

**ANÁLISIS DE LAS IRREVERSIBILIDADES EN UN COMPRESOR  
CENTRÍFUGO**

Tesis que presenta

**Jesús Alejandro González Andrade**

Que para obtener el grado de

**Maestro en Ciencias (Energía y Medio Ambiente)**





**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA  
UNIDAD IZTAPALAPA**

**DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA**

**POSGRADO EN ENERGÍA Y MEDIO AMBIENTE**

---

**ANÁLISIS DE LAS IRREVERSIBILIDADES EN UN COMPRESOR  
CENTRÍFUGO**

---

**TESIS**

**Que para obtener el grado de**

**MAESTRO EN CIENCIAS  
(ENERGÍA Y MEDIO AMBIENTE)**

**PRESENTA**

**Jesús Alejandro González Andrade**

**2171801515**

Director

**Dr. Raúl Lugo Leyte**

Ciudad de México, México, 25 de julio de 2019





# Comité tutorial

*Director*

**Dr. Raúl Lugo Leyte.** Departamento de Ingeniería de Procesos e Hidráulica. División de Ciencias Básicas e Ingeniería. Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Iztapalapa.



El jurado designado por la  
**Comisión Académica del Posgrado en Energía y Medio Ambiente**  
de la Unidad Iztapalapa, aprobó la tesis que presentó  
**JESÚS ALEJANDRO GONZÁLEZ ANDRADE**  
El día 25 de julio del 2019

**Miembros del jurado**



**Dr. Martín Salazar Pereyra**

*Presidente*



**M. en I.Q. Alejandro Torres Aldaco**

*Secretario*



**Dr. Agustín Mora Ortega**

*Vocal*



*“Aquel que no está ocupado haciendo, está ocupado muriendo”*

*Bob Dylan*



## Agradecimientos personales

A *mi familia*, quien siempre me ha apoyado y dado su confianza para culminar este proyecto.

A *mi madre*, quien siempre con amor nos ha dado a mí y a mis hermanos, las herramientas y el apoyo para superarnos cada día. Gracias por cada día de desvelo, por cada jornada de trabajo y por darnos siempre lo mejor de ti. Te amamos.

A *mi padre* por cada consejo de vida, por las palabras y las enseñanzas que hoy en día, son parte de mi filosofía de vida. Gracias.

A *mi abuelita Oliva*, por tu amor y apoyo. Por permitirme tener un hogar en esta ciudad. Gracias.

A *mis hermanos*, quienes son mi inspiración, ejemplo y el combustible que me motiva cada día para enfrentar los retos que me propongo. Los quiero mucho.

Al *Dr. Raúl Lugo Leyte*, por su enseñanza de disciplina y por engendrar un propósito de superación en mi persona. Gracias por cada corrección y por cada uno de sus comentarios, que por mínimos que fueran, han sido de gran valor para mí. Gracias por todo su apoyo y por brindarme su amistad.

Al *M. en I.Q. Alejandro Torres Aldaco*, por cada comentario acertado, por sus consejos y por el apoyo brindado para este trabajo.

Al grupo de la *Planta piloto 2 y T-041* que son mi segunda familia y con quien he tenido la suerte de sentirme en compañía, con ganas de aprender y superarme. A mis *amigos* de la universidad, por el apoyo, risas y consejos que me acompañan por siempre.

A la *Universidad Autónoma Metropolitana* y a todos los *profesores* que han dejado en mí, aprendizajes y gratos recuerdos.





# Índice general

Agradecimientos personales .....	I
Nomenclatura .....	1
Resumen por capítulo.....	3
Hipótesis.....	5
Objetivo.....	5
Objetivo general de la investigación .....	5
Objetivos específicos de la investigación .....	5
Capítulo 1.....	7
1. Introducción .....	7
1.1 Compresor centrífugo.....	7
1.2 Turbocompresores.....	9
1.2.1 Turbocargadores.....	11
1.2.2 Mapas de operación.....	12
1.2.3 Funcionamiento.....	14
1.2.4 Impulsor .....	14
1.2.5 Difusor .....	16
1.3 Cantidad de movimiento .....	17
1.3.1 Ecuación de Euler .....	19
1.3.2 Fuerza centrífuga.....	19
1.3.3 Segunda Ley de Newton para sistemas rotativos.....	21
1.3.4 Ecuación de la transferencia de energía bajo la forma de componentes energéticas.....	23
1.4 Primera ley de la termodinámica.....	23
1.4.1 Energía de un fluido en movimiento .....	24
1.4.2 Grado de reacción .....	25
1.4.3 Compresión difusiva .....	26
1.4.4 Relación de presiones.....	28
1.4.5 Trabajo de compresión .....	30
1.4.6 Factor de deslizamiento.....	30

1.4.7 Factor de potencia .....	32
1.4.8 Coeficiente de flujo .....	32
1.4.10 Número de Mach.....	33
1.5 Propiedades de estancamiento.....	34
Capítulo 2.....	37
2. Termodinámica de la compresión .....	37
2.1 Proceso de compresión.....	37
2.2 Proceso politrópico.....	38
2.2.1 Compresión isotérmica: $n_t = 1$ .....	41
2.2.2 Compresión con enfriamiento; $1 < n_e < \gamma$ .....	43
2.2.3 Compresión isoentrópica; $n = \gamma$ .....	44
2.2.4 Compresión politrópico; $n > \gamma$ .....	45
2.3 Pérdidas de energía de compresión en un diagrama $T-s$ .....	49
2.3.1 Recalentamiento por fricción en un diagrama $T-s$ .....	51
2.3.2 Calor de recalentamiento en un diagrama $T-s$ .....	52
2.3.3 Trabajo sin fricción en un diagrama $T-s$ .....	53
2.3.4 Pérdida externa por temperatura de succión en un diagrama $T-s$ .....	55
2.3.5 Irreversibilidad de la compresión en un diagrama $T-s$ .....	56
Capítulo 3.....	57
3. Eficiencia de compresión .....	57
3.1 Eficiencia de una turbomáquina.....	57
3.2 Definiciones de eficiencias de compresión .....	58
3.2.1 Eficiencia isotérmica .....	58
3.2.2 Eficiencia isoentrópica .....	58
3.2.3 Eficiencia politrópica .....	59
3.3 Eficiencia diabática .....	63
3.3.1 Análisis de la eficiencia diabática .....	64
3.3.2 Eficiencia isoentrópica diabática .....	65
3.3.3 Eficiencia politrópica para la compresión diabática .....	67
3.4 Eficiencia politrópica aparente.....	69
3.4.1 Casos especiales del análisis politrópico .....	70
3.4.2 Eficiencia politrópica aparente en función de la relación dinámica de flujo.....	70

3.5 Eficiencia politrópica en un diagrama $h-s$ .....	73
3.5.1 Cambio de entropía en función de la eficiencia politrópica .....	75
3.5.2 Cambio de entropía en función de la eficiencia politrópica aparente.....	77
Capítulo 4.....	79
4. Relación de transferencia de energía.....	79
4.1 Exponente politrópico de compresión.....	79
4.2 Proceso de compresión reversible en sistemas cerrados .....	80
4.3 Proceso de compresión reversible en sistemas abiertos .....	82
4.4 Proceso de compresión reversible en sistemas abiertos con números de Mach altos .....	84
4.5 Procesos de compresión irreversible con números de Mach altos .....	87
4.6 Modelos generales de desempeño termodinámico.....	89
4.6.1 Trabajo de compresión .....	89
4.6.2 Trabajo de flujo .....	91
4.6.3 Calor suministrado o rechazado .....	91
4.6.4 Calor de recalentamiento.....	92
4.6.5 Trabajo sin fricción .....	93
4.6.6 Recalentamiento debido a la fricción .....	94
4.6.7 Irreversibilidad .....	95
4.7 Caso práctico .....	96
Capítulo 5.....	103
5. Exergía de la compresión .....	103
5.1 Segunda ley de la termodinámica .....	103
5.2 Exergía de la compresión isoentrópica, $n = \gamma$ .....	105
5.3 Exergía de compresión con enfriamiento, $1 < n_e < \gamma$ .....	105
5.4 Exergía del proceso de compresión isotérmica, $n_t = 1$ .....	108
5.5 Exergía de un proceso de compresión politrópica, $n > \gamma$ .....	109
5.6 Caso práctico .....	114
5.6.1 Compresión isotérmica, $n_t = 1$ .....	115
5.6.2 Compresión con enfriamiento, $n_e = 1.3$ .....	117
5.6.3 Compresión isoentrópica, $n = \gamma = 1.4$ .....	119
5.6.4 Compresión politrópica (adiabática), $n = 1.5$ .....	120
Capítulo 6.....	125

6. Pérdidas de energía en compresores centrífugos .....	125
6.1 Pérdida por espaciamento .....	127
6.2 Pérdida por fricción en el disco.....	129
6.3 Pérdida por recirculación .....	130
6.4 Pérdida por fuga .....	132
6.5 Pérdida por incidencia.....	133
6.6 Pérdida por carga en el álabe .....	135
6.7 Pérdida por fricción superficial .....	137
6.8 Pérdida en el difusor sin álabes.....	138
6.9 Pérdida en el difusor con álabes.....	138
6.10 Pérdida total de energía.....	139
6.10.1 Trabajo de compresión.....	140
Capítulo 7.....	141
7. Caso de estudio .....	141
7.1 Equipo de estudio.....	141
7.2 Parámetros geométricos .....	143
7.3 Metodología .....	144
7.3.1 Condiciones de operación .....	144
7.3.2 Consideraciones del flujo .....	145
7.3.3 Estados termodinámicos.....	145
7.3.4 Evaluación de pérdidas de energía .....	147
7.3.5 Parámetros de operación y de desempeño termodinámico .....	148
7.3.6 Proceso de compresión adiabático.....	149
7.3.7 Irreversibilidades por pérdidas y por transferencia de calor .....	150
7.3.8 Puntos de operación a evaluar .....	151
7.3.9. Análisis paramétrico.....	152
7.4 Resultados .....	152
7.4.1 Condiciones de operación a 56,400 rpm.....	152
7.4.2 Resultados a velocidades de giro de 48,963 y 64,770 rpm. ....	166
Conclusiones .....	171
Referencias.....	173
Libros y Tesis.....	173

---

Artículos .....	173
Recurso de internet.....	178
Anexo A .....	179
A.1 Exergía de compresión multietapa .....	179
A.1.1 Proceso de compresión multietapa sin enfriamiento intermedio .....	179
A.1.2 Variación paramétrica del cambio de exergía en función de la eficiencia politrópica .....	182
A.1.3 Compresión multietapa con enfriamientos intermedios .....	182
A.1.4 Variación de la eficiencia politrópica y número de etapas de compresión.....	186
A.1.5 Ejemplo .....	187
A.2 Exergía de compresión de una etapa con enfriamiento a lo largo del proceso .....	193
A.2.1 Compresión de una etapa con enfriamiento a lo largo del proceso .....	194
A.2.2. Variación paramétrica .....	196
A.2.3 Análisis paramétrico .....	196
Anexo B .....	203
B.1. Transferencia de calor en turbocargadores.....	203
B.1.1 Métodos para evaluar y modelar la transferencia de calor en turbocompresores .....	205
B.1.2 Investigaciones realizadas en turbocompresores.....	207
B.2 Calor perdido por convección en un motor eléctrico de un compresor centrífugo .....	215
B.2.1 Determinar el calor rechazado por convección del motor eléctrico .....	215
B.2.2 Coeficiente convectivo de transferencia de calor.....	216
B.2.3 Flujo de calor rechazado en la carcasa.....	217
B.2.4 Porcentaje de pérdida de potencia eléctrica .....	217



# Nomenclatura

$A, a$	área; [m <sup>2</sup> ], velocidad del sonido; [m/s],	$k_d$	altura de base del disco; [m],
$c$	velocidad del fluido; [m/s], capacidad calorífica; [kJ/kgK],	$k_h$	altura del álabe; [m],
$C_f$	coeficiente de fricción; [-],	$L$	longitud; [m],
$D, d$	diámetro; [m], altura del álabe; [m],	$M$	número de Mach; [-],
$D_f$	coeficiente de difusión; [-],	$\dot{m}$	flujo másico; [kg/s],
$\dot{E}, E, e$	potencia; [kW], energía; [kJ], energía específica; [kJ/kg],	$N$	velocidad de giro; [rpm],
$ec$	energía cinética; [kJ/kg],	$n$	exponente politrópico; [-],
$ep$	energía potencial [kJ/kg],	$Nu$	número de Nusselt; [-],
$F$	fuerza; [N];	$P$	presión; [bar, kPa],
$g$	aceleración de la gravedad; [m/s <sup>2</sup> ],	$Pr$	número de Prandtl; [-],
$G$	flujo volumétrico; [m <sup>3</sup> /s],	$\dot{Q}, Q, q$	flujo de calor; [kW], calor; [kJ], calor por unidad de masa; [kJ/kg],
$Gr$	número de Grashof; [-],	$R, r$	constante de gas; [kJ/kgK], radio; [m],
$GR$	grado de reacción; [-],	$r$	recalentamiento por fricción; [kJ/kg],
$\dot{H}, H, h$	entalpía por unidad de tiempo; [kW], entalpía; [kJ], entalpía específica; [kJ/kg],	$Re$	número de Reynolds; [-],
$hc$	coeficiente convectivo; [kW/m <sup>2</sup> K],	$S, s$	entropía; [kJ/K], entropía específica; [kJ/kgK],
$\dot{I}, I, i$	irreversibilidad por unidad de tiempo; [kW], irreversibilidad; [kJ], irreversibilidad por unidad de masa; [kJ/kg],	$s$	tamaño de brecha; [mm],
$K, K'$	relación de transferencia de energía; relación de transferencia de energía modificada [-],	$T$	temperatura; [K],
$k$	conductividad térmica; [kW/mK],	$t$	tiempo; [s],
$k_b$	grosor del disco; [m],	$U, u$	Energía interna; [kJ], energía interna específica; [kJ/kg],
		$U$	velocidad periférica; [m/s],
		$V, v$	volumen; [m <sup>3</sup> ], volumen específico; [m <sup>3</sup> /kg],
		$W$	velocidad relativa; [m/s],
		$Z$	número de etapas; [-].

## Letras griegas

$\alpha$	coeficiente de recalentamiento; [-], relación de remolino; [-],	$\pi$	relación de presiones; [-],
$\beta$	ángulo de álabe; [°], coeficiente de expansión volumétrica; [-],	$\rho$	densidad; [kg/m <sup>3</sup> ],
		$\sigma$	factor de deslizamiento; [-], constante de Stefan-Boltzmann, 5.67x10 <sup>-8</sup> ; [kW/m <sup>2</sup> K],

$\gamma$	exponente adiabático, [-],	$\dot{T}, T, \tau$	potencia [kW], trabajo; [kJ], trabajo por unidad de masa; [kJ/kg],
$\Delta$	diferencia o cambio de magnitud; [-],	$\varphi$	coeficiente de flujo; [-],
$\dot{E}, \varepsilon$	exergía por unidad de tiempo; [kW], exergía; [kJ/kg], emisividad; [-],	$\chi$	relación dinámica de flujo; [-],
$\eta$	eficiencia; [-],	$\psi$	factor de potencia; [-],
$\mu$	viscosidad dinámica; [kPa s],	$\omega$	velocidad angular; [rad/s].
$\nu$	viscosidad cinemática; [m <sup>2</sup> /s],		

**Subíndices**

<i>0</i>	estado muerto, propiedad de estancamiento,	<i>m</i>	componente meridional,
<i>1</i>	succión,	<i>n</i>	politrópico,
<i>2</i>	descarga del impulsor,	<i>P</i>	a presión constante,
<i>3</i>	salida del difusor,	<i>par</i>	parasitas,
<i>a</i>	componente axial,	<i>pic</i>	compresión politrópica,
<i>amb</i>	ambiente,	<i>R</i>	componente radial,
<i>avg</i>	promedio,	<i>rad</i>	radiación,
<i>bld</i>	carga en el álabe,	<i>rc</i>	recirculación,
<i>c</i>	compresión, fuente o deposito caliente,	<i>rec</i>	recalentamiento,
<i>cond</i>	conducción,	<i>rech</i>	rechazado,
<i>conv</i>	convección,	<i>rev</i>	reversible,
<i>des</i>	descarga,	<i>s</i>	isoentrópico,
<i>dif</i>	difusor,	<i>sic</i>	compresión isoentrópica,
<i>df</i>	fricción en el disco,	<i>sf</i>	fricción superficial,
<i>e</i>	enfriamiento,	<i>sq</i>	isoentrópica diabática,
<i>ex</i>	exergía,	<i>sum</i>	suministrado,
<i>fc</i>	flujo de compresión,	<i>T</i>	total,
<i>h</i>	raíz o cubo,	<i>t</i>	isotérmica,
<i>hyd</i>	hidráulico,	<i>tic</i>	compresión isotérmica,
<i>inc</i>	incidencia,	<i>u</i>	componente periférico,
<i>imp</i>	impulsor,	<i>v</i>	volumen constante,
<i>j</i>	contador en nomenclatura,	<i>vc</i>	volumen de control,
<i>lk</i>	fuga,	<i>vd</i>	difusor con álabes,
<i>M</i>	proceso multietapa,	<i>vld</i>	difusor sin álabes.



# Resumen por capítulo

Capítulo 1. En este capítulo se presentan de manera introductoria aspectos generales de los compresores centrífugos, como son su clasificación, aplicación y funcionalidad. Se realiza una descripción breve acerca de los turbocargadores centrífugos, en éstos, el calor suministrado al compresor juega un papel importante para su desempeño energético. También se presentan principios, leyes y aspectos técnicos importantes para el desarrollo de este estudio como son: la primera ley de la termodinámica, la geometría del impulsor, la cantidad de movimiento en turbomáquinas, la cinemática de los compresores centrífugos, los triángulos de velocidades, el factor de deslizamiento, la relación de presiones y las propiedades de estancamiento.

Capítulo 2. Se presentan las expresiones para evaluar el desempeño energético de los principales procesos de compresión basados en el modelo politrópico, estos son: el proceso isotérmico ( $n_t = 1$ ); el proceso con enfriamiento ( $1 < n_e < \gamma$ ); el proceso isoentrópico ( $n = \gamma$ ); y el proceso politrópico ( $n > \gamma$ ). También se realiza un análisis de áreas en el proceso de compresión politrópico representado en un diagrama  $T-s$ , en el cual, se representan las pérdidas de energía debido a las irreversibilidades existentes en el proceso de compresión.

Capítulo 3. En este capítulo se realiza una descripción de las distintas eficiencias de compresión para evaluar el desempeño energético del proceso de compresión. Destacando a la eficiencia politrópica, la cual, está relacionada con las pérdidas de energía por las irreversibilidades. También se muestra la importancia de considerar a la transferencia de calor y a la velocidad del fluido al momento de evaluar la eficiencia de compresión politrópica, para esto, se hace una distinción entre una eficiencia politrópica aparente y la eficiencia politrópica real.

Capítulo 4. Los procesos politrópicos son de suma importancia para el modelado termodinámico de la compresión; sin embargo, no siempre los procesos reales se comportan como procesos politrópicos, por esta razón, en este capítulo se muestran los aspectos importantes para que el proceso de compresión pueda ser descrito mediante un modelo politrópico, poniendo énfasis en considerar sí el proceso de compresión es diabático y si la velocidad del flujo es significativa en la compresión, incorporando así, a la relación de transferencia de calor modificada. Finalmente, se muestran expresiones desarrolladas para evaluar el proceso de compresión politrópica en función de las propiedades de estancamiento y de la relación de transferencia de energía modificada.

Capítulo 5. La exergía está directamente relacionada con la irreversibilidad generada en los procesos termodinámicos. Es por esto que, en este capítulo se realizan las expresiones para evaluar el desempeño exergético para los distintos procesos de compresión. Se realiza un ejemplo para comparar la evaluación

energética y exergética del proceso de compresión: isotérmica ( $n_t = 1$ ), con enfriamiento ( $1 < n_e < \gamma$ ), isoentrópica ( $n = \gamma$ ) y politrópica ( $n > \gamma$ ).

Capítulo 6. Se describen las principales modelos matemáticos de pérdidas de energía en los compresores centrífugos obtenidas de la revisión bibliográfica, que son: por espaciado, por incidencia, por fricción superficial, por carga en el álabe, por fuga, por fricción en el disco y pérdida en el difusor con y sin álabes. Conocer los principales mecanismos de pérdidas de energía, permite evaluar el trabajo de compresión real y distinguir el incremento de entropía que genera la irreversibilidad por los diferentes fenómenos físicos durante el proceso de compresión.

Capítulo 7. Enfocando el estudio en los turbocargadores se realiza la metodología para realizar la evaluación del desempeño energético y exergético del proceso de compresión tomando información de cada uno de los capítulos anteriores. Resaltando las irreversibilidades generadas en el proceso de compresión.

Capítulo 8. En este capítulo se presentan los resultados obtenidos con la metodología planteada en el capítulo 7. Se realiza el análisis de resultados para obtener unas conclusiones en relación a las irreversibilidades encontradas en la operación del compresor centrífugo del caso de estudio.

Anexo A. Se realizan dos estudios acerca del cambio de exergía del proceso de compresión en la compresión multietapa. En el primero se demuestra que la compresión multietapa con enfriamientos intermedios requiere de un menor cambio de exergía total, debido a que el proceso se mantiene a temperaturas más bajas que el proceso sin enfriamientos. El segundo estudio muestra la importancia que tiene el considerar a un proceso de compresión con enfriamiento como un proceso reversible, comparando una compresión multietapa con enfriamiento con uno con enfriamiento continuo.

Anexo B. En este anexo se presenta información obtenida de una revisión bibliográfica en cuestión de investigaciones realizadas sobre la transferencia de calor en turbocargadores. En éste se encuentran los resultados obtenidos en distintos trabajos sobre el desempeño y efecto que la transferencia de calor tiene en los turbocargadores.

# Hipótesis

La irreversibilidad en un compresor centrífugo es mayor cuando éste se considera como un sistema diabático. Al cuantificar las irreversibilidades es posible conocer tanto el impacto energético, como el impacto exergético que se tiene en el proceso de compresión.

# Objetivo

## Objetivo general de la investigación

Evaluar las irreversibilidades de un compresor centrífugo diabático.

## Objetivos específicos de la investigación

- Determinar la geometría termodinámica del proceso de compresión en un diagrama  $T-s$ .
- Analizar el proceso de compresión diabático con cambios de energía cinética considerables.
- Realizar el estudio exergético del proceso de compresión.
- Identificar los mecanismos de pérdidas de energía de un compresor centrífugo.
- Cuantificar las irreversibilidades del turbocargador centrífugo Holset HT3B que se encuentra instalado en el laboratorio de procesos termodinámicos, T-041.



# Capítulo 1

## 1. Introducción

### 1.1 Compresor centrífugo

En la década de los 60 del siglo pasado, los compresores centrífugos se hicieron populares debido a que su eficiencia isoentrópica era comparable a la del compresor alternativo, y además, sus costos de mantenimiento resultaban mucho más bajos. En la actualidad, el compresor centrífugo es el componente principal en las industrias de procesos, debido a su amplio rango de operación y porque su diseño ocupa menos volumen que los compresores axiales. Es parte integral de la industria petroquímica, ya que su uso se ha incrementado en los últimos 20 años, debido al aumento en la demanda del gas natural en los sectores consumidores de energía, residencial, comercial e industrial, y a las constantes mejoras operacionales y tecnológicas de diseño, las cuales han permitido alcanzar relaciones de presiones por etapa de 4:1 y eficiencias de compresión isoentrópicas mayores al 85 % (Pereira y Lubomirsky, 2006).

El compresor es un dispositivo mecánico, capaz de transferir de manera eficiente energía hacia un fluido compresible, con el objetivo de suministrarlo a una presión más alta que su presión original. La compresión se requiere para una variedad de propósitos, algunos de ellos son: transportar el fluido de trabajo a través de ductos o tuberías, proporcionar aire comprimido para componentes neumáticos o para cualquier otro servicio que lo requiera. Es un componente esencial en motores térmicos, como son: turbinas de gas, turbocargadores, turbo-jets, entre otros.

En la Figura 1.1 se muestra la clasificación general de los compresores. Los compresores de desplazamiento positivo se utilizan para un flujo intermitente, en el que volúmenes sucesivos de fluido se confinan en espacios cerrados para aumentar sus presiones. Este tipo de compresor se puede clasificar adicionalmente como alternativos o rotativos. El compresor alternativo consta de un pistón que tiene un movimiento alternativo dentro de un cilindro. Los compresores rotativos tienen elementos giratorios cuya acción resulta en comprimir y desplazar el fluido. El compresor de desplazamiento positivo rotativo se puede subdividir en compresores de paletas, de flujo rotativo, de tornillo y de engranaje.

La otra clase de compresores son de flujo continuo, llamados compresores dinámicos o turbocompresores, que forman parte de la clasificación de turbomáquinas. De forma general resaltan cuatro variantes de la clasificación de las turbomáquinas, éstas son:

1. La naturaleza del fluido, si éste es incompresible o compresible.
2. La transferencia de energía, si son máquinas receptoras o motrices.
3. La dirección del flujo al paso por el rotor de la turbomáquina, que pueden ser de tipo:
  - Radial.
  - Axial.
  - Mixto (radial-axial).
4. Grado de reacción, determina si se trata de una máquina de acción o de reacción.

En los compresores dinámicos, las piezas giratorias (rotores), aceleran el fluido a una alta velocidad; esta velocidad se convierte después en energía de presión debido a la desaceleración gradual que ocurre en el difusor o voluta que rodea al rotor. Adicionalmente, los compresores dinámicos se subdividen en compresores centrífugos y de flujo axial. El flujo principal de gas en el compresor centrífugo es radial y el flujo de gas en un compresor axial es axial.

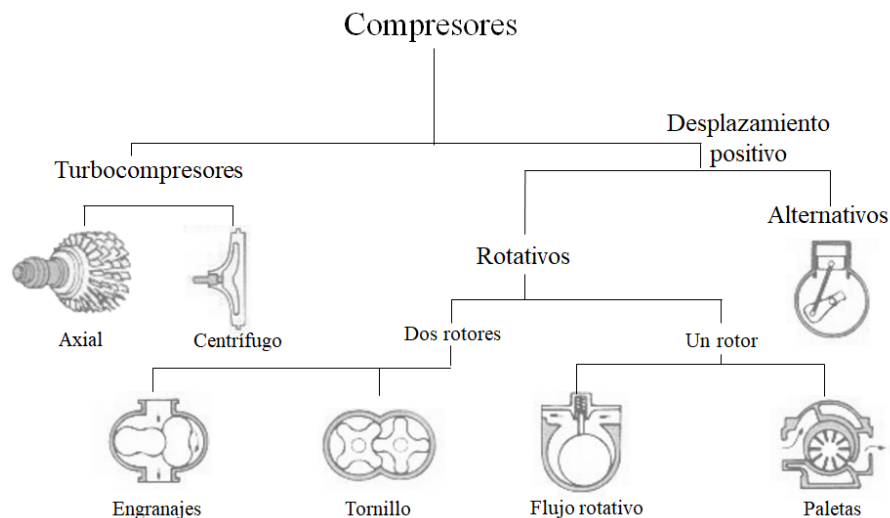


Figura 1.1. Clasificación de compresores

En ocasiones, no es evidente el tipo de compresor que se necesita para una aplicación. De los muchos tipos de compresores utilizados principalmente en la industria de procesos, algunos de los más importantes son los compresores centrífugos, axiales, rotativos y alternativos. Se clasifican en tres categorías, como se muestra en la Figura 1.2. Para flujos volumétricos muy altos y relaciones de presiones bajas, un compresor de flujo axial es la mejor opción. Los compresores de flujo axial generalmente tienen una mayor eficiencia, pero una región de operación más pequeña que una máquina centrífuga. Los compresores centrífugos funcionan de manera más eficiente con flujos volumétricos

medios y relaciones de presiones altas. Los compresores rotativos y alternativos (máquinas de desplazamiento positivo) se utilizan mejor para flujos volumétricos bajos y relaciones de presiones altas. Los compresores de desplazamiento positivo, son comúnmente conocidos como compresores reciprocantes, fueron los compresores más utilizados en las industrias de procesos y tuberías hasta la década de los sesenta.

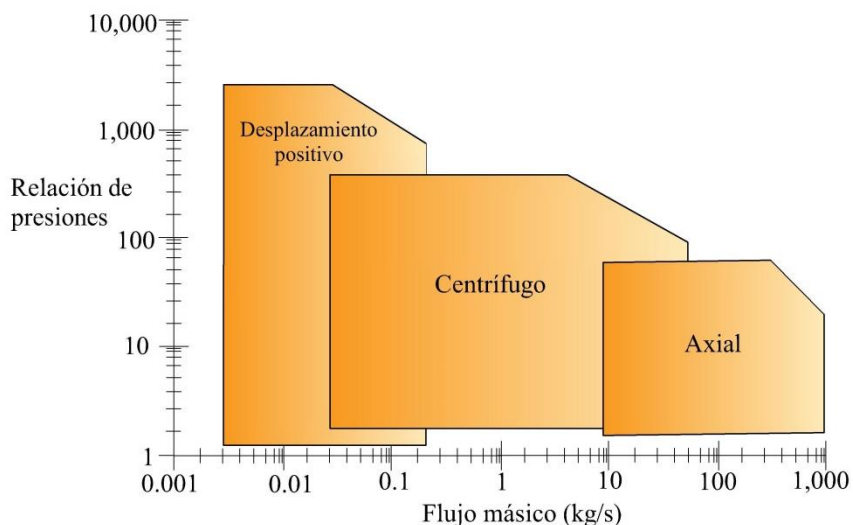


Figura 1.2. Características de operación de diferentes tipos de compresores (Jansohn, 2013)

Los compresores centrífugos varían en tamaño desde relaciones de presiones de 1.3:1 por etapa en las industrias de proceso, a 3-9:1 por etapa en turbinas de gas pequeñas, y tan altas como 15:1 en modelos experimentales. El compresor centrífugo tiene un rango de operación estable limitado. La capacidad varía de 45% a 90% de la capacidad nominal. El compresor centrífugo se debe seleccionar para las peores condiciones de operación posibles, pero al mismo tiempo, cumplir con los requisitos de diseño (Boyce, 2003).

La velocidad de funcionamiento del compresor centrífugo es mayor que la de otros compresores. Para aeronaves y aplicaciones espaciales, la velocidad de giro puede oscilar entre 50,000 y 100,000 rpm. La mayoría de las unidades comerciales funcionan por debajo de 20,000 rpm.

## 1.2 Turbocompresores

El compresor es un equipo que requiere de un suministro de potencia, para esto, se emplean equipos que le proporcionen la potencia necesaria para ser accionado. Los equipos más comunes para hacerlo son: los motores de combustión interna, turbinas de gas, o motores eléctricos. Un turbocompresor, tal y como su nombre lo indica, es un sistema conformado por una turbina y un compresor.

Las aplicaciones de los turbocompresores centrífugos se encuentran en la producción de energía mediante turbinas de gas de pequeña escala, en la propulsión marina, en locomotoras, en la refinación del petróleo, en turborreactores de aviones, o en sobrealimentación en motores de combustión interna para la industria automotriz. En la Figura 1.3 se muestra un turbocompresor centrífugo con una

aplicación de generar potencia eléctrica, la Figura 1.4 muestra el compresor centrífugo en una turbina de avión acoplado a una turbina axial y la Figura 1.5 muestra una turbina de gas aeroderivada GT25, en la cual, la turbina radial de alta presión se encuentra acoplada a un compresor centrífugo.

Los turbocompresores centrífugos tuvieron sus inicios en Francia y Alemania en la industria aeronáutica a principios del siglo pasado. Estos presentaban eficiencias muy bajas, con valores menores al 15%. Para el año de 1960, la eficiencia de los compresores centrífugos oscilaba alrededor del 70%, para el año 1973 se alcanzaron eficiencias del 80% y en la actualidad, las mayores eficiencias de compresión isoentrópicas son de alrededor del 86% (Kenny, 1984). En el caso específico del impulsor centrífugo, las eficiencias isoentrópicas que se alcanzan actualmente son eficiencias de alrededor del 93%. Sin embargo, a pesar de las mejoras tecnológicas cada vez es más complicado aumentar las eficiencias debido a las irreversibilidades que siempre ocurren durante el funcionamiento de los equipos.

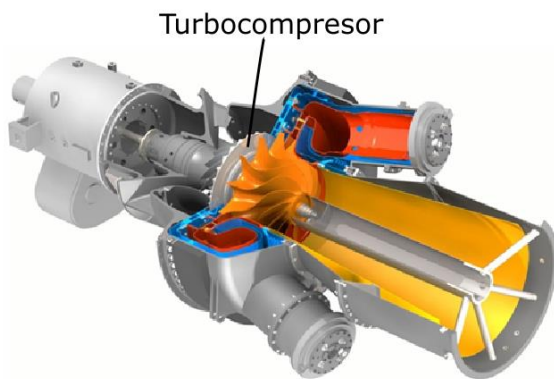


Figura 1.3. Turbina de gas OPI6

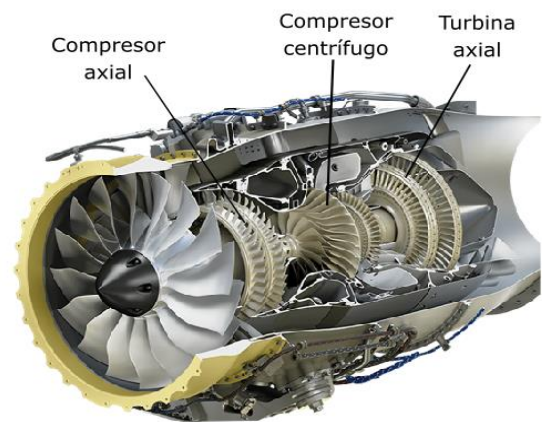


Figura 1.4. Turbojet HF120

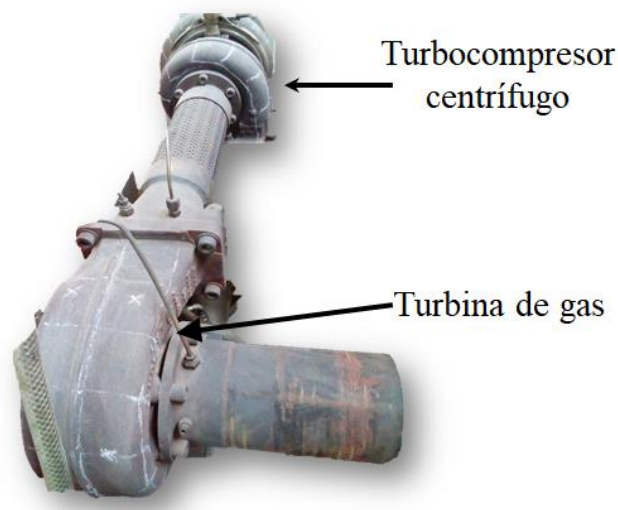


Figura 1.5. Turbina de gas aeroderivada GT25, PP2, UAM-I



### 1.2.1 Turbocargadores

Desde hace varios años, la tendencia de “downsizing” ha adquirido una gran relevancia en el campo de los motores de combustión interna alternativos. El efecto más claro de esta tendencia es ver como los motores de seis cilindros están reemplazando a los de ocho, los de seis a su vez están siendo sustituidos por los de cuatro y, muy recientemente, los motores de tres cilindros están desbancando a los de cuatro (Squatriglia, 2016).

El objetivo de esta tendencia es reducir la cilindrada del motor pero manteniendo la misma potencia o incluso aumentándola. Esta reducción de tamaño va acompañada de un aumento de eficiencias al reducir las pérdidas térmicas y de fricción, entre otros factores. Con este aumento de eficiencias el motor reduce sus emisiones contaminantes, un factor de crucial importancia para mejorar la sostenibilidad y poder cumplir con las presentes normativas que establecen los máximos de contaminación posibles de cualquier motor comercial. Entre las tecnologías más implantadas para cumplir con el “downsizing” se encuentran la sobrealimentación del motor, la inyección directa o la distribución de válvulas variables. La sobrealimentación consiste en introducir mayor cantidad de masa de aire y de combustible en la cámara de combustión de un motor. La manera de suministrar una mayor cantidad de masa de aire es mediante la compresión, ya que el aire comprimido adquiere una mayor densidad y una mayor temperatura, que son factores que favorecen al proceso de combustión. Para esto, los motores de combustión interna con sobrealimentación, son equipados con turbocargadores. (ver Figuras 1.6 y 1.7). Las mayores relaciones de presiones de este tipo de compresores son de alrededor de 3.5 (Zengh et al., 2018).



Figura 1.6. Turbocompresor Garrett

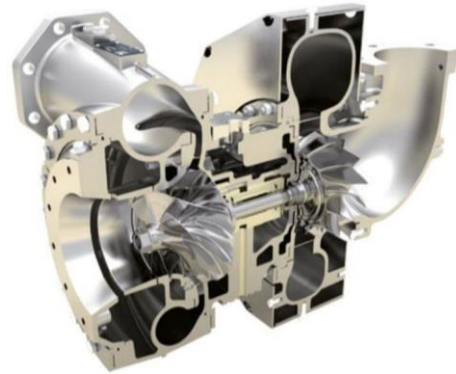


Figura 1.7. Vista meridional de un turbocompresor centrífugo

El turbocargador centrífugo está compuesto por una turbina radial y un compresor centrífugo, ambos equipos están conectados mediante un eje común. En la Figura 1.8 se pueden ver estos componentes. El funcionamiento del turbocargador consiste en aprovechar la energía térmica de los gases de escape del motor de combustión, para generar potencia mecánica en la turbina del turbocompresor. La energía de los gases de escape hace girar la turbina y al mismo tiempo transmite la potencia al compresor centrífugo mediante el eje mecánico. El compresor centrífugo comprime el aire proveniente del medio ambiente y lo suministra al motor de combustión interna para conseguir la sobrealimentación en el

motor. Los gases de escape que se expanden en la turbina, son descargados al medio ambiente con una menor cantidad de energía.

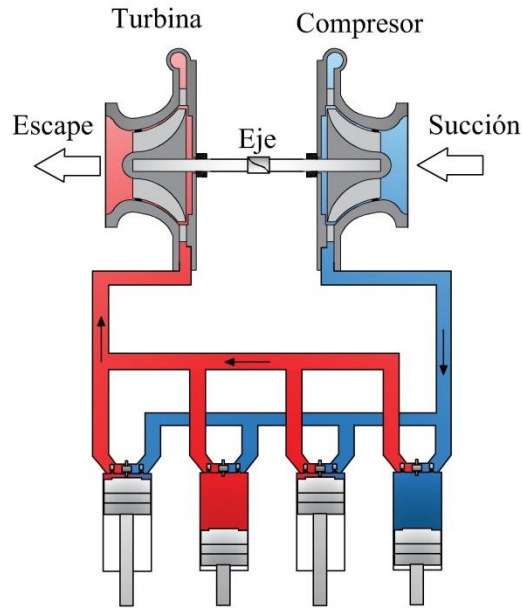


Figura 1.8. Turbocargador

### 1.2.2 Mapas de operación

Un mapa de operación es una representación gráfica de las zonas de operación de una turbomáquina. Los mapas de operación son una familia de curvas, que representan diferentes velocidades de giro  $N$  de la máquina, el eje de las ordenadas o la variable dependiente está representado por la cabeza politrópica  $\tau_P$  o isoentrópica  $\tau_s$ , la relación de presiones  $\pi$ , la eficiencia  $\eta$ , la presión de descarga  $P_{des}$ , entre otras, y el eje de las abscisas representa el flujo volumétrico  $G$  o másico  $\dot{m}$ . También relaciona los valores de la eficiencia isoentrópica por medio de las islas de eficiencia que son curvas que representan una eficiencia constante (Boyce, 2003).

La Figura 1.9 muestra una representación de un mapa de operación de un compresor a diferentes velocidades de giro, y también muestra la relación de presiones en función del flujo másico o del flujo volumétrico. Los mapas de operación muestran el rango de operación de una turbomáquina, los cuales se caracterizan por estar delimitados por la zona de surge y la zona de stonewall. Se le conoce como surge, a la zona operacional no deseada e inestable de una turbomáquina o sistema (Staroselsky y Ladin, 1979), ya que la inestabilidad genera vibraciones en el compresor provocando daños internos o incluso la destrucción del equipo. El surge se puede alcanzar con una disminución importante del flujo másico y como consecuencia, éste pueda invertirse dentro del compresor, lo que puede conducir a la destrucción total del compresor. Por otro lado, está la zona ahogamiento (stonewall), en donde la capacidad de la máquina para comprimir cierto flujo másico se sobrepasa debido a que el flujo alcanza un número de Mach aproximado o igual a 0.8 y por consecuencia no puede pasar más flujo. Las condiciones de ahogamiento causan una gran caída en la eficiencia y por tanto un aumento en la potencia requerida por el sistema pero no conducen a la destrucción de la unidad.

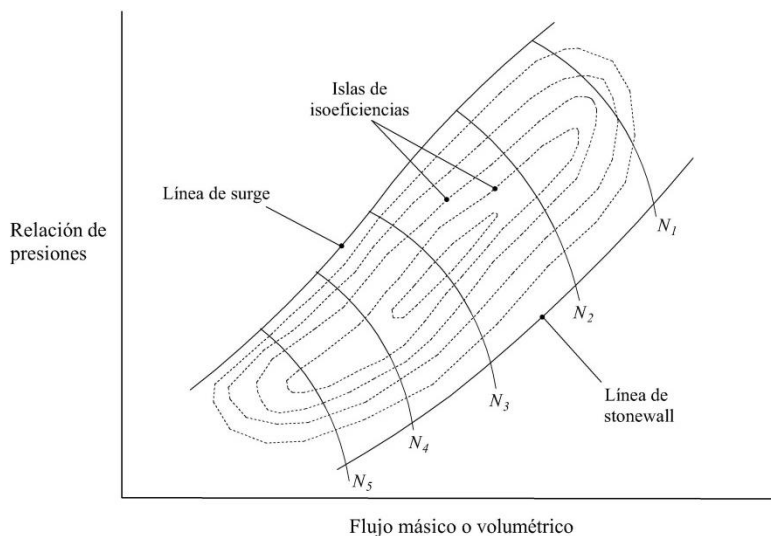


Figura 1.9. Mapa de operación. Características operativas de un compresor

Los parámetros de desempeño de un equipo, se pueden representar en diferentes mapas de operación. Por ejemplo, las Figuras 1.10 y 1.11 muestran el mapa de la potencia de compresión y el mapa de la eficiencia de compresión total, de un compresor centrífugo experimental de siete etapas Armield FM12 (González et al., 2018). En este caso, la eficiencia total es el producto entre la eficiencia eléctrica, la eficiencia mecánica y la eficiencia de compresión isoentrópica. Estos se muestran en función del flujo volumétrico  $G$ , para velocidades de giro de 1,500, 2,100, 2,700 y 3,300 rpm.

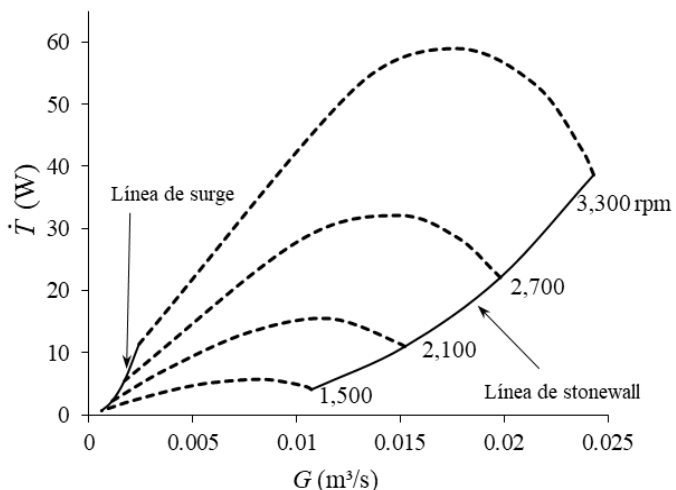


Figura 1.10. Potencia de compresión en función de flujo volumétrico

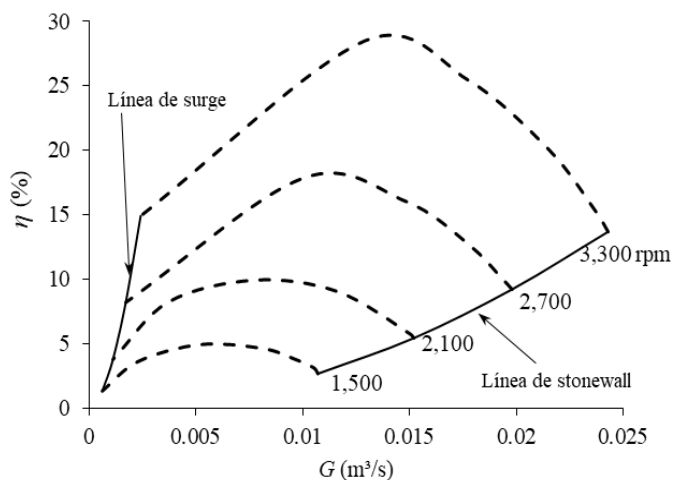


Figura 1.11. Eficiencia total de compresión en función del flujo volumétrico

Para obtener las curvas características del compresor, se deben realizar las mediciones de los parámetros con que éste opera, cumpliendo los siguientes puntos:

- 1) Determinar las velocidades de giro  $N$ , a las cuales se evalúa el equipo.
- 2) Seleccionar la velocidad de giro máxima del compresor (100% de carga).

- 3) Cerrar gradualmente la válvula de descarga hasta obtener el punto de flujo mínimo permisible operativo del equipo y determinar un número de muestras apropiadas.
- 4) Abrir gradualmente la válvula de descarga para registrar los incrementos del flujo volumétrico y las respectivas mediciones hasta que el punto de la muestra final corresponda cuando la válvula esté completamente abierta.
- 5) Seleccionar otra velocidad de giro y repetir los pasos 2) y 3).

La mínima velocidad de giro a evaluar depende de la sensibilidad de las mediciones, aquellos en donde los cambios no sean despreciables. Después de realizar las mediciones para cada velocidad de giro, se determinan los parámetros de desempeño que se muestran en el capítulo 2.

### 1.2.3 Funcionamiento

En el compresor centrífugo, el gas ingresa al compresor en una dirección axial y sale en una dirección radial hacia un difusor. Esta combinación de rotor (o impulsor) y difusor comprende una sola etapa. El gas ingresa inicialmente a la zona de succión en donde se encuentra el ojo del impulsor centrífugo. El gas es acelerado por los álabes del impulsor, esto genera una fuerza centrífuga que empuja al gas de manera radial hacia el borde exterior del impulsor, el flujo da un giro de  $90^\circ$  y sale hacia un difusor. Generalmente, al salir el aire del impulsor existe un espacio sin álabes, seguido por un difusor que puede tener o no álabes (ver Figura 1.17). El espacio sin álabes se usa para reducir la velocidad del aire al salir del rotor que puede llegar a ser supersónica ( $M > 1$ ) a velocidad subsónica ( $M < 1$ ). La Figura 1.12 muestra el esquema de un compresor centrífugo y algunos de los elementos que lo componen.

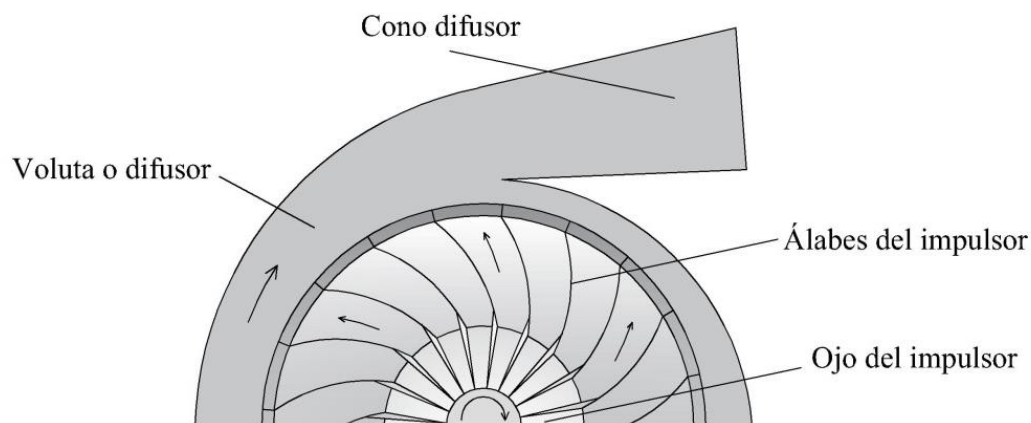


Figura 1.12. Elementos de un compresor centrífugo

### 1.2.4 Impulsor

El impulsor de un compresor centrífugo transmite la energía mecánica al fluido de trabajo. El impulsor consta de dos componentes básicos: un inductor, por el cual el flujo de gas ingresa al ojo del impulsor y, los álabes en dirección radial, donde la energía es transferida al gas por medio de la fuerza centrífuga. El flujo entra al impulsor en dirección axial y sale en dirección radial. El gas se comprime a

medida que pasa por el impulsor, luego se descarga en un difusor, donde la energía cinética se convierte en presión estática. En la Figura 1.13 se muestran los puntos radiales más relevantes de la velocidad del fluido en un impulsor centrífugo, estos puntos son: la raíz del álabe en el ojo del impulsor, 1, en donde el flujo ingresa de manera radial al ojo del impulsor y se tiene la menor velocidad periférica; la punta del álabe en el ojo del impulsor, 1t, en donde se tiene la mayor velocidad periférica en la entrada del impulsor; y la punta del álabe a la salida del impulsor, 2, en donde el flujo adquiere la mayor energía cinética en todo el proceso de compresión. Los perfiles de velocidad y de presión del gas, se representan en la Figura 1.14, en este se muestra que la presión del gas aumenta a los largo del proceso de compresión, para esto, el gas experimenta una desaceleración en el difusor para incrementar su presión.

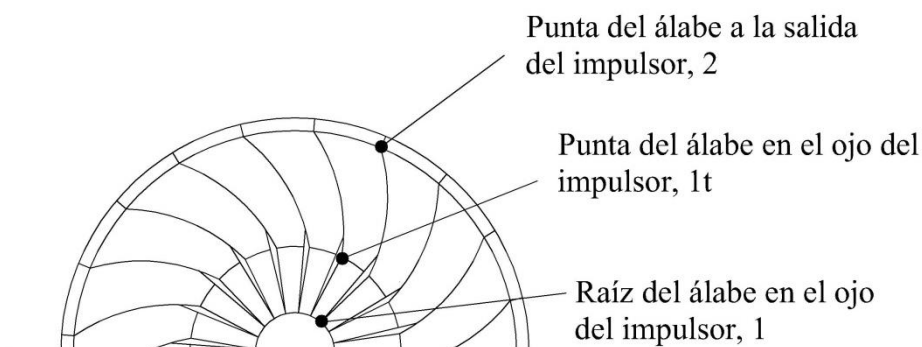


Figura 1.13. Impulsor centrífugo

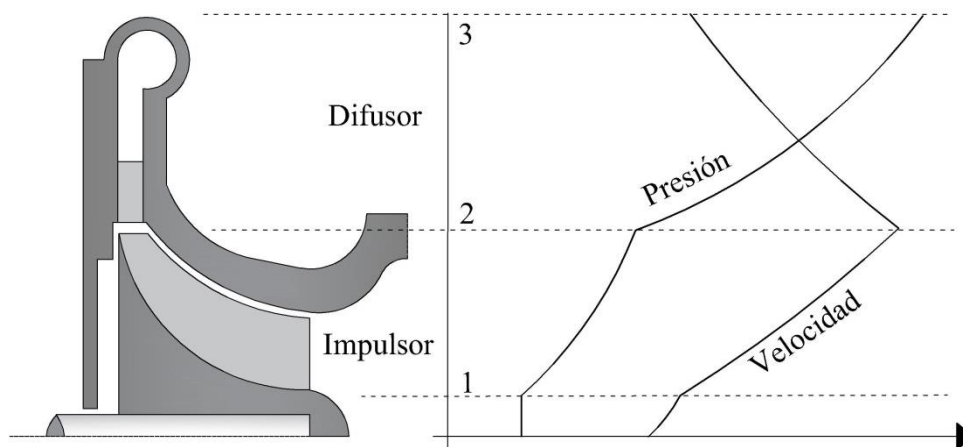


Figura 1.14. Perfiles de velocidad y presión

La Figura 1.15 muestra las dimensiones características de un impulsor centrífugo, en donde,  $D_{1t}$  es el diámetro del ojo del impulsor,  $D_h$  es el diámetro del cuadro,  $D_{h2}$  es el diámetro del cuadro posterior,  $d_2$  es la altura de la punta del álabe a la salida del impulsor,  $D_2$  es el diámetro a la salida del impulsor,  $k_b$  es el grosor del disco,  $k_d$  es la altura de la base del disco y  $k_h$  es la altura del álabe.

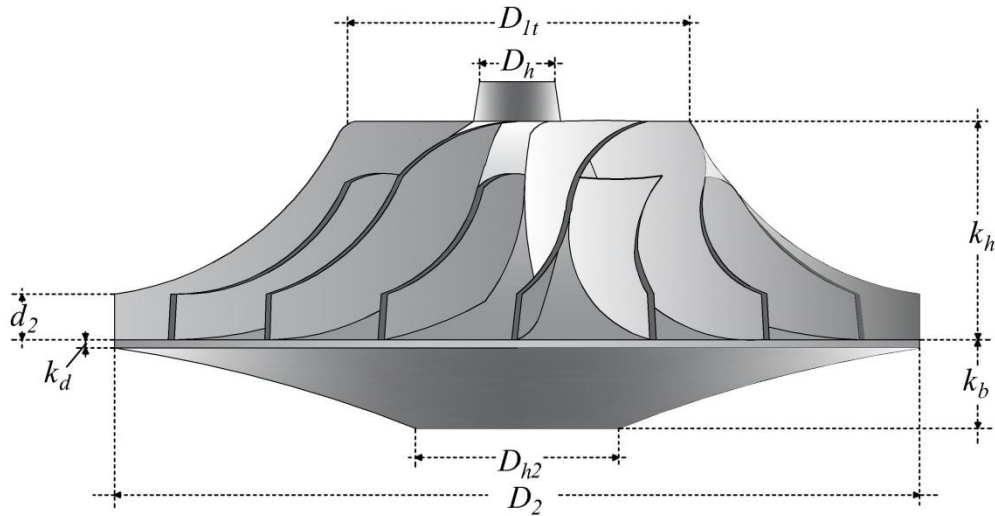


Figura 1.15. Principales características geométricas de un compresor centrífugo

La Figura 1.16 muestra la vista superior de un impulsor centrífugo, en el cual se muestran sus principales diámetros,  $D_1$ ,  $D_{1t}$ ,  $D_h$  y  $D_2$ . En donde  $D_1$  es el diámetro de la raíz del impulsor.

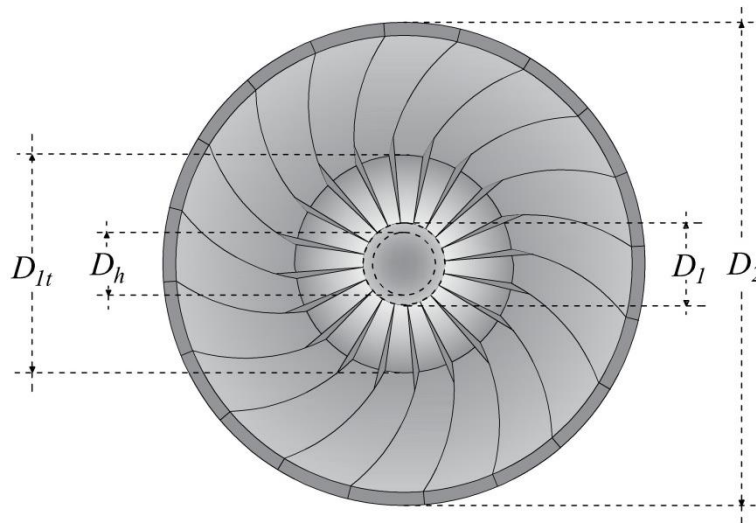


Figura 1.16. Vista superior del impulsor

### 1.2.5 Difusor

Los difusores forman una parte importante de un compresor centrífugo, y generalmente son los más difíciles de diseñar. La función del difusor en un compresor es la conversión de la energía dinámica o cinética generada por el impulsor en energía de presión. Esta conversión es esencial para obtener el aumento de presión requerido del compresor y también para lograr una mayor eficiencia de compresión.

El difusor puede ser una parte integral de la carcasa del compresor o un conjunto unido por separado. El difusor también puede tener álabes (ver Figura 1.17), los pasos entre los álabes son divergentes para convertir la energía cinética en energía de presión, y los bordes internos de los álabes están alineados

con la dirección del flujo de gas resultante del impulsor. El espacio entre el impulsor y el difusor es un factor importante, ya que un espacio demasiado pequeño provoca impulsos de amortiguación aerodinámicos, es decir, un cambio de momento del fluido al entrar en contacto con la estructura del difusor, que podrían transferirse al impulsor y crear un flujo inestable y vibraciones.

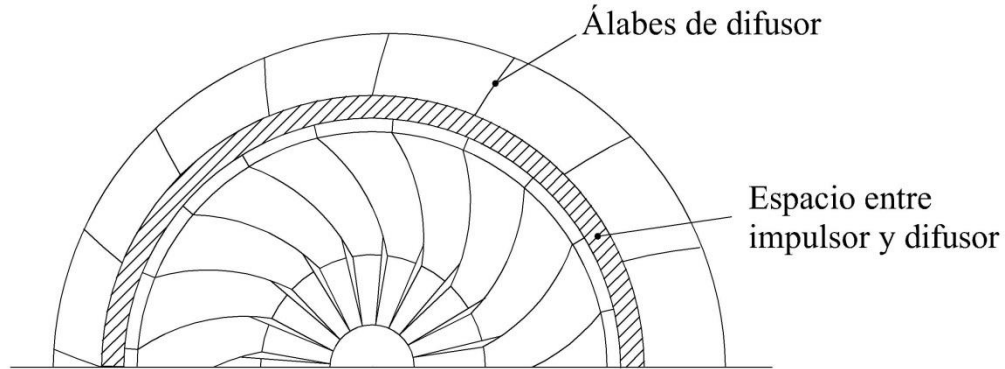


Figura 1.17. Difusor con álabes

Al proceso en donde se obtiene una disminución de velocidad y un aumento de presión en un flujo, se le llama difusión; de esta manera, la presión de salida resulta mayor o igual en un turbocompresor centrífugo al hacer uso de un trabajo suministrado dado. La Figura 1.18 muestra la vista meridional de una etapa de un compresor centrífugo, en el que se aprecia la división esquemática entre el impulsor y el difusor.

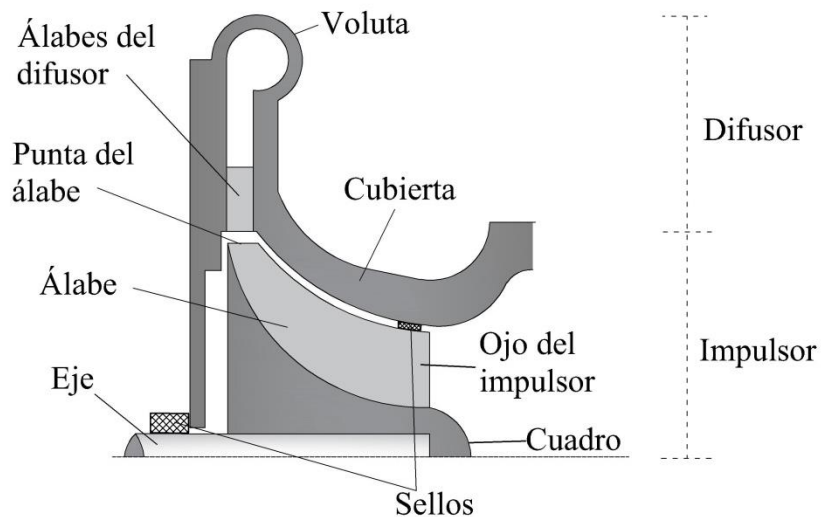


Figura 1.18. Vista meridional de una etapa de compresión radial

### 1.3 Cantidad de movimiento

La transferencia de energía entre máquina y fluido se da en relación a las propiedades elásticas y en los cambios de momento con relación al tiempo que se origina al pasar el fluido entre los álabes que conectan a las partes móviles de la máquina. La interacción entre el fluido y álabes da origen a la



transformación de energía cinética del fluido en cantidad de movimiento, que a la vez, se convierte en energía mecánica en el eje de la máquina que hace girar al rotor, o viceversa, en el caso de un compresor dinámico.

Analizar el cambio de la cantidad de movimiento de un fluido al interactuar con una turbomáquina, también es analizar la velocidad del flujo del fluido que pasa dentro del cuerpo de la turbomáquina. Siendo la velocidad una cantidad vectorial, la magnitud depende de la energía transferida, la dirección depende si la turbomáquina es axial o radial y el sentido involucra si es de acción o de reacción. La cantidad de movimiento se puede evaluar dependiendo, si es flujo unidimensional, bidimensional o tridimensional. La Figura 1.19 muestra la trayectoria de una partícula de flujo de fluido en una superficie de revolución que lleva una velocidad absoluta  $\vec{c}$  con sus tres componentes espaciales ortogonales ( $x$ ,  $y$  y  $z$ ) que, junto con la velocidad periférica,  $\vec{U}$ , se obtiene el vector de la velocidad relativa  $\vec{W}$ .

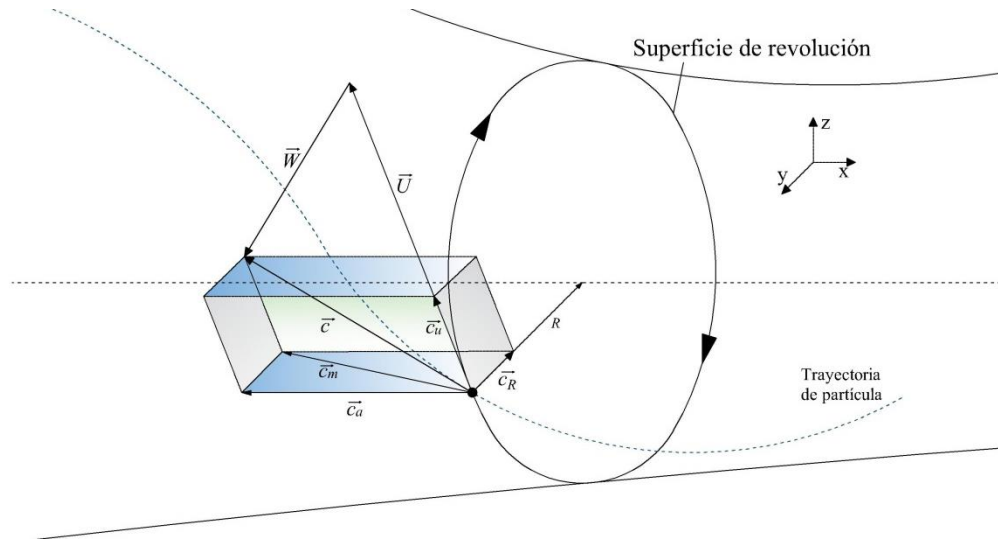


Figura 1.19. Componentes de velocidad la velocidad absoluta de una partícula de fluido en una superficie de revolución.

La velocidad relativa de acuerdo a la Figura 1.19 es

$$\vec{W} = \vec{c} - \vec{U} \quad (1.1)$$

Las componentes de la velocidad absoluta son: axial  $\vec{c}_a$ , radial  $\vec{c}_r$  y tangencial  $\vec{c}_u$ . La velocidad meridional se compone de la velocidad axial y de la velocidad radial.

$$\vec{c}_m = \vec{c}_a + \vec{c}_r \quad (1.2)$$

Prácticamente en los compresores centrífugos, la componente de velocidad axial no existe, debido al mecanismo del mismo, por lo tanto de la ecuación (1.2) queda como

$$\vec{c}_m = \vec{c}_r$$



Las líneas de corriente son paralelas a las partículas de fluido, y siguen la trayectoria de los contornos del álabe, en donde su velocidad relativa  $\vec{W}$  es tangente al álabe del rotor; y al ángulo que forma con el vector  $\vec{U}$  se denomina ángulo de álabe  $\beta$ . El ángulo de álabe  $\beta$  determina la distribución y la magnitud de las presiones del fluido sobre el álabe, que es de suma importancia para el diseño del impulsor. La curvatura del álabe se clasifica de acuerdo al ángulo  $\beta$ ; que determina en el compresor si los álbes son curvados hacia atrás, álbes curvados hacia adelante o álbes de salida radial, como se muestra en la Figura 1.20.

