentación, termodinámica no ideal, errores de actuador y retraso y tiempo muerto en las mediciones de temperatura.

4.2. El problema de control

Considere la columna de destilación (Figura 2.1), en la que una mezcla binaria de composición c_F es alimentada a una tasa F en el plato n_F , y de la que se extraen dos efluentes B y D (fondos y destilado), con composiciones c_B y c_D respectivamente. Las variables a manipular son el flujo de vapor V y el reflujo R . El objetivo es regular las composiciones de los efluentes (c_B , c_D), mediante la regulación de la temperatura de los platos s y e , (a escogerse, cuyas mediciones se denotan por T_s y T_e). El modelo en notación vectorial está dado por las ecuaciones (2.1) y (2.3), que aquí retomamos:

$$\dot{c}_i = [L(m_{i+1})\Delta^+c_i - V\Delta^-E(c_i) + \delta_{i,n_F} F(c_F - c_i)]/m_i, \quad 0 \leq i \leq N-1 \quad (4.1a)$$

$$\dot{c}_N = [R\Delta^+c_N - V\Delta^-E(c_N)]/m_N \quad \dot{c}_{N+1} = V[E(c_N) - c_{N+1}]/m_D \quad (4.1b-c)$$

$$\dot{m}_i = L(m_{i+1}) - L(m_i) + \delta_{i,n_F} F, \quad 1 \leq i \leq N-1; \quad \dot{m}_N = R - L(m_N) \quad (4.1d-e)$$

donde

$$\Delta^+c_i := c_{i+1} - c_i, \quad \Delta^-E(c_i) := E(c_i) - E(c_{i-1}), \quad E(c_{-1}) := c_0, \quad c_{N+1} = c_D, \quad c_B = c_0$$

$$T_s = \sigma(c_s), \quad T_e = \sigma(c_e), \quad T_F = \sigma(c_F)$$

donde δ_{i,n_F} es la delta de Kronecker, c_i (o m_i) es la fracción molar de componente volátil (o líquido retenido o acumulado molar) en la etapa i -ésima, E , σ y L son las funciones de equilibrio líquido-vapor, punto de burbuja e hidráulica respectivamente, T_F es la temperatura del alimento.

El problema consiste ahora en diseñar un control de temperatura a dos puntos para regular las composiciones de los efluentes, con una metodología que: (i) considere la posibilidad de estructuras descentralizadas, y desacoplantes en una o dos vías, (ii) incluya un criterio para elegir la localización de los sensores de temperatura, (iii) use la medición de la temperatura del alimento para ajustar los setpoints de temperatura en los platos sensibles, (iv) tenga sintonización sistemática, basada en un análisis de la dinámica a lazo cerrado, (v) requiera información de ganancias estáticas, típicamente disponible en un ambiente industrial, y (vi) se ponga en perspectiva con los esquemas usados industrialmente.

4.3 Control prealimentado-retroalimentado

Como un paso metodológico hacia el desarrollo del controlador propuesto, en esta sección estudiamos el siguiente problema: dada la medición de temperatura del alimento (y_F), las mediciones de temperatura en dos platos (y) y sus derivadas (\dot{y}), construir un controlador lineal de temperaturas con componentes prealimentada y retroalimentada para mantener las composiciones de los productos en sus valores prescritos (setpoints), de acuerdo a la siguiente dinámica desacoplada para las salidas:

$$\dot{y} = -K_T(y - y^*), \quad \dot{y}^* = K^\zeta[\zeta^*(y_F, y_P) - y^*], \quad (4.2a-b)$$

donde

$$y = [y_s, y_e]' = [T_s - \bar{T}_s, T_e - \bar{T}_e]', \quad y^* = [T_s^* - \bar{T}_s, T_e^* - \bar{T}_e]'$$

$$\zeta^*(y_F, y_P) = [\zeta_s^*(y_F, y_P), \zeta_e^*(y_F, y_P)]', \quad y_F = T_F - \bar{T}_F$$

$$K_T = \text{diag}(\omega_s, \omega_e), \quad K^\zeta = \text{diag}(\omega_s^\zeta, \omega_e^\zeta)$$

y (y^*) es el vector de temperaturas medidas (o su setpoint) en coordenadas de desviación, y (ω_s, ω_e) son las ganancias del controlador. $\zeta_s^*(y_F, y_P)$, (ó ζ_e^*) es la dependencia estática (es decir, de estado estacionario) del setpoint de temperatura en coordenadas de desviación en la sección agotadora (o enriquecedora) de la columna con respecto a la temperatura del alimento y_F (también en coordenadas de desviación) y la presión (y_P) cuando las composiciones de los productos están en su valor nominal (es decir, $c_D = \bar{c}_D, c_B = \bar{c}_B$), y el modelo estático (4.1) de la columna se resuelve para el resto de las composiciones y los líquidos retenidos en los platos para un intervalo de valores de la temperatura del alimento (T_F). El vector de setpoints de temperatura y^* es generado por un par de retardos de primer orden desacoplados (4.2b), basados en el setpoint

estático $\zeta^*(y_F, y_P)$, con frecuencias características similares a las del sistema a lazo cerrado: $(\omega_s^\zeta, \omega_e^\zeta) \approx (\omega_s, \omega_e)$. Debido a que en una situación práctica no se puede contar con que el alimento sea un líquido saturado, la medición de presión debe incluirse en el cómputo del mapa $\zeta^*(y_F, y_P)$. Por razones de simplicidad y sin restringir la metodología, en adelante se supone que el alimento es un líquido saturado a la presión y_P . Entonces, la composición del alimento y su temperatura están en correspondencia uno a uno, por la dependencia estática de $\zeta^*(y_F) = \zeta^*(y_F, y_P)$.

El compensador de setpoint (4.2b) es motivado por un trabajo anterior (Luyben, 1969), con dos modificaciones: (i) la temperatura del alimento se mide en lugar de su composición, y (ii) la dinámica (4.2b) es similar a la dinámica desacoplada del sistema a lazo cerrado (4.2a), y no a la dinámica acoplada del sistema a lazo abierto. Esta característica se escoge así para evitar la posible interacción entre los lazos de control y el setpoint dado, que puede generar esfuerzos de control excesivos. Este esquema de compensación de setpoint coincide con el hecho de que, a lazo cerrado, los setpoints de temperatura dependen de la composición del alimento, y no del flujo de alimentación.

En adelante, los desarrollos se basan en un paradigma bien conocido entre los ingenieros de control de procesos: *la forma más eficiente de controlar un proceso difícil es la combinación de componentes prealimentados y retroalimentados*, donde la parte prealimentada ejecuta la mayor parte del rechazo a perturbaciones, mientras que la parte retroalimentada corrige los errores del modelo utilizado para la parte prealimentada (Shinskey, 1988; Luyben, 1990).

4.3.1 Modelo para control

Tomando como punto de partida el modelo reducido (2.13), calcule la derivada (usando la regla de la cadena) de las temperaturas medidas, y obtenga las siguientes ecuaciones:

$$\dot{T}_s = \sigma'(c_s) [(R + F)\Delta^+c_s - V\Delta^-E(c_s)]/m_s^*; \quad \dot{T}_e = \sigma'(c_e) [R\Delta^+c_e - V\Delta^-E(c_e)]/m_e^*$$

donde

$$\sigma'(c_j) = d\sigma(c_j)/dc_j, \quad m_s^* = (R + F - \bar{R} - \bar{F})\tau_h + \bar{m}_s, \quad m_e^* = (R - \bar{R})\tau_h + \bar{m}_e$$

En notación matricial, estas ecuaciones puede reescribirse de la siguiente manera:

$$\dot{T} = D(c, m^*)v + \varphi(c, v, \delta) \quad (4.3)$$

donde

$$v = [V, R]', \quad \delta = (F, c_F)', \quad T = [T_s, T_e]', \quad c = (c_{s-1}, c_s, c_{s+1}, c_{e-1}, c_e, c_{e+1})', \quad m^* = (m_s^*, m_e^*)'$$

y la matriz no lineal D y el vector φ están dados por:

$$D(\mathbf{c}, \mathbf{m}^*) = \begin{bmatrix} -[\sigma'(\mathbf{c}_s)\Delta \cdot E(\mathbf{c}_s)/m_s^*] & [\sigma'(\mathbf{c}_s)\Delta^+ \mathbf{c}_s/m_s^*] \\ -[\sigma'(\mathbf{c}_e)\Delta \cdot E(\mathbf{c}_e)/m_e^*] & [\sigma'(\mathbf{c}_e)\Delta^+ \mathbf{c}_e/m_e^*] \end{bmatrix}, \quad \varphi(\mathbf{c}, \mathbf{v}, \delta) = \begin{bmatrix} \sigma'(\mathbf{c}_s)\Delta^+ \mathbf{c}_s F/m_s^* \\ 0 \end{bmatrix}$$

En estado estacionario, la matriz D y su determinante están dados por:

$$\bar{A}_T = D(\bar{\mathbf{c}}, \bar{\mathbf{m}}) = \begin{bmatrix} -p_s[\sigma'(\bar{\mathbf{c}}_s)\Delta^+ \bar{\mathbf{c}}_s/\bar{m}_s] & [\sigma'(\bar{\mathbf{c}}_s)\Delta^+ \bar{\mathbf{c}}_s/\bar{m}_s] \\ -p_e[\sigma'(\bar{\mathbf{c}}_e)\Delta^+ \bar{\mathbf{c}}_e/\bar{m}_e] & [\sigma'(\bar{\mathbf{c}}_e)\Delta^+ \bar{\mathbf{c}}_e/\bar{m}_e] \end{bmatrix}, \quad s \in [0, n_F-1], \quad e \in [n_F+1, N] \quad (4.4)$$

$$\det(\bar{A}_T) = -[\sigma'(\bar{\mathbf{c}}_s)\Delta^+ \bar{\mathbf{c}}_s/\bar{m}_s][\sigma'(\bar{\mathbf{c}}_e)\Delta^+ \bar{\mathbf{c}}_e/\bar{m}_e]\bar{F}/\bar{V} \neq 0 \quad (4.5)$$

donde p_s (o p_e) es la pendiente nominal de la sección agotadora (o enriquecedora) en el diagrama de McCabe-Thiele asociado al diseño nominal de la columna (McCabe y Thiele, 1925):

$$p_s = \Delta \cdot E(\bar{\mathbf{c}}_s)/\Delta^+ \bar{\mathbf{c}}_s = (\bar{R} + \bar{F})/\bar{V} > 1 \quad p_e = \Delta \cdot E(\bar{\mathbf{c}}_e)/\Delta^+ \bar{\mathbf{c}}_e = \bar{R}/\bar{V} < 1, \quad p_e - p_s = -\bar{F}/\bar{V} \neq 0 \quad (4.6a-c)$$

La Ec. (4.5) indica que \bar{A}_T es no singular si la columna no se opera a reflujo total (es decir, $\bar{F}/\bar{V} = 0$), y si se tiene una medición de temperatura en cada sección. Los gradientes de temperatura nominales en los platos de medición están dados por:

$$\Delta^+ \bar{T}_s = \bar{T}_{s+1} - \bar{T}_s \approx \sigma'(\bar{\mathbf{c}}_s)\Delta^+ \bar{\mathbf{c}}_s \quad \Delta^+ \bar{T}_e = \bar{T}_{e+1} - \bar{T}_e \approx \sigma'(\bar{\mathbf{c}}_e)\Delta^+ \bar{\mathbf{c}}_e$$

y en consecuencia, la matriz \bar{A}_T se aproxima de la siguiente manera:

$$A_T = \begin{bmatrix} (\Delta^+ \bar{T}_s/\bar{m}_s)[-p_s \ 1] \\ (\Delta^+ \bar{T}_e/\bar{m}_e)[-p_e \ 1] \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \approx \bar{A}_T \quad (4.7)$$

Al igual que en la Sección 3.4.2, ahora se introduce el conjunto de aproximaciones estructurales no singulares de \bar{A}_T :

$$\Sigma_T = \{S, O_{11}, O_{12}, O_{21}, O_{22}, D_s, D_p\}, \quad P_T = \{p_s, p_e, (\Delta^+ \bar{T}_s/\bar{m}_s), (\Delta^+ \bar{T}_e/\bar{m}_e)\} \quad (4.8)$$

con matrices cuadradas (S), diagonales (D_p , D_s), y triangulares (O_{11} , O_{12} , O_{21} , O_{22}):

$$S = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad D_p = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix}, \quad D_s = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} \\ a_{21} & 0 \end{bmatrix}$$

$$O_{11} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad O_{12} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad O_{21} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix}, \quad O_{22} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & 0 \end{bmatrix}$$

y el conjunto P_T , con los cuatro parámetros de estado estacionario que determinan a la matriz A_T : las pendientes de las dos líneas operantes nominales (p_s , p_e), y los cocientes entre el gradiente de temperatura y el líquido retenido en los platos de medición, $(\Delta^+ \bar{T}_s/\bar{m}_s)$, $(\Delta^+ \bar{T}_e/\bar{m}_e)$.

En términos de cualquier matriz no singular (A_T) en el conjunto Σ_T (Ec. (4.8)), la entrada sintética de control (μ), la perturbación (b) y las variables de desviación (y, d, u), el subsistema (4.3) puede reescribirse en la siguiente forma paramétrica:

$$\dot{y} = \mu + b, \quad \mu = A_T u, \quad b = \beta(x, \mu, d), \quad A_T \in \Sigma_T \quad (4.9a-d)$$

donde

$$y = T - \bar{T}, \quad u = v - \bar{v}, \quad d = \delta - \bar{\delta} \\ \beta(x, \mu, d) = \varphi(c, v, \delta) - \varphi(\bar{c}, \bar{v}, \bar{\delta}) + [D(c, m^*) - A_T]u + [D(c, m^*) - D(\bar{c}, \bar{m})]\bar{v} \quad (4.10a)$$

y x está dado por el cambio de coordenadas (D.1). Observe que el término b está determinado por el par (u, \dot{y}) (esto es, $b = \dot{y} - A_T u$), por lo que es observable (Hermann y Krener, 1977; Diop y Fliess, 1991; Hernández y Alvarez, 2003), y puede estimarse mediante un observador lineal, y por ello puede suponerse que b es conocida para el diseño del controlador, de acuerdo al modelo:

$$\dot{y} = A_T u + b, \quad \dot{b} \approx 0, \quad A_T \in \Sigma_T \quad (4.11a-c)$$

donde (4.11b) es una suposición estándar para la estimación de derivadas de señales mediante filtros (Papoulis, 1965). Este modelo es una realización lineal de la columna no lineal, Ecs (4.1), y la perturbación b representa el efecto combinado de las perturbaciones reales (d) y de los errores de modelo debidos al uso de la aproximación estructural A_T del conjunto Σ_T , así como de las dependencias y no linealidades no incluidas. Debe señalarse que este modelo lineal con estructura ajustable requiere sólo los cuatro parámetros del conjunto P_T [Ec. (4.8)], *implicando que se requiere menos información que la necesaria para los modelos basados en funciones de transferencia empleados en estudios previos* (Luyben y Vinante, 1972; Fagervik y col., 1983).

4.3.2 Construcción del controlador

Por el momento, suponga que la perturbación b (que cambia con el tiempo) es conocida, y force la dinámica prescrita (4.2) en el modelo (4.11a), y resuelva la ecuación resultante para u , y con ello obtenga el controlador lineal con ajuste dinámico de setpoint:

$$\mu = -K_T(y - y^*) - b, \quad \dot{y}^* = K^s[\zeta(y_F) - y^*], \quad u = A_T^{-1}\mu \quad (4.12)$$

4.3.3 Condiciones de resolubilidad y consideraciones estructurales

En esta subsección, las condiciones de resolubilidad para la existencia del controlador son interpretadas y corroboradas a la luz de resultados conocidos, que se usan para escoger entre las aproximaciones estructurales del conjunto Σ_T [Ec. (4.8)].

De los desarrollos de la sección anterior, se sabe que el problema de control se puede resolver si la matriz de interacción \bar{A}_T [Ec. (4.5) ó (4.7)] es no singular, y esto se cumple si la columna no se opera a reflujo total, y se tiene una medición de temperatura por cada sección. La primera condición de resolubilidad es similar a la del problema de control con mediciones de composición, [Ec. (3.8)], mientras que la última se debe a que el determinante de \bar{A}_T [Ec. (4.7)]:

$$\det \bar{A}_T \approx - (\Delta^+ \bar{T}_i / \bar{m}_i) (\Delta^+ \bar{T}_j / \bar{m}_j) (p_s - p_e) \neq 0$$

se hace cero cuando se tienen las dos mediciones en la misma sección de la columna (i.e., $p_s = p_e$). Este determinante dice que su valor absoluto se maximiza cuando las mediciones de temperatura se colocan en los platos con el gradiente máximo de temperatura, uno en cada sección de la columna, y esto puede verse como un criterio para la localización de los sensores de temperatura, similar a los utilizados en la práctica industrial (Rademaker y col., 1975; Nisenfeld y Seeman, 1981; Buckley y col., 1985; Kister, 1990). Puede verificarse que este criterio provee el menor esfuerzo de control y la menor propagación de error, ya que esto se puede medir con el valor singular mínimo de la matriz \bar{A}_T (Morari, 1982). La interpretación física se extenderá en la Sección 4.3.4, cuando se establezca la conexión con los controladores prealimentados. Este criterio de elección de mediciones se ilustra en la Sección 4.5 sobre los ejemplos de aplicación.

Con los mismos argumentos utilizados en la Sección 3.4.2 para la elección de las posibles estructuras de control, se calcula la medida de interacción (Bristol, 1966), en su versión para procesos integradores (Woolverton, 1980):

$$r(A_T) = 1/(1 - p_e/p_s) = 1 + \bar{R}/\bar{F} > 1 \quad (4.13)$$

para la matriz A_T , que está detrás del conjunto de aproximaciones estructurales Σ_T [Ec. (4.8)] del modelo de control [Ec. (4.11)]. De acuerdo a esta expresión: (i) la interacción crece con la relación de reflujo (es decir, cuando $p_e \approx p_s$), siendo infinita a reflujo total ($p_e = p_s$), y esto está soportado por el hecho de que controlar columnas de destilación se vuelve más difícil cuando aumenta la relación de reflujo, y (ii) $r(A_T)$ es mayor de uno, implicando que los pareos fuera de la diagonal principal tienen interacción negativa, y en consecuencia, las estructuras asociadas D_s , O_{11} y O_{22} no deben ser utilizadas (Bristol, 1966; Shinskey, 1988). Además, la estructura triangular O_{12} es preferida en lugar de su contraparte O_{21} , ya que el vapor inmediatamente afecta ambas temperaturas, mientras que el reflujo afecta primero a la temperatura en la sección

enriquecedora. En función de estas consideraciones, se concluye el conjunto $\Sigma_{Ta} = \{S, O_{12}, D_p\}$ de estructuras candidatas para control. Siguiendo la nomenclatura utilizada en control, las estructuras (S, O₁₂, D_p) se denotarán como desacoplante en dos vías (TWD), desacoplante en una vía (OWD) y descentralizada (D), respectivamente.

4.3.4 Conexión con esquemas de control prealimentado

Para establecer una conexión formal con los esquemas de control prealimentado basados en modelos obtenidos mediante balances de masa, suponga que el modelo y los estados del mismo son conocidos. Ahora considere la dinámica de la columna [Ec. (4.1)] con la hidráulica en estado cuasi-estacionario (f_T y f_I se definen en el Apéndice D.1):

$$\begin{aligned} \dot{x}_T &= f_T(x, d, u), & y &= x_T := [\sigma(c_s) - \sigma(\bar{c}_s), \sigma(c_e) - \sigma(\bar{c}_e)] \\ \dot{x}_I &= f_I(x, d, u), & x &= (x_T', x_I')' \end{aligned} \quad (4.14a-b)$$

donde x_T contiene las temperaturas de los platos de control, mientras que x_I contiene las demás composiciones. Siguiendo las mismas ideas de la Sección 3.3 se resuelve el problema de control de inventarios al fijar las temperaturas (y por ende las respectivas composiciones) en los platos de control en el valor prescrito $x_T = y^*$, obteniéndose el controlador prealimentado:

$$\begin{aligned} \dot{y}^* &= K^c[\zeta(y_F) - y^*], & \dot{x}_I &= \phi_I(x, d, y^*) \\ \phi_I(x, d, y^*) &:= f_I\{(y^{*'}, x_I')', d, \eta[(y^{*'}, x_I')', d, y^*]\}; & \eta[(y^{*'}, x_I')', d, y^*] &:= f_T^{-1}[(y^{*'}, x_I')', d, 0] \end{aligned} \quad (4.15a-b)$$

donde f_T^{-1} es la solución de (4.14a) para u . Esta inversa existe si se cumple la condición (4.5), que ya se explicó en la Sección 4.3.1. La estabilidad de la componente dinámica dada por la Ec. (4.15b) puede establecerse mediante el cálculo de los valores propios de la aproximación lineal. Forzando la dinámica a lazo cerrado (4.2) se obtiene la versión basada en retroalimentación de estados del control prealimentado:

$$u = f_T^{-1}[x_T, x_I, d, -K_T(x_T - y^*)] := \eta(x, d, y^*) \quad (4.16a)$$

$$= \begin{bmatrix} -\Delta E(c_s) & 1 - \frac{-\omega_s \tau_h [\sigma(c_s) - y_s^*]}{\sigma'(c_s)} \\ -\Delta E(c_e) & 1 - \frac{-\omega_e \tau_h [\sigma(c_e) - y_e^*]}{\sigma'(c_e)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{-\omega_s \tau_h [\sigma(c_s) - y_s^*]}{\sigma'(c_s)} [(F - \bar{F} - \bar{R})\tau_h + \bar{m}_s] - \Delta_+(c_s)F \\ \frac{-\omega_e \tau_h [\sigma(c_e) - y_e^*]}{\sigma'(c_e)} (\bar{m}_e - \bar{R}\tau_h) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{V} \\ \bar{R} \end{bmatrix}$$

que fuerza a la salida a seguir asintóticamente la trayectoria prescrita. Por otro lado, considere el control lineal (4.12), y remplace la perturbación b por el mapa no lineal β [Ec. (4.10)], y obtenga la realización implícita del controlador no lineal (4.16):

$$f_T(x, d, u) = -K_T(x_T - y^*)$$

Esto permite establecer una conexión fundamental con los esquemas de control prealimentado basados en balances de masa (Shinskey, 1988; Luyben, 1990), mostrando que el control lineal (4.12) es idéntico al controlador no lineal (4.16), obtenido a partir de balances de masa y modelos termodinámicos.

Los argumentos anteriores permiten ver que elegir una medición de temperatura por sección [es decir, la matriz de interacción es no singular, Ec. (4.5)], es una condición necesaria para poder efectuar el control prealimentado, en base a dos balances de masa asintóticamente independientes, y colocar los sensores en donde el gradiente de temperatura es máximo implica que el controlador esta basado en el par entrada-salida con el mejor condicionamiento. Esto permite interpretar las condiciones de resolubilidad y el criterio de localización de sensores de la Sección 4.3.3 con un significado físico transparente.

Para el lector familiarizado con las técnicas de control geométrico (Castro y col., 1990; Lévine y Rouchon, 1991; Trotta y Barolo, 1995), se tienen las siguientes observaciones: el control propuesto es pasivo (esto es, con máxima tolerancia a errores de modelado), ya que el modelo de control con hidráulica en estado cuasi-estacionario tiene (i) grados relativos iguales a uno, y (ii) la dinámica interna (4.15b) es estable. Si se utiliza el modelo completo (4.1), se tienen grados relativos mayores que uno (Padilla y col., 1999), lo cual implica un diseño de control muy complicado, y que puede ser poco robusto (Henson y Seborg, 1991; Sepulchre y col., 1997). Por la propiedad de pasividad, el controlador (4.12) es robusto en un sentido similar a su contraparte de composición (véase la Sección 3.3.6), y no requerirá esfuerzos de control excesivos.

4.3.5 Dinámica a lazo cerrado

La estabilidad dinámica de la columna de destilación (4.1) con el control prealimentado (4.12) [o (4.16)] se estudia en el Apéndice D.2. A continuación se resume el resultado en forma de proposición:

Proposición 4.1 (Prueba en Apéndice D.2). La columna de destilación (4.1) con el control de prealimentado (4.12) es estable alrededor del estado estacionario nominal (\bar{c}, \bar{m}) si las ganancias del controlador se escogen lo suficientemente pequeñas, de manera que se cumplan las siguientes desigualdades:

$$\omega_T < \omega_T^* < \gamma_T^*(\lambda_z, \lambda_l, \Pi_T), \quad \omega_T \approx \min(\omega_s, \omega_e), \quad \Pi_T = [\text{msv}(\bar{A}_T)]^{-1} \quad (4.17)$$

donde λ_z , es la frecuencia característica de la hidráulica, λ_l es la frecuencia característica de la dinámica interna ($\approx \lambda_{OL}$ a la frecuencia característica de la columna a lazo abierto), Π_T es una medida del grado de separación, γ_T^* es una función estrictamente creciente (o decreciente) de λ_z (o Π_T), y m_{sv} denota el valor singular mínimo de la matriz \bar{A}_T (4.7). Si se cumple esta condición, la salida converge de la siguiente forma:

$$y \xrightarrow{\omega_T} y^* \xrightarrow{\omega^*} \zeta(y_F) \quad \lambda_\chi \approx \min(\omega_T, \lambda_l), \quad \omega_T \approx \min(\omega_s, \omega_e), \quad \omega^* \approx \min(\omega_s^c, \omega_e^c) \quad (4.18)$$

donde $\xrightarrow{\lambda} x$ significa “tiende a x con tasa exponencial λ ”, y con ello garantiza la regulación de la calidad de los efluentes. ♦

Cuando $\zeta(y_F) \neq 0$, las composiciones $x_i(t)$ tenderán a un valor finito diferente de cero, mientras que si $\zeta(y_F) = 0$, tenderán exactamente a cero, con tasa exponencial λ_χ .

La desigualdad (4.17) significa que: (i) la ganancia del controlador debe escogerse más pequeña que un valor límite ω_T^* , impuesto por la frecuencia característica de la hidráulica (λ_z) y el grado de pureza (Π_T), y (ii) al cumplirse esta desigualdad, se previene la posible desestabilización de la columna debida a la resonancia que puede producirse entre las dinámicas de temperatura e hidráulica. Debido a que la propagación del error es proporcional al valor singular mínimo de la matriz de interacción, se robustece el rechazo a perturbaciones y se minimiza el esfuerzo de control.

4.4 Control mediante retroalimentación de mediciones

En esta sección, se obtiene el esquema de control lineal propuesto, mediante la combinación del controlador (4.12) desarrollado en la Sección 4.3 con un filtro que reconstruye la perturbación b del modelo de control (4.11). Así mismo se dan guías de sintonización basadas en un análisis de la estabilidad a lazo cerrado.

4.4.1 Construcción del controlador

Siguiendo las mismas ideas de la Sección 3.4, en esta sección se construye el controlador de temperaturas, mediante la combinación de dos filtros lineales de primer orden y un desacoplador estático, que permiten recuperar el controlador (4.12).

Para reconstruir la perturbación b del modelo de control (4.11), sólo se requieren dos filtros de primer orden (u observadores reducidos, D’azzo y Houpis, 1981; Alvarez-Ramírez y col., 2002a), uno para cada par (b_i, y_i) . Considere al vector de derivadas de la salida como la medición, y partiendo del modelo (4.11), escriba el siguiente par de observadores de orden reducido:

$$\dot{\hat{b}} = K_o(\psi - \hat{\psi}), \quad \psi = \dot{y} - A_T u, \quad K_o = \omega_o I_{2 \times 2} \quad (4.19a)$$

donde ω_o es la ganancia del observador, y $A_T \in \Sigma_{Ta}$, y haga el siguiente cambio de coordenadas:

$$w = \hat{b} - K_o y \quad (4.19b)$$

para obtener los filtros desacoplados de primer orden (4.20a-c). Al combinar estos filtros con el controlador (4.12) se obtiene el controlador dinámico en la forma IMC (Morari y Zafiriou, 1989):

$$\dot{w} = -K_o(w + K_o y + \mu), \quad \dot{\hat{b}} = w + K_o y, \quad w(0) = \hat{b}(0) - K_o y(0), \quad (4.20a-c)$$

$$\mu = -K_T(y - y^*) - \dot{\hat{b}}, \quad \dot{y}^* = K^\zeta [\zeta(y_F) - y^*], \quad u = A_T^{-1} \mu \quad (4.20d-e)$$

que puede reescribirse como el par de controladores PI convencionales (4.21a-b) desacoplados para las entradas sintéticas (μ_s y μ_e), combinado con el compensador de interacciones estático (4.21d):

$$\mu_s = -k_s[(y_s - y_s^*) + \frac{1}{\tau_{Is}} \int_0^t (y_s - y_s^*) dt], \quad \mu_e = -k_e[(y_e - y_e^*) + \frac{1}{\tau_{Ie}} \int_0^t (y_e - y_e^*) dt] \quad (4.21a-b)$$

$$\dot{y}^* = K^\zeta [\zeta(y_F) - y^*], \quad u = A_T^{-1} \mu \quad \mu = [\mu_s, \mu_e]' \quad (4.21c-d)$$

donde las ganancias proporcionales y los tiempos integrales están dados por:

$$k_s = \omega_o + \omega_s, \quad k_e = \omega_o + \omega_e, \quad \tau_{Is} = 1/\omega_o + 1/\omega_s, \quad \tau_{Ie} = 1/\omega_o + 1/\omega_e$$

Debido a que las ganancias (k_s , k_e) y los tiempos integrales (τ_{Is} , τ_{Ie}) están relacionados en forma biyectiva con las frecuencias características de los filtros y los controladores (ω_o , ω_s , ω_e), se pueden aplicar las reglas de sintonización de la Sección 4.4.2. Estas reglas, basadas en un análisis de la dinámica lazo cerrado de la columna con el control propuesto, son cualitativamente similares a las empleadas en la práctica industrial (Luyben, 1990). En caso de que las señales sean muy ruidosas, pueden implementarse filtros de segundo orden, tal como se explicó en la Sección 3.4.3.

4.4.2 Dinámica a lazo cerrado y sintonización

La estabilidad de la dinámica de la columna con el control (4.20) se estudia en detalle en el Apéndice D.3. El resultado principal se resume a continuación en forma de proposición:

Proposición 4.2 (Prueba en Apéndice D.3). La columna de destilación (4.1) con el control (4.20) es estable alrededor del estado estacionario nominal (\bar{c} , \bar{m}) si: (i) las frecuencias características del controlador (ω_s , ω_e) y del observador (ω_o) se escogen lo suficientemente pequeñas y separadas, de manera que se cumplan las siguientes condiciones:

$$(i) \omega_T < \omega_T^* = \gamma_T^*(\lambda_z, \lambda_l, \Pi_T); \quad (ii) \gamma_{o*}(\omega_T, \Pi_T) = \omega_{o*} < \omega_o < \omega_o^* = \gamma_o^*(\lambda_z, \omega_T, \Pi_T) \quad (4.22)$$

donde γ_o^* (o γ_{o*}) disminuye (o aumenta) con ω_T y Π_T , y γ_o^* aumenta con λ_z . Si estas condiciones se cumplen, las salidas convergen de la siguiente manera:

$$y \xrightarrow{\omega_T} y^* \xrightarrow{\omega_o^*} \zeta(y_F), \quad \omega_T = \min(\omega_s, \omega_e), \quad \omega^* \approx \min(\omega_s^s, \omega_e^s) \quad (4.23)$$

lo que garantiza que los productos recuperan asintóticamente su valor nominal, tal como se mostró en la Proposición 4.1 ♦.