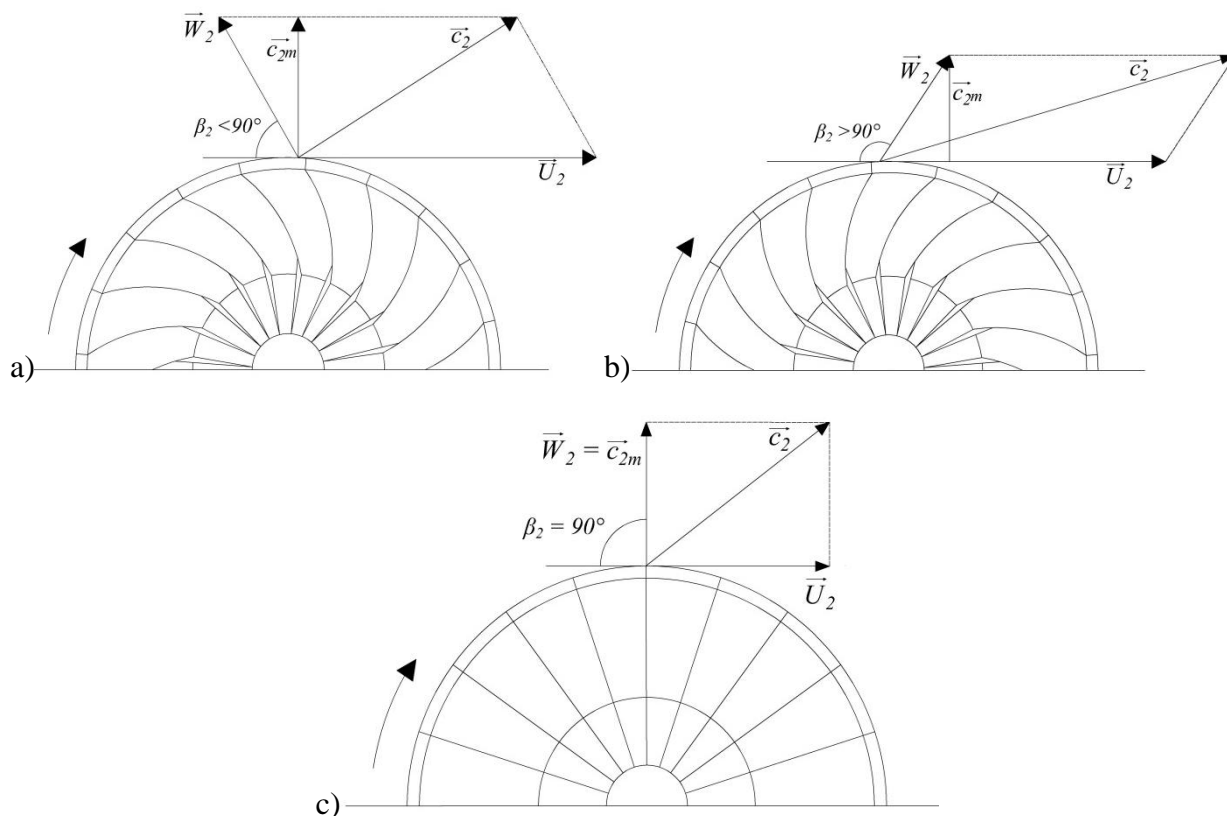


Figura 1.20. Curvaturas de álbes en función del ángulo  $\beta$ : a) Curvado hacia atrás, b) Curvado hacia adelante y c) Salida axial

### 1.3.1 Ecuación de Euler

La transferencia de energía que se da del fluido a los álbes de una turbomáquina o viceversa, se debe al desplazamiento generado por la fuerza que produce la cantidad de movimiento del fluido con respecto al tiempo, que es igual al torque sobre el eje, multiplicado por la velocidad de giro de eje y dividido entre el flujo másico, esto da como resultado la carga específica transferida o recibida por el eje de la turbomáquina, que se modela por la Segunda Ley de Newton para sistemas rotativos.

### 1.3.2 Fuerza centrífuga

La velocidad periférica con que se pueda mover un fluido es de suma importancia para que éste aumente su carga estática. Para justificar que la carga estática del fluido corresponde a la acción

centrífuga que se origina en el interior del compresor, se considera una partícula de masa  $m$ , que tiene una velocidad angular  $\omega$ , con una trayectoria circular a una distancia  $r_0$  del eje de rotación. La posición radial de la partícula es (Ver Figura 1.21).

$$r(t) = [r_0 \cos(\omega t), r_0 \text{sen}(\omega t)] \quad (1.3)$$

El vector velocidad que es tangente al vector de posición  $r_0$ , se expresa como sigue

$$c(t) = [-r_0 \omega \text{sen}(\omega t), -r_0 \omega \cos(\omega t)] \quad (1.4)$$

El vector de aceleración de la partícula para una velocidad angular constante, es

$$a(t) = -\omega^2 [r_0 \cos(\omega t), r_0 \text{sen}(\omega t)] = -\omega^2 r(t) \quad (1.5)$$

El vector aceleración tiene una dirección (hacia el centro) opuesta al vector posición (hacia afuera), por lo tanto se le asigna el nombre de aceleración centrípeta. Por lo tanto, para que una partícula de masa se mueva de manera circular, se requiere de una fuerza centrípeta. La fuerza en dirección radial genera un cambio de presión en las diferenciales  $dA$  separadas por una diferencial  $dr$  (Figura 1.22). De esta manera, la presión en las diferenciales  $dA_1$  y  $dA_2$  es  $P$  y  $P + dP$ , respectivamente. Si las fuerzas volumétricas debidas a la gravedad y de campos magnéticos o eléctricos son despreciables, entonces las fuerzas presentes son superficiales y se deben a la diferencia de presiones y a la fuerza centrípeta. Entonces el equilibrio de fuerzas en dirección radial se expresa de la siguiente manera:

$$\sum \vec{F}_R = -\int_A P dA + \int_A (P + \Delta P) dA - \int_m \omega^2 r dm = 0 \quad (1.6)$$

Reduciendo los términos se tiene

$$\int_A \Delta P dA = \int_m \omega^2 r dm \quad (1.7)$$

Como la densidad es  $\rho = dm/dV$ , y la diferencial de volumen es  $dV = dr dA$ , la ecuación (1.7) también se puede expresar como

$$\int_A \Delta P dA = \int_A \int_R \omega^2 \rho r dr dA \quad (1.8)$$

o bien, reduciendo términos se tiene

$$v \Delta P = \int_R \omega^2 r dr$$

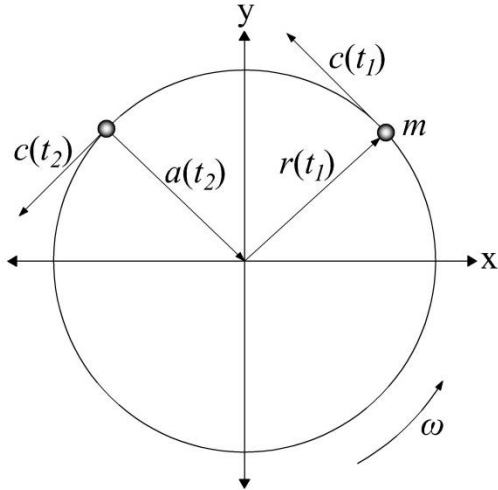


Figura 1.21. Dinámica de una partícula en movimiento circular

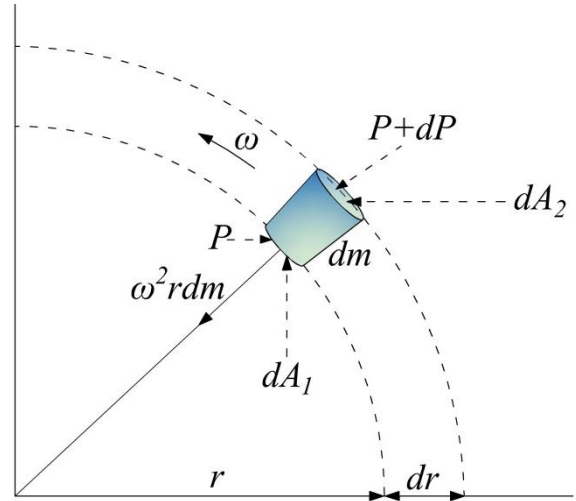


Figura 1.22. Aceleración de una diferencial de masa dm

Integrando entre  $r_1$  y  $r_2$ , y como la velocidad angular  $\omega$  es constante, se obtiene lo siguiente

$$\int_1^2 v dP = \omega^2 \left( \frac{r_2^2 - r_1^2}{2} \right) \tag{1.9}$$

La velocidad periférica se define como  $U = \omega R$ , por lo tanto, la ecuación (1.9) también se expresa como

$$\int_1^2 v dP = \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} \tag{1.10}$$

De esta manera, la fuerza centrípeta generada en el compresor centrífugo, provoca que exista un incremento de presión en la dirección radial, y la magnitud de ésta, depende del cambio de velocidad periférica del fluido. La expresión de la ecuación (1.10) es igual al trabajo reversible por unidad de masa para un sistema de flujo estable

$$\tau_{rev} = \int_1^2 v dP \tag{1.11}$$

### 1.3.3 Segunda Ley de Newton para sistemas rotativos

Las partes del rotor cumplen distintas funciones, como lo es el inductor, donde el ángulo de álabe debe ser apropiado para que el fluido entre al rotor con una velocidad relativa  $W$  cuya dirección es paralela a la superficie de éste. Entre la entrada y la salida del fluido sufre un cambio de dirección para producir el torque. Considerando flujo estable, el flujo presenta los tres componentes de la velocidad absoluta (ver Figura 1.19), en donde el vector resultante  $\vec{c}_m$  es la que determina el flujo másico del fluido que pasa por la máquina receptora o motriz, y  $c_u$  determina la transferencia de energía.

De acuerdo a la segunda Ley de Newton aplicada a una masa elemental de fluido  $dm$  para un tiempo  $dt$ , entre la entrada y la salida del rotor de una turbomáquina, resulta

$$\vec{F}dt = dm(\vec{c}_2 - \vec{c}_1) \quad (1.12)$$

Considerando al compresor como un sistema abierto con una salida y una entrada de flujo, la rapidez de cambio de masa con respecto al tiempo dentro de las fronteras del volumen de control es  $dm/dt = \dot{m}$ . Al despejar el vector  $\vec{F}$  de la ecuación (1.12) se obtiene

$$\vec{F} = \dot{m}(\vec{c}_2 - \vec{c}_1) \quad (1.13)$$

La fuerza  $\vec{F}$  también tiene tres componentes espaciales ortogonales ( $x$ ,  $y$  y  $z$ ), por ello, se le conoce como la ecuación dinámica para flujo estable tridimensional, donde la componente tangencial  $\vec{F}_u$  es la que produce el momento de giro sobre el eje del rotor, ya que la componente axial  $\vec{F}_a$  al igual que la radial  $\vec{F}_R$  no tienen utilidad en la transferencia de energía. Por lo tanto, la ecuación (1.13) se puede reescribir, en términos de magnitud como:

$$F_u = \dot{m}(c_{u2} - c_{u1})$$

El momento angular se define como  $M = F r$  (para el caso en que, el vector  $F$  sea perpendicular al vector posición  $r$ ) y debido a que se ha considerado al eje del rotor como punto de referencia, entonces  $R_2$  y  $R_1$  son los radios de los puntos de entrada y salida del fluido, respectivamente. La potencia transferida de la máquina al fluido de trabajo, suponiendo que la velocidad angular  $\omega$  sea constante se tiene:

$$\dot{T} = \dot{m}\omega(R_2c_{u2} - R_1c_{u1})$$

La velocidad periférica está definida como  $U = \omega R$ , sustituyendo  $U$  con los subíndices respectivos de la entrada y la salida del compresor, la potencia se expresa como:

$$\dot{T} = \dot{m}(U_2c_{u2} - U_1c_{u1}) \quad (1.14)$$

Por lo tanto, el trabajo por unidad de masa entre rotor y fluido, resulta

$$\tau = (U_2c_{u2} - U_1c_{u1}) \quad (1.15)$$

La ecuación (1.15) es la Ecuación de Euler de transferencia de energía. La Ecuación de Euler se aplica tanto para máquinas de fluido compresible, como de fluido incompresible, bajo la hipótesis de que todas las partículas que entran en el rotor tienen la misma velocidad y experimentan la misma aceleración.

### 1.3.4 Ecuación de la transferencia de energía bajo la forma de componentes energéticas

La Ecuación de Euler cuantifica la energía transferida entre el rotor y fluido mientras éste pasa a través del rotor. Esta expresión evalúa la transferencia de energía en función de las componentes energéticas en una máquina receptora, tanto interna como externa que experimenta el fluido. La ecuación de Euler no cuantifica de manera independiente cada una de estas energías, para eso se transforma dicha ecuación en otra, que muestre estas componentes energéticas específicas. Al considerar la ecuación de Euler; en la Figura 1.23 se muestra el triángulo de velocidades de una turbomáquina, en donde la velocidad meridional  $\vec{c}_m$  divide al triángulo de velocidades en dos triángulos rectángulos.

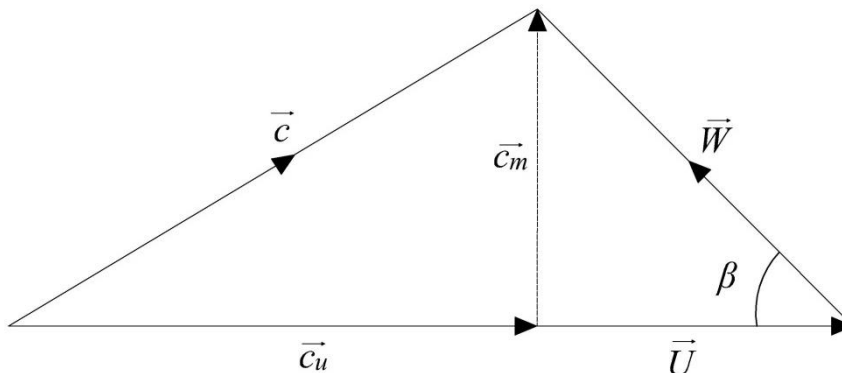


Figura 1.23. Triángulo de velocidades

Aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo  $c$ ,  $c_u$  y  $c_m$ , se tiene que

$$c_m^2 = c^2 - c_u^2 \quad (1.16)$$

Del mismo modo, para el triángulo formado por  $c_m$ ,  $W$  y  $(U - c_u)$  también se obtiene

$$c_m^2 = W^2 - (U - c_u)^2 \quad (1.17)$$

Al igualar las ecuaciones (1.16) y (1.17) y despejando al término  $Uc_u$ , se tiene que

$$Uc_u = \frac{c^2 + U^2 - W^2}{2} \quad (1.18)$$

Sustituyendo la ecuación (1.18) en (1.17), y aplicándola a la entrada y a la salida de la turbomáquina, se obtiene la ecuación de Euler

$$\tau = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2} \quad (1.19)$$

## 1.4 Primera ley de la termodinámica

La primera Ley de la Termodinámica se conoce como el principio de la conservación de la energía. Establece que si se realiza trabajo sobre un sistema o bien éste intercambia calor con otro, la energía

interna del sistema cambia. Para determinar el cambio neto de energía durante un proceso, se hace la diferencia entre la energía total que entra y la energía total que sale del sistema durante el proceso. En ausencia de efectos eléctricos, magnéticos, y de tensión, la Primera Ley de la Termodinámica se expresa como:

$$\dot{T} + \dot{Q} = \sum_{salida} \dot{m}e - \sum_{entrada} \dot{m}e + \frac{dE_{vc}}{dt} \quad (1.20)$$

#### 1.4.1 Energía de un fluido en movimiento

Cuando una corriente de flujo pasa por un volumen de control, el flujo de energía transportada con esa corriente es:

$$\dot{E} = \dot{m}e = \dot{m} \left( Pv + u + \frac{c^2}{2} + gz \right) \quad (1.21)$$

o bien,

$$\dot{E} = \dot{m} \left( h + \frac{c^2}{2} + gz \right) \quad (1.22)$$

Al realizar un balance de masa para un sistema general de flujo y estado estable, se obtiene que

$$\sum_{entrada} \dot{m} = \sum_{salida} \dot{m} \quad (1.23)$$

Cuando el cambio en la energía total del volumen de control es cero ( $(dE/dt)_{vc} = 0$ ), el balance de flujo de energía general, para dispositivos de una sola corriente (es decir,  $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$ ) y considerando toda contribución de energía en forma de trabajo y calor que interactúa con el volumen de control es

$$\dot{T} + \dot{Q} = \dot{m} \left[ (h_2 - h_1) + g(z_2 - z_1) + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) \right]$$

dividiendo por el flujo másico se obtiene

$$\tau + q = (h_2 - h_1) + g(z_2 - z_1) + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) \quad (1.24)$$

Si al balance de energía (1.24) para un dispositivo de flujo estable que experimenta un proceso internamente reversible se expresa en forma diferencial, resulta:

$$\delta\tau_{rev} + \delta q_{rev} = dh + dec + dep \quad (1.25)$$

La ecuación de Gibbs para sistemas abiertos, se escribe como:

$$Tds = dh - vdP \quad (1.26)$$

pero para un proceso internamente reversible

$$\delta q_{rev} = Tds \quad (1.27)$$

sustituyendo las ecuaciones (1.26) y (1.27) en el balance de energía (1.16)

$$\delta\tau_{rev} + dh - vdP = dh + dec + dep$$

Integrando desde la entrada a la salida, se tiene

$$\tau_{rev} = \int_1^2 vdP + \Delta ec + \Delta ep \quad (1.28)$$

Debido a que los dispositivos como turbinas y compresores por las que fluye el fluido no poseen grandes diferencias de elevaciones unos de otros, se considera que los cambios de energía potencial son insignificantes, por lo tanto,

$$\tau_{rev} = \int_1^2 vdP + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) \quad (1.29)$$

Considerando un proceso isoentrópico, de la ecuación (1.26) al realizar la integración queda que

$$h_2 - h_1 = \int_1^2 vdP \quad (1.30)$$

Por tanto, la ecuación (1.29), también se puede reescribir como:

$$\tau_{rev} = \int_1^2 vdP + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) = h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) \quad (1.31)$$

Comparando esta ecuación con la ecuación de Euler bajo la forma de componentes energéticas (1.19), se concluye que la carga estática corresponde al salto entálpico  $h_2 - h_1$ , es decir:

$$h_2 - h_1 = \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2} \quad (1.32)$$

La ecuación (1.32) es también conocida como la segunda forma de la ecuación de Euler.

#### 1.4.2 Grado de reacción

Basado en lo anterior, el Grado de Reacción GR relaciona el cambio de energía estática en el rotor y la energía total transferida en el mismo (estática más dinámica). El Grado de Reacción se define de la siguiente manera

$$GR = \frac{\tau_{estática}}{\tau_{estática} + \tau_{dinámica}} \quad (1.33)$$

La ecuación de Euler (1.19) proporciona la transferencia de energía bajo la forma de componentes energéticas para máquinas receptoras, si la energía dinámica es:

$$\tau_{dinámica} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \quad (1.34)$$

y la energía estática es

$$\tau_{estática} = \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2} \quad (1.35)$$

Por lo tanto, sustituyendo las ecuaciones (1.34) y (1.35) en (1.33), el grado de reacción de una turbomáquina es

$$GR = \frac{\frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2}}{\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2}}$$

El GR es sólo para máquinas de un solo escalonamiento (máquinas hidráulicas y ciertos turbocompresores), para compresores centrífugos se tiene como función convertir, parcialmente, la energía cinética que tiene el fluido a la salida del rotor en energía estática o de presión, considerando además que las variaciones de temperatura y de volumen específico no son despreciables. La Tabla 1.1 muestra la clasificación de las turbomáquinas con base al grado de reacción.

Tabla 1.1. Clasificación de las turbomáquinas con base al grado de reacción

Grado de reacción	Tipo de turbomáquina
GR = 0	Impulso
0 < GR < 1	Reacción
GR = 1	Reacción Pura

### 1.4.3 Compresión difusiva

Al hacer referencia a un turbocompresor centrífugo con álabes curvados hacia atrás, cuando se habla de un escalonamiento, se entiende que la presión ganada en el fluido se obtiene de la energía transferida por el rotor, más la presión ganada en el difusor, en donde se hacen las siguientes observaciones:

1. La presión ganada en el impulsor, se debe a la acción centrífuga, como resultado del paso del flujo a través de los ductos formados entre los álabes y la carcasa.



2. La presión ganada en el difusor es resultado de una disminución de la velocidad del fluido, en cuanto éste es dirigido, desde la salida del impulsor hasta la descarga, o, al siguiente impulsor para el caso en que se tiene más de un escalonamiento. Para demostrar esta transformación parcial de energía dinámica en estática, se considera un ducto divergente como el que se muestra en la Figura 1.24.

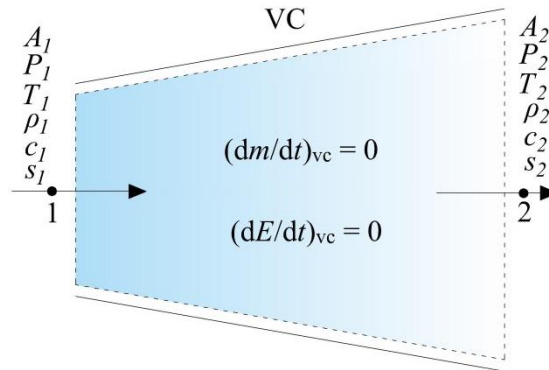


Figura 1.24. Difusor

Del volumen de control de la Figura 1.24, se consideran las siguientes suposiciones:

- Del estado 1 al estado 2, se considera un proceso de flujo estable, es decir, que las propiedades del fluido no varían con respecto al tiempo en el volumen de control.
- Se desprecia al cambio en la energía potencial.
- No hay interacciones de trabajo con el volumen de control

Haciendo uso de la Primera Ley de la Termodinámica (1.24), y al aplicar cada una de las suposiciones consideradas, se tiene que

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) \quad (1.36)$$

al tener un flujo estable y considerando una densidad constante, la ecuación de continuidad es

$$\dot{m} = \rho A_1 c_1 = \rho A_2 c_2 \quad (1.37)$$

Al despejar  $c_2$  de (1.37) y como  $A_2 > A_1$ , entonces

$$c_2 > c_1$$

Esto significa que

$$h_2 > h_1$$

Por lo tanto, se da un incremento de entalpía, que al igualarse con una compresión difusiva (compresión mediante un difusor) con  $n > \gamma$

$$h_2 - h_1 = \int_1^2 v dP \quad (1.38)$$

se observa que hay un  $\Delta P$  positivo en el difusor, es decir, una elevación de presión en el fluido.

Por lo tanto, el difusor es un dispositivo que tiene como finalidad incrementar la presión del fluido, en cuando éste experimenta una disminución en su energía cinética, es decir, la velocidad absoluta del fluido a la salida es menor a la de entrada, resultando un incremento de entalpía en el caso de fluidos compresibles. Este proceso de compresión difusiva se muestra en el diagrama  $h-s$  de la Figura 1.25, en donde el estado 1 es a la entrada del difusor y el estado 2 representa el estado termodinámico a la descarga.

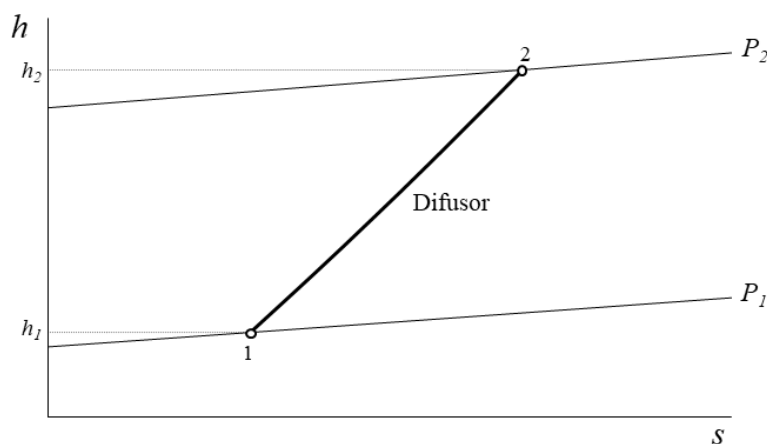


Figura 1.25. Diagrama  $h-s$  de la compresión difusiva

#### 1.4.4 Relación de presiones

El proceso de compresión que se caracteriza de acuerdo al valor que tome el exponente politrópico  $n$ , cuando  $n = \gamma$ , se define a  $\gamma$  como la relación de calores específicos a presión constante y a volumen constante, es decir,  $c_p/c_v$ , (ambos calores específicos están en función de la temperatura). El aire se considera como fluido de trabajo y en condiciones normales, se tiene que  $\gamma = 1.4$ , que es el caso de un proceso de compresión adiabático y reversible, que va del estado 1 (entrada del impulsor) al estado 3s (salida del difusor), pasando por el estado 2s (entrada al difusor).

La relación de presiones en el impulsor (proceso 1 – 2) es:

$$\pi_{imp} = \frac{P_2}{P_1} \quad (1.39)$$

La relación de presiones en el difusor (proceso 2 – 3) es:

$$\pi_{dif} = \frac{P_3}{P_2} \quad (1.40)$$

Por lo tanto, la relación de presiones total es

$$\pi = \pi_{imp} \pi_{dif} = \frac{P_3}{P_1} \quad (1.41)$$

Esta relación de presiones que se obtiene considerando a  $n = \gamma$  (isoentrópico), es la misma para el caso en que se tiene un proceso de compresión politrópico ( $n > \gamma$ ), que va desde estado 1 al estado 3, con la diferencia de que el trabajo requerido en el proceso de compresión isoentrópico es menor al del trabajo de compresión politrópico.

La Figura 1.26 muestra en un diagrama  $T - s$  el proceso de compresión de un compresor centrífugo, en el cual se muestra la compresión isoentrópica ( $n = \gamma$ ) realizada de 1 a 2s por el impulsor y de 2s a 3s por el difusor. Del mismo modo se muestra el proceso de compresión politrópico ( $n > \gamma$ ) en donde la compresión por el impulsor va del estado 1 al estado 2 y la compresión por el difusor va del estado 2 al estado 3. Ambos procesos se caracterizan por tener la mismas relaciones de presiones:  $\pi_{imp}$ ,  $\pi_{dif}$  y  $\pi$ .

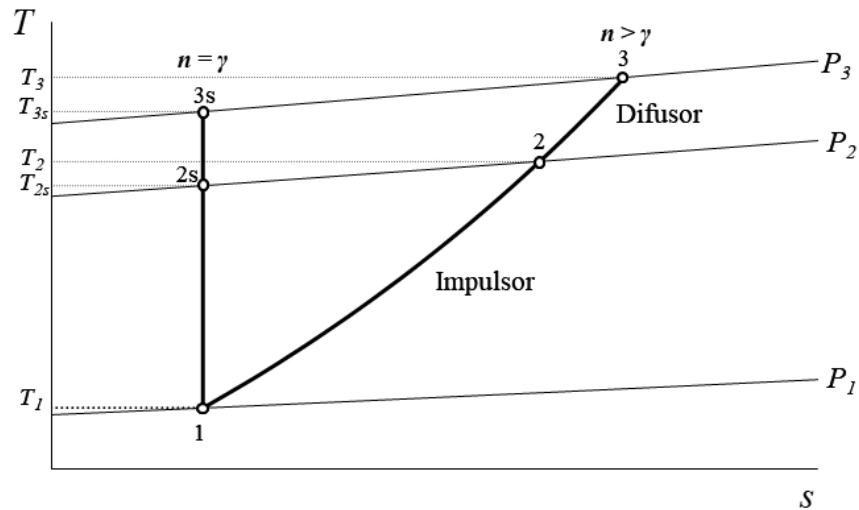


Figura 1.26. Diagrama  $T - s$  de un proceso de compresión de un compresor centrífugo

En la ecuación (1.38) se expresa que, entre mayor sea el cambio de presión, mayor debe ser la transferencia de energía entre máquina y fluido, o viceversa, por lo tanto, la relación de presiones es un parámetro que está ligado directamente al trabajo de una turbomáquina. Esto hace a la relación de presiones un parámetro muy importante para poder determinar el diseño adecuado de un equipo. En el sector industrial, los compresores tienen una gran diversidad de aplicaciones, que propicia la búsqueda de la mayor transferencia de energía estática (de presión) al fluido de trabajo, para así alcanzar las presiones altas que hoy exigen los procesos industriales.

### 1.4.5 Trabajo de compresión

El trabajo suministrado en un proceso de compresión está dado por la ecuación de Euler de la transferencia de la energía para máquinas receptoras, considerando que la dirección de la velocidad del flujo a la entrada del impulsor es totalmente axial ( $c_1 = c_a$ ), la ecuación de Euler se reescribe como sigue (Jiang et al., 2005).

$$\tau_{c,euler} = U_2 c_{u2} \quad (1.42)$$

Con la ecuación (1.42) se determina el trabajo de compresión de forma idealizada, ignorando al torbellino relativo entre los álabes (Figura 1.27), que son en sentido opuesto a  $\omega$ , resultado de la propia rotación de la turbomáquina. Este es el máximo trabajo transferido al flujo considerando una energía cinética de succión despreciable.

Para guiar el fluido de forma perfecta en la trayectoria deseada es necesario tener una cantidad infinita de álabes. En las turbomáquinas reales, el efecto de tener una cantidad finita de álabes se refleja en una desviación del triángulo de velocidad de diseño a la salida del rotor. Esta desviación se debe a la combinación del movimiento radial con la rotación del rodete. Si se observa el movimiento de una partícula del fluido desde un sistema de referencia fijo se detecta la presencia de un vórtice relativo. La vorticidad provoca que el ángulo de las líneas de flujo a la salida del impulsor sea diferente al ángulo de la punta del álabe, es decir, el fluido experimenta un deslizamiento. En la Figura 1.27 se muestran la dirección en que la velocidad relativa del flujo sale de la punta del álabe de un impulsor y el triángulo de velocidades para la corriente de flujo con deslizamiento a la salida del impulsor, obligándolo a salir con un ángulo  $\beta'_2$ . Este ángulo modifica a todas las velocidades del flujo, provocando que la velocidad absoluta tenga una magnitud menor y por ende, que su componente periférica también lo sea.

### 1.4.6 Factor de deslizamiento

Como lo muestra la segunda forma de la ecuación de Euler, al aumentar la velocidad relativa a la salida disminuye la transferencia de trabajo. Este efecto se cuantifica por medio del factor de deslizamiento, que es la relación entre la componente periférica de la velocidad absoluta y la velocidad periférica a la salida del impulsor

$$\sigma = \frac{c_{u2}}{U_2} \quad (1.43)$$

El factor de deslizamiento siempre es constante, y se relaciona con el número de álabes  $Z$ , en el impulsor, por medio de modelos matemáticos; uno de ellos es propuesto por Paeng y Chung, cuya correlación está en función del ángulo de salida de los álabes,  $\beta_2$ , y de la relación entre los radios de entrada y salida,  $r_1 / r_2$ . (Paeng y Chung, 2001)

$$\sigma = (1 - f\alpha) \left[ 1 - \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^{\left( \frac{Z}{\cos(90 - \beta_2)} \right)^{0.85}} \right] \quad (1.44)$$

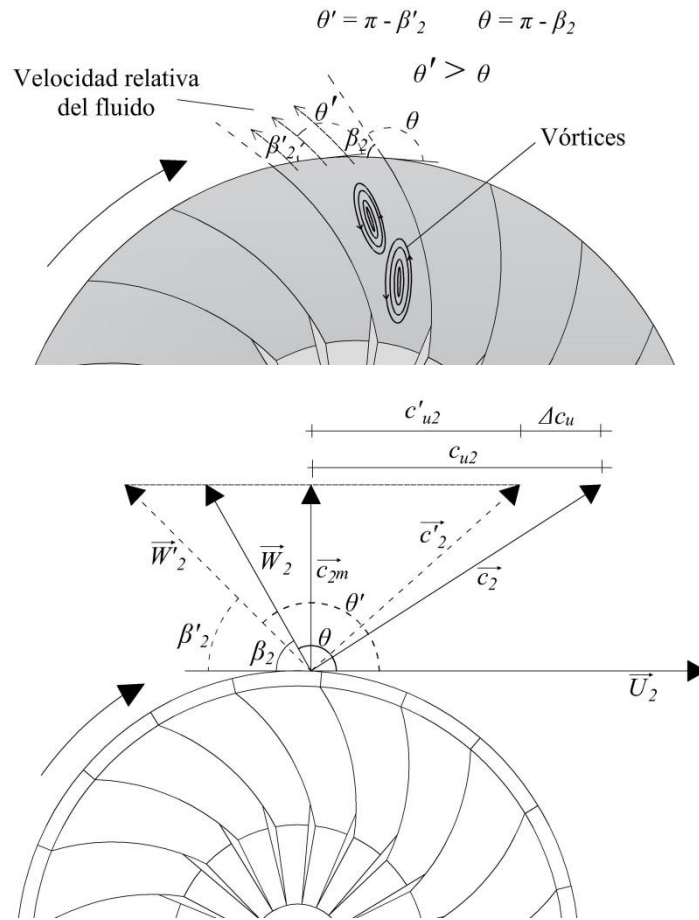


Figura 1.27. Desviación del flujo a la salida del impulsor

La ecuación (1.44) se deduce a partir del remolino relativo originado por dos álabes adyacentes y del círculo formado a la salida del impulsor. En donde  $\alpha$  es la relación entre el radio del remolino y el radio a la salida del impulsor; mientras que,  $f$  es el factor de corrección de  $\alpha$ ; y se expresan de la siguiente manera

$$\alpha = \frac{\text{sen} \left[ \frac{180}{Z} \cos(90 - \beta_2) \right]}{1 + \text{sen} \left[ \frac{180}{Z} \cos(90 - \beta_2) \right]}$$

y el factor de corrección  $f$  es:

$$f = f_{0(z)} + A_{(z)} \exp \left( \frac{90 - \beta_2}{B_{(z)}} \right)$$

Las constantes del factor de corrección  $f_{0(z)} + A_{(z)}$  y  $B_{(z)}$  se expresan de la siguiente manera

$$f_{0(z)} = 0.833 + 0.21 \exp\left(\frac{-Z^3}{32.3}\right)$$

$$A_{(z)} = 0.024 \left[ 1 - \exp\left(\frac{-Z^{4.1}}{336}\right) \right]$$

$$B_{(z)} = 24.2 \left( 1 - \exp\left(\frac{-Z^{1.31}}{3.04}\right) \right)$$

El valor de  $\sigma$  es de alrededor de 0.9 para un compresor con un número de álabes entre 19-21; de forma general,  $\sigma$  tiene un valor alto para un  $\beta_2$  bajo y un  $Z$  grande, o viceversa. Al despejar la velocidad tangencial  $c_{u2}$  de la ecuación (1.43) y sustituyendo en la ecuación (1.42), se tiene que el trabajo de compresión de Euler es

$$\tau_{c,euler} = \sigma U_2^2 \quad (1.45)$$

#### 1.4.7 Factor de potencia

La ecuación Euler es una expresión modelada idealmente, por lo tanto, se ignoran algunas pérdidas de energía, como son: por fricción en el eje del rotor, por efecto del frenado de aire al paso del fluido por los ductos entre álabes y carcasa, o también, por las variaciones en la velocidad del viento que modifican el flujo de fluido a la entrada de la máquina, por consiguiente, se introduce el factor de potencia de entrada,  $\psi$ , que toma valores mayores a la unidad para máquinas receptoras. De esta manera, una primera aproximación del trabajo real que hay que suministrar, se expresa de la siguiente manera:

$$\tau_c = \psi \sigma U_2^2 \quad (1.46)$$

Entonces, la potencia requerida para comprimir un flujo  $\dot{m}$  es:

$$\dot{T}_c = \dot{m} (\psi \sigma U_2^2)$$

#### 1.4.8 Coeficiente de flujo

Los factores que son indispensables en el diseño del compresor, pero independientes del propio diseñador, son las condiciones del lugar en que operará el compresor, por ejemplo: la presión atmosférica y la temperatura del fluido en la admisión del compresor, lo que conlleva a un estudio previo de la ubicación de la planta o industria, y así obtener una mayor eficiencia de compresión. El parámetro que determina las dimensiones del compresor es la velocidad periférica  $U$ ; el diseñador relaciona al flujo volumétrico  $G$ , y a la velocidad de giro  $N$ , con la siguiente proporcionalidad  $G \propto D^3 N$ , al coeficiente que convierte esta proporción en igualdad se llama coeficiente de flujo  $\phi$ , definido como:

$$\phi = \frac{G}{D^3 N}$$

o bien, en función de la velocidad periférica, siendo  $N = U/D$ , el coeficiente de flujo es

$$\phi = \frac{G}{D^2 U} \quad (1.47)$$

#### 1.4.10 Número de Mach

Al ser el fluido de trabajo un fluido compresible, se requiere de modelos matemáticos de mayor complejidad en comparación con los fluidos incompresibles, esto se debe a que a altas velocidades del fluido ocurren cambios importantes en su densidad y en su presión estática. Cuando una variación de presiones se propaga por un gas, la concentración de masa en cada punto cambia, esta propagación de masa se da de manera elástica; generando así una onda elástica. Este efecto de onda provoca que la estructura física del fluido cambie al concentrar en un mismo espacio una mayor cantidad de masa, por lo que se debe tomar en cuenta cuándo ocurren estos cambios. La velocidad de la onda elástica u onda sónica  $c_{onda}$ , se define como

$$c_{onda} = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s} \quad (1.48)$$

Considerando al fluido de trabajo como un gas ideal, y como es un proceso isoentrópico ( $Pv^\gamma = P/\rho^\gamma$ ), la velocidad de onda es

$$c_{onda} = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\gamma P v} = \sqrt{\gamma R T}$$

La relación entre la velocidad del fluido y la onda sónica (velocidad del sonido), define al Número de Mach  $M$ , que caracteriza a la propiedad elástica del fluido (densidad), clasificando a los fluidos de acuerdo al valor que tomen. En la Tabla 1.2 se muestra la clasificación de tipos de flujos dependiendo del número de Mach

$$M = \frac{c}{a} = \frac{c}{\sqrt{\gamma R T}} \quad (1.49)$$

Tabla 1.2. Tipo de flujo de acuerdo al número de Mach

Número de Mach	Tipo de flujo
$M = 0$	Incompresible
$M < 1$	Subsónico
$M = 1$	Transónico
$1 < M < 5$	Supersónico
$M = 5$	Hipersónico

## 1.5 Propiedades de estancamiento

Las turbomáquinas que manejan fluidos compresibles con grandes cambios en su energía cinética como resultado de los cambios de presión causados por el proceso de compresión o expansión, los estados termodinámicos requieren tener un estado de referencia, con el cual se determinan las propiedades termodinámicas del fluido en movimiento, para cualquier punto del proceso. Asimismo, es conveniente combinar los términos de energía implicados, entalpía, energía cinética y potencial, que dan como resultado a la entalpía de estancamiento

$$h_0 = h + \frac{1}{2}c^2 \quad (1.50)$$

La entalpía de estancamiento representa la entalpía de un fluido en movimiento cuando éste se lleva de manera isoentrópica al reposo. Durante el proceso de estancamiento la energía cinética del fluido se convierte en entalpía, lo cual resulta en un incremento en la temperatura y presión del fluido. Estas propiedades se les llaman Propiedades de Estancamiento.

Los estados de estancamiento de un proceso de compresión en un compresor centrífugo se muestran en un diagrama  $h-s$  (ver Figura 1.28), donde el estado 1 representa el estado real o estático de un fluido con entalpía  $h_1$ , presión  $P_1$ , entropía  $s_1$  y velocidad del fluido  $c_1$ . El estado 01 representa el estado de estancamiento, debido a una desaceleración reversible de una partícula que es llevada al reposo ( $c_0 = 0$ ). Las propiedades de estancamiento restantes se determinan mediante el postulado de estado para identificar el estado termodinámico completo del fluido.

En la Figura 1.28 se muestra un proceso de compresión desde el estado 1 hasta el estado 3, también se representa al proceso de compresión ideal que va del estado 01 al estado 03s. En la compresión adiabática, el trabajo por unidad de masa real es el cambio de entalpía de estancamiento entre los estados 03 y 01, que corresponden a las isobaras  $P_{03}$  y  $P_{01}$ , respectivamente; el trabajo ideal por unidad de masa, es el cambio de entalpía de estancamiento entre las mismas isobaras correspondientes con un  $\Delta s = 0$ . La energía cinética para el proceso ideal no es igual al del proceso real, debido a que  $c_3 > c_{3s}$ , debido a la divergencia isobárica; sin embargo, en la práctica es usual que se ignore que existe una diferencia entre tales velocidades, por tanto, se considera que  $c_3 = c_{3s}$ .

Si el fluido se comporta como un gas perfecto, la entalpía se expresa como  $h = c_p T$ , que al sustituir en la ecuación (1.50) y al dividir ambos lados de la ecuación por  $c_p$ , se obtiene la temperatura de estancamiento:

$$T_0 = T + \frac{c^2}{2c_p} \quad (1.51)$$

donde  $T$  es la temperatura estática, al término  $c^2/2c_p$  se le llama temperatura dinámica. Si se divide a la ecuación (1.51) entre la temperatura  $T$ , se obtiene la relación de temperaturas. Además, al expresar el calor específico como  $c_p = \gamma R/(\gamma-1)$ , y de la definición del número de Mach, ecuación. (1.49), al ser



sustituida en la ecuación (1.51); entonces, la relación entre la temperatura de estancamiento y la temperatura estática se expresa en función del número de Mach:

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{(\gamma - 1)}{2} M^2 \quad (1.52)$$

La relación de presiones entre la presión dinámica y la presión estática en función del número de Mach es

$$\frac{P_0}{P} = \left( 1 + \frac{(\gamma - 1)}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (1.53)$$

Por otra parte, la relación de densidades en función del número de Mach se expresa como

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left( \frac{T_0}{T} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} = \left( 1 + \frac{(\gamma - 1)}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad (1.54)$$

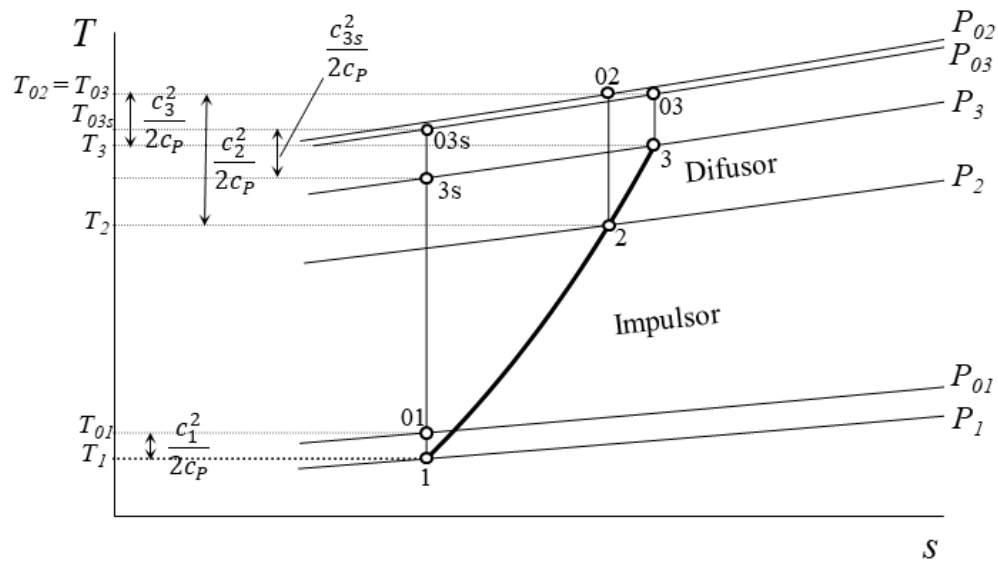


Figura 1.28. Proceso de compresión con propiedades de estancamiento



## Capítulo 2

# 2. Termodinámica de la compresión

### 2.1 Proceso de compresión

En un proceso termodinámico, las propiedades termodinámicas evolucionan desde un estado termodinámico inicial en equilibrio hasta un estado final en equilibrio. La compresión es un proceso termodinámico, en donde las propiedades de un fluido compresible cambian desde un estado de baja presión a un estado de alta presión. El proceso de compresión puede ser un proceso complejo, debido a la variedad de fenómenos que ocurren en el interior de los compresores (Figura 2.1), en especial, efectos de fricción y turbulencia que se producen al transformar la energía mecánica del eje a energía cinética y de presión del fluido, entre otras más.

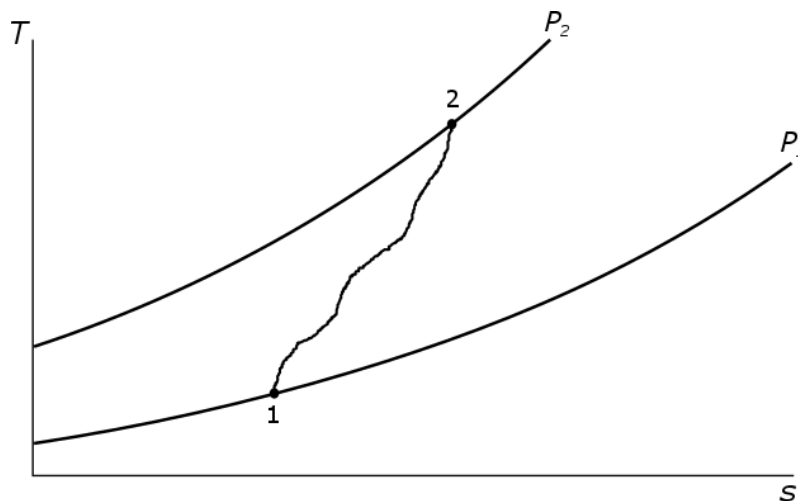


Figura 2.1. Proceso de compresión

## 2.2 Proceso politrópico

Es un proceso termodinámico que ocurre en un gas ideal cuando cumple con la relación  $Pv^n = cte$ , que describe cómo se relacionan las propiedades termodinámicas en procesos de expansión y compresión, inclusive cuando existe una transferencia de calor. En la Figura 2.2 se muestra un proceso politrópico, en donde  $\ln P$  está función de  $\ln v$ ; teniendo estos tienen una relación lineal.

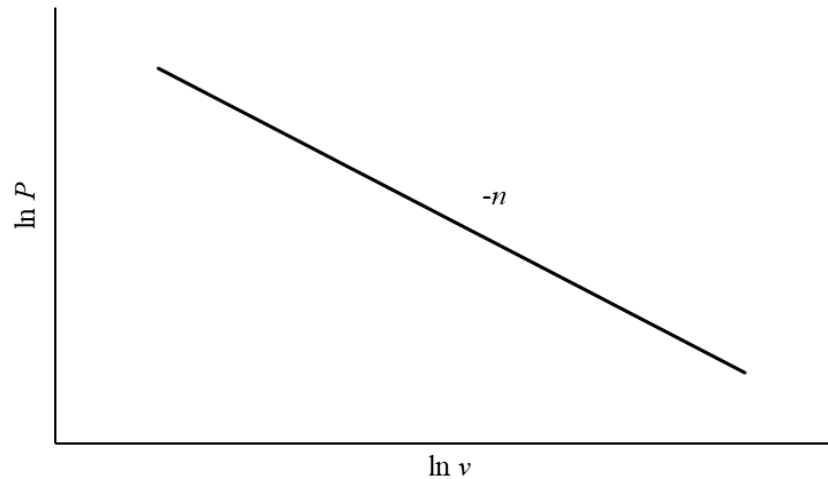


Figura 2.2 Proceso politrópico en un diagrama  $\ln P - \ln v$

De tal manera,  $-n$  es la pendiente de la diferencial del logaritmo de presión en función de la diferencial del logaritmo del volumen, es decir

$$\frac{d(\ln P)}{d(\ln v)} = -n \quad (2.1)$$

o bien

$$d(\ln P) + n d(\ln v) = 0 \quad (2.2)$$

Como  $n$  es una constante, esta expresión se puede integrar, obteniéndose la siguiente relación

$$Pv^n = cte \quad (2.3)$$

La ecuación es politrópica en el sentido de que describe distintas líneas o procesos al variar el exponente politrópico, con un rango de  $n = 0$  a  $n = \pm\infty$ . En la Tabla 2.1 se presentan los principales procesos politrópicos y sus modelos resultantes. De esta manera, para un exponente politrópico específico, los puntos que componen la curva del proceso politrópico se pueden determinar empleando la ecuación (2.3), es decir

$$P_1 v_1^n = P_2 v_2^n = cte \quad (2.4)$$

Como se mostró anteriormente, en un proceso de compresión politrópico, el exponente politrópico se obtiene de la linealización del proceso en un diagrama presión - volumen. Con límites de integración de 1 a 2, de la ecuación (2.1) se obtiene

$$-n = \frac{\ln(P_2/P_1)}{\ln(v_2/v_1)} \quad (2.5)$$

de la ecuación (2.5) se obtiene la siguiente igualdad en función del exponente politrópico

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n \quad (2.6)$$

la ecuación de gas ideal es la siguiente

$$Pv = RT \quad (2.7)$$

Las relaciones entre presión, temperatura y volumen, se derivan de la ecuación de gas ideal (2.7), por lo tanto, de las ecuaciones (2.3) y (2.7) se obtienen

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} \quad (2.8)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (2.9)$$

Tabla 2.1. Casos de distintos procesos politrópicos

Caso	Exponente politrópico	Proceso	Modelo
<i>a</i>	$n_t = 1$	isotérmico	$Pv = cte$
<i>b</i>	$1 < n_e < \gamma$	con enfriamiento	$Pv^{n_e} = cte$
<i>c</i>	$n = \gamma$	isoentrópico	$Pv^\gamma = cte$
<i>d</i>	$\gamma < n < \infty$	real	$Pv^n = cte$
<i>e</i>	$n = \pm \infty$	isométrico	$v = cte, P/T = cte$
<i>f</i>	$\infty < n < 0$		
<i>g</i>	$n = 0$	isobárico	$P = cte, v/T = cte$

Las Figuras 2.3 y 2.4 esbozan gráficamente los procesos politrópicos de la Tabla 2.1 en los diagramas *T-s* y *P-v*, respectivamente. Los casos indicados de (*a*) a (*d*) implican procesos de compresión con un

aumento de densidad; desde el proceso a temperatura constante hasta procesos con exponentes politrópicos que tienden al infinito, entre estos se incluyen procesos con adición o rechazo de calor o bien, procesos adiabáticos. El caso (*e*) es una compresión con densidad constante, el caso (*f*) representa un proceso con poca elevación de presión pero con importante aumento de volumen y (*g*) es un proceso a presión constante. Estos últimos casos, rara vez son relevante en los compresores, pero ocurre en puntos de operación extremos en la parte de baja presión (Casey y Fesich, 2010).

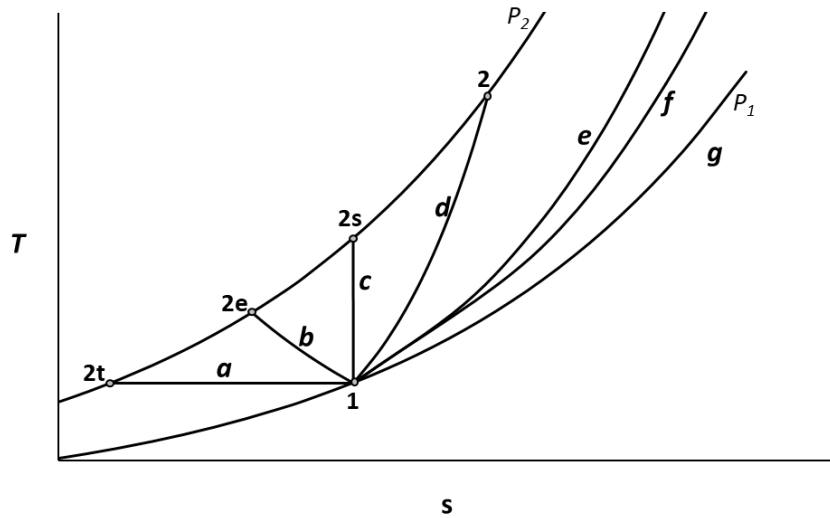


Figura 2.3. Diagrama T-s de procesos politrópicos de Tabla 2.1

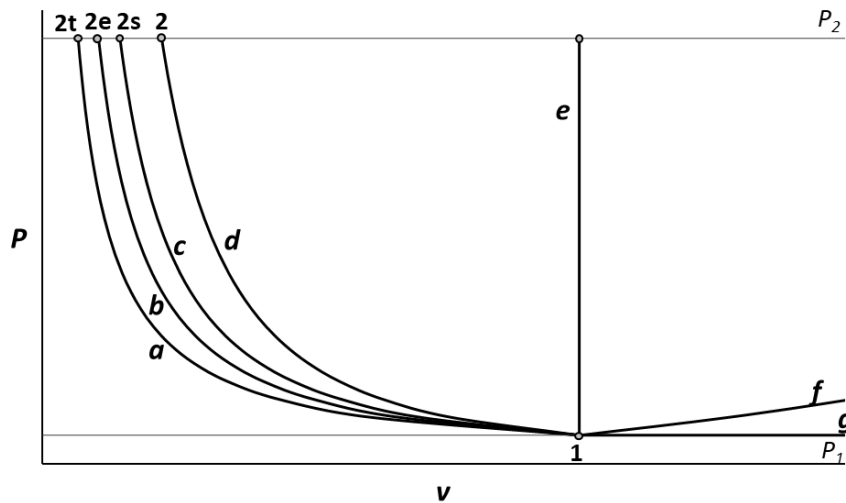


Figura 2.4. Diagrama P-v de procesos de compresión de Tabla 2.1

Al modelar un proceso real como un proceso politrópico, la constante *cte* y el exponente *n* se pueden determinar mediante un sistema de dos ecuaciones. Al suponer un gas ideal, el exponente politrópico se puede obtener a partir de la presión y la temperatura que son propiedades medibles en el proceso, principalmente en la succión y descarga del proceso. La expresión para determinar el exponente politrópico es la siguiente

$$n = \frac{1}{\frac{\ln \frac{T_2}{T_1}}{1 - \frac{\ln \frac{P_2}{P_1}}{P_1}}} \quad (2.10)$$

En ocasiones el exponente politrópico no se puede calcular mediante parámetros medibles como lo es la temperatura, debido a que esta propiedad se puede modificar por fenómenos de transferencia de calor; o bien, la presión que puede verse alterada en procesos con altas velocidades de flujos, por lo tanto, para obtener del exponente politrópico se requiere en ocasiones parámetros que involucren dichos fenómenos del proceso, los cuales se retoman más adelante en este escrito.

A continuación, se describen los procesos de compresión politrópicos de mayor relevancia para este estudio, y los modelos matemáticos para calcular los parámetros que describen el desempeño energético de los procesos como son el trabajo de compresión, el calor agregado o rechazado, el calor de recalentamiento, el trabajo sin fricción, el recalentamiento por fricción, entre otros. Los procesos politrópicos de compresión a describir son:

- Isotérmico
- Con enfriamiento
- Isoentrópico
- Politrópico

### 2.2.1 Compresión isotérmica: $n_t = 1$

La compresión isotérmica es un proceso idealizado debido a que se considera un proceso reversible a temperatura constante. El balance de energía del proceso de compresión isotérmica despreciando los cambios de energía cinética y potencial es

$$\tau_{ct} - q_{rech} = 0 \quad (2.11)$$

debido a que  $\Delta u = 0$

#### 2.2.1.1 Temperatura del proceso de compresión isotérmica

El exponente politrópico es  $n_t = 1$ , por lo tanto, utilizando la ecuación (2.9), la temperatura de descarga es igual a la temperatura de succión

$$T_{2t} = T_1 \quad (2.12)$$

### 2.2.1.2 Trabajo de flujo isotérmico

En la compresión isotérmica se obtiene el trabajo mínimo de compresión. Considerando al fluido de trabajo como un gas ideal y un exponente politrópico igual a uno, la expresión para calcular el trabajo de compresión isotérmico se obtiene al integrar  $v dP$  como se muestra en la Figura 2.5.

$$\tau_{ft} = \int_1^{2t} v dP = P_1 v_1 \ln \frac{P_2}{P_1} = RT_1 \ln \frac{P_2}{P_1}$$

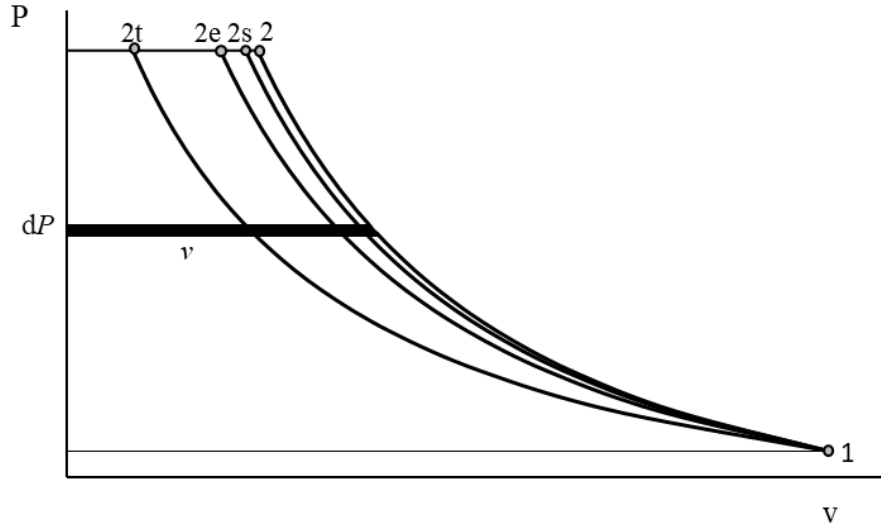


Figura 2.5. Compresión isotérmica (1-2t), con enfriamiento (1-2e), isoentrópica (1-2s) y politrópica (1-2).

### 2.2.1.3 Trabajo de compresión isotérmico

Al considerarse un proceso completamente reversible, el trabajo de compresión es igual al trabajo de flujo

$$\tau_{ct} = \tau_{ft} = RT_1 \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right) \quad (2.13)$$

Como la temperatura del proceso se mantiene constante, y considerando al fluido como gas perfecto, el cambio de entalpía en este proceso no está definido, de acuerdo a la definición de  $c_P = (dh/dT)_P$

### 2.2.1.4 Calor rechazado

Para que la energía térmica del fluido sea igual tanto en la succión como en la descarga, debe haber un rechazo de calor en el proceso. El calor rechazado se obtiene del balance de la primera ley (2.11) y éste es igual al trabajo de compresión para un proceso de compresión isotérmico

$$q_{rech} = \tau_{ct} = RT_1 \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (2.14)$$



### 2.2.2 Compresión con enfriamiento; $1 < n_e < \gamma$

Si el fluido de trabajo es enfriado durante un proceso de compresión, el estado final del proceso es 2e, cuyas propiedades termodinámicas se encuentran entre las del estado 2t y el estado 2s (Figura 2.5) y en este caso, la entropía del fluido disminuye.

#### 2.2.2.1 Temperatura de descarga con enfriamiento

La temperatura final  $T_{2e}$  es menor que  $T_2$  y/o que  $T_{2s}$ , ésta depende del exponente politrópico y de la relación de presiones, la expresión para obtenerla es

$$T_{2e} = T_1 \left( \pi^{\frac{n_e-1}{n_e}} \right)_{1 < n_e < \gamma} \quad (2.15)$$

#### 2.2.2.3 Trabajo de flujo con enfriamiento

Como el exponente politrópico es  $n_e < \gamma$ , el trabajo de compresión es menor al del proceso de compresión isoentrópico, pero mayor al del proceso de compresión politrópico, debido a que el área del trabajo es menor para  $n_e < \gamma$  en el diagrama  $Pv$  (Figura 2.5).

$$\int_1^{2e} v dP < \int_1^{2s} v dP \quad (2.16)$$

El trabajo de flujo con enfriamiento para  $1 < n_e < \gamma$  se expresa como

$$\tau_{fe} = \int_1^{2e} v dP = \frac{n_e}{n_e - 1} RT_1 \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n_e-1}{n_e}} - 1 \right] \quad (2.17)$$

#### 2.2.2.4 Trabajo de compresión con enfriamiento

Cuando un proceso de compresión es isotérmico, el trabajo es reversible (sin fricción), en cuyo caso el trabajo real sería igual al ideal. En el caso de compresión con enfriamiento, en turbocompresores con altas eficiencias de compresión, se puede considerar que la fricción es despreciable, y en consecuencia, el trabajo de compresión es igual al trabajo de flujo, es decir

$$\tau_{ce} = \tau_{fe} \quad (2.18)$$

#### 2.2.2.5 Calor rechazado

De acuerdo a la primera ley de la termodinámica, al despreciar los cambios de energía cinética y potencial, se obtiene la siguiente expresión:

$$\tau_{ce} = c_p (T_{2e} - T_1) + q_{rech} \quad (2.19)$$

Por lo tanto, de la ecuación (2.19), el calor rechazado se puede expresar de la siguiente manera

$$q_{rech} = \int_1^{2e} v dP - c_p (T_{2e} - T_1) = -c_n (T_{2e} - T_1) \quad (2.20)$$

en donde

$$c_n = c_v \left( \frac{\gamma - n_e}{1 - n_e} \right)$$

Por lo tanto, para este caso se tiene que

$$\int_1^{2e} v dP > c_p (T_{2e} - T_1)$$

Es evidente que al ser  $T_{2t} < T_e < T_{2s} < T_2$ , el trabajo de compresión disminuya a medida que se rechaza más calor del proceso.

### 2.2.2.6 Eficiencia isotérmica

Para evaluar la eficiencia de los sistemas de compresión con enfriamiento se define la eficiencia de compresión isotérmica, que es igual a la relación entre el trabajo en un proceso de compresión isotérmico reversible y el trabajo real de compresión politrópica de un compresor con enfriamiento, esto es

$$\eta_{ic} = \frac{\tau_{ct}}{\tau_{ce}} = \frac{RT_1 \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right)}{h_{2e} - h_1} = \frac{RT_1 \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right)}{\frac{n_e}{n_e - 1} RT_1 \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n_e - 1}{n_e}} - 1 \right]} \quad (2.21)$$

### 2.2.3 Compresión isoentrópica; $n = \gamma$

El proceso de compresión isoentrópico es el proceso de compresión adiabático e irreversible, en el que la entropía del sistema permanece constante. En las Figuras 2.3 y 2.4 se muestra este proceso en el caso (c).

#### 2.2.3.1 Temperatura de descarga

La temperatura de descarga se obtiene a partir de la ecuación (2.9), sustituyendo  $n = \gamma$

$$T_{2s} = T_1 \pi^x \quad (2.22)$$

en donde el exponente isoentrópico de compresión  $x$ , se define de la siguiente manera

$$x = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = \frac{R}{c_p} \quad (2.23)$$

y la relación de presiones se define como la relación entre la presión de descarga y la presión de succión

$$\pi = \frac{P_2}{P_1} \quad (2.24)$$

### 2.2.3.2 Trabajo de flujo isoentrópico

El trabajo de flujo reversible de compresión para que el fluido aumente su presión de  $P_1$  a  $P_2$  se obtiene de la integración  $\int v dP$  con límites de integración de 1 a 2s.

$$\tau_{fcs} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} (P_2 v_{2s} - P_1 v_{1s}) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R (T_{2s} - T_1) = \left( \frac{\gamma}{\gamma - 1} \right) R T_1 (\pi^x - 1) = c_p T_1 (\pi^x - 1) \quad (2.25)$$

### 2.2.3.3 Trabajo de compresión isoentrópico

Del balance de energía para un sistema abierto e isoentrópico se obtiene la siguiente expresión

$$\tau_{cs} = \int_1^{2s} dh = c_p (T_{2s} - T_1) = c_p T_1 (\pi^x - 1) \quad (2.26)$$

Debido a que la entropía del proceso permanece constante, el trabajo suministrado se convierte en trabajo de flujo, por lo tanto, el trabajo de compresión isoentrópico es igual al trabajo de flujo isoentrópico

$$\tau_{cs} = \tau_{fs} = \left( \frac{\gamma}{\gamma - 1} \right) R T_1 (\pi^x - 1) = c_p T_1 (\pi^x - 1) \quad (2.27)$$

Como el proceso es adiabático y reversible, no existen pérdidas de energía como son el trabajo sin fricción, el calor de recalentamiento y el recalentamiento por fricción.

## 2.2.4 Compresión politrópico; $n > \gamma$

### 2.2.4.1 Temperatura de descarga

La temperatura final  $T_2$  es mayor a la del proceso isoentrópico  $T_{2s}$ ,  $T_2 > T_{2s}$ . La temperatura  $T_2$  se expresa de la siguiente manera.

$$T_2 = T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (2.28)$$

Para una relación de presiones y una temperatura inicial dadas, la temperatura final  $T_2$  aumenta a medida que  $n$  aumenta

#### 2.2.4.2 Trabajo de flujo

Cuando la compresión no es reversible ni adiabática, el exponente politrópico es mayor a  $\gamma$ . La Figura 5 muestra este proceso de compresión que va de 1 a 2. El trabajo de flujo es igual al área bajo la curva del proceso que es igual a la integral de  $vdP$ .

Integrando  $vdP$  del estado 1 al estado 2 se obtiene el trabajo de flujo que se expresa de la siguiente manera

$$\tau_{fc} = \int_1^2 vdP = \frac{n}{n-1} RT_1 \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad (2.29)$$

Como  $n > \gamma$ , el valor de este trabajo es mayor que el correspondiente a  $n = \gamma$ , para los mismos valores de  $T_1$  y  $\pi$ , es decir

$$\int_1^2 vdP > \int_1^{2s} vdP$$

#### 2.2.4.3 Trabajo sin fricción

El trabajo sin fricción es la diferencia entre el trabajo de flujo politrópico y el trabajo de flujo isoentrópico, es decir,

$$\tau_{\text{sin fricción}} = \int_1^{n>\gamma} vdP - \int_1^{n=\gamma} vdP$$

$$\tau_{\text{sin fricción}} = \frac{n}{n-1} RT_1 \left( \pi^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) - \frac{\gamma}{\gamma-1} RT_1 \left( \pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) \quad (2.30)$$

#### 2.2.4.4 Trabajo de compresión

Cuando se tiene un proceso adiabático, el trabajo de compresión real se obtiene de la primera ley de la termodinámica. Aplicada a un sistema abierto, con un flujo estable, sin cambios en la energía cinética y potencial, se tiene que el trabajo de compresión es

$$\tau_c = h_2 - h_1 = c_p (T_2 - T_1) \quad (2.31)$$

o en función de la eficiencia de compresión isoentrópica

$$\tau_c = \frac{c_p T_1}{\eta_{sic}} (\pi^x - 1) \quad (2.32)$$

Al comparar el trabajo de compresión real con el trabajo de flujo, se encuentra que

$$\tau_c > \tau_{fc}$$

es decir

$$h_2 - h_1 > \int_1^2 v dP$$

El trabajo de compresión real es mayor que el trabajo de flujo debido a la fricción, lo que origina una diferencia de energía térmica del fluido. A esta energía se le llama calor de recalentamiento y tiene como efecto una mayor entalpía  $h_2$  y una mayor temperatura  $T_2$  del fluido en la descarga.