La condición (i) asegura la estabilidad de la columna con el control prealimentado (véase Proposición 4.1), mientras que la condición (ii) garantiza la estabilidad de la columna con el control por retroalimentación de mediciones (4.20). La interpretación es la siguiente: las ganancias del controlador deben escogerse más pequeñas que una cota superior ω_T^* , impuesta por la frecuencia característica de la hidráulica λ_z y por la medida de separación Π_T , (ii) la frecuencia característica del observador debe escogerse en el intervalo $(\omega_{o*}, \omega_o^*)$, donde (iii) ω_{o*} es una cota inferior que garantiza la dominación del potencial de autodesestabilización de la dinámica del error de observación, (iv) la cota superior ω_o^* que garantiza la dominación del potencial de desestabilización debido a la interacción entre las dinámicas de la columna y del observador, y (v) el tamaño del intervalo de la frecuencia característica del observador $(\omega_o^* - \omega_{o*})$ disminuye con la ganancia del controlador ω_T y con la medida Π_T . La comparación del comportamiento resultante de aplicar el control (4.20) con el comportamiento obtenido con el control no lineal (4.16) sirve para establecer la propiedad de **recuperación de desempeño**: si se cumplen las condiciones de estabilidad (i) y (ii), el control propuesto (4.20) recupera el desempeño del control no lineal (4.16), obtenido con el modelo reducido exacto, con una tasa de decaimiento exponencial $\approx \omega_o$, dependiente de la frecuencia característica del observador. Para más detalle, véase el Apéndice D.3.

En otras palabras, la Proposición 4.2 dice que las ganancias del observador y del controlador deben escogerse lo suficientemente pequeñas, de manera que el tamaño del intervalo para la ganancia del observador sea lo suficientemente grande, y que exista suficiente separación entre las dinámicas de hidráulica, observador, controlador y la dinámica interna. Esto muestra la dificultad para sintonizar esquemas de control multivariables para columnas de destilación, en particular en columnas de alta pureza. La naturaleza cuasi-LNPA de la dinámica de las salidas, aunada al análisis de estabilidad previo, permiten ejecutar la sintonización de una manera considerablemente simple, cumpliendo las siguientes reglas de sintonización, que además son

similares a las utilizadas en el diseño de controladores PI y de filtros de primero o segundo orden: (Luyben, 1990, D'azzo y Houpis, 1981):

1. Estimar valores de las frecuencias características de la hidráulica (λ_z), y de la dinámica de composiciones a lazo abierto (λ_x), a partir de datos de planta o de simulaciones numéricas: con $\lambda_z = 4/\tau_L$, $\tau_L = N\tau_h$ (τ_h y N : constante de tiempo de plato y número de platos Betlem y col., 1998).
2. Hacer las ganancias de control iguales a λ_x , la ganancia del observador (al menos) tres veces más lenta que la hidráulica: $\omega_s = \omega_e = \omega_\xi^s = \omega_\xi^e := \omega_T = \lambda_x$; $\omega_o = \lambda_z/3$. Si se usan filtros de segundo orden, escoger el factor de amortiguamiento igual a 1.5, $\zeta = 3/2$, para atenuar la propagación de error provocado por la excitación de las dinámicas de alta frecuencia (hidráulica).
3. Hacer un cambio pequeño en setpoint o en las variables exógenas, observando las respuestas del controlador y de las salidas, y aumentar la ganancia del observador hasta un valor último ω_o^* cuando la respuesta se vuelve oscilatoria, y retroceda eligiendo $\omega_o \leq \omega_o^*/3$.
4. Incrementar gradualmente las ganancias de control ω_T , encontrando el valor último ω_T^* que hace que la respuesta sea oscilatoria, y retroceda escogiendo $\omega_T \leq \omega_T^*/3$.
5. Incrementar gradualmente $\omega_s = \omega_\xi^s$ (ó $\omega_e = \omega_\xi^e$) hasta que su respuesta sea satisfactoria, disminuyendo ω_o si es necesario.

Observaciones:

- (i) A diferencia de los esquemas de sintonización convencionales, en los que se identifica sólo una ganancia última, con el esquema propuesto se identifican dos ganancias últimas: una (ω_o^*) para el observador y una (ω_T^*) para el controlador, permitiendo que la sintonización sea más simple en comparación con la requerida por esquemas MPC y PI convencionales.
- (ii) Para evitar forzar la columna real a una serie de experimentos como los que se mencionan aquí, se propone hacer simulaciones numéricas del sistema a lazo cerrado en presencia de diferentes perturbaciones, para obtener una primera aproximación a la sintonización.
- (iii) La idea de hacer las ganancias del control y del observador al menos tres veces más lentas que su valor crítico es para tener márgenes de estabilidad apropiados, al estilo de las guías de sintonización de Ziegler-Nichols o de Cohen-Coon (Stephanopoulos, 1984).

4.4.3 Comentarios adicionales

Del análisis anterior puede verse que el estimado de la perturbación \hat{b} recupera su valor real b con una tasa exponencial $\approx \omega_o$, que puede sintonizarse más rápida que la dinámica natural de la columna, hasta un valor último ω_o^* , en el que la respuesta del observador se vuelve oscilatoria, por la excitación de las dinámicas de alta frecuencia (principalmente, hidráulica y ruido, Morari y Zafiriou, 1989). Con una ganancia apropiada ω_o , típicamente 3 a 10 veces más lenta que la ganancia de control ω_T , el controlador (4.20) produce la dinámica cuasi-desacoplada para la regulación de las salidas, Ec. (D.9), implicando que las temperaturas y tienden al setpoint $\zeta(y_F)$, logrando la regulación efectiva de las composiciones de los efluentes, significando que las desviaciones (offsets) inducidos por perturbaciones en la composición del alimento son eliminadas o al menos son reducidas considerablemente. En otras palabras, el comportamiento del controlador, basado en el estimado de la perturbación \hat{b} recupera el desempeño del controlador prealimentado (4.12) [o (4.16)], basado en el valor exacto de la perturbación b .

Respecto a la fragilidad de los controles propuestos, se debe señalar que la estructura descentralizada y el desacoplador en una vía son tolerantes a fallas en los sensores: si alguno de los lazos de control se debe abrir, el lazo restante aún podrá realizar la regulación de su salida respectiva, lo cual no aplica para la estructura desacoplante en dos vías. Para ilustrar esto, describa el controlador (4.20) en notación detallada para los casos de estructura descentralizada (con $a_{21} = 0$) y desacoplante en una vía ($a_{21} \neq 0$):

Lazo de control, sección agotadora

$$\begin{aligned} \dot{w}_s &= -\omega_o(w_s + \omega_o y_s + a_{11}u_V), & \hat{b}_s &= w_s + \omega_o y_s \\ u_V &= (1/a_{11})[-\hat{b}_s - \omega_o(y_s - y_s^*)], & \acute{o} &= 0 \text{ si hay falla de sensor} \end{aligned}$$

Lazo de control, sección enriquecedora

$$\begin{aligned} \dot{w}_e &= -\omega_o(w_e + \omega_o y_e + a_{21}u_V + a_{22}u_R), & \hat{b}_e &= w_e + \omega_o y_e \\ u_R &= -(a_{21}/a_{22})u_V + (1/a_{22})[-\hat{b}_e - \omega_o(y_e - y_e^*)], & \acute{o} &= 0 \text{ si hay falla de sensor} \end{aligned}$$

Si el lazo de la sección agotadora debe abrirse, la variable manipulada u_V estará fija en su valor nominal, y el lazo de la sección enriquecedora podrá seguir funcionando con esta información. En el caso alternativo, si el lazo de la sección enriquecedora debe abrirse, el lazo de la sección agotadora no se verá afectado. En caso de que alguno de los controles se cambie manualmente, se puede aplicar el mismo razonamiento. Con estos argumentos se puede llegar a las mismas

conclusiones para la estructura descentralizada. En cambio, para la estructura desacoplante en dos vías, no es claro como reaccionar ante una falla en sensor, ya que se requieren ambas mediciones de composición. Estas conclusiones son similares a las de las estructuras derivadas para control de composición (Sección 3.4.5).

El esquema propuesto requiere las dependencias de la política (setpoint) de temperatura en los platos de control con la temperatura del alimento, y los cuatro parámetros estáticos del conjunto P_T . *Estos parámetros tienen significado físico claro, y se pueden obtener fácilmente en un ambiente industrial a partir de datos de planta o de paquetes de simulación.*

Finalmente, la implementación de un esquema como este puede hacerse mediante un PLC (por sus siglas en inglés, *Controlador con Lógica Programable*), siempre y cuando se disponga de mediciones de composición que no tengan un tiempo muerto muy grande.

4.5 Ejemplo de aplicación

La metodología propuesta se pone a prueba en las columnas de destilación D y F, cuyas características se muestran en el Apéndice B. La columna D separa una mezcla benceno-tolueno y tiene 18 platos, mientras que la columna F separa una mezcla etanol-agua con termodinámica no ideal, y tiene 12 platos. En ambos casos, la frecuencia característica de la hidráulica es al menos dos órdenes de magnitud más rápida que la frecuencia característica a lazo abierto. Al igual que en el Capítulo 3, cuando sea necesario, los tiempos de regulación se medirán en unidades de tiempo de asentamiento a lazo abierto (Shinskey, 2002).

La Tabla 4.1 compara los resultados de elegir los platos de control con el método propuesto (Sección 4.3) y con el método de Tolliver (Tolliver y McCune, 1980) para las diferentes columnas detalladas en el Apéndice B. Como puede observarse, ambos métodos muestran elecciones muy similares para los sensores. Esto se estudia con más detenimiento en cada uno de los ejemplos de aplicación.

4.5.1 Columna D

La Figura 4.1a muestra los perfiles de composición y de temperatura para la columna D. De la Figura 4.2b y el criterio para localizar sensores de la Sección 4.3, los platos de control son el 4° y el 14°, en las secciones agotadora y rectificadora, respectivamente.

	Columna A	Columna B	Columna C	Columna D	Columna E	Columna F
Plato de control sección agotadora (método propuesto)	13 o 14 (13)	14 o 15 (14)	18	4 o 5 (4)	5 o 6 (5)	1
Plato de control sección agotadora (método de Tolliver*)	13 o 14	15 o 16	17 o 18	4 o 5 (4)	6 o 7 (6)	1
Plato de control sección enriquecedora (método propuesto)	24	27 o 28	35	13 o 14 (14)	13	4
Plato de control sección enriquecedora (método de Tolliver*)	24	28 o 29	35 o 36	13 o 14 (14)	13	4

Tabla 4.1 Elección de los platos de control

* El método de Tolliver se propone para elegir sólo una medición de temperatura, aquí se usa para elegir una medición de temperatura en cada sección de la columna

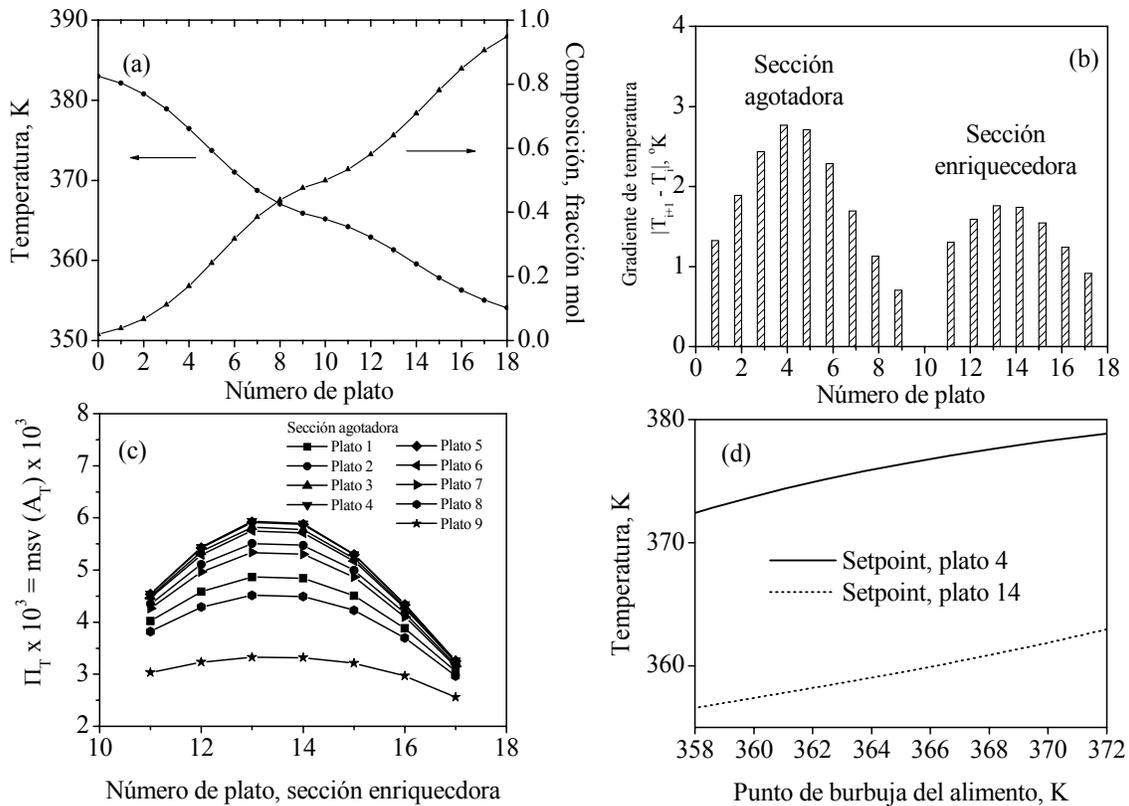


Figura 4.1 Columna D: (a) Perfiles nominales de temperatura y composición; (b) Gradientes de temperatura; (c) Valores singulares mínimos de acuerdo a la selección de platos de control; (d) Política de temperatura en los platos de control en función de la temperatura del alimento

Esto se corrobora con la Figura 4.1c, que muestra el parámetro Π_T , en función de la localización de sensores. Como se ve en esta Figura, escoger los platos con el máximo gradiente de temperatura implica escoger la matriz \bar{A}_T con el máximo valor singular mínimo, es decir, se minimiza la propagación de error y el esfuerzo de control. La Figura 4.1d muestra la política de temperatura en los platos de control en función de la temperatura del alimento, es decir, los mapas $\zeta_s(y_F)$ y $\zeta_e(y_F)$ en las coordenadas originales (4.2b). Esta columna tiene un tiempo de respuesta a lazo abierto de 120 min. Mediante simulaciones de estado estacionario se obtiene el conjunto de parámetros P_T [Ec. (4.8)] y la matriz de interacción [Ec. (4.7)] siguientes:

$$P_T = \{1.4079, 0.5921, -0.0220, -0.0138\}; \quad A_T = \begin{bmatrix} 0.0310 & -0.0220 \\ 0.0082 & -0.0138 \end{bmatrix}$$

Las ganancias de los filtros de setpoint ($\omega_s^\xi, \omega_e^\xi$) se escogieron iguales a las ganancias de control en cada caso: $(\omega_s^\xi, \omega_e^\xi) = (\omega_s, \omega_e)$.

Perturbaciones en flujo y composición de alimento. La columna D con los diferentes controladores se sometió a la siguiente secuencia de perturbaciones en escalón: (i) en $t = 0$, el flujo de alimentación (F) aumenta de 0.6 a 0.72 Kmol/min, (ii) en $t = 120$ min, F disminuye de 0.72 a 0.48 Kmol/min, (iii) en $t = 240$ min, la composición del alimento aumenta de 0.5 a 0.6, y finalmente (iv) en $t = 360$ min, la composición del alimento cambia de 0.60 a 0.40. Como se muestra en la Figura 4.2, los tres controladores presentan prácticamente el mismo tiempo de regulación de los efluentes (≈ 50 min), es decir, los controladores requieren ≈ 0.40 tiempos naturales de asentamiento para regular la composición de ambos productos. Este desempeño, con acciones de control razonables, es dos veces más rápido que los reportados en la literatura (Fagervik y col., 1983; Luyben y Vinante, 1972; Bequette y Edgar, 1989). En presencia de perturbaciones en flujo de alimentación (en $t = 0$ y $t = 120$ min), el desacoplador en dos vías da el mejor desempeño (con desviaciones menores de la temperatura de la sección enriquecedora), seguido de cerca por la estructura desacoplante en una vía. En el caso de perturbaciones en composición de alimento (en $t = 240$ min, y $t = 360$), el desacoplador de una vía exhibe el mejor desempeño, seguido de cerca por la estructura descentralizada. El mejor comportamiento global (es decir, regulación más rápida y con menos desviaciones) es el proporcionado por el desacoplador en una vía.

Columna	Perturbación	Figura	Filtro	Estructura	Observador ω_0 , 1/min	Ganancia plato s , ω_s , 1/min *	Ganancia plato e , ω_e , 1/min *	
D	Cambios en flujo y composición de alimento	4.2	Primer orden	Desacoplante en dos vías	1.333	0.300	0.300	
			Primer orden	Desacoplante en una vía	1.333	0.400	0.400	
			Primer orden	Decentralizada	1.333	0.400	0.400	
	Cambios en flujo y composición de alimento, errores de actuador, tiempo muerto en mediciones	4.4	4.3	Primer orden	Desacoplante en una vía	1.333	0.400	0.400
				Primer orden	Desacoplante en dos vías	0.333	0.133	0.133
				Primer orden	Desacoplante en una vía	0.444	0.148	0.148
			Primer orden	Decentralizada	0.444	0.148	0.148	
4.5	Primer orden	Desacoplante en una vía	0.444	0.148	0.148			
F	Cambios en flujo y composición de alimento, errores de actuador, tiempo muerto en mediciones	4.7	Primer orden	Desacoplante en una vía	0.100	0.200	0.154	

Tabla 4.2 Ganancias para los diferente controladores

Columna	Autor	Tipo	Tasa de recuperación *
Columna A	Control propuesto	Lineal, desacoplante en una vía	0.15-0.25
Columna D	Control propuesto	Lineal, desacoplante en una vía	0.4
Columna D con tiempo muerto en las mediciones., error de actuador	Control propuesto	Lineal, desacoplante en una vía	0.67
Columna F con tiempo muerto en las mediciones, error de actuador	Control propuesto	Lineal, desacoplante en una vía	0.5-0.9
Columna de Castellanos-Sahagún (1997)	Castellanos-Sahagún (1997)	Lineal, desacoplante en una vía (grado relativo alto)	0.5-0.9
Columna de Luyben & Vinante (1973)	Fagervik y col. (1983)	Lineal, desacoplante en dos vías	0.70-0.75
	Fagervik y col. (1983)	Desacoplante en una vía	0.50-0.70
	Fagervik y col. (1983)	PI, descentralizados convencionales	0.40-0.70
Columna de Weischedel & McAvoy, 1980	Bequette & Edgar (1989)	Desacopladores implícitos	3
	Bequette & Edgar (1989)	Control PI descentralizado convencional	> 4.00

Tabla 4.3 Comparación entre el control de temperatura propuesto y sus contrapartes reportadas en la literatura, ante perturbaciones en flujo y composición de alimento

* Medido en tiempos de asentamiento (a lazo abierto) ver Apéndice B

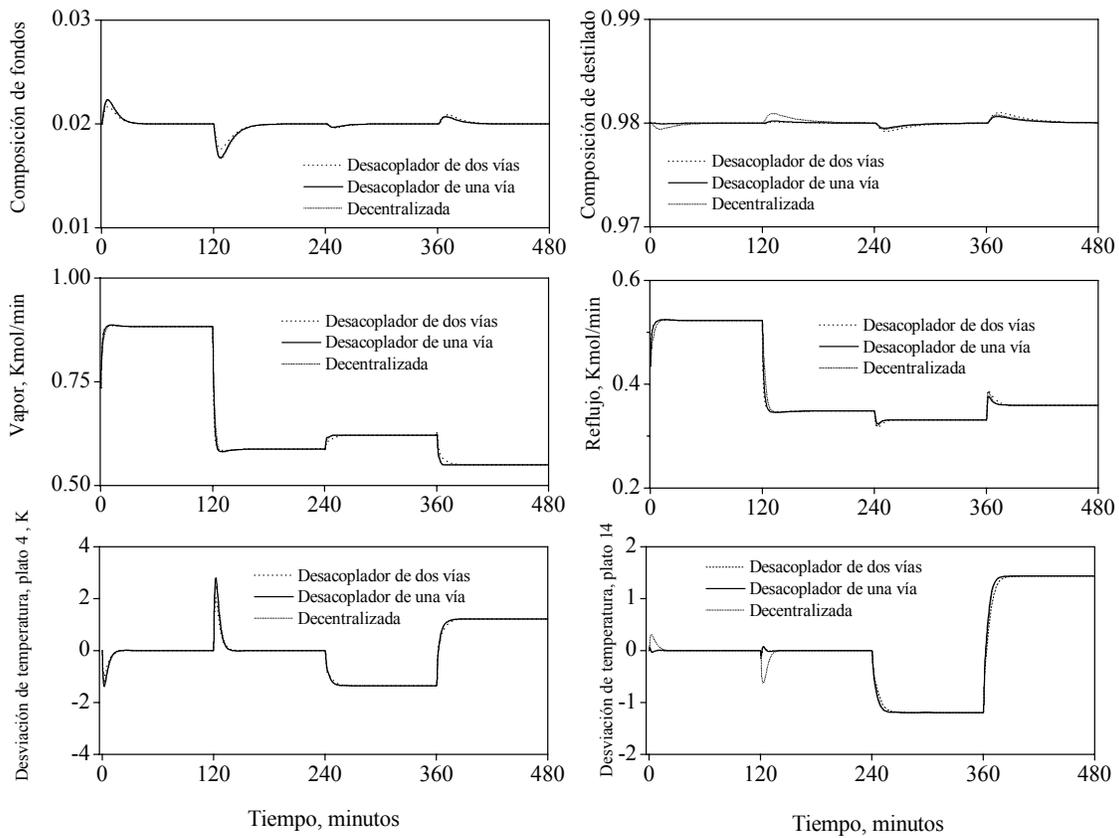


Figura 4.2 Respuesta a lazo cerrado de la columna D con los diferentes controladores ante una serie de perturbaciones en flujo y composición de alimento

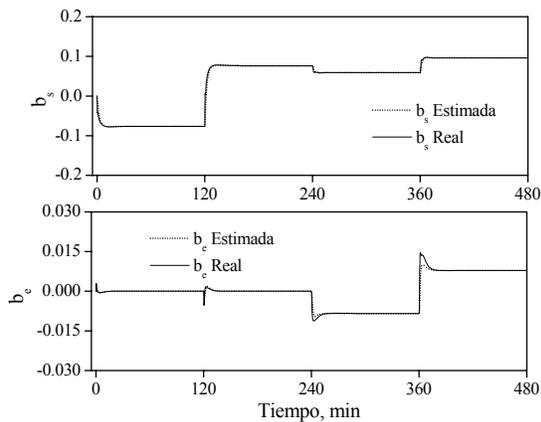


Figura 4.3 Estimación de la perturbación b , desacoplador de una vía de la Figura 5.2

En la Figura 4.3 se presentan los valores reales y estimados de la perturbación (b), en la que está basada la componente prealimentada del desacoplador de una vía, mostrando como tal perturbación es estimada y compensada apropiadamente, o en otras palabras, confirma la efectividad del esquema de control basado en filtros.

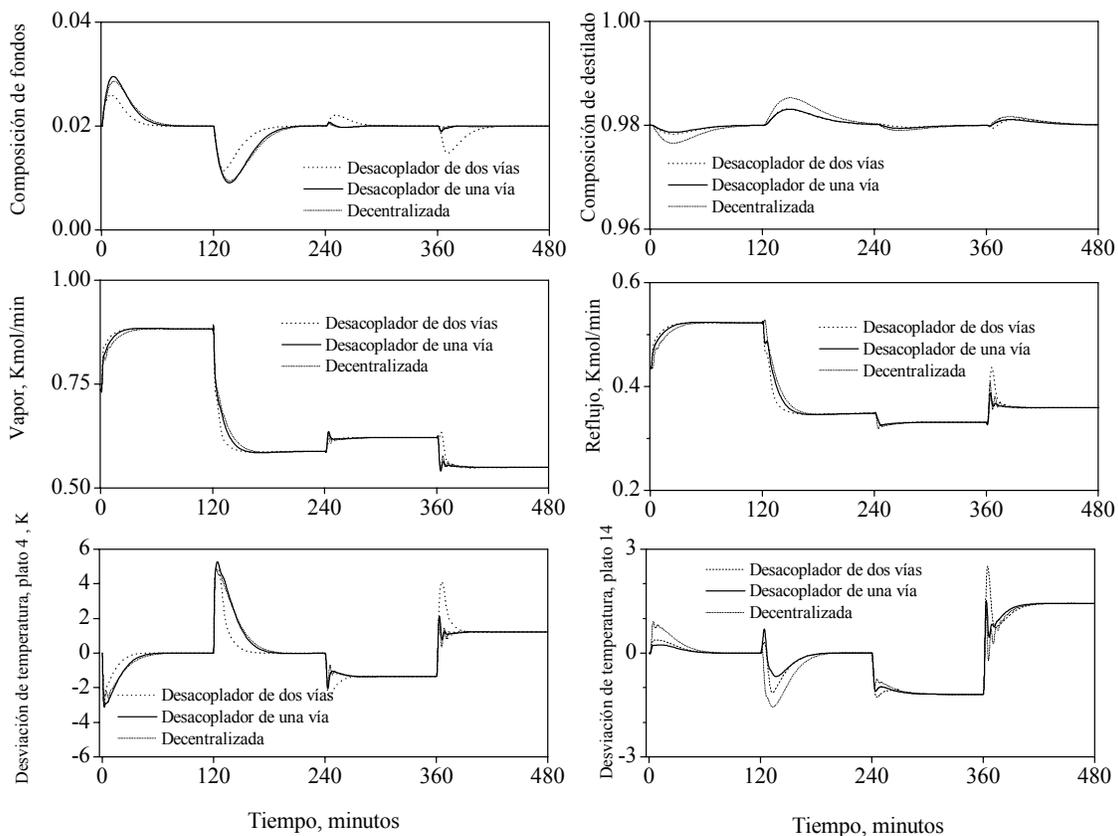


Figura 4.4 Respuesta a lazo cerrado de la columna D con los diferentes controladores en presencia de errores de actuador y tiempo muerto en las mediciones

Errores de actuador y retraso en las mediciones. Para probar la técnica de control en condiciones más realistas, las mediciones de temperatura fueron retrasadas con un tiempo muerto de un minuto, mientras que también se incluyeron los siguientes errores de actuador (v_V y v_R) de acuerdo a las expresiones:

$$u_V = \hat{u}_V(1 + v_V), \quad u_R = \hat{u}_R(1 + v_R), \quad v_V = -v_R = 0.2 \quad (4.24)$$

donde los pares (u_V, u_R) y (\hat{u}_V, \hat{u}_R) son los controles aplicados y calculados, respectivamente, v_V y v_R son los errores de actuador, y $v_V = -v_R$ representa la peor combinación de errores (Skogestad y Morari, 1988b). Como era de esperarse, las ganancias del filtro y del controlador deben disminuirse, para obtener un compromiso adecuado entre robustez y desempeño. El desempeño de los controladores bajo estas condiciones se muestra en la Figura 4.4. Puede observarse que ambas estructuras desacoplates regulan ambos efluentes en unos 80 min (es decir, 0.67 tiempos de asentamiento), mientras que la estructura descentralizada requiere 100-120 minutos para

regular la composición del destilado. Al igual que para el caso de los controladores de composición (véase Sección 3.5), el desempeño de la estructura desacoplante en dos vías es más susceptible a degradarse en presencia de ruido (no se muestran estas simulaciones), y por ello la estructura desacoplante en una vía es la que proporciona el mejor desempeño global.

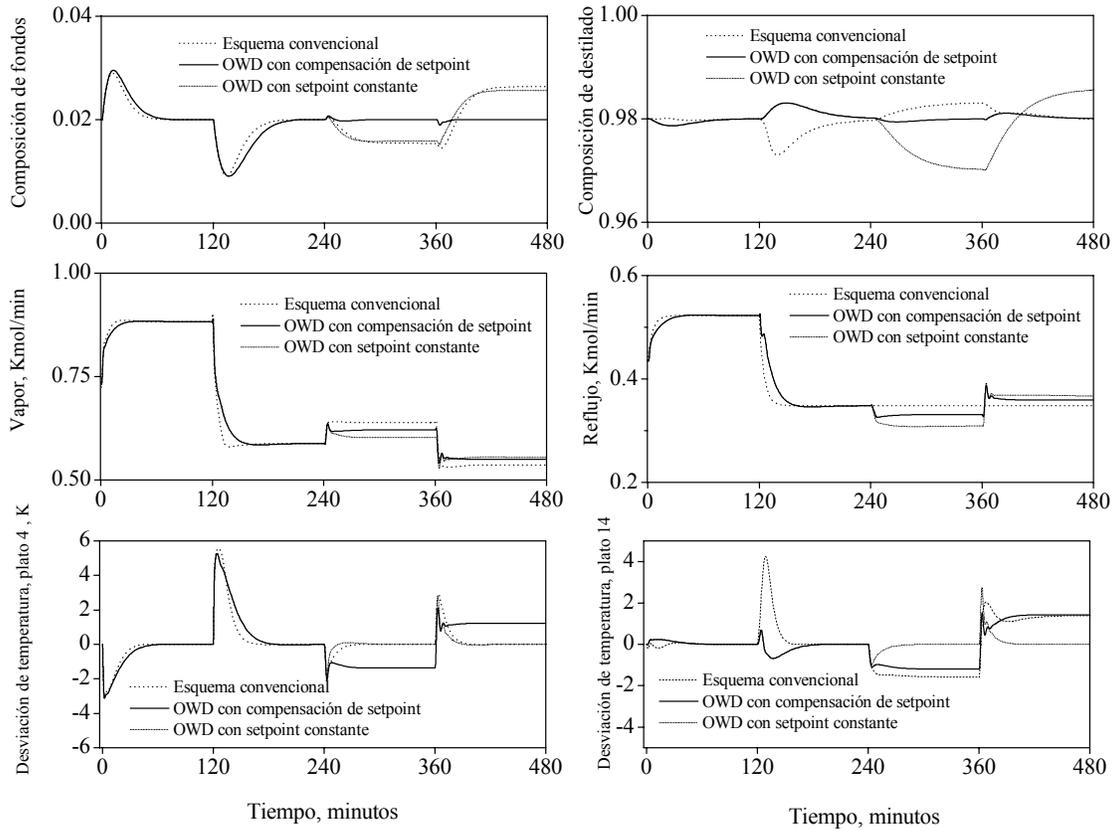


Figura 4.5 Comparación de la metodología propuesta con un esquema convencional

Comparación con un esquema convencional. Para fines de comparación, se considera un esquema de control convencional. Mediante simulaciones de estado estacionario, se encontró que para mantener constantes las purezas de los efluentes en un intervalo de composiciones de alimento de -20% a +20% de su valor nominal, el cociente entre reflujo y destilado debe variarse alrededor de 52%, y el reflujo debe variarse alrededor de 8%, implicando que: (i) la tasa de reflujo debe manipularse en forma prealimentada con un esquema de control de razón, es decir, en función del cociente nominal entre el reflujo y el flujo de alimentación, y (ii) el vapor debe manipularse con un lazo de control retroalimentado, para mantener fija la temperatura en el plato

más sensible, que es el plato 4. Para evitar respuestas de control excesivas en presencia de perturbaciones en el flujo alimentación, esta señal fue sujeta a un filtro de primer orden, con una constante de tiempo de 5 min. Este lazo se sintonizó de acuerdo al método de Tyreus Luyben (Tyreus y Luyben, 1992). En la Figura 4.5 se muestra el desempeño de este controlador convencional, así como el del desacoplador de una vía con y sin compensación de setpoints, ante la misma secuencia de perturbaciones, errores de actuador y tiempo muerto en las mediciones que en el caso anterior. Como la Figura 4.5 lo muestra: (i) los tres esquemas regulan adecuadamente las composiciones de los efluentes en presencia de perturbaciones en el flujo de alimentación (en $t = 0$ y $t = 160$ min), y (ii) en la composición del (en $t = 240$, y $t = 360$ min). Sólo la estructura desacoplante en una vía con compensación de setpoint puede regular apropiadamente las composiciones de ambos efluentes, eliminando las desviaciones, mientras que el esquema convencional supera al esquema propuesto sin compensación de setpoint.