#### 2.2.4.5 Calor de recalentamiento

En un proceso de compresión real, se tiene un incremento de temperaturas debido a factores como la fricción, el rozamiento y las colisiones intermoleculares, por lo tanto, habrá cierta pérdida de energía calorífica. El calor de recalentamiento  $q_{rec}$ , se cuantifica por la diferencia entre el trabajo de compresión real y el trabajo de flujo (sin fricción), esto es:

$$q_{rec} = \int dh - \int v dP$$

$$q_{rec} = c_p T_1 \left( \pi^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) - \frac{n}{n-1} R T_1 \left( \pi^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right)$$

En función de la relación de presiones y la temperatura de succión, y del calor específico politrópico se tiene

$$q_{rec} = c_n T_1 \left( \pi^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) \quad (2.33)$$

o bien, en función de la temperatura de succión descarga del proceso, el calor de recalentamiento es

$$q_{rec} = c_n (T_2 - T_1) \quad (2.34)$$

con una capacidad calorífica politrópica  $c_n$  igual a

$$c_n = c_v \left( \frac{\gamma - n}{1 - n} \right) \quad (2.35)$$

### 2.2.4.6 El coeficiente de recalentamiento

El coeficiente de recalentamiento  $\alpha$  es la relación entre el calor de recalentamiento  $q_{rec}$  y el trabajo de compresión isoentrópico entre los mismos límites de presión

$$\alpha = \frac{q_{rec}}{\tau_{cs}} \quad (2.36)$$

El valor de  $\alpha$  se incrementa al incrementarse la relación de presiones y disminuye cuando la eficiencia de compresión isoentrópica aumenta, sus valores se encuentran entre 0.01 y 0.24 aproximadamente.

### 2.2.4.7 Recalentamiento debido a la fricción

El recalentamiento debido a la fricción en el proceso de compresión es la diferencia entre el trabajo de compresión real y el trabajo de compresión isoentrópico

$$r = \tau_c - \tau_{cs} = c_p (T_2 - T_1) - c_p (T_{2s} - T_1) \quad (2.37)$$

$$r = c_p (T_2 - T_{2s}) = c_p [(T_2 - T_1)(1 - \eta_{sic})] \quad (2.38)$$

El recalentamiento debido a la fricción en un proceso adiabático, representa el trabajo suministrado adicional que compensa las pérdidas energéticas del proceso para una relación de presiones dada. Este concepto se retoma en un apartado posterior, en el cual se muestra la representación de las pérdidas energéticas en un diagrama  $T-s$  a partir del análisis de áreas para un proceso politrópico en donde  $n > \gamma$ .

### 2.2.4.8 Eficiencia isoentrópica

La eficiencia isoentrópica de un proceso de compresión es la relación entre el trabajo requerido para elevar la presión de un gas a un valor específico de forma isoentrópica y el trabajo real de compresión. Cuando las variaciones de energía cinética y potencial del gas son despreciables y se considera gas perfecto, el trabajo requerido por el compresor adiabático es igual al cambio de entalpía o de temperatura del proceso; entonces:

$$\eta_{sic} = \frac{\tau_{cs}}{\tau_c} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{\pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\pi^{\frac{n-1}{n}} - 1} \quad (2.39)$$

### 2.2.4.9 Eficiencia politrópica

La eficiencia politrópica relaciona al trabajo de flujo y el trabajo de compresión real.

$$\eta_{pic} = \frac{\tau_{fc}}{\tau_c}$$

o bien, la eficiencia politrópica se puede expresar en función del exponente politrópico  $n$  y del exponente adiabático  $\gamma$ .

$$\eta_{pic} = \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right) \left( \frac{n}{n - 1} \right) \quad (2.40)$$

#### 2.2.4.8 Irreversibilidad

La irreversibilidad es la energía no disponible para producir trabajo útil en un proceso. Para un proceso de compresión adiabático y de flujo estable, la irreversibilidad se define como

$$i = T_0 \Delta s_T \quad (2.41)$$

Este último concepto es primordial en este trabajo de investigación, por lo tanto, se escribe y analiza con mayor detalle a lo largo del escrito.

### 2.3 Pérdidas de energía de compresión en un diagrama $T$ - $s$

En termodinámica se utilizan los diagramas temperatura-entropía o diagramas  $T$ - $s$ , para visualizar los cambios de temperatura y entropía específica de un proceso termodinámico o de un ciclo completo. Estos diagramas son una herramienta útil que permiten visualizar la energía térmica de los procesos. En los diagramas  $T$ - $s$ , los procesos isoentrópicos se representan con líneas verticales y los procesos isotérmicos mediante líneas horizontales.

La *Figura 2.6* muestra la diferencia entre un proceso de compresión isoentrópica ( $n = \gamma$ ) y un proceso politrópico ( $n > \gamma$ ) en un diagrama  $T$ - $s$ . En el proceso de compresión isoentrópica, no ocurre un aumento de entropía al incrementar la presión y la temperatura del fluido. Por otro lado, el proceso de compresión politrópica se caracteriza por un incremento de entropía, en consecuencia, la temperatura, el volumen específico y la entalpía del estado final de compresión son mayores que en el proceso isoentrópico. Además, se mencionó anteriormente, que el trabajo de compresión politrópica es mayor que el trabajo de compresión isoentrópica, lo que significa que se requiere un mayor suministro de energía para obtener la misma relación de presiones en ambos procesos. Esta diferencia radica en que, en el proceso de compresión politrópica ( $n > \gamma$ ) existen irreversibilidades que provocan que, el trabajo requerido sea mayor.

En este apartado se muestran los conceptos que diferencian al proceso de compresión politrópica ( $n > \gamma$ ) con el proceso de compresión isoentrópica ( $n = \gamma$ ) en un diagrama  $T$ - $s$ . Estos conceptos son: calor de recalentamiento, el trabajo sin fricción, el recalentamiento por fricción y la irreversibilidad.

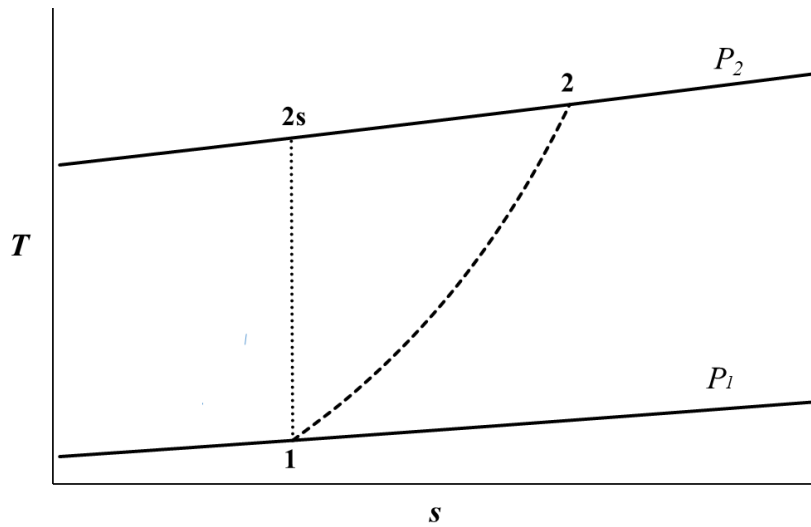


Figura 2.6. Proceso de compresión isoentrópico (1-2s) y proceso politrópico (1-2) en un diagrama T-s

Para identificar la importancia del incremento de entropía en un proceso de compresión politrópica, la Figura 2.7 muestra el área total que se encuentra por debajo de la isóbara de alta presión  $P_2$ , delimitada por el incremento de entropía entre los estados 2s y 2. En esta figura se identifican cuatro áreas en un diagrama T-s: el área “a-b-c-d-a” es nombrada  $A_0$ ; el área “1-e-b-a-1” como  $A_1$ ; el área “2s-f-e-1-2s” es  $A_2$ ; y el área “2s-2-f-2s” como  $A_3$ .

A continuación se muestran las ecuaciones de las áreas ya mencionadas. La base de cada área es el cambio de entropía entre los estados 1 y 2, este cambio de entropía es

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \tag{2.42}$$

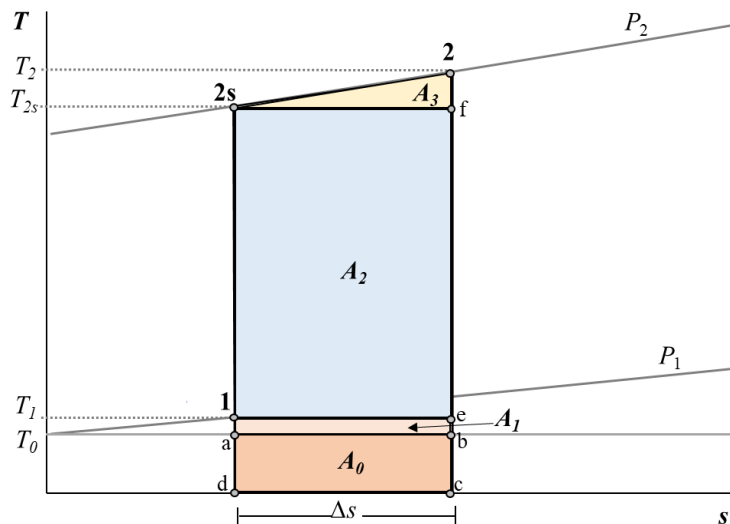


Figura 2.7. Análisis por áreas del proceso de compresión en un diagrama T-s

Con base a la geometría de cada área, las magnitudes se expresan de la siguiente manera;



$$A_0 = (T_0) \Delta s, \quad (2.43)$$

$$A_1 = (T_1 - T_0) \Delta s, \quad (2.44)$$

$$A_2 = (T_{2s} - T_1) \Delta s, \quad (2.45)$$

$$A_3 = \frac{(T_2 - T_{2s}) \Delta s}{2} \quad (2.46)$$

El área “2s-2-c-d-2s” es el área total  $A_T$ , que es igual a la suma de las cuatro áreas

$$A_T = A_0 + A_1 + A_2 + A_3 = \left( \frac{T_2 + T_{2s}}{2} \right) \Delta s \quad (2.47)$$

La ecuación (2.47) muestra que el área total es igual al promedio aritmético de las temperaturas de descarga del proceso isoentrópico y del proceso politrópico, multiplicado por el cambio de entropía. Lo que resulta el área de un rectángulo de base  $\Delta s$  y una altura media de las temperaturas isoentrópica y politrópica.

A continuación, se describen las áreas identificadas en el incremento de entropía utilizando las ecuaciones (2.43, 2.44, 2.45, 2.46 y 2.47).

### 2.3.1 Recalentamiento por fricción en un diagrama $T$ - $s$

La *Figura 2.8* muestra el recalentamiento por fricción que, genera el incremento de entropía del proceso de compresión que se muestra en un diagrama  $T$ - $s$ . El área total que se encuentra por debajo de la isóbara  $P_2$ , y está limitada por el incremento de entropía  $\Delta s$ , es energía térmica que se genera por efectos de fricción en el sistema. Todas las pérdidas energéticas que ocurren durante el proceso de compresión se engloban en el área sombreada del diagrama  $T$ - $s$  cuando no se tienen medios de enfriamiento.

El área total de la ecuación (2.47) resulta ser igual o próxima al recalentamiento debido a la fricción de la ecuación (2.37), es decir,

$$r \cong A_T$$

$$r = c_p (T_2 - T_{2s}) \cong \left( \frac{T_2 + T_{2s}}{2} \right) \Delta s \quad (2.48)$$

El signo de aproximación en las ecuaciones (2.48), se debe al cálculo del área  $A_3$  y la divergencia de las isóbaras  $P_1$  y  $P_2$  en un diagrama  $T$ - $s$ , siendo el área  $A_T$  mayor que  $r$  con diferencias menores al 1 % cuando el cambio de entropía es menor a la unidad.

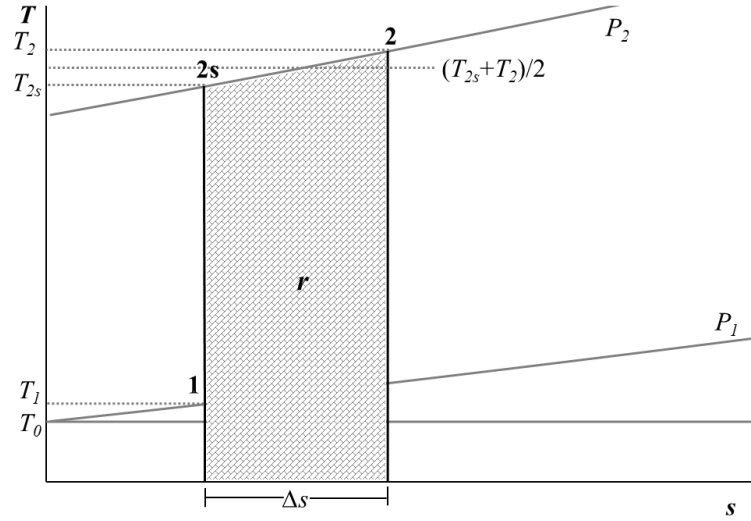


Figura 2.8. Diagrama T-s del recalentamiento debido a la fricción en un proceso de compresión

Las isobaras en un diagrama T-s no son líneas rectas, pero a pequeñas diferencias de entropía el error en el cálculo del área  $A_3$  es insignificante, sin embargo, para procesos de compresión con cambios de entropía significantes, se tiene que

$$A_r > r$$

### 2.3.2 Calor de recalentamiento en un diagrama T-s

El calor de recalentamiento es la diferencia entre el trabajo de compresión y el trabajo de flujo en un proceso de compresión politrópico cuando  $n > \gamma$ . Esto quiere decir que, parte del trabajo de compresión del proceso no se emplea para elevar la presión del fluido, sino que éste se ve reflejado como calor generando por efectos de fricción, vibración, turbulencia, y entre otros efectos que ocurren durante el proceso.

El calor de recalentamiento (2.33) tiene un valor aproximado a la suma entre las áreas B,  $A_0$  y  $A_1$  (ver Figura 2.9)

$$q_{rec} \approx A_0 + A_1 + B \tag{2.49}$$

Para encontrar una aproximación del área total bajo la curva de la compresión politrópica (1-2), se determina el valor del área B.

$$B = \frac{(T_2 - T_1) \Delta s}{2} \tag{2.50}$$

La Figura 2.9 muestra al área B en un diagrama T-s, en donde se muestra que el área B es mayor que el área bajo la curva del proceso politrópico limitado por las temperaturas  $T_1$  y  $T_2$ .

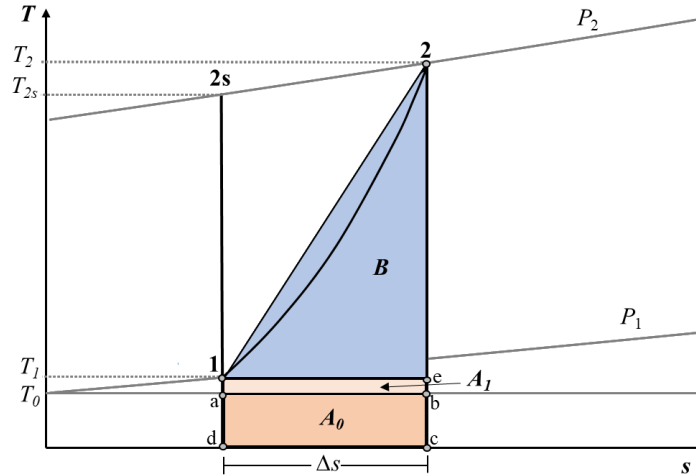


Figura 2.9. Área B en un diagrama T-s

Por lo tanto, el calor de recalentamiento se aproxima a

$$q_{rec} \approx \frac{(T_2 + T_1)}{2} \Delta s \quad (2.51)$$

En la Figura 2.10 se muestra el área que representa al calor de recalentamiento del proceso en un diagrama T-s. Esta área la limita la isóbara de alta presión  $P_2$ , el cambio de entropía  $\Delta s$  y la temperatura de cero absoluto  $T = 0$  K.

### 2.3.3 Trabajo sin fricción en un diagrama T-s

El trabajo sin fricción es la diferencia entre el recalentamiento por fricción y al calor de recalentamiento, esto gráficamente se presenta como la siguiente diferencia de áreas

$$\tau_{\text{sin fricción}} = r - q_{rec}$$

$$\tau_{\text{sin fricción}} \approx A_T - (A_0 + A_1 + B)$$

$$\tau_{\text{sin fricción}} \approx \frac{(T_{2s} - T_1)}{2} \Delta s \quad (2.52)$$

La Figura 2.10 muestra el área correspondiente al trabajo sin fricción. En la figura se muestra que al mínimo incremento de entropía en una compresión politrópica, tanto el trabajo sin fricción y el calor de recalentamiento son fenómenos que coexisten en el proceso. Si el proceso se aproxima al proceso isentrópico, el calor de recalentamiento y el trabajo sin fricción tienden a disminuir, de manera que en el proceso isentrópico no se tiene ni calor de recalentamiento ni trabajo sin fricción, sino sólo trabajo de flujo reversible.

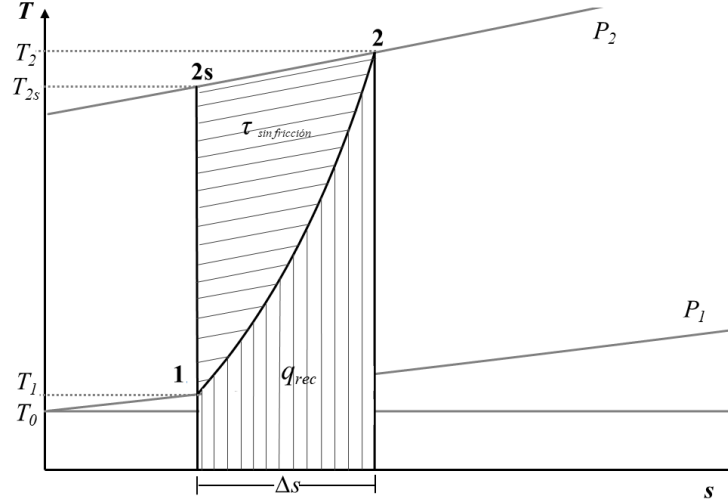


Figura 2.10. Trabajo sin fricción y calor de recalentamiento en un diagrama T-s

Las aproximaciones en la ecuación (2.52) se debe a la curvatura del proceso politrópico, el área de diferencia se muestra en la *Figura 2.11* denotado con la letra *C*; siendo la diferencia entre la suma de las áreas  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $B$  y el calor de recalentamiento (ecuación 2.51), esta diferencia forma parte del trabajo sin fricción y se expresa de la siguiente manera

$$C = (A_0 + A_1 + B) - q_{rec} \\ = \left( \frac{T_2 + T_1}{2} \right) \Delta s - c_n T_1 \left( \pi^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) \quad (2.53)$$

Es importante considerar esta área, ya que al aumentar el exponente politrópico del proceso, el error de la aproximación tiende a crecer.

La *Figura 2.11* también muestra al área *D* que se encuentra por debajo de la isóbara de baja presión a lo largo del incremento de entropía. A bajos incrementos de entropía, se puede calcular el área *D* de la siguiente manera

$$D = \frac{(T_{2P1} - T_1)}{2} \Delta s \quad (2.54)$$

La temperatura  $T_{2P1}$  es la temperatura obtenida en un proceso isobárico bajo el mismo incremento de entropía, por lo tanto, la expresión para obtener esta temperatura  $T_{2P1}$  es

$$T_{2P1} = T_1 e^{\frac{\Delta s}{c_p}} \quad (2.55)$$

sustituyendo el (2.55) en (2.54) se obtiene

$$D = \frac{T_1 \left( e^{\frac{\Delta s}{c_p}} - 1 \right)}{2} \Delta s \quad (2.56)$$

El área  $D$  forma parte del calor de recalentamiento, esta energía térmica no se encuentra entre las isóbaras que limitan al proceso, lo que indica que es una irreversibilidad no generada por el cambio de presión, sino por el hecho de que la entropía aumenta al existir un cambio de temperatura en un proceso a presión constante.

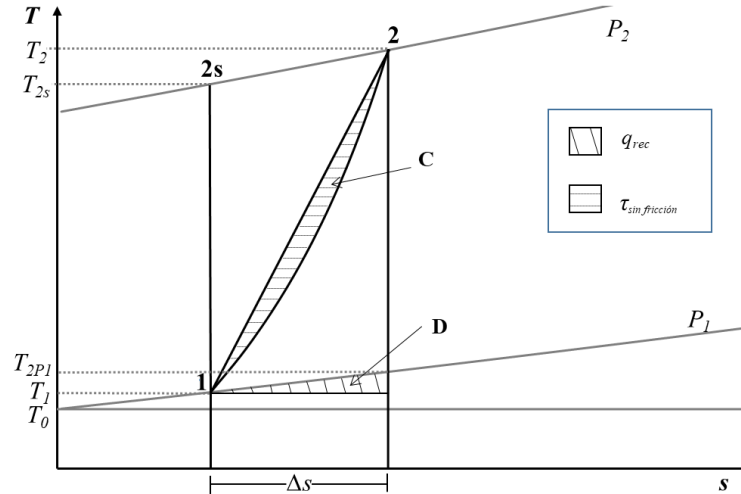


Figura 2.11. Áreas  $C$  y  $D$  en un proceso de compresión en un diagrama  $T$ - $s$

### 2.3.4 Pérdida externa por temperatura de succión en un diagrama $T$ - $s$

Por otro lado, debido a que el fluido de trabajo no se encuentra térmicamente en equilibrio con el medio ambiente, se genera una pérdida de energía externa. La Figura 2.12 muestra a la energía no aprovechada debida a la diferencia entre la temperatura inicial del proceso  $T_1$  y la temperatura de referencia  $T_0$ , siendo  $T_1 > T_0$ , provocando una pérdida de energía térmica conforme se tiene un incremento de entropía. La expresión para calcular el área  $A_1$  es dada en la ecuación (2.44). Es importante mencionar, que el área  $A_1$  tiene la posibilidad de reducir al disminuir el incremento de entropía del proceso y/o si la temperatura  $T_1$  se aproxima a la temperatura  $T_0$ . En cualquier caso se tendría un menor trabajo de compresión y una mayor eficiencia de compresión.

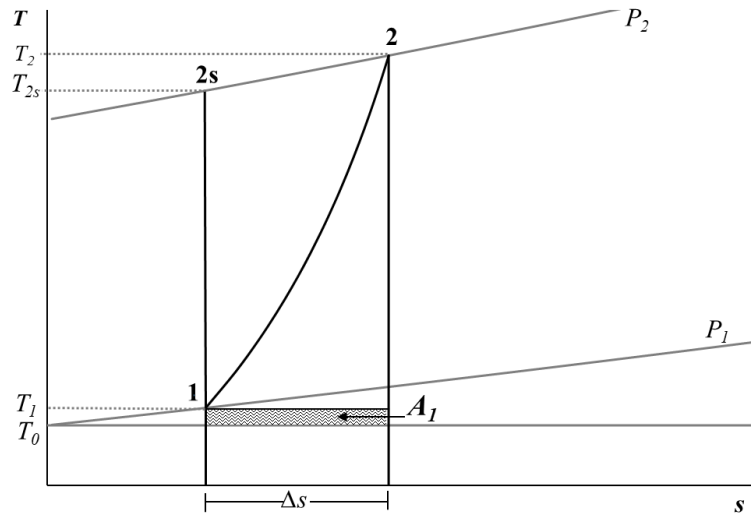


Figura 2.12. Área  $A_1$ ; pérdida de energía debido al desequilibrio térmico con el medio ambiente en un diagrama  $T$ - $s$

### 2.3.5 Irreversibilidad de la compresión en un diagrama $T$ - $s$

La Figura 2.13 muestra al área  $A_0$  en el diagrama  $T$ - $s$ . En este caso, la irreversibilidad representa la energía no disponible debido a las condiciones termodinámicas en que se encuentra su entorno. El medio ambiente presenta energía cuando su temperatura es mayor al cero absoluto, por esto, cuando un sistema incrementa su entropía, se obtiene esta energía que no sirve para producir trabajo útil ya que se encuentra termodinámicamente en equilibrio con el medio ambiente en que se encuentra. En un proceso de compresión esta energía representa el trabajo adicional que se le debe suministrar al proceso para compensar la energía no disponible del medio ambiente. Esta energía se le llama irreversibilidad y en termodinámica usualmente se representa por la letra  $i$ . La irreversibilidad de un proceso de compresión adiabático con  $n > \gamma$ , se obtiene utilizando la ecuación (2.41)

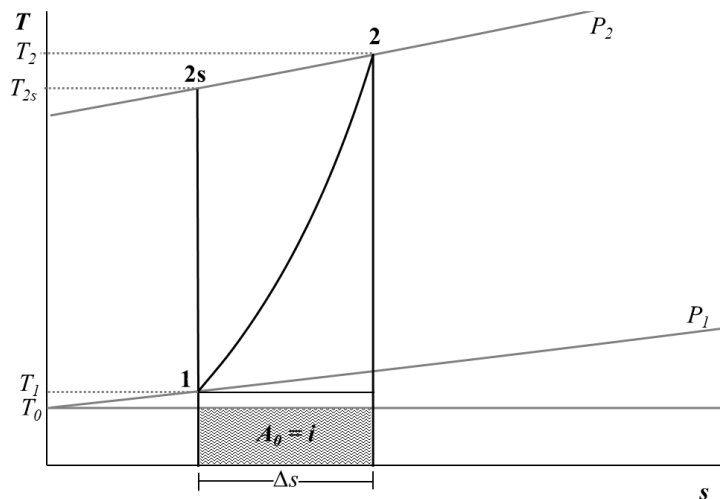


Figura 2.13. Área  $A_0$ , irreversibilidad de compresión en un diagrama  $T$ - $s$

## Capítulo 3

# 3. Eficiencia de compresión

## 3.1 Eficiencia de una turbomáquina

Para evaluar un proceso, es necesario establecer un parámetro que indique la aproximación que éste tiene con respecto a un proceso de referencia, el cuál puede ser un proceso idealizado que opere bajo las mismas condiciones. Para las turbomáquinas existen distintos tipos de eficiencias de acuerdo a las características de referencia que se quieran evaluar del equipo, por ejemplo:

- De acuerdo a los límites físicos del proceso.  
Es decir, comparación por componente, etapa o por equipo.
- Proceso con el cual se compara.  
Proceso isoentrópico, politrópico, isotérmico, o de otro tipo.
- Energía útil según la aplicación.  
Definiendo el tipo de energía significativa para el proceso.
- Consideración de pérdidas externas.  
Como son fugas, fricción en rodamientos, en la caja de transmisión, acoples, etc.

Además, la eficiencia de una turbomáquina se puede expresar como un producto de las eficiencias de los procesos que conforman su operación, es decir:

$$\eta_{\text{turbomáquina}} = \eta_{\text{mecánica}} \eta_{\text{volumétrica}} \eta_{\text{isoentrópica}} \quad (3.1)$$

En donde, cada eficiencia evalúa distintos aspectos de la turbomáquina, por ejemplo, en el caso del compresor, la eficiencia mecánica evalúa el proceso de transmisión de potencia mecánica suministrada al equipo considerando las pérdidas mecánicas existentes; la eficiencia volumétrica evalúa la potencia

suministrada considerando que existen fugas en el equipo; y la eficiencia isoentrópica evalúa el desempeño energético del proceso de compresión, considerando que el proceso es irreversible. En compresores, la eficiencia es la relación entre el proceso de comparación o referencia y el proceso de compresión real.

$$\eta = \frac{\text{Proceso de referencia}}{\text{Proceso real}} \quad (3.2)$$

## 3.2 Definiciones de eficiencias de compresión

### 3.2.1 Eficiencia isotérmica

Para evaluar la eficiencia de los sistemas de compresión con enfriamiento se define la eficiencia de compresión isotérmica, que es igual a la relación entre el trabajo en un proceso de compresión isotérmico reversible y el trabajo real de compresión politrópica de un compresor con enfriamiento, esto es

$$\eta_{ic} = \frac{\tau_{ct}}{\tau_{ce}} = \frac{q_{rech} \text{ (isotérmico)}}{c_p (T_{2e} - T_1) - q_{rech}} = \frac{RT_1 \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right)}{\frac{n_e}{n_e - 1} RT_1 \left( \pi^{\frac{n_e - 1}{n_e}} - 1 \right)} \quad (2.21)$$

El proceso de referencia es el proceso de compresión isotérmico reversible, que es un proceso idealizado; siendo este proceso en donde se emplea la menor cantidad de trabajo en una compresión.

### 3.2.2 Eficiencia isoentrópica

La compresión isoentrópica es el proceso de referencia para obtener la eficiencia de compresión isoentrópica. La eficiencia de compresión isoentrópica es la relación entre el trabajo requerido para elevar la presión de un gas a un valor específico de forma isoentrópica y el trabajo real de compresión.

$$\eta_{sic} = \frac{\tau_{cs}}{\tau_c}$$

Cuando las variaciones de energía cinética y potencial del gas son despreciables y se considera gas perfecto, el trabajo requerido por el compresor adiabático es igual al cambio de entalpía o de temperatura del proceso; entonces:

$$\eta_{sic} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{\pi^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1}{\pi^{\frac{n - 1}{n}} - 1} \quad (2.39)$$



### 3.2.3 Eficiencia politrópica

El concepto de la eficiencia politrópica nace de la necesidad de comparar a las máquinas con diferentes relaciones de presiones (la eficiencia isoentrópica depende de la relación de presiones).

#### 3.2.3.1 Divergencia de isobaras en diagrama $h$ - $s$

En la Figura 3.1 se muestra un proceso de compresión politrópica y un proceso de compresión isoentrópica en un diagrama  $h$ - $s$ . En éste se muestran las presiones de succión  $P_1$  y de descarga  $P_6$ , así como las isobaras intermedias del proceso  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$  y  $P_5$ . El proceso de compresión politrópica se encuentra dividido por pasos; cada paso se define por cada cruce entre el proceso con cada isobara. Entre cada paso del proceso se muestran las diferencias de entalpías siguiendo una trayectoria politrópica y una trayectoria isoentrópica. En el diagrama se muestra que a medida que aumentan la entalpía y/o la entropía de un gas, la separación entre sus isobaras es cada vez más evidente. Por ejemplo, el cambio de entalpía del proceso de compresión politrópica es mayor que al cambio de entalpía del proceso de compresión isoentrópica, es decir,  $\Delta h_c > \Delta h_{cs}$ . La diferencia de entalpía entre estas dos, es la entalpía debido a la divergencia isobárica  $\Delta h_{div}$ .

La ecuación de Gibbs explica la divergencia de las isobaras en el diagrama de Mollier. Ésta se expresa de la siguiente manera:

$$Tds = du + Pdv \quad (3.3)$$

Diferenciando a la entalpía,  $h = u + Pv$ , se obtiene:

$$du = dh - vdP - Pdv \quad (3.4)$$

Sustituyendo (3.4) en (3.3) se obtiene a la diferencial de entalpía en función de la temperatura, de la diferencial de entropía, del volumen específico y de la diferencial de presión

$$dh = Tds + vdP \quad (3.5)$$

A lo largo de una isobara,  $dP = 0$ . Entonces, para un proceso a presión constante y dividiendo entre  $ds$ , de la ecuación (3.5) se obtiene la pendiente

$$\left( \frac{dh}{ds} \right)_P = T \quad (3.6)$$

En un gas perfecto, la entalpía es proporcional a la temperatura ( $h = c_p T$ ), por lo tanto, de (3.6) a medida que el cambio de entalpía es mayor, mayor es la pendiente de la isobara, lo que explica su divergencia.

La divergencia de las isobaras tiene al menos dos consecuencias importantes en los compresores:

- una etapa de compresión es más eficiente que la compresión completa y que
- la compresión es más eficiente a bajas temperaturas que a altas temperaturas (ver Anexo A.1)

Por ejemplo, si se toma la eficiencia isoentrópica de una etapa de compresión, con un incremento isoentrópica de entalpía,  $\Delta h_{1s}$ , que va del estado 1 al estado 2' y un incremento de entalpía del proceso real,  $\Delta h_1$ , que va del estado 1 al estado 2 (Figura 3.1), la eficiencia se expresa como

$$\eta_{sic,1} = \frac{\Delta h_{1s}}{\Delta h_1} \quad (3.7)$$

y la eficiencia isoentrópica de todo el proceso de compresión es

$$\eta_{sic} = \frac{\Delta h_{cs}}{\Delta h_c} \quad (3.8)$$

Debido a la divergencia isobárica se tiene que,  $\eta_{sic,1} > \eta_{sic}$ ; es decir, la eficiencia de una etapa es mayor que la eficiencia de todo el proceso de compresión

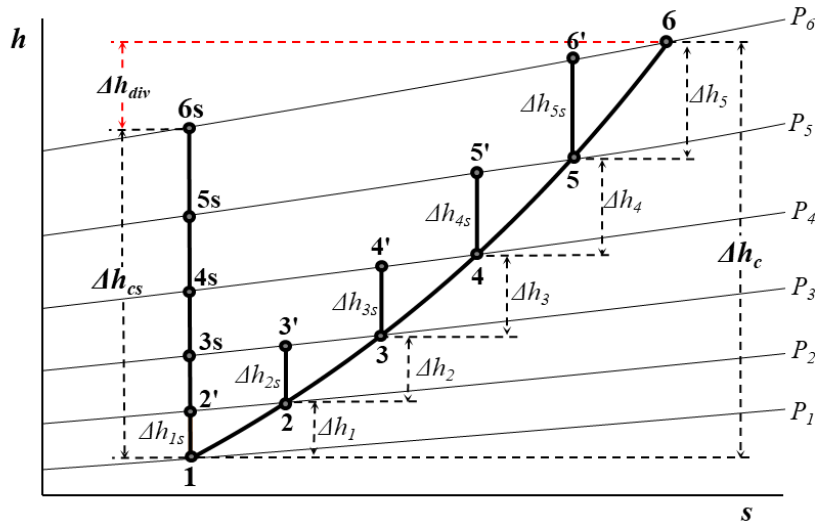


Figura 3.1. Divergencia de isobaras en proceso de compresión en diagrama h-s

Para cada incremento de presión, el cambio de entropía es cada vez mayor, por lo tanto, se requiere de un mayor trabajo de compresión. Es por esto, que la compresión con enfriamiento después de cada etapa de compresión, es una útil aplicación cuando se requiere disminuir el trabajo suministrado. De hecho, que la compresión sea más eficiente a bajas temperaturas y la expansión a altas temperaturas explica la importancia de dos mejoras comunes en los ciclos termodinámicos como son: el interenfriamiento en la compresión y la postcombustión en la expansión para turbinas de gas.

Del mismo modo, en cada paso de la compresión politrópica, el cambio de entalpía politrópica es mayor al cambio de entalpía isoentrópica, lo que resulta que

$$\Delta h_c > \sum_{i=1}^6 \Delta h_{is}$$

De esta manera, la eficiencia de compresión politrópica se define como la eficiencia isoentrópica de una etapa infinitesimal que se mantiene constante en todo el proceso:

$$\eta_{pic} = \frac{dh_s}{dh} = \frac{dT_s}{dT} \quad (3.9)$$

Para gas ideal en un proceso isoentrópico se cumple que

$$\frac{T}{P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = cte$$

y en forma diferencial

$$\frac{dT_s}{T} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{dP}{P} \quad (3.10)$$

al despejar  $dT_s$  de (3.10) y sustituyendo en (3.9)

$$\eta_{pic} \frac{dT}{T} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{dP}{P}$$

como la eficiencia politrópica es constante al integrar del estado 1 al estado 2, se obtiene

$$\eta_{pic} = \frac{\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}$$

pero

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \eta_{pic}} \quad (3.11)$$

comparando la ecuación (3.11) con la ecuación (2.9), se tiene que

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \eta_{pic}} \quad (3.12)$$

es decir, para que se cumpla la igualdad, los exponentes deben ser iguales

$$\frac{n-1}{n} = \frac{\gamma-1}{\gamma \eta_{pic}}$$

De este modo, la eficiencia politrópica se puede expresar en función del exponente politrópico  $n$ , del exponente adiabático  $\gamma$ .

$$\eta_{pic} = \left( \frac{\gamma-1}{\gamma} \right) \left( \frac{n}{n-1} \right) \quad (2.40)$$

La eficiencia politrópica se puede interpretar como una medida de la calidad del diseño y refleja el estado del arte de una máquina, y es útil para comparar entre máquinas con la misma aplicación.

### 3.2.3.2 Relación entre eficiencia isoentrópica y politrópica

La ecuación (2.40) muestra que existe una relación entre el proceso politrópico y el proceso isoentrópico mediante el exponente adiabático  $\gamma$ . Despejando  $(\gamma-1)/\gamma$  de (2.40) y sustituyendo en (2.39), se obtiene a la eficiencia de compresión isoentrópica en función de la eficiencia de compresión politrópica

$$\eta_{sic} = \frac{\pi^{\frac{\eta_{pic}(n-1)}{n}} - 1}{\pi^{\frac{n-1}{n}} - 1} = \frac{\pi^x - 1}{\pi^{\frac{x}{\eta_{pic}}} - 1} \quad (3.13)$$

o bien, la eficiencia de compresión politrópica en función de la eficiencia de compresión isoentrópica

$$\eta_{pic} = \frac{\ln \left[ \eta_{sic} \left( \pi^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) + 1 \right]}{\ln \left( \pi^{\frac{n-1}{n}} \right)} \quad (3.14)$$

La Figura 3.2 muestra a la eficiencia de compresión politrópica en función de la eficiencia de compresión isoentrópica a distintas relaciones de presiones para unas condiciones de succión dadas. En esta figura se muestra que en cualquier punto de las líneas de relación de presiones constante, la eficiencia de compresión politrópica siempre es mayor que la eficiencia de compresión isoentrópica, además de que la diferencia entre estos parámetros es menor para relaciones de presiones menores. Por ejemplo, el punto A se encuentra a una relación de presiones 4 y la eficiencia isoentrópica es de 0.78 mientras que la eficiencia politrópica es de 0.817. Por otro lado, el punto B se encuentra a una relación de presiones de 10 con una eficiencia isoentrópica de 0.84 y una eficiencia politrópica de 0.882. Las dos eficiencias de compresión son iguales cuando el proceso de compresión es isoentrópico  $n = \gamma$ , es decir,  $\eta_{pic} = \eta_{sic} = 1$ .

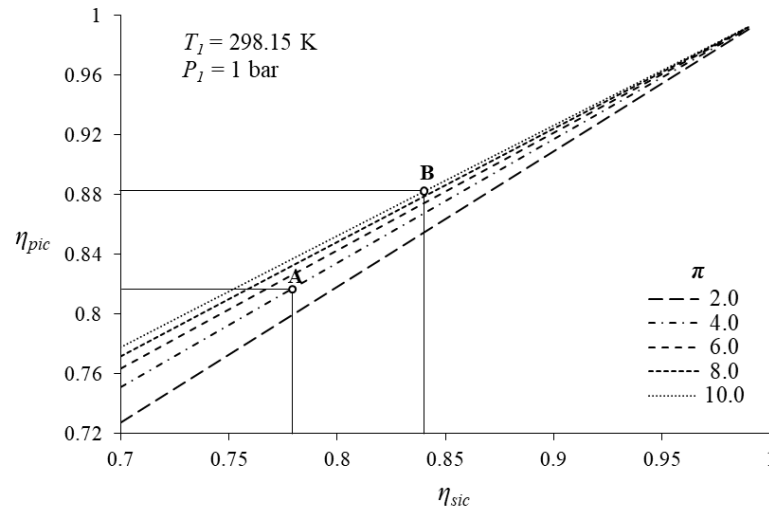


Figura 3.2. Eficiencia de compresión politrópica en función de la eficiencia de compresión isoentrópica

### 3.3 Eficiencia diabática

Generalmente, la eficiencia de compresión en el análisis energético la consideran con un flujo de calor despreciable y las eficiencias para evaluar un proceso diabático usualmente no son mencionadas. La mayoría de los artículos técnicos describen al proceso de compresión mediante un análisis isoentrópico, sin embargo, la clásica eficiencia isoentrópica tiene deficiencias cuando se trata con flujos diabáticos.

Las condiciones diabáticas en los compresores son el resultado del gradiente de temperatura entre el compresor y otros equipos que se encuentren a una mayor temperatura, involucrando flujos de calor tanto por radiación, conducción y convección hacia éste. La transferencia de calor al compresor causa un aparente decremento en la eficiencia isoentrópica, debido a que se obtiene una mayor diferencia de temperaturas del flujo en el proceso de compresión. Además, a medida que el gas se calienta, el trabajo requerido para el incremento gradual de presión es mayor. A esto se le conoce como efecto de recalentamiento (Hall y Dixon, 2013).

En la Figura 3.3 se muestran las temperaturas de descarga de un compresor centrífugo experimental de siete etapas que es expuesto a un suministro de calor proveniente de un motor eléctrico conectado a éste. La figura muestra que las temperaturas varían con respecto al flujo volumétrico y a las distintas velocidades de giro. Las curvas generadas en la parte inferior del gráfico son las temperaturas de descarga estimadas de acuerdo a las características operativas teóricas del compresor considerándolo como un sistema adiabático, estas curvas muestran diferencias entre las temperaturas de descarga menores a  $5 \text{ }^\circ\text{C}$ . Las curvas de la parte superior del gráfico, son las temperaturas de descarga medidas experimentalmente, cuyas diferencias de temperaturas de descarga alcanzan a ser hasta de  $10 \text{ }^\circ\text{C}$ . Esta diferencia de temperatura tiende a ser menor para mayores velocidades de giro, por ejemplo, a  $3,300 \text{ rpm}$  las temperaturas de descarga muestran una diferencia de  $-4.3 \text{ }^\circ\text{C}$  al cambiar el flujo volumétrico de  $0.004$  a  $0.0243 \text{ m}^3/\text{s}$ , mientras que las temperaturas de descarga estimadas, la diferencia es de  $-3.9 \text{ }^\circ\text{C}$

para el mismo cambio de flujo volumétrico de aire. Las diferencias entre las temperaturas estimadas y las medidas se deben al calor que es suministrado por el motor eléctrico hacia el cuerpo del compresor durante su operación. Las temperaturas medidas pueden provocar errores al evaluar los parámetros de desempeño energético del equipo, esto ocurre, si en los modelos de desempeño utilizados no se considera el calor suministrado, lo cual, es muy común encontrar en la literatura.

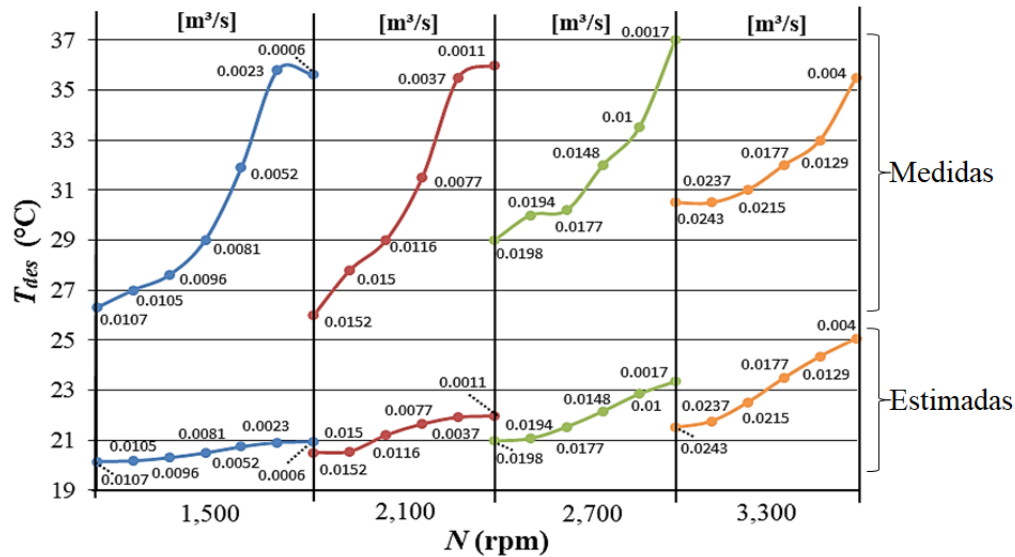


Figura 3.3. Temperatura de descarga en un compresor centrífugo con transferencia de calor

### 3.3.1 Análisis de la eficiencia diabática

En un proceso de compresión entre el estado de entrada o de succión 1, y el estado de salida o de descarga 2, la eficiencia de compresión se define como el trabajo que requiere un compresor que opera de manera ideal en comparación con el trabajo real; con la idea de que un compresor sometido a un proceso hipotético ideal requiere un menor trabajo de compresión que un proceso real con disipación de energía por fricción. El trabajo o potencia real se considera invariablemente como la potencia o el trabajo del eje del compresor, pero se tiene más dificultad en la definición de un proceso de referencia que sea considerado como un proceso ideal. En general, hay tres procesos de referencia que se pueden usar para definir el proceso de compresión ideal: un proceso isoentrópico, un proceso politrópico o un proceso isotérmico. Ver Figura 3.4.

Si se desprecia el cambio de energía cinética en la compresión y se consideran sólo las pérdidas internas, la definición general de eficiencia del compresor estático-estático se establece como

$$\eta_c = \frac{\text{Trabajo de flujo}}{\text{Trabajo real de flecha}}$$

El denominador es el trabajo real que se suministra al compresor mediante un eje mecánico y el numerador es el trabajo de flujo (o trabajo  $vdp$ ) requerido para producir el aumento de presión en el proceso ideal elegido. La diferencia entre los procesos isoentrópico, politrópico e isotérmico se relaciona con los diferentes caminos de integración utilizados para la integración del estado inicial al estado final

del proceso. El proceso politrópico determina el trabajo integrando a lo largo de la ruta de compresión desde el estado 1 al estado 2; el proceso isoentrópico considera un proceso de referencia ideal a entropía constante entre el estado 1 y un estado imaginario 2s; y el proceso isotérmico entre el estado 1 y el estado 2t considera un proceso diabático con rechazo de calor, en donde la temperatura del gas permanece constante durante todo el proceso de compresión. Debido a la divergencia de las líneas de presión constante en el diagrama  $h$ - $s$ , el proceso isotérmico en realidad requiere menos trabajo que el proceso isoentrópico como se menciona en el Capítulo 2. El proceso isotérmico es reversible y siempre es diabático con rechazo de calor, el proceso isoentrópico es adiabático y reversible, y el proceso politrópico puede ser diabático o adiabático y reversible o irreversible.

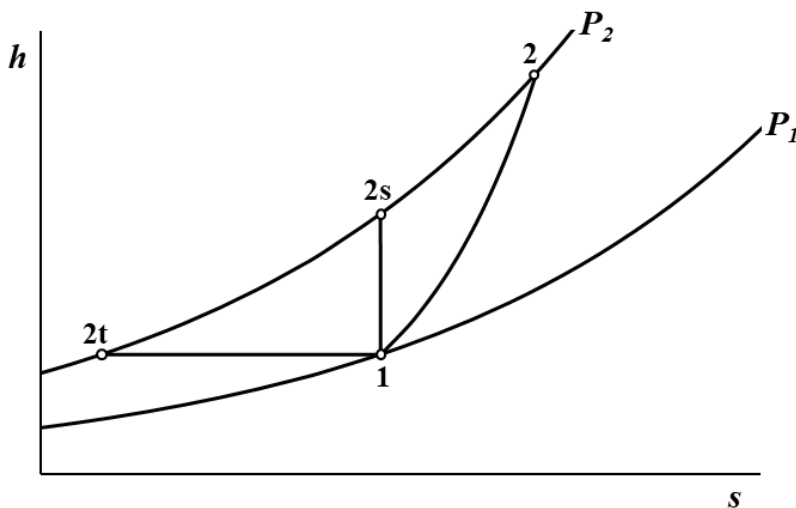


Figura 3.4. Procesos de compresión. 1-2t: isotérmica, 1-2s: isoentrópica y 1-2: politrópica

### 3.3.2 Eficiencia isoentrópica diabática

El uso de un proceso isoentrópico como un proceso de referencia para describir un flujo diabático reversible es claramente erróneo, ya que un flujo diabático reversible no tiene entropía constante. El estado imaginario o hipotético 2s, tiene la misma presión de salida que el proceso real y tiene la misma entropía que en el estado inicial. La segunda ley formulada en términos de la ecuación de Gibbs es

$$dh = vdP + Tds$$

El proceso isoentrópico describe el trabajo ideal de una máquina adiabática, sin pérdidas de energía y sin aumentos de entropía. Para un proceso de entropía constante, se tiene

$$dh = vdP$$

o bien,

$$h_{2s} - h_1 = \int_1^{2s} vdP$$

El trabajo y la transferencia de calor del proceso están definidos por la primera ley de la termodinámica. Para un proceso de flujo estable en un sistema abierto la primera ley se expresa de la siguiente manera

$$\tau_c + q_{sum} = h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) \quad (3.15)$$

Despreciando cambios de energía cinética y potencial se tiene

$$\tau_c + q_{sum} = h_2 - h_1 \quad (3.16)$$

En un proceso adiabático ( $q_{sum} = 0$ ), la entrada de trabajo es igual al cambio en entalpía por unidad de masa. De esta forma, se determina la expresión para la eficiencia isoentrópica, que es comúnmente llamada eficiencia adiabática (ecuación 2.39)

$$\eta_{sic} = \frac{\Delta h_s}{\Delta h} = \frac{\int_1^{2s} v dP}{h_2 - h_1} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1}$$

o bien, considerando  $c_p$  constante

$$\eta_{sic} = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} \quad (3.17)$$

Sin embargo, en la compresión diabática la potencia del eje ya no es igual al cambio de entalpía, entonces el denominador de (3.17) no es el apropiado para un flujo diabático. La entalpía y el aumento de temperatura medida sobreestiman la entrada de trabajo real debido al calentamiento provocado por la adición de calor y esto se debe restar para obtener una medida adecuada de la eficiencia isoentrópica diabática. Varios autores han intentado hacer una corrección para este efecto. Despreciando los términos de energía cinética y potencial para un flujo con transferencia de calor la "eficiencia isoentrópica diabática" estaría dada por

$$\eta_{sq} = \frac{h_{2s} - h_1}{(h_2 - h_1) - q_{sum}} = \frac{T_{2s} - T_1}{(T_2 - T_1) - \frac{q_{sum}}{c_p}} \quad (3.18)$$

o bien

$$\eta_{sq} = \frac{1}{\frac{1}{\eta_{sic}} - \frac{q_{sum}}{h_2 - h_1}} = \frac{1}{\frac{1}{\eta_{sic}} - \frac{q_{sum}}{c_p(T_{2s} - T_1)}} \quad (3.18)$$

Por otro lado, el flujo diabático reversible (sin pérdidas de energía) no es isoentrópico, entonces no hay justificación para usar un proceso isoentrópico como referencia para el trabajo ideal requerido por un proceso diabático reversible. Un proceso con la misma transferencia de calor que el proceso real pero sin pérdidas de energía, se debe usar como referencia, pero éste no sería isoentrópico. El proceso



correcto de comparación incluiría la transferencia de calor, en el proceso de 1 a 2sq en lugar del proceso de 1 a 2s, como se muestra la Figura 3.5.

$$\eta_{sq} = \frac{\int_1^{2sq} v dP}{(h_2 - h_1) - q_{sum}} \quad (3.18)$$

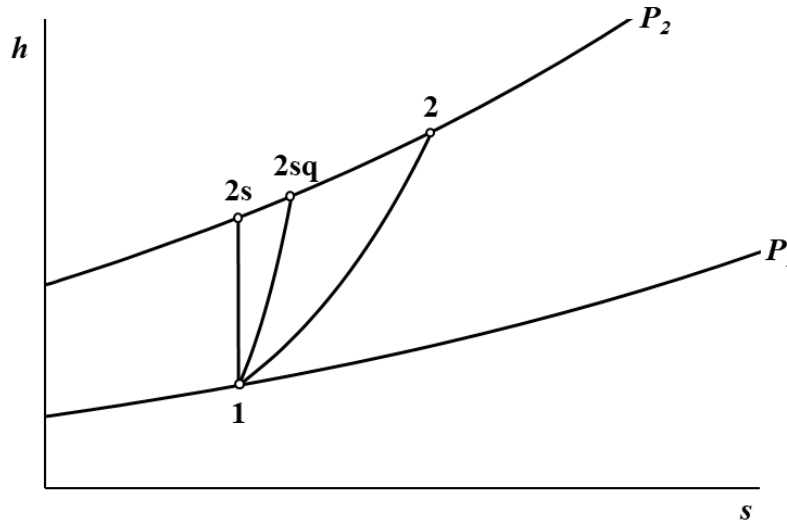


Figura 3.5. Proceso diabático de referencia, 1-2qs.

La eficiencia isoentrópica utilizada comúnmente para el análisis de un flujo diabático resulta inadecuada. Probablemente es por esta razón que en muchas publicaciones de turbomaquinaria se utiliza el término eficiencia adiabática en lugar del término eficiencia "isoentrópica" (Casey y Fesich, 2010).

### 3.3.3 Eficiencia politrópica para la compresión diabática

La diferencia entre el análisis politrópico y el análisis isoentrópico es que el valor del estado final de la compresión, es el estado real del gas al final del proceso de compresión, estado 2. La integración de  $vdP$  a lo largo de la trayectoria politrópica del proceso, permite que el análisis tome en cuenta tanto a la transferencia de calor como a las irreversibilidades del proceso, sin requerir de un estado de referencia imaginario.

La ecuación de Gibbs se puede integrar a lo largo de la trayectoria de compresión real para dar

$$h_2 - h_1 = \int_1^2 v dP + \int_1^2 T ds = \int_1^2 v dP + \int_1^2 (T ds)_q + \int_1^2 (T ds)_{irrev} \quad (3.19)$$

en donde

$$\int_1^2 v dP = \text{trabajo de flujo}$$

$$\int_1^2 (Tds)_q = \text{adición de calor}$$

$$\int_1^2 (Tds)_{irrev} = \text{irreversibilidades del proceso}$$

Mientras que el cambio de entalpía se determina sólo por el estado inicial y final del proceso, el término de trabajo de flujo  $vdp$  y los términos de producción de entropía  $Tds$  dependen de la trayectoria de integración entre el estado inicial y final. El término de producción de entropía incluye tanto el cambio de entropía debido a la transferencia de calor como el cambio de entropía debido a los mecanismos de pérdidas irreversibles, es decir

$$Tds = (Tds)_q + (Tds)_{irrev} \quad (3.20)$$

Por otro lado, la primera ley de la termodinámica para un proceso de compresión diabático considerando el cambio de energía cinética es

$$\tau_c + q_{sum} = h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) = h_{02} - h_{01} \quad (3.21)$$

Sustituyendo la ecuación (3.19) en la ecuación (3.21), e igualando el término  $\int_1^2 (Tds)_q = q_{sum}$ , se obtiene la siguiente expresión

$$\tau_c = \int_1^2 v dP + \int_1^2 (Tds)_{irrev} + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) \quad (3.22)$$

Entonces, el suministro de trabajo al compresor es la suma de trabajo de flujo, del trabajo perdido por irreversibilidades y en ocasiones de un aumento en la energía cinética. La transferencia de calor al compresor en realidad no aparece explícitamente en la ecuación (3.22). La cantidad de transferencia de calor se encuentra implícita en la trayectoria de integración del estado 1 al estado 2, por lo que influye tanto en el trabajo de flujo como en las irreversibilidades del proceso.

Por lo tanto, la eficiencia para un compresor con un flujo diabático, que incluye las diferencias de energía cinética, es

$$\eta_{pic} = \frac{\int_1^2 v dP + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2)}{\tau_c} = 1 - \frac{\int_1^2 (Tds)_{irrev}}{\tau_c} \quad (3.23)$$

donde el aumento de la presión útil y el cambio asociado en la energía cinética se expresan como una fracción del trabajo de compresión real. Esta expresión es válida tanto para un proceso adiabático como para un proceso diabático, ya que la transferencia de calor no aparece explícitamente en la ecuación

(3.23). Esta ecuación tiene la enorme ventaja de que se muestra claramente la disipación de energía por irreversibilidades.

De esta manera, las pérdidas son simplemente la disipación de energía como una fracción del trabajo del eje suministrado, con o sin transferencia de calor, y se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{\int_1^2 (Tds)_{irrev}}{\tau_c} = 1 - \eta_{pic} \quad (3.24)$$

Los términos del trabajo de flujo y del trabajo perdido por irreversibilidades, requieren que se realice la integración a lo largo de la trayectoria del proceso. En algunos casos, la información de experimentos o simulaciones puede estar disponible y los estados intermedios del proceso real pueden ser conocidos. Sin embargo, en la práctica no hay información disponible sobre los estados intermedios en una máquina, debido a esto, el proceso real se aproxima mediante un proceso politrópico para esta integración.

### 3.4 Eficiencia politrópica aparente

Es conveniente tener en cuenta, si el proceso de compresión a evaluar se trata de un proceso diabático o adiabático. Si en el cálculo de la eficiencia politrópica se toma como referencia el exponente politrópico  $n$ , y el exponente adiabático  $\gamma$  (ecuación 2.40), la eficiencia de compresión politrópica puede resultar ser una *eficiencia de compresión politrópica aparente*

$$\eta_{pic^*} = \frac{n}{n-1} \frac{\gamma-1}{\gamma} = \frac{vdP}{dh} \quad (3.25)$$

La eficiencia de compresión politrópica relaciona el trabajo útil del fluido y al trabajo real suministrado. La ecuación (3.25) en sí representa la eficiencia politrópica del proceso de compresión adiabático, en donde se requiere una contribución de trabajo de  $\delta\tau = dh$ ; sin embargo, como se menciona anteriormente, para el proceso de compresión diabático esto es incorrecto. Despejando al trabajo de compresión de la definición de la eficiencia (2.40) politrópica del proceso de compresión con energía cinética despreciable se tiene

$$\delta\tau_c = \frac{1}{\eta_{pic}} vdP \quad (3.26)$$

Si en el proceso existe una contribución de calor  $\delta q$ , se puede utilizar *la relación de transferencia de energía modificada* propuesta por Christians en el 2012. La relación de transferencia de energía modificada es la relación entre el calor y el trabajo de un proceso en un sistema abierto

$$K' = -\frac{\delta q}{\delta\tau_c} = -\frac{q}{\tau_c} \quad (3.27)$$

En donde  $\delta q$  es de signo positivo si en el sistema hay un suministro de calor y es negativo si el calor es rechazado del sistema. Por lo tanto,  $(-K')$  describe un proceso de compresión con suministro de calor y  $(+K')$  a un proceso de compresión con rechazo de calor. El coeficiente de transferencia de energía modificada puede alcanzar valores de hasta -0.35 en turbocargadores, de acuerdo a las referencias del Anexo B.

Retomando que en un proceso de compresión diabática,  $dh = \delta\tau_c + \delta q$ ; la eficiencia politrópica aparente del proceso de compresión de la ecuación (3.25) se puede expresar en función de la eficiencia politrópica real y de la relación de transferencia de energía modificada, al sustituir  $\delta\tau_c$  de la ecuación (3.26) y  $\delta q$  de la ecuación (3.27), se obtiene la siguiente expresión

$$\eta_{pic*} = \frac{n}{n-1} \frac{\gamma-1}{\gamma} = \frac{\eta_{pic}}{1-K'} \quad (3.28)$$

Cuando la transferencia de calor no es precisamente conocida e incluso se supone que no existe, los datos obtenidos de prueba, definen una eficiencia politrópica de  $\eta_{pic*}$ , pero en realidad la eficiencia politrópica real es  $\eta_{pic}$ , teniendo como factor a la relación de transferencia de energía modificada  $K'$ . Por lo tanto, la eficiencia de compresión politrópica real es

$$\eta_{pic} = (1-K')\eta_{pic*} \quad (3.29)$$

### 3.4.1 Casos especiales del análisis politrópico

Los procesos politrópicos con distintos valores del exponente politrópico  $n$  y sus eficiencias politrópicas aparentes y reales se muestran en la Tabla 3.1. Los casos a), b) y f), son procesos con rechazo de calor, por lo que  $K'$  toma valores positivos en la ecuación (3.27). En el caso a)  $K' = 1$ , la eficiencia de compresión politrópica real da como resultado un valor igual a cero. Sin embargo, en los casos a) y b) se consideran procesos reversibles y para evaluar dichos procesos se suele emplear la eficiencia de compresión isotérmica  $\eta_{tic}$ . En el caso c) el valor de  $K'$  es igual a cero, debido a que se trata de un proceso adiabático. En el caso d) puede haber tanto suministro como rechazo de calor, por lo tanto, el valor de  $K'$  puede ser positivo o negativo, sin embargo, el valor absoluto de  $K'$  resulta ser menor a uno. Finalmente, en el caso e) la eficiencia politrópica real depende sólo del valor de  $K'$  debido a que el valor de la eficiencia politrópica es de  $R/c_p$ , mientras que en el caso g) no importa cual sea la transferencia de calor, ya que al no existir un cambio de presión, la eficiencia politrópica real del proceso está indeterminada. En la Tabla 3.1 se presentan las diferencias entre ambas eficiencias, identificarlas permite evitar que se cometan errores al evaluar la eficiencia politrópica en un proceso diabático, debido a esto, es necesario considerar el factor de corrección  $(1 - K')$  en la eficiencia politrópica aparente.

### 3.4.2 Eficiencia politrópica aparente en función de la relación dinámica de flujo

Si además de la transferencia de calor en el proceso de compresión, se considera importante la energía cinética del fluido, la eficiencia politrópica aparente de compresión debe incluir a la *relación dinámica de flujo*, ésta se expresa de la siguiente manera

$$\chi = \frac{d(ec)}{\delta\tau_{fc}} \quad (3.30)$$

La relación dinámica de flujo alcanza valores de alrededor de 0.8 en turbocargadores centrífugos, en donde, se alcanzan relaciones de presiones menores a 2 y la velocidad a la que el flujo es descargado es relevante. En compresores centrífugos empleados para aviación, con relación de presiones 1.2 a 4, la relación dinámica de flujo puede alcanzar valores hasta de 0.5.

Tabla 3.1. Eficiencia politrópica con transferencia de calor

Caso	Exponente	Proceso	Ecuación	Eficiencia politrópica aparente $\eta_{pic^*} = [n(\gamma-1)]/[\gamma(n-1)]$	Eficiencia politrópica real $\eta_{pic} = (1-K') \eta_{pic^*}$
a	$n_t = 1$	isotérmico	$Pv = \text{const}$	$\eta_{pic^*} = \infty$	$\eta_{pic} = 0$
b	$1 < n_e < \gamma$	con enfriamiento		$1 < \eta_{pic^*} < \infty$	$0 < \eta_{pic} < 1$
c	$n = \gamma$	isoentrópico	$Pv^\gamma = \text{const}$	$\eta_{pic^*} = 1$	$\eta_{pic} = 1$
d	$\gamma < n < \infty$	politrópico		$(\gamma-1)/\gamma < \eta_{pic^*} < 1$	$(1-K')(\gamma-1)/\gamma < \eta_{pic} < 1$
e	$n = \pm \infty$	isométrico	$v = \text{const}$	$\eta_{pic^*} = (\gamma-1)/\gamma$	$\eta_{pic} = (1-K')(\gamma-1)/\gamma$
f	$-\infty < n_e < 0$			$0 < \eta_{pic^*} < (\gamma-1)/\gamma$	$0 < \eta_{pic} < (1-K')(\gamma-1)/\gamma$
g	$n = 0$	isobárico	$P = \text{const}$	$\eta_{pic^*} = 0$	$\eta_{pic} = 0$

Definiendo a la eficiencia politrópica de compresión como la relación entre el trabajo de flujo y el trabajo real, la expresión es la siguiente

$$\eta_{pic} = \frac{\tau_{fc}}{\tau_c} \quad (3.31)$$

o bien, en términos diferenciales es

$$\eta_{pic} = \frac{\delta\tau_{fc}}{\delta\tau_c}$$

Cuando el fluido comprimido, experimenta un importante cambio en su energía cinética, el trabajo de flujo y el trabajo de compresión deben incluir el término asociado a este tipo de energía. En este caso, la eficiencia politrópica de la ecuación (3.31) se expresa de la siguiente manera

$$\eta_{pic} = \frac{vdP + dec}{dh + dec - \delta q}$$

o bien

$$\eta_{pic} = \frac{vdP + \chi\delta\tau_{fc}}{dh + \chi\delta\tau_{fc} - \delta q}$$

Sin embargo, la eficiencia politrópica aparente de la ecuación (3.25), se reescribe de la siguiente manera

$$\eta_{pic*} = \frac{vdP}{dh} = \frac{(1-\chi)\delta\tau_{fc}}{\delta\tau_c + \delta q - \chi\delta\tau_{fc}} \quad (3.32)$$

Dividiendo entre  $\delta\tau_{fc}$ , tanto al numerador como al denominador del término derecho de la ecuación (3.32), se obtiene a la eficiencia politrópica aparente en función de la eficiencia politrópica real, es decir

$$\eta_{pic*} = \frac{1-\chi}{\frac{(1-K')}{\eta_{pic}} - \chi} \quad (3.33)$$

Despejando de la ecuación (3.33) a la eficiencia politrópica real, se obtiene

$$\eta_{pic} = \frac{\eta_{pic*}(1-K')}{1-\chi + \eta_{pic*}\chi} \quad (3.34)$$

En la Figura 3.6 se muestra a la eficiencia politrópica en función de la relación dinámica de flujo, para eficiencias politrópicas de 0.2, 0.4 y 0.6 y para relaciones de transferencia de energía modificadas de 0, -0.2 y -0.3. En este diagrama se muestra que para una eficiencia politrópica aparente constante, la eficiencia politrópica real es mayor para relaciones dinámicas de flujos mayores y menores valores de relaciones de transferencia de energía modificados. También se muestra que para una relación dinámica de flujo constante, la eficiencia politrópica real es mayor para una eficiencia politrópica aparente mayor.

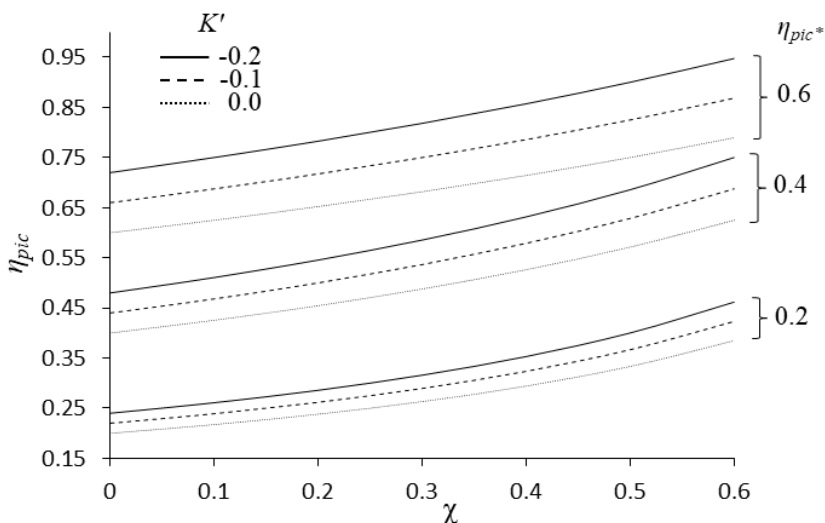


Figura 3.6. Eficiencia politrópica en función de la relación dinámica de flujo

### 3.5 Eficiencia politrópica en un diagrama $h-s$

En la Figura 3.7 se muestra la curva 1-2 que representa un proceso de compresión con  $n > \gamma$  en un diagrama  $h-s$ . La particularidad de este proceso es que en cualquier punto de la curva, la relación  $\Delta s_{BC}/\Delta s_{AC}$  es igual a una constante;  $\Delta s_{BC}$  es el cambio de entropía del estado B y el estado C,  $\Delta s_{AC}$  es el cambio de entropía del estado A y el estado C. La diferencia entre  $\Delta s_{AC}$  y  $\Delta s_{BC}$  es  $\Delta s_{AB}$ . Los estados A, B y C comparten el mismo valor de entalpía pero tienen distintas presiones y en consecuencia tienen distinta entropía. El estado A tiene la misma entropía que el estado 1, el estado B tiene la entropía correspondiente a la intersección de la línea isoentálpica con la curva del proceso, y el estado C tiene la entropía correspondiente al proceso isobárico. Ver Figura 3.7.

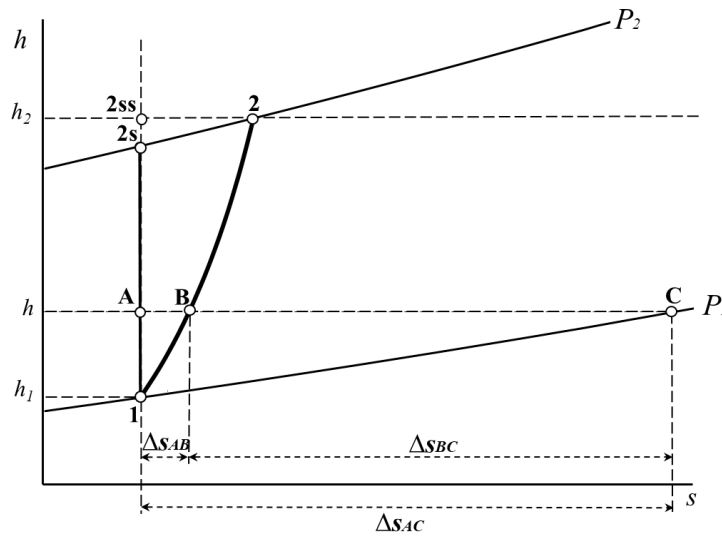


Figura 3.7. Diagrama  $h-s$  de un proceso de compresión

A continuación muestra la obtención de los cambios de entropía  $\Delta s_{AC}$ ,  $\Delta s_{AB}$  y  $\Delta s_{BC}$  en los casos A), B) y C).

#### Caso A) Cambio de entropía $\Delta s_{AC}$

El incremento de entropía del estado A al estado C, es el mismo que el del estado 1 al estado C, por lo tanto, siguiendo la isóbara  $P_1$ , el cambio de entropía de un gas ideal es

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dP}{P}$$

Debido a que se trata de un proceso isobárico, el término  $dP$  es igual a cero; por lo tanto,

$$ds = c_p \frac{dT}{T}$$

Con límites de integración de  $T_1$  a  $T$ , se obtiene el cambio de entropía de A a C

$$\Delta s_{AC} = c_p \ln \frac{T}{T_1} \quad (3.35)$$

**Caso B) Cambio de entropía  $\Delta s_{AB}$**

Ahora siguiendo la trayectoria politrópica del estado 1 al estado B, el cambio de entropía se obtiene de la siguiente manera:

A partir de la ecuación de Gibbs,

$$Tds = dh - vdP \quad (3.36)$$

Al despejar la diferencial de entropía específica, se obtiene

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{v}{T} dP \quad (3.37)$$

de la eficiencia politrópica de un proceso de compresión adiabática con energía cinética despreciable, se tiene que

$$vdP = \eta_{pic} dh \quad (3.38)$$

Sustituyendo (3.38) en (3.37) se obtiene la ecuación de Gibbs en función de la eficiencia politrópica y de la diferencial de entalpía

$$Tds = dh - \eta_{pic} dh = (1 - \eta_{pic}) dh$$

Despejando  $ds$  y después integrando de  $T_1$  a  $T$  se obtiene el cambio de entropía de A a B

$$ds = (1 - \eta_{pic}) \frac{dh}{T}$$

$$\Delta s_{AB} = (1 - \eta_{pic}) c_p \ln \frac{T}{T_1} \quad (3.39)$$

**Caso C) Cambio de entropía  $\Delta s_{BC}$**

El cambio de entropía  $\Delta s_{BC}$  es la diferencia entre el cambio de entropía  $\Delta s_{AC}$  (ecuación 3.35) y el cambio de entropía  $\Delta s_{AB}$  (ecuación 3.39), es decir

$$\Delta s_{BC} = \Delta s_{AC} - \Delta s_{AB}$$

o bien

$$\Delta s_{BC} = c_p \ln \left( \frac{T}{T_1} \right) - c_p (1 - \eta_{pic}) \ln \left( \frac{T}{T_1} \right) = c_p [1 - (1 - \eta_{pic})] \ln \left( \frac{T}{T_1} \right)$$



Por lo tanto, el cambio de entropía del estado B al estado C es

$$\Delta s_{BC} = c_p \eta_{pic} \ln \left( \frac{T}{T_1} \right) \quad (3.40)$$

Al dividir los cambios de entropía  $\Delta s_{AB}$  y  $\Delta s_{BC}$  en  $\Delta s_{AC}$  se obtienen las siguientes relaciones

$$\frac{\Delta s_{AB}}{\Delta s_{AC}} = \frac{(1 - \eta_{pic}) c_p \ln \frac{T}{T_1}}{c_p \ln \frac{T}{T_1}} = (1 - \eta_{pic}) \quad (3.41)$$

$$\frac{\Delta s_{BC}}{\Delta s_{AC}} = \frac{c_p \ln \frac{T}{T_1} \eta_{pic}}{c_p \ln \frac{T}{T_1}} = \eta_{pic} \quad (3.42)$$

Las ecuaciones (3.41) y (3.42) muestran que para un gas ideal, la eficiencia politrópica de un proceso de compresión adiabático con energía cinética despreciable, puede ser visualizada en un diagrama  $h-s$  (o  $T-s$  para gases perfectos) mediante los cambios de entropía mencionados anteriormente. La ecuación (3.41) se puede relacionar con las irreversibilidades del proceso de compresión como se demostró en la ecuación (3.24). Esto quiere decir que entre menor es la relación  $\Delta s_{AB}/\Delta s_{AC}$ , mayor es la eficiencia politrópica y menor es la relación de las irreversibilidades con respecto al trabajo suministrado (ecuación 3.24).

### 3.5.1 Cambio de entropía en función de la eficiencia politrópica

Como se menciona anteriormente, en un proceso de compresión adiabático con  $n > \gamma$  el cambio de entropía se puede calcular siguiendo una línea isoentálpica en un diagrama  $h-s$  como se muestra en la Figura 3.8. Para una entalpía dada, el cambio de entropía depende del aumento de presión de presión del proceso. Despejando  $dh$  de la ecuación (3.38) y sustituyendo en (3.36) se tiene que

$$T ds = \frac{v dP}{\eta_{pic}} - v dP$$

Despejando  $v dP$ , la diferencial de entropía es

$$ds = \left( \frac{1 - \eta_{pic}}{\eta_{pic}} \right) v \frac{dP}{T}$$

Al considerar al aire como un gas ideal,  $v/T = R/P$ , se tiene

$$ds = \left( \frac{1 - \eta_{pic}}{\eta_{pic}} \right) R \frac{dP}{P}$$

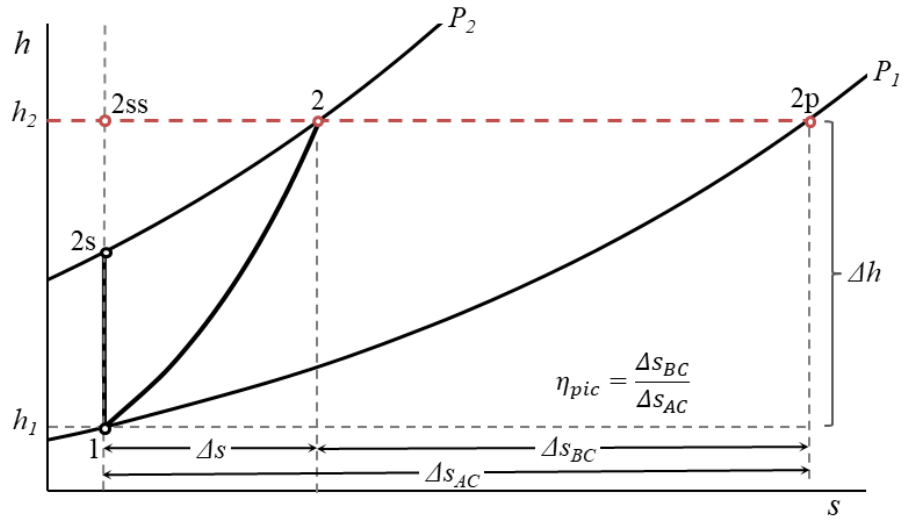


Figura 3.8. Incremento de entropía siguiendo una línea de entalpía constante

Con límites de integración en los estados de succión y descarga correspondientes; el cambio de entropía en función de la eficiencia politrópica y de la relación de presiones para un proceso de compresión resulta

$$\Delta s = \left( \frac{1 - \eta_{pic}}{\eta_{pic}} \right) R \ln \pi \quad (3.43)$$

Por otra parte, si el cambio de entropía de un proceso de compresión se obtiene siguiendo una isóbara en un diagrama  $h-s$  (Figura 3.9), se obtiene la expresión del cambio de entropía en función de la eficiencia politrópica y de las temperaturas de succión y de descarga, como se mostró en la ecuación (3.39).

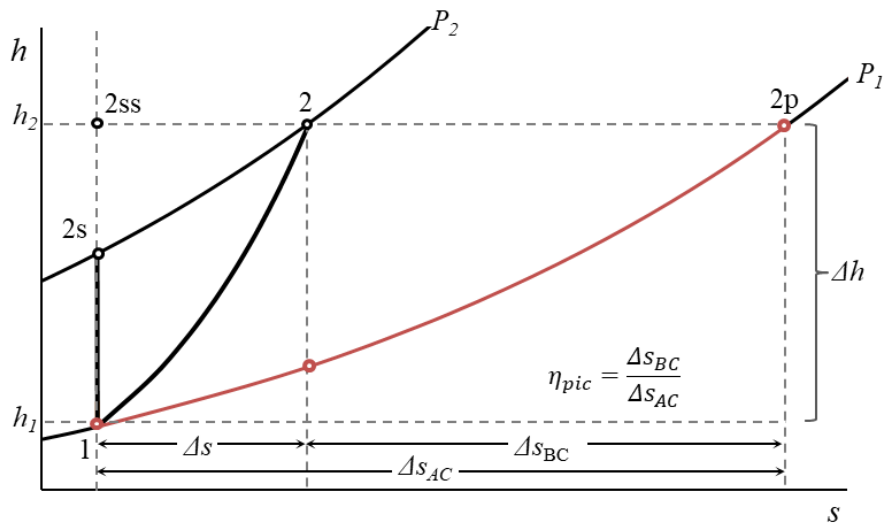


Figura 3.9. Incremento de entropía siguiendo una línea a presión constante

$$\Delta s = (1 - \eta_{pic}) c_p \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (3.44)$$

La Figura 3.10 muestra al cambio de entropía del proceso de compresión en función de la eficiencia politrópica (ecuaciones 3.43 y 3.44) para distintas temperaturas de descarga. Se muestra que a medida que la eficiencia politrópica se acerca a uno, el cambio de entropía de la compresión tiende a cero, es decir, se aproxima al proceso isoentrópico. Por otro lado, cuando la eficiencia politrópica tiende a cero, el cambio de entropía es máximo para una temperatura inicial y una temperatura final dadas, que equivale al cambio de entropía del proceso isobárico, en el cual, no se efectúa una compresión. Para una eficiencia politrópica constante, el cambio de entropía es mayor conforme mayor es la temperatura de descarga.

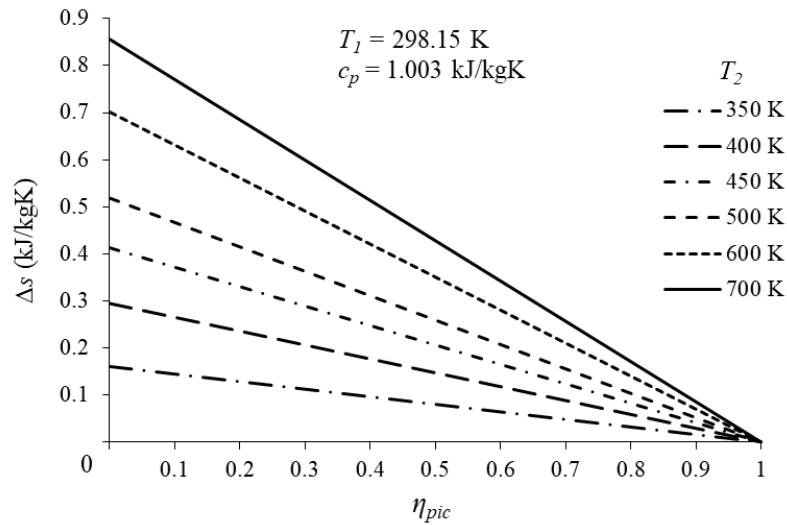


Figura 3.10. Cambio de entropía del proceso de compresión en función de la eficiencia de compresión politrópica

### 3.5.2 Cambio de entropía en función de la eficiencia politrópica aparente

Para un proceso de compresión diabático se tiene que considerar la relación de transferencia de calor modificada,  $K'$ , por lo tanto, en un diagrama  $T-s$  o  $h-s$  se puede representar el cambio de entropía mediante la eficiencia politrópica aparente

$$\Delta s = \left( \frac{1 - \eta_{pic^*}}{\eta_{pic^*}} \right) R \ln \frac{P}{P_1} \quad (3.45)$$

o bien

$$\Delta s = (1 - \eta_{pic^*}) c_p \ln \frac{T}{T_1} \quad (3.46)$$

Como se menciona antes, la eficiencia de compresión politrópica aparente es directamente proporcional a la eficiencia politrópica real multiplicada por el factor  $[1/(1 - K')]$ . Asimismo, la eficiencia de compresión politrópica se puede obtener en función del cambio de entropía del proceso, es decir

$$\eta_{pic} = \frac{\Delta s_{BC}}{\Delta s_{AC}} (1 - K') \quad (3.47)$$

o bien, si el cambio de energía cinética del fluido no es despreciable, la eficiencia politrópica de la ecuación (3.34) se reescribe como

$$\eta_{pic} = \frac{(\Delta s_{BC} / \Delta s_{AC})(1 - K')}{1 - \chi + \Delta s_{BC} \chi / \Delta s_{AC}} \quad (3.48)$$

## Capítulo 4

# 4. Relación de transferencia de energía

En procesos politrópicos es conveniente definir un parámetro que indique que hay transferencia de calor en el sistema, este parámetro es la relación de transferencia de energía  $K$  (Christians, 2012). La relación de transferencia de energía es la relación de la transferencia de calor entre el trabajo realizado en un sistema cerrado. La relación de transferencia de energía se expresa como

$$K = -\frac{\delta q}{\delta \tau} \quad (4.1)$$

Al igual que en la relación de transferencia de energía modificada  $K'$  (ecuación 3.27), el signo negativo de la ecuación (4.1) hace que  $K$  sea negativo cuando hay un suministro de calor al sistema; y si  $K$  es positivo, indica que el sistema rechaza calor. Esta convención de signos se establece de acuerdo a la formulación de los modelos termodinámicos que se muestran a continuación.

### 4.1 Exponente politrópico de compresión

El exponente politrópico está estrechamente relacionado con la relación de transferencia de energía. Con las suposiciones de gas ideal, gas perfecto y un factor de compresibilidad constante, un proceso internamente reversible en un sistema cerrado es politrópico si la relación de transferencia de energía es constante. Para sistemas abiertos, el exponente politrópico se puede definir sobre la base de propiedades estáticas o de estancamiento, la relación de transferencia de energía se puede modificar para considerar el trabajo del dispositivo en lugar del trabajo total.

Con base al trabajo presentado por Joseph Christians (Christians, 2012) se presentan las expresiones del exponente politrópico para los siguientes casos de compresión politrópica

- Reversible en sistemas cerrados
- Reversible en sistemas abiertos

- Reversible en sistemas abiertos con números de Mach altos
- Irreversible en sistemas abiertos con números de Mach altos

## 4.2 Proceso de compresión reversible en sistemas cerrados

Considerando un gas en un sistema cerrado que se somete a un proceso de compresión, en donde los cambios en la energía cinética y la energía potencial son despreciables. La primera ley de la termodinámica se expresa como:

$$\delta q + \delta \tau_c = du \quad (4.2)$$

En términos de la relación de transferencia de energía (4.1), la Primera Ley se puede reescribir como:

$$(1-K)\delta \tau_c = du \quad (4.3)$$

Suponiendo que el proceso de compresión es internamente reversible y que el único tipo de interacción de trabajo es el que mueve los límites del sistema, se tiene que

$$\delta \tau_c = -Pdv \quad (4.4)$$

El cambio en la energía interna está dado por  $du = c_v dT$ . Suponiendo que el gas es perfecto, el calor específico es constante en todo el proceso. De igual manera, el factor de compresibilidad se considera constante generalmente para gases a baja presión y/o alta temperatura, pero también puede ser una aproximación razonable para gases cuando un proceso presenta sólo pequeños cambios en temperatura y presión. Al suponer que no se producen reacciones químicas, la constante del gas es constante, y además, al suponer que la constante de compresibilidad es igual a 1, la forma diferencial de la ecuación del gas ideal es  $v dP + p dv = R dT$ .

De acuerdo a lo estudiado en la sección 2.2, el exponente politrópico  $n$ , en un proceso de compresión se define como sigue:

$$n \equiv \frac{-v dP}{P dv} \quad (4.5)$$

Sustituyendo la ecuación (4.4) y (4.5) en (4.3) se obtiene una expresión del índice politrópico en función de  $\gamma$  y de  $K$ :

$$n = (1-\gamma)K + \gamma \quad (4.6)$$

entonces, la relación de transferencia de energía es

$$K = \frac{n-\gamma}{1-\gamma} \quad (4.7)$$

en donde  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ , es constante por la suposición de gas perfecto.

De esta manera, la ecuación (4.6) muestra que un proceso de compresión es politrópico cuando la relación de transferencia de energía es constante para un proceso reversible en un sistema cerrado. Cabe señalar que ni la transferencia de calor ni el trabajo son necesariamente constantes, pero la relación entre los dos puede ser constante a lo largo del proceso.

La relación de transferencia de energía tiene algunas ventajas sobre el exponente politrópico, para comprender fundamentalmente los tipos de procesos politrópicos. Por ejemplo, a partir de la definición de la relación de transferencia de energía (4.1), un valor de  $K = 0$  corresponde a un proceso adiabático, porque  $\delta q = 0$ . Cuando  $K = 1$ , la transferencia de calor rechazado del sistema es igual al trabajo realizado para el sistema, lo que hace que el proceso sea isotérmico. Y cuando  $K = \pm \infty$ , la cantidad de trabajo de límite móvil es cero para un sistema cerrado (es decir,  $\delta \tau_c = 0$ ), que corresponde a un proceso de volumen constante. Estas se resumen en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1. Tipos de procesos politrópicos para procesos internamente reversibles

Relación de transferencia de energía ( $K = -\delta q / \delta \tau_c$ )	Exponente politrópico ( $n$ )	Proceso de compresión
0	$\gamma$	Isoentrópico
1	1	Isotérmico
$\frac{\gamma}{\gamma - 1}$	0	Isobárico
$\pm \infty$	$\pm \infty$	Isocórico

El trabajo ejercido sobre el sistema cerrado durante un proceso de compresión politrópico del estado 1 al estado 2 se puede encontrar mediante la integración del término  $Pdv$ :

$$\tau_c = -\int_1^2 Pdv = \frac{1}{n-1}(P_2v_2 - P_1v_1) = \frac{c_p - c_v}{n-1}(T_2 - T_1) \quad n \neq 1 \quad (4.8)$$

Alternativamente, el trabajo se puede encontrar integrando el término  $\delta \tau_c$  directamente reordenando la ecuación (4.3). Expresando el trabajo de compresión en términos de la relación de transferencia de energía se tiene:

$$\tau_c = \int_1^2 \delta w = \int_1^2 \frac{du}{1-K} = \frac{c_v}{1-K}(T_2 - T_1) = \frac{1}{(1-K)(\gamma-1)}(P_2v_2 - P_1v_1) \quad K \neq 1 \quad (4.9)$$

La integración que se muestra en la ecuación (4.8) se simplifica por el hecho de que, para un proceso de compresión politrópico internamente reversible en un sistema cerrado, la relación de transferencia de energía es constante.

En el caso de  $K = n = 1$ , el trabajo está dado por:

$$\tau_c = -\int_1^2 P dv = P_1 v_1 \ln \frac{v_1}{v_2} = P_1 v_1 \ln \frac{P_2}{P_1} \quad K = n = 1 \quad (4.10)$$

Como  $K$  es constante, la cantidad de transferencia de calor en el proceso se calcula mediante la ecuación (4.1).

### 4.3 Proceso de compresión reversible en sistemas abiertos

Considerando un sistema abierto de flujo estable que se somete a un proceso de compresión internamente reversible, con un número de Mach bajo, implica que los cambios en la energía cinética sean pequeños, y suponiendo que los cambios en la energía potencial también sean despreciables. La Primera Ley de la Termodinámica se escribe:

$$\delta q + \delta \tau_c = dh \quad (4.11)$$

Para sistemas abiertos se define la relación de transferencia de energía modificada  $K'$ , basada en el trabajo de compresión de un sistema abierto en lugar del trabajo de compresión en un sistema cerrado:

$$K' \equiv -\frac{\delta q}{\delta \tau_c} \quad (3.27)$$

Para un proceso internamente reversible en un sistema abierto con cambios insignificantes en la energía cinética y potencial; y con las mismas suposiciones simplificadoras sobre las propiedades del gas mencionadas en el proceso de la sección 4.2, los procesos politrópicos se caracterizan por una relación de transferencia de energía modificada constante. La Tabla 4.2 proporciona los valores de  $K'$  y  $n$  para varios tipos de compresión politrópica en un sistema abierto.

En este caso, el trabajo de compresión se determina por  $\delta \tau_c = v dP$ , y  $dh = c_p dT$ , por lo tanto, el exponente politrópico (4.5) en función de la relación de transferencia de energía modificada es

$$n = \frac{\gamma}{(\gamma - 1)K' + 1} \quad (4.12)$$

entonces, la transferencia de energía modificada  $K'$  es

$$K' = \frac{\gamma - n}{n(\gamma - 1)} \quad (4.13)$$



Tabla 4.2. Tipos de procesos politrópicos internamente reversibles en un sistema abierto

Relación de transferencia de energía modificada $K' = -\delta q / \delta \tau_c$	Exponente politrópico $n$	Proceso de compresión
0	$\gamma$	Isoentrópico
1	1	Isotérmico
$\pm\infty$	0	Isobárico
$\frac{1}{1-\gamma}$	$\pm\infty$	Isocórico

La Figura 4.1 muestra a la relación de transferencia de energía para un proceso de compresión reversible en un sistema abierto y en un sistema cerrado, con cambios despreciables en la energía cinética y potencial para  $\gamma = 1.4$ . En este gráfico se muestra que la relación de transferencia de energía modificada tiende a  $\pm\infty$ , cuando el exponente politrópico tiende a cero. Por otro lado, ambas relaciones son iguales cuando el exponente politrópico es igual a 1. Cabe mencionar que valores de exponentes politrópicos menores a uno, suelen ser empleados en procesos de compresión, en donde la temperatura de descarga es menor a la temperatura de succión, como en el caso de la criogenia.

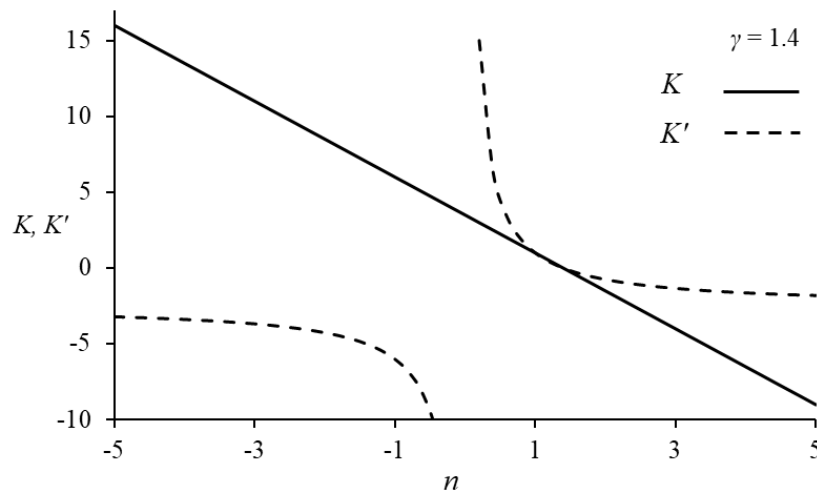


Figura 4.1. Relaciones de transferencia de energía en función del exponente politrópico para procesos internamente reversibles

El trabajo reversible aplicado a un proceso de compresión politrópico en un sistema abierto internamente reversible, en función de la relación de transferencia de energía modificada, sin cambios significantes de energía cinética y potencial, se expresa como

$$\begin{aligned}\tau_c &= \int_1^2 \delta\tau = \int_1^2 \frac{dh}{1-K'} = \frac{c_p}{1-K'} (T_2 - T_1) \\ &= \frac{\gamma}{(\gamma-1)(1-K')} (P_2 v_2 - P_1 v_1) \quad K' \neq 1\end{aligned}\tag{4.14}$$

#### 4.4 Proceso de compresión reversible en sistemas abiertos con números de Mach altos

En los sistemas abiertos con números Mach significativos, es fundamental emplear las propiedades de estancamiento. Un proceso que es politrópico sobre una base de propiedades estáticas, puede no ser politrópico en una base de propiedades de estancamiento y viceversa. Es necesario distinguir entre el exponente politrópico estático,  $n$ , y el exponente politrópico de estancamiento,  $n_0$ , que se define de la siguiente manera:

$$n_0 \equiv \frac{-v_0 dP_0}{P_0 dv_0}\tag{4.15}$$

en donde el subíndice '0' denota propiedades de estancamiento. Un proceso es politrópico en una base estática o de estancamiento, si el exponente politrópico respectivo es constante en el proceso.

Para un proceso de compresión internamente reversible en un sistema abierto, suponiendo que los cambios en la energía potencial son despreciables pero con cambios significativos en la energía cinética, la Primera Ley de la Termodinámica con base a las propiedades de estancamiento es:

$$\delta q + \delta\tau_c = dh_0\tag{4.16}$$

en donde

$$dh_0 = dh + dec\tag{4.17}$$

Cuando  $h_0 = c_p T_0$ , la temperatura de estancamiento está dada por

$$T_0 = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) T\tag{4.18}$$

La ecuación (4.18) es válida sólo cuando los cambios en la energía potencial son insignificantes, en donde  $M$  es el número de Mach. Cuando los cambios en la energía cinética son significativos, el trabajo está dado por

$$\delta\tau_c = v dP + dec\tag{4.19}$$

Como el proceso es reversible, el calor por unidad de masa es

$$\delta q = Tds \quad (4.20)$$

El cambio de entropía del proceso de compresión es el mismo, al emplear tanto propiedades estáticas como propiedades de estancamiento. Utilizando las ecuaciones (4.16), (4.17), (4.18) y (4.20) en la ecuación (4.19), el trabajo reversible se puede expresar como:

$$\delta\tau_c = v_0 dP_0 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \delta q \quad (4.21)$$

Al dividir  $\delta q$  entre el término  $v_0 dP_0$  de la ecuación (4.21), se obtiene una expresión de  $\delta q$  y  $\delta\tau_c$  en términos de propiedades del sistema y de la relación de transferencia de energía modificada

$$\frac{\delta q}{\delta\tau_c - \frac{\gamma-1}{2} M^2 \delta q} = \frac{-K'}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 K'}$$

Despejando  $\delta q$  se obtiene lo siguiente:

$$\delta q = \frac{-K' \left( \delta\tau_c - \frac{\gamma-1}{2} M^2 \delta q \right)}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 K'} = \frac{K' (-v_0 dP_0)}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 K'} \quad (4.22)$$

Sustituyendo las ecuaciones (4.21) y (4.22) en la ecuación (4.16) y utilizando la forma diferenciada de la ecuación de gas ideal, expresada sobre una base de propiedad de estancamiento y tomando en cuenta que  $dh_0 = c_p dT_0$  se obtiene la expresión del exponente politrópico de estancamiento

$$n_0 = \frac{-v_0 dP_0}{P_0 dv_0} = \frac{(1-\gamma)(K'-1)}{\left[ \gamma \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) - 1 \right] K' + 1} + 1 \quad (4.23)$$

La ecuación (4.23) proporciona la relación entre  $n_0$ ,  $K'$  y  $M$  en un punto particular del proceso. Debido a que un proceso no es politrópico a menos que el exponente politrópico sea constante; de la ecuación (4.23) se infiere que un valor constante de  $K'$  en un proceso de compresión, no necesariamente da un valor constante de  $n_0$ , cuando se tiene la presencia del número de Mach. También se observa que, cuando el número de Mach es muy bajo, el exponente politrópico de estancamiento de la ecuación (4.23) se aproxima al valor del exponente politrópico para un proceso reversible en un sistema abierto de la ecuación (4.12).

La Figura 4.2 muestra la relación entre el exponente politrópico de estancamiento y el número de Mach para diferentes valores de la relación de transferencia de energía modificada. Un proceso es politrópico sobre la base de las propiedades de estancamiento si éste sigue una ruta horizontal en la gráfica (si  $n_0$  es constante), que a menudo no corresponde a una relación de transferencia de energía modificada constante. También se muestra que cada línea de  $K'$  se vuelve horizontal a medida que el

número de Mach tiende a cero. Este resultado demuestra que los cambios en la energía cinética se vuelven insignificantes cuando el número de Mach permanece bajo durante el proceso de compresión. La gráfica también da una idea de cuán alto puede ser el número de Mach antes de que los cambios en la energía cinética se vuelvan significativos (cuando las líneas de  $K'$  ya no son horizontales). El número de Mach, depende del valor de  $K'$  cuando los cambios de energía cinética se vuelven significativos. Los procesos adiabáticos ( $K' = 0$ ) y los procesos isotérmicos ( $K' = 1$ ) son politrópicos independientemente del número de Mach. En números de Mach altos, la mayoría de los contornos con  $K'$  mayores a 1 (compresión con enfriamiento), se aproximan a ser horizontales convergiendo a  $n_0 = 1$ . En muchos regímenes, particularmente cuando el valor del número de Mach se mantiene bajo, es razonable considerar que se trata de un proceso politrópico.

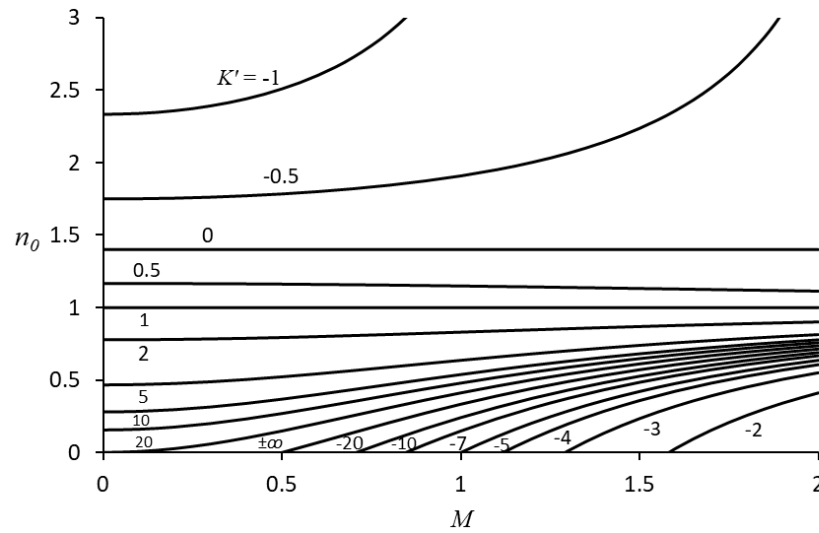


Figura 4.2. Exponente politrópico en función del número de Mach, con líneas de la relación de transferencia de energía modificada para procesos internamente reversibles

Cuando los cambios de energía cinética son significativos, el trabajo del dispositivo no se puede obtener en función del exponente politrópico de estancamiento, debido a la dependencia del número de Mach. En este caso, es más simple obtener el trabajo del dispositivo directamente de la Primera Ley de la Termodinámica (ecuación 4.16). Este enfoque es válido siempre que la relación de transferencia de energía modificada sea constante, independientemente de si el proceso es politrópico o no:

$$\delta\tau_c = \frac{dh_0}{1 - K'} \quad (4.24)$$

La ecuación (4.24) se puede integrar y reordenar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \tau_c &= \int_1^2 \delta\tau_c = \frac{c_p}{1 - K'} (T_{02} - T_{01}) \\ &= \frac{\gamma}{(\gamma - 1)(1 - K')} (P_{02} v_{02} - P_{01} v_{01}) \quad \text{cuando } K' \neq 1 \end{aligned} \quad (4.25)$$

## 4.5 Procesos de compresión irreversible con números de Mach altos

Considerando un gas sometido a un proceso de compresión irreversible en un sistema abierto, donde el número de Mach es significativo y los cambios en la energía potencial son despreciables. El balance de primera ley es:

$$\delta q + \delta \tau_c = dh_0 \quad (4.16)$$

la relación de transferencia de energía modificada está dada por:

$$K' = - \frac{\delta q}{\delta \tau_c} \quad (4.12)$$

Los procesos de compresión irreversibles se caracterizan por la eficiencia politrópica,  $\eta_{pic}$ , que relaciona el trabajo reversible o trabajo de flujo de compresión con el trabajo de compresión real. El trabajo de flujo de compresión es la cantidad hipotética de trabajo que el fluido requiere para elevar su presión en un proceso reversible, comienza en el mismo estado inicial y alcanza la misma presión final (pero no el mismo estado final) que el proceso de compresión irreversible, mientras se experimenta la misma transferencia de calor. La eficiencia de compresión politrópica se define instantáneamente para cada punto del proceso. Para el proceso de compresión, donde se realiza el trabajo sobre el sistema, la eficiencia politrópica se define de la siguiente manera:

$$\eta_{pic} = \frac{\delta \tau_{fc}}{\delta \tau_c} \quad (3.31)$$

Suponiendo un gas perfecto y un factor de compresibilidad constante con valor a 1. La Primera Ley de la Termodinámica se expresa en términos de la eficiencia politrópica como:

$$\delta q + \frac{\delta \tau_{fc}}{\eta_{pic}} = c_p dT_0$$

Como se ha indicado anteriormente, el trabajo de flujo en propiedades de estancamiento está dado por:

$$\delta \tau_{fc} = v dP + dec_{rev} = v dP + (dh_0 - dh) \quad (4.26)$$

o bien, se puede expresar como:

$$\delta \tau_{fc} = v_0 dP_0 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \delta q \quad (4.27)$$

Para desarrollar una ecuación que relacione  $n_0$ ,  $\eta_{pic}$ ,  $K'$  y  $M$ , se debe eliminar el término  $\delta q$  residual de la ecuación (4.27). Esto se logra creando una expresión para  $\delta q$ , como la obtenida en la ecuación (4.22):

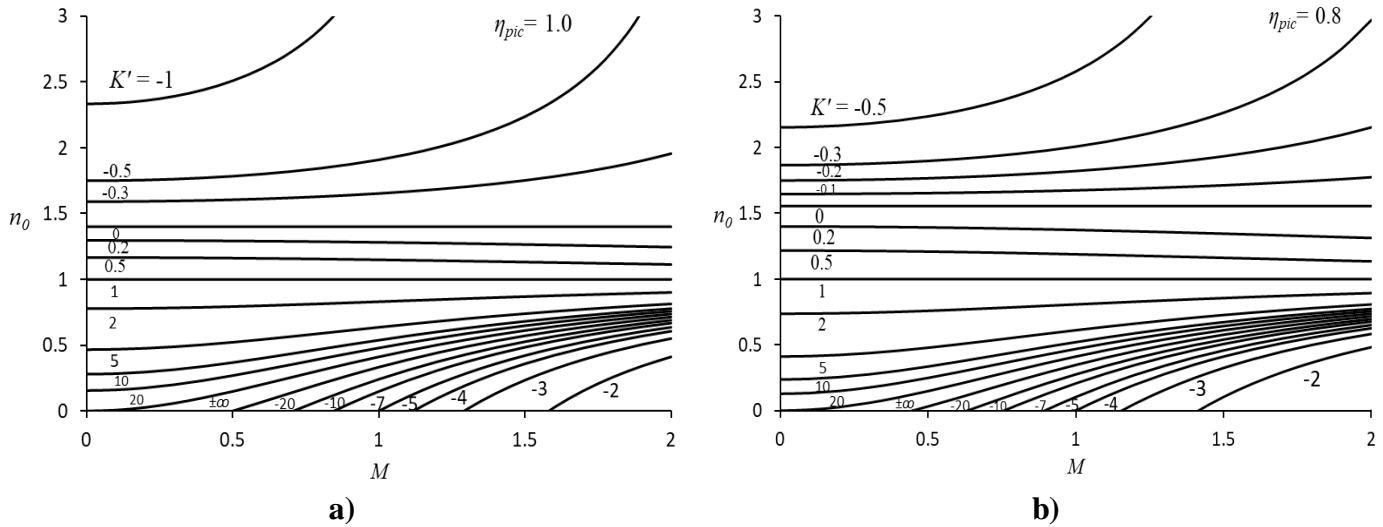
$$\delta q = \frac{-K' \left( \delta \tau_{fc} - \frac{\gamma-1}{2} M^2 \delta q \right)}{\eta_{pic} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \eta_{pic} K' \right)} = \frac{K' (-v_0 dP_0)}{\eta_{pic} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \eta_{pic} K' \right)} \quad (4.28)$$

Sustituyendo en las ecuaciones (4.27) y (4.28) en la ecuación (4.16), se obtiene una expresión para el exponente politrópico de estancamiento en función de la eficiencia politrópica, el número de Mach y la relación de transferencia de energía modificada:

$$n_0 = \frac{-v_0 dP_0}{P_0 dv_0} = \frac{(1-\gamma)(K'-1)}{\left[ \gamma \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 - 1 \right) \right] K' + 1 - \gamma + \gamma \eta_{pic}} + 1 \quad (4.29)$$

La ecuación (4.29) se aplica en cada punto de un proceso irreversible en un sistema abierto, en donde el número de Mach es significativo, junto con algunas suposiciones simplificadoras relacionadas con las propiedades del gas.

La Figura 4.3 muestra el exponente politrópico de estancamiento en función del número de Mach con contornos que representan la relación de transferencia de energía modificada para  $\eta_{pic}$  de a) 1.0, b) 0.8 y c) 0.6. Cuando la eficiencia politrópica es igual a 1, el proceso es reversible y la ecuación (4.29) se convierte en la ecuación (4.23). Se pueden hacer algunas observaciones interesantes con respecto a los diagramas de contornos en la Figura 4.3. Incluso cuando se tiene un proceso irreversible, con una relación de transferencia de energía modificada de 0 (es decir, proceso adiabático) ó 1 (es decir, proceso de temperatura total constante) se tiene como resultado un proceso politrópico, independientemente del número de Mach. De hecho, cuando  $K' = 1$ , el valor del exponente politrópico es siempre 1, independientemente de  $\eta_{pic}$  o el número de Mach. Cuando el número de Mach es pequeño, un proceso irreversible con una relación de transferencia de energía modificada constante y una eficiencia politrópica constante, el proceso es politrópico.



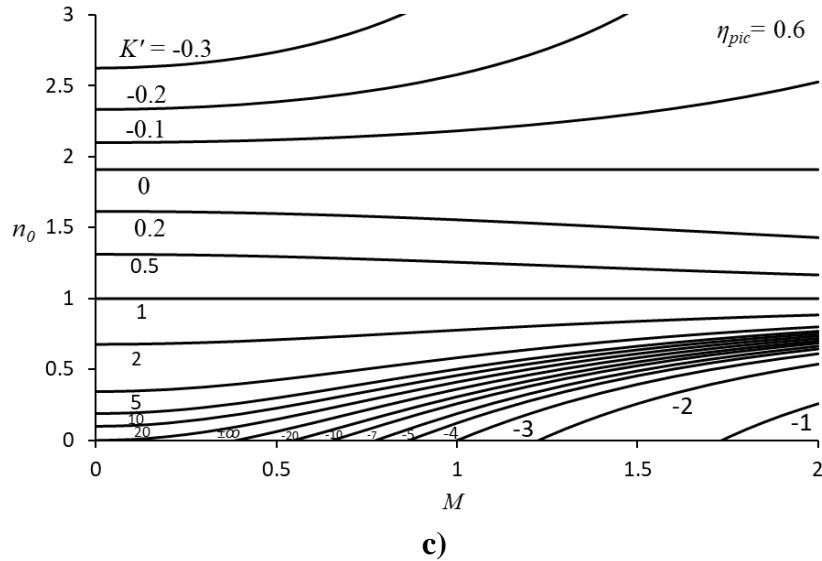


Figura 4.3. Exponente politrópico en función del número de Mach, a distintos contornos de relación de transferencia de energía modificada para  $\eta_{pic}=1.0$  (a),  $0.8$  (b) y  $0.6$  (c)

## 4.6 Modelos generales de desempeño termodinámico

Anteriormente se muestra que el proceso de compresión se puede representar por medio de un proceso politrópico, si la relación de transferencia de energía modificada y la eficiencia politrópica permanecen constantes, y si los regímenes de velocidad del aire del proceso son apropiados. Sin embargo, considerando si se cumplen o no estos aspectos, las expresiones para determinar los parámetros energéticos como son: el trabajo de compresión, el trabajo de flujo, el calor suministrado o rechazado, el calor de recalentamiento, el trabajo sin fricción, el recalentamiento por fricción y la irreversibilidad se pueden expresar en términos de la eficiencia politrópica, la relación de transferencia de energía modificada y las propiedades de estancamiento.

### 4.6.1 Trabajo de compresión

Regularmente, el trabajo de compresión es un dato conocido en la operación de un compresor. En el caso de que no sea conocido o que se desee realizar un diseño para especificaciones dadas, la estimación del trabajo de compresión debe considerar si en el equipo existe transferencia de calor a través de su superficie y si la energía cinética del flujo es significativa. El trabajo de compresión en función de la relación de transferencia de energía modificada y considerando a la energía cinética del proceso, se determina a partir de la ecuación (4.25)

$$\tau_c = \frac{c_p}{1-K'}(T_{02} - T_{01}) \quad (4.25)$$

En la Figura 4.4 se muestra un caso de estudio de un proceso de compresión politrópico expuesto a un suministro de calor, con  $\pi = 5$ ,  $T_1 = 298.15$  K,  $P_1 = 1$  bar,  $M_1 = 0.2$  ( $c_1 = 69.18$  m/s),  $M_2 = 0.5$  y una temperatura de estado muerto  $T_0 = 273.15$  K. Las variables del caso son: la eficiencia politrópica del

proceso, el trabajo de compresión y el suministro de calor, con los cuales, se determina la temperatura de descarga  $T_2$  del proceso.

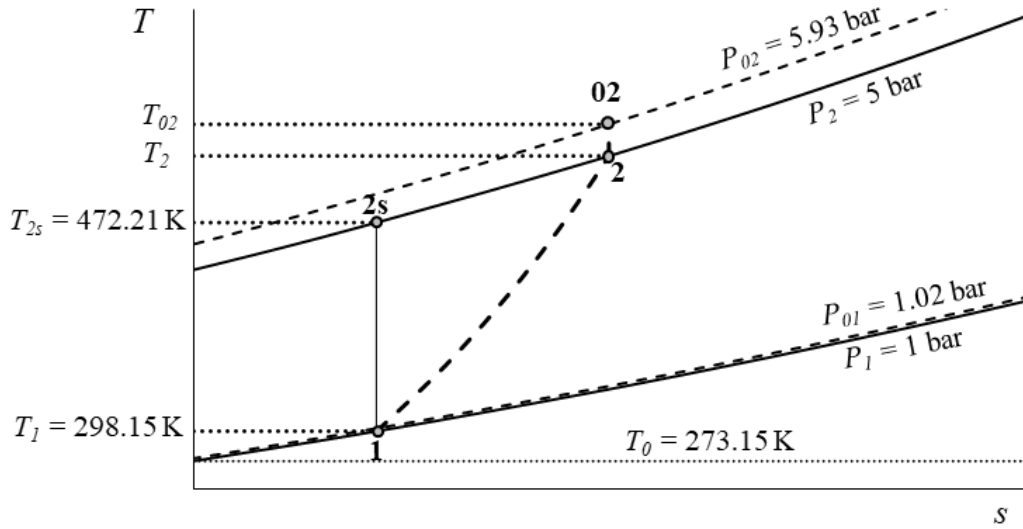


Figura 4.4. Caso de estudio de proceso de compresión politrópica

La Figura 4.5 muestra la influencia que tiene la relación de transferencia de energía modificada y la eficiencia de compresión politrópica en el trabajo de compresión para el caso de estudio. En este se muestra que a mayor suministro de calor al proceso (es decir, un valor menor de  $K'$ ), el trabajo de compresión es menor para una relación de presiones definida y números de Mach de succión y descarga constantes. Del mismo modo, el trabajo de compresión requerido es menor a medida que la eficiencia politrópica tiende a 1. También se muestra el trabajo de compresión mínimo con una  $\eta_{pic} = 1$  y  $K' = 0$  (proceso isoentrópico).

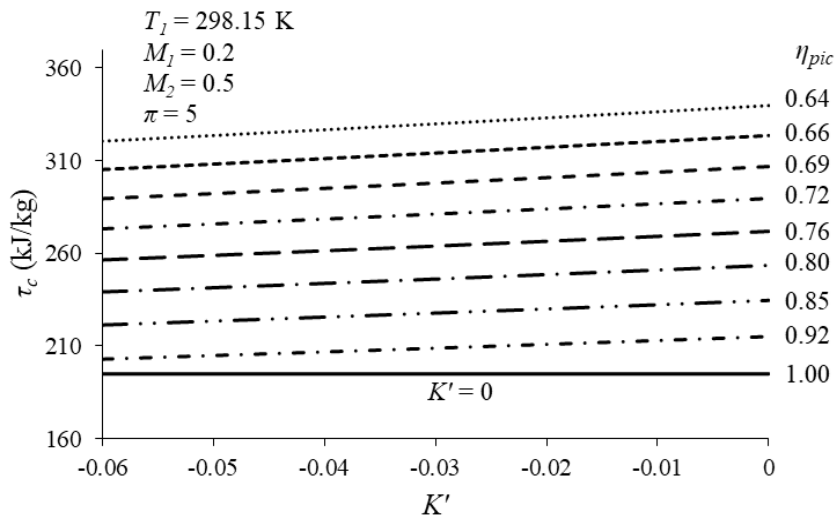


Figura 4.5. Trabajo de compresión en función de la relación de transferencia de energía modificada y la eficiencia politrópica



### 4.6.2 Trabajo de flujo

Considerando que el proceso de compresión sea irreversible, el trabajo de flujo es igual al producto del trabajo de compresión y de la eficiencia politrópica, ecuaciones (4.30) y (3.31)

$$\tau_{fc} = \frac{\eta_{pic}}{1-K'} c_p (T_{02} - T_{01}) \quad (4.31)$$

La Figura 4.6 muestra el trabajo de flujo en función de la relación de transferencia de energía a distintas eficiencias de compresión politrópica para la relación de presiones y los números de Mach de succión y de descarga del caso de estudio. El trabajo de flujo es menor a medida que la eficiencia de compresión politrópica es mayor, de esta manera, el trabajo de flujo es igual al trabajo de compresión cuando la  $\eta_{pic} = 1$ . Si la eficiencia de compresión politrópica es constante, el trabajo de flujo de compresión disminuye a medida que  $K'$  disminuye, es decir, si se suministra más calor para las mismas condiciones de operación.

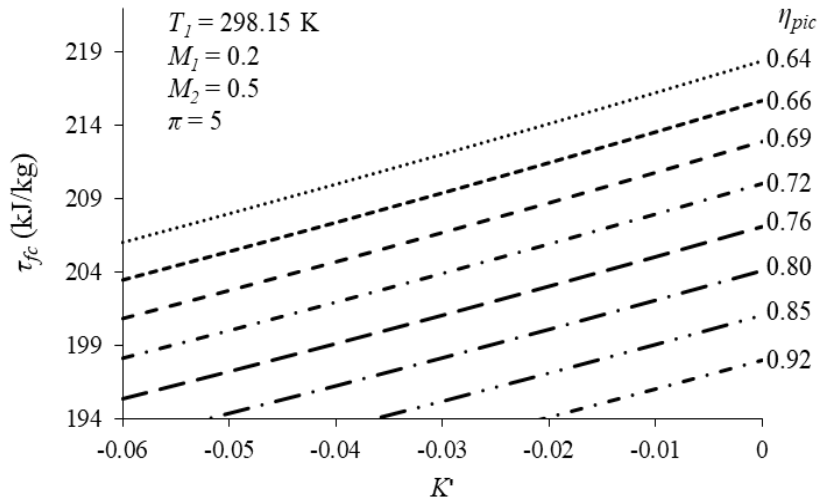


Figura 4.6. Trabajo de flujo de compresión en función de la eficiencia politrópica y la relación de transferencia de energía modificada

### 4.6.3 Calor suministrado o rechazado

El calor suministrado o rechazado en función de las temperaturas de estancamiento de succión y de descarga es

$$q = c(T_{02} - T_{01}) \quad (4.32)$$

en donde la capacidad calorífica está en función de la capacidad calorífica a presión constante y la relación de transferencia de energía modificada

$$c = -c_p \left( \frac{K'}{1-K'} \right)$$

También, el calor suministrado se puede calcular directamente de la definición de la relación de transferencia modificada (ecuación 3.27) si el trabajo de compresión es conocido. La Figura 4.7 muestra la variación de calor suministrado para el caso de estudio ilustrado en la Figura 4.4. El calor rechazado varía con respecto al valor de  $K'$ , claramente se muestra que a medida que  $K'$  disminuye, el calor rechazado es mayor. También se muestra que para las condiciones del caso, a mayor eficiencia de compresión politrópica menor es el calor suministrado.

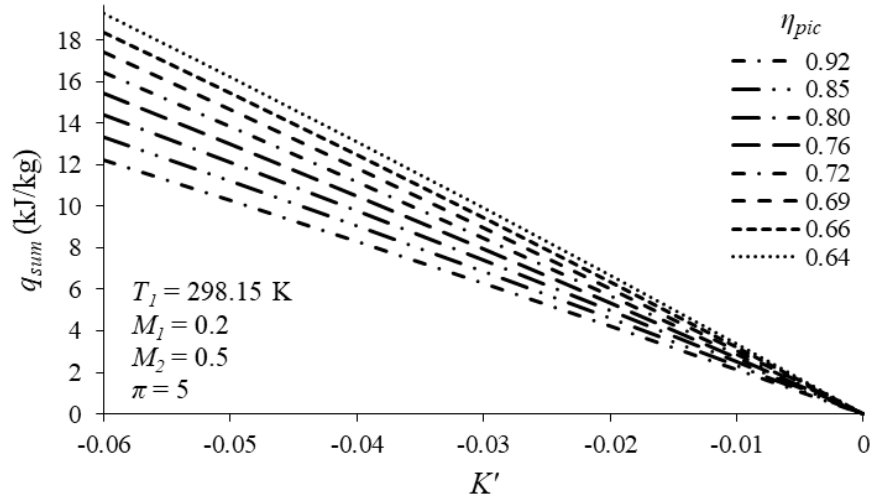


Figura 4.7. Calor suministrado en función de la relación de transferencia de energía modificada a diferentes eficiencias de compresión politrópica

#### 4.6.4 Calor de recalentamiento

El calor de recalentamiento que se produce debido a las irreversibilidades del proceso, considerando las propiedades de estancamiento, se expresa como

$$q_{rec} = c_n (T_{02} - T_{01}) \quad (4.33)$$

en donde la capacidad calorífica politrópica depende de la relación de transferencia de energía y de la eficiencia politrópica.

$$c_n = c_p \left[ 1 - \left( 1 - \frac{K'}{\eta_{pic}} \right) \frac{\eta_{pic}}{(1 - K')} \right]$$

La Figura 4.8 muestra el calor de recalentamiento en función de la eficiencia de compresión politrópica y de la relación de transferencia de energía para el proceso del caso de estudio. Las pérdidas de energía en el proceso provocan que el calor de recalentamiento aumente cuando la eficiencia de compresión politrópica disminuye. Cuando la eficiencia politrópica es  $\eta_{pic} = 1$ , no existe calor de recalentamiento en el proceso. Por lo tanto, a medida que la eficiencia politrópica es menor, se tiene un mayor calor de recalentamiento. También se muestra que, a una eficiencia de compresión politrópica

constante, el calor de recalentamiento es menor, a un valor de  $K'$  menor para las condiciones del caso de estudio.

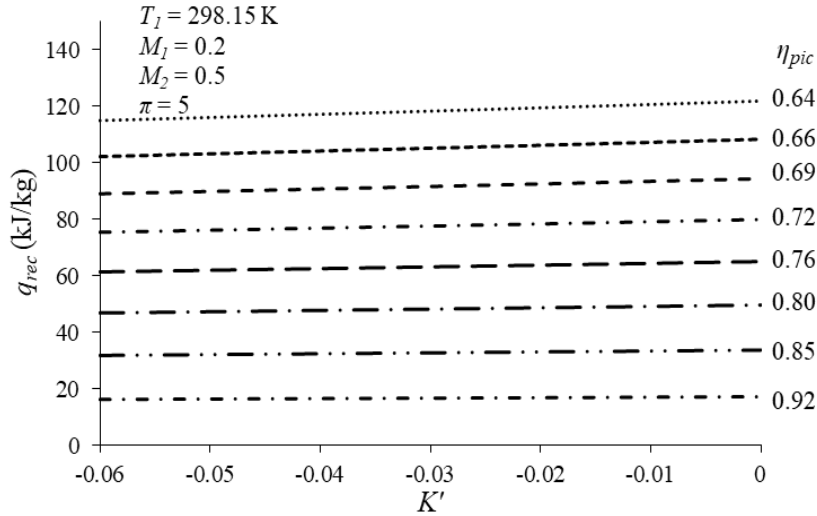


Figura 4.8. Calor de recalentamiento en función en función de la relación de transferencia de energía modificada a diferentes eficiencias de compresión politrópica

#### 4.6.5 Trabajo sin fricción

El trabajo sin fricción en función de la relación de transferencia de energía, de la eficiencia politrópica y de las temperaturas de estancamiento de succión y de descarga se expresa de la siguiente manera

$$\tau_{\text{sin fricción}} = c_p T_{01} \left[ \frac{\eta_{pic}}{1 - K'} \left( \frac{T_{02}}{T_{01}} - 1 \right) - \left( \frac{T_{02s}}{T_{01}} - 1 \right) \right] \quad (4.34)$$

o bien, con  $\pi = P_2/P_1$ , se obtiene

$$\tau_{\text{sin fricción}} = c_p T_{01} \left[ \frac{\eta_{pic}}{1 - K'} \left( \left( \frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \pi^{\frac{n-\gamma}{n\gamma}} - 1 \right) - \left( \left( \frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) \right]$$

La Figura 4.9 muestra el proceso de compresión en función de la eficiencia de compresión politrópica y de la relación de transferencia de energía para el caso de estudio de la Figura 4.4. Al igual que el calor de recalentamiento, el trabajo sin fricción es nulo cuando  $\eta_{pic} = 1$ ; y además, si  $K' = 0$  las temperaturas de descarga  $T_{02}$  y  $T_{02s}$  son iguales. De esta manera, se muestra que el trabajo de compresión sin fricción disminuye conforme mayor sea la eficiencia politrópica, y para una eficiencia de compresión politrópica constante, el trabajo sin fricción también disminuye a una menor relación de transferencia de energía modificada.

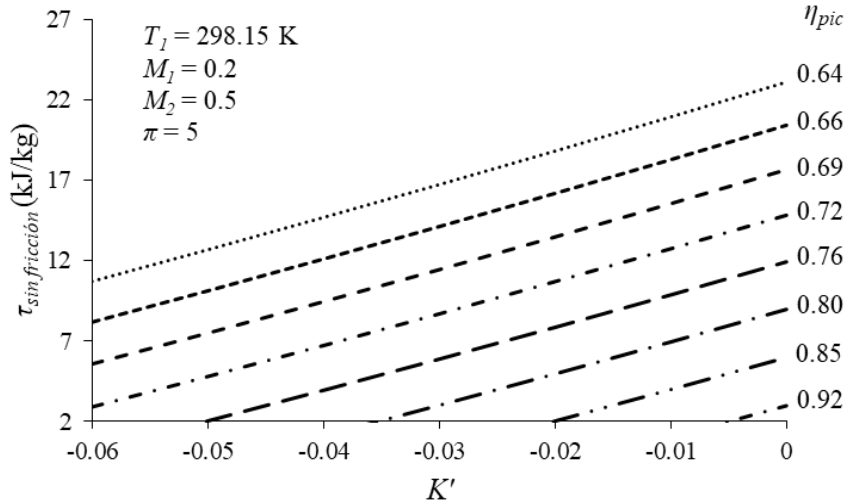


Figura 4.9. Trabajo sin fricción en función de la relación de transferencia de energía modificada a diferentes eficiencias de compresión politrópica

#### 4.6.6 Recalentamiento debido a la fricción

El recalentamiento en función de la eficiencia politrópica y de la relación de transferencia de energía con propiedades de estancamiento, se expresa de la siguiente manera

$$r = c_p T_{01} \left[ \left( \frac{1}{1-K'} \right) \left( \frac{T_{02}}{T_{01}} - 1 \right) - \left( \frac{T_{02s}}{T_{01}} - 1 \right) \right] \quad (4.35)$$

o bien

$$r = c_p T_{01} \left\{ \left( \frac{1}{1-K'} \right) \left[ \left( \frac{T_{02}}{T_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \pi^{\frac{n-\gamma}{n\gamma}} - 1 \right] - \left[ \left( \frac{T_{02s}}{T_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \right\}$$

La Figura 4.10 muestra al recalentamiento por fricción en función de la relación de transferencia de energía modificada a distintas eficiencias de compresión politrópica para el caso de estudio de la Figura 4.4. El recalentamiento por fricción varía dependiendo de la relación de transferencia de energía, de manera que se tiene menos recalentamiento por fricción a menores relaciones de transferencia de energía modificadas. Del mismo modo que el calor de recalentamiento y el trabajo sin fricción, el recalentamiento por fricción disminuye a medida que la eficiencia de compresión politrópica aumenta.

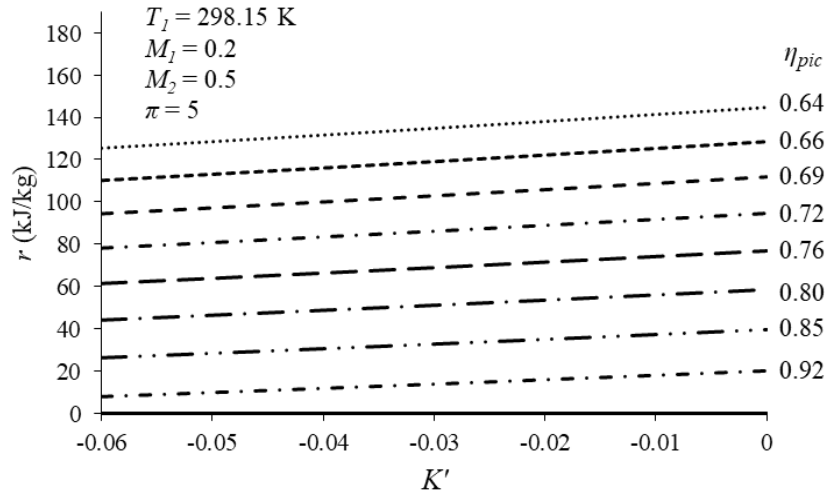


Figura 4.10. El recalentamiento por fricción en función de la relación de transferencia de energía modificada a diferentes eficiencias de compresión politrópica

#### 4.6.7 Irreversibilidad

La irreversibilidad del proceso de compresión expresada en función de la relación de transferencia de calor es

$$i = T_0 \left\{ c_p \left[ \ln \left( \pi^{\frac{n-1}{n}} \right) + \frac{K'}{1-K'} \left( \frac{T_{02} - T_{01}}{T_{amb}} \right) \right] - R \ln(\pi) \right\} \quad (4.36)$$

o bien

$$i = T_0 \left\{ c_p \left[ \ln \left( \frac{T_{02}}{T_{01}} \left( \frac{P_{01}}{P_{02}} \pi \right)^x \right) + \frac{K'}{1-K'} \left( \frac{T_{02} - T_{01}}{T_{amb}} \right) \right] - R \ln(\pi) \right\}$$

La Figura 4.11 muestra la irreversibilidad de compresión en función de la relación de transferencia de energía a distintas eficiencias de compresión politrópica, para el caso de estudio de la Figura 4.4. Al tener una relación de presiones fija, la irreversibilidad tiende a disminuir al aumentar la eficiencia de compresión politrópica, siendo el caso isoentrópico, el proceso en donde no se tiene ni transferencia de calor ( $K' = 0$ ), ni irreversibilidades ( $\eta_{pic} = 1$ ). Por otro lado, para una eficiencia de compresión politrópica menor a 1, la irreversibilidad de compresión es menor cuando la relación de transferencia de energía aumenta, es decir, cuando el calor suministrado al proceso es menor.

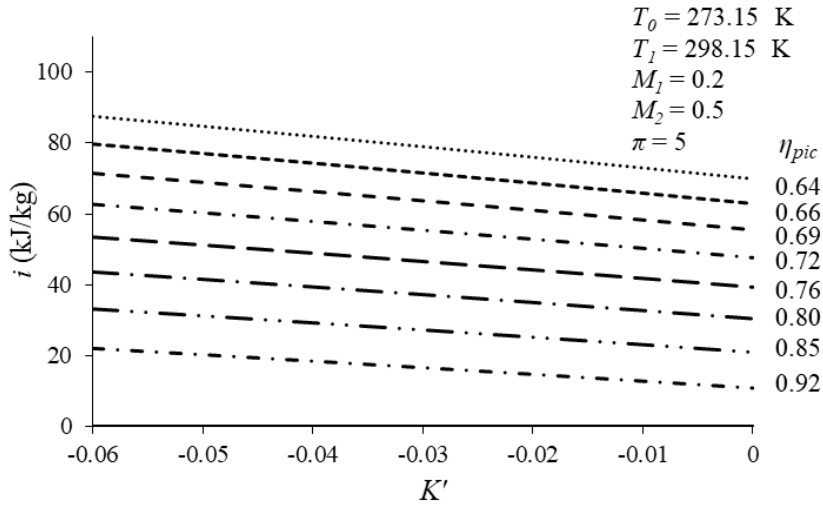


Figura 4.11. Irreversibilidad en función de la relación de transferencia de energía modificada a diferentes eficiencias de compresión politrópica.

## 4.7 Caso práctico

Un proceso de compresión de aire con una presión y temperatura de succión de 1 bar y 298.15 K respectivamente y la presión y temperatura de descarga son de 9 bar y 790 K, respectivamente. La velocidad del aire a la entrada del compresor es de 25 m/s y es descargado a 300 m/s. El proceso experimenta un suministro de calor de 80 kJ/kg de una fuente caliente de 900 K, ¿Determine la relación de transferencia de energía modificada ( $K'$ ), el trabajo de flujo ( $\tau_{cf}$ ), la eficiencia politrópica ( $\eta_{pic}$ ), el calor de recalentamiento ( $q_{rec}$ ), el trabajo sin fricción ( $\tau_{sinfricción}$ ), el recalentamiento por fricción ( $r$ ) y la irreversibilidad ( $i$ )? Considere una  $\chi = 0.08$ , una temperatura de estado muerto de 273.15 K y una temperatura ambiente de 298.15 K.