4.5.2 Columna F

Como una prueba adicional de robustez, la metodología propuesta se aplicó a la columna F, que tiene 12 platos y separa una mezcla de metanol y agua, y cuya termodinámica no satisface la hipótesis de flujo equimolar, requiriendo incluir balances de energía. El modelo (Luyben 1990) incluye coeficientes de actividad (Walas, 1985), así como cálculos de entalpía (Treybal, 1980). Las características de esta columna se presentan en el Apéndice B.

La Figura 4.6a muestra los perfiles de composición y de temperatura para la columna F. De la Figura 4.6b y el criterio para localizar sensores de la Sección 4.3, los platos de control son el 1° (ó el 2°) y el 4°, en las secciones agotadora y rectificadora, respectivamente. Esto se corrobora con la Figura 4.6c, que muestra el parámetro Π_T , en función de la localización de sensores. Como se ve en esta Figura, escoger los platos con el máximo gradiente de temperatura implica escoger la matriz \bar{A}_T con el máximo valor singular mínimo, es decir, se minimiza la propagación de error y el esfuerzo de control, tal como se había previsto en la Sección 4.3. La Figura 4.6d muestra la dependencia del setpoint de temperatura de los platos de control respecto de la temperatura del alimento.

El controlador se diseñó usando los datos de estado estacionario obtenidos de un diagrama de diseño de McCabe-Thiele para este sistema, con lo que se calcularon los siguientes parámetros del conjunto P y la matriz de interacción:

$$P_T = \{1.435, 0.565, -0.0713, -0.01323\}, \quad A_T = \begin{bmatrix} 0.1022 & -0.0713 \\ 0.0075 & -0.0132 \end{bmatrix}$$

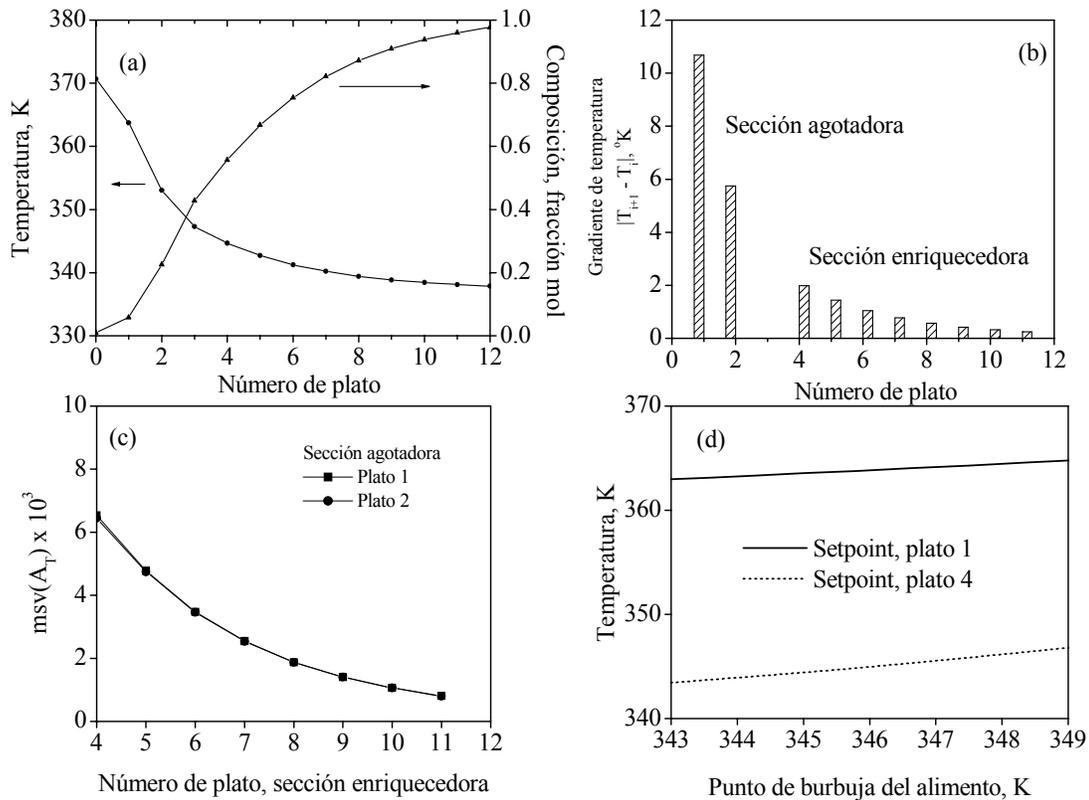


Figura 4.6 Columna F: (a) Perfiles nominales de temperatura y composición; (b) Gradientes de temperatura; (c) Valores singulares mínimos de acuerdo a la selección de platos de control; (d) Política de temperatura en los platos de control en función de la temperatura del alimento

La columna F se sometió a la misma secuencia de perturbaciones en escalón que en los casos previos, ahora a intervalos de 160 minutos. Las mediciones de temperatura fueron sujetas a dinámicas de retraso de primer orden, con constantes de tiempo de 10 segundos y se incluyeron los errores de actuador (4.24). El comportamiento resultante se muestra en la Figura 4.7, se pueden obtener respuestas más rápidas, aunque esto implica mayores esfuerzos de control y menos robustez. Al igual que en el caso de la columna D, el controlador puede regular la calidad de ambos productos en 0.5-0.9 tiempos de asentamiento.

En resumen, la metodología de diseño de controladores de temperatura a dos puntos permite la regulación de la pureza de ambos efluentes para mezclas binarias ideales y no ideales, y es

robusta en presencia de errores de actuador, tiempos muertos y retrasos de primer orden para las mediciones.

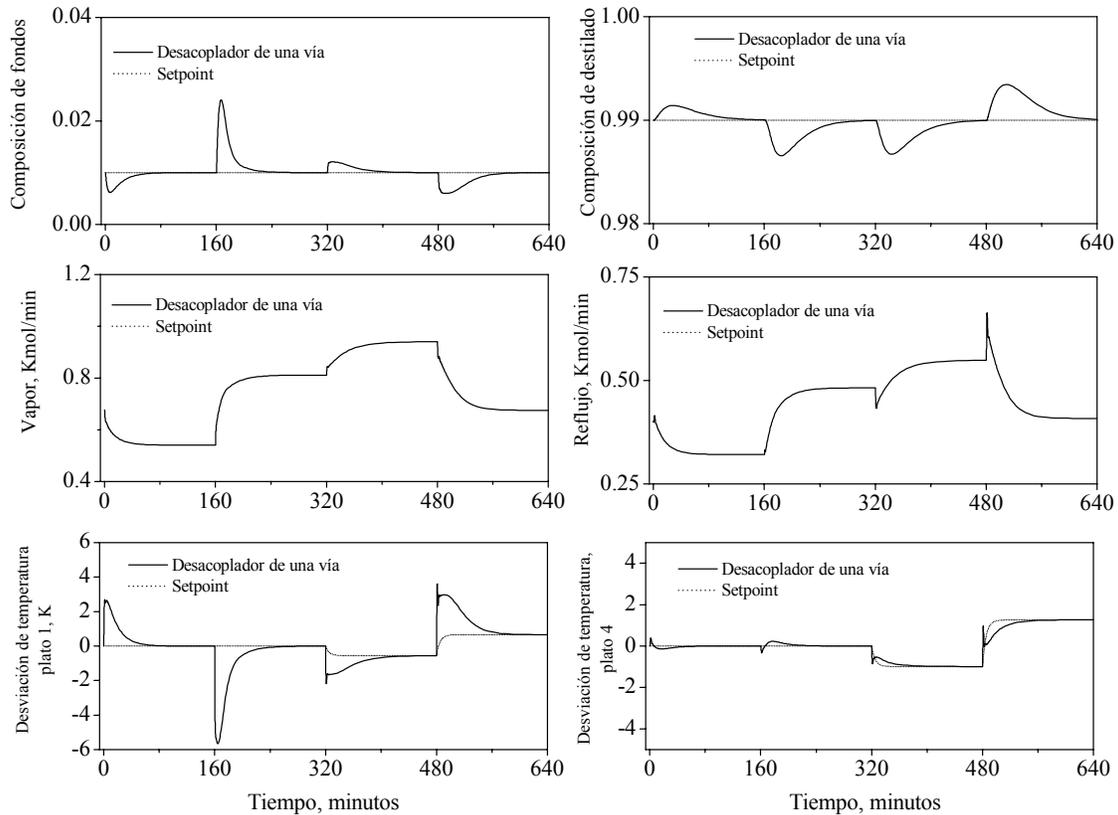


Figura 4.7 Respuesta a lazo cerrado de la columna F con el desacoplador de una vía en presencia de errores de actuador y retrasos de primer orden en las mediciones

4.6 Conclusiones

Se ha presentado una metodología unificada para diseñar controladores de temperatura a dos puntos para columnas de destilación binarias, en la que se incluyeron los temas de la construcción, la sintonización, la localización de sensores y la elección de la estructura. Esto permite el estudio comparativo de las diferentes estructuras (decentralizada y desacoplante en una y dos vías). El modelo de control consiste de un integrador lineal, basado en la entrada de control y una perturbación efectiva, con cuatro parámetros de estado estacionario que capturan la información de interacción estática, y que son fáciles de obtener en ambientes industriales, como son las pendientes de las líneas operantes en un diagrama de McCabe-Thiele, y los cocientes entre los gradientes de temperatura y los líquidos retenidos en los platos de medición.

El controlador consiste de un compensador estático de interacciones y de dos lazos de control PI, con compensación de setpoint basada en las dependencias estáticas de los setpoints de temperatura con la temperatura del alimento. Se demostró que este controlador recupera el comportamiento de su contraparte no lineal prealimentada. Un análisis de estabilidad local (i) revela que la hidráulica impone cotas superiores en las ganancias de control y de observador, (ii) muestra la interrelación entre las diferentes dinámicas y la consiguiente dificultad inherente al sintonizar controladores multivariables para columnas de destilación, y (iii) proporciona reglas de sintonización simples.

El criterio de localización de sensores de temperatura se basa en la utilización de los platos con máximo gradiente de temperatura en cada sección de la columna, es consistente con los criterios heurísticos usados en la industria. También se mostró que este criterio proporciona la menor propagación de error de estimación, vía el máximo valor singular mínimo.

La metodología propuesta se probó mediante simulaciones numéricas en sistemas con termodinámica ideal y no ideal, siendo la estructura desacoplante en una vía la que da el mejor desempeño global, y es hasta dos veces más rápida que los controladores existentes. Las simulaciones muestran que los dominios de atracción de los controladores propuestos son más bien grandes.

Este esquema de control de temperatura se utiliza en el Capítulo 5 para diseñar el lazo secundario de un control en cascada.

4.7 Reconocimiento

Partes de este capítulo se usaron para la elaboración del artículo.

- Castellanos-Sahagún, E, Alvarez-Ramírez, J., Alvarez, J. Two-point temperature control and structure design for binary distillation columns. *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol. 44, pp. 142-152 (2005a).

4.8 Nomenclatura

Símbolos

\bar{A}_T	Matriz de interacción
A_T	Aproximación no singular de \bar{A}_T
B	Fondos
b	Entrada exógena sintética
c_F	Composición de alimento

c_i	Fracción molar de componente volátil en el plato i-ésimo
D	Destilado
d	Vector de perturbaciones exógenas en coordenadas de desviación
F	Tasa de alimentación
$E(c_i)$	Función de equilibrio líquido-vapor
K	Matriz de ganancias
$L(m_i)$	Función hidráulica
m_i	Líquido retenido en el plato i-ésimo
N	Número de platos
P_T	Conjunto de parámetros que definen \bar{A}_T
p_s	Pendiente línea operante (sección agotadora)
p_e	Pendiente línea operante (sección enriquecedora)
R	Reflujo
T	Temperatura
u	Vector de entradas manipulables en coordenadas de desviación
V	Flujo de vapor
x_T	Vector de temperaturas en coordenadas de desviación
x_I	Vector de composiciones internas en coordenadas de desviación
y	Vector de mediciones de temperatura en coordenadas de desviación
y^*	Vector de setpoints dinámicos de temperatura en coordenadas de desviación
z	Vector de líquidos retenidos en coordenadas de desviación
δ	Vector de entradas exógenas
δ_{i,n_F}	Delta de Kronecker
Δ^+	Operador diferencia hacia adelante
Δ^-	Operador diferencia hacia atrás
λ	Frecuencia característica
μ	Entradas de control sintéticas
Π_T	Medida del grado de pureza
ς	Dependencia estática de los setpoints de temperatura con la temperatura del alimento
$\sigma(c_i)$	Función de punto de burbuja en el plato i-ésimo
Σ_T	Conjunto de aproximaciones no singulares de \bar{A}_c

Σ_{Ta}	Conjunto de aproximaciones no singulares de \bar{A}_c candidatas
τ_a	Tiempo de asentamiento de la columna a lazo abierto
τ_h	Constante de tiempo de plato
τ_I	Tiempo integral
τ_L	Tiempo de asentamiento de la hidráulica
v	Vector de entradas manipulables
ψ	Medición de temperatura
ω	Ganancia

Subíndices

B (ó 0)	Fondos
c	Controlador
D	Destilado
F	Alimento
I	Dinámica interna
N	Plato N-ésimo
s	Plato de control, sección agotadora
e	Plato de control, sección enriquecedora
o	Observador
OL	Lazo abierto (siglas en inglés)
x	Dinámica de composición
z	Hidráulica

Superíndices

ζ	Filtro para setpoint estático de temperatura
*	Setpoint dinámico de temperatura

Capítulo 5

Diseño de la estructura y el algoritmo de control cascada a dos puntos para columnas de destilación binarias

Resumen

En este capítulo se estudia el problema de diseñar conjuntamente el algoritmo y la estructura para el control cascada a dos puntos de columnas de destilación binarias, en un marco unificado. La combinación de los controladores de temperatura y de composición de los capítulos previos permite obtener una metodología de diseño de controladores lineales en cascada a dos puntos con: (i) un lazo de control secundario con su estructura (decentralizada o desacoplante en una o dos vías) como un grado de libertad para el diseño, y con un criterio para localizar las mediciones de temperatura, (ii) un lazo de control primario naturalmente descentralizado, (iii) una implementación que requiere sólo seis parámetros de estado estacionario, que son las pendientes de las dos líneas operantes, los cocientes entre los gradientes de temperatura y los líquidos retenidos en los platos de control en cada sección de la columna, y los cocientes entre los gradientes de composición logarítmicos y los líquidos retenidos en el rehervidor y el plato superior de la columna, y (iv) un esquema de sintonización similar a los usados convencionalmente para diseñar controladores cascada y filtros de primer orden, obtenido a través de un análisis de la estabilidad a lazo cerrado de la columna con el controlador propuesto. La metodología se aplica en ejemplos representativos mediante simulaciones numéricas, en presencia de termodinámica no ideal, errores de actuador, ruido y retraso en las mediciones de composición, mostrando desempeños similares o mejores que los obtenidos con los esquemas existentes, siendo el lazo secundario con estructuras desacoplante en una vía el que proporciona un mejor compromiso entre esfuerzo de control y tiempo de regulación de la calidad de los efluentes, seguida muy de cerca por su contraparte con lazo secundario descentralizado.

5.1 Introducción

En los capítulos previos ya se habló sobre la importancia de la destilación como proceso de separación, y como un gran consumidor de energía, siendo éstas las principales razones para la búsqueda de formas más eficientes de controlar estos procesos.

En el Capítulo 3 se habló sobre el problema de control de composición dual usando mediciones de composición. Sin embargo, el desempeño de esta clase de controladores se degrada debido a la poca sensibilidad entrada-salida (sobre todo en columnas de alta pureza), y a la presencia de tiempos muertos en las mediciones de composición, que provocan que las acciones de control se presenten una vez que el perfil de composiciones ha sido afectado severamente (McAvoy, Ye y Gang, 1996).

Los controles con mediciones de temperatura presentan mejor sensibilidad y propiedades de rechazo a perturbaciones en columnas de alta pureza que los controles que usan sólo mediciones de composición. Como se mencionó en el Capítulo 4, en presencia de perturbaciones en flujo de alimentación los controles con mediciones de temperatura son capaces de regular apropiadamente las composiciones de los efluentes, ya que debido al diseño (basado en la técnica de McCabe-Thiele, 1925), los setpoints de temperatura son los nominales, siendo necesario únicamente que se ajusten los flujos de acuerdo a lo dictado por las pendientes de las líneas operantes (Luyben, 1969). La situación es diferente con perturbaciones en composición de alimento, ya que para obtener productos con la misma pureza, los setpoints de temperatura deben ajustarse, p. ej., con un esquema de compensación como el propuesto en el Capítulo 4. Ese esquema tiene la desventaja de que requiere conocer las dependencias estáticas de los setpoints de temperatura con la temperatura del alimento, que en ocasiones puede no estar disponible, debido a que no se tengan modelos termodinámicos precisos del sistema particular. Una forma alternativa de proporcionar los setpoints de temperatura es mediante la aplicación de esquemas de control en cascada, que se componen de dos elementos: (i) el lazo de control de temperatura rápido (llamado secundario o esclavo) ejecuta la mayor parte del rechazo a las perturbaciones, mientras que (ii) un lazo de control de composición lento (primario o amo), provee los setpoints de temperatura que garantizan la regulación de la pureza de los productos (Luyben. 1973).

El problema de control en cascada en columnas de destilación se ha estudiado más bien para el caso en que sólo se regula la composición de un efluente, típicamente el destilado, mediante la

regulación de la temperatura en un plato, cuyo setpoint viene de un lazo cascada basado en la medición de composición del producto en cuestión (Fuentes y Luyben, 1983; Wolff y Skogestad, 1996; Monroy-Loperena y col., 2002).

El problema de control cascada a dos puntos para columnas de destilación ha sido estudiado con técnicas de control multivariable lineales y no lineales, mostrando resultados contradictorios. Por una parte, Wolff y Skogestad (1996) no recomiendan el uso de esta clase de controles cascada en columnas de destilación. Por otro lado, estudios recientes proponen el uso de controles en cascada lineales (Alvarez-Ramírez y col., 2002), y no lineales (Han y col., 1993; Shin y col., 2000) para atacar el problema de interacción. Estos estudios no incluyen pruebas de estabilidad en el espacio de estados. Los resultados son difíciles de comparar, ya que no todos los estudios de desempeño a lazo cerrado se han efectuado en presencia de la dinámica (parásita) de la hidráulica.

En este capítulo se estudia el problema de diseñar conjuntamente el algoritmo y la estructura para el control cascada a dos puntos de columnas de destilación binarias, en un marco unificado. Partiendo de los controladores lineales de composición y de temperatura (obtenidos en los Capítulos 3 y 4 respectivamente), se construye un control en cascada con retroalimentación de mediciones, permitiendo obtener una metodología de diseño de controladores lineales en cascada a dos puntos con: (i) un lazo de control secundario (obtenido a partir del control de temperatura del Capítulo 4) con su estructura (decentralizada o desacoplante en una o dos vías) como un grado de libertad para el diseño, y con un criterio para localizar las mediciones de temperatura, (ii) un lazo de control primario naturalmente descentralizado (basado en la combinación del controlador de composición del Capítulo 3 con el controlador de temperatura del Capítulo 4), (iii) una implementación que requiere sólo seis parámetros de estado estacionario, que son las pendientes de las dos líneas operantes, los cocientes entre los gradientes de temperatura y los líquidos retenidos en los platos de control en cada sección de la columna, y los cocientes entre los gradientes de composición logarítmicos y los líquidos retenidos en el rehervidor y el plato superior de la columna, y (iv) un esquema de sintonización similar a los usados convencionalmente para diseñar controladores cascada y filtros de primer orden, obtenido a través de un análisis de la estabilidad a lazo cerrado de la columna con el controlador propuesto. La metodología se aplica en ejemplos representativos mediante simulaciones numéricas, en

presencia de termodinámica no ideal, errores de actuador y tiempo muerto en las mediciones de composición, mostrando desempeños mejores que los obtenidos con los esquemas existentes.

El Capítulo está organizado de la siguiente manera: En la Sección 5.2 se describe el problema a resolver. En la Sección 5.3 se presenta un análisis con herramientas de control no lineal, que permite: (i) obtener la versión no lineal con retroalimentación de estados del control cascada, (ii) establecer el comportamiento límite alcanzable, y (iii) estudiar la estabilidad de la columna con este esquema. Este controlador se utiliza en la Sección 5.4 como punto de partida para el diseño del control cascada lineal con retroalimentación de mediciones propuesto. Un análisis de la dinámica a lazo cerrado local permite obtener reglas de sintonización simples en armonía con un criterio de estabilidad local. También se dan guías para elegir la estructura del controlador. En la Sección 5.5 se muestran los diferentes ejemplos de aplicación, y en la Sección 5.6 se dan las conclusiones.

5.2 El problema de control

Retome la columna de destilación descrita en el Capítulo 2 (Sección 2.2), en la que una mezcla binaria de composición c_F es alimentada a una tasa F en el plato n_F , y de la que se extraen dos efluentes B y D (fondos y destilado), cuyas respectivas composiciones c_B y c_D deben ser reguladas mediante la manipulación del flujo de vapor V y del reflujo R , basada en las mediciones logarítmicas de composición ψ_c , así como de las mediciones de temperatura ψ_T (en dos platos s y e , que deben ser elegidos). Retomemos el modelo dado por las ecuaciones (2.1):

$$\dot{c} = F_c(c, m, \delta, v), \quad \dot{m} = F_m(m, \delta, v), \quad \psi_T = h_T(c), \quad \psi_c = h_c(c) \quad (5.1)$$

$$c = (c_0, \dots, c_{N+1})', \quad m = (m_1, \dots, m_N)', \quad \delta = (F, c_F)', \quad v = (V, R)'$$

$$F_c = (F_0^c, \dots, F_{N+1}^c)', \quad F_m = (F_1^m, \dots, F_N^m)'$$

$$h_c(c) = [\ln(c_B), \ln(1 - c_N)]', \quad h_T(c) = [\sigma(c_s), \sigma(c_e)]', \quad s \neq e$$

donde c_i (o m_i) es la fracción molar de componente volátil (o líquido retenido en moles) en la etapa i -ésima, y σ es la función de punto de burbuja. En el estado estacionario nominal se cumplen las siguientes ecuaciones:

$$0 = F_c(\bar{c}, \bar{m}, \bar{\delta}, \bar{v}), \quad 0 = F_m(\bar{m}, \bar{\delta}, \bar{v}), \quad \bar{\psi}_c = h_c(\bar{c}), \quad \bar{\psi}_T = h_T(\bar{c})$$

El problema consiste en desarrollar una metodología para el diseño de controles en cascada que regulen la composición de los efluentes c_B y c_D , mediante la manipulación del par (V, R) , que debe efectuarse con las mediciones ψ_c y ψ_T . La metodología deberá incluir unas reglas de

sintonización (en términos de herramientas de control convencional), basadas en un criterio de estabilidad, que incluya el efecto de las dinámicas parásitas y del grado de separación deseado, y teniendo la estructura del controlador (decentralizada o desacoplante en una o dos vías), como un grado de libertad en el diseño. Se debe comparar su desempeño con el de los controladores cascada existentes, en presencia de perturbaciones en el flujo y la composición del alimento, errores de actuador, ruido y retraso en las mediciones de composición.

5.3. Análisis de control no lineal

Mediante la utilización del modelo reducido de la columna, Ec. (2.13) se estudian las condiciones de resolubilidad del problema de control cascada, que después se toman como punto de partida para construir el respectivo control por retroalimentación de estados. El controlador no lineal FF-SF con mediciones de composición del Capítulo 3 se reinterpreta en términos de una señal de setpoint de temperatura, que es seguida por el controlador de temperatura del Capítulo 4. Un análisis de estabilidad con las herramientas del Apéndice A permite interpretar mejor la interrelación entre la elección de ganancias y la estructura del controlador en la estabilidad a lazo cerrado, y a este resultado se le da interpretación física. Después de esto, se establece que el comportamiento de este controlador es el mejor posible, y se fija como el objetivo a ser recuperado con el control cascada basado en mediciones (a desarrollarse en la sección 5.4).

5.3.1 Control prealimentado-retroalimentado no lineal

Considere el modelo reducido (2.13) reescrito de la siguiente forma:

$$\dot{x} = f(x, d, u), \quad y_c = x_c, \quad y_T = x_T \quad (5.2a-c)$$

donde se ha utilizado el siguiente cambio de coordenadas:

$$x = [x'_c, x'_T, x'_I]' = \Phi(c), \quad d = \delta - \bar{\delta}, \quad u = v - \bar{v} \quad (5.3)$$

$$x_c = h_c(c_c) - h_c(\bar{c}_c), \quad c_c = (c_0, c_N)', \quad x_T = h_T(c_T) - h_T(\bar{c}_T), \quad c_T = (c_s, c_e)',$$

$$x_I = c_I - \bar{c}_I, \quad c_I = (c_0, c_1, \dots, c_{s-1}, c_{s+1}, \dots, c_{e-1}, c_{e+1}, \dots, c_{N-1}, c_{N+1})'$$

y las funciones no lineales f se muestran en el Apéndice E.1.

De acuerdo al análisis de la Sección 3.3, se sabe que el comportamiento límite alcanzable con cualquier controlador basado en un modelo reducido, es el dado por el control prealimentado, Ec. (3.9), que aquí se retoma:

$$\dot{x}_I = (f'_T, f'_I)'[x^*, d, \eta_I(x_I, d)] := \phi_I(x_I, d), \quad x^* = (0', x_I)', \quad x_I = (x'_T, x'_I)' \quad (5.4a)$$

$$u_I = f_c^{-1}(x^*, d, 0) := \eta_I(x_I, d) \quad (5.4b)$$

donde f_c^1 denota la solución para u de $f_c(x^*, d, u) = 0$, como se mostró en la Sección 3.3.2. Este controlador existe si la matriz \bar{A}_c , dada por la Ec. (3.8) es no singular, que se cumple si la columna no se opera a reflujo total. Si los factores $[\Delta^+ \bar{c}_0/\bar{m}_0][\Delta^+ \bar{c}_N/\bar{m}_N]$ del determinante (3.8a) son muy pequeños, esta matriz puede estar muy cerca de ser singular, tal como se analizó en la Sección 3.3.2; en la misma sección se discutió la estabilidad de la dinámica inversa (5.4). El control no lineal con prealimentación-retroalimentación de estados (FF-SF) correspondiente está dado por la Ec. (3.12), que aquí se muestra:

$$u_c = f_c^1(x, d, -K_c x_c) := \eta_c(x, d), \quad K_c = \text{diag}(\omega_B, \omega_N) \quad (5.5)$$

donde ω_B , (o ω_N) es la ganancia de control para regular la composición de los fondos (o del plato N). La estabilidad de la columna con este controlador se estudió en la Sección 3.3.5, mostrando que la hidráulica y el grado de separación juegan un papel limitante para la elección de las ganancias (véase Proposición 3.1). En la siguiente sección se reinterpreta este controlador como un generador de setpoint de la temperatura en los platos de control.

5.3.2 Control en cascada no lineal

En esta Sección el control no lineal FF-SF (5.5) se transforma en un control cascada, como un paso constructivo para la construcción del control cascada lineal deseado.

Para ello se reinterpreta el control (5.5) como un control cascada, con dos partes: (i) una componente dinámica, que movida por el control virtual u_c , Ec. (5.5), transforma dicha señal en otra equivalente de setpoint de temperatura (x_T^*), y una componente estática que produce el control que hace el seguimiento de tal setpoint. Esto es:

$$\dot{x}_T^* = f_T[x, d, \eta_c(x, d)], \quad x_T^*(0) = x_{T0}^* \quad (5.6a)$$

$$u_T = f_T^1\{x, d, f_T[x, d, \eta_c(x, d)] - K_T e_T\}, \quad e_T = (x_T - x_T^*), \quad K_T = \text{diag}(\omega_s, \omega_e) \quad (5.6b)$$

$$:= \eta_T(x, d, e_T) \quad (5.6c)$$

donde (ω_s, ω_e) es la ganancia del lazo de control de temperatura (llamado secundario) en las secciones agotadora y rectificadora respectivamente, e_T denota el vector de error de seguimiento de temperaturas, y f_T^1 denota la solución para u de $f_T(x, d, u) = \dot{x}_T^* - K_T e_T$, ya que el par u - y_T tiene grados relativo igual a (1,1), o lo que es lo mismo, la matriz de desacoplamiento \bar{A}_T (dada por 4.4) es no singular (ver Sección 4.3) si la columna no se opera a reflujo total, y se toma una

medición de temperatura por sección. Este controlador es similar a la versión no lineal del controlador de temperatura, Ec. (4.16), cuya versión lineal, Ec. (4.12) se construyó para hacer seguimiento de trayectorias de temperatura (Sección 4.3.2), siendo la única diferencia la forma de obtener la política (setpoint) de temperatura en los platos de control.

5.3.3 Dinámica a lazo cerrado

La estabilidad de la columna de destilación (5.1) con el controlador cascada no lineal (5.6) se estudia en el Apéndice E.2, y el resultado correspondiente se resume a continuación en forma de proposición:

Proposición 5.1 (Prueba en Apéndice E.2). Suponga que la ganancia del lazo primario ω_c [$\approx \min(\omega_B, \omega_N)$] se escoge lo suficientemente pequeña para que se cumplan las condiciones de la Proposición 3.1, y que las mediciones de temperatura se colocan una en cada sección de la columna (condición 4.4). Entonces, la aplicación del control cascada FF-SF, Ec. (5.6), a la columna de destilación (5.1) (con ganancia de control primario menor a la del control secundario, es decir, $\omega_c < \omega_T$) produce un sistema estable, si las ganancias del control primario (ω_c) y secundario (ω_T) se escogen lo suficientemente pequeñas y separadas, tales que se cumpla la siguiente desigualdad:

$$(i) \ 0 < \omega_T < \omega_T^* = \gamma_T^*(\lambda_z, \omega_c, \Pi, \Pi_T), \quad \Pi = \text{msv}[\bar{A}_c^{-1}], \quad \Pi_T = \text{msv}[\bar{A}_T^{-1}]$$

donde λ_z , es la frecuencia característica de la hidráulica, λ_l es la frecuencia característica de la dinámica interna ($\approx \lambda_{OL}$, la frecuencia característica a lazo abierto, véase Sección 2.4), Π y Π_T son medidas del grado de separación y de sensibilidad de las mediciones de temperatura, y γ_T^* es una función estrictamente creciente (o decreciente) de λ_z (ó $\omega_c, \lambda_l, \Pi, \Pi_T$). ♦

Interpretación física: Ya que λ_z , (la frecuencia característica de la hidráulica) es fija para una columna dada, y que el lado izquierdo de la desigualdad crece con ω_c, ω_T, Π y Π_T , la Proposición 5.1 dice que la hidráulica, el grado de separación y la sensibilidad de las mediciones de temperatura limitan las ganancias de los lazos primario y secundario. De acuerdo a las Proposiciones 3.1 y 5.1, el control cascada (5.6) recupera (con tasa exponencial $\approx \omega_T$) el comportamiento del control no lineal de composición (5.5), que a su vez recupera [con tasa exponencial $\approx \min(\omega_c, \lambda_l)$] el comportamiento del control prealimentado (5.4).