El número de Mach de succión es

$$M_1 = \frac{c_1}{\sqrt{\gamma RT_1}} \quad (1.40)$$

$$M_1 = \frac{25}{\sqrt{(1.4)(0.2867)(298.15)(1000)}} = 0.0722$$

El número de Mach de descarga es

$$M_2 = \frac{c_2}{\sqrt{\gamma RT_2}} \quad (1.40)$$

$$M_2 = \frac{300}{\sqrt{(1.4)(0.2867)(790)(1000)}} = 0.5327$$

Las propiedades de estancamiento de succión son

$$T_{01} = T_1 \left( 1 - \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \right) \quad (1.43)$$

$$T_{01} = 298.15 \left[ 1 - \frac{(1.4 - 1)}{2} (0.0722)^2 \right] = 298.461 \text{ K}$$

$$P_{01} = P_1 \left( \frac{T_{01}}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (1.44)$$

$$P_{01} = 1 \left( \frac{298.461}{298.15} \right)^{\frac{1.4}{1.4 - 1}} = 1.003 \text{ bar}$$

Considerando gas perfecto, la entalpía de estancamiento de succión es

$$h_{01} = c_p T_{01}$$

$$h_{01} = (1.003)(298.461) = 299.356 \text{ kJ/kg}$$

Las propiedades de estancamiento de descarga son

$$T_{02} = T_2 \left( 1 - \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2 \right) \quad (1.43)$$

$$T_{02} = 790 \left[ 1 - \frac{(1.4 - 1)}{2} (0.5327)^2 \right] = 834.845 \text{ K}$$

$$P_{02} = P_2 \left( \frac{T_{02}}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (1.44)$$

$$P_{02} = 1 \left( \frac{834.845}{790} \right)^{\frac{1.4}{1.4 - 1}} = 10.918 \text{ bar}$$

$$h_{02} = c_p T_{02}$$

$$h_{02} = (1.003)(834.845) = 837.35 \text{ kJ/kg}$$

La temperatura  $T_{02s}$  es

$$T_{02s} = T_1 \left( \frac{P_{02}}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 298.15 \left( \frac{10.918}{1} \right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 590.275 \text{ K} \quad (1.44)$$

A partir de las presiones y temperaturas estáticas, se puede calcular el exponente politrópico de compresión (aparente).

$$n = \frac{1}{\frac{\ln \frac{T_2}{T_1}}{1 - \frac{\ln \frac{P_2}{P_1}}{\ln \frac{P_2}{P_1}}}} = \frac{1}{\frac{\ln \frac{790}{298.15}}{1 - \frac{\ln \frac{9}{1}}{\ln \frac{9}{1}}}} = 1.796 \quad (2.10)$$

En la Figura 4.12 se muestra el proceso de compresión de este caso de estudio, graficado en un diagrama  $T$ - $s$ . A partir de la primera ley de la termodinámica se obtiene el trabajo de compresión

$$\tau_c = q_{sum} + c_p (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) \quad (3.15)$$

$$\tau_c = 80 + 1.003(790 - 298.15) + \frac{1}{2(1000)} (300^2 - 25^2) = 458.0125 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

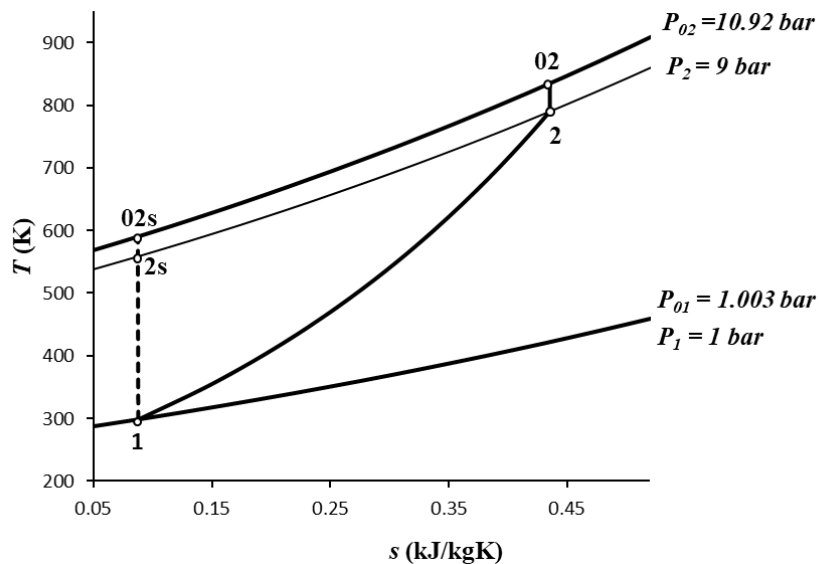


Figura 4.12. Diagrama  $T$ - $s$  del caso de estudio

La relación de transferencia de energía modificada es



$$K' = -\frac{q_{sum}}{\tau_c} \quad (3.27)$$

$$K' = -\frac{80}{458.0125} = -0.1746$$

La eficiencia politrópica aparente es

$$\eta_{pic^*} = \frac{n}{n-1} \frac{\gamma-1}{\gamma} = \left( \frac{1.796}{1.796-1} \right) \left( \frac{1.4-1}{1.4} \right) = 0.644 \quad (3.28)$$

La eficiencia politrópica real es

$$\eta_{pic} = \frac{\eta_{pic^*}(1-K')}{1-\chi + \eta_{pic^*}\chi} = \frac{0.644[1-(-0.1746)]}{1-0.08+(0.644)(0.08)} = 0.779 \quad (3.34)$$

El trabajo de flujo es

$$\tau_{fc} = \frac{\eta_{pic} c_p}{(1-K')} (T_{02} - T_{01}) = \frac{(0.779)(1.003)}{(1-(-0.1746))} (834.845 - 298.461) = 356.8 \text{ kJ/kg} \quad (4.31)$$

$$\tau_{fc} = \frac{(0.779)(1.003)}{(1-(-0.1746))} (834.845 - 298.461) = 356.8 \text{ kJ/kg}$$

El calor de recalentamiento es

$$q_{rec} = c_n (T_{02} - T_{01})$$

$$c_n = c_p \left[ 1 - \left( 1 - \frac{K'}{\eta_{pic}} \right) \frac{\eta_{pic}}{(1-K')} \right] \quad (4.33)$$

$$c_n = 1.003 \left\{ 1 - \left[ 1 - \frac{(-0.1746)}{0.779} \right] \frac{0.779}{[1-(-0.1746)]} \right\} = 0.1887 \text{ kJ/kgK}$$

$$q_{rec} = 0.1887 (834.845 - 298.461) = 101.222 \text{ kJ/kg}$$

El trabajo sin fricción es

$$\tau_{sin\text{ fricción}} = c_p T_{01} \left[ \frac{\eta_{pic}}{(1-K')} \left( \frac{T_{02}}{T_{01}} - 1 \right) - \left( \frac{T_{02s}}{T_{01}} - 1 \right) \right] \quad (4.34)$$

$$\tau_{\text{sin fricción}} = (1.003)(298.461) \left\{ \frac{0.779}{[1 - (-0.1746)]} \left( \frac{834.845}{298.461} - 1 \right) - \left( \frac{590.275}{298.461} - 1 \right) \right\} = 64.11 \text{ kJ/kg}$$

El recalentamiento por fricción

$$r = c_p T_{01} \left[ \left( \frac{1}{1 - K'} \right) \left( \frac{T_{02}}{T_{01}} - 1 \right) - \left( \frac{T_{02s}}{T_{01}} - 1 \right) \right] \quad (4.35)$$

$$r = (1.003)(298.461) \left\{ \frac{1}{[1 - (-0.1746)]} \left( \frac{834.845}{298.461} - 1 \right) - \left( \frac{590.275}{298.461} - 1 \right) \right\} = 165.333 \text{ kJ/kg}$$

Finalmente la irreversibilidad del proceso es

$$i = T_0 \left\{ c_p \left[ \ln \left( \pi^{\frac{n-1}{n}} \right) + \frac{K'}{(1 - K')} \frac{(T_{02} - T_{01})}{T_c} \right] - R \ln(\pi) \right\} \quad (4.36)$$

$$i = 273.15 \left\langle 1.003 \left\{ \ln \left( 9^{\frac{1.796-1}{1.796}} \right) + \frac{(-0.1746)}{[1 - (-0.1746)]} \frac{(834.845 - 298.461)}{900} \right\} - (0.2867) \ln(9) \right\rangle$$

$$= 273.15 \langle 1.003 \{ 0.9738 - 0.0886 \} - 0.6299 \rangle = 273.15 \langle 0.0785 \rangle = 70.46 \text{ kJ/kg}$$

En este problema se muestra que la suma del trabajo sin fricción y del calor de recalentamiento, es igual al recalentamiento por fricción. Sin embargo, en este caso la irreversibilidad del proceso no es una fracción del calor de recalentamiento, como se muestra en la sección 2.3.5, debido a que el calor de recalentamiento no cuantifica a la irreversibilidad generada por la transferencia de calor. Aquí la irreversibilidad representa el 15.38 % del trabajo suministrado al compresor.

La Figura 4.13 muestra al recalentamiento por fricción más el calor suministrado en el diagrama  $T$ - $s$ . El área total que se encuentra por debajo de la isobara de la presión de estancamiento de descarga  $P_{02}$ , representa al recalentamiento por fricción más al calor suministrado al proceso, cuyo valor es de 245.33 kJ/kg. El área que está por debajo de la curva del proceso de compresión (de 1 a 2), representa al calor de recalentamiento más el calor suministrado con un valor de 181.227 kJ/kg. También se muestra el área sombreada que representa a la irreversibilidad total del proceso de compresión, que representa el 28.72 % de área sombreada total ( $r + q_{sum}$ ), y el 38.88 % del calor de recalentamiento más el calor suministrado ( $q_{rec} + q_{sum}$ ). La irreversibilidad total depende de la temperatura a la que se encuentre la fuente de calor, de manera que, para una mayor temperatura de la fuente caliente, la irreversibilidad total del proceso es mayor, de la misma manera, el área de irreversibilidad también es mayor. El área que se encuentra por encima de la curva del proceso de compresión representa al trabajo sin fricción, el cual tiene un valor en este caso de 64.11 kJ/kg.

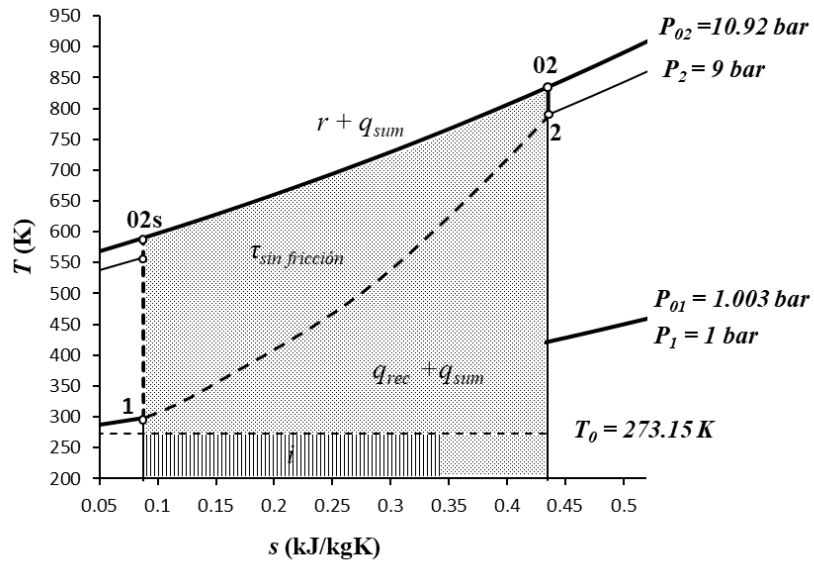


Figura 4.13. Recalentamiento más calor suministrado del caso de estudio en un diagrama  $T-s$



## Capítulo 5

# 5. Exergía de la compresión

La exergía proporciona la información del trabajo útil en un sistema, es decir, la energía disponible en el sistema para desempeñar un trabajo. Esta limitante, la pone el medio ambiente, ya que el estudio exergético estudia la relación termodinámica entre el sistema y el entorno en el que se desarrolla. La energía no disponible del sistema se le conoce como exergía destruida o irreversibilidad, ésta es directamente proporcional al incremento total de entropía. De este modo, la disminución de exergía en un sistema ocurre cuando una corriente de energía se rechaza al ambiente, logrando entonces el trabajo máximo en un sistema cuando éste es llevado hasta al estado muerto, es decir, en equilibrio mecánico, térmico y químico con su entorno, mientras que la exergía destruida es una consecuencia de la ineficiencia del componente o del sistema.

El compresor es una máquina receptora, en este sentido el cambio de exergía representa el mínimo trabajo reversible requerido para realizar el proceso de compresión (Kotas, 1995). El estudio exergético del proceso, además de permitir conocer la cantidad de exergía que la compresión requiere, también proporciona información de las irreversibilidades del proceso de compresión, a medida que hay menos irreversibilidades, menor es la cantidad de exergía requerida. En un contexto general, se ha encontrado que la importancia del estudio exergético radica en mostrar los beneficios ambientales, económicos e incluso sostenibles de la turbomaquinaria, que se pueden identificar mucho mejor con un análisis exergético que con un análisis energético (Turan y Aydın, 2016).

### 5.1 Segunda ley de la termodinámica

El concepto de exergía surge de complementar a la primera ley de la termodinámica con la segunda ley de la termodinámica y el medio ambiente. La segunda ley de la termodinámica establece qué procesos de la naturaleza pueden ocurrir o no, introduciendo el concepto de irreversibilidad. La segunda ley expresa que *la cantidad de entropía del universo tiende a incrementarse o por mucho mantenerse en*

*el tiempo*. Es decir, la irreversibilidad con que ocurren los procesos físicos, es lo que provoca que la entropía del universo se incremente. La segunda Ley de la Termodinámica se expresa de la siguiente manera

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T}$$

donde la igualdad corresponde a un proceso reversible, mientras que la desigualdad corresponde a un proceso irreversible. Para eliminar la desigualdad en un proceso irreversible, es necesario considerar el incremento de entropía trabajo perdido durante el proceso.

$$dS = \frac{\delta Q}{T} + \frac{\delta \Gamma_L}{T}$$

Considerando la variación de entropía en un volumen de control, la segunda ley de la termodinámica para sistemas abiertos con múltiples entradas y salidas de una sustancia pura y compresible, se expresa de la siguiente manera

$$\left(\frac{dS}{dt}\right)_{vc} + \sum \dot{m}_s s_s - \sum \dot{m}_e s_e = \int_A \frac{\left(\frac{\dot{Q}}{A}\right)}{T} dA + \int_V \frac{\left(\frac{\dot{\Gamma}_L}{V}\right)}{T} dV \quad (5.1)$$

en donde

$\left(\frac{dS}{dt}\right)_{vc}$  es el flujo de entropía generada en el volumen de control

$\sum \dot{m}_s s_s$  es la entropía de las múltiples salidas de flujo

$\sum \dot{m}_e s_e$  es la entropía de las múltiples entradas de flujo

$\int_A \frac{\left(\frac{\dot{Q}}{A}\right)}{T} dA$  representa la entropía debido al cambio de temperatura en la superficie

$\int_V \frac{\left(\frac{\dot{\Gamma}_L}{V}\right)}{T} dV$  representa la entropía debido a las irreversibilidades en el volumen de control

A continuación se muestran los balances de exergía para distintos tipos de compresión y las respectivas expresiones para determinar los parámetros exergéticos de compresión.

## 5.2 Exergía de la compresión isentrópica, $n = \gamma$

La Figura 5.1 muestra el balance de exergía del proceso de compresión isentrópica en un diagrama de Grassmann, el cual consiste en la entrada y salida de la exergía de un flujo estable y de un suministro de trabajo de flecha en forma de exergía. El balance de exergía del proceso es el siguiente

$$\varepsilon_1 + \tau_{cs} = \varepsilon_2 \quad (5.2)$$

o bien

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \tau_{cs} \quad (5.3)$$

Para este caso, el cambio de exergía y el trabajo de compresión son iguales. Debido a que el proceso es adiabático y reversible, la expresión (5.3) se puede reescribir como

$$\Delta\varepsilon_{cs} = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = c_p(T_{2s} - T_1) = c_p T_1 (\pi^x - 1) = \tau_{cs} \quad (5.4)$$

La eficiencia de compresión exérgica es un parámetro que sirve para evaluar el desempeño exérgico de un proceso de compresión, que se define como la relación entre el cambio de exergía del proceso y la exergía total suministrada, es decir

$$\eta_{ex} = \frac{\Delta\varepsilon_{cs}}{\tau_c} \quad (5.5)$$

El proceso isentrópico de compresión, es el proceso idealizado en el cual no existen irreversibilidades, por lo tanto, se obtiene la mayor eficiencia exérgica,  $\eta_{ex} = 1$ .

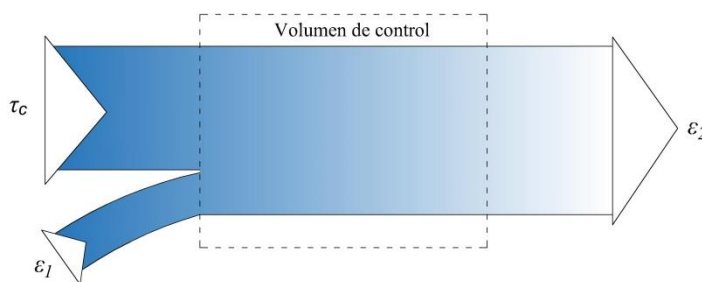


Figura 5.1. Balance de exergía del proceso de compresión isentrópico en un diagrama de Grassmann

## 5.3 Exergía de compresión con enfriamiento, $1 < n_e < \gamma$

La Figura 5.2 muestra un diagrama de Grassmann en un volumen de control, en el que entran y salen corrientes de exergía. El fluido de trabajo entra al volumen de control con una exergía  $\varepsilon_1$  y sale con una exergía mayor  $\varepsilon_2$ . El trabajo de compresión se suministra al sistema y en el caso de compresión con enfriamiento se tiene una corriente de exergía térmica  $\varepsilon_c^q$  que sale del sistema. La exergía térmica es el

trabajo disponible del calor transferido en un sistema, en este caso, el trabajo disponible del calor rechazado del proceso de compresión. La irreversibilidad  $i$  es la exergía destruida del proceso y es un elemento de salida en el balance exergético.

De acuerdo al diagrama de Grassmann de la Figura 5.2, el balance de exergía es el siguiente

$$\varepsilon_1 + \tau_{ce} = \varepsilon_2 + \varepsilon_c^q + i$$

por lo tanto, el cambio de exergía en un proceso de compresión con enfriamiento es:

$$\Delta\varepsilon_e = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \tau_{ce} - \varepsilon_c^q - i = (h_{2e} - h_1) - T_0 \Delta s_e \quad (5.6)$$

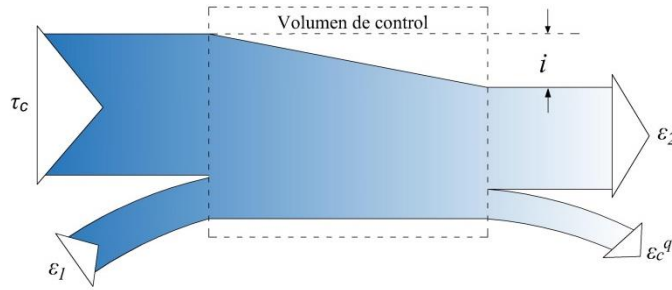


Figura 5.2. Balance de exergía de un proceso de compresión con enfriamiento en un diagrama de Grassmann

En donde la irreversibilidad se define como la producción total de entropía multiplicada por la temperatura del estado muerto

$$i = T_0 \Delta s_{Te} \quad (5.7)$$

Cuando hay transferencia de calor con el medio ambiente, el cambio de entropía total, considera tanto el cambio de entropía del sistema como el del medio ambiente. La Figura 5.3 muestra la relación que existe entre el sistema y el medio ambiente, en donde la temperatura ambiente  $T_{amb}$  es menor a la temperatura media superficial  $T_c$  a la que se encuentra el sistema de compresión. La temperatura del estado muerto  $T_0$  es la temperatura mínima a la que el sistema puede exponerse, siendo ésta la temperatura mínima que puede alcanzar el medio ambiente. El cambio de entropía total se expresa de la siguiente manera

$$\Delta s_{Te} = \Delta s_e + \frac{q_{rech}}{T_c} \quad (5.8)$$

El cambio de entropía del fluido de trabajo se obtiene en función de las relaciones de temperaturas y de las presiones del proceso

$$\Delta s_e = s_{2e} - s_1 = c_p \ln \left( \frac{T_{2e}}{T_1} \right) - R \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right) \quad (5.9)$$



La exergía térmica es el calor útil para producir trabajo a partir del calor rechazado del sistema, que depende del gradiente térmico que existe entre la temperatura media del compresor y la temperatura del estado muerto, éste se obtiene mediante la siguiente expresión

$$\varepsilon_c^q = q_{rech} \left( 1 - \frac{T_0}{T_c} \right) \quad (5.10)$$

De esta manera, el cambio de exergía del proceso de compresión es igual a la diferencia de entalpía, menos el producto entre el cambio de entropía del flujo y la temperatura del estado muerto, que es igual a

$$\Delta\varepsilon_e = c_p T_1 \left( \pi^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) - T_0 (s_{2e} - s_1) \quad (5.11)$$

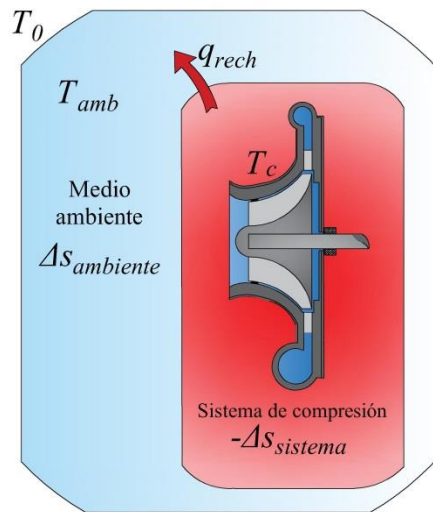


Figura 5.3. Relación sistema y medio ambiente por transferencia de calor

En este caso, el cambio de exergía es mayor que el cambio de entalpía de compresión, debido a que el segundo término de la ecuación (5.11) se vuelve positivo.

La eficiencia exergética del proceso de compresión con enfriamiento se expresa de la siguiente manera

$$\eta_{ex} = \frac{\Delta\varepsilon_e}{\tau_{ce}} \quad (5.12)$$

Cuando la temperatura media del compresor se aproxima a la temperatura ambiente  $T_c \approx T_1$ , la exergía térmica del proceso de compresión con enfriamiento toma la siguiente aproximación (esta aproximación se obtiene analizando el área 1-a-j-h-1 mostradas en la Figura 5.8)

$$\varepsilon_c^q \approx -\Delta s_e (T_1 - T_0) \quad (5.10.a)$$

Del mismo modo, cuando  $T_c \approx T_l$  la irreversibilidad también se aproxima a (ver área 1-2e-a-1 de la Figura 5.9)

$$i_e \approx -\Delta s_e \frac{(T_{2e} - T_1)}{2} \quad (5.7.a)$$

Mientras tanto, al sustituir  $\tau_c = h_2 - h_1 + q_{rech}$ , en la ecuación (5.6), el calor rechazado tiene el siguiente equivalente

$$q_{rech} = \varepsilon_c^q + i_e - T_0 \Delta s_e \quad (5.13)$$

o bien, a partir del área 1-2e-d-e-1 de la Figura 5.7, el calor rechazado se aproxima a

$$q_{rech} \approx -\Delta s_e \left( \frac{T_{2e} + T_1}{2} \right) \quad (5.13.a)$$

En el caso hipotético en que  $T_c = T_l = T_0$ , la exergía térmica en el proceso es igual a cero,  $\varepsilon_c^q = 0$ ; al despejar a la irreversibilidad de la ecuación (5.13), la irreversibilidad es igual al calor rechazado más el cambio de entropía del gas multiplicado por la temperatura del estado muerto,  $i_e = q_{rech} + T_0 \Delta s_e$  y se puede ver en el área 1-2e-j-1 de la Figura 5.10.

## 5.4 Exergía del proceso de compresión isotérmica, $n_t = 1$

En este proceso se tiene que  $T_{2t} = T_1$ , por lo tanto, el cambio de entropía del gas depende solamente de la relación de presiones

$$\Delta s_t = s_{2t} - s_1 = -R \ln(\pi) \quad (5.14)$$

El cambio de exergía de la compresión isotérmica depende de la temperatura del estado muerto y de la relación de presiones

$$\varepsilon_{2t} - \varepsilon_1 = T_0 R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (5.15)$$

La eficiencia de compresión exergética isotérmica es la relación entre el cambio de exergía isotérmica y el trabajo de compresión isotérmico

$$\eta_{ex} = \frac{\Delta \varepsilon_t}{\tau_{ct}} \quad (5.16)$$

o bien

$$\eta_{ex} = \frac{T_0}{T_1} \quad (5.17)$$

De esta manera, la máxima eficiencia exergética en la compresión con enfriamiento se obtiene en un proceso isotérmico, cuando la temperatura de succión es igual a la temperatura del estado muerto,  $T_1 = T_0$ .

Considerando que  $T_c = T_1$ , la exergía térmica para la compresión isotérmica es igual a (ver área 1-2t-b-h-1 de la Figura 5.8),

$$\varepsilon_c^q = -\Delta s_t (T_1 - T_0) \quad (5.18)$$

Del mismo modo, el calor rechazado del proceso isotérmico de compresión, resulta ser el negativo del producto entre el cambio de entropía del gas y la temperatura de succión (ver área 1-2t-c-e-1 de la Figura 5.7), es decir

$$q_{rech} = -\Delta s_t T_1 \quad (5.19)$$

El proceso de compresión isotérmica es un proceso reversible, por lo tanto, la irreversibilidad del proceso es siempre cero. Además, cuando  $T_c = T_1 = T_0$ , la exergía térmica del proceso es igual a cero, este caso es el idealizado, en donde se suministra el mínimo trabajo de compresión y el menor cambio de exergía en un proceso de compresión.

## 5.5 Exergía de un proceso de compresión politrópica, $n > \gamma$

El proceso de compresión politrópica con  $n > \gamma$  puede ser diabático o adiabático. Cuando el proceso de compresión cuenta con un suministro de calor al sistema (proceso diabático), el proceso se ve modificado por una elevación de entalpía y el aumento aparente del exponente politrópico de compresión. La Figura 5.4 muestra el diagrama de Grassmann de un proceso de compresión con un flujo de exergía térmica que entra al volumen de control.

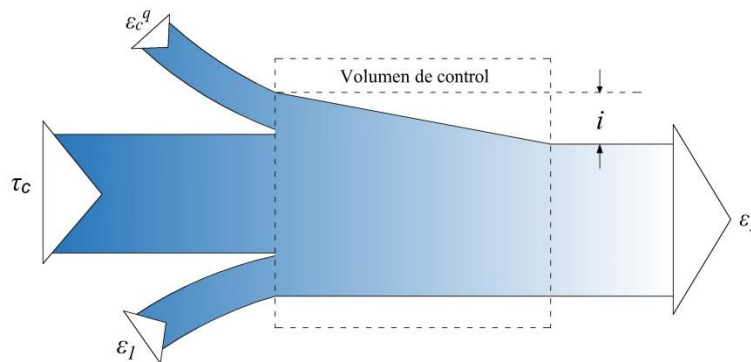


Figura 5.4. Diagrama de Grassmann para un proceso de compresión con suministro de calor

El balance de exergía de compresión con suministro de calor es el siguiente

$$\tau_c + \varepsilon_c^q + \varepsilon_1 = \varepsilon_2 + i \quad (5.20)$$

Por lo tanto, el cambio de exergía es el siguiente

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \tau_c + \varepsilon_c^q - i \quad (5.21)$$

El trabajo y el calor suministrado aumentan la entalpía del fluido, aumentando también la entropía del proceso, lo que provoca una pérdida de exergía. El cambio de exergía también se expresa en función del cambio de entalpía y del producto entre el cambio de entropía del gas y de la temperatura del estado muerto

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = (h_2 - h_1) - T_0 (s_2 - s_1) \quad (5.22)$$

En donde, el incremento de entropía del gas del proceso de compresión politrópica depende de las propiedades termodinámicas del estado inicial y del estado final

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_p \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) - R \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right) \quad (5.23)$$

El suministro de calor al sistema de compresión, genera que  $\Delta s$  del gas resulte positivo, sin embargo, también genera que exista un decremento de entropía del medio de donde proviene el calor. La Figura 5.5 muestra la relación que existe entre el sistema de compresión con el medio ambiente, mediante el calor suministrado. Considerando que el calor suministrado proviene del medio ambiente, el cambio de entropía de éste es  $-q_{sum}/T_{amb}$ . La Segunda ley de la Termodinámica dice que la producción total de entropía de un proceso irreversible de flujo estable es mayor a cero, en este caso, se expresa de la siguiente manera

$$\Delta s_T = \Delta s - \frac{q_{sum}}{T_{amb}} \quad (5.24)$$

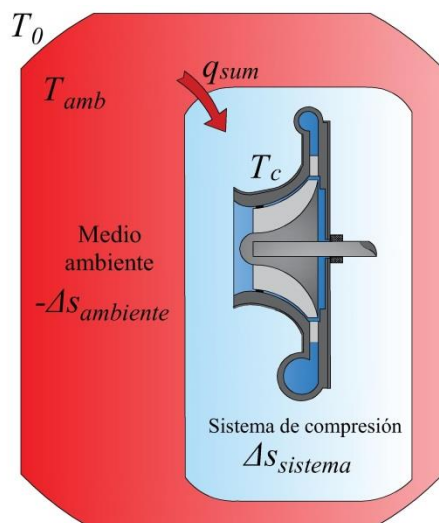


Figura 5.5 Proceso de compresión con suministro de calor

Las ecuaciones (5.24) y (5.8) se diferencian por el signo que antecede al término de cambio de entropía por transferencia de calor. Ya que el calor suministrado  $q_{sum}$  debe sustituirse acompañado con un signo (+) y el calor rechazado  $q_{rech}$  debe sustituirse acompañado con un signo (-).

La irreversibilidad del proceso es igual al producto entre el cambio de entropía total y la temperatura del estado muerto

$$i = T_0 \Delta s_T \quad (5.25)$$

La eficiencia exergética del proceso de compresión con  $n > \gamma$  y suministro de calor, se expresa de la siguiente manera

$$\eta_{ex} = \frac{\Delta \varepsilon}{\tau_c + \varepsilon_c^q} \quad (5.26)$$

Cuando el proceso de compresión es adiabático, tanto el término de calor suministrado como el de exergía térmica, toman valores de cero,  $q_{sum} = \varepsilon_c^q = 0$ , quedando el balance exergético como lo muestra el diagrama de Grassmann de la Figura 5.6.

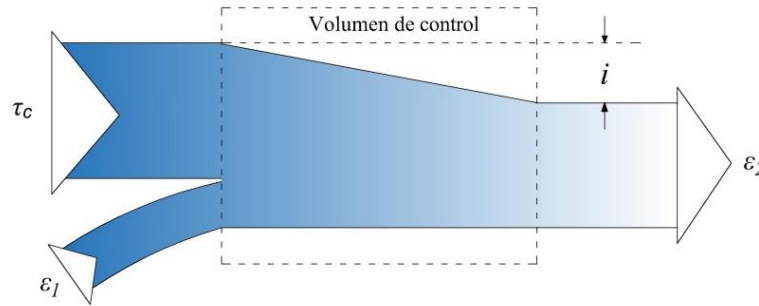


Figura 5.6. Balance de exergía de un proceso de compresión adiabática en un diagrama de Grassmann

Por lo tanto, el balance de exergía del proceso de compresión adiabático es

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \tau_c - i \quad (5.27)$$

siendo la eficiencia exergética para la compresión adiabática la siguiente

$$\eta_{ex} = \frac{\Delta \varepsilon}{\tau_c} \quad (5.28)$$

Las Figuras 5.7, 5.8, 5.9 y 5.10 muestran el diagrama temperatura-entropía de distintos procesos de compresión (isotérmico, con enfriamiento y adiabático) y distintas áreas sombreadas para cada uno de los procesos. En la Figura 5.7 se muestra el calor rechazado del proceso de compresión isotérmica (1 – 2t) representada por el área 1-2t-c-e-1 (ecuación 5.19) y el calor rechazado del proceso de compresión con enfriamiento (1 – 2e) representado en el área 1-2e-d-e-1 (ecuación 5.13a). También se muestra un

proceso de compresión adiabático con  $n > \gamma$  (1 - 2), en el que se muestra el trabajo sin fricción representado en el área 2-2s-1-2 y el calor de recalentamiento por el área 1-e-f-2-1.

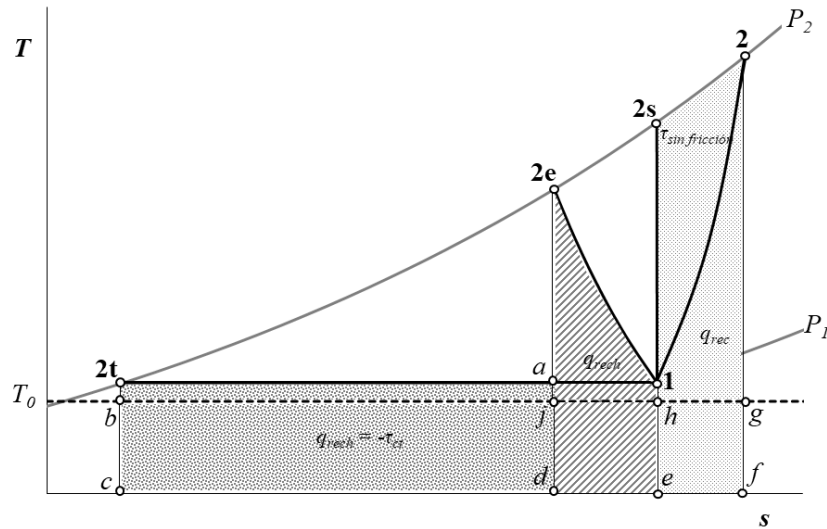


Figura 5.7. Calor rechazado, trabajo sin fricción y calor de recalentamiento en diagrama  $T$ - $s$

La Figura 5.8 muestra a la compresión con enfriamiento (1 - 2e) en donde el área sombreada 1-a-j-h-1 representa a la exergía térmica  $\varepsilon_c^q$  que sale del sistema de compresión (ecuación 5.10a). También se muestra al proceso de compresión isotérmica (1 - 2t), cuya área sombreada 1-2t-b-h-1, también representa a la exergía térmica que sale del sistema de compresión isotérmica (ecuación 5.18).

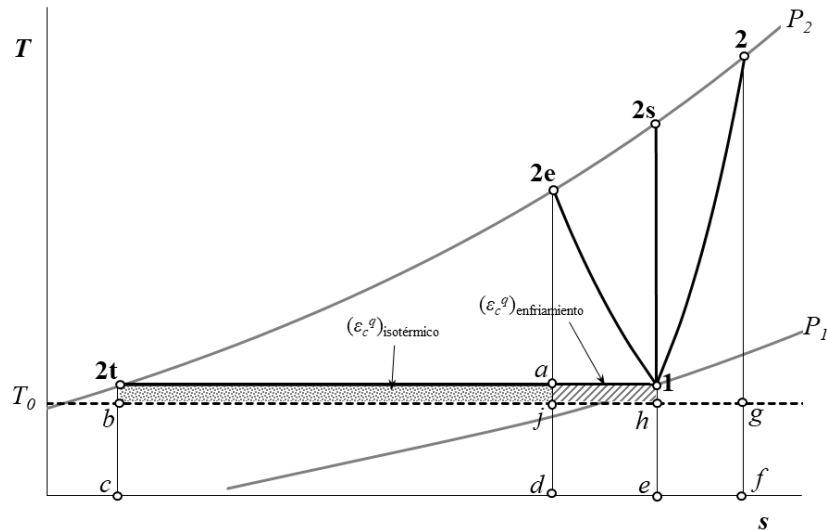


Figura 5.8. Exergía térmica en un diagrama  $T$ - $s$ .

La Figura 5.9 muestra a la irreversibilidad del proceso de compresión con enfriamiento  $i_e$  (ecuación 5.7a) representada por el área sombreada 1-2e-a-1. También se muestra a la irreversibilidad  $i$  del proceso de compresión politrópica adiabática con  $n > \gamma$  (1 - 2) en el cual, la irreversibilidad del proceso se muestra representada por el área  $h$ - $e$ - $f$ - $g$ - $h$ . Debido a que el proceso isotérmico de compresión es un proceso reversible, éste no se representa en el diagrama  $T$ - $s$ .

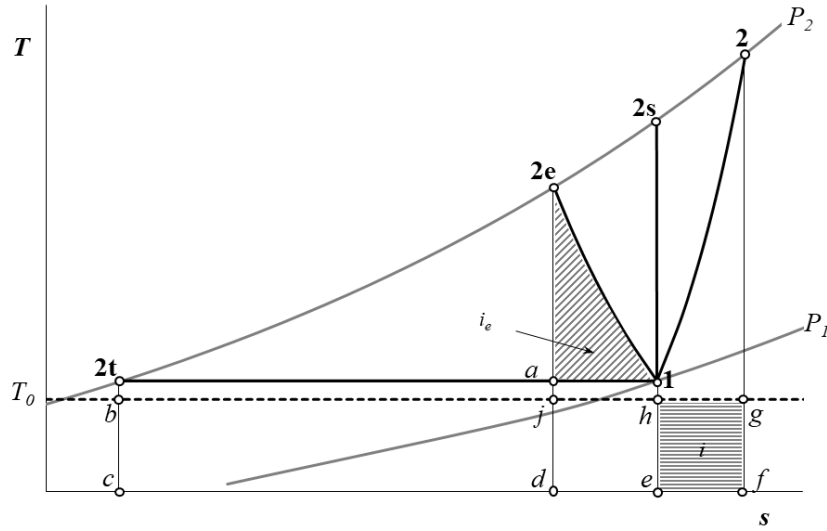


Figura 5.9. Irreversibilidad del proceso de compresión en un diagrama T-s

La Figura 5.9 muestra los proceso de compresión cuando  $T_1 = T_0$ . En este caso, en la compresión isotérmica (1 - 2t) la exergía térmica  $\varepsilon_c^q$  es igual a cero y el trabajo de compresión que es igual al calor rechazado es el mínimo posible para una relación de presiones dada, ésta se representa en el área 1-2t-c-e-1. Por otro lado, en el proceso de compresión con enfriamiento (1 - 2e) cuando  $T_c = T_1 = T_0$  la exergía térmica  $\varepsilon_c^q$  es igual a cero y la irreversibilidad del proceso se representa por el área 1-2e-j-1 (ecuación 5.7a). El calor rechazado en el proceso de compresión con enfriamiento se representa por el área 1-2e-d-e-1. El proceso de compresión isoentrópica (1 - 2s) es adiabático y reversible, por lo tanto, este proceso no presenta área de irreversibilidad en el diagrama T-s.

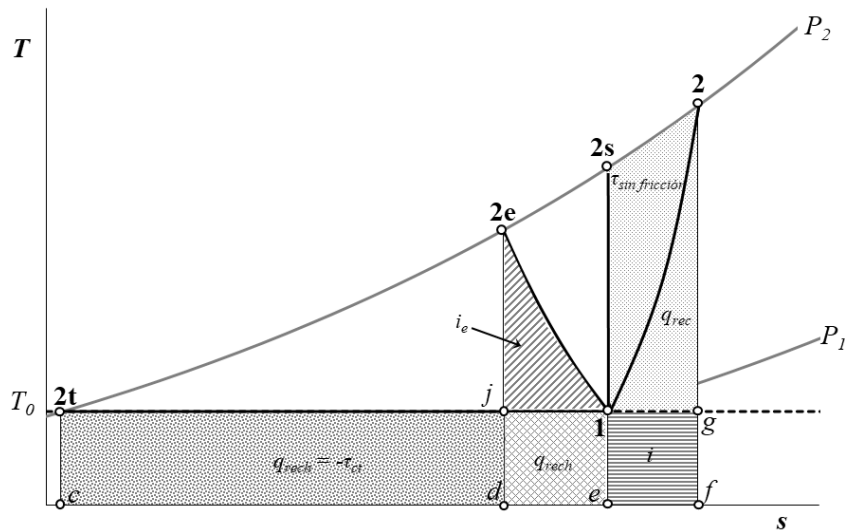


Figura 5.10. Procesos de compresión con  $T_1 = T_0$  en un diagrama T-s

La Figura 5.11 muestra el diagrama exergía-entalpía en el que se muestran distintos procesos de compresión; entre estos, el proceso politrópico adiabático (1 - 2), el proceso isoentrópico (1 - 2s), el

proceso con enfriamiento (1 - 2e) y el proceso isotérmico (1 - 2t). En este diagrama se muestra que el cambio de exergía es menor a medida que el proceso de compresión se acerca al proceso isotérmico, es decir, que el exponente politrópico  $n$  del proceso de compresión tiende a 1 ( $n \rightarrow 1$ ). Entre el proceso politrópico adiabático y el proceso isoentrópico hay una diferencia de entalpía que representa al recalentamiento por fricción, mientras que en el eje vertical se muestra que entre estos dos procesos se tiene una diferencia de exergía, que representa la diferencia entre el recalentamiento por fricción  $r$  y la irreversibilidad del proceso  $i$ . En el proceso de compresión con enfriamiento, el cambio de exergía es menor que en el proceso isoentrópico, pero en este caso, el cambio de entalpía no es igual al trabajo de compresión debido al calor rechazado, siendo el cambio de entalpía igual a la diferencia entre el trabajo de compresión y el calor rechazado. El cambio de exergía en el proceso isoentrópico es igual al cambio de entalpía. En un diagrama  $\varepsilon - h$  el camino más corto entre dos isobaras se obtiene mediante un proceso isotérmico, en donde el cambio de entalpía no está determinado, pero el mínimo trabajo reversible para la compresión lo determina el cambio de exergía. El caso de compresión isotérmica en donde  $T_1 = T_0$ , el trabajo de compresión y el cambio de exergía son iguales, siendo este caso el modelo con menor trabajo de compresión y menor cambio de exergía de la compresión.

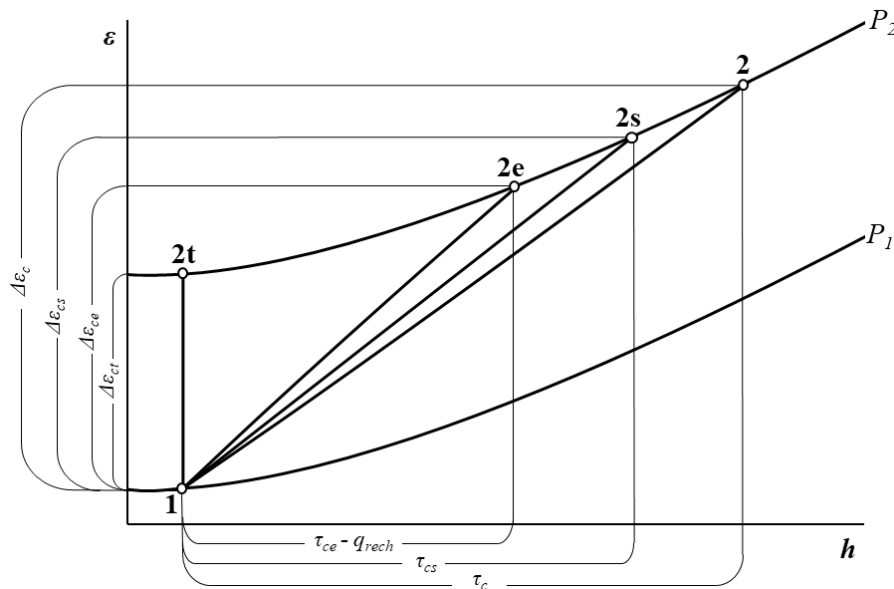


Figura 5.11. Diagrama  $\varepsilon$ - $h$  de los procesos de compresión; isotérmica, con enfriamiento, isoentrópica y politrópica.

## 5.6 Caso práctico

En una compresión politrópica el aire se succiona a 1 bar y a 298.15 K, y se descarga a 1.35 bar. Las propiedades del estado muerto son de 1 bar y 273.15 K. Considerando cuatro distintos procesos de compresión con diferentes exponentes politrópicos:

- $n_t = 1.0$
- $n_e = 1.3$
- $n = 1.4$



d)  $n = 1.5$  (adiabático)

Considerando que la energía cinética del aire es despreciable, determinar el trabajo de compresión, el calor rechazado o suministrado, la exergía de compresión, la irreversibilidad, la exergía térmica, y las eficiencias de compresión: isoentrópica, politrópica, isotérmica y exergética según sea el caso.

Los procesos a evaluar se muestran en la Figura 5.12 en un diagrama  $T - s$ , tratándose de a) un proceso politrópico adiabático (1 - 2t), b) un proceso isoentrópico (1 - 2s), c) un proceso con enfriamiento (1 - 2e) y d) un proceso isotérmico (1 - 2t).

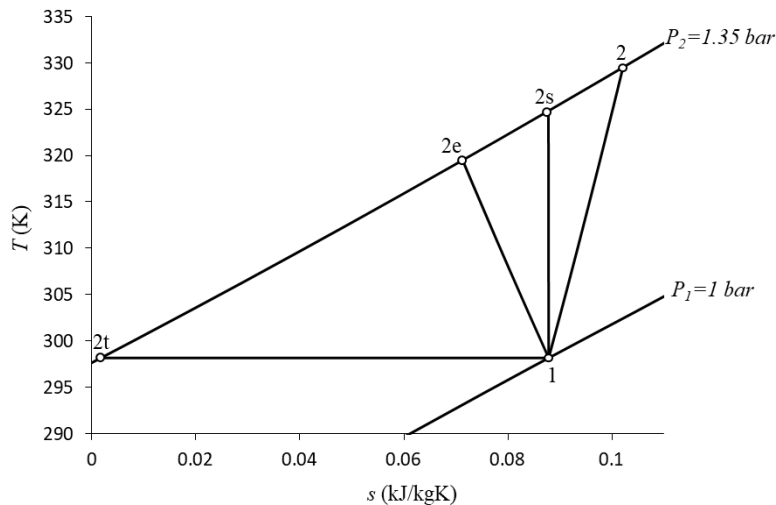


Figura 5.12. Diagrama  $T-s$ , casos de compresión del problema

### 5.6.1 Compresión isotérmica, $n_t = 1$

La temperatura de descarga es igual a la temperatura de succión, es decir:

$$T_{2t} = T_1 \quad (2.12)$$

$$T_{2t} = 298.15 \text{ K}$$

Para la compresión isotérmica el trabajo de compresión se obtiene de la siguiente manera

$$\tau_{ct} = \int_1^{2t} v dP = RT_1 \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right) \quad (2.13)$$

$$\tau_{ct} = (0.2867)(298.15) \ln(1.35) = 25.65 \text{ kJ/kg}$$

En la compresión isotérmica, el calor rechazado es igual al trabajo de compresión pero con signo contrario

$$q_{rech} = -RT_1 \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \quad (2.14)$$

$$q_{rech} = -(0.2867)(298.15)(1.35) = -25.65 \text{ kJ/kg}$$

La relación de transferencia de energía modificada es

$$K' = -\frac{q_{rech}}{\tau_{ct}} \quad (3.27)$$

$$K' = -\frac{-26.65}{26.25} = 1$$

El cambio de entropía del proceso depende solamente del cambio de la presión, por lo tanto, éste tiene un valor negativo

$$\Delta s_t = s_{2t} - s_1 = c_p \ln\left(\frac{T_{2t}}{T_1}\right) - R \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \quad (5.14)$$

$$\Delta s_t = (1.003) \ln(1) - (0.2867) \ln(1.35) = -0.086 \text{ kJ/kgK}$$

Sin embargo, al considerar que  $T_c = T_l$ , el cambio de entropía total es

$$\Delta s_{Tt} = \Delta s_t + \frac{q_{rech}}{T_c} = -0.086 + 0.086 = 0 \text{ kJ/kgK}$$

lo quiere decir que el proceso de compresión isotérmica es un proceso reversible.

El cambio de exergía del proceso de compresión isotérmica es

$$\Delta \varepsilon_t = \varepsilon_{2t} - \varepsilon_1 = T_0 R \ln \frac{P_2}{P_1} = (273.15)(0.2867) \ln(1.35) = 23.5 \text{ kJ/kg} \quad (5.15)$$

Debido a que  $T_l$  no igual a  $T_0$ , la exergía térmica del proceso es

$$\varepsilon_c^q = -\Delta s_t (T_1 - T_0) = -(-0.086)(298.15 - 273.15) = 2.15 \text{ kJ/kg} \quad (5.18)$$

La eficiencia de compresión isotérmica es igual a 1; sin embargo, la eficiencia de compresión exergética es

$$\eta_{ex} = \frac{T_0}{T_1} \quad (5.17)$$

$$\eta_{ex} = \frac{273.15}{298.15} = 0.916$$

### 5.6.2 Compresión con enfriamiento, $n_e = 1.3$

El exponente politrópico se encuentra entre  $1 < n_e < \gamma$ , por lo tanto se trata de un proceso de compresión con enfriamiento, de este modo, la temperatura de descarga es menor a la temperatura de compresión isoentrópica pero es mayor a la temperatura de compresión isotérmica

$$T_{2e} = T_1 \pi^{n_e-1/n_e} \quad (2.15)$$

$$T_{2e} = (298.15)(1.35)^{1.3-1/1.3} = 319.53 \text{ K}$$

El trabajo de compresión depende del valor del exponente politrópico del proceso, de esta manera, a un mayor valor del exponente politrópico, mayor es el trabajo de compresión requerido. Por lo tanto, el trabajo de compresión con enfriamiento es mayor al trabajo de compresión isotérmica.

$$\tau_{ce} = \int_1^{2e} v dP = \frac{n_e}{n_e - 1} RT_1 \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n_e-1}{n_e}} - 1 \right] \quad (2.18)$$

$$\tau_{ce} = \frac{1.3}{1.3-1} (0.2867)(298.15) \left[ (1.35)^{\frac{1.3-1}{1.3}} - 1 \right] = 26.562 \text{ kJ/kg}$$

Bajo la consideración de gas perfecto, el cambio de entalpía del proceso resulta

$$\Delta h_e = c_p (T_{2e} - T_1)$$

$$\Delta h_e = 1.003(319.53 - 298.15) = 21.444 \text{ kJ/kg}$$

El calor rechazado en la compresión con enfriamiento, tiene un valor menor al trabajo suministrado

$$q_{rech} = -c_n (T_{2e} - T_1) \quad (2.20)$$

en donde

$$c_n = c_v \left( \frac{\gamma - n_e}{1 - n_e} \right)$$

La capacidad calorífica politrópica resulta negativa por tratarse de un proceso con enfriamiento,

$$c_n = 0.7163 \left( \frac{1.4 - 1.3}{1 - 1.3} \right) = -0.23876 \text{ kJ/kgK}$$

entonces, el calor rechazado es

$$q_{rech} = 0.23876(319.53 - 298.15) = 5.1048 \text{ kJ/kg}$$

o bien,

$$q_{rech} = \tau_{ce} - \Delta h_e = 26.562 - 21.444 = 5.105 \text{ kJ/kg}$$

La relación de transferencia de energía modificada

$$K' = -\frac{q_{rech}}{\tau_{ce}}$$

$$K' = -\frac{-5.105}{26.562} = 0.1921$$

El enfriamiento disminuye la entropía del fluido en el proceso de compresión

$$\Delta s_e = s_{2e} - s_1 = c_p \ln\left(\frac{T_{2e}}{T_1}\right) - R \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \quad (5.9)$$

$$\Delta s_e = (1.003) \ln\left(\frac{319.53}{298.15}\right) - (0.2867) \ln(1.35) = -0.0165 \text{ kJ/kgK}$$

sin embargo, el cambio de entropía total considera el aumento de entropía del medio ambiente

$$\Delta s_{Te} = \Delta s_e + \frac{q_{rech}}{T_c} = -0.0165 + \frac{5.1048}{298.15} = 0.00062 \text{ kJ/kgK} \quad (5.8)$$

El cambio negativo de entropía del fluido del proceso, hace que el cambio de exergía del proceso sea mayor a su cambio de entalpía

$$\Delta \varepsilon_e = (h_{2e} - h_1) - T_0 (s_{2e} - s_1) \quad (5.6)$$

$$\Delta \varepsilon_e = 21.444 - 273.15(-0.0165) = 25.951 \text{ kJ/kg}$$

La irreversibilidad del proceso de compresión es

$$i_e = T_0 \Delta s_{Te} = 273.15(0.00062) = 0.1696 \text{ kJ/kg} \quad (5.7)$$

Considerando que  $T_c = T_l$ , la exergía térmica es

$$\varepsilon_c^q = q_{rech} \left( 1 - \frac{T_0}{T_c} \right) = 5.1048 \left[ 1 - \left( \frac{273.15}{298.15} \right) \right] = 0.428 \text{ kJ/kg} \quad (5.10)$$

La eficiencia de compresión isotérmica es

$$\eta_{ic} = \frac{\tau_{ct}}{\tau_{ce}} \quad (2.21)$$

$$\eta_{ic} = \frac{25.652}{26.562} = 0.965$$

y la eficiencia exergética resulta ser

$$\eta_{ex} = \frac{\Delta \varepsilon_e}{\tau_{ce}} \quad (5.12)$$

$$\eta_{ex} = \frac{25.951}{26.562} = 0.977$$

### 5.6.3 Compresión isoentrópica, $n = \gamma = 1.4$

La temperatura de descarga del proceso de compresión isoentrópica es

$$T_{2s} = T_1 \pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (2.22)$$

$$T_{2s} = (298.15)(1.35)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 324.84 \text{ K}$$

Debido a que el proceso es adiabático, el trabajo de compresión es igual al cambio de entalpía del proceso y la relación de transferencia de energía modificada  $K' = 0$ .

$$\tau_{cs} = c_p (T_{2s} - T_1) \quad (2.26)$$

$$\tau_{cs} = 1.003(324.84 - 298.15) = 26.78 \text{ kJ/kg}$$

Como el proceso es también reversible, entonces el trabajo de flujo es igual al trabajo de compresión

$$\tau_{fcs} = \int_1^{2s} v dP = \frac{\gamma}{\gamma-1} RT_1 \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \quad (2.25)$$

$$\tau_{fcs} = \frac{1.4}{1.4-1} (0.2867)(298.15) \left[ (1.35)^{\frac{1.4-1}{1.4}} - 1 \right] = 26.78 \text{ kJ/kg}$$

Al no haber un incremento de entropía, la irreversibilidad del proceso, el calor de recalentamiento, el trabajo sin fricción y el recalentamiento por fricción tienen valores igual a cero. Por lo tanto, la eficiencia isoentrópica y la eficiencia politrópica para este proceso tienen un valor igual a uno.

El cambio de exergía del proceso es igual al cambio de entalpía

$$\Delta \varepsilon_s = (h_{2s} - h_1) - T_0 (s_{2s} - s_1) \quad (5.4)$$

$$\Delta \varepsilon_s = (325.81 - 299.04) - 273.15(0) = 26.78 \text{ kJ/kg}$$

y la eficiencia exergética es

$$\eta_{ex} = \frac{\Delta \varepsilon_s}{\tau_{cs}} \quad (5.5)$$

$$\eta_{ex} = \frac{26.78 \text{ kJ/kg}}{26.78 \text{ kJ/kg}} = 1$$

#### 5.6.4 Compresión politrópica (adiabática), $n = 1.5$

La temperatura de descarga del proceso politrópico es mayor al proceso de compresión isoentrópica, su valor es

$$T_2 = T_1 \pi^{n-1/n} \quad (2.28)$$

$$T_2 = (298.15)(1.35)^{1.5-1/1.5} = 329.51 \text{ K}$$

Al tratarse de un proceso adiabático, el trabajo de compresión es igual al cambio de entalpía del proceso y la relación de transferencia de energía modificada es de  $K' = 0$ ,

$$\tau_c = c_p (T_2 - T_1) \quad (2.31)$$

$$\tau_c = 1.003(329.51 - 298.15) = 31.46 \text{ kJ/kg}$$

El trabajo de flujo del proceso depende de la relación de presiones y del exponente politrópico

$$\tau_{fc} = \int_1^2 v dP = \frac{n}{n-1} RT_1 \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad (2.29)$$

$$\tau_{fc} = \frac{1.5}{1.5-1} (0.2867)(298.15) \left[ (1.35)^{\frac{1.5-1}{1.5}} - 1 \right] = 26.97 \text{ kJ/kg}$$

El calor de recalentamiento generado en el proceso es

$$q_{rec} = c_n (T_2 - T_1) \quad (2.34)$$

$$c_n = c_v \left( \frac{\gamma - n}{1 - n} \right)$$

$$c_n = 0.7163 \left( \frac{1.4 - 1.5}{1 - 1.5} \right) = 0.1432 \text{ kJ/kgK}$$

$$q_{rec} = 0.1432(329.51 - 298.15) = 4.493 \text{ kJ/kg}$$

El trabajo sin fricción del proceso es

$$\tau_{\text{sin fricc}} = \frac{n}{n-1} RT_1 \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] - \frac{\gamma}{\gamma-1} RT_1 \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \quad (2.30)$$

$$\tau_{\text{sin fricc}} = \frac{1.5}{1.5-1} (0.2867)(298.15) \left[ (1.35)^{\frac{1.5-1}{1.5}} - 1 \right] - \frac{1.4}{1.4-1} (0.2867)(298.15) \left[ (1.35)^{\frac{1.4-1}{1.4}} - 1 \right] = 0.195 \text{ kJ/kg}$$

El recalentamiento por fricción es

$$r = c_p (T_2 - T_{2s}) \quad (2.38)$$

$$r = 1.003(329.51 - 324.84) = 4.688 \text{ kJ/kg}$$

El cambio de entropía del proceso de compresión politrópica con  $n > \gamma$  resulta siempre positivo

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_p \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) - R \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right) \quad (5.23)$$

$$\Delta s = (1.003) \ln \left( \frac{329.51}{298.15} \right) - (0.2867) \ln(1.35) = 0.0142 \text{ kJ/kgK}$$

Al tratarse de un proceso adiabático, el cambio de entropía total es

$$\Delta s_T = \Delta s - \frac{q_{sum}}{T_{amb}} \quad (5.24)$$

$$\Delta s_T = 0.0142 \text{ kJ/kgK}$$

La eficiencia de compresión isoentrópica es

$$\eta_{sic} = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} \quad (2.39)$$

$$\eta_{sic} = \frac{324.84 - 298.15}{329.51 - 298.15} = 0.85$$

La eficiencia de compresión politrópica resulta ser mayor a la eficiencia de compresión isoentrópica, y su valor para este caso es

$$\eta_{pic} = \frac{\tau_{fc}}{\tau_c} = \frac{26.97}{31.462} = 0.8575 \quad (2.40)$$

o bien

$$\eta_{pic} = \frac{n}{n-1} \frac{\gamma-1}{\gamma} = \left( \frac{1.5}{1.5-1} \right) \left( \frac{1.4-1}{1.4} \right) = 0.8571$$

El cambio de exergía del proceso de la compresión politrópica es menor al cambio de entalpía del proceso, el cual tiene un valor de

$$\Delta\varepsilon = (h_2 - h_1) - T_0(s_2 - s_1) \quad (5.22)$$

$$\Delta\varepsilon = 31.46 - 273.15(0.0142) = 27.557 \text{ kJ/kg}$$

La irreversibilidad del proceso de compresión es

$$i = T_0 \Delta s_T = 273.15(0.0142) = 3.878 \text{ kJ/kg} \quad (5.25)$$

Finalmente, la eficiencia exergética para este proceso vale

$$\eta_{ex} = \frac{\Delta\varepsilon}{\tau_c} \quad (5.28)$$

$$\eta_{ex} = \frac{27.557}{31.46} = 0.875$$

En la Tabla 5.1 se muestran los resultados obtenidos en los distintos casos de compresión. Los resultados muestran que a mayor valor del exponente politrópico de compresión, mayor es la temperatura de descarga  $T_2$ , al igual que mayores son el trabajo de compresión  $\tau_c$  y el cambio de exergía  $\Delta\varepsilon$ . El trabajo de flujo  $\tau_{fc}$ , se considera igual al trabajo de compresión en los casos a), b) y c) al considerarse procesos reversibles. El calor rechazado  $q_{rech}$ , del caso a) es igual al trabajo de compresión del mismo proceso. En el caso c) no hay transferencia de calor debido a que es un proceso adiabático y en el caso d) el calor mostrado es el calor de recalentamiento  $q_{rec}$ , el cual es un calor interno del proceso



producido por las irreversibilidades. En los casos a) y c) no hay irreversibilidades al tratarse de procesos internamente reversibles, la irreversibilidad en el caso b) se obtiene por calor rechazado al medio ambiente mientras que en el caso d) se debe al tratarse de un proceso no reversible. La eficiencia exergética  $\eta_{ex}$ , en los casos a) y b) dependen más de la diferencia entre  $T_1$  y  $T_0$ , siendo de estos dos el caso a) el proceso en el que se puede obtener la eficiencia igual a uno,  $\eta_{ex} = 1$ , cuando  $T_1 = T_0$ .

Tabla 5.1. Comparación de los parámetros obtenidos entre los procesos de compresión del problema

	a) Isotérmico ( $n_t = 1$ )	b) Enfriamiento ( $n_e = 1.3$ )	c) Isoentrópico ( $n = \gamma = 1.4$ )	d) Politrópico ( $n = 1.5$ )
$T_2$ , (K)	298.15	319.53	324.84	329.518
$\tau_c$ , (kJ/kg)	25.652	26.561	26.784	31.462
$\tau_f$ , (kJ/kg)	25.652	26.561	26.784	26.979
$q$ , (kJ/kg)	-25.652	-5.117	0	4.493
$\Delta h$ , (kJ/kg)	-	21.444	26.784	31.462
$\tau_{sin\ fricción}$ , (kJ/kg)	0	0	0	0.195
$r$ , (kJ/kg)	0	0	0	4.688
$\Delta s_T$ , (kJ/kgK)	0	0.00062	0	0.0142
$\Delta \varepsilon$ , (kJ/kg)	23.502	25.951	26.784	27.557
$\varepsilon_c^q$ , (kJ/kg)	2.15	0.4280	0	0
$i$ , (kJ/kg)	0	0.1696	0	3.878
$K'$	1	0.1921	0	0
$\eta_{sic}$	-	-	1	0.850
$\eta_{pic}$	-	-	1	0.857
$\eta_{ex}$	0.916	0.9778	1	0.8758
$\eta_{tic}$	1	0.9657	-	-

La Figura 5.13 muestra las áreas que representan las irreversibilidades, exergías térmicas y las pérdidas de energía como son el calor de recalentamiento y el trabajo sin fricción de los procesos de compresión del caso práctico en un diagrama  $T$ - $s$ . En el caso a) el área 1-2t-a-c-1 representa la exergía térmica que sale del proceso, mientras que el área 1-2t-h-f-1 es el calor rechazado. En el caso b) el área sombreada 1-2e-b-c-1 representa la exergía térmica más la irreversibilidad del proceso, mientras que el área 1-2e-g-f-1 representa el calor rechazado del proceso. Cabe mencionar que los puntos  $h$ ,  $g$ ,  $f$  y se encuentran a  $T = 0$  K. El proceso de compresión del caso d) presenta la irreversibilidad en el área

sombreada  $d-c-f-e-d$ , el trabajo sin fricción en el área sombreada  $1-2-2s-1$  y el calor de recalentamiento en el área sombreada  $2-1-f-e-2$ .

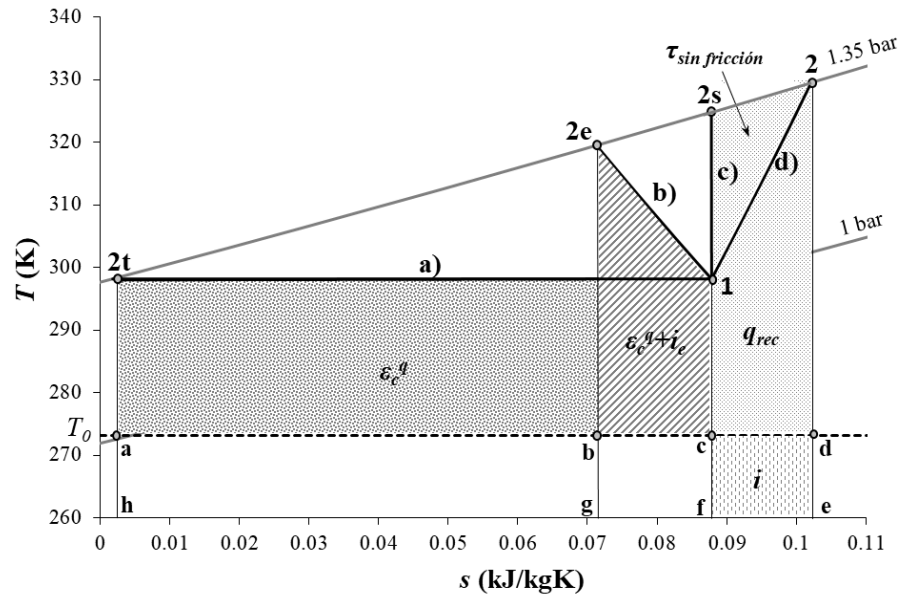


Figura 5.13. Irreversibilidades, exergías térmicas y pérdidas de energía de los procesos de compresión del problema en un diagrama  $T-s$

## Capítulo 6

# 6. Pérdidas de energía en compresores centrífugos

En el diseño de un compresor centrífugo, es importante desarrollar de modelos matemáticos que puedan predecir su funcionamiento, y así poder reducir el número necesario de costosos prototipos y largos experimentos. Al día de hoy, mediante soluciones numéricas realizadas a través de modelos computacionales se pueden obtener precisas simulaciones del compresor centrífugo. Sin embargo, debido a su gran complejidad, estos modelos requieren largos tiempos de computación y costosos hardwares. Por ello, debido a la investigación realizada durante las últimas décadas, se han desarrollado diferentes modelos unidimensionales que requieren pocos datos. Entre estos modelos se encuentran los de pérdidas de energía que ocurren en un compresor centrífugo.

En trabajos publicados en la literatura, las pérdidas de energía que ocurren en una turbomáquina, generalmente se recopilan en un factor de deslizamiento y / o con un factor de potencia (ver sección 1.4.6 y 1.4.7). La desventaja de este procedimiento es que los efectos de las pérdidas individuales no están claramente caracterizados y, por lo tanto, su influencia es poco reconocida. En el diseño de compresores centrífugos es importante tener en cuenta los fenómenos que intervienen en las pérdidas de energía, ya que a partir de este conocimiento, es posible realizar mejoras en el diseño para las condiciones de operación deseadas. Sanz S. (2016) resume los mecanismos de pérdidas de energía conocidos en la literatura y los separa por componente en un compresor centrífugo, ver Tabla 6.1.

*Tabla 6.1. Pérdidas de energía por componente. Sanz S. (2016)*

<b>Pérdida</b>	<b>Origen</b>
<b>Rotor</b>	
Incidencia	Diferencia entre el ángulo de entrada del álabe y del flujo.
Fricción	Fricción entre el fluido y las paredes.
Holgura	Flujo que fluye por la holgura entre los álabes y la carcasa.

Mezcla	Mezcla entre la región central del flujo y la estela a la salida del rotor.
Perfil	Crecimiento de la capa límite a lo largo del álabe y gradiente de presión en la dirección de álabe a álabe.
Choque	Condiciones de choque alcanzadas en la garganta.
Número de Mach supercrítico	Ondas de choque locales en la superficie de succión.
Distorsión	Distorsión del flujo a la salida por efectos viscosos o bloqueos.
Hub-to-shroud	Gradiente de presión en la dirección del cubo hacia la carcasa.
Externas	Pérdidas externas que incluyan pérdidas por fugas, recirculación o fricción de disco.
<b>Difusor</b>	
Fricción	Fricción entre el fluido y las paredes.
Difusión	Pérdidas asociadas al proceso de difusión.
Curvatura	Curvatura del difusor.
<b>Voluta</b>	
Fricción	Fricción entre el fluido y las paredes.
Velocidad meridional	Pérdida de la componente meridional de la velocidad debido a la trayectoria en remolino que adquiere el flujo en la voluta.
Velocidad tangencial	Pérdida de momento angular.
Salida cónica	Cambio de una trayectoria en remolino propia de la voluta a una trayectoria lineal a lo largo del cono.

Autores como Aungier (2000) y Boyce (2003) documentan 11 diferentes mecanismos de pérdidas individuales con mayor detalle que afectan al impulsor. Los mecanismos de pérdidas reportados por estos autores son: 1) choque; 2) incidencia; 3) difusión; 4) ahogamiento; 5) fricción superficial 6) espaciado; 7) carga en el álabe; 8) carga de la cubierta al cubo; 9) mezclado de estela; 10) expansión; y 11) Número de Mach supercrítico. Sin embargo, las pérdidas con el mayor impacto en el desempeño del compresor según Aungier (2000) son: pérdida de fricción superficial, pérdida por difusión de entrada, recirculación, pérdida de incidencia, pérdida por espaciado y pérdida por fricción en el disco. Algunos mecanismos de pérdidas son poco significantes o no son tan comunes, como lo es el mecanismo de pérdida de número de Mach supercrítico que ocurre cuando la velocidad relativa de succión es cercana o mayor a la velocidad del sonido, en éste se produce una onda de choque en la sección del inductor que produce la pérdida de energía y además ahoga el inductor, ver Figura 6.1. El choque oblicuo mostrado, es el choque deseado para contrarrestar el permanente choque inclinado que genera una mayor inestabilidad del equipo. El choque oblicuo se obtiene cuando el fluido sigue la trayectoria deseada en el álabe. Ambos tipos de choque se generan cuando el fluido se mueve a velocidades críticas y depende espesor de la cuchilla del álabe.

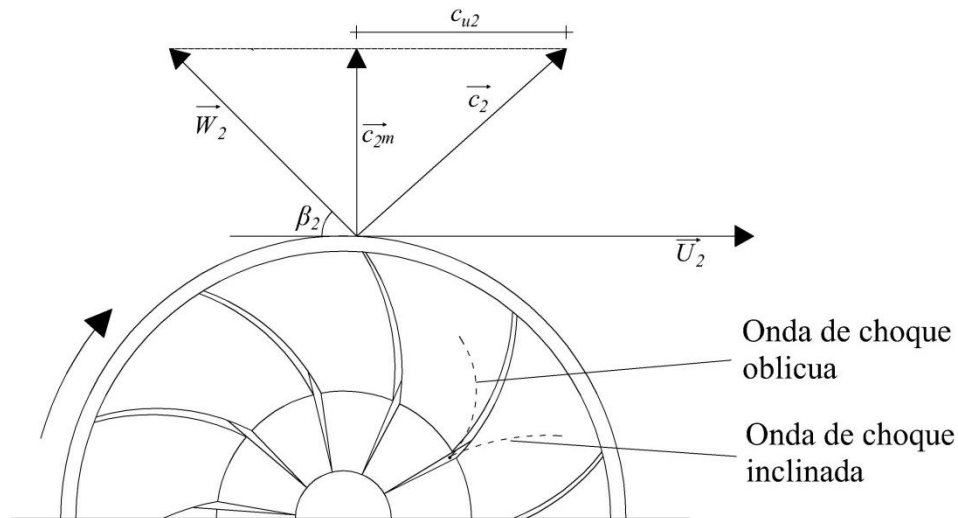


Figura 6.1. Onda de choque en el inductor

Además de las pérdidas en el impulsor, las pérdidas de energía también se deben evaluar tanto en el difusor sin álabes como en el difusor con álabes. En el difusor sin álabes, las pérdidas se deben a la fricción superficial y a la difusión (Angier, 2000). El difusor con álabes presenta pérdidas de energía asociadas con la fricción superficial, el ángulo de incidencia, la obstrucción, la mezcla de estelas y el ahogamiento.

Algunas de las correlaciones disponibles en la literatura que se han obtenido experimentalmente, para diferentes mecanismos de pérdida, toman simultáneamente en consideración a varios mecanismos de pérdidas, debido a la extrema dificultad de diferenciar sus efectos, ya sea por cuestiones técnicas o conceptuales, por lo que el uso de correlaciones para todos los mecanismos de pérdida (ver Tabla 6.1) conducen a una sobreestimación de la pérdida total de energía en el compresor (Gutiérrez, 2017).

En este trabajo, se presenta la combinación obtenida por Gutiérrez (2017) de nueve correlaciones semiempíricas de pérdidas de energía, para obtener la mejor predicción de eficiencias en compresores centrífugos. Los diferentes mecanismos y modelos matemáticos se describen a continuación.

## 6.1 Pérdida por espaciamento

Existe una diferencia de presión entre dos álabes en un impulsor centrífugo, causada por el efecto coriolis. Este efecto se genera por la fuerza centrífuga que tiene el fluido con respecto al movimiento rotatorio de los álabes. El recorrido más corto y menos resistente para que el fluido fluya y neutralice este diferencial de presión lo proporciona la holgura entre el impulsor giratorio y la carcasa estacionaria (ver Figura 6.2a). Con los impulsores cerrados no es posible una fuga de este tipo, desde el lado de presión al lado de succión de un álabe del impulsor. Sin embargo, a lo largo del impulsor, predomina la existencia de un gradiente de presión en el espacio libre entre la carcasa y las cubiertas del impulsor (Figura 6.2b). En la Figura 6.2a se muestran las líneas de fuga que van de canal a canal del impulsor, pasando por encima de los álabes, mientras que en la Figura 6.2b se muestran las líneas de fuga que se

trasladan de manera axial hacia ojo del impulsor. Los sellos de la punta del ojo del impulsor pueden reducir esta pérdida considerablemente (ver Figura 1.18).

La correlación para estimar esta pérdida por espaciamento es la de Krylov y Spunde (1967).

$$\Delta h_{cl} = 2 \frac{s}{d_2} \left( \frac{r_h + r_s}{2r_2} - 0.275 \right) U_2^2 \quad (6.1)$$

donde  $s$  es el espacio de brecha,  $d$  es la altura del álabe,  $r$  es el radio y  $U$  es la velocidad periférica. Los subíndices "  $h$  " y "  $s$  " se refieren al cubo de entrada del impulsor y la cubierta respectivamente, " 2 " se refiere a la descarga del impulsor.

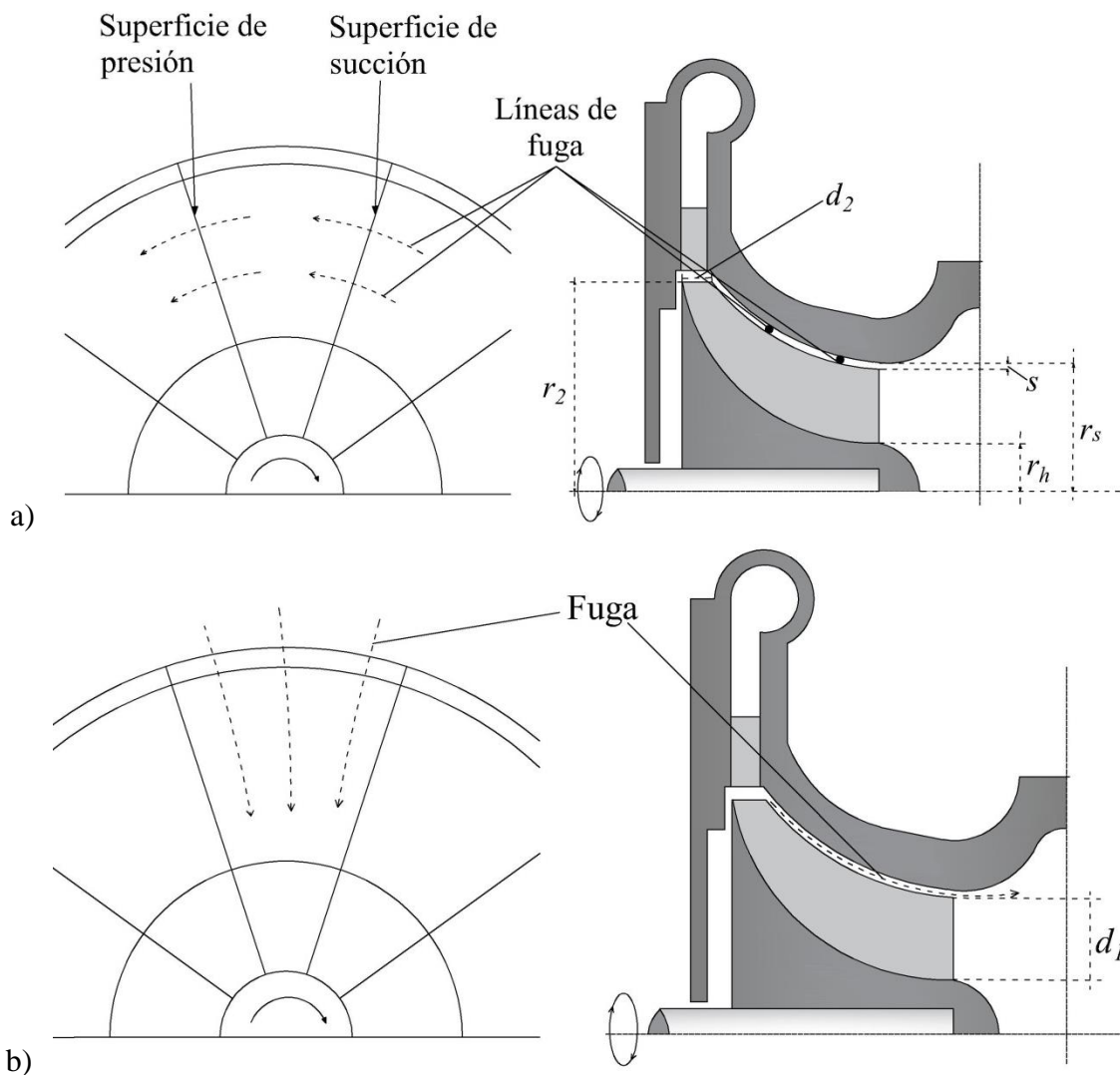


Figura 6.2. Fuga afectando a las pérdidas por espaciamento; a) Impulsor abierto, b) Impulsor cerrado

La Figura 6.3 muestra a la pérdida de energía por espaciamento en función de la velocidad periférica del flujo a la salida del impulsor para parámetros de diseño definidos. En ésta se muestra que la pérdida por espaciamento aumenta al aumentar la velocidad periférica a la salida del impulsor. También se

muestra que el espacio de brecha es determinante para la magnitud de la pérdida, de manera que lo conveniente es que dicho espacio de brecha sea el menor posible para evitar en mayor medida las caídas de presión entre los álabes, que a la vez provocan mayor efecto de coriolis.

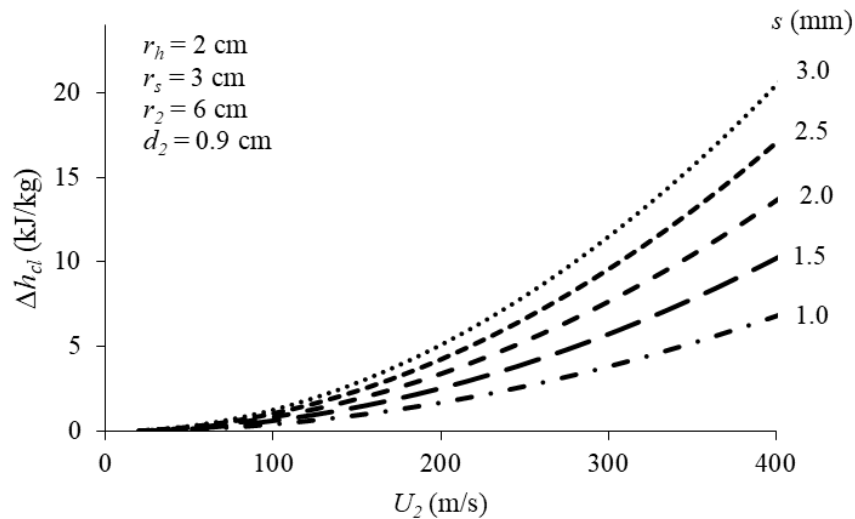


Figura 6.3. Pérdida por espaciamiento en función de la velocidad de giro a la salida del impulsor

## 6.2 Pérdida por fricción en el disco

Este mecanismo de pérdida se produce como resultado de las fuerzas adhesivas entre el disco giratorio y el fluido en el recinto circundante, como se muestra en la Figura 6.4. Esta pérdida es la misma para un disco de un tamaño dado, en un compresor de entrada radial que en una turbina de entrada radial. Las pérdidas en los sellos, los cojinetes y la caja de engranajes también se agrupan con esta pérdida, y toda la pérdida se puede llamar una pérdida externa. A menos que la brecha sea de la magnitud de la capa límite generada, el efecto del tamaño de la brecha es insignificante.

Los flujos inducidos dependen de las geometrías del impulsor y su envolvente. El siguiente modelo de pérdida por fricción del disco es propuesto por Shepherd (1956)

$$\Delta h_{df} = \frac{0.01356 \rho_2 U_2^3 D_2^2}{\dot{m} \text{Re}^{0.2}} \quad (6.2)$$

donde  $\text{Re}$  es el número de Reynolds y  $D_2$  es el diámetro del impulsor (Figura 1.15). El número de Reynolds es

$$\text{Re}_{df} = \frac{U_2 r_2}{\nu_2}$$

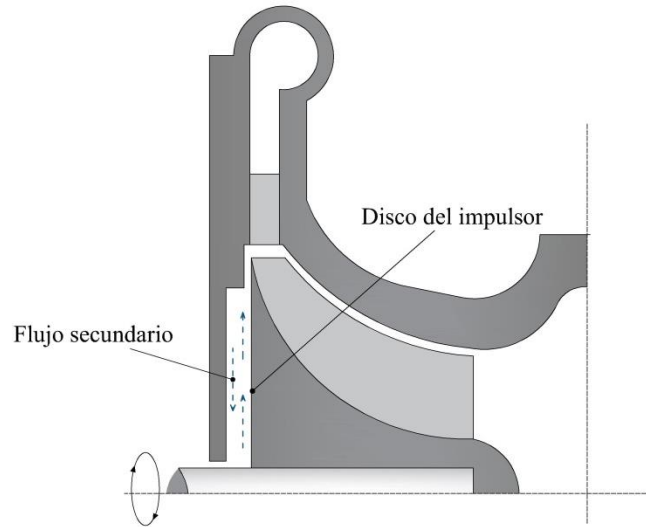


Figura 6.4. Flujo secundario en la parte posterior del impulsor provoca la pérdida por fricción de en el disco

La Figura 6.5 muestra la relación entre la pérdida por fricción de disco con un radio de disco determinado y la velocidad periférica a la salida del impulsor para diferentes flujos máscicos de aire. En éste se muestra que con un radio del disco fijo, para una mayor velocidad periférica a la salida del impulsor y conforme es mayor el flujo de aire que pasa a través del impulsor, la pérdida por fricción de disco aumenta.

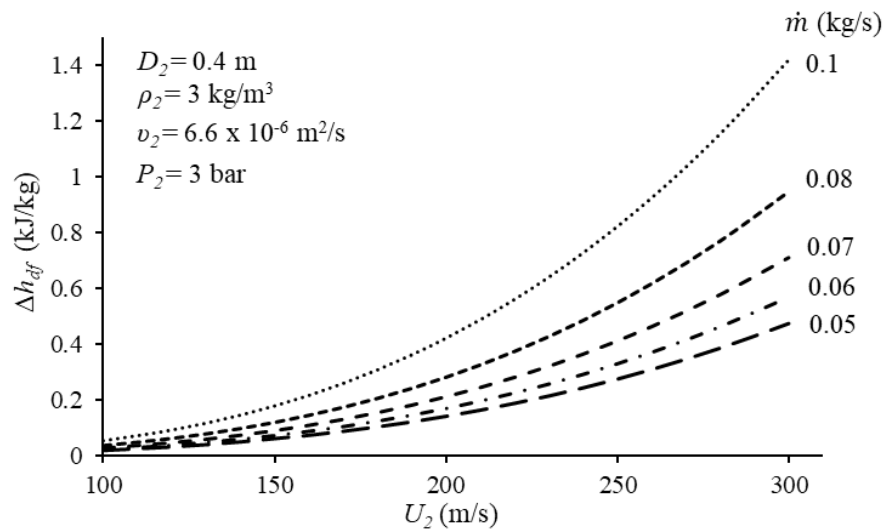


Figura 6.5 Pérdida por fricción de disco en función de la velocidad periférica a la salida del impulsor

### 6.3 Pérdida por recirculación

Esta pérdida está asociada con la recirculación de aire del difusor al impulsor y esta recirculación es causada por el aumento del ángulo de flujo en la salida, lo que hace que parte de la energía suministrada al fluido se pierda al regresar al impulsor. El modelo matemático de la pérdida por recirculación es



propuesto por Oh et al. (1999), quienes desarrollaron un modelo de pérdida de recirculación al poner más énfasis en la distribución del ángulo de flujo. Para conectar la distribución de pérdidas, emplearon una forma funcional hiperbólica.

$$\Delta h_{rc} = 8 \times 10^{-5} \sinh(3.5\alpha^3) D_f^2 U_2^2 \quad (6.3)$$

en donde el factor de difusión  $D_f$  es

$$D_f = 1 - \frac{W_2}{W_{1t}} + \frac{0.75\Delta h_{aero}}{U_2^2} \left[ \left( \frac{W_{1t}}{W_2} \right) \left[ \left( \frac{Z}{\pi} \right) \left( 1 - \frac{D_{1t}}{D_2} \right) + 2 \left( \frac{D_{1t}}{D_2} \right) \right] \right] \quad (6.4)$$

en donde  $\alpha$  es ángulo de flujo,  $D_f$  es el factor de difusión,  $Z$  es el número de álabes,  $W$  es la velocidad relativa y  $\Delta h_{aero}$  es la entalpía aerodinámica, que está dada por el trabajo de Euler (1.42).

El flujo asociado con la recirculación se ilustra en la Figura 6.6. Muestra como el fluido gira después de salir del impulsor y recircula de nuevo a la sección del impulsor. Esto ocurre fácilmente cuando el flujo sale del impulsor con un mayor ángulo de flujo con relación a la dirección meridional  $\varphi$ .

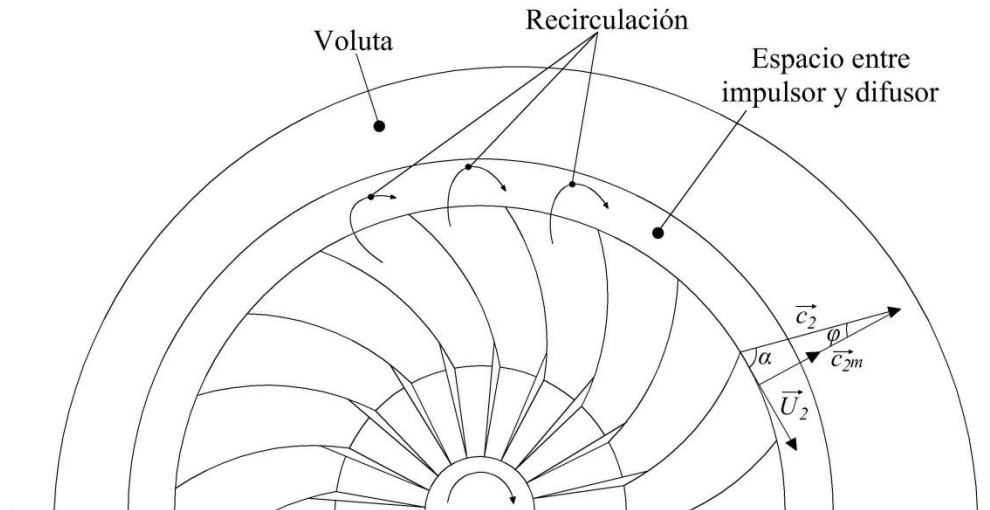


Figura 6.6. Pérdidas por recirculación en el difusor

En las Figuras 6.7 y 6.8 se muestra a la pérdida de energía por recirculación en función de la velocidad periférica a la salida del impulsor para características de diseño dadas. En ambas figuras se muestra que a mayor velocidad periférica a la salida del impulsor, las pérdidas por recirculación se incrementan. En la Figura 6.7 se muestra además a la pérdida por recirculación para distintas relaciones de las velocidades relativas del impulsor ( $W_{1t}/W_2$ ), a medida que aumenta esta relación, aumentan las pérdidas. A pesar de la disminución del factor de difusión, la velocidad periférica tiene mayor influencia en la pérdida de por recirculación.

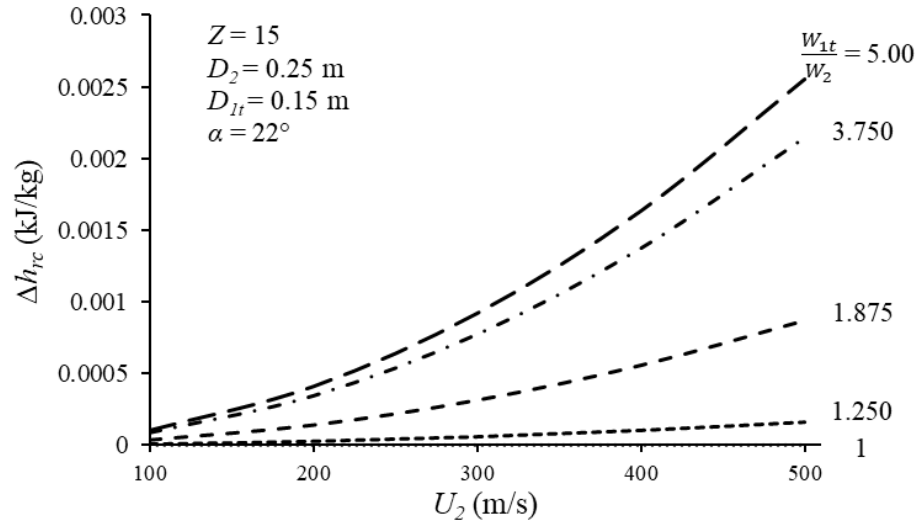


Figura 6.7 Pérdida por recirculación en función del número de la velocidad periférica a diferentes relaciones de velocidades relativas del impulsor ( $W_{1t}/W_2$ )

Por otro lado, la Figura 6.8 muestra que la pérdida por recirculación también aumenta a medida que el ángulo de flujo es mayor cuando la relación de velocidades relativas se mantiene constante.

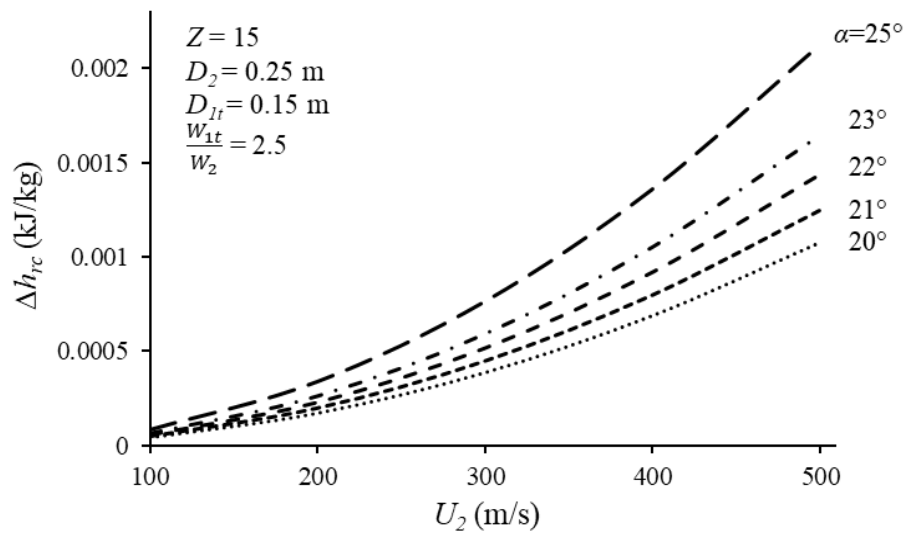


Figura 6.8 Pérdida por recirculación en función del número de la velocidad periférica a diferentes ángulos de flujo

## 6.4 Pérdida por fuga

Parte del flujo que sale del impulsor se filtra a través de los espacios de separación y sellos de laberinto a las regiones de presión más baja del compresor, lo que causa la pérdida de fugas. El modelo de Aungier (2000) se usa para predecir la pérdida de entalpía debida a fugas. Éste incluye la separación entre el disco y carcasa para el lado del disco, la separación entre el rotor con el lado de la cubierta para los impulsores cerrados y la separación entre los álabes y la carcasa para los impulsores abiertos. El flujo

en el espacio del disco se modela como un vórtice forzado. Esto da como resultado el siguiente modelo de pérdida:

$$\Delta h_{fk} = \frac{\rho_2 s U_2 1.332 \left[ r_2 c_{u2} - (r_1 c_{u1})_m \right]}{2 \bar{r} \bar{d}} \quad (6.5)$$

El subíndice  $m$  se refiere a la dirección meridional,  $s$  es la separación de brecha. Los promedios aritméticos del radio del impulsor  $\bar{r}$  y de la altura del álabe  $\bar{d}$  (ver Figura 1.15), son:

$$\bar{r} = \frac{r_1 + r_2}{2} \quad (6.6)$$

$$\bar{d} = \frac{d_1 + d_2}{2} \quad (6.7)$$

La Figura 6.9 muestra a la pérdida por fuga en función de la velocidad de giro, para unas características de diseño dadas. Se muestra que al igual que la pérdida por espaciamento, el tamaño de holgura afecta directamente a las pérdidas de energía por fuga, requiriendo el tamaño de holgura sea el menor posible. Del mismo modo, esta pérdida aumenta a mayor velocidad periférica a la salida del impulsor.

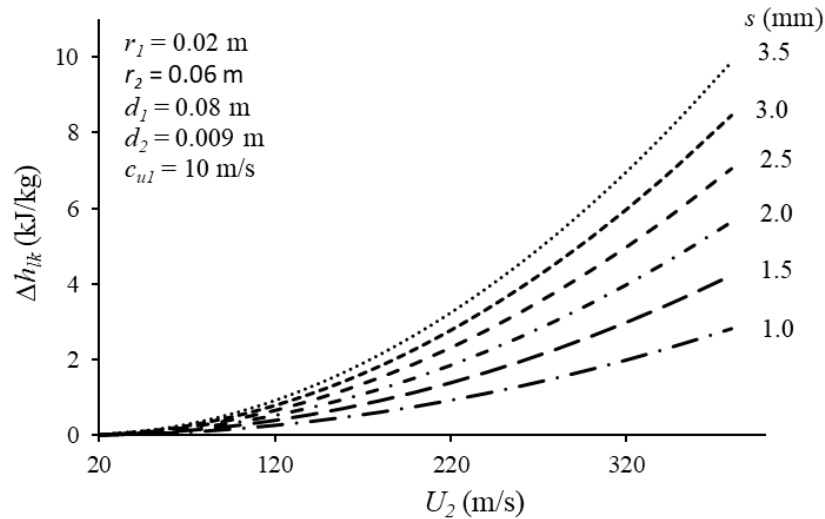


Figura 6.9. Pérdida por fuga en función de la velocidad periférica a la salida del impulsor

## 6.5 Pérdida por incidencia

La pérdida de incidencia se produce cuando el ángulo de la velocidad relativa del flujo que ingresa al impulsor se desvía del ángulo real de entrada de la hoja del álabe. Esto significa que el fluido tiene un cambio inmediato de dirección que resulta en una pérdida significativa de energía. Cuanto más cerca esté el ángulo del álabe al ángulo de velocidad relativa del flujo en la succión, mayor será la transferencia de energía y menor será la pérdida. En los primeros diseños de impulsores, los álbes

estaban formados por elementos de línea recta no necesariamente alineados para representar el flujo relativo en la entrada. Esto dio como resultado pérdidas muy altas y, con el tiempo, condujo a diseños que cambiaban a álabes curvados en la dirección del flujo de entrada (flujo relativo) para controlar los niveles de incidencia.

El modelo empleado para evaluar esta pérdida de energía es el propuesto por Conrad et al. (1979), quienes obtienen los resultados más precisos para la pérdida de energía por incidencia. Según Conrad y colaboradores, el cambio en el momento debido al grosor del álabe y la deflexión en la dirección de los álabes dan como resultado la pérdida de energía. El modelo para evaluarlo es el siguiente

$$\Delta h_{inc} = f_{inc} \frac{W_{ult}^2}{2} \quad (6.8)$$

Donde  $\Delta h_{inc}$  es la pérdida de entalpía y  $f_{inc}$  es el coeficiente de pérdidas de energía, y se debe determinar experimentalmente, en el caso donde las correlaciones experimentales no están disponibles, Conrad y colaboradores sugieren un valor de 0.5 a 0.7.  $W_{ult}$  es la componente tangencial de la velocidad relativa en la punta de la entrada del impulsor.

Cuando ocurre la separación de flujo en la hoja del álabe, se obtiene los fenómenos de pérdida de energía por incidencia. La Figura 6.10 muestra la incidencia positiva y negativa en que el flujo puede ingresar al inductor. Debido a que en la incidencia positiva, las velocidades absoluta  $c$  y  $W$  son menores, se obtiene una disminución de flujo y por lo tanto de energía. De esta manera, la incidencia negativa es la incidencia deseada.

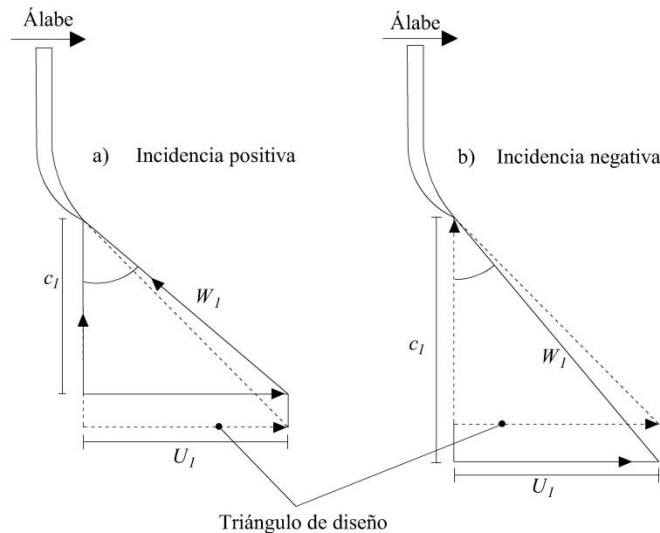


Figura 6.10. Triángulo de velocidades en la entrada del inductor con incidencias positiva y negativa. Los triángulos de diseño se muestran con líneas punteadas

La ecuación (6.8) muestra, que la componente periférica de la velocidad relativa del fluido en la punta del álabe a la entrada del impulsor está directamente relacionada con la pérdida de energía por incidencia. En la Figura 6.11 se muestra a la pérdida por incidencia en función del coeficiente de pérdida de energía en donde Conrad y colaboradores sugieren un valor entre 0.5 y 0.7. Se muestra que con un

valor mayor del coeficiente de pérdida, mayor es la pérdida de energía, al igual que si la componente periférica de la velocidad relativa del fluido en la punta del álabe en la entrada del impulsor es mayor.

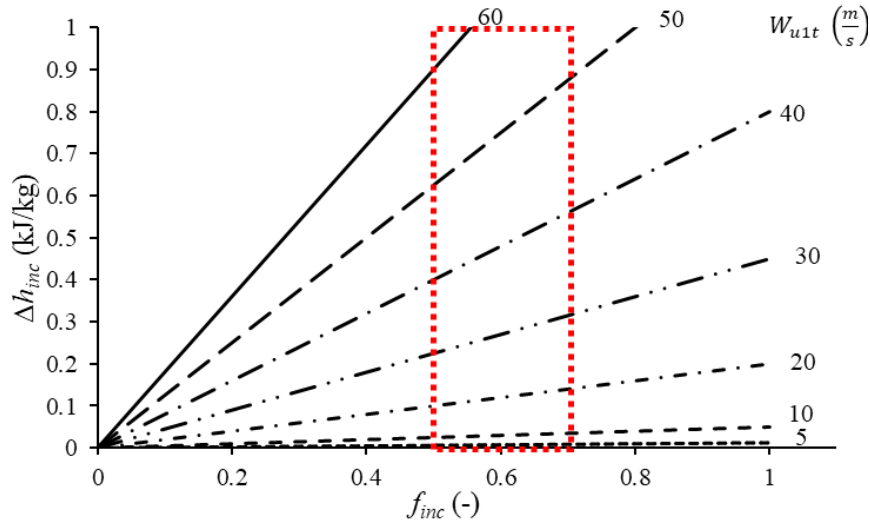


Figura 6.11. Pérdida por incidencia en función del coeficiente de pérdida de energía

En el caso de los turbocargadores la componente periférica de la velocidad meridional en la punta del álabe alcanza valores hasta de 50 m/s cuando se trata de una etapa, cuando se tiene más de una etapa de compresión la velocidad puede ser hasta más de 200 m/s.

## 6.6 Pérdida por carga en el álabe

Esta pérdida se desarrolla debido a los gradientes de velocidad negativos en la capa límite y la recirculación del flujo en el impulsor, como se muestra en la Figura 6.12. La desaceleración del flujo aumenta la capa límite, lo que lleva a la separación del flujo que puede llevar a un evento de bloqueo. Esta pérdida se determina por la ecuación (6.9) dada por Coppage et al. (1956)

$$\Delta h_{bld} = 0.05 D_f^2 U_2^2 \quad (6.9)$$

La pérdida de carga de álabe es función del cuadrado del factor de difusión  $D_f$ , y el cuadrado de la velocidad tangencial del impulsor  $U$ .  $D_f$  proporciona una medida cuantitativa de la difusión total (desaceleración del flujo) en el paso del impulsor y  $U$  es la velocidad tangencial o la velocidad circunferencial en la salida del impulsor.  $D_f$  se puede determinar por la siguiente expresión

$$D_f = \left(1 - \frac{W_2}{W_{1r}}\right) + \frac{0.75 \Delta h_{aero}}{U_2^2} \left[ \left(\frac{W_{1r}}{W_2}\right) \left[ \left(\frac{Z}{\pi}\right) \left(1 - \frac{D_{1r}}{D_2}\right) + 2 \left(\frac{D_{1r}}{D_2}\right) \right] \right] \quad (6.4)$$

La primera parte de la ecuación (6.4) está relacionada con la difusión del flujo en forma de una disminución de su velocidad promedio entre el paso de los álabes. La segunda parte está relacionada con la distribución de carga en la hoja del álabe. Esto causa normalmente un aumento de la velocidad de flujo en la superficie de la hoja del álabe en la entrada del impulsor. Por lo tanto, el factor de difusión es una función de la desaceleración unidimensional y del giro del impulsor.

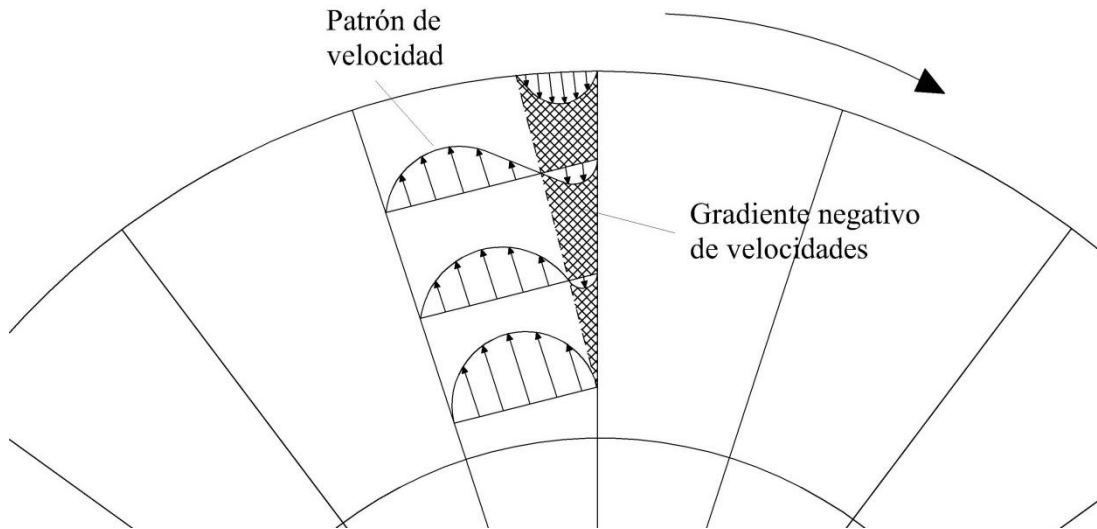


Figura 6.12. Gradiente de velocidades que genera la pérdida por carga en el álabe.

En la Figura 6.13 se muestra a la pérdida por carga en el álabe en función de la velocidad periférica a diferentes relaciones de velocidad relativas en el impulsor ( $W_{1t}/W_2$ ). Mostrando que a mayor velocidad periférica del fluido a la salida del impulsor, las pérdidas por carga en el álabe aumenta. Po otro lado, también se muestra que a mayor relación de velocidades relativas ( $W_{1t}/W_2$ ), las pérdidas por carga en el álabe también aumentan debido a que se presenta un mayor coeficiente de difusión.

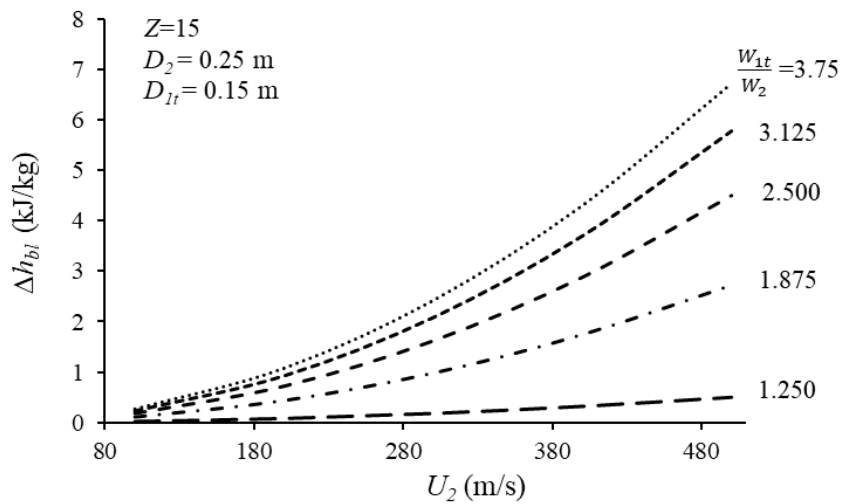


Figura 6.13. Pérdida por carga en el álabe en función de la velocidad periférica a la salida del impulsor

## 6.7 Pérdida por fricción superficial

Esta pérdida se debe a la acción de las fuerzas de corte en las paredes del impulsor debido a la fricción del fluido turbulento. Esta pérdida se obtiene considerando el flujo sobre una sección circular (basada en el enfoque de diámetro hidráulico equivalente), y su modelo se basa en las ecuaciones para determinar la pérdida de energía en tuberías. La pérdida de fricción superficial se evalúa mediante la ecuación (6.10) de acuerdo con Jansen (1970)

$$\Delta h_{sf} = 2C_f \frac{L_b}{D_{hyd}} \bar{W}^2 \quad (6.10)$$

donde  $\bar{W}$  es dado por Oh y colaboradores como la velocidad relativa media en el paso del impulsor,  $C_f$  es el coeficiente de fricción superficial,  $L_b$  es la longitud de flujo del impulsor y  $D_{hyd}$  es el diámetro hidráulico promedio del impulsor, que se define como la relación entre el área transversal del conducto o tubería y el perímetro mojado, multiplicado por cuatro. La velocidad relativa media se evalúa con la siguiente expresión

$$\bar{W} = \frac{c_{1s} + c_2 + W_{1s} + 2W_{1h} + 3W_2}{8} \quad (6.11)$$

Dependiendo del número de Reynolds, el coeficiente de fricción superficial es

$$C_f = 0.0622 \text{ Re}^{-0.2} \quad (\text{Re} \geq 3 \times 10^5)$$

$$C_f = 2.67 \text{ Re}^{-0.5} \quad (\text{Re} \leq 3 \times 10^5)$$

$$\text{Re} = \frac{W_{avg} D_{hyd}}{\nu}$$

donde  $W_{avg}$  es la velocidad relativa cuadrática, y se determina con la siguiente expresión

$$W_{avg} = \left[ \frac{1}{2} (W_1^2 - W_2^2) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.12)$$

En la Figura 6.14 se muestra a la pérdida por fricción superficial en función de la velocidad relativa media. En ésta se muestra que la pérdida por fricción superficial es mayor para velocidades relativas medias mayores; además, si el coeficiente de fricción aumenta, las pérdidas por fricción superficial son aún mayores.

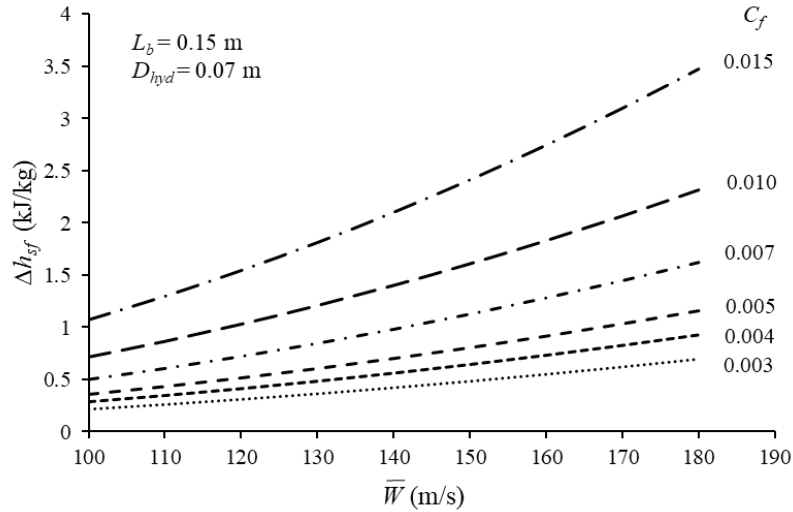


Figura 6.14. Pérdida por fricción superficial en función de la velocidad relativa media

## 6.8 Pérdida en el difusor sin álabes

Esta pérdida se experimenta en el espacio del difusor como resultado de la fricción y el ángulo absoluto del flujo. La pérdida del difusor sin álabes se evalúa por la correlación propuesta por Stanitz (1952), y se expresa de la siguiente manera

$$\Delta h_{vld} = c_p T_{02} \left[ \left( \frac{P_3}{P_{03}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \left( \frac{P_3}{P_{02}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \quad (6.13)$$

En la Figura 6.15 se muestra la pérdida en el difusor sin álabes en donde se tiene a la pérdida de energía en función de la relación de presiones del difusor. También se muestra que para unas condiciones de flujo dadas a la entrada del difusor, la pérdida de energía en el difusor aumenta conforme se alcanza una mayor relación de presiones en el difusor.

## 6.9 Pérdida en el difusor con álabes

Estas pérdidas se encuentran en los resultados experimentales realizados en difusores cónicos, y están en función de la carga en las hojas de los álabes y el espacio del difusor sin álabes; también se consideran el ángulo de incidencia y la fricción superficial de los álabes. Esta pérdida también se estima por la correlación propuesta por Stanitz (1952) que se muestra a continuación

$$\Delta h_{vld} = c_p T_{02} \left[ \left( \frac{P_4}{P_{04}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \left( \frac{P_4}{P_{03}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \quad (6.14)$$



el subíndice "4" se refiere a la descarga del difusor con álabes.

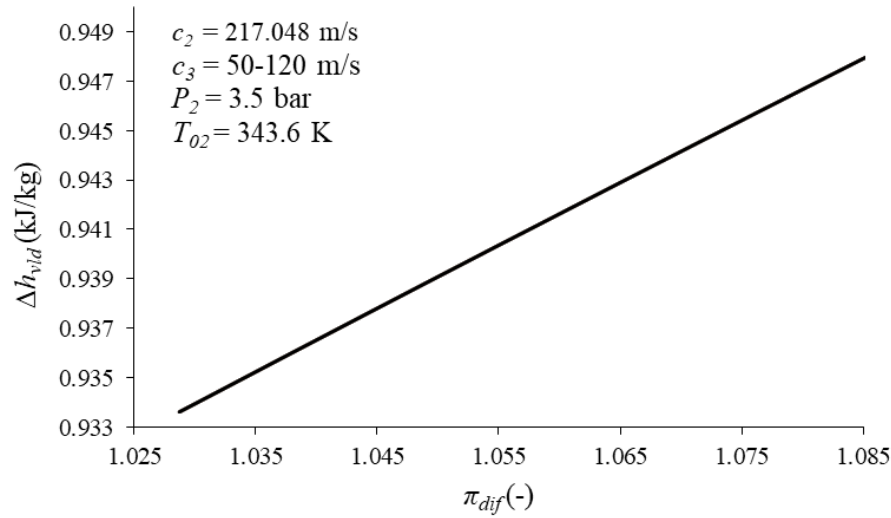


Figura 6.15. Pérdida de difusor sin álabes en función de la relación de presiones del difusor

La pérdida de energía en el difusor con álabes tiene la misma tendencia que en la Figura 6.15, con la diferencia de que la pérdida de energía está en función de la relación de presiones  $P_4/P_3$  en lugar de  $P_3/P_2$ .

## 6.10 Pérdida total de energía

Los mecanismos de pérdidas internas están asociadas con las pérdidas que emanan del flujo principal a través del compresor, éstos incluyen: la pérdida de incidencia en la entrada del impulsor, las tres principales pérdidas en el flujo a través del impulsor son la pérdida por carga en el álabe, la pérdida por fricción y la pérdida por espaciamento, y finalmente las pérdidas que ocurren en el difusor. Entonces, la pérdida interna total es:

$$\Delta h_{int} = \Delta h_{inc} + \Delta h_{bld} + \Delta h_{sf} + \Delta h_{cl} + \Delta h_{vld} + \Delta h_{vd} \quad (6.15)$$

En contraste, los mecanismos de pérdidas parásitas están asociadas con pérdidas que emanan de flujos menores o secundarios que se escapan del flujo principal a través del compresor. Las pérdidas parásitas incluyen la pérdida por fricción del disco, pérdida por recirculación y pérdida por fugas.

$$\Delta h_{par} = \Delta h_{rc} + \Delta h_{df} + \Delta h_{lk} \quad (6.16)$$

Además de las pérdidas internas en el compresor, las pérdidas parásitas dan lugar a un aumento en la entalpía de estancamiento de la distribución del impulsor sin ningún cambio correspondiente en la presión. Esto significa que la eficiencia del compresor se reduce sin ningún efecto sobre la relación de presiones.

### 6.10.1 Trabajo de compresión

El trabajo de compresión, es el resultado de la energía aerodinámica transferida al flujo y las contribuciones de pérdidas de energía parásitas, es decir

$$\tau_c = \tau_{c,euler} + \Delta h_{par} \quad (6.17)$$

La entalpía aerodinámica es igual al trabajo de compresión de Euler, descrito en la ecuación (1.15). Y el trabajo de compresión isoentrópica es la diferencia entre el trabajo de Euler y las pérdidas internas

$$\tau_{cs} = \tau_{c,euler} - \Delta h_{int} \quad (6.18)$$

## Capítulo 7

# 7. Caso de estudio

### 7.1 Equipo de estudio

En este capítulo se presenta la evaluación de las irreversibilidades a un turbocargador centrífugo marca Holset modelo HT3B, utilizando la teoría desarrollada en los capítulos anteriores. Este equipo se utiliza para incrementar la potencia de motores de combustión interna a partir de la sobrealimentación, aumentando la relación aire/combustible del motor (Sección 1.2.1).

El turbocompresor HOLSET HT3B se compone por un compresor centrífugo y una turbina radial, ambos dispositivos se encuentran acoplados a un eje común. Perpendicular a éste se encuentra el ducto de lubricación para evitar la fatiga y el sobrecalentamiento del eje (ver Figura 7.1).



*Figura 7.1. Turbocompresor HOLSET HT3B*

Los compresores Holset HT3B se emplean en motores diésel para maquinaria de rango pesado (transporte marino, transporte de carga, máquinas de construcción y generación de potencia), con el objetivo de elevar la potencia del motor y disminuir la producción de partículas contaminantes. La

potencia máxima que alcanzan este tipo de dispositivos es aproximadamente de 1.1 MW. La Figura 7.2 muestra el mapa de operación modificado del compresor centrífugo Holset HT3B a condiciones de operación de 25°C y 1 atm. El mapa de operación es proporcionado por el fabricante y muestra que el compresor opera a velocidades de giro que van desde 56,400 rpm hasta 154,200 rpm, con flujos máscicos que van desde 0.02 hasta 0.17 kg/s y con isoeficiencias de compresión isoentrópicas de 65%, 70% y 74%. La relación de presiones máxima para estas condiciones de operación es de 3.05 para una velocidad de giro de 154,200 rpm con un flujo de 0.112 kg/s.

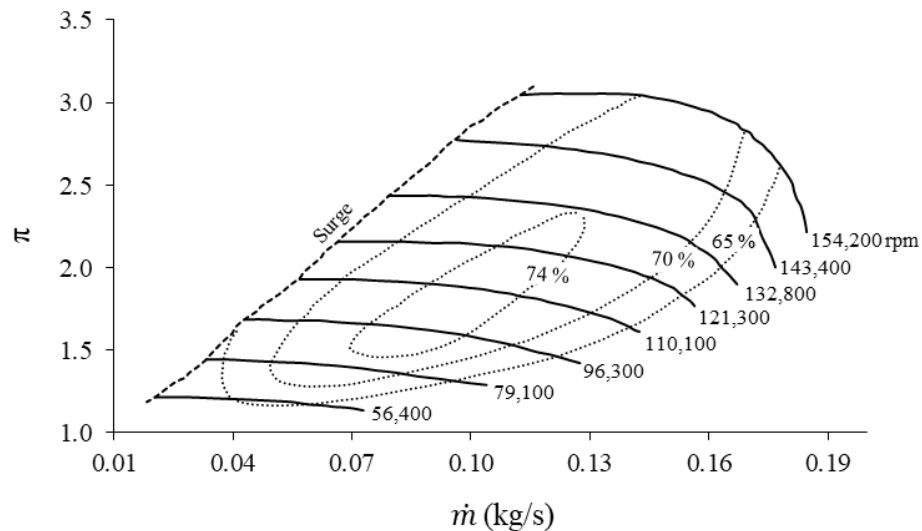


Figura 7.2. Mapa de operación, Holset HT3B (Modificado: a 15 °C y 1 atm)

En el Laboratorio de Procesos Termodinámicos T-041 del departamento de Ingeniería de Procesos e Hidráulica (IPH) de la Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Iztapalapa, se cuenta con un banco de pruebas de un turbocargador HOLSET HT3B instalado e instrumentado por el MIQ Alejandro Torres Aldaco (Figura 7.3).



Figura 7.3 Banco de pruebas. Turbocompresor centrífugo HOLSET HT3B (Torres A. et al. 2012).

Actualmente el banco de pruebas se está innovando para que opere a una velocidad de giro de 25,000 rpm, ya que sólo opera 18,000 rpm. El compresor centrífugo se encuentra acoplado a un motor eléctrico monofásico cerrado (Figura 7.4) en lugar de una turbina de gas por cuestiones de viabilidad. El motor

eléctrico permite controlar con mayor precisión la velocidad de giro y resulta más práctico para accionarlo. En la Figura 7.5 se muestra la instalación del turbocargador, el cual se encuentra instrumentado con distintos sensores a la entrada y a la salida para medir directamente las variables dinámicas y termodinámicas del fluido de trabajo.



Figura 7.4. Motor eléctrico CRAFTSMAN

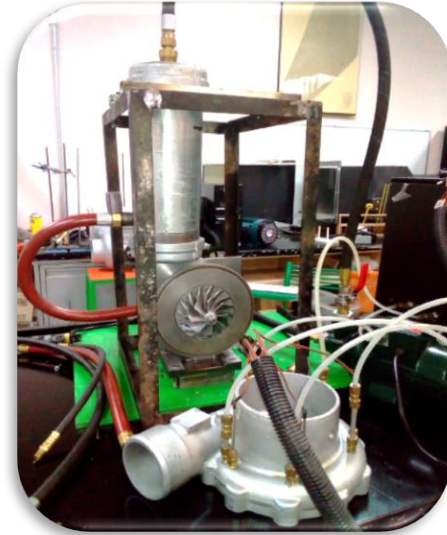


Figura 7.5. Banco de pruebas en modificación

Con el compresor centrífugo del banco de pruebas se obtiene la información de los parámetros geométricos que se utilizan para evaluar las pérdidas de energía en el compresor y las velocidades teóricas del aire. Además, se toma la información que se encuentra disponible en el mapa de operación, como son la relación de presiones, el flujo másico y la velocidad de giro. El estudio teórico se realiza a bajas velocidades de giro, que de acuerdo a la teoría consultada, es en donde ocurre de manera importante la transferencia de calor del depósito caliente (turbina y motor de combustión interna) hacia el compresor. Por lo tanto, se consideran diferentes temperaturas de descarga del compresor  $T_3$  para una temperatura de depósito caliente  $T_c$  dada.

## 7.2 Parámetros geométricos

A continuación se presentan los parámetros geométricos del turbocompresor centrífugo Holset HT3B para realizar el estudio. La información adquirida se obtiene a partir de mediciones directas al equipo. En la Figura 7.6 se muestran las partes internas del impulsor centrífugo, en donde se muestra a) la cubierta del impulsor y b) el impulsor centrífugo. El impulsor consta de dieciséis álabes ( $Z = 16$ ) curvados hacia atrás con un ángulo de salida de  $29^\circ$  ( $\beta_2 = 29^\circ$ ). Por otro lado, la voluta no cuenta con álabes difusores.

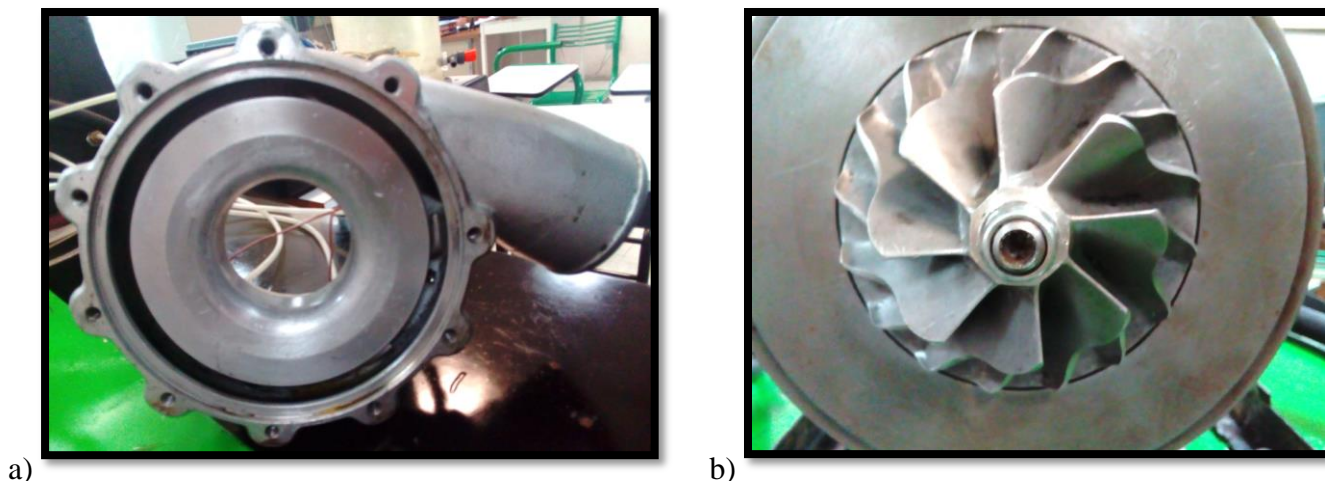


Figura 7.6. a) cubierta interna del impulsor centrífugo y b) impulsor centrífugo

En la Figura 7.7 se muestran las dimensiones de los diámetros principales del impulsor con que está fabricado el compresor centrífugo HT3B. Estos son  $D_2 = 110$  mm,  $D_{1t} = 73$  mm,  $D_h = 23$  mm,  $d_2 = 9.3$  mm y  $k_h = 39.5$  mm. Por otro lado, el diámetro interno de la cubierta en la succión es  $D_s = 76.2$  mm.

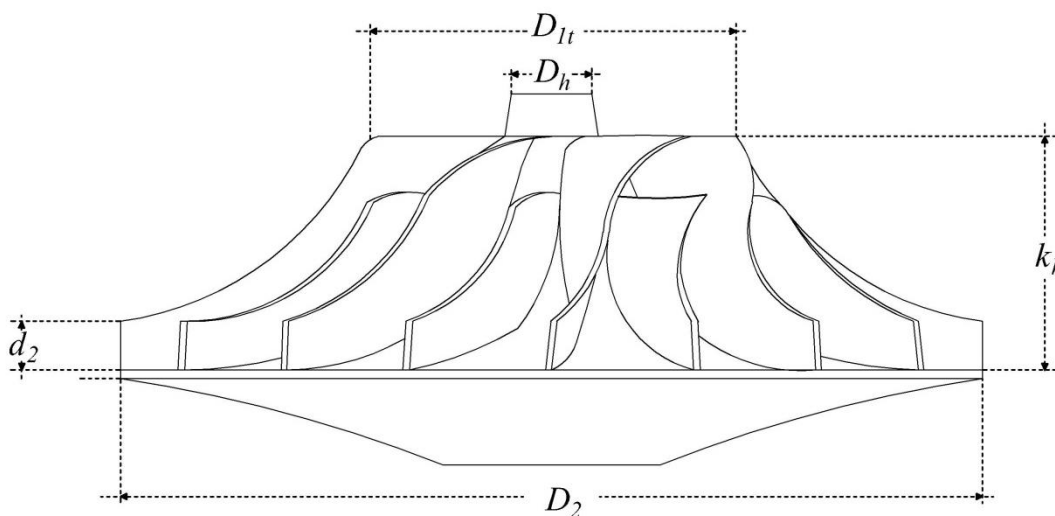


Figura 7.7. Dimensiones del impulsor centrífugo

## 7.3 Metodología

### 7.3.1 Condiciones de operación

La siguiente metodología se trabaja con base a la información disponible en el mapa de operación de la Figura 7.2, del cual se toma información referente a la velocidad de giro  $N$ , la relación de presiones  $\pi$  y del flujo másico  $\dot{m}$ . Las condiciones de succión son  $T_1 = 288.15$  K y  $P_1 = 1$  atm. La temperatura del estado muerto es de  $T_0 = 273.15$  K y de acuerdo a la experiencia obtenida, la temperatura del depósito caliente se considera de  $T_c = 800$  K.



### 7.3.2 Consideraciones del flujo

La función del compresor centrífugo es suministrar aire comprimido a un motor de combustión interna (sección 1.2.1). El aire se considera como un gas perfecto y tiene las siguientes características:

- Exponente adiabático,  $\gamma = 1.4$
- Capacidades caloríficas constantes;  $c_p = 1.003 \text{ kJ/kgK}$ ,  $c_v = 0.7163 \text{ kJ/kgK}$
- Constante del aire,  $R = 0.2867 \text{ kJ/kgK}$

### 7.3.3 Estados termodinámicos

En la Figura 7.8 se muestran los estados termodinámicos más relevantes del compresor centrífugo. El estado 1 es en la entrada del compresor centrífugo, el estado 2 es a la salida del impulsor y el estado 3 es a la salida de la voluta del difusor. En la Tabla 7.1 se describen los modelos para realizar los cálculos de cada estado, incluyendo los estados de estancamiento 01, 02, 03s y 03.

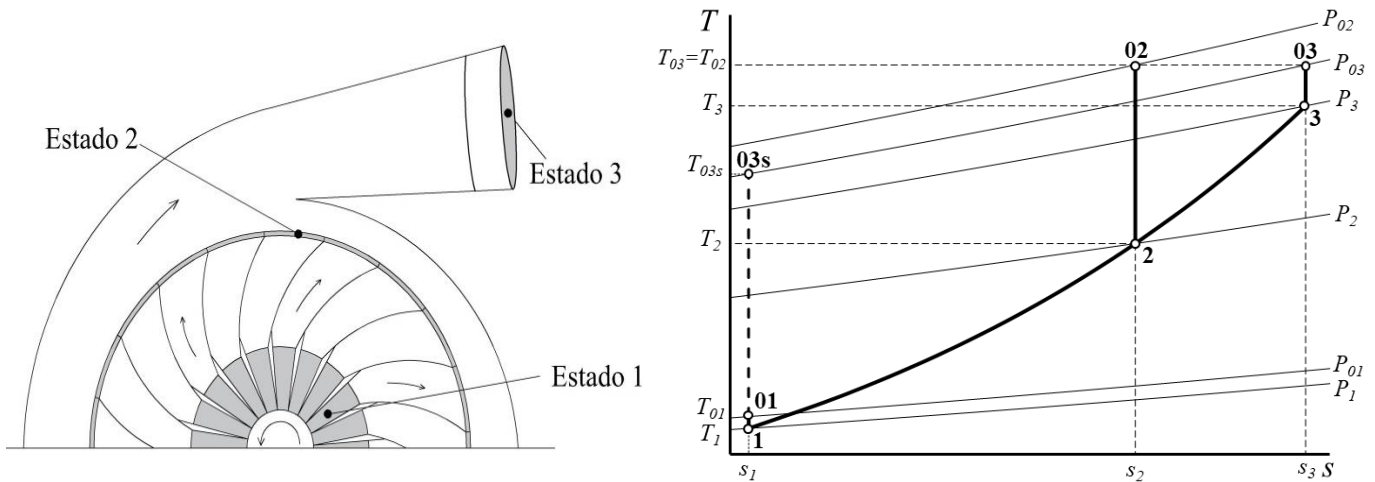


Figura 7.8. Estados termodinámicos del compresor centrífugo

Tabla 7.1. Estados termodinámicos

<b>Estado 1</b>			
La temperatura $T_1$ y presión $P_1$ son las condiciones de succión, se consideran igual a la temperatura y presión ambiente $T_{amb}$ , $P_{amb}$ .		$h_1 = c_p T_1$	$\rho_1 = \frac{P_1}{RT_1}$
<b>Estado 01</b>			
$T_{01} = T_1 \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right)$	$P_{01} = P_1 \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$	$h_{01} = c_p T_{01}$	$M_1 = \frac{c_1}{\sqrt{\gamma RT_1}}$

**Estado 3**

La temperatura  $T_3$  es una variable y la velocidad de fluido  $c_3$  se obtiene mediante

$$c_3 = \frac{\dot{m}}{\rho_3 A_{des}}$$

$$P_3 = P_1 \pi$$

$$h_3 = c_p T_3$$

$$M_3 = \frac{c_3}{\sqrt{\gamma R T_3}}$$

**Estado 03**

$$T_{03} = T_3 \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_3^2 \right)$$

$$h_{03} = c_p T_{03}$$

$$P_{03} = P_3 \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_3^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

**Estado 02**

*Factor de deslizamiento (1.44)*

$$\sigma = (1 - f\alpha) \left[ 1 - \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^{\left( \frac{z}{\cos(90-\beta_2)} \right)^{0.85}} \right]$$

$$\alpha = \frac{\text{sen} \left[ \frac{180}{Z} \cos(90 - \beta_2) \right]}{1 + \text{sen} \left[ \frac{180}{Z} \cos(90 - \beta_2) \right]}$$

$$f = f_{0(z)} + A_{(z)} \exp \left( \frac{90 - \beta_2}{B_{(z)}} \right)$$

$$f_{0(z)} = 0.833 + 0.21 \exp \left( \frac{-Z^3}{32.3} \right)$$

$$A_{(z)} = 0.024 \left[ 1 - \exp \left( \frac{-Z^{4.1}}{336} \right) \right]$$

$$B_{(z)} = 24.2 \left( 1 - \exp \left( \frac{-Z^{1.31}}{3.04} \right) \right)$$

*Velocidad periférica*

$$U_2 = \pi D_2 N / 60$$

*Componente periférica de la velocidad absoluta (1.43)*

$$c_{u2} = \sigma U_2$$

*Componente periférica de la velocidad relativa*

$$W_{u2} = U_2 - c_{u2}$$

La velocidad de flujo a la salida del impulsor se obtiene del triángulo de velocidades que se muestra en la Figura

7.9

$$c_2 = \sqrt{(\tan^2 \beta_2) W_{u2}^2 + c_{u2}^2}$$

$$h_{02} = h_{03}$$

$$T_{02} = \frac{h_{02}}{c_p}$$

$$P_{02} = P_2 \left( \frac{T_{02}}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

**Estado 2**

$$h_2 = h_{02} - \frac{1}{2} c_2^2$$

$$T_2 = \frac{h_2}{c_p}$$

$$P_2 = P_3 \left( \frac{T_2}{T_3} \right)^{\frac{n}{n-1}}$$

**Estado 03s**

$$T_{03s} = T_{01} \left( \frac{P_{03}}{P_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$h_{03s} = c_p T_{03s}$$



Los triángulos de velocidades del impulsor se muestran en la Figura 7.9. Las velocidades están en función de la velocidad de giro del compresor, del ángulo del álabe y del flujo másico.