5.3.4 Comentarios adicionales

Como se explicó en el Capítulo 4, el uso del modelo completo (5.1) para construir el control de temperatura (es decir, el lazo secundario del control cascada no lineal), conlleva altos grados

relativos (Padilla y col., 1997), al requerir el cálculo de derivadas direccionales de alto orden, lo que llevaría a diseños de control muy complejos y poco robustos (Krstić y col, 1995; Sepulchre y col., 1997). Este obstáculo se ha eliminado mediante la utilización del modelo reducido, produciendo una estructura paralela de control en cascada (Luyben 1973).

Por otro lado, se puede ver que la retroalimentación del error de seguimiento de las temperaturas permite al lazo secundario ejecutar el rechazo a perturbaciones antes de que el perfil de composiciones de la columna sea alterado severamente. Esto significa que se ha obtenido un diseño pasivado coordinado (Larsen y Kokotović, 2003), debido a que mediante el lazo secundario se mejora el comportamiento transitorio al permitir desviaciones menores del perfil de composiciones de la columna.

El control cascada, Ec. (5.6) es más robusto que el controlador (5.5), pues se basa en mediciones de temperatura, que son más sensibles y económicas que las mediciones de composición, y se obtienen prácticamente en línea, es decir, no están sujetas a tiempos muertos. Cuando el error de seguimiento de temperatura es cero, el controlador propuesto se reduce al control FF-SF, Ec. (5.5) [o bien Ec. (3.9)], que recupera el comportamiento límite (5.4). Esto muestra la interrelación entre el control cascada (5.6) y los controladores no lineales de composición y de temperatura mostrados previamente.

5.4. Control cascada por retroalimentación de mediciones

En esta sección se combinan los controles lineales de composición y de temperatura desarrollados en los Capítulos 3 y 4 para obtener el control cascada propuesto. De igual manera, se utilizan filtros para estimar los errores de modelo, y se introducen las diferentes estructuras de control posibles. La estabilidad a lazo cerrado de la columna con el control propuesto se establece en forma de proposición, quedando su demostración en el Apéndice E.3.

5.4.1 Derivación del control cascada propuesto

Ahora se retoman las realizaciones lineales (3.18) y (4.11), que describen la dinámica de las salidas medidas:

$$\dot{x}_c = A_c u + b_c, \quad \dot{b}_c \approx 0, \quad y_c = x_c \quad (5.7a-c)$$

$$\dot{x}_T = A_T u + b_T, \quad \dot{b}_T \approx 0, \quad y_T = x_T \quad (5.8a-c)$$

donde

$$b_c = \beta_c(x, d, u) = f_c(x, d, u) - A_c u, \quad b_T = \beta_T(x, d, u) = f_T(x, d, u) - A_T u$$

y las matrices A_c y A_T son aproximaciones no singulares admisibles de las matrices \bar{A}_c y \bar{A}_T , Ecs. (3.8b) y (4.7) respectivamente.

Debido a los mismos argumentos explicados en las subsecciones 3.4.1 y 4.3.1, se supone que las perturbaciones b_c y b_T son conocidas, ya que son observables. Siguiendo las mismas ideas de la Sección 5.3, se fuerza la dinámica desacoplada (3.11) para las salidas $y_c = x_c$, en la Ec. (5.7a)

$$\dot{x}_c = -K_c x_c, \quad K_c = \text{diag}(\omega_B, \omega_N) \quad (5.9a-c)$$

y se resuelve para el *control virtual* u_c :

$$u_c = A_c^{-1} (-K_c x_c - b_c) \quad (5.10)$$

donde (ω_B, ω_N) son las ganancias del lazo de control *primario*. La aplicación de este controlador a la dinámica de las temperaturas (5.8) produce el lazo primario

$$\hat{x}_T^* = A_T A_c^{-1} (-K_c x_c - b_c) + b_T, \quad \hat{x}_T^*(0) = \hat{x}_{T_0}^* \quad (5.11)$$

o generador de setpoints de temperatura. Para construir el lazo de control de temperatura o control *secundario*, se fuerza la dinámica desacoplada:

$$\dot{x}_T - \hat{x}_T^* = -K_T (x_T - \hat{x}_T^*) \quad K_T = \text{diag}(\omega_s, \omega_e) \quad (5.12)$$

para las mediciones de temperatura, Ec. (5.8), donde (ω_s, ω_e) son las ganancias del lazo de control secundario [similares a las dadas en (4.2)], y se resuelve para el control u :

$$u = A_T^{-1} [\hat{x}_T^* - K_T (x_T - \hat{x}_T^*) - b_T] \quad (5.13)$$

Al incluir filtros de primer orden (tal como se hizo para los controladores de composición y de temperatura) para la estimación de las perturbaciones b_c y b_T , se obtiene el siguiente *controlador cascada a dos puntos*:

$$\dot{w}_c = -K_o (w_c + K_o y_c + A_c u), \quad \hat{b}_c = w_c + K_o y_c, \quad w_c(0) = \hat{b}_c(0) - K_o y_c(0) \quad (5.14a-c)$$

$$\dot{w}_T = -K_o (w_T + K_o y_T + A_T u), \quad \hat{b}_T = w_T + K_o y_T, \quad w_T(0) = \hat{b}_T(0) - K_o y_T(0) \quad (5.14d-f)$$

$$\hat{x}_T^* = A_T A_c^{-1} (-K_c x_c - \hat{b}_c) + \hat{b}_T, \quad \hat{x}_T^*(0) = 0 \quad (5.14g)$$

$$u = A_T^{-1} [\hat{x}_T^* - K_T (x_T - \hat{x}_T^*) - \hat{b}_T], \quad K_o = \omega_o I_{2 \times 2} \quad (5.14h)$$

donde ω_o es la frecuencia característica del observador. Tal como se hizo para los casos de composición y de temperatura, si las mediciones son muy ruidosas pueden utilizarse filtros de segundo orden, que tiene la siguiente forma:

$$\hat{x}_c = A_c u + \hat{b}_c + K_o(y_c - \hat{x}_c), \quad \hat{b}_c = K_I(y_c - \hat{x}_c) \quad (5.15a,b)$$

$$\hat{x}_T = A_T u + \hat{b}_T + K_o(y_T - \hat{x}_T), \quad \hat{b}_T = K_I(y_T - \hat{x}_T), \quad (5.15c,d)$$

$$\hat{x}_T^* = -A_T A_c^{-1} (K_c \hat{x}_c + \hat{b}_c) + \hat{b}_T \quad (5.15e)$$

$$u = A_T^{-1} [\hat{x}_T^* - K_T (\hat{x}_T - \hat{x}_T^*) - \hat{b}_T] \quad (5.15f)$$

$$K_o = 2\zeta\omega_o I_{2 \times 2}; \quad K_I = \omega_o^2 I_{2 \times 2}$$

donde ω_o y ζ son la frecuencia característica y el factor de amortiguamiento de los filtros, respectivamente. En la Sección 5.4.4 se discuten las condiciones de estabilidad para este controlador, dándose los detalles en el Apéndice E.3.

5.4.2 Retraso en las mediciones de composición

En una situación real, puede ser que las mediciones de composición estén retardadas, lo cual provoca que las ganancias deban escogerse más pequeñas, es decir la estimación de b_c se vuelve más lenta. Una forma de atacar este problema es la siguiente. Observe que el lazo primario (5.11) puede reescribirse de la siguiente manera:

$$\hat{x}_T^* = -A_T A_c^{-1} K_c x_c - A_T A_c^{-1} b_c + b_T \quad (5.16a)$$

Si la columna ha llegado a un estado estacionario, es decir $\hat{x}_T^* = 0$, las salidas de composición $y_c = x_c$ han sido llevadas a su valor nominal, mientras que el vector de setpoint de temperaturas debe llegar a un valor fijo, por lo que:

$$-A_T A_c^{-1} b_c + b_T = 0 \quad (5.16b)$$

Es decir, el lado izquierdo de esta ecuación se anula cuando las composiciones x_c han sido reguladas, es decir $x_c = 0$. Esto puede verse también al sustituir b_c y b_T , ya que en estado estacionario (no necesariamente el nominal) $f_c(x, d, u) = 0$ y $f_T(x, d, u) = 0$, por lo que se puede concluir que:

$$-A_T A_c^{-1} b_c + b_T = -A_T A_c^{-1} f_c(x, d, u) + A_T u + f_T(x, d, u) - A_T u = 0 \quad (5.16c)$$

De esta forma, cuando las mediciones de composición estén retardadas, puede obtenerse una aproximación del control cascada (5.14) mediante la siguiente expresión:

$$\dot{w}_T = -K_o(w_T + K_o y_T + A_T u), \quad \hat{b}_T = w_T + K_o y_T, \quad w_T(0) = \hat{b}_T(0) - K_o y_T(0) \quad (5.17a-c)$$

$$\hat{x}_T^* = -A_T A_c^{-1} K_c x_c \quad \hat{x}_T^*(0) = 0 \quad (5.17d)$$

$$u = A_T^{-1} [\hat{x}_T^* - K_T (\hat{x}_T - \hat{x}_T^*) - \hat{b}_T] \quad (5.17f)$$

El lazo primario aproximado (5.17d) está en forma *integral pura*, y es similar al propuesto por Alvarez-Ramírez y col. (2002b). Estos autores mencionan que cuando se tienen tiempos muertos relativamente grandes (lo que limita la velocidad de la respuesta a lazo cerrado, Morari y Zafiriou, 1989), un lazo primario con acción integral pura con baja ganancia es apropiado para regular la composición de la variable primaria. Debido a que estos autores estudian la estabilidad entrada-salida del sistema resultante con este controlador particular, aquí no se ahonda en estos detalles, y sólo se aplica el controlador cascada (5.16) para mostrar su funcionamiento en la Sección 5.5.

5.4.3 Consideraciones estructurales

Lazo Primario. Observe que las matrices \bar{A}_c [Ec. (3.8)] y \bar{A}_T [Ec. (4.7)] se pueden factorizar de la siguiente manera:

$$\bar{A}_c = D_c P, \quad \bar{A}_T = D_T P, \quad P = \begin{bmatrix} -p_s & 1 \\ -p_e & 1 \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

$$D_c = \begin{bmatrix} (1/\bar{c}_0)\Delta^+\bar{c}_0/\bar{m}_0 & 0 \\ 0 & -[1/(1 - \bar{c}_N)]\Delta^+\bar{c}_N/\bar{m}_N \end{bmatrix}, \quad D_T = \begin{bmatrix} [\sigma'(\bar{c}_s)\Delta^+\bar{c}_s/\bar{m}_s] & 0 \\ 0 & [\sigma'(\bar{c}_e)\Delta^+\bar{c}_e/\bar{m}_e] \end{bmatrix}$$

y concluya que el lazo primario del control cascada [Ec. (5.14g) o (5.17d)] tiene una estructura descentralizada, ya que mediante la factorización (5.18) se puede reescribir de la siguiente forma:

$$\hat{x}_T^* = -D_T D_c^{-1} (K_c x_c + \hat{b}_c) + \hat{b}_T \quad (5.19a)$$

o bien

$$\hat{x}_T^* = -D_T D_c^{-1} K_c x_c \quad (5.19b)$$

donde

$$D_T D_c^{-1} = \begin{bmatrix} [\sigma'(\bar{c}_s)\Delta^+\bar{c}_s/\bar{m}_s]/\{(1/\bar{c}_0)[\Delta^+\bar{c}_0/\bar{m}_0]\} & 0 \\ 0 & [\sigma'(\bar{c}_e)\Delta^+\bar{c}_e/\bar{m}_e]/\{-1/(1 - \bar{c}_N)[\Delta^+\bar{c}_N/\bar{m}_N]\} \end{bmatrix} \quad (5.19c)$$

es una matriz diagonal, y por ello este lazo primario puede verse como un par de controles SISO desacoplados, lo que implica que el setpoint de y_s cambia sólo con desviaciones de x_0 , (o sea, de c_0), mientras que el setpoint de y_e cambia sólo con las desviaciones de c_N . Por lo tanto, este *lazo de control primario naturalmente descentralizado* implica que el rechazo a perturbaciones y la

interacción son compensados mediante el lazo de control secundario. Este mismo razonamiento puede extenderse al caso en el que se hacen controles en cascada partiendo de estructuras similares (ya sea la descentralizada D_p , o la triangular O_{12}).

Físicamente hablando, los elementos de $D_T D_c^{-1}$ representan aproximadamente las razones de cambio de la temperatura en los platos de control con las composiciones logarítmicas (en cada sección de la columna), multiplicadas por un cociente de líquidos retenidos:

$$[\sigma'(\bar{c}_s)\Delta^+\bar{c}_s/\bar{m}_s]/\{(1/\bar{c}_0)[\Delta^+\bar{c}_0/\bar{m}_0]\} \approx (\bar{m}_o/\bar{m}_s)[\partial\sigma(\bar{c}_s)/\partial\ln(\bar{c}_o)] \quad (5.20a)$$

$$[\sigma'(\bar{c}_e)\Delta^+\bar{c}_e/\bar{m}_e]/\{-1/(1-\bar{c}_N)[\Delta^+\bar{c}_N/\bar{m}_N]\} \approx (\bar{m}_N/\bar{m}_e)\{\partial\sigma(\bar{c}_e)/\partial[\ln(1-\bar{c}_N)]\} \quad (5.20b)$$

En resumen, la construcción del control cascada bajo este método siempre producirá un lazo primario descentralizado. Por lo tanto, la tarea de compensar la interacción es llevada a cabo por el lazo secundario, en cualquiera de sus variantes (S , D_p , O_{12}). Estas tres estructuras serán evaluadas mediante simulaciones en la sección 5.5.

Lazo Secundario. De lo anterior también se concluye que la estructura del lazo secundario es entonces el único grado de libertad para el diseño, es decir, se debe elegir entre las estructuras descentralizada o desacoplante en una o dos vías (S , D_p , O_{12}), y el lugar donde se coloquen los sensores de temperatura. Por los argumentos del Capítulo 4, se sabe que los platos más sensibles (y los que propagan menos error) son los que tienen el gradiente máximo de temperatura en cada sección de la columna, y se utilizará este mismo criterio para localizar los sensores de temperatura del control cascada.

5.4.4 Dinámica a lazo cerrado y sintonización

La estabilidad de la columna de destilación (5.1) con el control cascada (5.15) se estudia en el Apéndice E.3.

Proposición 5.2. Suponga que las condiciones necesarias para que se cumplan las Proposiciones 3.1 y 5.1 son satisfechas, y que las matrices A_c y A_T , son no singulares. Entonces el control cascada (5.14), con $\omega_o > \omega_T > \omega_c$, aplicado a la columna de destilación (5.1) produce un sistema estable, si la ganancia del lazo primario (ω_c), del lazo secundario (ω_T) y la frecuencia característica del observador (ω_o) se escogen suficientemente pequeñas y con la suficiente separación dinámica, de manera que se cumplan las siguientes desigualdades:

$$\gamma_{o*}(\omega_c, \omega_T, \Pi, \Pi_T) := \omega_{o*} < \omega_o < \omega_o^* := \gamma_o^*(\lambda_z, \omega_c, \omega_T, \Pi, \Pi_T) \quad \blacklozenge$$

Prueba: Véase Apéndice E.3.

La cota superior γ_{o*} aumenta con $(\omega_c, \omega_T, \Pi$ y $\Pi_T)$, mientras que γ_o^* disminuye (o aumenta) con $\omega_c, \omega_T, \Pi, \Pi_T$ y Π (ó con λ_z). Entonces, la ganancia del observador debe escogerse en una ventana $(\omega_{o*} - \omega_o^*)$, que se hace más pequeña conforme crecen las ganancias de control ω_c, ω_T . Al igual que en las Proposición 5.1, y debido a que λ_z está fijo para una columna dada, la Proposición 5.2 establece que la hidráulica, el grado de separación Π y el grado de sensibilidad Π_T limitan las ganancias de control y de observador, y además requiere que éstas tengan suficiente separación dinámica.

Entonces, siguiendo las Proposiciones 5.1 y 5.2, se puede ver que el control (5.16) recupera (localmente) el comportamiento de (i) el control cascada no lineal (5.8), con tasa exponencial $\approx \omega_o$, (ii) el control no lineal de composición (5.5) con tasa exponencial $\approx \omega_T$, y (iii) el control prealimentado (5.4), con tasa $\approx \omega_c$. Estas propiedades, sus restricciones y su interrelación son manifestaciones de las capacidades y limitaciones inherentes al proceso, (ii) representan el comportamiento límite alcanzable con cualquier control en cascada, (iii) explican formalmente la interacción y las dificultades encontradas en la sintonización reportadas en estudios previos, y (iv) establecen una conexión entre los controles cascada lineales y no lineales existentes.

La condición de estabilidad de la Proposición 5.2, sugiere las siguientes reglas de sintonización:

1. Obtenga estimados de: (i) la frecuencia dominante a lazo abierto λ_l , mediante pruebas en planta o simulaciones, y de (ii) la frecuencia característica de la hidráulica λ_z , mediante la expresión $\lambda_z = 4/\tau_L$, donde τ_L es un aproximado del tiempo de asentamiento de la hidráulica (Betlem y col., 1998).
2. Escoja la frecuencia característica del observador tres veces más lenta que la hidráulica, y las ganancias del control secundario similares a la frecuencia dominante del proceso, y las del primario iguales a cero, es decir $\omega_o = \lambda_z/3, \zeta = 3/2, \omega_s = \omega_e := \omega_T \approx \lambda_l, \omega_B = \omega_N := \omega_c = 0$. Si se usan filtros de segundo orden haga el factor de amortiguamiento $\zeta \geq 1.5$.
3. Haga una pequeña perturbación o cambio en setpoint, observe las respuestas del controlador y de las salidas, e incremente la frecuencia característica del observador hasta un valor último ω_o^* , en el que la respuesta se hace oscilatoria, y retroceda, escogiendo $\omega_o = \omega_o^*/3$ o más pequeña.
4. Aumente gradualmente las ganancias $\omega_s = \omega_e = \omega_T$, encontrando la ganancia última ω_T^* que provoca una respuesta oscilatoria, y retroceda escogiendo $\omega_T = \omega_T^*/3$ o mas pequeña.

5. Aumente en forma gradual las ganancias (ω_B , ω_N) individualmente, hasta obtener respuestas de control, sobretiros y razones de decaimiento apropiadas, ajustando el factor de amortiguamiento ζ y disminuyendo ω_o y ω_T si es necesario.

Observaciones

(i) El análisis de la dinámica a lazo cerrado (Apéndice E.3) muestra reglas de sintonización simples que garantizan la estabilidad de la columna con el control propuesto, incluyendo las limitaciones impuestas por la presencia de dinámica de alta frecuencia, en particular, la hidráulica.

(ii) A diferencia de los esquemas de sintonización convencionales, en los que se identifica sólo una ganancia última, con el esquema propuesto se identifican dos ganancias últimas: una (ω_o^*) para el observador y una (ω_T^*) para el lazo secundario, permitiendo que la sintonización sea más simple en comparación con la requerida por esquemas lineales/no lineales MPC y PI convencionales.

(iii) Estas reglas de sintonización se parecen cualitativamente a las reglas de sintonización para lazos de control en cascada empleadas industrialmente (Krishnaswamy y col., 1990; Krishnaswamy y col., 1992), es decir, cuando el lazo secundario regula sólo la temperatura en un plato, y su setpoint se calcula a partir de una medición de composición. Aquí se proponen reglas para diseñar lazos secundario y primario para regular las temperaturas en dos platos y generar sus setpoints correspondientes. En los pocos trabajos donde se aborda este problema (Wolff y Skogestad, 1996; Shin y col., 2000; Alvarez-Ramírez y col., 2002) no se discute la sintonización.

(iv) La idea de hacer las ganancias del control y del observador al menos tres veces más lentas que su valor crítico es para tener márgenes de estabilidad apropiados, al estilo de las guías de sintonización de Ziegler-Nichols o de Cohen-Coon (Stephanopoulos, 1984).

(v) Para evitar forzar la columna real a una serie de experimentos como los que se mencionan aquí, se propone hacer simulaciones numéricas del sistema a lazo cerrado en presencia de diferentes perturbaciones, para obtener una primera aproximación a la sintonización.

5.4.5 Comentarios adicionales

El esquema de control cascada [Ec. (5.14), (5.15) ó (5.17)] ofrece regulación de los efluentes en presencia de fallas de sensores de composición, al tener un lazo de control secundario basado en mediciones de temperatura. Así mismo, la metodología propuesta en los Capítulos 3 y 4 puede conjuntarse con los desarrollos de este capítulo, y con ello obtener esquemas que puedan disponer

de la información de planta, p. ej., se puede diseñar un lazo de control de temperatura para uno de los extremos coordinado con un esquema en cascada para el otro extremo, etc.

La implementación del controlador propuesto requiere sólo seis parámetros de estado estacionario, que son las pendientes de las líneas operantes, los cocientes entre los gradientes de temperatura y los líquidos retenidos en los platos de control, y los cocientes entre los gradientes logarítmicos de composición y los líquidos retenidos en el rehervidor y el plato N. Estos parámetros estáticos pueden obtenerse a partir de datos de planta o de paquetes de simulación.

Finalmente, la implementación de un esquema como este puede hacerse mediante un PLC, siempre y cuando se disponga de mediciones de composición con tiempos muertos cortos.

5.5 Ejemplo de Aplicación

En esta sección se prueba el controlador cascada propuesto con sus diferentes estructuras en diferentes columnas de destilación, en presencia de perturbaciones en composición y flujo de alimentación, errores de actuador, ruido y tiempo muerto en las mediciones de composición.

Para propósitos de comparación, los controles en cascada propuestos son aplicados a las columnas A-D (véase Apéndice B para detalles). La elección de sensores de temperatura se efectúa con el procedimiento del Capítulo 4, cuyos resultados se mostraron en la Tabla 4.1. Las ganancias se obtuvieron de acuerdo al procedimiento de sintonización de la sección 5.4.4, y se muestran en la Tabla 5.1. Se muestran casos con filtros de primer y segundo orden.

5.5.1 Perturbaciones en flujo y composición de alimento.

Las columnas A-C fueron sometidas a la siguiente secuencia de perturbaciones en escalón: en $t = 0$ min, la tasa de alimentación cambia +20%; en $t = 100$ min, la concentración del alimento cambia -20%; en $t = 200$ min, la tasa de alimentación cambia -20% (es decir, a su valor nominal); y en $t = 300$ min, la concentración de alimento cambia +20%. La columna D es sujeta a las mismas perturbaciones, pero esta vez en intervalos de 120 min.

La Figura 5.1 muestra la respuesta de la columna A con el controlador cascada con lazo secundario desacoplante en una vía. Se aprecia que el esquema primario genera los setpoints (trayectorias) de temperatura que permiten la regulación apropiada de la composición de los productos de la columna en aproximadamente 70 minutos (es decir, ≈ 0.35 tiempos de asentamiento), mientras que el lazo secundario es capaz de seguir tales trayectorias.

La Tabla 5.1 muestra los tiempos de respuesta de cada controlador, y en la Tabla 5.2 se comparan tales desempeños con los obtenidos con otros esquemas.

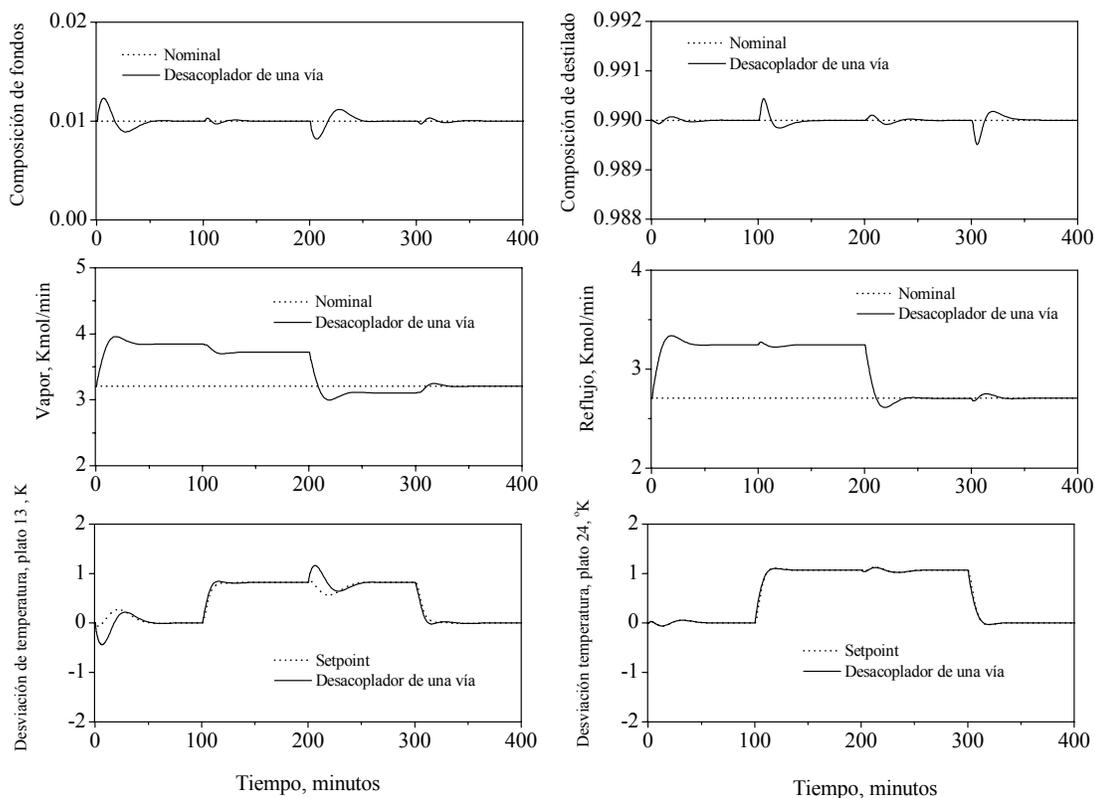


Figura 5.1. Respuesta a lazo cerrado de la columna A con el controles cascada con estructura secundaria desacoplante en una vía ante una secuencia de perturbaciones en escalón en flujo y composición de alimento.

La Figura 5.2 muestra la comparación del desempeño obtenido con las tres estructuras del lazo secundario, en presencia de la misma secuencia de perturbaciones del caso previo. Con la estructura del lazo secundario desacoplante en una vía se obtienen las mejores respuestas en la regulación del destilado y los esfuerzos de control más suaves.

Las Figuras 5.3 y 5.4 muestran las respuestas de las columnas B y C, respectivamente. En ambos casos la regulación de ambos productos es muy similar con los tres esquemas, al igual que los esfuerzos de control. Puede verse que el desempeño es mejor al de los controladores existentes, ya que los esquemas propuestos por Han y Park, (1993) y y Shin y col. (2000), aunque regulan más rápidamente que el esquema propuesto, no incluyen hidráulica, y por lo tanto, esta comparación no es justa, por los argumentos discutidos previamente sobre el rol limitante de las dinámica de alta frecuencia. De esta Tabla se puede concluir que el control propuesto es de 1.5 a 2 veces más rápido que los demás estudios reportados que sí incluyen hidráulica.

Figura	Columna	Estructura del lazo secundario, control cascada	Filtro	Factor de amort.	Frecuencias características						Tiempos de respuesta
					Lazo Secundario			Lazo Primario			
					ω_o , min-1	ω_s , min-1	ω_e , min-1	ω_o , min-1	ω_B , min-1	ω_N , min-1	
Figura 5.1	A	Desacoplador en una vía	Segundo orden	3	4	0.2	0.2	4	0.1	0.1	0.3
Figura 5.2	A	Desacoplador en dos vías	Segundo orden	3	0.89	0.27	0.27	0.89	0.13	0.13	0.35-0.40
		Desacoplador en una vía	Segundo orden	3	4.00	0.20	0.20	4.00	0.10	0.10	0.35-0.40
		Decentralizado	Segundo orden	3	4.00	0.20	0.20	4.00	0.10	0.10	0.40-0.50
Figura 5.3	B	Desacoplador en dos vías	Segundo orden	3	2.00	0.20	0.20	2.00	0.10	0.10	0.70
		Desacoplador en una vía	Segundo orden	3	6.67	0.27	0.27	6.67	0.13	0.13	0.60-0.70
		Decentralizado	Segundo orden	3	6.67	0.27	0.27	6.67	0.13	0.13	0.60-0.70
Figura 5.4	C	Desacoplador en dos vías	Segundo orden	3	1.33	0.24	0.24	1.33	0.11	0.11	0.70-0.80
		Desacoplador en una vía	Segundo orden	3	5.00	0.27	0.27	5.00	0.13	0.13	0.60-0.70
		Decentralizado	Segundo orden	3	5.00	0.27	0.27	5.00	0.13	0.13	0.60-0.70
Figura 5.5	A, con ruido	Desacoplador en dos vías	Segundo orden	3	0.33	0.16	0.16	0.33	0.08	0.08	0.45-0.50
		Desacoplador en una vía	Segundo orden	3	0.67	0.27	0.27	0.67	0.13	0.13	0.35-0.60
		Decentralizado	Segundo orden	3	0.67	0.27	0.27	0.67	0.13	0.13	0.40-0.70
Figura 5.6	D	Desacoplador en una vía	Primer orden	-	2.00	0.20	0.20	2.00	0.10	0.10	0.50
Figura 5.7	D, retraso en medición	Desacoplador en una vía, lazo primario (5.28a)	Primer orden	-	2.00	0.40	0.40	0.40	0.03	0.13	1.20
	D, retraso en medición	Desacoplador en una vía, lazo primario (5.28b)	Primer orden	-	2.00	0.40	0.40	-	0.03	0.11	0.80-1.00

Tabla 5.1 Ganancias y tiempos de respuesta para los diferentes controladores

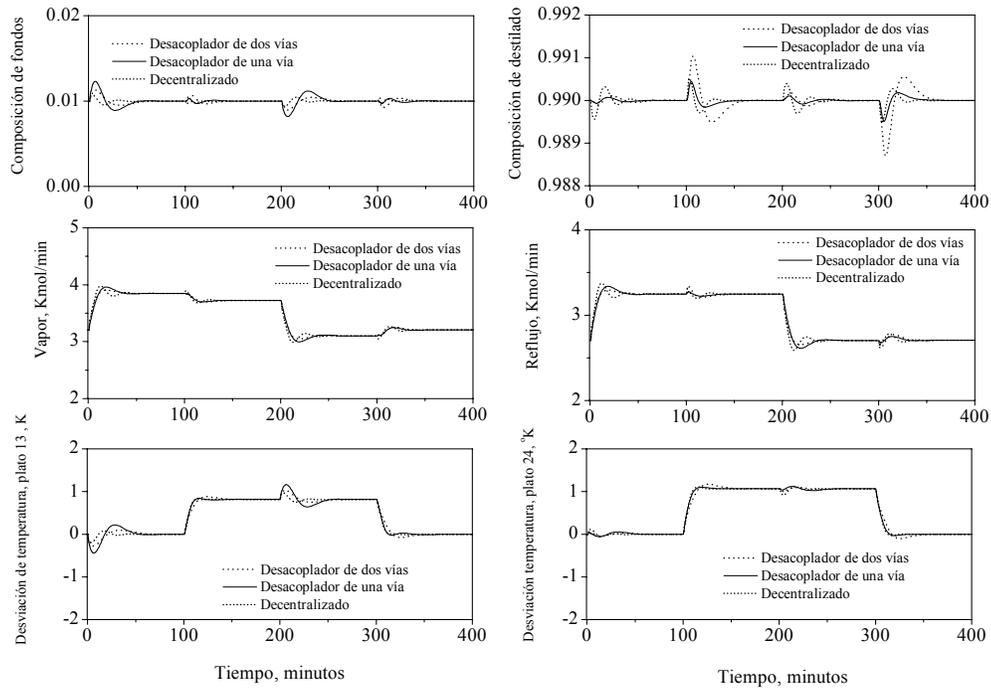


Figura 5.2. Respuesta a lazo cerrado de la columna A con los tres controles cascada propuestos

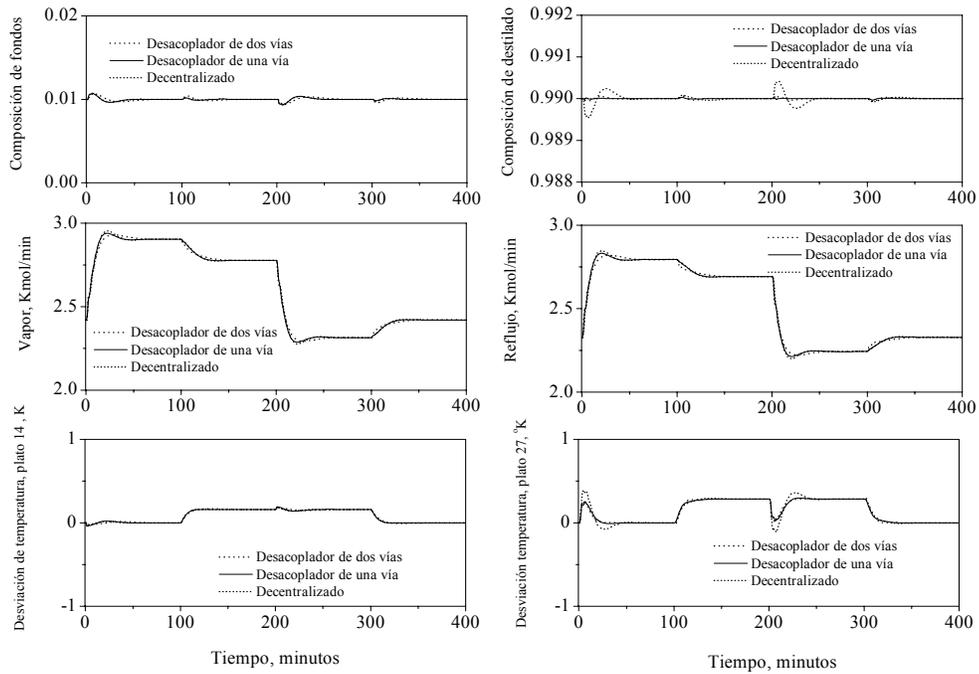


Figura 5.3. Respuesta a lazo cerrado de la columna B con los tres controles cascada propuestos

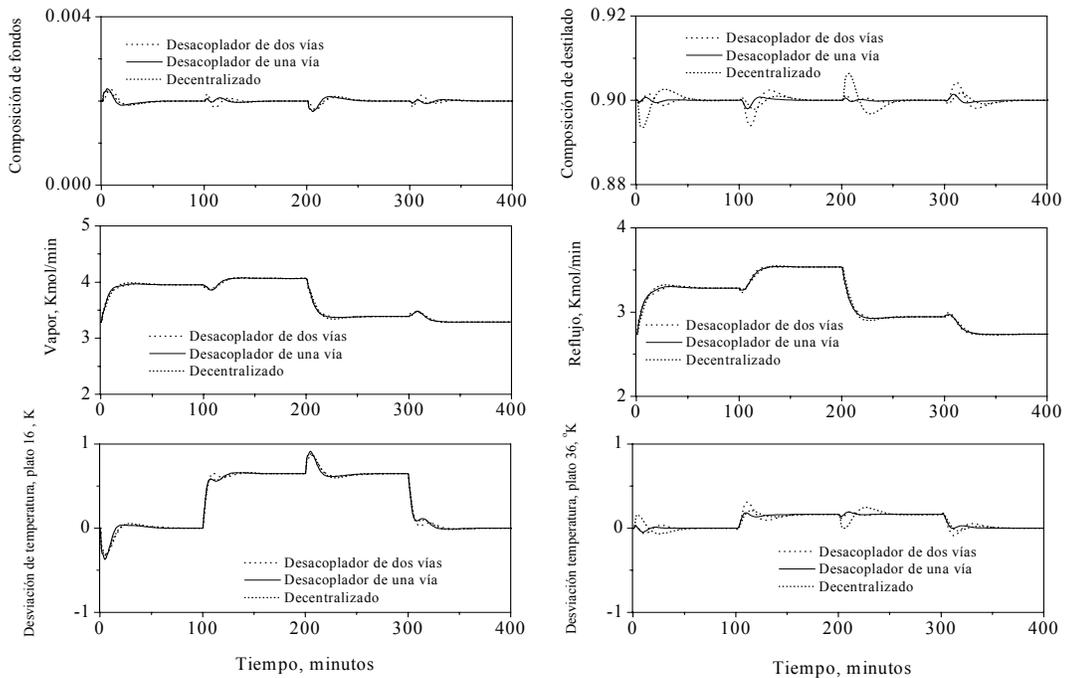


Figura 5.4. Respuesta a lazo cerrado de la columna C con los tres controles cascada propuestos

5.5.2 Ruido en las mediciones y error de actuador.

El efecto de ruido en las mediciones y errores de actuador se muestra en esta ocasión para la columna A, que fue sujeta a la secuencia previa de perturbaciones, ahora en intervalos de 200 minutos. Sea $u_c = (u_1^c, u_2^c)'$ el valor calculado para el controlador, y que sea $u = (u_1, u_2)'$ el control real aplicado al proceso, de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$u_1 = u_1^c(1 + v_1^c), \quad u_2 = u_2^c(1 + v_2^c), \quad v_1^c = -v_2^c = 0.2 \quad (5.21)$$

donde v es el vector de error, y $v_2 = -v_1$ proporciona la peor combinación de errores de actuador (Skogestad 1997). Las mediciones de temperatura y composición fueron alteradas con secuencias de ruido blanco, con desviación estándar de $0.05 \text{ }^\circ\text{K}$ y de 0.0001 , respectivamente, inyectadas a intervalos de 0.25 minutos. El comportamiento correspondiente se muestra en la Figura 5.5. Al comparar con la Figura 5.2, se observa que el desempeño no se ve degradado muy seriamente, es decir, el tiempo de respuesta aumenta en un 30-40 %. La estructura desacoplante en una vía es la que muestra el mejor desempeño, seguida muy de cerca por la descentralizada; la estructura desacoplante en dos vías muestra excesiva propagación de error, lo que provoca sintonizaciones mas conservadoras y con ello respuestas más degradadas.

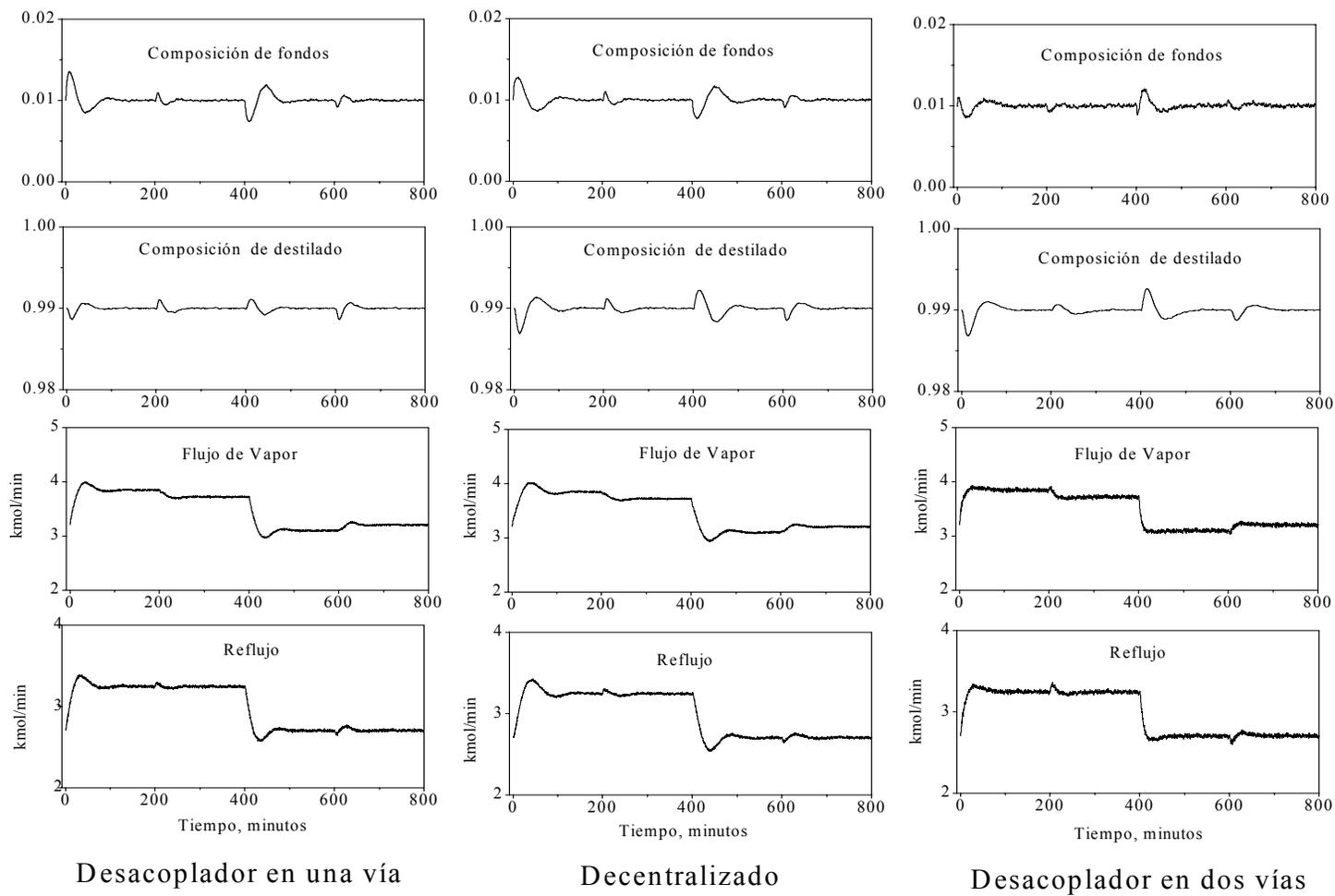


Figura 5.5. Respuesta a lazo cerrado de la columna A con los tres controles cascada propuestos ante una secuencia de perturbaciones en escalón en flujo y composición de alimento en presencia de ruido y errores de actuador

5.5.3 Comparación con el esquema de control con mediciones de composición.

En la Sección 5.3.4 se mencionó que la presencia del lazo secundario ayuda a mejorar la respuesta transitoria de la columna, al evitar que el perfil de composiciones se vea afectado seriamente en presencia de perturbaciones. Para demostrar esto, la columna D, se somete a la misma secuencia de perturbaciones previa, a intervalos de 120 minutos, y se compara el desempeño obtenido con el controlador cascada (lazo secundario desacoplante en una vía) con un controlador de composición diseñado bajo los lineamientos del Capítulo 3 [con ganancias $(\omega_o, \omega_B, \omega_N) = (2, 0.2, 0.10) \text{ min}^{-1}$]. Las respuestas de ambos controladores se muestran en la Figura 5.6, donde se puede ver que el controlador cascada regula ambos efluentes en aproximadamente 40-60 min (es decir, $1/3$ a $1/2$ tiempos de asentamiento), con desviaciones menores que su contraparte con mediciones de composición.

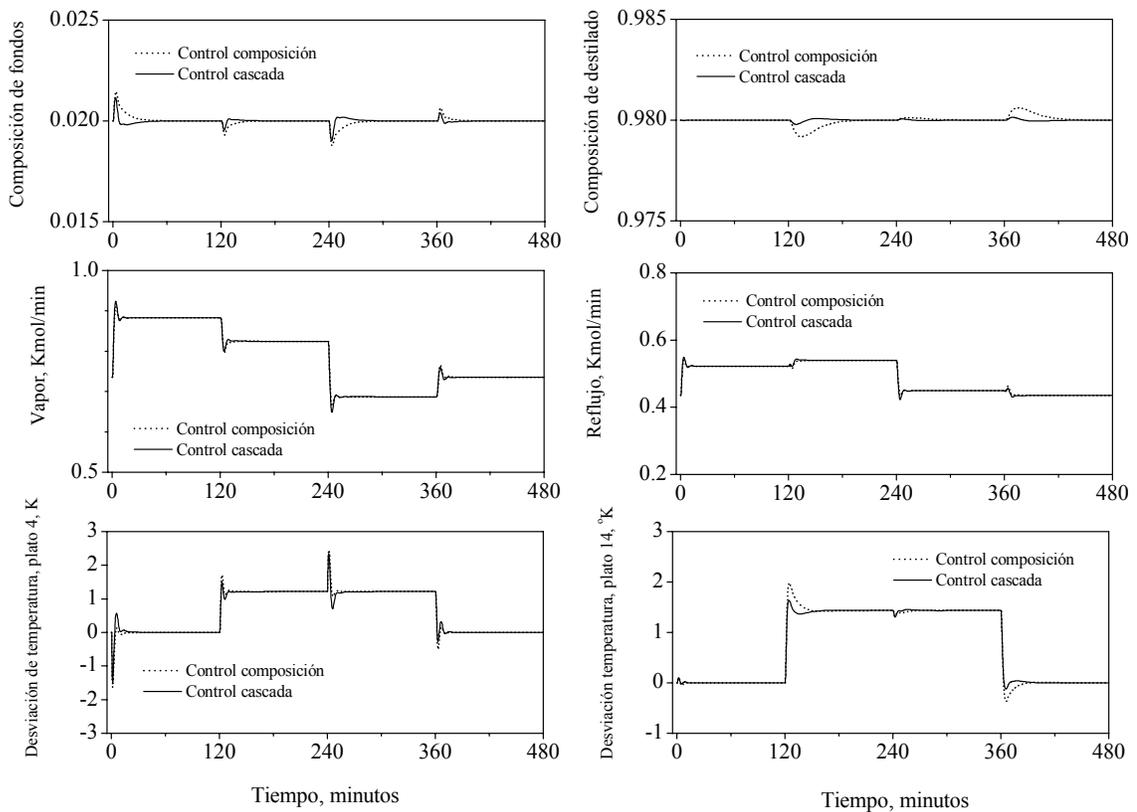


Figura 5.6. Comparación de respuestas entre el controlador cascada propuesto y un controlador de composición ante una secuencia de perturbaciones en escalón en flujo y composición de alimento.

5.5.4 Tiempo muerto en las mediciones de composición

Para probar el desempeño del esquema cascada en presencia de tiempos muertos en las mediciones de composición, la columna D con el controlador cascada con estructura desacoplante en una vía se sometió a la secuencia previa de perturbaciones, con los errores de actuador (5.21) y tiempos muertos en las mediciones de composición de 1 minuto. Como se señaló en la Sección 5.4.3, en este caso se puede implementar el control cascada de dos formas diferentes, de acuerdo a las Ec. (5.14) o (5.17). Las respuestas se muestran en la Figura 5.7, donde se incluyó el controlador de composición del Capítulo 3 [con ganancias $(\omega_o, \omega_B, \omega_N) = (0.40, 0.027, 0.027) \text{ min}^{-1}$]. El controlador cascada (5.17) muestra esfuerzos de control más suaves que su contraparte (5.14), y regula más efectivamente la calidad de los productos, sobre todo en presencia de perturbaciones en flujo de alimentación (en $T=0$ y $t=240$ min).

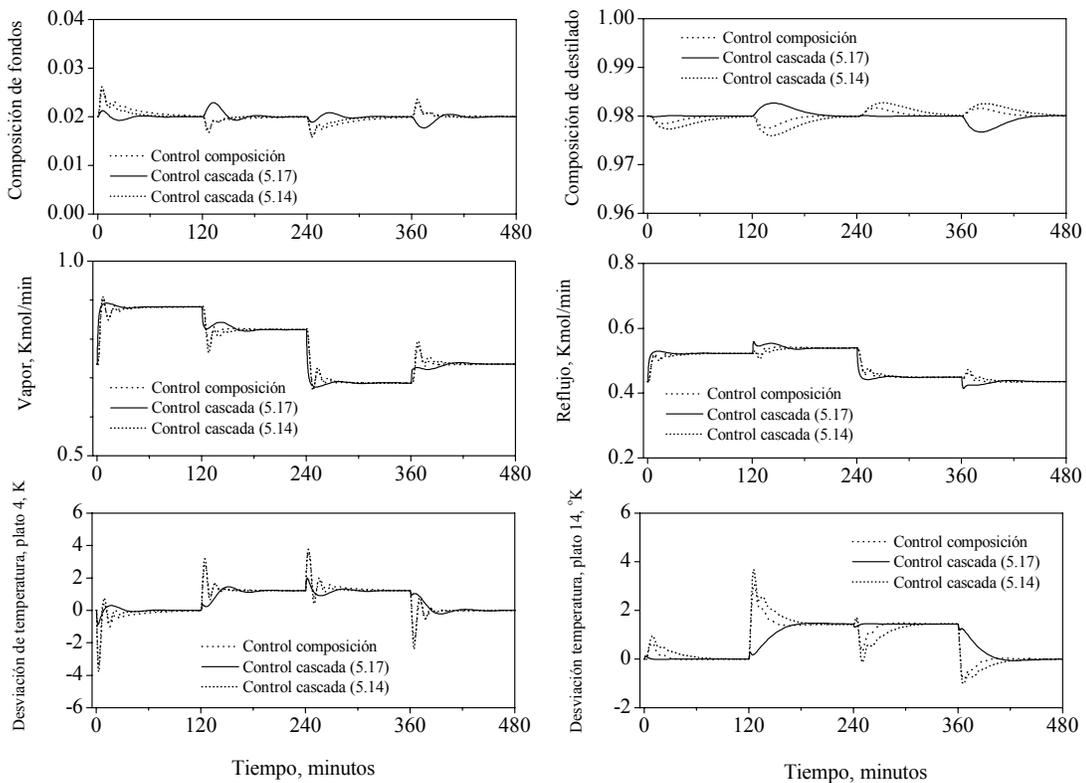


Figura 5.7. Comparación de respuestas entre el controlador cascada propuesto y uno de composición, en presencia de retraso en las mediciones de composición

Columna	Autor	Tipo	Dinámica de acumulados	Tiempo de recuperación *
Columna A	Shin y col.(2000)	No lineal: Secundario: posición de los frentes de onda, en cascada con dos lazos primarios convencionales; observador con mediciones de temperatura	No	0.25-0.40
	Han & Park (1993)	No lineal; secundario: posición de los frentes de onda en cascada con dos lazos primarios convencionales	No	0.20-0.30
	Wolff & Skogestad (1996)	Lineal, lazo secundario P, lazo primario PID, Sintonización que minimiza interacción	Si	1
	Control propuesto (desac. en una vía)	Lineal, lazo secundario PI (desacoplador de una vía), primario PI descentralizado	Si	0.35-0.40
Columna A con ruido	Control propuesto (desac. en una vía)	Lineal, lazo secundario PI (desacoplador de una vía), primario PI descentralizado	Si	0.35-0.60
Columna B	Control propuesto (desac. en una vía)	Lineal, lazo secundario PI (desacoplador de una vía), primario PI descentralizado	Si	0.60-0.70
Columna C	Control propuesto (desac. en una vía)	Lineal, lazo secundario PI (desacoplador de una vía), primario PI descentralizado	Si	0.60-0.70
Columna D	Control propuesto (desac. en una vía)	Lineal, lazo secundario PI (desacoplador de una vía), primario PI descentralizado	Si	0.5
Columna D, retraso en mediciones	Control propuesto (desac. en una vía, primario 5.28b)	Lineal, lazo secundario PI (desacoplador de una vía), primario Integral puro descentralizado	Si	0.8-1.2
Otras columnas	Alvarez-Ramírez y col. (2002)	Lineal, lazos descentralizados, primario (I), y secundario PI	Si	1-2
	Monroy-Loperena y col. (2002)**	Lineal, primario (I), y secundario PI	Si	0.7-0.8

Tabla 5.2. Comparación entre el control cascada propuesto y los controles existentes

* Medido en tiempos de asentamiento (a lazo abierto) ver Apéndice B

** Para fines de comparación: este autor sólo incluye un lazo de control en cascada

5.6 Conclusiones

Se ha presentado una metodología para la construcción de controladores cascada a dos puntos para columnas de destilación binarias, a partir de la combinación de los controladores basados en mediciones de composición y de temperatura desarrollados previamente. La metodología incluye: (i) un lazo de control secundario con estructura ajustable, (ii) un lazo de control primario descentralizado, (iii) una implementación que requiere sólo seis parámetros de estado estacionario, que son las pendientes de las dos líneas operantes, los cocientes entre los gradientes de temperatura y los líquidos retenidos en los platos de control en cada sección de la columna, y los cocientes entre los gradientes de composición logarítmicos y los líquidos retenidos en el rehervidor y el plato superior de la columna, y (iv) un esquema de sintonización simple derivado de un análisis de estabilidad. Se identificó el rol limitante de la hidráulica y del grado de separación, así como la interrelación entre tasa de reconstrucción, ganancias y estructura elegida.

El controlador cascada propuesto tiene un comportamiento superior al de los controles cascada existentes, y que es tolerante a errores de actuador, fallas de sensor, ruido y tiempo muerto en las mediciones y errores de actuador.

5.7 Reconocimiento

Partes del material presentado en este capítulo se utilizaron en la elaboración de los siguientes artículos:

- Castellanos-Sahagún, E., Alvarez, J. Two-point Cascade Control of Binary Distillation Columns. *Proc. American Control Conf. 2003, Denver, CO., June 4-6, 2003*, pp. 373-378 (2003).
- Castellanos-Sahagún, E., Alvarez, J. Decentralized Cascade Control of Binary Distillation Columns. *Proc. of the American Control Conference 2004, Boston, MS, June 29-July 1, 2004*, pp. 3556-3561 (2004).
- Castellanos-Sahagún, E, Alvarez, J. An Adaptive Cascade Multivariable Control for a Class of Binary Distillation Columns. Sometido a revisión en: *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* (2005b).

5.8 Nomenclatura

Símbolos

\bar{A}_c, \bar{A}_T Matrices de interacción

A_c, A_T Aproximaciones no singular de \bar{A}_c, \bar{A}_T

B	Fondos
b	Entrada exógena sintética
c_F	Composición de alimento
c_i	Fracción molar de componente volátil en el plato i-ésimo
D	Destilado
d	Vector de perturbaciones exógenas en coordenadas de desviación
F	Tasa de alimentación
$E(c_i)$	Función de equilibrio líquido-vapor
K	Matriz de ganancias
$L(m_i)$	Función hidráulica
m_i	Líquido retenido en el plato i-ésimo
N	Número de platos
p_s	Pendiente línea operante (sección agotadora)
p_e	Pendiente línea operante (sección enriquecedora)
R	Reflujo
u	Vector de entradas manipulables en coordenadas de desviación
V	Flujo de vapor
x_c	Vector de composiciones logarítmicas en coordenadas de desviación
x_T	Vector de temperaturas medidas en coordenadas de desviación
x_i	Vector de composiciones internas en coordenadas de desviación
y_c	Mediciones de composición logarítmica en coordenadas de desviación
y_T	Mediciones de temperatura en coordenadas de desviación
z	Vector de líquidos retenidos en coordenadas de desviación
δ	Vector de entradas exógenas
δ_{i,n_F}	Delta de Kronecker
Δ^+	Operador diferencia hacia adelante
Δ^-	Operador diferencia hacia atrás
λ	Frecuencia característica
μ	Entradas de control sintéticas
Π	Medida del grado de pureza
Π_T	Medida del grado de sensibilidad de las mediciones de temperatura

τ_a	Tiempo de asentamiento de la columna a lazo abierto
τ_h	Constante de tiempo de plato
τ_I	Tiempo integral
τ_L	Tiempo de asentamiento de la hidráulica
v	Vector de entradas manipulables
ψ_c	Medición de composición logarítmica
ψ_T	Medición de temperatura
ω	Ganancia

Subíndices

B (ó 0)	Fondos
c	Controlador
D	Destilado
e	Plato de control, sección enriquecedora
F	Alimento
I	Dinámica interna
N	Plato N-ésimo
o	Observador
OL	Lazo abierto (siglas en inglés)
s	Plato de control, sección agotadora
x	Dinámica de composición
z	Hidráulica

Superíndices

*	Setpoint dinámico de temperatura
---	----------------------------------

Capítulo 6

Conclusiones y trabajo a futuro

En esta tesis se presentó una metodología para diseñar controladores lineales multivariables para una clase de columnas de destilación binarias, basados en mediciones de temperatura, composición o ambas. La combinación de nociones de control constructivo, control retroalimentado y prealimentado y reconstrucción del error de modelo con observadores permite diseñar controladores lineales que consisten de desacopladores estáticos con estructura ajustable combinados con controladores proporcionales integrales convencionales. La construcción de los controladores propuestos requiere menos datos de estado estacionario del proceso en comparación con los esquemas de control avanzado (p. ej., controladores geométricos o control en modelo predictivo), o esquemas convencionales.

Se estableció un criterio para la elección de la estructura (decentralizada, o desacoplante en una o dos vías), así como la localización de las mediciones de temperatura, aplicable para el diseño de controles de temperatura a dos puntos (Capítulo 4) y controles cascada (Capítulo 5).

La valoración de la estabilidad a lazo cerrado produce reglas de sintonización simples, mostrando la manera en que la presencia de la dinámica de alta frecuencia (hidráulica) impone cotas superiores para las ganancias de los controladores. Esto lleva a la sistematización de la sintonización de controladores para esta clase de procesos, que es considerada una tarea difícil. Estos resultados también permiten poner en perspectiva los controladores propuestos con los esquemas de control lineales y no lineales existentes.

Los esquemas propuestos se probaron mediante simulaciones numéricas en presencia de perturbaciones en flujo y composición de alimento, errores de actuador, ruido y retraso o tiempo muerto en las mediciones, en un espectro amplio de columnas, mostrando desempeños similares o mejores a los obtenidos con otras técnicas de control convencionales y avanzadas.

Entre los temas que pueden estudiarse a futuro pueden mencionarse los siguientes:

- (i) La aplicación de las técnicas desarrolladas para los casos en que las mediciones de composición sufren tiempos muertos largos, o son discretas y retardadas.
- (ii) El estudio de configuraciones de control diferentes a la usada en esta tesis, y la interrelación entre ellas, al estilo de los trabajos de Häggblom y Waller (1992).
- (iii) El estudio del problema de control de columnas de destilación, ahora incluyendo los lazos de control nivel (es decir, un problema de control con cuatro entradas y cuatro salidas).
- (iv) La aplicación de las ideas presentadas en esta tesis a otras clases de columnas, por ejemplo, las que tienen múltiples alimentos y/o efluentes laterales.

Apéndice A: Nociones de estabilidad

En este Apéndice se presentan las nociones usadas para analizar la estabilidad de la columna de destilación con los controladores propuestos. Se presenta como resultados principales los Lemas A.1 y A.2 y se incluye su prueba.

A.1 Continuidad de Lipschitz

Se dice que una función $f(t, x)$ satisface una *condición de Lipschitz* con respecto a x en una vecindad del punto (t_0, x_0) si existe una constante $L > 0$ tal que:

$$\|f(t, x) - f(t, y)\| \leq L\|x - y\| \quad (\text{A.1})$$

para puntos $(t, x), (t, y)$ cercanos a (t_0, x_0) , donde $\|(\cdot)\|$ denota cualquier norma de (\cdot) . En esta tesis se utiliza la norma euclidiana. Si $f(t, x)$ satisface la condición de Lipschitz, se dice que es continua de Lipschitz, y a L se le llama constante de Lipschitz (Coddington, 1961; Khalil, 2002). En adelante, L_x^f denota el límite, conforme $(x, d) \rightarrow 0$, de la constante de Lipschitz L_x^f de la función (suave) $f(x, d)$ con respecto a x . Una función $g(z, d; u)$ con punto y coma (;) se anula con los argumentos después del punto y coma, y una función $f(x, z, d)$ sin punto y coma se anula con todos sus argumentos. Por ejemplo,

$$L_x^f = \lim_{(x,d) \rightarrow 0} L_x^f = \|[\partial_x f(x, d)]\|_{(0,0)}, \quad f(0, 0, 0) = 0, \quad g(z, d; 0) = 0$$

A.2 Definición de estabilidad

A continuación se presenta la definición de estabilidad usada en esta tesis doctoral, al estilo de la definición de estabilidad integral entrada-a-estado (Sontag, 2000). Esta definición se ha utilizado en trabajos previos sobre diseño de estimadores (Alvarez, y López, 1999; Álvarez, 2000; Hernández y Alvarez, 2003) y de controladores basados en estimadores (Alvarez, 1996; Alvarez, López y Hernández, 2000).

Se dice que el origen del sistema no lineal

$$\dot{x} = f(x) + p[x, d(t)], \quad x(0) = x_0, \quad f(0, 0) = 0$$

es localmente exponencialmente estable (LE estable), con parámetros $\{\lambda, a, b\}$, si existen constantes $\lambda, a, b > 0$, tales que las trayectorias perturbadas están acotadas de acuerdo a:

$$\|x(t)\| \leq ae^{-\lambda(t-t_0)}\|x_0\| + b \int_{t_0}^t e^{-\lambda(t-\tau)} \|d(\tau)\| d\tau \quad (\text{A.2})$$

En el texto, un sistema LE-estable se llama simplemente estable.

A.3 Estabilidad de sistemas interconectados

Ahora se retoma la condición de estabilidad para la interconexión de dos sistemas en términos de la definición de estabilidad descrita en el Apéndice A.2. Esta condición de estabilidad se obtiene mediante la aplicación del teorema converso de Lyapunov y el principio de comparación (Khalil, 2002), y se presenta en forma de Lema:

Lema A.1. Sean $\dot{x} = f(x)$ y $\dot{y} = g(y)$ dos sistemas estables, con parámetros $\{\lambda_x, a_x\}$ y $\{\lambda_y, a_y\}$, respectivamente, y además $f(x)$ y $g(y)$ sean continuas de Lipschitz. Entonces, la interconexión

$$\dot{x} = f(x) + p(x, y, d), \quad \dot{y} = g(y) + q(x, y, d), \quad (\text{A.3a,b})$$

será estable si se cumplen las siguientes desigualdades:

$$(i) \lambda_x > k_x l_x^p; \quad (ii) \lambda_y > k_y l_y^q; \quad (iii) \lambda_y > k_y l_y^q + l_r(\lambda_x)$$

donde

$$l_r(\lambda_x) = k_y l_x^q k_x l_y^p / (\lambda_x - k_x l_x^p) \quad \blacklozenge$$

Observe que si se cumple la condición (iii), automáticamente se cumplirá la condición (ii).