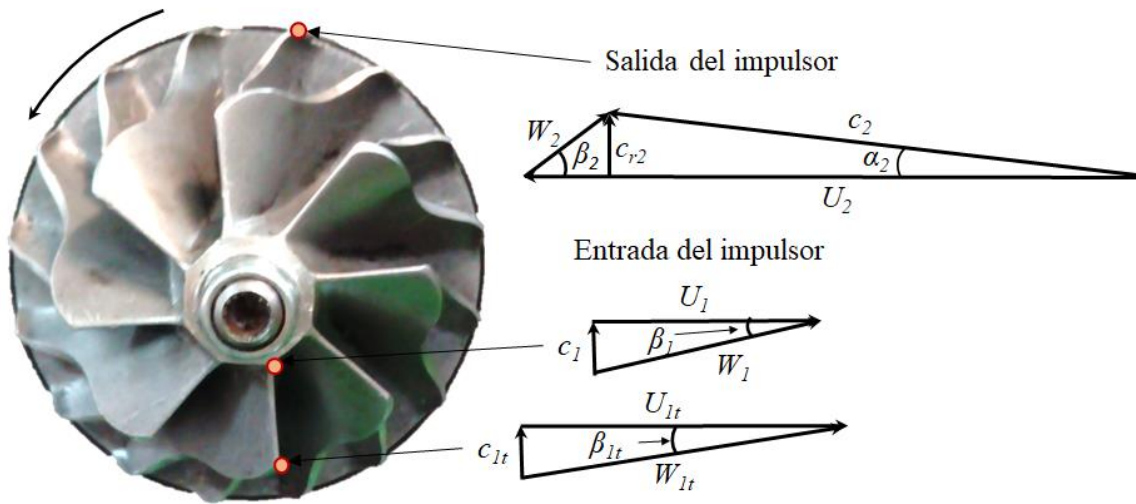


Figura 7.9. Triángulos de velocidades en el impulsor

### 7.3.4 Evaluación de pérdidas de energía

Las correlaciones de pérdidas de energía del capítulo 6, se obtienen a partir de parámetros de diseño, de los triángulos de velocidades, parámetros termodinámicos y de propiedades físicas del aire. Su cuantificación alude a las pérdidas de energía en un proceso adiabático de compresión. Los modelos de pérdidas se muestran en la Tabla 7.2.

Tabla 7.2. Modelos de pérdidas de energía

Pérdida			
Espaciamiento (6.1)	Fricción en el disco (6.2)	Recirculación (6.3)	
$\Delta h_{cl} = 2 \frac{s}{d_2} \left( \frac{r_h + r_s}{2r_2} - 0.275 \right) U_2^2$	$\Delta h_{df} = \frac{0.01356 \rho_2 U_2^3 D_2^2}{\dot{m} \text{Re}^{0.2}}$ $\text{Re}_{df} = \frac{U_2 r_2}{\nu_2}$	$\Delta h_{rc} = 8 \times 10^{-5} \sinh(3.5 \alpha_2^3) D_f^2 U_2^2$	
		<p>Coeficiente de difusión (6.4)</p> $D_f = 1 - \frac{W_2}{W_{1t}} + \frac{\frac{0.75 \Delta h_{aero}}{U_2^2}}{\left( \frac{W_{1t}}{W_2} \right) \left[ \left( \frac{Z}{\pi} \right) \left( 1 - \frac{D_{1t}}{D_2} \right) + 2 \left( \frac{D_{1t}}{D_2} \right) \right]}$	
Fuga (6.5)	Incidencia (6.8)	Carga en el álabe (6.9)	En el difusor sin álabe (6.13)

$$\Delta h_{lk} = \frac{\rho_2 s U_2 1.332 \left[ r_2 c_{u2} - (r_1 c_{u1})_m \right]}{2 \bar{r} \bar{d}} \quad \Delta h_{inc} = f_{inc} \frac{W_{ut}^2}{2} \quad \Delta h_{bld} = 0.05 D_f^2 U_2^2 \quad \Delta h_{vld} = c_p T_{02} \left[ \left( \frac{P_3}{P_{03}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \left( \frac{P_3}{P_{02}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]$$

$$\bar{r} = \frac{r_1 + r_2}{2}, \quad \bar{d} = \frac{d_1 + d_2}{2}$$

Fricción superficial (6.10)

$$\Delta h_{sf} = 2 C_f \frac{L_b}{D_{hyd}} \bar{W}^2$$

$$C_f = 2.67 \text{Re}^{-0.5} \quad (\text{Re} \leq 3 \times 10^5)$$

$$\text{Re} = \frac{W_{avg} D_{hyd}}{\nu}$$

la velocidad relativa media es (6.11)

$$\bar{W} = \frac{C_{1s} + C_2 + W_{1s} + 2W_{1h} + 3W_2}{8}$$

La velocidad relativa promedio (6.12)

$$W_{avg} = \left[ \frac{1}{2} (W_1^2 - W_2^2) \right]^{\frac{1}{2}}$$

El coeficiente de fricción se obtiene en función del número de Reynolds

$$C_f = 0.0622 \text{Re}^{-0.2} \quad (\text{Re} \geq 3 \times 10^5)$$

### 7.3.5 Parámetros de operación y de desempeño termodinámico

En la Tabla 7.3 se presentan los parámetros necesarios para evaluar el desempeño energético y exergético del compresor centrífugo.

Tabla 7.3. Parámetros de operación y de desempeño termodinámico

Parámetro		
Pérdidas internas (6.15) $\Delta h_{int} = \Delta h_{inc} + \Delta h_{bl} + \Delta h_{sf} + \Delta h_{cl}$	Pérdidas parásitas (6.16) $\Delta h_{par} = \Delta h_{rc} + \Delta h_{df} + \Delta h_{lk}$	Trabajo de Euler (1.42) $\tau_{c,euler} = U_2 c_{u2}$
Trabajo de compresión (6.17) $\tau_c = \tau_{c,euler} + \Delta h_{par}$	Calor suministrado (3.21) $q_{sum} = \Delta h_0 - \tau_c$	Relación de transferencia de energía modificada (3.27) $K' = -\frac{q_{sum}}{\tau_c}$
Exponente politrópico (2.10) $n = \frac{1}{\ln \left( \frac{T_3}{T_1} \right) - \frac{1}{\ln \left( \frac{P_3}{P_1} \right)}}$	Relación de presiones total. (1.41) $\pi = \frac{P_3}{P_1}$	Eficiencia politrópica aparente (3.25) $\eta_{pic^*} = \frac{n}{n-1} \frac{\gamma-1}{\gamma}$

Eficiencia politrópica real (3.34)	Relación dinámica de flujo (3.30)	Calor de recalentamiento (4.33)
$\eta_{pic} = \frac{\eta_{pic*}(1-K')}{1-\chi + \eta_{pic*}\chi}$	$\chi = \frac{(c_3^2 - c_1^2)}{\frac{2n}{n-1} RT_1 \left( \pi^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) + (c_3^2 - c_1^2)}$	$q_{rec} = c_n (T_{03} - T_{01})$ $c_n = c_p \left[ 1 - \left( 1 - \frac{K'}{\eta_{pic}} \right) \frac{\eta_{pic}}{(1-K')} \right]$
Trabajo sin fricción (4.34)	Recalentamiento por fricción (4.35)	
$\tau_{sin\ friccion} = c_p T_{01} \left[ \frac{\eta_{pic}}{1-K'} \left( \frac{T_{03}}{T_{01}} - 1 \right) - \left( \frac{T_{03s}}{T_{01}} - 1 \right) \right]$	$r = c_p T_{01} \left[ \left( \frac{1}{1-K'} \right) \left( \frac{T_{03}}{T_{01}} - 1 \right) - \left( \frac{T_{03s}}{T_{01}} - 1 \right) \right]$	
Exergía de compresión (5.21)	Exergía térmica (5.10)	Eficiencia exergética (5.26)
$\Delta \mathcal{E} = \tau_c + \mathcal{E}_c^q - i$	$\mathcal{E}_c^q = q_{sum} \left( 1 - \frac{T_0}{T_c} \right)$	$\eta_{ex} = \frac{\Delta \mathcal{E}}{\tau_c + \mathcal{E}_c^q}$
Irreversibilidad (4.36)		
$i = T_0 \left\{ c_p \left[ \ln \left( \pi^{\frac{n-1}{n}} \right) + \frac{K'}{1-K'} \left( \frac{T_{03} - T_{01}}{T_c} \right) \right] - R \ln(\pi) \right\}$		

### 7.3.6 Proceso de compresión adiabático

En la Tabla 7.4 se presentan los estados termodinámicos del proceso de compresión adiabático, el cual es un caso hipotético del proceso. Estos estados se obtienen a partir del proceso diabático y del valor del calor suministrado. También se calcula el estado termodinámico E, determinado por el trabajo de Euler. Estos estados termodinámicos se muestran en la Figura 7.9, en el cual se hace la distinción del proceso de compresión diabático y adiabático.

Tabla 7.4. Estados termodinámicos del proceso adiabático de compresión

<b>Estado 03a</b>		<b>Estado 3a</b>	
$h_{03a} = h_{01} + (\Delta h_0 - q_{sum})$	$T_{03a} = \frac{h_{03a}}{c_p}$	$h_{3a} = h_{03a} - \frac{1}{2} c_3^2$	$T_{3a} = \frac{h_{3a}}{c_p}$
<b>Estado 02a</b>		<b>Estado 2a</b>	
$h_{02a} = h_{03a}$	$T_{02a} = \frac{h_{02a}}{c_p}$	$h_{2a} = h_{02a} - \frac{1}{2} c_2^2$	$T_{2a} = \frac{h_{2a}}{c_p}$
<b>Estado E</b>			
$P_E = P_{03}$	$h_E = h_{01} + \tau_{c,euler}$	$T_E = \frac{h_E}{c_p}$	

### 7.3.7 Irreversibilidades por pérdidas y por transferencia de calor

Al identificar los estados termodinámicos del proceso de compresión adiabático y del trabajo de Euler, se pueden determinar los cambios de entropía generados por los mecanismos de pérdidas y la transferencia de calor, y posteriormente, conocer la irreversibilidad de éstos. En la Tabla 7.5 se muestran los modelos para calcular los cambios de entropía y de irreversibilidad ocasionados por las pérdidas internas, las pérdidas parásitas y por la transferencia de calor.

Tabla 7.5. Cambios de entropía e irreversibilidades por mecanismos de pérdidas y transferencia de calor

<b>Cambio de entropía</b>		
<i>Pérdidas internas</i>	<i>Pérdidas parásitas</i>	<i>Calor suministrado</i>
$\Delta s_{\text{int}} = c_p \ln \left( \frac{T_E}{T_1} \right) - R \ln \left( \frac{P_{03}}{P_1} \right)$	$\Delta s_{\text{par}} = c_p \ln \left( \frac{T_{03a}}{T_E} \right)$	$\Delta s_q = \Delta s_{q,\text{aire}} - \frac{q_{\text{sum}}}{T_c}$ <p style="text-align: center;">en donde</p> $\Delta s_{q,\text{aire}} = c_p \ln \left( \frac{T_3}{T_{3a}} \right)$
<b>Irreversibilidad</b>		
<i>Interna</i>	<i>Parásita</i>	<i>Calor suministrado</i>
$i_{\text{int}} = T_0 \Delta s_{\text{int}}$	$i_{\text{par}} = T_0 \Delta s_{\text{par}}$	$i_q = T_0 \Delta s_{qT}$

La Figura 7.9 muestra el proceso de compresión adiabático (línea punteada) y el proceso de compresión diabático (línea de guion largo) en un diagrama  $T$ - $s$  para una relación de presiones dada. En este diagrama se considera que las condiciones de succión son las mismas para ambos procesos, pero no en las condiciones de descarga, siendo la diferencia de entalpía al final de los dos procesos el calor suministrado. Del este modo, se considera que el incremento de entropía debido al calor suministrado es del estado 3a al estado 3. El estado E representa la entalpía a la que el aire sería descargado considerando sólo el trabajo de Euler, el cual no considera las pérdidas de energía parásitas. Del mismo modo, el incremento de entropía por pérdidas internas se representan del estado 1 al estado E y por pérdidas parásitas del estado E a 3a. En este diagrama se considera al suministro de calor al final del proceso de compresión, lo que en la práctica no ocurre así, ya que el calor se puede transferir mediante los diferentes mecanismos transferencia de calor, en diferentes puntos del compresor centrífugo. Sin embargo, debido a las bajas relaciones de presiones para este caso de estudio, la estimación de los cambios de entropía por las pérdidas internas, las pérdidas parásitas y por la transferencia de calor no deben ser afectadas significativamente por la divergencia isobárica.

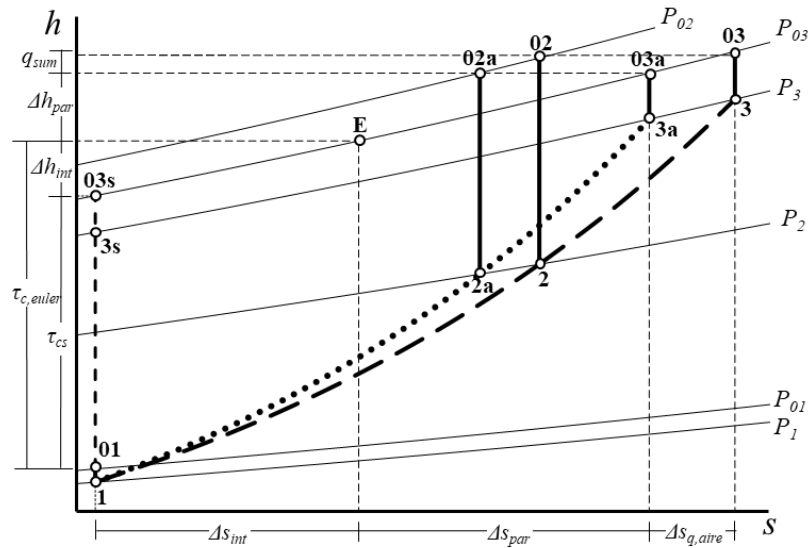


Figura 7.10. Proceso de compresión diabático (línea de guion largo) y proceso de compresión adiabático (línea punteada)

### 7.3.8 Puntos de operación a evaluar

En este estudio se aplica la metodología planteada en la sección anterior. La evaluación del proceso de compresión se realiza para una velocidad de giro relativamente baja, de alrededor del 30 y 40% de su capacidad máxima, debido a que la aplicación de este estudio tiene mayor relevancia cuando el compresor opera a bajas velocidades de giro, que es cuando ocurre una importante relación entre la transferencia de calor y la potencia suministrada al turbocompresor como lo menciona Casey y Fesich (2010).

Para poder comparar las pérdidas de energía y evaluar la irreversibilidad del proceso de compresión, se toman tres puntos de operación de estudio que se encuentren con la misma velocidad de giro. Estos puntos son: punto de operación en *zona estable*, en *zona de surge* y en *zona de stonewall*. En la Tabla 7.6 se presentan las presiones de descarga y los flujos máxicos para los puntos de operación de estudio, tomados del mapa de operación mostrado en la Figura 7.2 para una velocidad de giro de 56,400 rpm.

Tabla 7.6. Puntos de operación de estudio a 56,400 rpm.

Parámetro	56,400 rpm		
	Zona estable	Zona de surge	Zona de stonewall
$P_3$ (bar)	2.29	2.37	2.21
$\dot{m}$ (kg/s)	0.045	0.0204	0.073

También se evalúa la irreversibilidad del proceso de compresión a diferentes velocidades de giro utilizando la información de una prueba de desempeño de un compresor Holset HT3B a velocidades de giro de 48,963 rpm y de 64,770 rpm (Imgrum, 2017). En la Tabla 7.7 se presenta la información correspondiente de las condiciones con que opera el compresor en un punto estable, en un punto en la

zona de surge y en un punto en la zona de stonewall a velocidades de giro de 48,963 rpm y 64,770 rpm. Las condiciones de succión son de 1.01 bar y 288.15 K. La temperatura del depósito caliente se considera de 800 K y la temperatura del estado muerto de 273.15 K.

Tabla 7.7. Puntos de operación a 48,963 rpm y 64,770 rpm

Parámetro	Zona estable	Zona de surge	Zona de stonewall
48,963 rpm			
$P_3$ (bar)	1.723	1.76	1.486
$\dot{m}$ (kg/s)	0.345	0.191	0.502
64,770 rpm			
$P_3$ (bar)	2.33	2.44	1.922
$\dot{m}$ (kg/s)	0.5475	0.315	0.7

### 7.3.9. Análisis paramétrico

Para el estudio se realiza un análisis paramétrico variando  $K'$  de 0 a -1, a partir del cambio de temperatura de descarga  $T_3$ , para conocer la influencia que tiene el suministro de calor en las irreversibilidades. Después se realiza una variación de la temperatura del estado muerto  $T_0$  y de la temperatura del depósito caliente  $T_c$  para saber de qué manera influyen estos parámetros en la irreversibilidad del proceso de compresión.

## 7.4 Resultados

### 7.4.1 Condiciones de operación a 56,400 rpm

#### 7.4.1.1 Pérdidas de energía

La Figura 7.11 muestra el porcentaje de pérdidas en el proceso de compresión a 56,000 rpm en condiciones estables con  $K' = 0$ . En este caso se muestra que la mayor pérdida de energía se debe a la pérdida por difusión, que como se menciona en la sección 6.10, es una pérdida de la energía cinética del aire al pasar por el difusor convertirse en energía de presión. Las siguientes causas de pérdidas de energía significativas se deben a la fricción en el disco y por fuga, las cuales son pérdidas parásitas del compresor. La pérdida de energía total sin contar la pérdida de energía en el difusor es de 1.235 kW.

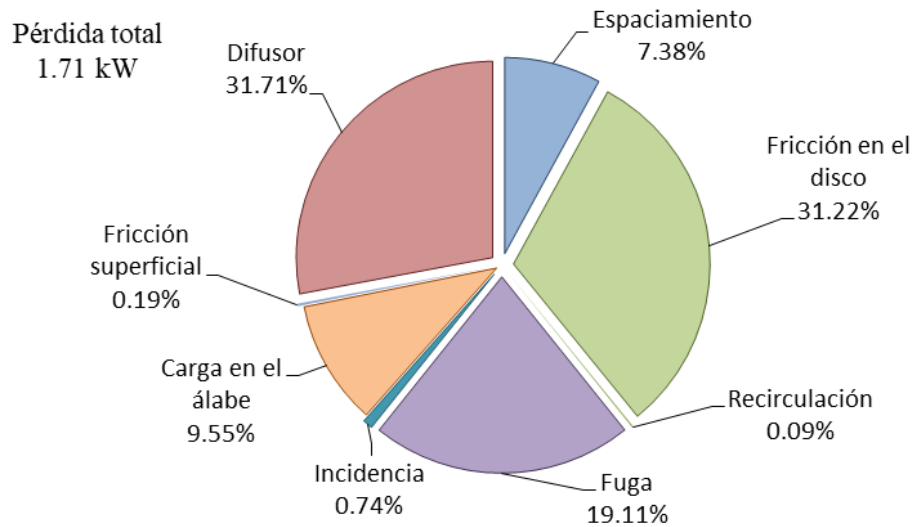


Figura 7.11. Porcentaje de pérdidas a 56,400 rpm en el punto de operación estable con  $K' = 0$

La Figura 7.12 muestra el recalentamiento por fricción, o bien el trabajo adicional suministrado debido a la irreversibilidad del proceso de compresión, para el punto de operación en la zona estable cuando  $K' = 0$ . En este punto se muestra que del recalentamiento por fricción, el 11% representa el trabajo sin fricción y el 89% representa el calor de recalentamiento. También se muestra que la irreversibilidad del proceso de compresión para las mismas condiciones de operación, representa el 81% del calor de recalentamiento, lo que equivale al 72% del recalentamiento por fricción.

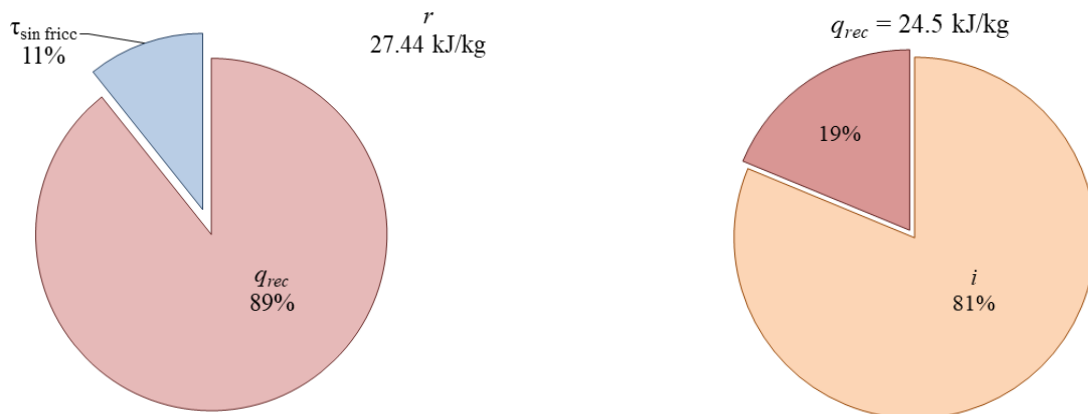


Figura 7.12. Porcentajes del recalentamiento por fricción a 56,400 rpm a condiciones estables para  $K' = 0$

La Figura 7.13 muestra las pérdidas de potencia para diferentes relaciones de transferencia de energía modificadas, a una velocidad de giro de 56,400 rpm para el punto de operación estable. En este se muestra que algunas de los mecanismos de pérdida están en función de la relación de transferencia de energía modificada. La pérdida en el difusor ( $vld$ ) [de 0.47 a 1.1 kW] y la pérdida por fricción superficial ( $sf$ ) [de 3.5 a 3.7 W] aumentan debido a la disminución de la densidad por el incremento de la temperatura. El aumento de la densidad genera un coeficiente de fricción ligeramente mayor, provocando que la pérdida de fricción superficial aumente ligeramente. Por otro lado, las pérdidas por fricción en el disco ( $df$ ) [0.53 a 0.5 kW] y por fuga ( $lk$ ) [0.33 a 0.39 kW] son menores para un menor

valor de  $K'$ , debido al incremento del número de Reynolds y al aumento de la densidad del aire. Las pérdidas de potencia por espaciamento ( $cl$ ) son de 0.136kW, por recirculación ( $rc$ ) de 1.7 W, por incidencia ( $inc$ ) de 13.7 W y por carga en el álabe ( $bld$ ) de 0.176 kW se mantienen constantes debido a que dependen más de la velocidad de giro del compresor y de los parámetros geométricos.

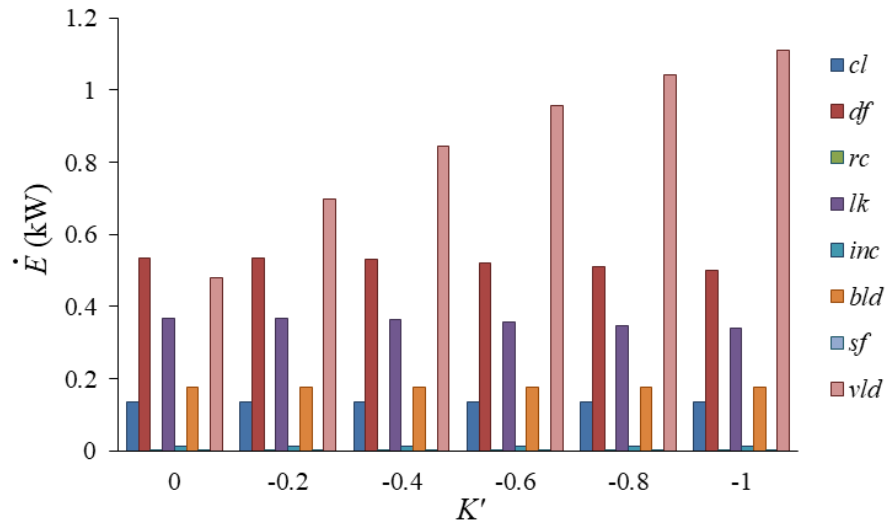


Figura 7.13. Pérdidas de potencia en el punto de operación en la zona estable para  $N = 56,400$  rpm para distintos valores de  $K'$

La Figura 7.14 muestra las pérdidas de potencia para distintos valores de  $K'$  cuando el compresor opera en la zona de surge a una velocidad de giro de 56,400 rpm. A comparación de las pérdidas de potencia en la zona de operación estable mostradas en la Figura 7.13, las pérdidas en este punto de operación son menores hasta 50 %, teniendo las mismas tendencias de cambio en cada pérdida.

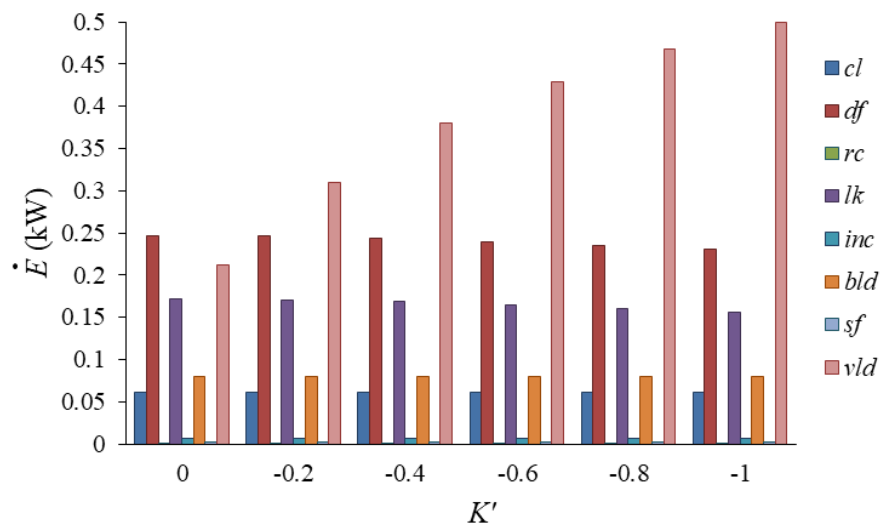


Figura 7.14. Pérdidas de potencia en el punto de operación en surge para  $N = 56,400$  rpm para distintos valores de  $K'$

La Figura 7.15 muestra las pérdidas de potencia para diferentes valores de  $K'$  en el punto de la zona de operación en stonewall para una velocidad de giro de 56,400 rpm. En este punto de operación ocurren



las mayores pérdidas de potencia debido a que se tiene el mayor flujo másico permisible del equipo para la velocidad de giro y las condiciones establecidas en este caso. En este punto de operación las pérdidas de potencia son aproximadamente 63 % mayores a las pérdidas obtenidas en la zona de operación estable a la misma velocidad de giro.

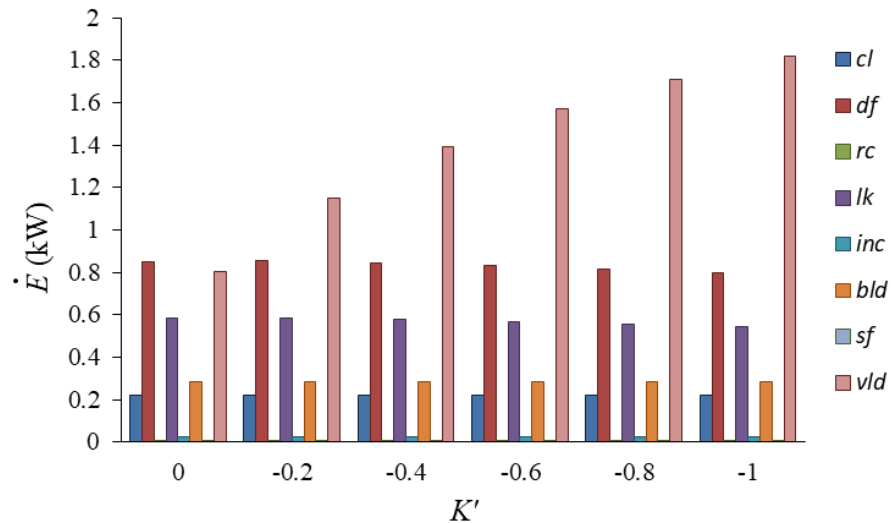


Figura 7.15. Pérdidas de potencia en el punto de operación en stonewall para  $N = 56,400$  rpm y distintos valores de  $K'$

#### 7.4.1.2 Relación dinámica de flujo

La Figura 7.16 muestra a la relación dinámica de flujo en función de la relación de transferencia de energía modificada para los tres puntos de las zonas de operación de estudio mostrados en la Tabla 7.6. Se muestra que a menor relación de transferencia de energía modificada, mayor es la relación dinámica de flujo, es decir, a medida que el calor suministrado al proceso de compresión es mayor, la relación entre la velocidad de flujo y el trabajo de flujo también es mayor. Esto se debe que al incrementar la temperatura del aire, la densidad del aire disminuye, por lo tanto, para un flujo másico constante, la velocidad de aire que fluye por el compresor es mayor. Por lo tanto, la relación dinámica de flujo resulta ser mayor para el punto de operación en stonewall en donde se tiene el mayor flujo de aire y es menor cuando se opera en condiciones de surge, en donde se tiene el menor flujo de aire.

#### 7.4.1.3 Irreversibilidad

La Figura 7.17 muestra a la irreversibilidad específica del proceso de compresión en función de  $K'$  en condición: estable, de surge y de stonewall; para una velocidad de giro de 56,400 rpm. En éste se muestra que la mayor irreversibilidad específica se obtiene cuando el compresor opera en condiciones de surge, el cual en la práctica, es la zona de operación en donde se presenta la mayor inestabilidad del equipo. A continuación, el punto de operación en la zona de operación estable es el punto en que se presenta una mayor irreversibilidad específica, y finalmente, el punto de operación en stonewall es el que tiene menor irreversibilidad específica.

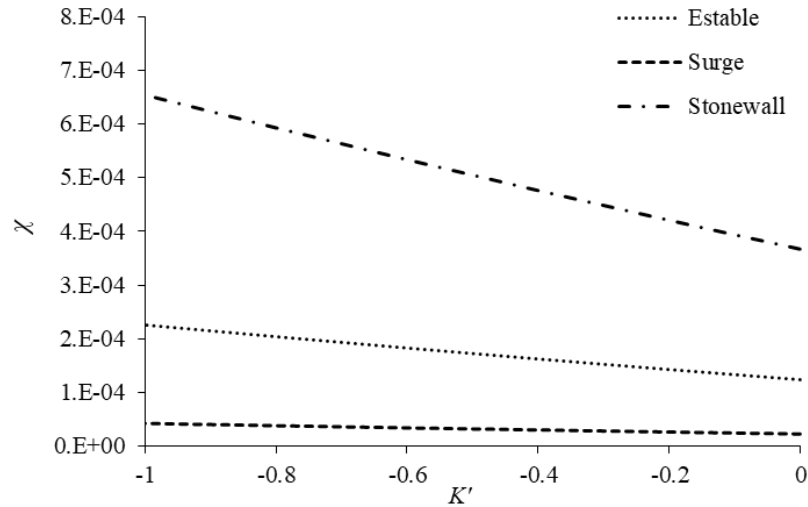


Figura 7.16. Relación dinámica de flujo en función de la relación de transferencia de energía modificada a 56,400 rpm

La Figura 7.17 también muestra que a menor relación de transferencia de calor modificada, la irreversibilidad específica del proceso es mayor. Si el proceso de compresión en el punto de operación estable se lleva de  $K' = 0$  a  $K' = -1$ , la irreversibilidad aumenta de 19.9 a 47.9 kJ/kg; es decir, la irreversibilidad aumenta un 140 %. Esta diferencia se debe a la irreversibilidad generada debido a la transferencia de calor que ocurre desde el depósito caliente hacia el compresor.

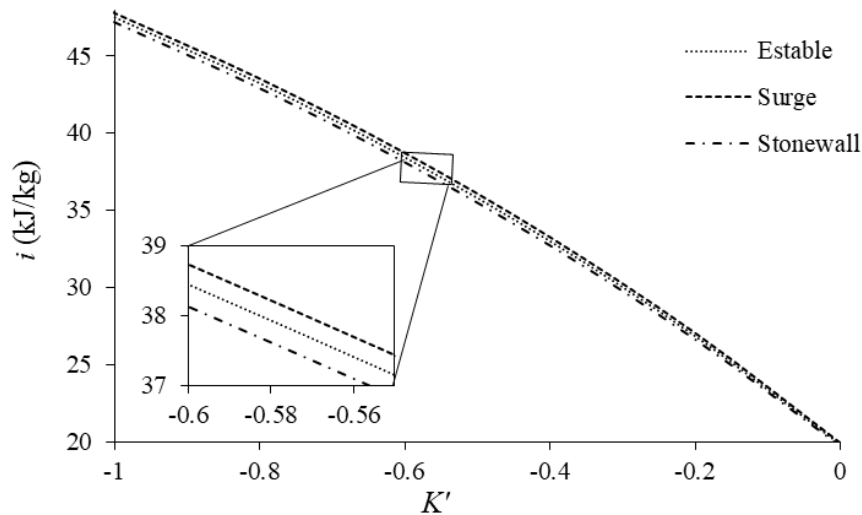


Figura 7.17. Irreversibilidad por unidad de masa en función de la relación de transferencia de energía modificada

La Figura 7.18 muestra la irreversibilidad por unidad de tiempo en función de  $K'$  para una velocidad de giro de 56,400 rpm. En esta figura se muestra que la mayor irreversibilidad por unidad de tiempo ocurre cuando se opera en condición de stonewall, seguido por la operación en la zona estable y finalmente cuando se opera a condición de surge. Esto se debe a la cantidad de flujo con que se opera en cada punto. Esto muestra la importancia que tiene el flujo másico a la hora de estimar la pérdida de potencia. Del mismo modo, la irreversibilidad por unidad de tiempo es mayor, a medida que el valor de  $K'$  es menor ( $K' < 0$ ) debido a una mayor transferencia de calor hacia el equipo. Los cambios de la

irreversibilidad por unidad de tiempo en la variación de  $K'$  de 0 a -1, para el punto de operación en la zona estable es de 0.893 a 2.14 kW; para la zona de operación en surge es de 0.40 a 0.97 kW y en el punto de operación en stonewall cambia de 1.44 a 3.44 kW.

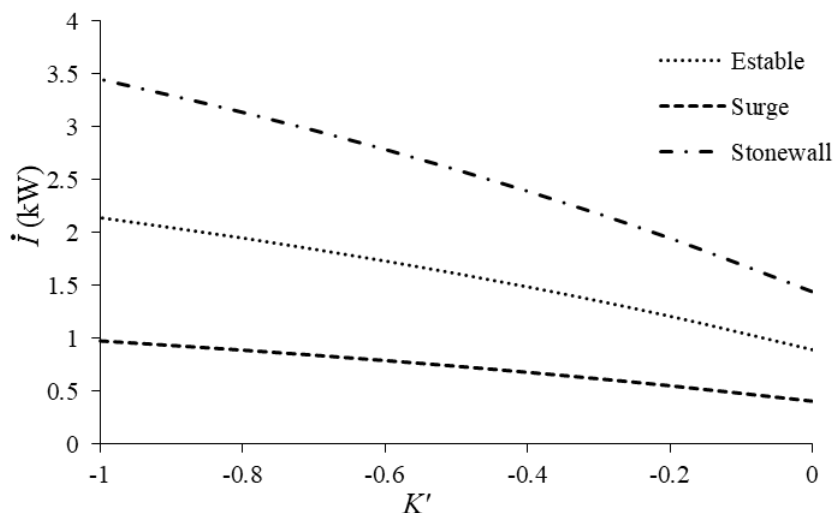


Figura 7.18. Irreversibilidad por unidad de tiempo en función de la relación de transferencia de energía modificada

#### 7.4.1.4 Eficiencia de compresión politrópica

La Figura 7.19 muestra a la eficiencia de compresión politrópica aparente en función de la relación de transferencia de energía modificada, para los tres puntos de operación de estudio a 56,400 rpm. Se muestra que a un menor valor de  $K'$ , la eficiencia de compresión politrópica aparente es menor. Los valores obtenidos en este caso varían del 76 % al 43 % a medida que el calor suministrado al compresor es mayor, cambiando de  $K' = 0$  (caso adiabático) a  $K' = 1$  (cuando  $q_{sum} = \tau_c$ ). Como se mostró en la Figura 7.16 la relación dinámica de flujo  $\chi$ , también está en función de  $K'$ , por lo tanto es importante considerar que ambos parámetros tienen una influencia importante en la evaluación de la eficiencia de compresión politrópica, siendo la eficiencia politrópica aparente un parámetro que da un diagnóstico erróneo del desempeño del equipo, por no considerar la transferencia de calor ni el cambio de velocidad del fluido.

La Figura 7.20 muestra a la eficiencia de compresión politrópica en función de la relación de transferencia de energía modificada para los tres puntos de operación de estudio a 56,400 rpm. En esta figura se muestra que al considerar los efectos de transferencia de calor con el parámetro  $K'$  y la velocidad del aire con el parámetro  $\chi$ , la eficiencia politrópica real tiene una tendencia diferente con valores más altos que los obtenidos con la eficiencia politrópica aparente. En este caso, la eficiencia de compresión politrópica es mayor a medida que la relación de transferencia de energía modificada es menor, en estos puntos la eficiencia politrópica varía del 75.6 hasta el 88.5%. Como se menciona anteriormente, la densidad del aire disminuye al aumentar su temperatura cuando se tiene un mayor valor de  $K'$ , y al considerar un flujo másico constante, la velocidad del aire tiende a ser mayor al aumentar la temperatura, dando como resultado también una mayor relación dinámica de flujo.

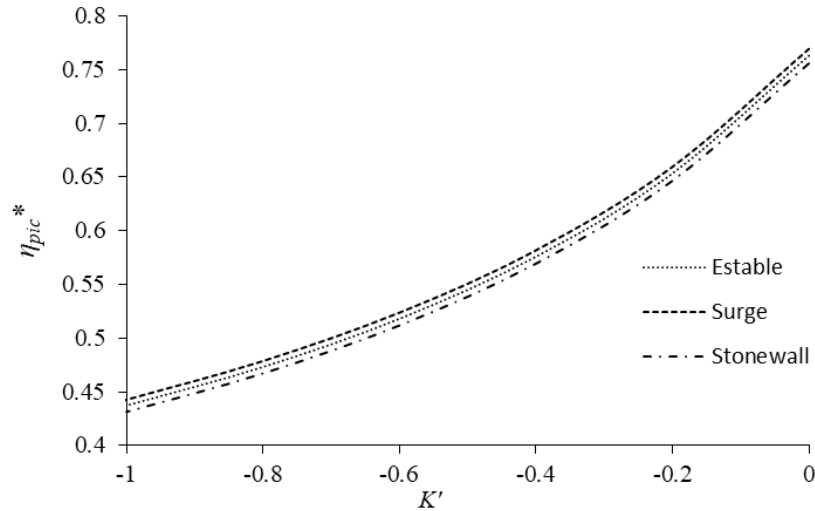


Figura 7.19. Eficiencia politrópica aparente en función de la relación de transferencia de energía modificada a 56,400 rpm

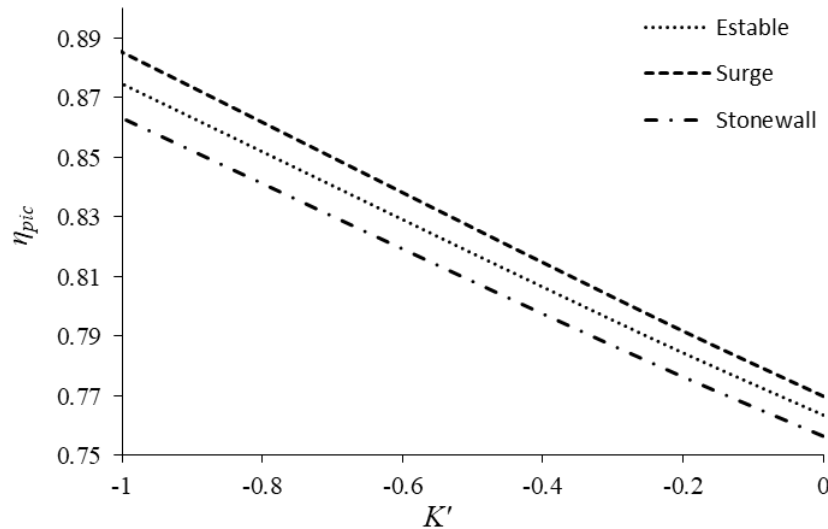


Figura 7.20. Eficiencia politrópica en función de la relación de transferencia de energía modificada a 56,400 rpm

#### 7.4.1.5 Flujo de irreversibilidad por pérdidas y por transferencia de calor

La Figura 7.21 muestra la irreversibilidad generada por unidad de tiempo debido a los mecanismos de pérdidas internas, externas y por transferencia de calor para diferentes valores de  $K'$  en el punto de la zona de operación estable a 56,400 rpm. En ésta se muestra que la irreversibilidad debido a la transferencia de calor es de suma importancia cuando se tiene un menor valor de  $K'$  (con mayor suministro de calor). La irreversibilidad por unidad de tiempo debido a pérdidas internas y parásitas, no cambian más del 0.1% y del 7%, respectivamente; sin embargo, la irreversibilidad debido al suministro de calor aumenta de 0 a 1.29 kW, es decir, hasta el 53.4 % de la irreversibilidad total cuando  $K'$  varía de 0 a -1.

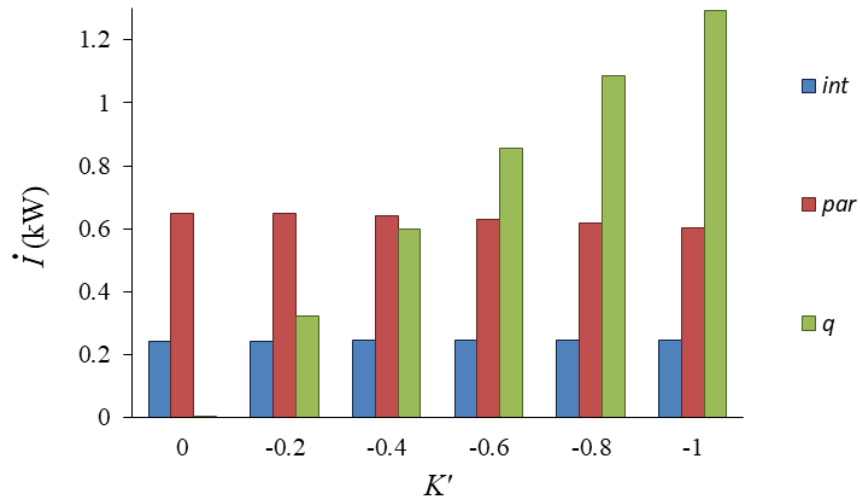


Figura 7.21. Irreversibilidad por unidad de tiempo por pérdidas internas (*int*), pérdidas parásitas (*par*) y por transferencia de calor (*q*) en el punto de operación estable

La Figura 7.22 muestra a la irreversibilidad por unidad de tiempo para distintos valores de  $K'$  causadas por pérdidas internas, externas y por transferencia de calor, para el punto de operación de la zona surge. En ésta se muestra que la irreversibilidad por unidad de tiempo obtenida en este punto de operación, es aproximadamente la mitad que la irreversibilidad generada en el punto de operación de la zona estable (Figura 7.21).

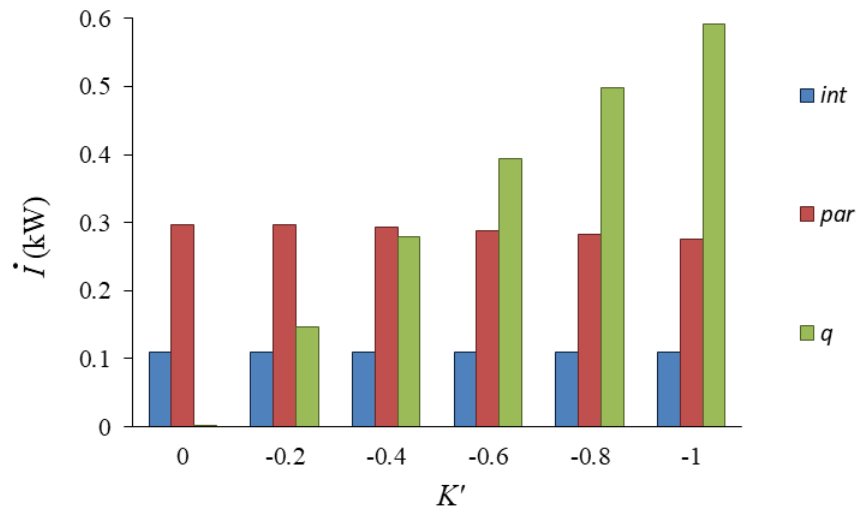


Figura 7.22. Irreversibilidad por unidad de tiempo por pérdidas internas (*int*), pérdidas parásitas (*par*) y por transferencia de calor (*q*) en punto de operación de surge

La Figura 7.23 muestra a la irreversibilidad por unidad de tiempo para distintos valores de  $K'$  causadas por las pérdidas internas, por pérdidas externas y por la transferencia de calor en el punto de operación en stonewall a 56,400 rpm. La irreversibilidad en este punto es aproximadamente tres veces más que en el punto de operación en surge. Al igual que en los anteriores puntos, la variación de

irreversibilidad para distintos valores de  $K'$  se debe principalmente al calor suministrado al proceso de compresión.

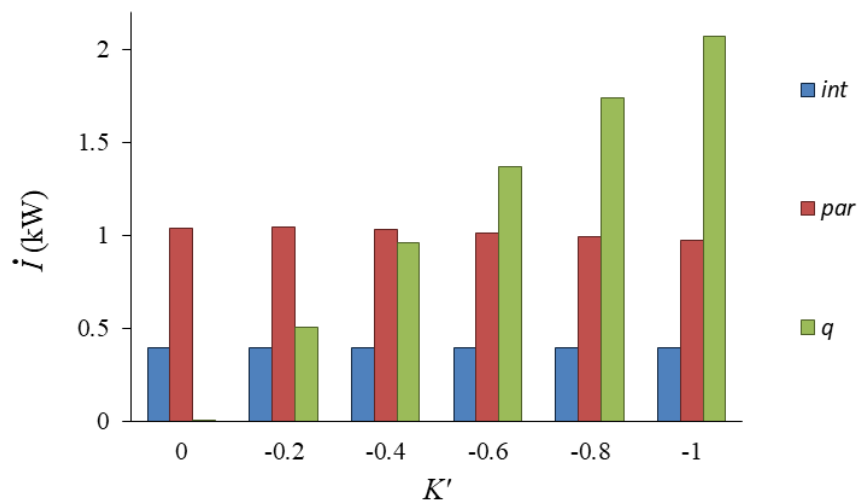


Figura 7.23. Irreversibilidad por unidad de tiempo por pérdidas internas ( $int$ ), pérdidas parásitas ( $par$ ) y por transferencia de calor ( $q$ ) en punto de operación de stonewall

#### 7.4.1.6 Flujo de exergía

La Figura 7.24 muestra el cambio de exergía por unidad de tiempo en función de  $K'$  para los tres puntos en las zonas de operación (estable, surge y stonewall) a una velocidad de giro de 56,400 rpm. En éste se muestra que el cambio de exergía del aire en los tres puntos de operación es mayor a medida que la relación de transferencia de calor es menor, es decir, a medida que se suministra más calor al proceso mayor es el cambio de exergía del flujo de aire. Esto se debe a que el incremento de la irreversibilidad total del proceso, es en proporción menor a la suma de trabajo de flecha y a la exergía térmica suministrada. El cambio de exergía por unidad de tiempo resultante, representa la energía reversible por unidad de tiempo (útil) con que opera el compresor a las condiciones dadas. En este caso, para un flujo másico y una temperatura  $T_c$  constantes, a medida que  $K'$  disminuye, el flujo tiene un mayor cambio de flujo de exergía para obtener las condiciones termodinámicas de descarga dadas. También se muestra que en el punto de operación en stonewall se obtiene un mayor cambio de exergía por unidad de tiempo, mientras que en el punto de operación en surge es el punto de operación en el que se requiere de un menor cambio de exergía por unidad de tiempo.

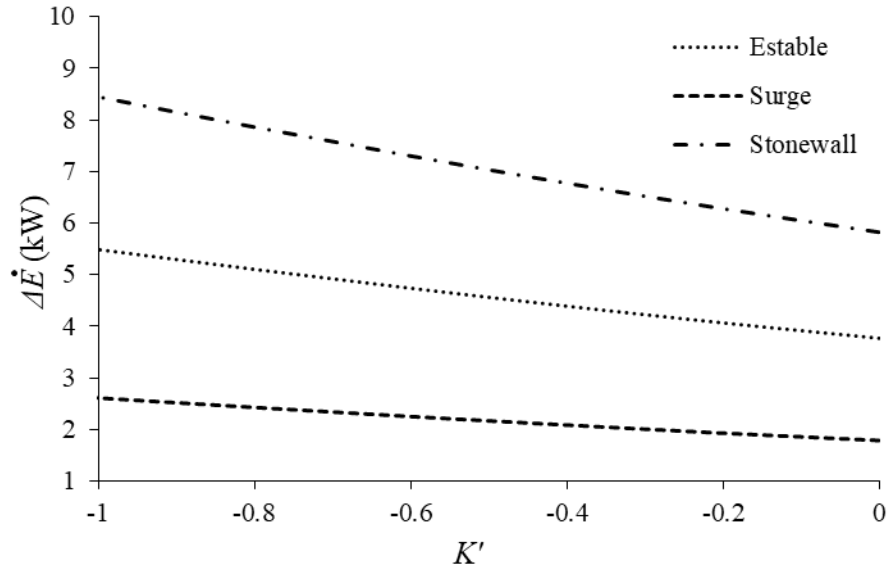


Figura 7.24. Cambio de exergía por unidad de tiempo en función de la relación de transferencia de energía modificada

La Figura 7.25 muestra el cambio de exergía específica del aire en el proceso de compresión en función de  $K'$  para los tres puntos de operación de estudio. En ésta se muestra que para un valor dado de  $K'$ , el punto de operación en la zona de surge es el que presenta un mayor cambio de exergía específica del aire y el punto de operación en stonewall es el que tiene un menor cambio de exergía específica del aire. En la evaluación del cambio de exergía del proceso de compresión, también se muestra la relevancia que tiene el considerar si este cambio de exergía se reporta por unidad de masa, o por unidad de tiempo, debido a que el orden de importancia en cada punto de operación puede cambiar según sea el caso.

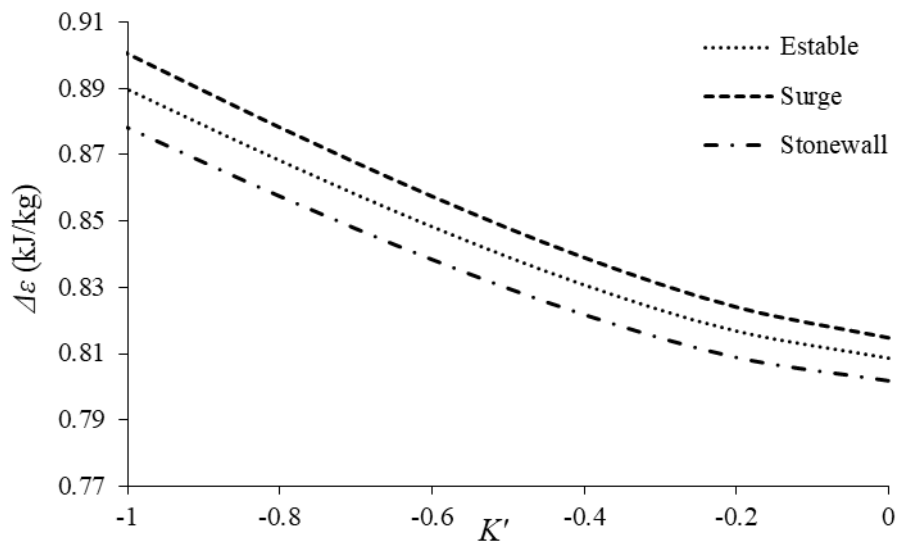


Figura 7.25. Cambio de exergía por unidad de tiempo en función de la relación de transferencia de energía modificada

#### 7.4.1.7 Eficiencia de compresión exergética

La Figura 7.26 muestra a la eficiencia de compresión exergética en función de la relación de transferencia de energía modificada. En ésta se muestra que en los tres puntos de operación de estudio, el cambio de la eficiencia exergética tiene la misma tendencia al variar  $K'$ , con diferencias porcentuales menores al 3% entre estos mismos para un valor de  $K'$  constante. La eficiencia de compresión exergética tiende a ser mayor si el suministro de calor al proceso es mayor, debido a que al aumentar el suministro calor al proceso, el aporte de exergía térmica al proceso es en proporción mayor que el aumento de la irreversibilidad (ver ecuación 5.26).

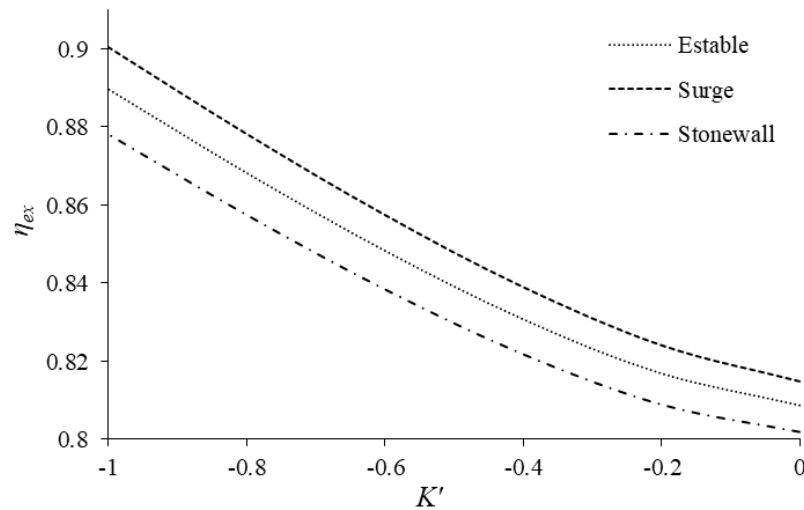


Figura 7.26. Eficiencia exergética en función de la relación de transferencia de energía modificada

#### 7.4.1.8 Desempeño exergético de compresión al variar $T_c$ y $T_0$

La temperatura a la que se encuentre el depósito de temperatura caliente  $T_c$  (que en el caso de un turbocargador son la turbina y el motor de combustión interna), es de suma importancia para saber el potencial térmico que éste tiene para transferir calor hacia el compresor. En cuestión exergética, el cambio de exergía del aire no cambia en cualquiera de los puntos de operación al variar  $T_c$ , obteniendo los mismos resultados mostrados en la Figura 7.24, esto ocurre porque a un mayor valor de  $T_c$ , la exergía térmica suministrada al proceso aumenta; sin embargo, también la irreversibilidad generada por transferencia de calor es mayor, restándose ambos términos en el balance de exergía (ecuación 5.21) para una  $K'$  constante. Vale la pena recordar que la transferencia de calor sólo ocurre si  $T_c > T_3$ , de lo contrario el fenómeno, o no ocurre o se invierte, es decir, el calor podría ser rechazado del compresor hacia sus alrededores. Por otro lado, la temperatura  $T_c$  si es importante al evaluar la eficiencia de compresión exergética, debido a en ésta si se considera la exergía térmica que se suministra al proceso de compresión y que depende de la temperatura  $T_c$  y del calor suministrado. En la Figura 7.27 se muestra la variación de la eficiencia exergética en función de  $K'$  para diferentes temperaturas  $T_c$ . Se muestra que al ser mayor la temperatura del depósito caliente, mayor es la eficiencia exergética del proceso de compresión, debido a que la exergía térmica también es mayor. También se muestra que la diferencia



entre eficiencias exergéticas para distintos valores de  $T_c$  en un punto de operación de estudio fijo, se incrementa a medida que la relación de transferencia de energía modificada es menor (que se suministra más calor).

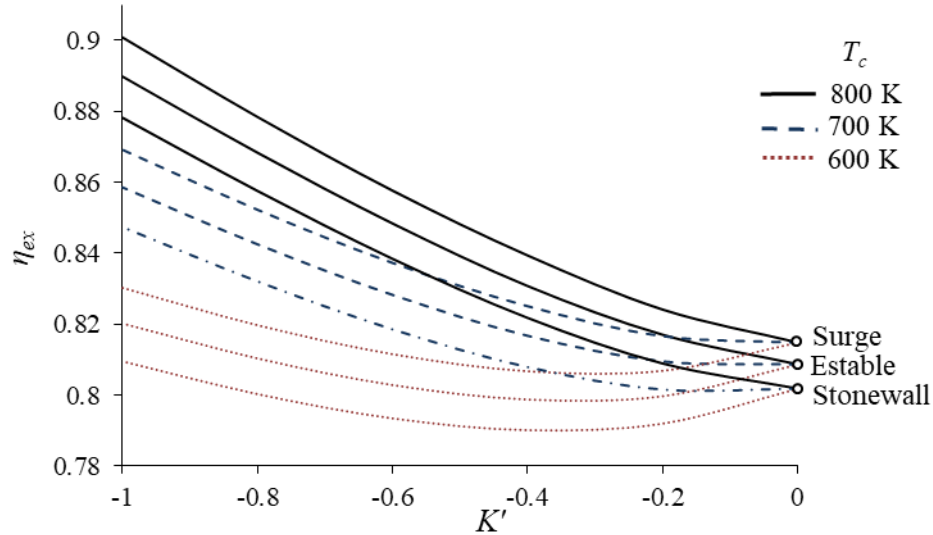


Figura 7.27. Eficiencia de compresión exergética a diferentes temperaturas de depósito caliente

La Figura 7.28 muestra al cambio de exergía por unidad de tiempo en función de la relación de transferencia de energía modificada para distintas temperaturas del estado muerto en el punto de operación estable a 56,400 rpm. Se muestra que el cambio de exergía es mayor cuando la temperatura del estado muerto es menor. Es decir, a menor temperatura del estado muerto, se tiene una menor irreversibilidad del proceso de compresión.

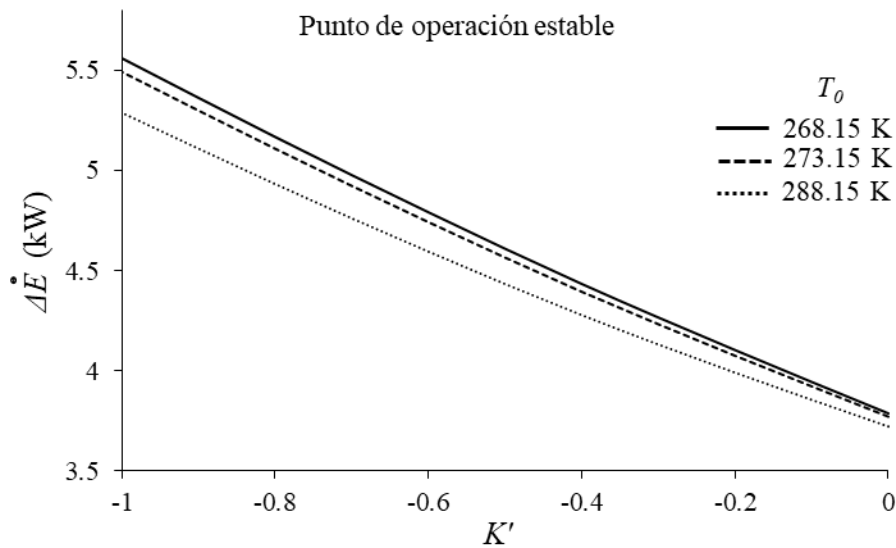


Figura 7.28. Exergía por unidad de tiempo a diferentes temperaturas de estado muerto

La Figura 7.29 muestra a la eficiencia exergética del proceso de compresión en función de la relación de transferencia de energía modificada para distintas temperaturas del estado muerto en el punto de operación estable a 56,400 rpm. En ésta se muestra que al disminuir la relación de transferencia de energía modificada, la eficiencia exergética aumenta, y que a mayor es la temperatura del estado muerto, la eficiencia exergética es menor. Esto se debe a que la irreversibilidad es directamente proporcional la temperatura del estado muerto. Por lo tanto, al haber una mayor irreversibilidad, se tiene una menor eficiencia de compresión exergética.

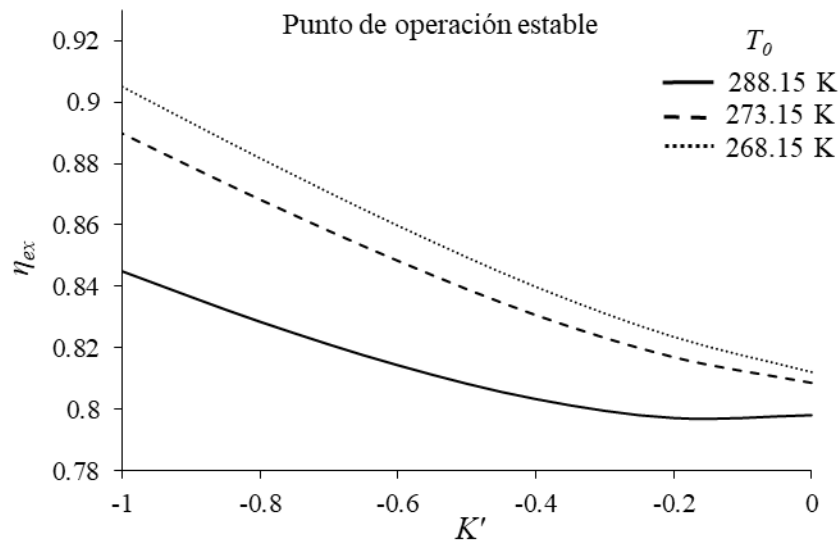


Figura 7.29. Eficiencia exergética para distintas temperaturas del estado muerto

#### 7.4.1.9 Número de Mach a la salida del impulsor

La velocidad del fluido es de suma importancia, ya que sus propiedades tienden a cambiar cuando se acercan a la velocidad del sonido. En el Capítulo 4 se menciona sobre la importancia que tiene  $K'$  y el número de Mach en un proceso de compresión para determinar si éste se puede evaluar como un proceso politrópico. La Figura 7.30 muestra al número de Mach a la salida del impulsor en función de  $K'$  para los tres puntos de operación de estudio a 56,400 rpm. En ésta se muestra que en el punto de operación en stonewall se tienen los mayores valores del número de Mach que van de 0.697 a 0.79, después sigue el punto de operación en la zona estable con valores de 0.691 a 0.784 y finalmente en el punto de operación en la zona de surge cambia de 0.685 a 0.78. Los valores del número de Mach a la salida del impulsor tienden a ser mayores a mayores velocidades de giro y a mayores flujos másicos de aire. Sin embargo, por definición, éste tiende a disminuir a medida que la temperatura del gas a la salida del impulsor es mayor, lo que ocurre cuando el suministro de calor al proceso de compresión es mayor, o bien, cuando la relación de transferencia de energía modificada es menor como se muestra en la Figura 7.30.