Prueba: Ya que las funciones p y q (Ec. A.3) son continuas de Lipschitz, se concluye que están acotadas de la siguiente manera:

$$\|p(x, y, d)\| \leq L_x^p \|x\| + L_y^p \|y\| + L_d^p \|d\|, \quad \|q(x, y, d)\| \leq L_x^q \|x\| + L_y^q \|y\| + L_d^q \|d\| \quad (\text{A.4a,b})$$

Del teorema converso de Lyapunov (Khalil, 2002), la estabilidad del sistema individual [Ec. (A.3a) con $p = 0$] implica la existencia de una función de Lyapunov $V(x)$ y de cuatro constantes positivas $c_i > 0$ tales que las siguientes desigualdades

$$c_1 \|x\|^2 \leq V(x) \leq c_2 \|x\|^2, \quad \dot{V}(x) = [\partial_x V(x)] f(x) \leq -c_3 \|x\|^2, \quad |\partial_x V(x)| \leq c_4 \|x\| \quad (\text{A.5})$$

se cumplen alrededor de $x = 0$. Tome la derivada temporal de V a lo largo de la trayectoria $x(t)$ del sistema perturbado (A.3a), sustituya la desigualdad (A.4a) y (A.1.3a), y haga el cambio de coordenadas $v = V^{1/2}$ para obtener:

$$\dot{v} \leq -\gamma_x v + [c_4/(2c_1^{1/2})] (L_y^p \|y\| + L_d^p \|d\|), \quad \gamma_x = \lambda_x - k_x L_x^p, \quad \lambda_x = c_3/(2c_1), \quad k_x = c_4/(2c_1)$$

Integrando y sustituyendo (A.5), obtenga

$$\|x(t)\| \leq a_x e^{-\gamma_x t} \|x_0\| + k_x \int_0^t e^{-\gamma_x(t-\tau)} [(L_y^p \|y(\tau)\| + L_d^p \|d(\tau)\|)] d\tau, \quad a_x = (c_2/c_1)^{1/2} \quad (\text{A.6a})$$

De manera similar, del subsistema (A.3b) y (A.5) se obtiene

$$\|y(t)\| \leq a_y e^{-\gamma_y t} \|y_0\| + k_y \int_0^t e^{-\gamma_y(t-\tau)} [(L_x^q \|x(\tau)\| + L_d^q \|d(\tau)\|)] d\tau \quad (\text{A.6b})$$

$$a_y = (d_2/d_1)^{1/2}, \quad \gamma_y = \lambda_y - k_y L_y^q, \quad k_y = d_4/(2d_1), \quad \lambda_y = d_3/(2d_1)$$

donde d_1, \dots, d_4 son las constantes de Lyapunov de las desigualdades (A.5) (con $c_i = d_i$, $v = w$) asociadas al sistema básico [Ec. (A.3) con $q = 0$]. Reescribiendo (A.6) en forma diferencial:

$$\dot{\rho} = A\rho + b\|d(t)\|, \quad \rho = (r, s)', \quad \rho(0) = \rho_0, \quad \|x(t)\| \leq r(t), \quad \|y(t)\| \leq s(t) \quad (\text{A.7})$$

$$A = \begin{bmatrix} -\gamma_x & k_x L_y^p \\ k_y L_x^q & -\gamma_y \end{bmatrix}, \quad b = (k_x L_d^p, k_y L_d^q)', \quad \rho_0 = (a_x \|x_0\|, a_y \|y_0\|)'$$

Del criterio de Hurwitz (Chen, 1984), las condiciones (i) a (iii) del Lema A.1 implican la estabilidad de la matriz A , que a su vez implica la existencia de constantes positivas a_A y λ_A , tales que se cumpla la desigualdad $\|e^{At}\| \leq a_A e^{-\lambda_A t}$. Integre (A.7), tome normas, y defina $\|(x', y')\| \leq \|\rho\|$, para obtener que las trayectorias de la interconexión (A.3) están acotadas de la siguiente manera:

$$\|x_a(t)\| \leq a_a e^{-\lambda_A(t-t_0)} \|x_{a0}\| + b_a \int_{t_0}^t e^{-\lambda_A(t-\tau)} \|d(\tau)\| d\tau, \quad x_a = (x', y)'$$

En otras palabras, si se cumplen las condiciones (i) - (ii) del Lema A.1, el sistema interconectado (A.3) es estable. ◆

Nota: Observe que al cumplirse la condición (iii) del Lema A.1, implica que se cumple la condición (ii) del mismo Lema.

Interpretación del Lema A.1. El término $k_x l_x^p$ (o $k_y l_y^q$) representa el potencial de auto-desestabilización del subsistema (A.3a) [o (A.3b)], y el término l_r representa el potencial de desestabilización por resonancia provocado por la interconexión. Si el sistema (A.3a) es individualmente estable [la condición (i) del Lema A.1 se cumple] y si además es suficientemente lento con respecto al subsistema (A.3b) (es decir, $\lambda_y \gg \lambda_x - k_x l_x^p$), la condición (ii) puede verse como una condición de estabilidad al estilo del teorema de Tikhonov para sistemas perturbados singularmente (Kokotović, 1984; Kokotović, Khalil y O'Reilly, 1986; Khalil, 2002):

$$\lambda_y > \lambda^*(\lambda_x) := k_y l_y^q + l_r(\lambda_x) \quad (\text{A.8})$$

implicando que el sistema interconectado es LE-estable si el subsistema (A.3b) es más rápido que un valor crítico λ^* , que depende de λ_x . En otras palabras, si las dinámicas de los diferentes subsistemas ocurren en escalas de tiempo diferentes suficientemente separadas (es decir, hay suficiente separación dinámica), la interconexión de esos sistemas será estable. Para estudiar la

estabilidad de la interconexión de más de dos subsistemas se estudiará primero la estabilidad de la interconexión de los dos subsistemas más rápidos, y luego la de la interconexión de ese primer sistema interconectado con el siguiente subsistema más lento, etc.

Las condiciones (i) y (ii) del Lema A.1 pueden verse desde el punto de vista del “*teorema de la ganancia pequeña*” (Isidori, 1999; Khalil, 2002), si se reescriben de la siguiente forma:

$$(i) \quad 1 > k_x l_x^p / \lambda_x; \quad (ii) \quad 1 > \kappa_x \kappa_y$$

donde

$$\kappa_x = [k_x l_x^p / (\lambda_x - k_x l_x^p)], \quad \kappa_y = [k_y l_y^q / (\lambda_y - k_y l_y^q)]$$

son constantes positivas.

A.4 Estabilidad de sistemas interconectados en cascada

Un resultado de la aplicación del Lema A.1 a una clase especial de sistemas interconectados produce el siguiente Lema:

Lema A.2. Sean $\dot{x} = f(x)$ y $\dot{y} = g(y)$ dos sistemas estables, con parámetros $\{\lambda_x, a_x\}$ y $\{\lambda_y, a_y\}$, respectivamente. Entonces, la interconexión de ambos sistemas (denotada interconexión en cascada, Vidyasagar, 2002):

$$\dot{x} = f(x), \quad \dot{y} = g(y) + q(x, y, d), \quad (A.9)$$

es estable si:

$$\lambda_y > k_y l_y^q \quad \blacklozenge$$

Prueba: Considere el sistema (A.9). De la estabilidad de los subsistemas $\dot{x} = f(x)$ y $\dot{y} = g(y)$ se tiene que $\lambda_x > 0$, $\lambda_y > 0$. Aplicando el Lema A.1, se concluye que para este sistema:

$$k_x l_x^p = 0; \quad l_r(\lambda_x) = k_x l_x^p / (\lambda_x - k_x l_x^p) = 0, \text{ ya que } l_x^p = 0, \text{ y } l_y^q = 0.$$

Por lo tanto, la condición (i) del Lema A.1 se cumple automáticamente, mientras que la condición (ii) y (iii) se cumplen si $\lambda_y > k_y l_y^q$, que es precisamente lo establecido por el Lema A.2. \blacklozenge

A.5 Comentarios adicionales

Las nociones de estabilidad usadas en este trabajo son de naturaleza local. Se eligió de esta forma para entender la interrelación entre las diferentes dinámicas y sus escalas de tiempo, ya que como lo muestran los análisis de estabilidad a lazo cerrado de los Apéndices C-E, esto permite entender la interdependencia entre la elección de los parámetros de los controladores, y las características propias de la columna de destilación, es decir, se pueden establecer guías de

sintonización a partir de un mínimo de información del sistema particular. En principio, tales análisis de estabilidad a lazo cerrado pueden extenderse al caso no local, mediante la utilización de herramientas apropiadas (Hoppensteadt, 1974).

Apéndice B. Casos de Estudio

Durante el presente estudio, que sirvió para desarrollar la metodología de diseño para tres clases de controladores, a saber, los basados en mediciones de composición (Capítulo 3), mediciones de temperatura (Capítulo 4), y combinaciones de las dos clases de mediciones (control en cascada, Capítulo 5), se estudiaron cinco columnas, cuyas características se resumen en la Tabla B.1. Las frecuencias características de las dinámicas de composición e hidráulica se aproximaron con las ecuaciones (2.12).

Columna	Columna A [Skogestad & Lundström, 1990]	Columna B [Skogestad & Lundström, 1990]	Columna C [Skogestad & Lundström, 1990]	Columna D	Columna E	Columna F
Sistema	Volatilidad relativa constante: $\alpha = 1.5$	Volatilidad relativa constante: $\alpha = 1.5$	Volatilidad relativa constante: $\alpha = 1.5$	Benceno-tolueno	Benceno-tolueno	Metanol-agua
Modelo termodinámico	Ley de Raoult [presión vapor deShin y col., 2000]	Ley de Raoult [presión vapor deShin y col., 2000]	Ley de Raoult [presión vapor deShin y col., 2000]	Ley de Raoult [presión vapor de Patel y col., 1976]	Ley de Raoult [presión vapor de Patel y col., 1976]	Ec. De Wilson (Walas, 1985; P vapor de Patel y col., 1976)
Presión, atm	1	1	1	1	1	1
Composición de alimento, c_F	0.5	0.1	0.5	0.5	0.5	0.5
Composición de destilado c_D	0.99	0.99	0.9	0.98	0.99	0.99
Composición de fondos, c_B	0.01	0.01	0.002	0.02	0.01	0.01
Plato de alimentación n_F , (contando desde abajo)	20	20	20	10	10	3
N = Número de platos(sin incluir rehervidor y tanque de condensados)	39	39	39	18	18	12
F, Kmol/min	1	1	1	0.60	1.32	0.6
V/F	3.206	2.421	3.292	1.226	1.365	1.127
R/F	2.706	2.329	2.737	0.726	0.865	0.670
Acumulado en condensador, Kmol	0.5	0.5	0.5	10.0	32.0	10.0
Acumulado en rehervidor, Kmol	0.5	0.5	0.5	10.0	41.6	10.0
Tiempo de residencia del condensador, min	0.16	0.21	0.15	13.59	17.8	14.79
Tiempo de residencia del rehervidor, min	0.13	0.15	0.13	9.66	16.9	9.98
Acumulado de plato, Kmol	0.5	0.5	0.5	0.13	4.0	0.15
Constante de tiempo de plato, min	0.063	0.073	0.063	Secc. agotadora 0.367 Secc. enriquecedora. 0.055	0.10	Secc. agotadora 0.367 Secc. enriquecedora. 0.055
Tiempo de asentamiento a lazo abierto, min	200	100	100	120	1620	160
Tiempo de asentamiento de hidráulica, min	2.46	2.86	2.44	0.8	1.80	0.60
Frecuencia característica a lazo abierto, 1/min	0.02	0.04	0.04	0.0333	0.0025	0.0250
Frecuencia característica de la hidráulica, 1/min	1.626	1.399	1.639	5.000	2.222	6.667

Tabla B.1 Datos de estado estacionario para las diferentes columnas estudiadas

Apéndice C: Análisis de estabilidad para el control de composición del Capítulo 3

En este Apéndice se prueban las Proposiciones 3.1 y 3.2, mediante la aplicación de los Lemas A.1 y A.2. En la Sección C.1 se muestra el cambio de coordenadas usado para reescribir la columna de destilación en forma perturbada singularmente, representación que se usa para las pruebas de estabilidad. En la Sección C.2 se muestra la dinámica de la columna de destilación, Ec. (3.1) con el control no lineal FF-SF Ec. (3.12), y se prueba la Proposición 3.1. En la Sección C.3 se muestra la dinámica de la columna de destilación, Ec. (3.1) con el control lineal por retroalimentación de mediciones, Ec. (3.23), y se prueba la Proposición 3.2. En esta sección también se muestra como el desempeño obtenido con el control (3.23) recupera el comportamiento del control no lineal FF-SF (3.12).

C.1 Forma perturbada singularmente

Considere el cambio de coordenadas de la Sección 3.3.1, que en notación detallada es el siguiente:

$$\begin{aligned} x &= (x'_c, x'_i)', & x_c &= h(c_c) - h(\bar{c}_c), & x_i &= c_i - \bar{c}_i, & z &= m - \alpha(d, u) & (C.1) \\ y &= \psi - \bar{\psi}, & d &= \delta - \bar{\delta}, & u &= v - \bar{v} \\ c_c &= (c_0, c_N)', & c_i &= (c_1, \dots, c_{N-1}, c_{N+1})', & \alpha(d, u) &= G(d + \bar{\delta}, u + \bar{v}) \end{aligned}$$

donde $\alpha(d, u)$ es la única raíz de (2.8), y está dada por las Ec. (2.9c), y exprese la columna de destilación (3.1) en la forma perturbada singularmente (véase Apéndice A):

$$\dot{x} = f(x, d, u) + \rho(x, d, u; z), \quad y = x_c \quad x = (x'_c, x'_i)' \quad (C.2a-c)$$

$$\dot{z} = g(d, u; z) + \rho_z(d, u; \dot{d}, \dot{u}) \quad (C.2d)$$

donde las funciones no lineales f, g, ρ, ρ_z están dadas por:

$$(c'_c, c'_i)' = \Phi(x); \quad \Phi(x) = \{h_c^{-1}[h(\bar{c}_c) + x_c]'; [\bar{c}_i + x_i]'\}'$$

$$\varphi(x, m, d, u) = F_c[\Phi(x), m, d + \bar{\delta}, u + \bar{v}], \quad g(d, u; z) = F_m[z + \alpha(d, u), d + \bar{\delta}, u + \bar{v}]$$

$$f(x, d, u) = \varphi[x, \alpha(d, u), d, u], \quad f = (f'_c, f'_i)'$$

$$\rho(x, d, u; z) = \varphi[x, z + \alpha(d, u), d, u] - \varphi[x, \alpha(d, u), d, u], \quad \rho = (\rho'_c, \rho'_i)'$$

$$\rho_z(d, u; \dot{d}, \dot{u}) = -[\partial_d \alpha(d, u)]\dot{d} - [\partial_u \alpha(d, u)]\dot{u}$$

y las funciones F_c y F_m están dadas por las Ec. (2.1). Estas funciones se anulan de la siguiente manera:

$$f(0, 0, 0) = 0, \quad \rho(x, d, u; 0) = 0, \quad g(d, u; 0) = 0, \quad \rho_z(d, u; 0, 0) = 0$$

donde se ha usado la siguiente convención; una función $f(x, d, u)$ se anula cuando todos sus argumentos son cero, y una función $g(d, u; z)$ se anula cuando el argumento después del punto y coma es cero. Las dinámicas reducida (o lenta) y de capa límite (o rápida) son:

$$\dot{x} = f(x, d, u), \quad y = x_c \quad x(t) \xrightarrow{\lambda_{OL}} 0 \quad (C.3a)$$

$$\dot{z} = g(d, u; z), \quad z(t) \xrightarrow{\lambda_z} 0, \quad \lambda_z > \lambda_{OL} \quad (C.3b)$$

donde $\xrightarrow{\lambda} 0$ significa “se aproxima a cero con tasa exponencial λ ”, y el par $(\lambda_z, \lambda_{OL})$ denota las tasas de decaimiento exponencial de la hidráulica y de la dinámica de composiciones.

C.2 Estabilidad de la columna con el controlador FF-SF (3.12)

La columna de destilación (C.2) con el controlador (3.12) produce el siguiente sistema:

$$\dot{x} = \phi_x(x, d) + p(x, d; z); \quad \dot{z} = \theta(x, d; z) + p_z(x, z, d, \dot{d}) \quad (C.4a-b)$$

donde

$$\phi_x(x, d) = \{[-K_c x_c]; f_1[x, d, \eta(x, d)]\}'; \quad p(x, d; z) = \rho[x, d, \eta(x, d); z]; \quad p = (p_c', p_i)';$$

$$\theta(x, d; z) = g[d, \eta(x, d); z]; \quad p_z(x, z, d, \dot{d}) = \rho_z[d, \eta(x, d); \dot{d}, p_u(x, z, d, \dot{d})];$$

$$\dot{u} = p_u(x, z, d, \dot{d}) =$$

$$- [(\partial f_c / \partial u)^{-1}] \{K_c [-K_c x_c + p_c(x, d; z)] + (\partial f_c / \partial x)[\phi_x(x, d) + p(x, d; z)] + (\partial f_c / \partial d)\dot{d}\}$$

$$p_y(d; \chi) = p_c(x, d; z)$$

La dinámica cuasi-LNPA de las salidas está dada por:

$$\dot{y} = -K_c y + p_c(x, d; z) \quad (C.5)$$

Los subsistemas lento y rápido asociados a la dinámica (C.3) están dados por:

$$\dot{x} = \phi_x(x, d); \quad x(t) \xrightarrow{\lambda_x} 0, \quad \lambda_x \approx \min(\omega_c, \lambda_1), \quad (C.6a)$$

$$\dot{z} = \theta(x, d; z) \quad z(t) \xrightarrow{\lambda_z} 0 \quad (C.6b)$$

donde λ_x (o λ_z) es la frecuencia dominante del sistema lento (C.6a) [resp., del sistema rápido (C.6b)], y λ_1 es la tasa de convergencia de la dinámica interna x_I , que es similar a la frecuencia característica de la columna a lazo abierto, $\lambda_1 \approx \lambda_{OL}$ (véase Sección 2.4). El sistema (C.6a) es

estable, con parámetros $\{\lambda_x, a_x\}$, por el Lema A.2, es decir, se tiene una interconexión en cascada de dos sistemas estables, que se sigue de la estabilidad de la dinámica cero descrita en la Sección 3.3.2. La aplicación del Lema A.1 (Apéndice A) al sistema (C.4) produce las condiciones de estabilidad de la Proposición 3.1, cuya prueba se muestra a continuación:

Prueba de la Proposición 3.1. Invoque la propiedad de estabilidad individual de los subsistemas lento (C.6a) y rápido (C.6b), con sus conjuntos de parámetros $\{\lambda_x, a_x\}$ y $\{\lambda_z, a_z\}$, respectivamente. La condición (i) del Lema A.1 se cumple automáticamente, ya que $p(x, d; z)$ se anula sólo cuando $z = 0$, es decir $l_x^p = 0$. Debido a que si se cumple la condición (iii) del Lema A.1 también se cumple la condición (ii), sólo se estudia la primera de ellas, que se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\lambda_z > k_z l_z^p + k_z l_x^p k_x l_z^p / \lambda_x := \lambda_z^* \quad (\text{C.7a})$$

que garantiza la estabilidad del sistema (C.4) con su respectivo conjunto de parámetros $\{\lambda_x, a_x\}$, donde $\lambda_x \approx \min(\lambda_x, \lambda_z)$. Para determinar las constantes de Lipschitz, se requiere la función p_z en notación detallada:

$$p_z(x, z, d, \dot{d}) = -(\partial\alpha/\partial d)\dot{d} + (\partial\alpha/\partial u) [(\partial f_c/\partial u)^{-1}] \{K_c [-K_c x_c + p_c(x, d; z)] + (\partial f_c/\partial x)[\phi_x(x, d) + p(x, d; z)] + (\partial f_c/\partial d)\dot{d}\}$$

En el punto de operación, $\|(\partial f_c/\partial u)^{-1}\| = \|\bar{A}_c^{-1}\| = 1/[\text{msv}(\bar{A}_c)] := \Pi$ (donde msv es el valor singular mínimo de la matriz \bar{A}_c), que puede verse como una medida del grado de separación de la columna. Entonces la constante de Lipschitz l_x^p (resp. l_z^p) crece con Π , ω_c y ω_c^2 (resp., Π y ω_c), mientras que l_z^p no depende de estos argumentos. Entonces la cota mínima λ_z^* crece con la medida de separación Π , y con la ganancia del controlador ω_c . Dado que Π y λ_z están fijos para una separación dada, hay un valor máximo de ω_c con el que la desigualdad (C.7) ya no se cumple, que depende de los parámetros $(\lambda_z, \lambda_l, \Pi)$, denotado como $\omega_c^* = \gamma_c^*(\lambda_z, \lambda_l, \Pi)$. Simbólicamente esta condición se puede reescribir de la siguiente manera:

$$0 < \omega_c < \omega_c^* = \gamma_c^*(\lambda_z, \lambda_l, \Pi) \quad (\text{C.7b})$$

que es la condición (3.13) de la Proposición 3.1. Por lo tanto, si se escogen las ganancias del controlador de manera que la condición (3.13) [ó (C.7)] sea satisfecha, entonces el sistema (C.4), correspondiente a la columna (2.1) con el controlador (3.12) será estable. Esto significa que la

hidráulica y el grado de separación imponen una cota superior sobre las ganancias del controlador. ♦

En notación compacta, la dinámica (C.4) está dada por:

$$\dot{\chi} = \phi(\chi, d, \dot{d}), \quad \chi(t) \xrightarrow{\lambda_\chi} 0, \quad \chi = (x', z)'$$
 (C.8)

$$\phi(\chi, d, \dot{d}) = \{[\phi_x(x, d) + p(x, d; z)]', [\theta(x, d; z) + p_z(x, z, d, \dot{d})]'\}'$$

C.3 Estabilidad de la columna con el control lineal de composición propuesto, Ec. (3.23)

La aplicación del controlador lineal basado en mediciones de composición, Ec. (3.23) [ó (3.24)] a la columna de destilación (C.2) [ó Ec. (3.1)] produce la siguiente dinámica:

$$\dot{\chi} = \phi(\chi, d, \dot{d}) + q(\chi, d, \dot{d}; e), \quad \chi = (x', z)'$$
 (C.9a)

$$\dot{e} = -K_o e + q_e(\chi, e, d, \dot{d}), \quad e = \hat{b} - b$$
 (C.9b)

donde:

$$u = \eta(x, d) - A_c^{-1}e; \quad \dot{u} = q_u(\chi, e, d, \dot{d}) = p_u(x, z, d, \dot{d}) - A_c^{-1}\dot{e}$$

$$q(\chi, d, \dot{d}; e) = \{[q_x(\chi, d; e) + r_x(\chi, d; e)]', [q_z(\chi, d; e) + r_z(\chi, d, \dot{d}; e)]'\}'$$

$$q_x(\chi, d; e) = f[x, d, \eta(x, d) - A_c^{-1}e] - f[x, d, \eta(x, d)]; \quad q_x = (q'_c, q'_l)';$$

$$r_x(\chi, d; e) = \rho[x, d, \eta(x, d) - A_c^{-1}e; z] - \rho[x, d, \eta(x, d); z], \quad r_x = (r'_c, r'_l)'$$

$$q_z(\chi, d; e) = g[d, \eta(x, d) - A_c^{-1}e; z] - g[d, \eta(x, d); z]; \quad K_o = \text{diag} \{ \omega_o, \omega_o \}$$

$$r_z(\chi, d, \dot{d}; e) = \rho_z \{ d, \eta(x, d) - A_c^{-1}e; \dot{d}, p_u(x, z, d, \dot{d}) - A_c^{-1}\dot{e} \}$$

$$- \rho_z [d, \eta(x, d); \dot{d}, p_u(x, z, d, \dot{d})]$$

$$q_e(\chi, e, d, \dot{d}) = - \{ (\partial f / \partial x) [\phi_x(x, d) + p(x, d; z) + q_x(\chi, d; e) + r_x(\chi, d; e)] + (\partial f / \partial d) \dot{d} \} + \\ - [(\partial f / \partial u) - A_c] A_c^{-1} \{ -K_c [-K_c x_c + p_c(x, d; z) + q_c(\chi, d; e) + r_c(\chi, d; e)] + K_o e \}$$

$$q_y(\chi, d; e) = q_c(\chi, d; e) + r_c(\chi, d; e); \quad p_y(d; \chi) = p_c(x, d; z)$$

con la siguiente dinámica cuasi-LNPA para las salidas:

$$\dot{y} = -K_c y + p_y(d; \chi) + q_y(\chi, d; e),$$
 (C.10)

Los subsistemas lento (C.11a) y rápido (C.11b) asociados a la dinámica a lazo cerrado (C.9) están dados por:

$$\dot{\chi} = \phi(\chi, d, \dot{d}), \quad \chi(t) \xrightarrow{\lambda_\chi} 0,$$
 (C.11a)

$$\dot{e} = -K_o e \quad e(t) \xrightarrow{\omega_o} 0,$$
 (C.11b)

donde (C.11a) es justamente el subsistema (C.8), correspondiente a la dinámica estable (con tasa exponencial λ_χ) de la columna de destilación con el controlador FF-SF (3.12), y (C.11b) es la dinámica nominal del error de estimación (e), con tasa ajustable de convergencia exponencial ω_o . Cuando el error de estimación es cero, el sistema (C.9a) y la dinámica de las salidas (C.10) corresponde a las dadas por (C.8) y (C.5), respectivamente, que corresponden a la aplicación del controlador FF-SF (3.12). La aplicación del Lema A.1 (Apéndice A) al sistema (C.9) produce las condiciones de estabilidad de la Proposición 3.2, cuya prueba se muestra a continuación:

Prueba de la Proposición 3.2. Note que el subsistema lento (C.11a) es el mismo dado por (C.8) ó (C.4), que como se demostró en la prueba de la Proposición 3.1 (véase Apéndice C.2), es estable con parámetros $\{\lambda_\chi, a_\chi\}$ si se escogen las ganancias del controlador lo suficientemente pequeñas para que se satisfaga la desigualdad (3.13). Debido a que $q(\chi, d, \dot{d}; e)$ se anula con el error de observación, entonces la constante de Lipschitz $l_\chi^q = 0$, y por lo tanto la condición (i) del Lema A.1

$$\lambda_\chi > l_\chi^q = 0 \quad (C.12a)$$

se cumple para el sistema (C.9). Un análisis de la función q_e

$$q_e(\chi, e, d, \dot{d}) = - \{(\partial f_c / \partial x)[\phi_x(x, d) + p(x, d; z) + q_x(\chi, d; e) + r_x(\chi, d; e)] + (\partial f_c / \partial d)\dot{d}\} + \\ - [(\partial f_c / \partial u) - A_c] A_c^{-1} \{ - K_c[-K_c x_c + p_c(x, d; z) + q_c(\chi, d; e) + r_c(\chi, d; e)] + K_o e\}$$

muestra que las constantes de Lipschitz (l_e^q, l_χ^q) crecen respectivamente con $(\omega_c, \omega_o, \Pi)$ y $(\omega_c, \lambda_z, \Pi)$, mientras que l_e^q depende de los parámetros $(\omega_c, \omega_o, \Pi)$. La aplicación de las condiciones (ii) y (iii) del Lema A.1 produce las siguientes desigualdades:

$$(ii) \omega_o > k_o l_e^q; \quad (iii) \omega_o > k_o l_e^q + k_\chi l_e^q k_o l_\chi^q / \lambda_\chi$$

Por lo tanto, la desigualdad (ii) indica que la frecuencia característica del observador debe escogerse mayor que un valor mínimo denotado ω_{o*} , que es creciente con (ω_c, Π) . Simbólicamente la condición (ii) puede reexpresarse como:

$$\omega_o > \omega_{o*} := \gamma_{o*}(\omega_c, \Pi) \quad (C.12b)$$

donde γ_{o*} aumenta con ω_c y Π . Siguiendo razonamientos similares, se puede ver que la desigualdad (iii) implica que la frecuencia característica del observador debe escogerse menor que un valor máximo ω_o^*

$$\omega_o < \omega_o^* := \gamma_o^*(\lambda_z, \omega_c, \Pi) \quad (C.12c)$$

donde $\gamma_0^*(\lambda_z, \omega_c, \Pi)$ disminuye (o aumenta) con ω_c y Π (o con λ_z). La desigualdad (C.12a-c), producen las condiciones de estabilidad (3.26), siendo el sistema (C.9) estable con parámetros $\{\lambda_s \approx \lambda_\chi, a_s\}$. Con esto queda demostrada la Proposición 3.2. \blacklozenge

De la Ec. (C.9a), puede verse que cuando el error de estimación tiende a cero, la dinámica de la columna de destilación se convierte en la dinámica (C.8), es decir, el comportamiento de la columna de destilación con el control lineal (3.23) recupera el desempeño del control no lineal (3.12), con tasa exponencial $\approx \omega_0$.

Apéndice D: Análisis de estabilidad para el control de temperatura del Capítulo 4

En este Apéndice se prueban las Proposiciones 4.1 y 4.2, mediante la aplicación de los Lemas A.1 y A.2. En la Sección D.1 se muestra el cambio de coordenadas usado para reescribir la columna de destilación en forma perturbada singularmente, representación que se usa para las pruebas de estabilidad. En la Sección D.2 se muestra la dinámica de la columna de destilación, Ec. (4.1) con el control lineal FF-SF, Ec. (4.12) [ó Ec. (4.16)], y se prueba la Proposición 4.1. En la Sección D.3 se muestra la dinámica de la columna de destilación, Ec. (4.1) con el control lineal por retroalimentación de mediciones, Ec. (4.20), y se prueba la Proposición 4.2. En esta sección también se muestra como el desempeño obtenido con el control (4.20) recupera el comportamiento del control no lineal FF-SF (4.12).

D.1 Forma perturbada singularmente:

Considere el cambio de coordenadas de la Sección 4.3.1, que en notación detallada es el siguiente:

$$x = (x_T^t, x_I^t)', \quad x_T = h(c_T) - h(\bar{c}_T); \quad x_I = c_I - \bar{c}_I \quad (D.1)$$

$$h(c_T) = [\sigma(c_s), \sigma(c_e)]'; \quad z = m - \alpha(d, u)$$

$$d = \delta - \bar{\delta}, \quad u = v - \bar{v}; \quad c_T = [c_s, c_e]'; \quad c_I = (c_0, \dots, c_{s-1}, c_{s+1}, \dots, c_{e-1}, c_{e+1}, \dots, c_N, c_{N+1})'$$

donde $\alpha(d, u)$ es la única raíz de (2.8), y está dada por las Ec. (2.9c), y exprese la columna de destilación (4.1) en la forma perturbada singularmente (véase Apéndice A):

$$\dot{x} = f(x, d, u) + \rho(x, d, u; z), \quad y = x_T \quad x = (x_T^t, x_I^t)' \quad (D.2a-c)$$

$$\dot{z} = g(d, u; z) + \rho_z(d, u; \dot{d}, \dot{u}) \quad (D.2d)$$

donde las funciones no lineales f , g , ρ , ρ_z están dadas por:

$$(c_T^t, c_I^t)' = \Phi(x); \quad \Phi(x) = \{h_T^{-1}[h(\bar{c}_T) + x_T^t]; [\bar{c}_I + x_I^t]'\}$$

$$\varphi(x, m, d, u) = F_c[\Phi(x), m, d + \bar{\delta}, u + \bar{v}], \quad g(d, u; z) = F_m[z + \alpha(d, u), d + \bar{\delta}, u + \bar{v}]$$

$$f(x, d, u) = \varphi[x, \alpha(d, u), d, u], \quad f = (f_T^t, f_I^t)'$$

$$\rho(x, d, u; z) = \varphi[x, z + \alpha(d, u), d, u] - \varphi[x, \alpha(d, u), d, u], \quad \rho = (\rho_T^t, \rho_I^t)'$$

$$\rho_z(d, u; \dot{d}, \dot{u}) = -[\partial_d \alpha(d, u)]\dot{d} - [\partial_u \alpha(d, u)]\dot{u}$$

y se desvanecen de la siguiente manera:

$$f(0, 0, 0) = 0, \quad \rho(x, d, u; 0) = 0, \quad g(d, u; 0) = 0, \quad \rho_z(d, u; 0, 0) = 0$$

donde se ha usado la siguiente convención; una función $f(x, d, u)$ se anula cuando todos sus argumentos son cero, y una función $g(d, u; z)$ se anula cuando el argumento después del punto y coma es cero. Las dinámicas reducida (o lenta) y de capa límite (o rápida) son:

$$\dot{x} = f(x, d, u), \quad y = x_T \quad x(t) \xrightarrow{\lambda_{OL}} 0 \quad (D.3a)$$

$$\dot{z} = g(d, u; z), \quad z(t) \xrightarrow{\lambda_z} 0, \quad \lambda_z > \lambda_{OL} \quad (D.3b)$$

donde $\xrightarrow{\lambda} 0$ significa “se anula con tasa exponencial λ ”, y el par $(\lambda_z, \lambda_{OL})$ denota las tasas de decaimiento exponencial de la hidráulica y de la dinámica de composiciones.

D.2 Estabilidad de la columna con el controlador FF-SF (4.16)

La columna de destilación (D.2) con el controlador (4.16) produce el siguiente sistema:

$$\dot{\xi} = \phi_\xi(\xi, d) + p(\xi, d; z), \quad \xi = (y^*, x_T', x_l) \quad (D.4a)$$

$$\dot{z} = \theta(\xi, d; z) + p_z(\xi, z, d, \dot{d}) \quad (D.4b)$$

donde

$$\phi_\xi(\xi, d) = [\{K^\zeta[\zeta(y_F) - y^*]\}', [\phi_x(x, d, y^*)]']; \quad K_T = \text{diag}(\omega_s, \omega_e); \quad K^\zeta \approx K_T$$

$$\phi_x(x, d, y^*) = \{[-K_T(x_T - y^*)]', [\phi_l(x, y^*, d) + w(x_l, d; x_T - y^*)]'\}$$

$$\phi_l(x, y^*, d) = f_l\{(y^*, x_l)'\}, d, \eta[(y^*, x_l)'\}, d, y^*]\}$$

$$w(x_l, d; x_T - y^*) = f_l\{(x_l', x_l)'\}, d, \eta[(x_l', x_l)'\}, d, y^*]\} - f_l\{(y^*, x_l)'\}, d, \eta[(y^*, x_l)'\}, d, y^*]\}$$

$$p(\xi, d; z) = \{(0, 0)'\}, \rho[x, d, \eta(x, d, y^*); z]'\}; \quad \rho = (\rho_T', \rho_l)';$$

$$\theta(\xi, d; z) = g[d, \eta(x, d, y^*); z]; \quad p_z(x, z, y^*, d, \dot{d}) = \rho_z[d, \eta(x, d, y^*); \dot{d}, p_u(x, z, d, \dot{d})]$$

$$\dot{u} = p_u(\xi, z, d, \dot{d}) = -(\partial f_T / \partial u)^{-1} \{K_T K_T(x_T - y^*) - K_T \rho_T(x, d, y^*; z) + K_T K^\zeta[\zeta(y_F) - y^*]\}$$

$$- (\partial f_T / \partial u)^{-1} \{(\partial f_T / \partial x)[\phi_x(x, d, y^*) + \rho(x, d; z)] + (\partial f_T / \partial d)\dot{d}\}$$

La dinámica cuasi-LNPA de las salidas está dada por:

$$\dot{y} = -K_T(y - y^*) + \rho_T[x, d, \eta(x, d, y^*); z]; \quad y \xrightarrow{\omega_T} y^* \xrightarrow{\omega^*} \zeta(y_F) \quad (D.5)$$

$$\text{donde } \omega_T \approx \min(\omega_s, \omega_e), \quad \omega^* \approx \min(\omega_s^\zeta, \omega_e^\zeta), \quad \omega_T \approx \omega^*$$

En primera instancia debe estudiarse la estabilidad del subsistema lento (D.4a), dado en notación detallada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}^* \\ \dot{x}_T \end{bmatrix} = \mathcal{K} \begin{bmatrix} y^* \\ x_T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K^\zeta [\zeta(y_F)] \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} \quad \mathcal{K} = \begin{bmatrix} -K^\zeta & 0_{2 \times 2} \\ K_T & -K_T \end{bmatrix} \quad (\text{D.6a})$$

$$\dot{x}_I = \phi_I(x, d, y^*) + w(x_I, d; x_T - y^*) \quad (\text{D.6b})$$

El sistema (D.6a) es estable, ya que la matriz \mathcal{K} es Hurwitz. Además se puede ver de la Ec. (D.6a) que x_T tiende a y^* con tasa de convergencia exponencial $\omega_T \approx \min(\omega_s, \omega_e)$, mientras que y^* tiende a su vez a $\zeta(y_F)$ con tasa de convergencia $\omega^* \approx \omega_T$. Por ello x_T tiende a $\zeta(y_F)$ con tasa de convergencia exponencial $\min(\omega^*, \omega_T)$. Esto permite una regulación adecuada de la pureza de los productos.

Los sistemas (D.6a-b) están interconectados en cascada. De acuerdo al Lema A.2, para que esta interconexión sea estable se requiere que cada uno de ellos sea estable. Debido a que la dinámica cero Ec. (4.15b) [ó Ec. (D.6b) con $w(x_I, d; 0) = 0$] es estable (ver Sección 4.3.4), y a que la función $w(x_I, d; x_T - y^*)$ se anula con el error de regulación de temperaturas $x_T - y^*$, se concluye que el sistema interconectado (D.6a-b) [ó (D.4a) con $p = 0$] es estable con parámetros $\{\lambda_\xi \approx \min(\lambda_I \approx \lambda_{OL}, \omega^*, \omega_T), a_\xi\}$, donde λ_I es la tasa de convergencia de la dinámica interna x_I , que es similar a la frecuencia característica de la columna a lazo abierto λ_{OL} (véase Sección 2.4).

El subsistema rápido (estable con parámetros $\{\lambda_z, a_z\}$) asociado a (D.4c) está dado por:

$$\dot{z} = \theta(\xi, d; z) \quad (\text{D.6c})$$

La aplicación del Lema A.1 (Apéndice A) al sistema (D.4) produce las condiciones de estabilidad de la Proposición 4.1, cuya prueba se muestra a continuación:

Prueba de la Proposición 4.1. Invoque la propiedad de estabilidad individual de los subsistemas lento (D.6a-b) y rápido (D.6c), con sus conjuntos de parámetros $\{\lambda_\xi, a_\xi\}$ y $\{\lambda_z, a_z\}$, respectivamente. La condición (i) del Lema A.1 se cumple automáticamente, ya que $p(\xi, d; z)$ se anula con z , es decir $p_z^p = 0$. Debido a que cuando se cumple la condición (iii) del Lema A.1 (Apéndice A) también se cumple la condición (ii), sólo se estudia la primera de ellas, que se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\lambda_z > \lambda_z^* := k_z l_z^p + k_z l_\xi^p k_\xi l_z^p / \lambda_\xi \quad (\text{D.7})$$

que garantiza la estabilidad del sistema (D.4) con su respectivo conjunto de parámetros $\{\lambda_x, a_x\}$. Para determinar las constantes de Lipschitz, se requiere la función p_z en notación detallada:

$$p_z(x, z, d, \dot{d}) = -(\partial\alpha/\partial d)\dot{d} + (\partial\alpha/\partial u) (\partial f_T/\partial u)^{-1} \{ K_T^2 (x_T - y^*) - K_T p_T(x, d, y^*; z) + K_T K^\zeta [\zeta(y_F) - y^*] \}$$

$$+ (\partial\alpha/\partial u) (\partial f_T/\partial u)^{-1} \{(\partial f_T/\partial x) [\phi_x(x, d, y^*) + p(x, d; z)] + (\partial f_T/\partial d)\dot{d}\}$$

En el punto de operación, $\|(\partial f_T/\partial u)^{-1}\| = \|\bar{A}_T^{-1}\| = 1/[\text{msv}(\bar{A}_T)] := \Pi_T$ [donde msv es el valor singular mínimo de la matriz \bar{A}_T , dada por la Ec. (4.4)]. Entonces la constante de Lipschitz l_z^p (resp. l_z^{pz}) crece con Π_T , ω^* , ω_T (resp., Π_T y ω_T) mientras que l_z^p no depende de estos argumentos. Por lo tanto el lado derecho de la desigualdad (D.7) crece con $(\omega_T, \omega^*, \Pi_T)$, lo cual significa que la dinámica de acumulados impone una cota superior sobre las ganancias del controlador. Entonces la cota mínima λ_z^* crece con la medida de separación Π_T , y con la ganancia del controlador ω_T y del filtro ω^* . Recordando que se escogió $K^\zeta \approx K_T$, entonces $\omega_T \approx \omega^*$, y dado que Π_T y λ_z están fijos para una separación dada, hay un valor máximo de ω_T con el que la desigualdad (D.7) ya no se cumple, que depende de los parámetros $(\lambda_z, \lambda_l, \Pi_T)$, denotado como $\omega_T^* = \gamma_T^*(\lambda_z, \lambda_l, \Pi_T)$. Por lo tanto, si se escogen las ganancias del controlador de manera que la condición (4.17) de la Proposición 4.1 sea satisfecha, entonces la desigualdad (D.7) se cumple y el sistema (D.4), correspondiente a la columna (2.1) con el controlador (4.12) será estable. \blacklozenge

La dinámica (D.4) en notación compacta está dada por:

$$\dot{\chi} = \phi(\chi, d, \dot{d}), \quad \chi = (\xi', z')' \quad (\text{D.8})$$

$$\phi(\chi, d, \dot{d}) = \{[\phi_\xi(\xi, d) + p(\xi, d; z)]', [\theta(\xi, d; z) + p_z(\xi, z, d, \dot{d})]'\}'$$

D.3 Estabilidad de la columna con el control lineal, Ec. (4.20)

La aplicación del controlador lineal basado en mediciones de temperatura, Ec. (4.20) produce la siguiente dinámica:

$$\dot{\chi} = \phi(\chi, d, \dot{d}) + q(\chi, d, \dot{d}; e) \quad \chi = (\xi', z')' = [(y^*, x_T', x_l')', z']' \quad (\text{D.9a})$$

$$\dot{e} = -K_0 e + q_e(\chi, e, d, \dot{d}), \quad e = \hat{b} - b \quad (\text{D.9bc})$$

donde:

$$u = \eta(x, d, y^*) - A_T^{-1}e; \quad \dot{u} = q_u(\chi, e, d, \dot{d}) = p_u(\xi, z, d, \dot{d}) - A_T^{-1}\dot{e}$$

$$q(\chi, d, \dot{d}; e) = \{(0, 0)', [q_x(\chi, d; e) + r_x(\chi, d; e)]', [q_z(\chi, d; e) + r_z(\chi, d, \dot{d}; e)]'\}'$$

$$q_x(\chi, d; e) = f[x, d, \eta(x, d, y^*) - A_T^{-1}e] - f[x, d, \eta(x, d, y^*)]; \quad q_x = (q_T', q_l')'$$

$$r_x(\chi, d; e) = \rho[x, d, \eta(x, d, y^*) - A_T^{-1}e; z] - \rho[x, d, \eta(x, d, y^*); z], \quad r_x = (r_T', r_l')'$$

$$q_z(\chi, d; e) = g[d, \eta(x, d, y^*) - A_T^{-1}e; z] - g[d, \eta(x, d, y^*); z]; \quad K_0 = \text{diag} \{\omega_o, \omega_o\}$$

$$\begin{aligned}
r_z(\chi, d, \dot{d}; e) &= \rho_z[d, \eta(x, d, y^*) - A_T^{-1}e; \dot{d}, p_u(x, z, y^*, d, \dot{d}) - A_T^{-1}\dot{e}] \\
&\quad - \rho_z[d, \eta(x, d, y^*); \dot{d}, p_u(x, z, y^*, d, \dot{d})] \\
q_T(\chi, d; e) &= q_T(\chi, d; e) + r_T(\chi, d; e); \\
q_e(\chi, e, d, \dot{d}) &= -(\partial f_T / \partial x)[\phi_x(x, d, y^*) + \rho[x, d, \eta(x, d, y^*); z] + q_x(\chi, d; e) + r_x(\chi, d; e)] - (\partial f_T / \partial d)\dot{d} + \\
&\quad - [(\partial f_T / \partial u) - A_T] A_T^{-1} \{ K_T^2 (x_T - y^*) - K_T \rho[x, d, \eta(x, d, y^*); z] + \\
&\quad \quad + K_T K^\zeta [\zeta(y_F) - y^*] + (K_T + K_o)e - K_T r_T(\chi, d; e) \}
\end{aligned}$$

con la siguiente dinámica cuasi-LNPA para las salidas:

$$\dot{y} = -K_T(y - y^*) + \rho[x, d, \eta(x, d, y^*) + q_T(\chi, d; e) \quad (D.10)$$

Los subsistemas lento y rápido asociados a la dinámica a lazo cerrado (D.9) están dados por:

$$\dot{\chi} = \phi(\chi, d, \dot{d}), \quad y \xrightarrow{\omega_T} y^* \xrightarrow{\omega^*} \zeta(y_F) \quad (D.11a)$$

$$\dot{e} = -K_o e, \quad e(t) \xrightarrow{\omega_g} 0 \quad (D.11b)$$

donde (D.11a) es justamente el subsistema (D.8), correspondiente a la dinámica estable (con tasa exponencial λ_χ) de la columna de destilación con el controlador FF-SF (4.16), y (D.11b) es la dinámica nominal del error de estimación, con tasa ajustable de convergencia exponencial ω_o . Cuando el error de estimación es cero, el sistema (D.9a) y la dinámica de las salidas (D.11) corresponde a las dadas por (D.8) y (D.5), respectivamente, es decir, se tiene el desempeño del controlador FF-SF, Ec. (4.16). La aplicación del Lema A.1 (Apéndice A) al sistema (D.9) produce las condiciones de estabilidad de la Proposición 4.2, cuya prueba se muestra a continuación:

Prueba de la Proposición 4.2. Observe que el subsistema lento (D.11a) es el mismo dado por (D.8), que como se demostró en la prueba de la Proposición 4.1 (véase Apéndice D.2), es estable con parámetros $\{\lambda_\chi, a_\chi\}$ si se escogen las ganancias del controlador lo suficientemente pequeñas

para que se cumplan las desigualdades (D.7) ó (4.17). Debido a que $q(\chi, d, \dot{d}; e)$ se anula con el error de observación, entonces la constante de Lipschitz $l_\chi^q = 0$, y por lo tanto la condición (i) del Lema A.1

$$\lambda_\chi > l_\chi^q = 0 \quad (D.12a)$$

se cumple para el sistema (D.9a). La aplicación de las condiciones (ii) y (iii) del Lema A.1 produce las siguientes desigualdades:

$$(ii) \omega_o > k_o l_e^{qe}; \quad (iii) \omega_o > k_o l_e^{qe} + k_\chi l_e^{qk} k_o l_\chi^{qe} / \lambda_\chi$$

Un análisis de la función

$$\begin{aligned} q_e(\chi, e, d, \dot{d}) = & - (\partial f_T / \partial x) [\phi_x(x, d, y^*) + \rho[x, d, \eta(x, d, y^*); z] + q_x(\chi, d; e) + r_x(\chi, d; e)] - (\partial f_T / \partial d) \dot{d} + \\ & - [(\partial f_T / \partial u) - A_T] A_T^{-1} \{ K_T^2 (x_T - y^*) - K_T \rho[x, d, \eta(x, d, y^*); z] + \\ & + K_T K^\zeta [\zeta(y_F) - y^*] + (K_T + K_o)e - K_T r_T(\chi, d; e) \} \end{aligned}$$

muestra que las constantes de Lipschitz (l_e^{qe} , l_χ^{qe}) crecen respectivamente con $(\omega_T, \omega_o, \Pi_T)$ y $(\omega_T, \omega^* \approx \omega_T, \Pi_T, \lambda_z)$, mientras que l_e^{qk} crece con $(\omega_T, \omega_o, \Pi_T)$. Por lo tanto, la desigualdad (ii) indica que la frecuencia característica del observador debe escogerse mayor que un valor mínimo denotado ω_{o*} , que es creciente con (ω_T, Π_T) . Simbólicamente la condición (ii) puede reexpresarse como:

$$\omega_o > \omega_{o*} := \gamma_{o*}(\omega_T, \Pi_T) \quad (D.12b)$$

donde γ_{o*} aumenta con ω_T y Π_T . Siguiendo razonamientos similares, se puede ver que la desigualdad (iii) implica que la frecuencia característica del observador debe escogerse menor que un valor máximo ω_o^* que depende de λ_z, ω_T y Π_T :

$$\omega_o < \omega_o^* := \gamma_o^*(\lambda_z, \omega_T, \Pi_T) \quad (D.12c)$$

donde $\gamma_o^*(\lambda_z, \omega_T, \Pi_T)$ disminuye (o aumenta) con ω_T , y Π_T (ó con λ_z). Las desigualdades (D.12), producen las condiciones de estabilidad (4.22), siendo el sistema (D.9) estable con parámetros $\{\lambda_s \approx \lambda_\chi, a_s\}$. Con esto queda demostrada la Proposición 4.2. \blacklozenge

De la Ec. (D.9a), puede verse que cuando el error de estimación tiende a cero, la dinámica de la columna de destilación se convierte en la dinámica (D.8), es decir, el comportamiento de la columna de destilación con el control lineal (4.20) recupera el desempeño del control no lineal FF-SF, Ec. (4.16) [ó Ec. (4.12)], con tasa exponencial $\approx \omega_o$.

Apéndice E: Análisis de estabilidad para el control cascada del Capítulo 5

En este Apéndice se prueban las Proposiciones 5.1 y 5.2, mediante la aplicación de los Lemas A.1 y A.2. En la Sección E.1 se muestra el cambio de coordenadas usado para reescribir la columna de destilación en forma perturbada singularmente, representación que se usa para las pruebas de estabilidad. En la Sección D.2 se muestra la dinámica de la columna de destilación, Ec. (5.1) con el control cascada no lineal FF-SF Ec. (5.6), y se prueba la Proposición 5.1. En la Sección D.3 se muestra la dinámica de la columna de destilación, Ec. (5.1) con el control lineal por retroalimentación de mediciones, Ec. (5.14), y se prueba la Proposición 5.2. En esta sección también se muestra como el desempeño obtenido con el control (5.14) recupera el comportamiento del control cascada no lineal FF-SF (5.6).

E.1 Forma perturbada singularmente

El modelo de la columna, Ec. (5.1) se reescribe en forma perturbada singularmente mediante el cambio de coordenadas (5.3) y (2.9)

$$\dot{x} = f(x, d, u) + \rho(x, d, u; z), \quad \dot{z} = g(d, u; z) + \rho_z(d, u; \dot{d}, \dot{u}) \quad (\text{E.1a-b})$$

donde

$$f(x, d, u) = \varphi[x, \alpha(d, u), d, u], \quad f = (f_c, f_T, f_I)' \quad f_I = [f'_T, f'_I]' \quad (\text{E.2a})$$

$$\rho(x, d, u; z) = \varphi[x, z + \alpha(d, u), d, u] - \varphi[x, \alpha(d, u), d, u], \quad \rho = (\rho'_c, \rho'_T, \rho'_I)' \quad (\text{E.2b})$$

$$\varphi(x, m, d, u) = F_c[\Phi^{-1}(x), m, d + \bar{\delta}, u + \bar{v}], \quad g(d, u; z) = F_m[z + \alpha(d, u), d + \bar{\delta}, u + \bar{v}] \quad (\text{E.2c})$$

$$\rho_z(d, u; \dot{d}, \dot{u}) = -[\partial_d \alpha(d, u)]\dot{d} - [\partial_u \alpha(d, u)]\dot{u} \quad (\text{E.2d})$$

E.2 Estabilidad con el control cascada no lineal, Ec. (5.6)

La dinámica a lazo cerrado [Ec. (C.4)] de la columna (5.1) con el controlador no lineal de composición, Ec. (5.5) [ó Ec. (3.12)], se estudió en el Apéndice C.2, que aquí se retoma con una notación un poco diferente:

$$\dot{x} = \phi_x(x, d) + p(x, d; z); \quad \dot{z} = \gamma(x, d; z) + p_z(x, z, d, \dot{d}) \quad (\text{E.3a-b})$$

donde

$$\phi_x(x, d) = \{[-K_c x_c]'; f_I[x, d, \eta_c(x, d)]'\}';$$

$$\gamma(x, d; z) = g[d, \eta_c(x, d); z]$$

$$p(x, d; z) = \rho[x, d, \eta_c(x, d); z];$$

$$p = [p'_c, p'_T, p'_I]'; \quad p_I = [p'_T, p'_I]'$$

$$p_z(x, z, d, \dot{d}) = \rho_z[d, \eta_c(x, d); \dot{d}, p_{uc}(x, z, d, \dot{d})];$$

$$\begin{aligned} \dot{u} = p_{uc}(x, z, d, \dot{d}) = \\ - \{\partial_u f_c[x, d, \eta_c(x, d)]\}^{-1} \{K_c [-K_c x_c + p_c(x, d; z)] + \{\partial_x f_c[x, d, \eta_c(x, d)]\} [\phi_x(x, d) + p(x, d; z)] \\ + \{\partial_d f_c[x, d, \eta_c(x, d)]\} \dot{d} \} \end{aligned}$$

La estabilidad de esta interconexión se estudió en el Apéndice C.2, es decir, si se cumplen condiciones de la Proposición 3.1, este sistema es estable con parámetros $\{\lambda_x, a_x\}$, donde $\lambda_x \approx \min(\lambda_x, \lambda_z)$, y $\lambda_x \approx \min(\omega_c, \lambda_1)$.

La aplicación del control cascada no lineal (5.6) a la columna de destilación produce el siguiente sistema a lazo cerrado:

$$\dot{\xi} = \theta(\xi, d) + q(\xi, d; z), \quad \xi = (x', e_T)', \quad e_T = x_T - x_T^* \quad (E.4a)$$

$$\dot{z} = \gamma_\xi(\xi, d; z) + q_z(\xi, z, d, \dot{d}) \quad (E.4b)$$

donde e_T es el error de seguimiento de temperatura, y $\theta, \gamma_\xi, q, q_z$ están dadas por:

$$\theta(\xi, d) = \{[\phi_x(x, d) + q_x(x, d; e_T)]', (K_T e_T)'\}'$$

$$q_x(x, d; e_T) = q_f[x, d; \eta_T(x, d; e_T)]; \quad q_x = (q_{x_c}', q_{x_T}', q_{x_t}')'$$

$$q_f[x, d; \eta_T(x, d, e_T) - \eta_c(x, d)] = f[x, d, \eta_T(x, d, e_T)] - f[x, d, \eta_c(x, d)]$$

$$q_\eta(x, d; e_T) := \eta_T(x, d, e_T) - \eta_c(x, d) =$$

$$= f_T^{-1}\{x, d, f_T[x, d, \eta_c(x, d)] - K_T e_T\} - f_T^{-1}\{x, d, f_T[x, d, \eta_c(x, d)]\}$$

$$q(\xi, d; z) = \{\rho'[x, d, \eta_T(x, d, e_T); z], \rho_T^+[x, d, \eta_T(x, d, e_T); z]\}'$$

$$\gamma_\xi(\xi, d; z) = g[d, \eta_T(x, d, e_T); z]$$

$$q_z(\xi, z, d, \dot{d}) = \rho_z[d, \eta_T(x, d, e_T); \dot{d}, q_u(\xi, z, d, \dot{d})]$$

$$q_u(\xi, z, d, \dot{d}) = \{\partial_u f_T[x, d, \eta_T(x, d, e_T)]\}^{-1} *$$

$$\{\partial_u f_T[x, d, \eta_c(x, d)] - \partial_u f_T[x, d, \eta_T(x, d, e_T)]\} \{\phi(x, d) + q_x(x, d; e_T) + \rho'[x, d, \eta_T(x, d, e_T); z]\}$$

$$+ \{\partial_u f_T[x, d, \eta_T(x, d, e_T)]\}^{-1} \{\partial_d f_T[x, d, \eta_c(x, d)] - \partial_d f_T[x, d, \eta_T(x, d, e_T)]\} \dot{d} +$$

$$\{\partial_u f_T[x, d, \eta_T(x, d, e_T)]\}^{-1} * \{\partial_u f_T[x, d, \eta_c(x, d)]\} * p_{uc}(x, z, d, \dot{d}) +$$

$$- K_T \{ - K_T e_T + \rho_T[x, d, \eta_T(x, d, e_T); z]\}$$

La dinámica de las mediciones de composición es cuasi-LNPA:

$$\dot{y}_c = - K_c y_c + q_{x_c}(x, d; e_T) + \rho_c[x, d, \eta_T(x, d, e_T); z] \quad (E.5)$$

El sistema (E.4) se puede ver como la interconexión de dos sistemas, uno (lento) formado por las dinámicas de las composiciones (x) y del error de seguimiento de temperatura (e_T), y otro (rápido) correspondiente a la hidráulica. Estos sistemas individuales están dados por:

$$\dot{\xi} = \theta(\xi, d), \quad \xi = (x', e_T')', \quad e_T = x_T - x_T^* \quad (\text{E.6a})$$

$$\dot{z} = \gamma_\xi(\xi, d; z) \quad (\text{E.6b})$$

Primero se analiza la estabilidad del sistema reducido a lazo cerrado, Ec. (E.6a), dado por:

$$\dot{\xi} = \theta(\xi, d): \quad \xi = (x', e_T')', \quad \dot{x} = \phi_x(x, d) + q_x(x, d; e_T), \quad \dot{e}_T = -K_T e_T, \quad (\text{E.7})$$

que a su vez es la interconexión en cascada de los sistemas básicos

$$\dot{x} = \phi(x, d), \quad \dot{e}_T = -K_T e_T, \quad (\text{E.8a-b})$$

De acuerdo al Lema A.2, el sistema interconectado (E.7) será estable si los sistemas (E.8a) y (E.8b) son individualmente estables. El sistema (E.8a) es exactamente igual al dado por (C.5a), es decir, este sistema es estable con parámetros $\{\lambda_x \approx \min(\omega_c, \lambda_1), a_x\}$ (véase Apéndice C.2), mientras que el sistema (E.8b) es estable con parámetros $\{\omega_T \approx \min(\omega_s, \omega_e), a_e\}$, ya que K_T es Hurwitz (Chen, 1984). Por lo tanto, el sistema (E.6a) [ó (E.7)] es estable con parámetros $\{\lambda_\xi \approx \min(\omega_c, \omega_T, \lambda_1), a_\xi\}$. Este resultado, la estabilidad individual de la hidráulica [Ec. (E.6b)], y la aplicación del Lema A.1, al sistema interconectado (E.4) producen la condición de estabilidad de la Proposición 5.1, como se demuestra a continuación.

Prueba de la Proposición 5.1. Invoque la propiedad de estabilidad individual de los subsistemas lento (E.6a) y rápido (E.6b), con sus conjuntos de parámetros $\{\lambda_\xi \approx \min(\omega_c, \omega_T, \lambda_1), a_\xi\}$ y $\{\lambda_z, a_z\}$, respectivamente. La condición (i) del Lema A.1 se cumple automáticamente, ya que $q(x, d; z)$ se anula con z , es decir $l_z^q = 0$. Debido a que si se cumple la condición (iii) del Lema A.1 también se cumple la condición (ii), sólo estudia la primera de ellas, que se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\lambda_z > k_z l_z^q + k_z l_z^q k_\xi l_z^q / \lambda_\xi := \lambda_z^* \quad (\text{E.9})$$

que garantiza la estabilidad del sistema (E.4). Para determinar las constantes de Lipschitz, se analiza la función q_z :

$$q_z(\xi, z, d, \dot{d}) = -\partial_d \alpha[d, \eta_T(x, d, e_T)] \dot{d} - \partial_u \alpha[d, \eta_T(x, d, e_T)] \{\partial_u f_T[x, d, \eta_T(x, d, e_T)]\}^{-1} *$$

$$* \left[\{\partial_u f_T[x, d, \eta_c(x, d)] - \partial_u f_T[x, d, \eta_T(x, d, e_T)]\} \{\phi(x, d) + q_x(x, d; e_T) + \rho'[x, d, \eta_T(x, d, e_T); z]\} + \right.$$

$$+ \{ \partial_{df_T}[x, d, \eta_c(x, d)] - \partial_{df_T}[x, d, \eta_T(x, d, e_T)] \} \dot{d} + \{ \partial_{uf_T}[x, d, \eta_c(x, d)] \} p_{uc}(x, z, d, \dot{d}) + \\ - K_T \{ - K_T e_T + \rho_T[x, d, \eta_T(x, d, e_T); z] \}$$

En el punto de operación $\|(\partial_{uf_c})^{-1}\| = \|\bar{A}_c^{-1}\| = 1/[\text{msv}(\bar{A}_c)] := \Pi$, y $\|(\partial_{uf_T})^{-1}\| = \|\bar{A}_T^{-1}\| = 1/[\text{msv}(\bar{A}_T)] := \Pi_T$, donde $\text{msv}(\cdot)$ es el valor singular mínimo de (\cdot) . Entonces la constante de Lipschitz l_z^q crece con $(\Pi\omega_c, \Pi\omega_c^2, \Pi_T\omega_T, \Pi_T\omega_T^2)$, mientras que l_z^q es creciente con $(\Pi\omega_c, \Pi_T\omega_T)$; l_z^q crece con $\Pi\omega_c$ y $\Pi_T\omega_T$. Ya que Π y Π_T aumentan con el grado de separación, (creciendo Π más rápido que Π_T), para que la desigualdad del teorema se satisfaga se requiere que las ganancias de ambos lazos se hagan pequeñas, y ya que Π crece más rápido que Π_T con el grado de separación, entonces se prevé que $\omega_T > \omega_c$. En otras palabras, la cota mínima λ_z^* crece con las medidas de separación (Π, Π_T) , y con las ganancias de control ω_c y ω_T . Dado que Π, Π_T y λ_z están fijos para una separación dada, y que por la Proposición 3.1 la ganancia ω_c está acotada por la frecuencia característica de la hidráulica, entonces existe una cota máxima ω_T^* para la ganancia del lazo secundario ω_T , que depende de los parámetros $(\lambda_z, \lambda_l, \omega_c, \Pi, \Pi_T)$. Simbólicamente:

$$0 < \omega_T < \omega_T^* = \gamma_T^*(\lambda_z, \lambda_l, \omega_c, \Pi, \Pi_T) \quad (5.7)$$

donde γ_T^* crece (resp. decrece) con λ_z (resp. ω_c, Π, Π_T). Entonces, para que el sistema (E.4) sea estable se deben escoger ω_c y ω_T de modo que se cumplan las desigualdades (3.13) y (5.7). ♦

De las Ec. (E.7) se puede ver que debido a que q_x se anula con e_T , el controlador cascada no lineal (5.6) recupera el desempeño del control FF-SF no lineal (5.5).

E.3 Estabilidad con el control cascada propuesto, Ec. (5.15)

La aplicación del control (5.15) a la columna de destilación, Ec. (E.1) produce el siguiente sistema a lazo cerrado:

$$\dot{\chi} = \phi_\chi(\chi, d, \dot{d}) + w(\chi, d; z), \quad \chi = (x', e_T', \varepsilon^o, \varepsilon) \quad (E.9a)$$

$$\dot{z} = \gamma_\chi(\chi, d; z) + w_z(d; \chi, \dot{d}) \quad (E.9b)$$

donde

$$\phi_\chi(\chi, d, \dot{d}) = \{ [\theta_a(\xi_a, d) + v(d, \xi_a; \varepsilon)]', [A_o\varepsilon + v_\varepsilon(\xi_a, \varepsilon, d, \dot{d})]' \}'$$

$$w(\chi, d; z) = [w_x'(\chi, d; z); w_T'(\chi, d; z), 0, w_\varepsilon'(\chi, d; z)]'$$

$$w_x(\chi, d; z) = \rho[x, d, \Omega(\chi); z], \quad w_x = (w_c', w_T', w_l)'$$

$$\gamma_\chi(\chi, d; z) = g[d, \Omega(\chi); z]; \quad w_z(d; \chi, \dot{d}) = \rho_z[d, \Omega(\chi); \dot{d}, \theta_u(\xi, \varepsilon^o, \varepsilon)]$$

$$\theta_a(\xi_a, d) = \{[\theta(\xi, d) + r(d; \xi, \varepsilon^0, 0)]', - (K_T \varepsilon^0)'\}'$$

$$v(d, \xi_a; \varepsilon) = \{[r(d; \xi, \varepsilon^0, \varepsilon) - r(d; \xi, \varepsilon^0, 0)]', r_e(\varepsilon)'\}'$$

$$v_\varepsilon(\xi_a, \varepsilon, d, \dot{d}) = [(A_c A_T^{-1} K_T \varepsilon^0)', \dot{\beta}'_c(\xi, \varepsilon^0, \varepsilon, d, \dot{d}), 0, \dot{\beta}'_T(\xi, \varepsilon^0, \varepsilon, d, \dot{d})]'$$

$$A_o = \text{diag}[A_o^c, A_o^T], \quad A_o^c = A_o^T = \begin{bmatrix} -K_o^c & I_{2 \times 2} \\ -K_I & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix}, \quad u = \Omega(\chi) = -A_c^{-1}(K_c \hat{x}_c + \hat{b}_c) - A_T^{-1} K_T \varepsilon^0$$

$$w_\varepsilon(\chi, d; z) = [-w'_c(\chi, d; z), 0, -w'_T(\chi, d; z), 0]'$$

$$\dot{\beta}'_c(\xi, \varepsilon^0, \varepsilon, d, \dot{d}) = [\partial_\xi \beta'_c][\theta(\xi, d) + r(d; \xi, \varepsilon^0, \varepsilon)] + [\partial_d \beta'_c] \dot{d} + [\partial_u \beta'_c][\theta_u(\xi, \varepsilon^0, \varepsilon)]$$

$$\dot{\beta}'_T(\xi, \varepsilon^0, \varepsilon, d, \dot{d}) = [\partial_\xi \beta'_T][\theta(\xi, d) + r(d; \xi, \varepsilon^0, \varepsilon)] + [\partial_d \beta'_T] \dot{d} + [\partial_u \beta'_T][\theta_u(\xi, \varepsilon^0, \varepsilon)]$$

$$\theta_u(\xi, \varepsilon^0, \varepsilon) = A_c^{-1} K_c K_c (x_c + \varepsilon_{x_c}) + (A_T^{-1} K_T - A_c^{-1} K_c A_c A_T^{-1}) K_T \varepsilon^0 + (K_I^c - A_c^{-1} K_o^c) \varepsilon_{x_c}$$

$$r(d; \xi, \varepsilon^0, \varepsilon) = [r'_x(d; \xi, \varepsilon^0, \varepsilon), r'_T(d; \xi, \varepsilon^0, \varepsilon)]', \quad r_x(d; \xi, \varepsilon^0, \varepsilon) = f(x, d, u) - f(x, d, u_T),$$

$$r_x = (r'_c, r'_T, r'_i)' \quad r_e(\varepsilon) = -K_o^T \varepsilon_T; \quad r_\xi(d; \xi, \varepsilon^0) = r(d; \xi, \varepsilon^0, 0)$$

donde e_T es el error de seguimiento de temperatura (de acuerdo al modelo exacto), ε^0 es su aproximación obtenida con filtros lineales, y ε es el vector de errores de estimación:

$$\varepsilon^0 = \hat{x}_T - \hat{x}_T^*, \quad \varepsilon = (\varepsilon_{x_c}', \varepsilon_{b_c}', \varepsilon_{x_T}', \varepsilon_{b_T}')'$$

$$\varepsilon_{x_c} = \hat{x}_c - x_c, \quad \varepsilon_{b_c} = \hat{b}_c - b_c, \quad \varepsilon_{x_T} = \hat{x}_T - x_T, \quad \varepsilon_{b_T} = \hat{b}_T - b_T$$

La dinámica cuasi-LNPA de las salidas de composición está dada por:

$$\dot{y}_c = -K_c y_c + w_c(\chi, d; z) \tag{E.9c}$$

El subsistema reducido (lento) correspondiente [ec. (E.9a) con $w(\chi, d; z) = 0$] está dado por:

$$\dot{\chi} = \phi_\chi(\chi, d, \dot{d}), \quad \chi = (\xi'_a, \varepsilon')' \tag{E.10}$$

o en forma equivalente, por la forma perturbada singularmente

$$\dot{\xi}_a = \theta_a(\xi_a, d) + v(d, \xi_a; \varepsilon), \quad \xi_a = (\xi', \varepsilon^0)' = (x', e_T', \varepsilon^0)' \tag{E.11a}$$

$$\dot{\varepsilon} = A_o \varepsilon + v_\varepsilon(\xi_a, \varepsilon, d, \dot{d}) \tag{E.11b}$$

que tiene como subsistema de capa límite (o rápido) a la dinámica de los errores de estimación ε , que es individualmente estable, ya que la matriz A_o es Hurwitz, es decir, tiene todos sus valores

proprios con parte real negativa. El subsistema lento correspondiente [Ec. (E.11a)] es triangularmente estable (véase Lema A.2):

$$\dot{\xi}_a = \theta_a(\xi_a, d): \quad \dot{\varepsilon}^0 = -K_T \varepsilon^0, \quad \dot{\xi} = \theta(\xi, d) + r_\xi(\xi, d; \varepsilon^0), \quad \xi = (x', e_T')' \quad (\text{E.12a-c})$$

con parámetros

$$\{\lambda_a, a_a\} \quad \lambda_a \approx \min(\omega_c, \lambda_l) > 0$$

en virtud de la estabilidad de (E.12b), y del sistema reducido (E.7) con el control cascada no lineal por retroalimentación de estados. Por lo tanto, el sistema reducido (E.12), y el sistema de capa límite [Ec. (E.11b) con $v_\varepsilon(\xi_a, \varepsilon, d, \dot{d}) = 0$] son estables, y en consecuencia, la aplicación del Lema A.1 (Apéndice A) al modelo reducido (E.11), produce la condición

$$(i) \omega_o > k_o l_\varepsilon^V + k_o l_{\xi_a}^V k_{\xi_a}^V l_\varepsilon^V / \lambda_a \quad (\text{E.13a})$$

Las constantes de Lipschitz l_ε^V , $l_{\xi_a}^V$, l_ε^V crecen con $\omega_c \Pi$ y $\omega_T \Pi_T$, y por ello, cuando el grado de separación aumenta, Π y Π_T también aumentan, (Π más rápido que Π_T). Entonces para valores dados de ω_c , Π , ω_T , Π_T , existe una cota mínima denotada ω_{o*}

$$\omega_o > \omega_{o*} := \gamma_{o*}(\omega_c, \omega_T, \Pi, \Pi_T) \quad (\text{E.13b})$$

donde γ_{o*} aumenta con $(\omega_c, \omega_T, \Pi$ y $\Pi_T)$. Esta es la desigualdad (i) de la Proposición 5.2, que establece la estabilidad a lazo cerrado en ausencia de dinámica de acumulados, de acuerdo al siguiente conjunto de parámetros:

$$\{\lambda_\chi, a_\chi\}, \quad \lambda_\chi \approx \min(\omega_c, \lambda_l) > 0, \quad \omega_o > \omega_T > \omega_c$$

Prueba de la Proposición 5.2. Invoque la propiedad de estabilidad individual de los subsistemas lento [Ec. (E.9a) con $w(\chi, d; 0) = 0$] y rápido [Ec. (E.9b) con $w_z(d; 0, 0) = 0$], con sus conjuntos de parámetros $\{\lambda_\chi \approx \min(\omega_c, \lambda_l) a_\chi\}$ y $\{\lambda_z, a_z\}$, respectivamente. La condición (i) del Lema A.1 se cumple automáticamente, ya que $w(\chi, d; z)$ se anula con z , es decir $l_\chi^w = 0$. Debido a que si se cumple la condición (iii) del Lema A.1 también se cumple la condición (ii), sólo se estudia la primera de ellas, que se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\lambda_z > \lambda_z^* := k_z l_z^w + k_z k_\chi l_\chi^w l_z^w / \lambda_\chi \quad (\text{E.14a})$$

que garantiza la estabilidad del sistema (E.9). Las constantes de Lipschitz l_χ^w y l_z^w crecen con $\omega_c \Pi$ y $\omega_T \Pi_T$ y ω_o , y por ello, cuando el grado de separación aumenta, Π y Π_T también aumentan, (Π más rápido que Π_T), y por lo tanto la tripleta $(\omega_o, \omega_T, \omega_c)$ de ganancias debe escogerse lo

suficientemente pequeña para que se cumplan la desigualdad (E.14a). Se puede ver que la desigualdad (E.14a) implica que la frecuencia característica del observador debe escogerse menor que un valor máximo ω_o^*

$$\omega_o < \omega_o^* := \gamma_o^*(\lambda_z, \omega_c, \omega_T, \Pi, \Pi_T) \quad (\text{E.14b})$$

donde $\gamma_o^*(\lambda_z, \omega_c, \omega_T, \Pi, \Pi_T)$ disminuye (o aumenta) con $\omega_c, \omega_T, \Pi, \Pi_T$ y Π (o con λ_z). Las desigualdades (E.13b) y (E.14b), son las condiciones de estabilidad requeridas en la Proposición

5.2.



Referencias

- Alvarez, J. Output feedback control of nonlinear plants. *AIChE J*, Vol. 42(9), pp. 2540-2554 (1996).
- Alvarez, J. Nonlinear state estimation with robust convergence. *J Process Control*, Vol. 10, pp. 59-71 (2000).
- Alvarez, J. López, T. Robust dynamic state estimation of nonlinear plants. *AIChE J*, Vol. 45(1), pp. 107-123 (1999).
- Alvarez, J. López, T., Hernández, E. Robust estimation of free-radical homopolymer reactors. *J Process Control*, Vol. 10, pp. 389-398 (2000).
- Alvarez-Ramírez, J., Alvarez, J. Morales, A. An adaptive cascade control for a class of chemical reactors. *Int. J. Adapt. Control Signal Process.*, Vol. 16, pp. 681-701 (2002a).
- Alvarez-Ramírez, J., Monroy-Loperena, R., Alvarez, J. Backstepping design of composition cascade control for distillation columns. *AIChE J*; Vol. 48 (8), pp. 1705-1718 (2002b).
- Aris, R. *Mathematical Modeling Techniques*. Dover (1994).
- Balasubramhanya, L. A., Doyle III, F. J. Nonlinear control of a high-purity distillation column using a traveling wave model. *AIChE J*. Vol. 43, pp. 703 - 714 (1997).
- Bequette, B. W. Nonlinear control of chemical processes: a review. *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol. 30, No. 7, pp. 1391-1413 (1991).
- Bequette, B. W. Edgar, T. F. Non-interacting control system design methods in distillation *Comp. & Chem. Eng.* Vol. 13, No. 6, pp. 641-650 (1989).
- Betlem, B. H. L., Rijnsdorp, J. E, Azink, R. F. Influence of tray hydraulics on tray column dynamics. *Chem. Eng. Sci.* Vol. 53, No 23, pp. 3991-4003 (1998).
- Bloemen, H. H. J., Chou, C. T., van den Boom, T. J. J., Verdult, V., Verhaegen, M., Backx, T. C. Wiener model identification and predictive control for dual composition control of a distillation column. *J. Process Control*, Vol. 11, pp. 601-620 (2001).
- Bristol, E. On a new measure of interaction for multivariable process control. *IEEE Trans. Autom. Contr.*, Vol. 11, pp. 133-134 (1966).
- Buckley, P. S., Luyben, W. L., Shunta, F. S. *Design of Distillation Control Systems*. Instrument Society of America, Research Triangle Park, USA, (1985).
- Castellanos-Sahagún, E. *Control Geométrico No Lineal de Columnas de Destilación Mediante Retroalimentación de Mediciones*. Tesis de Maestría, U. de Guadalajara (1997).

Castellanos-Sahagún, E., Alvarez, J. Two-point Cascade Control of Binary Distillation Columns. *Proc. American Control Conf. 2003, Denver, CO., June 4-6, 2003*, pp. 373-378 (2003).

Castellanos-Sahagún, E., Alvarez, J. Decentralized Cascade Control of Binary Distillation Columns. *Proc. of the American Control Conference 2004, Boston, MS, June 29-July 1, 2004*, pp. 3556-3561 (2004).

Castellanos-Sahagún, E., Alvarez, J. Synthesis of two-point controllers for binary distillation columns. Aceptado para publicación en *Chem. Eng. Comm.* (2005a).

Castellanos-Sahagún, E., Alvarez, J. An Adaptive Cascade Multivariable Control for a Class of Binary Distillation Columns. Sometido a revisión en: *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* (2005b).

Castellanos-Sahagún, E., Alvarez-Ramírez J., Alvarez, J. Two-point temperature control and structure design for binary distillation columns. *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol. 44, pp. 142-152 (2005a).

Castellanos-Sahagún, E., Alvarez-Ramírez J., Alvarez, J. Dual composition control and structure design for binary distillation columns. Sometido a revision en: *IEEE Trans. Contr. Sys. Techn.* (2005b).

Castro, R., Alvarez, Ja., Alvarez, Jo. Nonlinear disturbance decoupling control of a binary distillation column. *Automatica* Vol. 26, pp. 567-572 (1990).

Coddington, E. A. *An Introduction to Ordinary Differential Equations*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ (1961).

Cott, B. J., Durham, R. G., Lee, P. L. Process model based engineering. *Comp. Chem. Eng.* Vol. 13, pp. 973-984 (1989).

Chen, C. T. *Linear System Theory and Design*, Holt, Rinehart and Winston, NY (1984).

D'azzo, J. J., Houpis, C. H. *Linear Control Systems, Analysis and Design*. McGraw-Hill, New York (1981).

Diop, S., Fliess, M. On nonlinear observability. *Proc. 1st ECC*; Vol. 1, pp. 152 - 157 (1991).

Doherty, M. F., Perkins, J. D. On the dynamics of distillation processes IV: Uniqueness and stability of the steady-state in homogeneous continuous distillations. *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 37, No. 4, pp. 381-392 (1982).

Fagervik, K. C., Waller, K. V., Hammarström, L. G. Two-way or one-way decoupling in Distillation? *Chem. Eng. Comm.*, Vol. 21, pp. 235 - 249 (1983).

- Freeman, R. Kokotović, P. *Robust Nonlinear Control Design*, Birkhauser (1996).
- Froment G. F., Bischoff, K. B. *Chemical Reactor Analysis and Design, 2nd Ed.* Wiley Series in Chemical Engineering, John Wiley and Sons (1990).
- Fruehauf, P. S., Mahoney, D. P. Improve distillation control design. *Chem. Eng. Prog.*, Vol. 90, No. 3, pp. 75-83 (1994).
- Fuentes, C., Luyben, W. L. Control of high-purity distillation columns. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, Vol. 22, pp. 361-366 (1983).
- Gagnon, E., Pomerlau, A., Desbiens, A. Simplified, ideal or inverted decoupling? *ISA Trans.*, 37(4), September, 1998, pp. 265-276 (1998).
- Gilbert, A. F., Yousef, A., Natarajan, K., Deighton, S. Tuning of PI controllers with one-way decoupling in 2x2 MIMO systems based on finite frequency response data. *J. Process Control*, Vol. 13, pp. 553-567 (2003).
- Gjøsæter, O. B., Foss, B. A. On the use of diagonal control versus decoupling for ill-conditioned processes. *Automatica* Vol. 33, pp. 427 - 432 (1997).
- Hägglblom, K. E., Waller, K. V. Control structures, consistency and transformations. En: *W. L. Luyben (Ed.), Practical Distillation Control*, Van Nostrand Reinhold, NY, pp. 192-228 (1992)
- Halvorsen, I. J., Skogestad, S. *Distillation Theory*. En: *I. D. Wilson (Ed.) Encyclopedia of Separation Science*. Academic Press, pp. 117-1134 (2000).
- Han, M, Park, S. Control of high-purity distillation column using a nonlinear wave theory. *AIChE J*, Vol. 39, No. 5, pp. 787-796 (1993).
- Henson M., Seborg, D. E. Critique of exact linearization strategies for process control. *J. Process Control*, Vol. 1, pp. 122-139 (1991).
- Hermann, R., Krener, A. J. Nonlinear controllability and observability. *IEEE Trans. Autom. Contr.* Vol. AC-22, pp. 728-740 (1977).
- Hernández, H., Alvarez, J. Robust estimation of continuous nonlinear plants with discrete measurements. *Journal of Process Control*, Vol. 13, pp. 69-89 (2003).
- Hirschorn, R. M. Invertibility of multivariable nonlinear control systems. *IEEE Trans. Autom. Contr.*, Vol. 24, No. 6, 855-865 (1979).
- Hokanson, D.A., Gerstle, J. G. *Dynamic Matrix Control Multivariable Controllers*. En: *W. L. Luyben (Ed.), Practical Distillation Control*, Van Nostrand Reinhold, NY, pp. 248-271 (1992).

Hoppensteadt, F. Asymptotic stability in singular perturbation problems II: Problems having matched asymptotic expansion solutions. *J Differential Equations*, Vol. 15, pp. 510-521 (1974).

Hugo, A. Limitations of MPC Controllers. Available at: <http://www.controlartsinc.com> (2003).

Humphrey, J. L., Seibert, A. F., Koort, R. A. *Separation Technologies-Advances and Priorities*. OE Contract AC07-901D12920, Feb. 1991 (1991).

Hurowitz, S., Anderson, J., Duvall, M., Riggs, J. Distillation Control Configuration Selection. *J Process Control*, Vol. 13, pp. 357-362 (2003).

Isidori, A. (1995), *Nonlinear Control Systems. An Introduction, 2nd Ed.* Springer-Verlag.

Kailath, T. *Linear Systems*, Prentice Hall, Englewood Cliffs (1980).

Kershenbaum, L. Experimental testing of advanced algorithms for process control: When is it worth the effort? *TransIChemE*, Vol. 78, Part A, pp. 509-521 (2000).

Khalil, H. K. *Nonlinear Systems, 3rd Ed.* Prentice-Hall, Upper Saddle River (2002).

King, H. W., Wisler, Ch. O., Woodburn, J. G. *Hydraulics, 5th Ed.*, John Wiley & Sons (1948).

Kister, H. Z. *Distillation Operation*. McGraw-Hill (1990).

Kister, H. Z. What caused tower malfunctions in the last 50 years? *TransIChemE*, Vol. 81, Part A, pp. 5-25 (2003).

Kokotović, P. Applications of singular perturbation techniques to control problems. *SIAM Review*, Vol. 26, No. 4, October, 1984, pp. 501-550 (1984).

Kokotović, P., Khalil, H. K., O'Reilly. *Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design*. SIAM Classics in Applied Mathematics (1999).

Kothare, M., Campo, P. J., Morari, M., Nett, C. L. A unified framework for the study of Anti-windup designs. *Automatica*, Vol. 30, No. 12, pp. 1869-1883 (1994).

Krishnaswamy, P. R., Rangaiah, G. P. Jha, R. K., Deshpande, P. B. When to use cascade control. *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 29, pp. 2163-2166 (1990).

Krishnaswamy, P. R., Rangaiah, G. P. Role of secondary integral action in cascade control. *TransIChemE*, Vol. 70, Part A, March, 1992, pp. 149-152 (1992).

Krstić, M., Kanellakopoulos, I., Kokotović, P. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. Wiley Interscience (1995).

Larsen, M., Janković, M., Kokotović, P. Coordinated passivation designs. *Automatica*, Vol. 39, pp. 335-341 (2003).

- Lee, P. L. *Generic model control: The Basics*. En: P. L. Lee (Ed.) *Nonlinear Process Control: Applications of Generic Model Control*, Springer-Verlag, pp. 7-42 (1993).
- Leegwater, H. *Industrial Experience with Double Quality Control*. En: W. L. Luyben (Ed.), *Practical Distillation Control*, Van Nostrand Reinhold, NY, pp. 331-350 (1992).
- Lévine, J., Rouchon, P. Quality control of binary distillation columns via nonlinear aggregated models. *Automatica* Vol. 27, pp. 463 - 480 (1991).
- Levy, R. E., Foss, A. S., Grens II, E. A. Response modes of a binary distillation column. *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, Vol. 8, No. 4, pp. 765-776 (1969).
- López-Arenas, M. T., Alvarez J. Robust dynamic state estimation of nonlinear plants. *AIChE J.* Vol. 45, pp. 69 (1999).
- Lundström, P., Skogestad, S. Opportunities and difficulties with 5x5 distillation control. *J. Process Control*, Vol. 5, No. 4, pp. 249-261 (1995).
- Luyben, W. L. Distillation, feedforward control with intermediate feedforward control trays. *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 24, pp. 997-1007 (1969).
- Luyben, W. L. Distillation decoupling. *AIChE J.*, Vol. 16, No. 2, pp. 198-203 (1970).
- Luyben, W. L. Parallel cascade control. *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, Vol. 12, No. 4, pp. 463- 467 (1973).
- Luyben, W. L. Steady-state energy conservation aspects of distillation column control design. *Ind. Eng. Chem Fundam.* Vol. 14, No. 4, pp. 321-325 (1975).
- Luyben, W. L. *Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers, 2nd Ed.* McGraw-Hill, Singapore (1990).
- Luyben, W. L. *Introduction* En: W. L. Luyben (Ed.), *Practical Distillation Control*, Van Nostrand Reinhold, NY, pp. 1-13 (1992a).
- Luyben, W. L. *Diagonal Controller Tuning* En: W. L. Luyben (Ed.), *Practical Distillation Control*, Van Nostrand Reinhold, NY, pp. 229-247 (1992b).
- Luyben, W. L. *The need for simultaneous design education*. En: *The Integration of Process Design and Control*. Seferlis, P., Georgiadis, M. C. (Eds). Series in Computer-Aided Chemical Engineering, Elsevier, pp. 10-41 (2004).
- Luyben, W. L., Tyreus, B. D., Luyben, M. L. *Plantwide Process Control*, McGraw-Hill, NY (1998).
- Luyben, W. L. Vinante, C. D. *Kem. Teollisuus*, Vol. 29, pp. 499 (1972).

McAvoy, T. J. *Interaction Analysis, Principles and Applications*. Instrument Society of America, Research Triangle Park, NC (1983).

McAvoy, T. J., Ye, N., Gang, Ch. Nonlinear inferential parallel cascade control. *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol. 35, pp. 130-137 (1996).

McCabe, W. L., Thiele, E. W. Graphical design of distillation columns. *Ind. Eng. Chem.* Vol. 17, No. 6 pp. 605-611 (1925).

Monroy-Loperena, R., Alvarez-Ramírez, J. An indirect feedforward composition controller for distillation columns. *Chem. Eng. Comm.*, Vol. 189, pp. 923-941 (2002).

Moore, C. F. *Selection of controlled and manipulated variables*. En: *W. L. Luyben (Ed.), Practical Distillation Control*, Van Nostrand Reinhold, NY, pp. 140-177 (1992).

Morari, M., Lee, J. H. Model Predictive Control: past, present and future. *Comp. & Chem. Engng.* Vol. 23, pp. 667-682 (1999).

Morari, M., Zafiriou, E. *Robust Process Control*. Prentice-Hall (1989).

Morud, J. C., Skogestad, S. The dynamic behavior of cascade processes with application to distillation columns. *AIChE Annual Meeting, Miami Beach*, Nov. 1995. Paper 189b. (1995).

Niederlinski, A. Two-variable distillation control: decouple or not decouple?. *AIChE J.*, Vol. 17, No. 5, pp. 1261-1263 (1971).

Nisenfeld, A. E., Seeman, R. C. *Distillation Columns*. ISA, Monograph Series 2, Instrument Society of America, Research Triangle Park (1981).

Ogunnaike, B., Ray, H. *Process Dynamics Modeling & Control*. Oxford Univ. Press (1994).

Padilla, S., Alvarez, J., Castellanos-Sahagún, E. Linear measurement feedback control of nonlinear plants. *Proc. of 14th IFAC World Congress, Beijing, China*, pp. 225-229 (1999).

Papoulis, A. *Probability, random variables and stochastic processes*. McGraw-Hill (1965).

Patel, P., Schorr, G. R., Schah, P. N. Yaws, C. *Chem. Eng.*, Nov. 22, 1976, pp. 159 (1976).

Rademaker. O. J., Rijnsdorp, J. E., Maarleveld, A. *Dynamics and Control of Continuous Distillation Units*, Elsevier (1975).

Ricker, N. L. Decentralized control of the Tennessee Eastman Challenge Process. *J. Process Control*, Vol. 6, No. 4, pp. 205-221 (1996).

Riggs, J. B., Beauford, M., Watts, J. Using tray-to-tray models for distillation control. En: *P. Lee, Ed. Nonlinear Process Control: Applications of Generic Model Control*, pp. 67-103. Springer-Verlag (1993).

Riggs, J. B. Huang, H. Including levels in MPC to improve distillation control. *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 41, pp. 4048-4053 (2002).

Roat, S. D., Moore, C. F., Downs J. J. A steady state distillation column control system sensitivity analysis technique *Proc. of the IEEE Southeast Conf.* pp. 296-300, IEEE, New York (1988).

Ryskamp, C. J. Explicit vs implicit decoupling in distillation control. *Chemical Process Control II*, Engineering Foundation pp. 361-375, Engineering Foundation (1982).

Sågfors, M.F., K.V. Waller, K. V. Multivariable control of ill-conditioned distillation columns utilizing process knowledge. *J. Process Control*, Vol. 8, No. 3, pp. 197-208 (1998).

Sepulchre, R., Janković, M., Kokotović, P. R. *Constructive Nonlinear Control*. Communications and Control Engineering Series, Springer - Verlag, London, (1997).

Shin, J., Seo, H., Han, M., Park, S. A nonlinear profile observer using tray temperatures for high-purity binary distillation columns. *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 55, No. 4, pp. 807-816 (2000).

Shinskey, F. G. *Process Control Systems, 3rd Ed.* McGraw-Hill Book Co. (1988).

Shinskey, F. G. *Distillation Control for Productivity and Energy Conservation*. McGraw-Hill (1977).

Shinskey, F. G. Process control: As taught vs as practiced. *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol. 41, pp. 3745-3750 (2002).

Skogestad, S. Dynamics and control of distillation columns: a critical survey. *Modeling, Identification and Control*, Vol. 18, No. 3, pp. 177-217 (1997a).

Skogestad, S. Dynamics and control of distillation columns: a tutorial introduction. *Chem. Eng. Res. Des. (TranslChemE)*, Vol. 75, Part A, pp. 539-562 (1997b).

Skogestad, S., Lundström, M. MU optimal LV control of distillation columns. *Comp. & Chem. Engng.*, Vol. 14, No. 4/5, pp. 401-413 (1990).

Skogestad, S., Lundström, P., Jacobsen, E. W. Selecting the best distillation control configuration. *AIChE J.*, Vol. 36, No. 5, pp. 753-764 (1990).

Skogestad, S., Morari, M. The dominant time constant for distillation columns. *Comp. & Chem. Eng.*, Vol. 11, No. 6, pp. 607-617 (1987a).

Skogestad, S., Morari, M. Implications of large RGA elements on control performance. *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 26, pp. 2323-2330 (1987b).

- Skogestad, S., Morari, M. LV control of a high-purity distillation column. *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 43, No. 1, pp. 33-48 (1988a).
- Skogestad, S., Morari, M. Understanding the dynamic behavior of distillation columns. *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 27, pp. 1848-1862 (1988b).
- Sontag, E. D. *The ISS philosophy as a unifying framework for stability-like behavior*. In: *Nonlinear Control in the Year 2000 (Vol. 2)*. A. Isidori, F. Lamnabhi-Lagarrigue, W. Respondek, (Editors). Springer-Verlag, Berlin (2000).
- Stephanopoulos, G. *Chemical Process Control: An Introduction to Theory and Practice*. Prentice Hall (1984).
- Tolliver, T. L., McCune, L. C. Finding the optimum temperature control trays for distillation columns. *InTech*, Vol. 27, No. 9, pp. 75-80. (Sept. 1980).
- Treybal, R. E. *Mass Transfer Operations, 3rd Ed.* McGraw-Hill (1980).
- Trotta, A., Barolo, M. Nonlinear model-based control of a binary distillation column. *Comp. & Chem. Engng.*, Vol. 19, Suppl, pp. S519-S524 (1995).
- Vidyasagar, M. *Nonlinear Systems Analysis, 2nd Ed.* SIAM Classics in Applied Mathematics (2002).
- Wade, H. L. Inverted decoupling: a neglected technique. *ISA Transactions*, Vol. 36, No. 1, pp. 3-10 (1997).
- Walas, S. M. *Phase Equilibria in Chemical Engineering*. Butterwoth Publishers (1985).
- Waller, K., Finnerman, D. H. On usings sums and differences to control distillation. *Chem. Eng. Comm.*, Vol. 56, pp. 253-268 (1987).
- Waller, M., Waller, J. B., Waller, K. V. Decoupling revisited. *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 42, pp. 4575-4577 (2003).
- Wolff, E. A., Skogestad S. Temperature cascade control of distillation columns. *Ind. Eng. Chem. Res.*, Vol. 35, pp. 475-484 (1996).
- Wood, R. K., Berry, M. W. Terminal composition control of a binary distillation column. *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 28, pp. 1707-1717 (1973).
- Woolverton, P. F. How to use relative gain analysis in systems with integrating variables. *InTech*, 27 (9), 63-65 (1980).