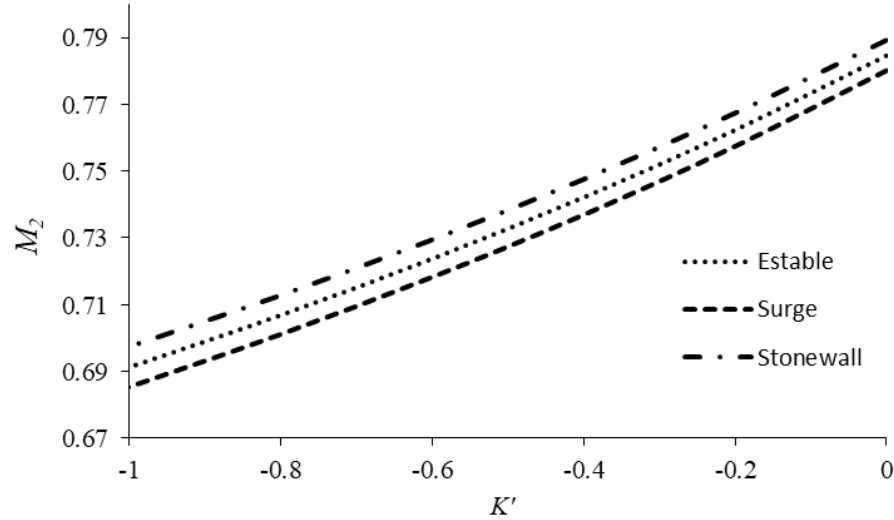


Figura 7.30. Número de Mach a la salida del impulsor en función de  $K'$  para los tres puntos de operación de estudio a 56,400 rpm

Las Figuras 7.31 y 7.32 muestran al exponente politrópico de estancamiento en función del número de Mach y para diferentes valores de la relación de transferencia de energía modificada, con eficiencias de compresión politrópicas de 0.6 y 0.8 respectivamente. Como se explica en el capítulo 4, el proceso de compresión se considera un proceso politrópico si el exponente politrópico del proceso se mantiene constante. De acuerdo a las Figuras 7.31 y 7.32, es posible determinar los parámetros de desempeño energético y exergético del proceso de compresión para los tres puntos de operación de estudio a 56,400 rpm, en función del exponente politrópico de estancamiento  $n_0$ , en los casos cuando  $K' = 0$  (caso adiabático),  $K' = -0.2$ ,  $K' = -0.4$  e incluso cuando  $K' = -0.6$  cuando la eficiencia de compresión politrópica se encuentra entre 0.7 y 0.8 como se muestra en la Figura 7.30. Para valores menores de  $K'$  el error de cálculo podría ser importante.

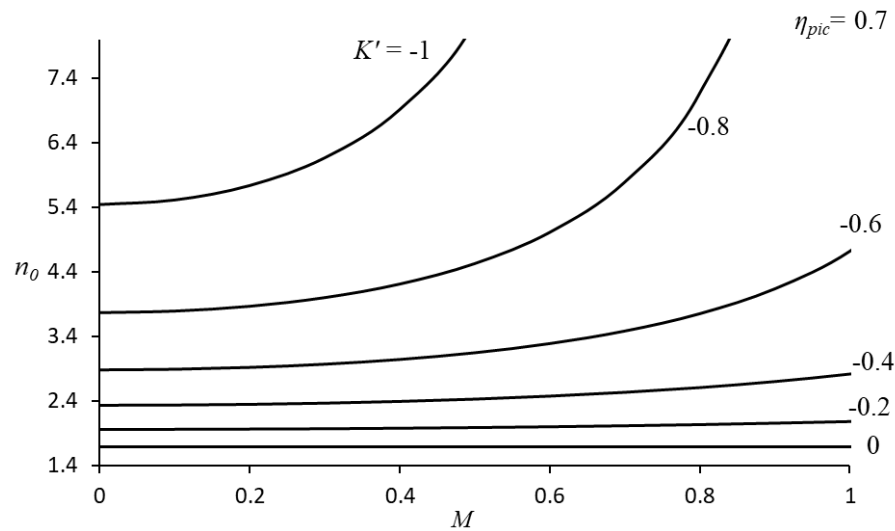


Figura 7.31. Exponente politrópico en función del número de Mach, para distintas  $K'$  a una  $\eta_{pic} = 0.7$

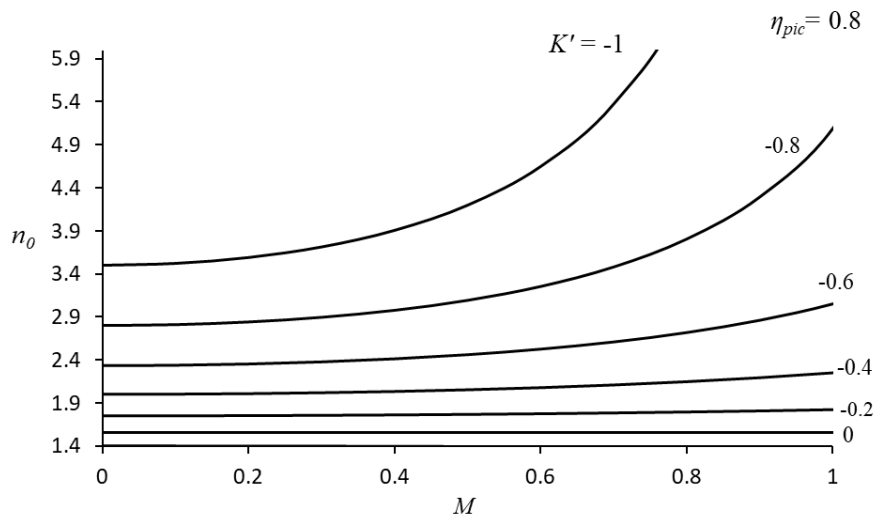


Figura 7.32. Exponente politrópico en función del número de Mach, para distintas  $K'$  a una  $\eta_{pic} = 0.8$

#### 7.4.2 Resultados a velocidades de giro de 48,963 y 64,770 rpm.

A continuación se presentan algunos resultados obtenidos de la evaluación del proceso de compresión de un compresor centrífugo Holset HT3B a velocidades de giro de 48,963 rpm y de 64,770 rpm, esto para tener un comparativo con relación a la velocidad de giro del compresor.

##### 7.4.2.1 Número de Mach a la salida del impulsor

En las Figuras 7.33 se muestra al número de Mach a la salida del impulsor en función de  $K'$  para los tres puntos de operación de estudio a 48,963 rpm y a 64,770 rpm. En esta figura se muestra la relación que existe entre la velocidad de giro y el número de Mach alcanzado en el proceso.

La Figura 7.33 muestra el número de Mach a la salida del impulsor en función de  $K'$  para una velocidad de giro de 48,963 rpm. En ésta se muestra que el número de Mach a la salida del impulsor es mayor en el punto de operación de la zona estable debido a que la velocidad del aire depende del flujo másico. En este punto de operación se alcanzan valores del número de Mach entre 0.66 y 0.72. Mientras que en los puntos que se encuentran en la zona estable y de surge, los valores del número de Mach se encuentran entre 0.642 y 0.707 y son muy próximos entre ambos puntos de operación con diferencias menores del 0.41% para los distintos valores de  $K'$ . También se muestra el número de Mach a la salida del impulsor en función de  $K'$  para una velocidad de giro de 64,700 rpm. En ésta se muestra que los mayores valores del número de Mach se alcanzan en el punto de operación en la zona de stonewall, con valores entre 0.817 y 0.928, en el punto de operación en la zona estable los valores del numero de Mach se encuentran entre 0.78 a 0.90 y en el punto de operación en la zona se surge se alcanzan valores del número de Mach entre 0.775 y 0.896.

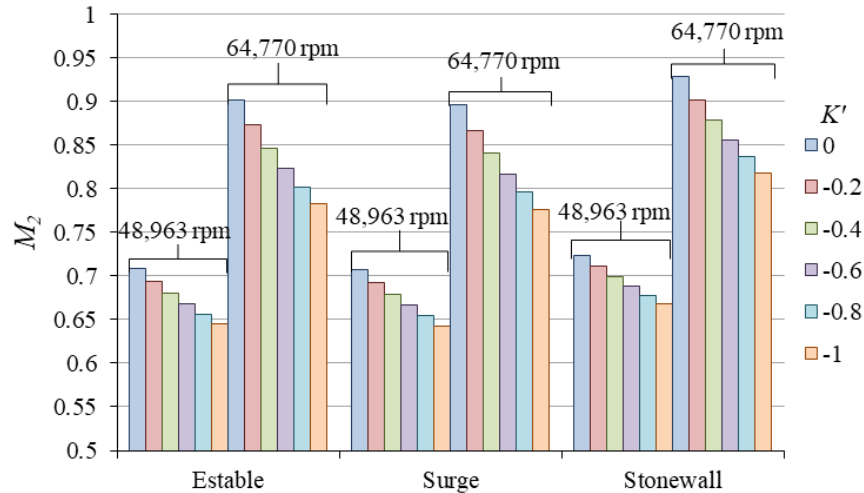


Figura 7.33. Número de Mach en función de la relación de transferencia de energía modificada a 48,963 y a 64,770 rpm

#### 7.4.2.2 Pérdidas de energía

La Figura 7.34 muestra el porcentaje de los ocho mecanismos de pérdidas en el punto de la zona de operación estable con  $K' = 0$  a 48,963 rpm. En el difusor se tiene la mayor pérdida, debido a la caída de velocidad del aire. Después con el 27.22 % se tiene la pérdida por fricción en el disco y la pérdida por fuga con el 20.45 %, éstas dependen en mayor parte a la velocidad de giro y al flujo másico. En este caso la pérdida total de energía por los ocho mecanismos es de 9.08 kW

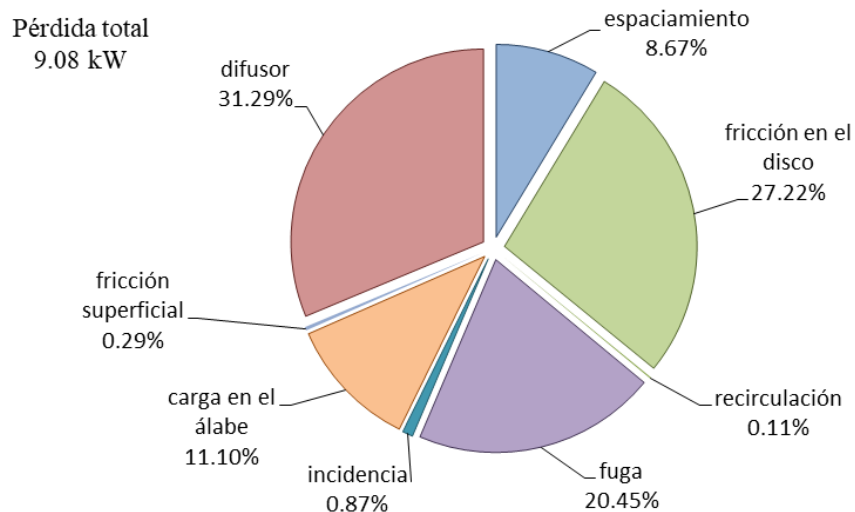


Figura 7.34. Porcentaje de pérdidas a 48,963 rpm en punto de operación estable con  $K' = 0$

La Figura 7.35 muestra el porcentaje de pérdidas en el compresor en el punto de operación estable a una velocidad de 64,770 rpm. En ésta se muestra que para esta velocidad de giro el mecanismo de pérdida más representativo es el de fricción en el disco con un 31.7% de la pérdida de potencia total. El aumento de la velocidad de giro y del flujo másico son las causas de que las pérdidas de potencia sean

mayores que a la velocidad de giro de 48,963 rpm, teniendo un importante aumento, principalmente en la pérdida por fricción en el disco y por fuga. La pérdida total de potencia a esta velocidad de giro en el punto de operación en zona estable es de 20.4 kW.

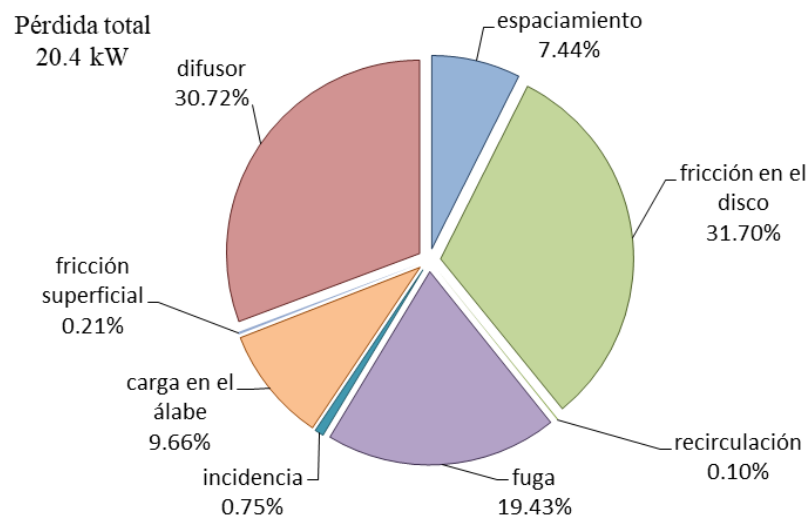


Figura 7.35. Porcentaje de pérdidas a 64,770 rpm en punto de operación estable con  $K' = 0$

#### 7.4.2.3 Flujo de irreversibilidad

La Figura 7.36 muestra a la irreversibilidad por unidad de tiempo en función de la relación de transferencia de energía para una velocidad de giro de 48,936 y a 64,770 rpm. La tendencia de que la irreversibilidad sea mayor cuando el valor de  $K'$  es menor, sigue siendo la misma que en a 56,400 rpm (Figura 7.18). Sin embargo, los valores que se obtienen de irreversibilidad son mayores a pesar de que la velocidad de giro es menor. Esto se debe a que los parámetros utilizados corresponden a una prueba de rendimiento real de un compresor centrífugo HT3B (Imgrum, 2017), en el que el tiempo de uso puede influir en su desempeño; a diferencia de la evaluación a 56,400 rpm, que corresponde al mapa de operación proporcionado por el fabricante.

En la Figura 7.36 también se muestran las irreversibilidades por unidad de tiempo en función de la relación de transferencia de energía modificada para los tres puntos de estudio a una velocidad de giro 64,770 rpm. Se muestra que el flujo de irreversibilidad a esta velocidad de giro es mayor que a las velocidades de giro mencionadas anteriormente, debido a que las pérdidas de energía están en función de la velocidad de giro. En este caso los flujos de irreversibilidad se encuentran entre 8.33 y 37 kW, mientras que a velocidad de giro a 48,963 rpm se tienen flujos de irreversibilidad de 7.08 a 17.67 kW.

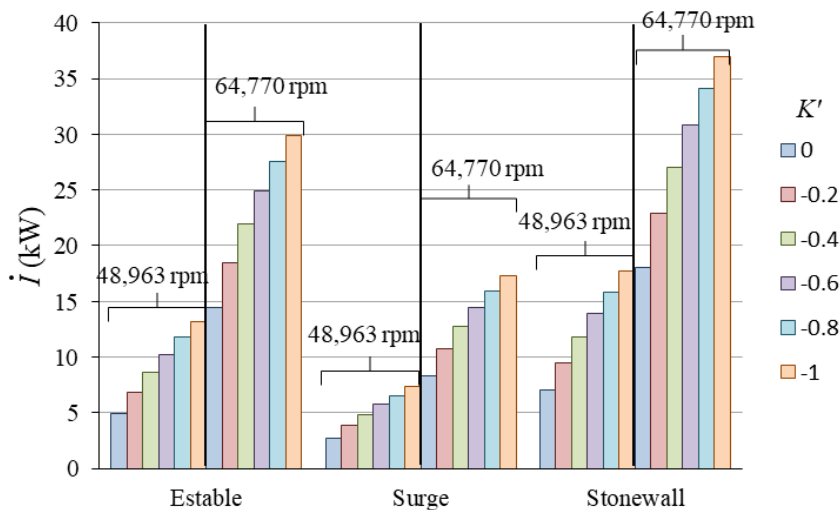


Figura 7.36. Irreversibilidad por unidad de tiempo en función de la relación de transferencia de energía modificada a 48,963 y a 64,770 rpm.

#### 4.2.3.4 Eficiencia de compresión politrópica

La Figura 7.37 muestra a la eficiencia politrópica en función de la relación de transferencia de energía modificada para una velocidad de giro de 48,963 rpm para los tres puntos de operación de estudio. Ésta muestra eficiencias politrópicas menores al caso anterior de 56,400 rpm, cuya información corresponde a la proporcionada por el fabricante. Las mayores eficiencias se obtienen en el punto de operación de surge, debido a que la relación dinámica de flujo es menor. Con menos del 0.8 % de diferencia se tienen por debajo a las eficiencias politrópicas para el punto de operación estable. El punto de operación de stonewall es en donde se tienen las menores eficiencias politrópicas, debido a la relación de presiones en este punto es menor.

La Figura 7.37 también muestra a la eficiencia politrópica en función de  $K'$  para los tres puntos de operación de estudio a una velocidad de giro de 64,770 rpm. En este se muestra que la eficiencia de compresión politrópica es mayor que a velocidades de giro de 48,963 rpm, debido a que se tienen mayores relaciones de presiones y mayores velocidades de flujo. El punto de operación en surge es el que tiene una mayor eficiencia politrópica con valores que van de 0.723 a 0.84, mientras que en el punto de operación en stonewall se tienen las menores eficiencias de compresión politrópicas que van de 0.67 a 0.785.

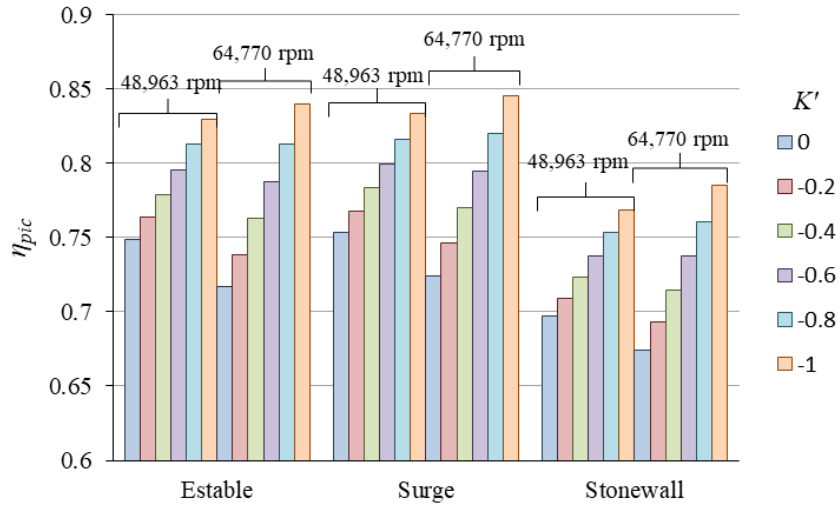


Figura 7.37. Eficiencia de compresión politrópica en función de la relación de transferencia de energía modificada a 64,770 rpm



# Conclusiones

Del desarrollo de esta tesis se concluye que la irreversibilidad en un compresor centrífugo se puede estimar satisfactoriamente a partir del conocimiento de los fenómenos físicos que ocurren en éste. Un aspecto relevante en turbocargadores es la transferencia de calor que ocurre en la práctica, dicho fenómeno provoca que la irreversibilidad total del proceso de compresión sea mayor; además se distinguen los mecanismos de pérdidas de energía en compresores centrífugos que contribuyen también a la irreversibilidad del proceso. En el análisis de áreas en el diagrama  $T-s$  del capítulo 2 se concluye que la irreversibilidad puede representarse mediante un área en el diagrama  $T-s$  y que además, forma parte del calor de recalentamiento en el proceso de compresión adiabático. Por lo que, la irreversibilidad es trabajo perdido que ocurre en todo proceso real y que es directamente proporcional a la temperatura del estado muerto. La magnitud de la irreversibilidad también depende de qué tan ineficiente sea el proceso de compresión, ya que por cada fenómeno que implique una pérdida de energía, éste va a estar acompañado por una irreversibilidad.

También se concluye que, el parámetro de desempeño energético con que se puede evaluar satisfactoriamente un proceso de compresión real, es la eficiencia de compresión politrópica, debido a que este parámetro toma como referencia al proceso reversible con las propiedades termodinámicas del proceso real, en el cual, puede haber también transferencia de calor. Por lo tanto, este parámetro ofrece información del trabajo perdido debido a las irreversibilidades, siempre y cuando se considere a la relación dinámica de flujo  $\chi$  y a la relación de transferencia de energía modificada  $K'$  para no obtener una evaluación equivocada de la eficiencia politrópica, como lo es la eficiencia politrópica aparente.

En el estudio del proceso politrópico considerando las propiedades de estancamiento y a la relación de transferencia de energía modificada  $K'$ , se concluye que los modelos matemáticos para evaluar el desempeño termodinámico del proceso de compresión, no deben depender de un exponente politrópico, debido a que el proceso de compresión para ciertos regímenes de Mach y para algunos valores del  $K'$ , no siempre corresponden a un proceso politrópico como es el caso de los turbocargadores centrífugos, por lo que su estimación a partir del exponente politrópico resultaría erróneo. Por esta razón en el capítulo 4 se desarrollan los modelos de desempeño energético así como el de la irreversibilidad en función de las propiedades de estancamiento y de la relación de transferencia de energía modificada  $K'$ .

Del desarrollo del capítulo 5 se concluye que sólo los proceso de compresión isentrópico e isotérmico, los cuales son proceso ideales, son procesos que no presentan irreversibilidad, por lo que el proceso de compresión con enfriamiento con  $1 < n_e < \gamma$  (apoyado por el estudio del anexo A.2) y los procesos de compresión diabático o adiabático con  $n > \gamma$  son procesos irreversibles.

Del caso de estudio del compresor centrífugo Holset HT3B se concluye que las mayores irreversibilidades se obtienen debido a los mecanismos de pérdidas parásitas para el caso adiabático ( $K' = 0$ ), siendo la fricción en el disco el mayor generador de irreversibilidad en el proceso de compresión. Sin embargo, al considerar que existe un calor suministrado, es decir con un valor negativo de  $K'$ , la irreversibilidad total del proceso de compresión puede aumentar a más del 50 % dependiendo de la temperatura del depósito caliente (turbina y motor de combustión) y de la temperatura del estado muerto. De tal manera que, a mayor temperatura del depósito caliente, mayor es la irreversibilidad total del proceso de compresión para una temperatura del estado muerto constante, y a mayor temperatura del estado muerto, mayor es la irreversibilidad para una temperatura del depósito caliente constante.

Los modelos de pérdidas explicados en el capítulo 6, son modelos de diseño que los autores utilizan para evaluar el desempeño energético de los compresores a condiciones de operación estables y para geometrías fijas. Sin embargo, el uso de modelos de pérdidas en zonas de operación inestables como la zona de surge o la zona de stonewall, son líneas de operación poco exploradas. Es por esto que los parámetros de desempeño obtenidos en estos puntos de operación puedan variar con respecto a los valores reales.

# Referencias

## Libros y Tesis

Boyce, M. P. (2003). *Centrifugal compressors: a basic guide*. PennWell Books.

Encinas, M. P. (1984). *Turbomáquinas de fluido compresible*. Editorial Limusa, México.

Hall, C., y Dixon, S. L. (2013). *Fluid mechanics and thermodynamics of turbomachinery*. Butterworth-Heinemann.

Jansohn, Peter. (2013). *Modern Gas Turbine Systems: High Efficiency, Low Emission, Fuel Flexible Power Generation*. Oxford. Woodhead Publishing Limited.

Kotas, T. J. (1995). *The Exergy Method of Thermal Plant Analysis*. Reprint Edition, Krieger Publishing Company, Malabar.

Lapina, R. P. (1982). *Estimating Centrifugal Compressor Performance*. Hudston: Gulf Publishing Company.

Salazar, F. F. (2018). *Metodología para el diseño y rediseño de compresores centrífugos multietapas usados en costa afuera*. Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica. ESIME-Zac. IPN.

Lugo, L. R., Toledo, V. M. (2004). *Termodinámica de las turbinas de gas*. Alfaomega, México.

Sanz Solaesa, S. (2016). *Analytical Prediction Of Turbocharger Compressor Performance: A Comparison Of Loss Models With Numerical Data* (Doctoral dissertation, Industriales).

Touloukian, S. C., Liley, P. E., Saxena, S. C., Hestermans, P. (1970). *Thermophysical Properties of Matter*. Thermal Conductivity Vol 3 and Viscosity Vol 11. IFI/Plenum, NY, ISBN 0-306067020-8, 1970.

## Artículos

Albusaidi, W. Y Pilidis, P. (2015). An iterative Method to Derive the Equivalent Centrifugal Compressor Performance at Various Operating conditions: Part I: Modelling of Suction Parameters Impact. *Energies* 8, 8497-8515.

Albusaidi, W. Y Pilidis, P. (2015). An iterative Method to Derive the Equivalent Centrifugal Compressor Performance at Various Operating conditions: Part II: Modelling of Gas Properties Impact. *Energies* 8, 8516-8536.

- Amemimiya Ramírez, M. (2012). Energía y Sustentabilidad: Algunas características de la energía sustentable. *Revista Digital Universitaria*, 13, 1067-6079.
- Aungier, R. (1995). Mean streamline aerodynamic performance analysis of centrifugal compressors. *Journal of turbomachinery*, 117(3), 360-366.
- Aungier, R. (2000). Centrifugal compressors: A strategy for aerodynamic design and analysis. *ASME*. Press New York.
- Baines, N., Wygant, K. D., Dris, A. (2010). The analysis of heat transfer in automotive turbochargers. *Journal Eng Gas Turbines Power* 2010, 132(4), 042301.
- Benedict, R., Carlucci, N. A., Swetz, S. D. (1996). Flow losses in abrupt enlargements and contractions. *Journal of Engineering for Power*, 88, 73-81.
- Botha, B. Y W., Moolman, A. (2005). Determining the impact of the different losses on centrifugal design. *R & D Journal* 21(3), 23-31.
- Bohn, D., Heuer, T., Kusterer, K. (2005). Conjugate flow and heat transfer investigation of a turbo charger. *Journal Eng Gas Turbines Power*, 127(3), 663-9.
- Burke, R. D. (2014). Analysis and modeling of the transient thermal behavior of automotive turbochargers. *Journal Eng Gas Turbines Power*, 136(10), 101511.
- Burke, R. D., Vagg, C. R. M., Chalet, D., Chesse, P. (2015). Heat transfer in turbocharger turbines under steady, pulsating and transient conditions. *Int. Journal Heat Fluid Flow*, 52, 185-97.
- Casey, M. V. y Fesich, T. M. (2010). The efficiency of turbocharger compressors with diabatic flows. *Journal of engineering for gas turbines and power*, 132(7), 072302.
- Casey, M., Robinson, C. (2013). A method to estimate the performance map of a centrifugal compressor stage. *Journal of turbomachinery*, 135(2), 021034.
- Chesse, P., Chalet, D., Tauzia, X. (2011). Impact of the heat transfer on the performance calculations of automotive turbocharger compressor. *Oil Gas Sci Technol d'IFP Energ Nouv*, 66(5), 791-800.
- Christians, J. (2012). Approach for teaching polytropic processes based on the energy transfer ratio. *International Journal of Mechanical Engineering Education*, 40(1), 53-65.
- Conrad, O., Raif, K. y Wessels, M. (1979). The calculation of performance maps for centrifugal compressors with vane-island diffusers. In *Performance prediction of centrifugal pumps and compressors*, 135-147.
- Coppage, J. E., Dallenbach, F., Eichenberger, J. P., Hlavaka, G. E., Knoernschild, E. M., Vanke N. (1956). Study of supersonic radial compressors for refrigeration and pressurization systems. *Inform Process Lett*, 4, 157-63.
- Cormerais M, Hetet JF, Chesse P, Maiboom A. (2006) Heat transfer analysis in a turbocharger compressor: Modeling and experiments, *SAE Technical Paper*, 2006-01-0023.

- Datta, A., Ganguly, R., Sarkar, L. (2010). Energy and exergy analyses of an externally fired gas turbine (EFGT) cycle integrated with biomass gasifier for distributed power generation. *Energy*, 35(1), 341-350.
- Dean, R., Senoo, Y. (1960). Rotating wakes in vaneless diffusers. *Journal of basic Engineering*, 82(3), 563-570.
- Georgius, D. P., Milidonis, K. F., Georgiou, E. N. (2015). The effects of a multistep intercooled compression process implemented on a solar-driven Braysson heat engine. *Energy Conversion and Management*, 89, 672–682.
- Gong, X. Y Chen, R. (2014). Total pressure loss mechanism of centrifugal compressors. *Mechanical Engineering Research* 4, 45-59.
- González, A. J. A., Torres, A. A., Lugo, L. R., Montes, G. D. I., Castro, H. S., Cervantes, R. J. (2018). Efecto del calor generado por un motor eléctrico en el desempeño termodinámico de un compresor centrífugo. Memorias: *AMIDIQ, ISBN 978-607-95593-6-6*, TER42-TER46.
- Heuer, T., Engels, B., Klein, A., Heger, H. (2006). Numerical and experimental analysis of the thermo-mechanical load on turbine wheels of turbochargers. In: *Proceedings of the ASME Turbo Expo 2006, Power for Land, Sea, and Air*, 325-332.
- Hepbasli, A. (2008). A key review on exergetic analysis and assessment of renewable energy resources for a sustainable future. *Renew Sustain Energy*, Rev 2008 12, 593-661.
- Jansen, W. (1970). A method for calculating the flow in a centrifugal impeller when entropy gradient are present. *Royal society conference on internal aerodynamics (turbomachinery)*. Inst. Mech. Eng. Internal Aerodynamics.
- Jiang, W., Khan, J. y Dougal, R. A. (2006). Dynamic centrifugal compressor model for system simulation. *Journal of power sources*, 158(2), 1333-1343.
- Jung, M., Ford, R. G., Glover, K., Collings, N., Christen, U., Watts, M. J. (2002). Parameterization and transient validation of a variable geometry turbocharger for mean-value modeling at low and medium speed-load points. *SAE Technical Paper*, 2002-01-2729.
- Kenny, D. P. (1984). The history and future of the centrifugal compressor in aviation gas turbines *SAE Technical Paper*, No. 841635.
- Kostowski, W. J., Kalina, J., Bargiel, P., y Szufleński, P. (2015). Energy and exergy recovery in a natural gas compressor station—A technical and economic analysis. *Energy Conversion and Management*, 104, 17-31.
- Krylov, E. P., & Spunde, Y. A. (1967). About the influence of the clearance between the working blades and housing of a radial turbine on its exponent. *Foreign technology div wright-patterson afb ohio*, FTD-MT-67-15.

Lapina, R. P. (1990). Compressor Performance: How Changes in Inlet Conditions Affect Efficiency. *Chemical Engineering* 97(7), 110.

Li, P-Y, Gu, C-W Y Song, Y. (2015). A new optimization method for centrifugal compressors base don 1D calculations and analyses. *Energies* (8), 4317-4334.

Lim, S. M., Dahikild, A., Mihaescu, M. (2017). Exergy analysis on turbocharger radial turbine with heat transfer. *ETC12*, ETC2017-267.

Lubomirsky, M., Kurz, R., Klimov, P., Mokhatab, S. (2010). Station Configuration Impacts Availability, Fuel Consumption and Pipeline Capacity. *Pipeline Gas J. Part 1: 48–56, Part 2: 38–44.*

Malobabic, M., Rautenberg, M. (1987). Adiabatic and non-adiabatic efficiencies of small turbochargers, in *GTSJ International Gas Turbine Congress*, Tokyo, Japan, IGTC-105, I57–I64.

Montanez-Morantes, M., Jobson, M. y Zhang, N. (2016). Operational optimization of centrifugal compressors in multilevel refrigeration cycles. *Computers & Chemical Engineering*, 85, 188-201.

Oh, H. W., Yoon, E. S. y Chung, M. K. (1997). An optimum set of loss models for performance prediction of centrifugal compressors. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, 211(4), 331-338.

Olmeda, P., Dolz, V., Arnau, F. J., Reyes-Belmonte, M. A. (2013). Determination of heat flows inside turbochargers by means of a one dimensional lumped model. *Math Comput Model*, 57(7), 1847–52.

Paeng, K. S. y Chung, M. K. (2001). A new slip factor for centrifugal impellers. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, 215(5), 645-649.

Pereira, D. S., Lubomirsky, M. (2006). Gas composition effect on centrifugal compressor performance. In *Pipeline Simulation Interest Group Annual Meeting*. 06A1.

Pu, J., Liu G. y Feng X. (2010). Application of the cumulative exergy approach to different air conditioning systems. *Energy and buildings*, 42(11), 1999-2004.

Rautenberg, M., Kammer, N. (1984) On the Thermodynamics of Non-Adiabatic Compression and Expansion Process in Turbomachines. In: ICMPE, *Proceedings of the 5th International Conference for Mechanical Power Engineering*, October, Cairo, Egypt.

Remeljej, C. W., Hoadley, A. F. A. (2006). An exergy analysis of small-scale liquefied natural gas (LNG) liquefaction processes. *Energy* 31(12), 2005-2019.

Romagnoli, A., Martinez-Botas, R. (2009). Heat transfer on a turbocharger under constant load points. In *ASME Turbo Expo. American Society of Mechanical Engineers*, 163–174.

Romagnoli, A., Manivannan, A., Rajoo, A., Chiong, M. S., Feneley, A., Pesiridis, A., Martinez-Botas, R. F. (2017). A review of heat transfer in turbochargers. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 79, 1442-1460.

Serrano, J. R., Guardiola, C., Dolz, V., Tiseira, A., Cervello, C. (2007). Experimental study of the turbine inlet gas temperature influence on turbocharger performance. *SAE Technical Paper*. 2007-01-1559.

Serrano, J., Olmeda, P., Arnau, F., Reyes-Belmonte, M., Lefebvre, A. (2013). Importance of heat transfer phenomena in small turbochargers for passenger car applications. *SAE Technical Paper*, No. 2013-01-0576.

Serrano, J., Tiseira, A., Usaquen, T. R., Mijotte, G. (2017). Fast 2-D Heat Transfer Model for Computing Internal Temperatures in Automotive Turbochargers. *SAE Technical Paper*, No. 2017-01-0513.

Shaaban, S., Seume, J. R. (2006). Analysis of turbocharger non-adiabatic performance. In Institution of Mechanical Engineers: *In: Proceedings of the 8th International Conference on Turbochargers and Turbocharging*. London, 17–18.

Shaaban, S., Seume, J. (2012). Impact of Turbocharger Non-Adiabatic Operation on Engine Volumetric Efficiency and Turbo Lag. *International Journal Rotating Mach 2012*, [Article ID 625453]. <http://dx.doi.org/10.1155/2012/625453>.

Sirakov, B., Casey, M. (2013). Evaluation of heat transfer effects on turbocharger performance. *Journal of Turbomachinery*, 135(2), 021011.

Squatriglia, C. (2016). Three is the new four as engines downsize. *Wired Magazine*.

Stanitz, J. D. (1952). One-dimensional compressible flow in vaneless diffusers of radial- and mixed-flow centrifugal compressors, including effects of friction, heat transfer and area change. Report No.: NACA-TN-2610. 195.

Staroselsky, N. y Ladin, L. (1979). Improved surge control for centrifugal compressors. *Chemical engineering*, 86(11), 175-184.

Tanda, G., Marelli, S., Marmorato, G., Capobianco, M. (2017) An experimental investigation of internal heat transfer in an automotive turbocharger compressor. *Applied Energy*, 193, 531–539.

Torres, A. A., Toledo, V. M., Salazar, F. F., Lugo, L. R., Sánchez, F. M. (2012). Banco de pruebas para un turbocompresor centrífugo HOLSET HT3B. *Memorias: XVIII Congreso Internacional Anual de la SOMIM. México*. ISBN 978-607-95309-6-9, 1260-1267.

Turan, Ö. (2012). Exergetic effects of some design parameters on the small turbojet engine for unmanned air vehicle applications. *Energy*, 46(1), 51-61.

Turan, Ö., Aydın, H. (2016). Numerical calculation of energy and exergy flows of a turboshaft engine for power generation and helicopter applications. *Energy*, 115, 914-923.

Velazquez, E. I. G. (2017). Determination of a suitable set of loss models for centrifugal compressor performance prediction. *Chinese Journal of Aeronautics*, 30(5), 1644-1650.

Vieweg, M., Pischinger, S. (2017). Numerical analysis of energy flow paths in exhaust gas turbochargers by means of conjugate heat transfer. *J Eng Gas Turbines Power*,139(6), 61901.

Wang, X., Hwang, Y., Radermacher, R. (2008). Investigation of potential benefits of compressor cooling. *Applied Thermal Engineering*, 28, 1791–1797.

Westin, F., Rosenqvist, J., Ångström, H. E. (2004). Heat Losses from the Turbine of a Turbocharged SI-Engine-Measurements and Simulation. *SAE Technical Paper*, 2004-01-0996.

Wilcox, E. (1999). Practical Methods For Field Performance Testing Centrifugal Compressors. *In Proceedings of the 28th Turbomachinery Symposium*. Texas A&M University. Turbomachinery Laboratories.

Zheng, X., Jin, L., Du, T., Gan, B., Liu, F., Qian, H. (2012). Effect of temperature on the strength of a centrifugal compressor impeller for a turbocharger. *Proc Inst Mech Eng, Part C: Journal Mech Eng Sci* 2012, 0954406212454966.

Zheng, X., Sun, Z., Kawakubo, T. y Tamaki, H. (2018). Stability improvement of a turbocharger centrifugal compressor by a nonaxisymmetric vaned diffuser. *Journal of Turbomachinery*, 140(4), 041007.

## Recurso de internet

Imgrum, 2017. Mapa de operación HT3B. Obtenido de <https://www.imgrum.pw/media/1520758413502527467>



# Anexo A

## A.1 Exergía de compresión multietapa

Los compresores dinámicos son usualmente utilizados en procesos industriales en donde se requieren flujos continuos de gases a altas presiones. La relación de presiones de un compresor, suele depender de la velocidad de giro con que opera el equipo; sin embargo, estos dispositivos tienen un límite de velocidad periférica para evitar turbulencias y daños estructurales, por esta razón, la compresión del fluido en varios escalonamientos es una alternativa para obtener mayores relaciones de presiones al final del proceso. La ventaja de la compresión multietapa con enfriamientos intermedios es alcanzar una relación de presiones alta, con un menor trabajo de compresión, al reducir los cambios de entalpía de cada etapa de compresión.

### A.1.1 Proceso de compresión multietapa sin enfriamiento intermedio

En la Figura A1 se muestra el proceso de compresión multietapa de  $z$  etapas sin enfriamiento intermedio en un diagrama  $T$ - $s$ . La presión de succión  $P_1$ , la temperatura de succión  $T_1$ , la presión de descarga  $P_{z+1}$ , son parámetros conocidos del proceso de compresión; la letra “ $j$ ” funciona como un contador para nombrar estados, propiedades y parámetros en etapas intermedias de la compresión, tomando valores de 1 a  $z-1$ .

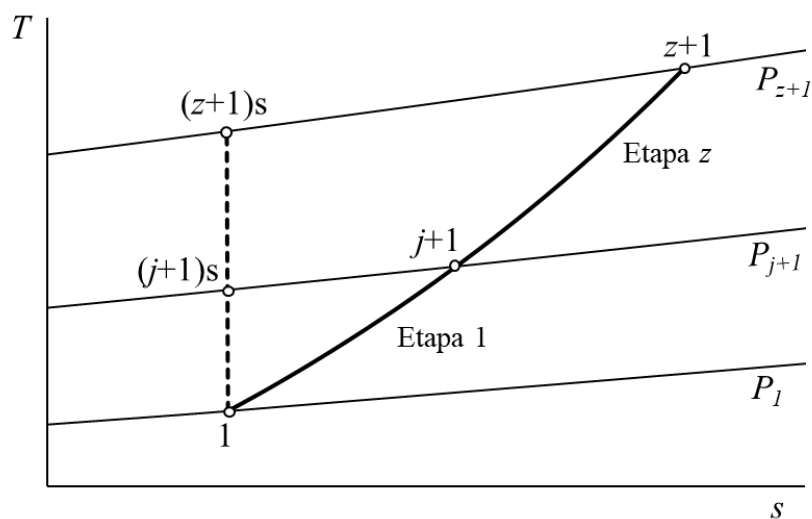


Figura A1. Compresión multietapa sin enfriamiento intermedio

El diagrama de la Figura A1 sólo funciona cuando  $z > 1$ ; en el caso en que  $z = 1$  el proceso sólo va de 1 a 2 y el contador  $j$  no se utiliza.

Considerando que cada etapa de compresión opera bajo el mismo exponente politrópico, el desempeño total de este proceso multietapa se puede determinar mediante las condiciones iniciales y finales del gas. Por lo tanto, de acuerdo a la Figura A1 se tienen las siguientes expresiones:

#### A.1.1.1 Relación de presiones total

Es la relación entre la presión de descarga de la última etapa de compresión y la presión de succión de la primera etapa de compresión

$$\pi = \frac{P_{(z+1)}}{P_1} \quad (\text{A-1})$$

#### A.1.1.2 Temperatura de descarga total

Considerando que el proceso de compresión sea politrópico,  $Pv^n = cte$ ; entonces la temperatura de descarga de la última etapa de compresión es función de la relación de presiones total y del exponente politrópico

$$T_{(z+1)} = T_1 \pi^{\frac{n-1}{n}} \quad (\text{A-2})$$

#### A.1.1.3 Temperatura de descarga isoentrópica total

Una compresión es isoentrópica cuando el exponente politrópico es igual al exponente adiabático,  $n = \gamma$ ; entonces, la temperatura de descarga isoentrópica es

$$T_{(z+1)s} = T_1 \pi^x \quad (\text{A-3})$$

en donde

$$x = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = \frac{R}{c_p}$$

#### A.1.1.4 Trabajo de flujo

El trabajo de flujo es el trabajo suministrado al fluido, para elevar la presión desde la presión de admisión de la primera etapa de compresión hasta la presión de descarga de la última etapa de compresión

$$\tau_{fc} = \left( \frac{n}{n-1} \right) RT_1 \left( \pi^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) \quad (2.28)$$

#### A.1.1.5 Trabajo de compresión

Considerando cada etapa de compresión como una compresión adiabática, el trabajo suministrado al compresor es el cambio de entalpía del proceso

$$\tau_c = c_p T_1 \left( \pi^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) \quad (2.31)$$

#### A.1.1.6 Eficiencia de compresión isoentrópica

Es la relación entre el trabajo de compresión isoentrópico y el trabajo de compresión real

$$\eta_{sic} = \frac{T_{(z+1)s} - T_1}{T_{(z+1)} - T_1} \quad (A-4)$$

#### A.1.1.7 Eficiencia de compresión politrópica

Es la relación entre trabajo de flujo y el trabajo de compresión real

$$\eta_{pic} = \frac{\tau_f}{\tau_c} \quad (3.31)$$

o bien en función del exponente adiabático y el exponente politrópico

$$\eta_{pic} = \left( \frac{n}{n-1} \right) \left( \frac{\gamma-1}{\gamma} \right)$$

#### A.1.1.8 Cambio de entropía en función de la eficiencia politrópica.

$$\Delta s = \left( \frac{1 - \eta_{pic}}{\eta_{pic}} \right) R \ln \pi \quad (A-5a)$$

o bien,

$$\Delta s = (1 - \eta_{pic}) c_p \ln \frac{T_{(z+1)}}{T_1} \quad (A-5b)$$

### A.1.1.9 Exergía de compresión

El cambio de exergía en un proceso de compresión multietapa sin enfriamientos intermedios, es el trabajo mínimo reversible requerido para el tren de compresión. Utilizando la ecuación (A-5a) la exergía se determina mediante la siguiente expresión

$$\Delta \varepsilon = (h_{(z+1)} - h_1) - RT_0 \frac{1 - \eta_{pic}}{\eta_{pic}} \ln \pi \quad (A-6)$$

### A.1.2 Variación paramétrica del cambio de exergía en función de la eficiencia politrópica

La Figura A2 muestra que a medida que se incrementa la eficiencia de compresión politrópica, la exergía disminuye hasta alcanzar un valor mínimo. Este valor mínimo corresponde al cambio de exergía en el proceso de compresión isoentrópico, es decir, cuando la eficiencia isoentrópica y la eficiencia politrópica tienen valor de uno. Para una eficiencia de compresión politrópica constante, se tienen mayores valores de exergía a medida que la relación de presiones es mayor; lo que significa que se requiere de un mayor trabajo para alcanzar esas relaciones de presiones. También se muestra que el cambio de exergía de compresión tiene variaciones insignificantes al aumentar la eficiencia politrópica a relaciones de presiones bajas.

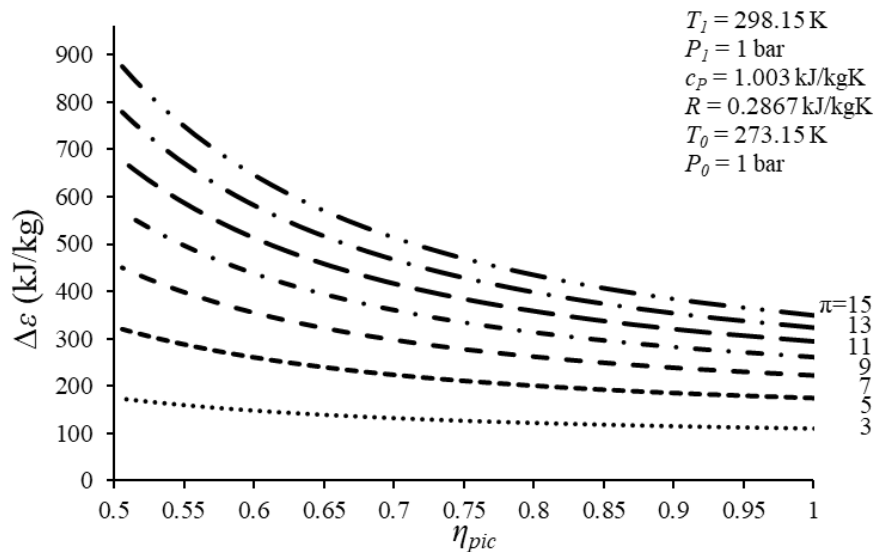


Figura A2. Exergía en función de la eficiencia politrópica

### A.1.3 Compresión multietapa con enfriamientos intermedios

El enfriamiento intermedio de la compresión multietapa, permite disminuir la temperatura del aire que circula entre dos etapas de compresión. La Figura A3 muestra un proceso de dos etapas de compresión con enfriamiento intermedio, el enfriador intermedio disminuye la temperatura del gas que sale de la primera etapa de compresión y que después ingresa a la segunda etapa de compresión a una

menor temperatura. La letra  $i$  indica el estado termodinámico del aire después de un enfriamiento intermedio.

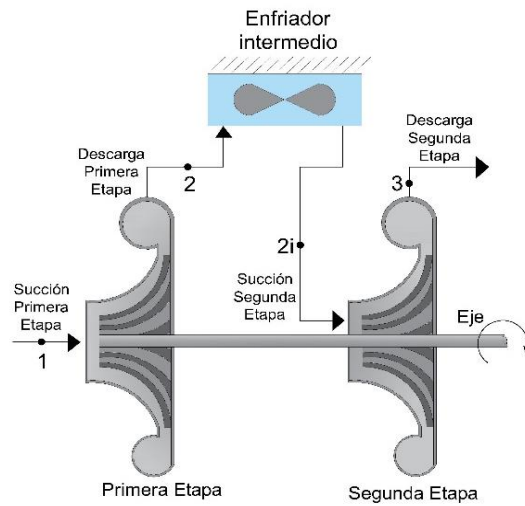


Figura A3. Compresor de dos etapas con enfriamiento intermedio

La Figura A4 muestra el proceso de compresión multietapa con enfriamientos intermedios en un diagrama  $T$ - $s$ . En éste también se muestra el nombramiento de los estados y las propiedades termodinámicas en todo el proceso. Por ejemplo, para  $z = 4$  el estado termodinámico de descarga “Estado ( $z + 1$ )” es el Estado 5, en donde se tienen las propiedades  $P_5$  y  $T_5$ , el contador  $j$  toma valores de 1, 2 y 3, por lo tanto, los estados de descarga intermedios “Estado ( $j+1$ )”, son el Estado 2, el Estado 3 y el Estado 4, y los estados intermedios después del enfriamiento son el Estado  $2i$ , el Estado  $3i$  y el Estado  $4i$ ; las propiedades termodinámicas de cada estado termodinámico se nombran de acuerdo al nombre de su estado correspondiente.

El objetivo del enfriamiento intermedio es disminuir la temperatura de descarga de cada etapa hasta obtener la temperatura de succión. Por lo tanto, la temperatura de succión de cada etapa intermedia es

$$T_{(j+1)i} = T_1 \quad (\text{A-7})$$

#### A.1.3.1 Presiones intermedias para obtener el trabajo mínimo

El trabajo de compresión mínimo en un compresor multietapa con enfriamientos intermedios, se obtiene cuando las relaciones de presiones de las etapas de compresión intermedias son iguales, es decir

$$\pi_j \Big|_{j=1}^{z-1} = \pi_z$$

Por lo tanto, la relación de presiones intermedia óptima para obtener el trabajo mínimo en un proceso de compresión con enfriamientos intermedios se obtiene de la siguiente manera

$$\pi_j = \sqrt[z]{\pi} \quad (\text{A-8})$$

La expresión (A-8) se obtiene derivando la ecuación de trabajo de compresión con respecto a la relación de presiones e igualando a cero, considerando la ecuación (A-7) (Lugo y Toledo, 2004).

Por lo tanto, la relación de presiones total es el producto de las relaciones de presiones de cada etapa de compresión

$$\pi = \prod_{j=1}^z \pi_j \quad (\text{A-9})$$

### A.1.3.2 Temperatura de descarga de cada etapa

Considerando que el exponente politrópico de cada etapa de compresión es el mismo, la temperatura de descarga de cada etapa de compresión es igual a la temperatura de descarga de la última etapa de compresión, como se muestra en la Figura A4 y se expresa de la siguiente manera

$$T_{(j+1)} = T_1 \left( \pi^{\frac{n-1}{zn}} - 1 \right) = T_{(z+1)} \quad (\text{A-10})$$

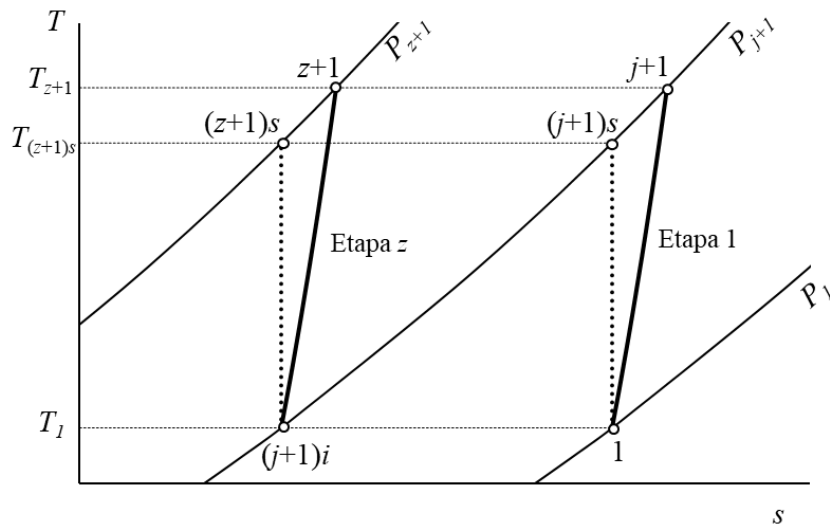


Figura A4. Compresión multietapa con enfriamiento intermedio

### A.1.3.3 Trabajo de flujo

El trabajo de flujo total de la compresión, es la suma del trabajo de flujo de cada etapa de compresión empleando la relación de presiones intermedia

$$\tau_{fM} = \frac{n}{n-1} zRT_1 \left( \pi^{\frac{n-1}{zn}} - 1 \right) \quad (4.36)$$

#### A.1.3.4 Trabajo de compresión.

El trabajo de compresión total es la suma del trabajo de cada una de las etapas de compresión. La expresión del trabajo de compresión total en función del exponente politrópico de cada etapa de compresión, de la relación de presiones intermedia y del número de etapas de compresión es

$$\tau_{cM} = z c_p T_1 \left( \pi^{\frac{n-1}{zn}} - 1 \right) \quad (\text{A-11})$$

#### A.1.3.5 Calor rechazado total

El calor rechazado total es el cambio de entalpía entre cada etapa de compresión, es decir

$$q_{rechM} = (1-z) c_p T_1 \left( \pi^{\frac{n-1}{zn}} - 1 \right) \quad (\text{A-12})$$

#### A.1.3.6 Cambios de entropía

En cada etapa de compresión se tiene un incremento de entropía debido a las irreversibilidades en cada proceso, la suma total del cambio de entropía de los procesos de compresión es

$$\Delta s_M = \left[ c_p \ln \left( \frac{T_{z+1}}{T_1} \right) - R \ln \left( \pi^{\frac{1}{z}} \right) \right] z$$

o bien en función de la eficiencia politrópica

$$\Delta s_M = \left[ \left( \frac{1-\eta_{pic}}{\eta_{pic}} \right) R \ln \left( \pi^{\frac{1}{z}} \right) \right] z = \left[ (1-\eta_{pic}) c_p \ln \frac{T_{(z+1)}}{T_1} \right] z \quad (\text{A-13})$$

#### A.1.3.7 Exergía de compresión total

La exergía total de compresión es la suma de la exergía de cada etapa de compresión

$$\Delta \varepsilon_M = \left[ c_p T_1 \left( \pi^{\frac{n-1}{zn}} - 1 \right) \right] z - T_0 \Delta s_M \quad (\text{A-14})$$

#### A.1.3.8 Eficiencia exergética

Es la relación entre la exergía de compresión total y el trabajo de compresión total

$$\eta_{exM} = \frac{\Delta \varepsilon_M}{\tau_{cM}}$$

o bien, en función de la eficiencia politrópica

$$\eta_{exM} = 1 - \left( \frac{T_0}{T_{(z+1)} - T_1} \right) \left( \frac{1 - \eta_{pic}}{\eta_{pic}} \right) \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right) \ln \pi \quad (\text{A-15})$$

#### A.1.4 Variación de la eficiencia politrópica y número de etapas de compresión

La Figura A5 muestra la relación que tiene la exergía de un proceso de compresión con la relación de presiones, con la eficiencia politrópica y el número de etapas en un proceso de compresión multietapa con enfriamientos intermedios. Se muestra que a mayor eficiencia politrópica del proceso, menor es el cambio de exergía de compresión, aproximándose más al proceso isoentrópico. Por otro lado, el número de etapas también es un parámetro determinante en la cantidad de exergía en un proceso de compresión multietapa con enfriamientos intermedios; mostrando que, a mayor número de etapas de compresión, menor es la exergía requerida en el proceso. El cambio de exergía del proceso de compresión es mayor cuando la relación de presiones es mayor.

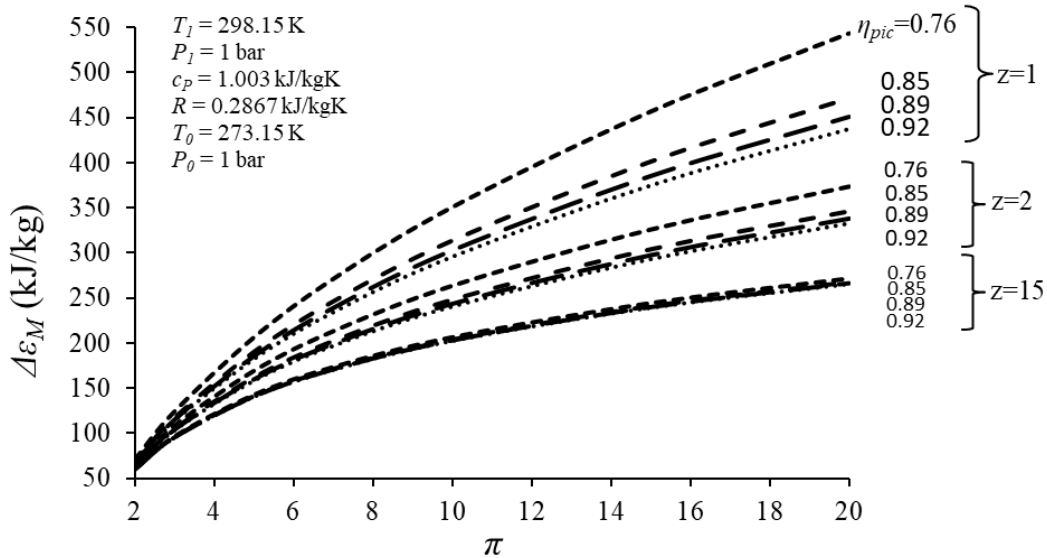


Figura A5. Dependencia con la eficiencia politrópica y el número de etapas de compresión

La Figura A6 muestra que al aumentar el número de etapas al proceso de compresión, el cambio de exergía se hace insignificante. Por ejemplo, para una relación de presiones de 15, el cambio de exergía al aumentar de tres a cinco etapas representa un cambio de menos 6.8 %. Los cambios más representativos encuentran en las tres primeras etapas, con cambios hasta del 40 %. También se muestra que los cambios del cambio de exergía de compresión se hacen menos significativos al aumentar el número etapas de compresión, cuando se tienen bajas relaciones de presiones.



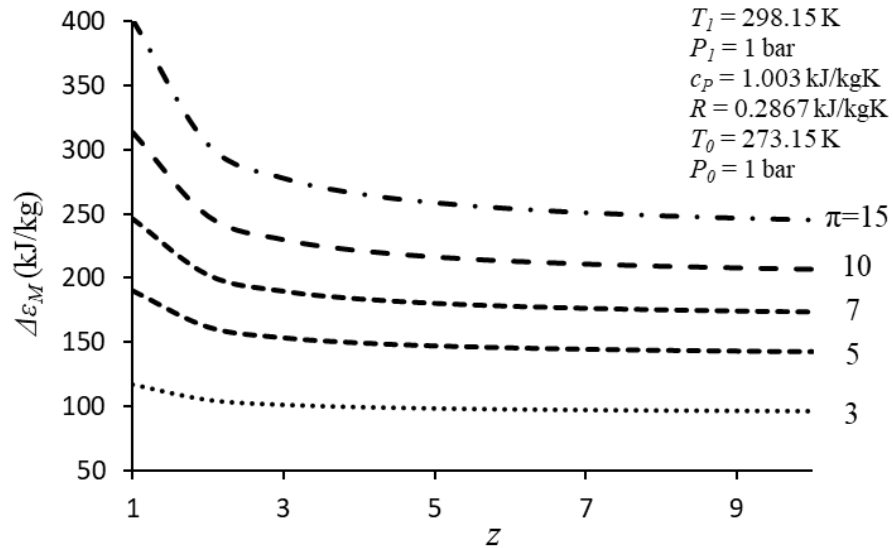


Figura A6. Exergía de compresión en función del número de etapas

### A.1.5 Ejemplo

Para analizar y comparar la exergía en un proceso de compresión con y sin enfriamientos intermedios, se toman los datos mostrados en la Tabla A1. Las propiedades del estado muerto son,  $T_0 = 273.15 \text{ K}$  y  $P_0 = 1 \text{ bar}$ .

Tabla A1. Datos para el caso de estudio

Propiedad	
$T_1, \text{ K}$	298.15
$P_1, \text{ bar}$	1
$P_{z+1}, \text{ bar}$	15
$n$	1.5
$z$	5

Utilizando la ecuación (A-8) se obtienen las presiones intermedias de la compresión multietapa. Las presiones obtenidas se muestran en la Tabla A2.

Tabla A2. Presiones intermedias

Presión (bar)	Valor
$P_2$	1.718
$P_3$	2.954
$P_4$	5.077
$P_5$	8.727

### A.1.5.1 Proceso de compresión multietapa sin enfriamientos intermedios

Tomando los datos de la Tabla A1, se obtiene una compresión politrópica con una relación de presiones total de 15, el proceso de compresión sin considerar enfriamientos intermedios en un diagrama  $T$ - $s$  se muestra en la Figura A7. En este caso, el número de etapas de compresión no tienen efecto alguno en el trabajo total de compresión, debido a que el cambio total de entalpía del proceso depende de la relación de presiones total y del exponente politrópico. Se muestra que al pasar el gas por cada etapa de compresión, el cambio de entropía del proceso aumenta, de tal modo que a mayor presión y mayor temperatura alcance el proceso, mayor será el incremento de entropía. El cambio de entropía por etapa tiene un valor constante de 0.258 kJ/kgK; sin embargo, el cambio de temperatura de cada etapa si aumenta, con incrementos por etapa de 58.99, 70.66, 84.65, 101.39 y 121.46 K. La diferencia de temperaturas entre el proceso de compresión real y el isoentrópico ( $T_6 - T_{6s}$ ) es de 89 K.

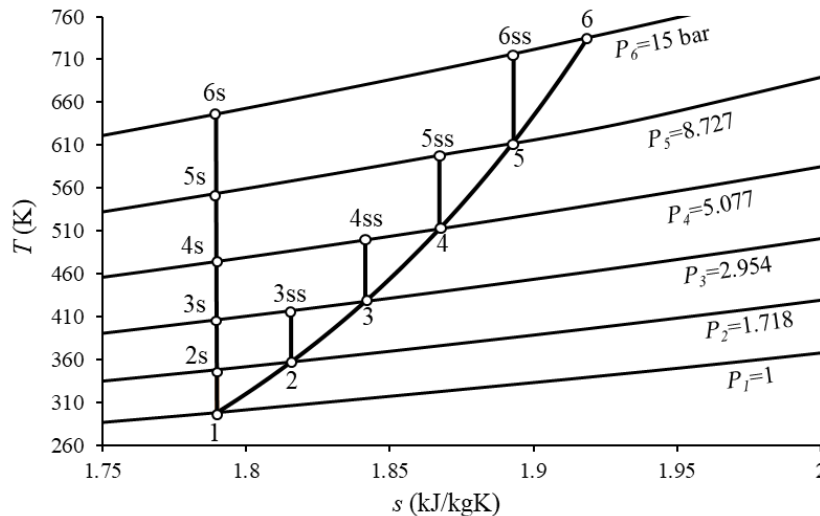


Figura A7. Diagrama temperatura-entropía

La Figura A8 muestra el diagrama exergía-entropía del proceso de compresión del ejemplo. En éste se muestra que el incremento de entropía de cada etapa de compresión, está acompañado por un aumento de exergía del proceso de compresión. La diferencia de exergía entre el proceso politrópico y el proceso

isoentrópico ( $\varepsilon_6 - \varepsilon_{6s}$ ) es de 53.9 kJ/kg, es decir, el 13.3 % menor al proceso politrópico, lo que es igual al trabajo reversible extra que se debe suministrar al equipo por el incremento de entropía del proceso.

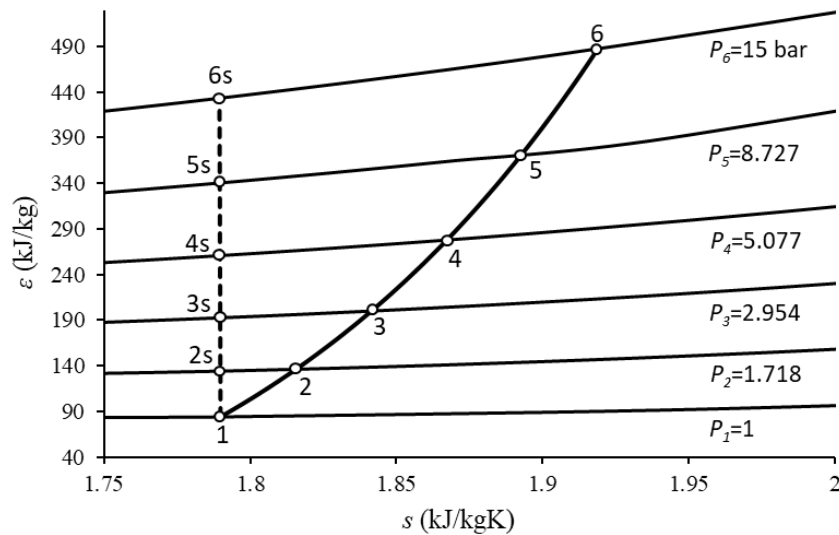


Figura A8. Diagrama exergía-entropía

La Figura A9 muestra que la exergía tiene una relación casi lineal con la entalpía, lo que diferencia estas dos propiedades es la irreversibilidad del proceso, que es consecuencia del incremento de entropía en la compresión adiabática. También se muestra el proceso de compresión isoentrópico; la diferencia de entalpía entre el estado 6 y el estado 6s representa el recalentamiento por fricción  $r$  con un valor de 89.2 kJ/kg, que equivale al trabajo de compresión extra que se debe suministrar al equipo por el incremento de entropía.

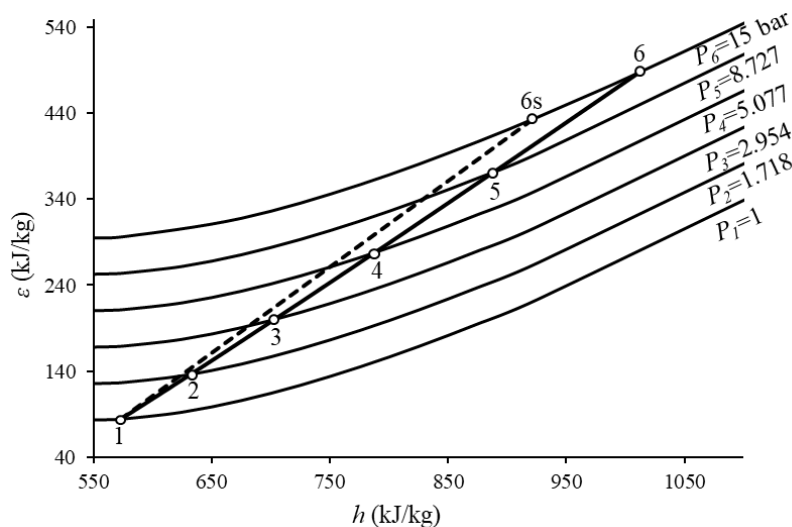


Figura A9. Diagrama exergía-entalpía

En la Figura A10 se muestra la comparación entre la eficiencia isoentrópica, la eficiencia politrópica y la eficiencia exergética para un proceso de compresión multietapa sin enfriamientos intermedios en función de la relación de presiones. En éste se muestra que la eficiencia politrópica se mantiene

constante debido a que el exponente politrópico del proceso es constante, sin embargo, la eficiencia exergética aumenta al incrementarse la relación de presiones; entre mayor es la relación de presiones, mayor es la exergía del proceso, esto significa que el crecimiento entrópico de la compresión aumenta en menor proporción al incrementarse la relación de presiones. Por otro lado, la eficiencia isoentrópica disminuye a medida que la relación de presiones se incrementa, esto se debe a que el proceso se aleja cada vez más del proceso de compresión isoentrópico.

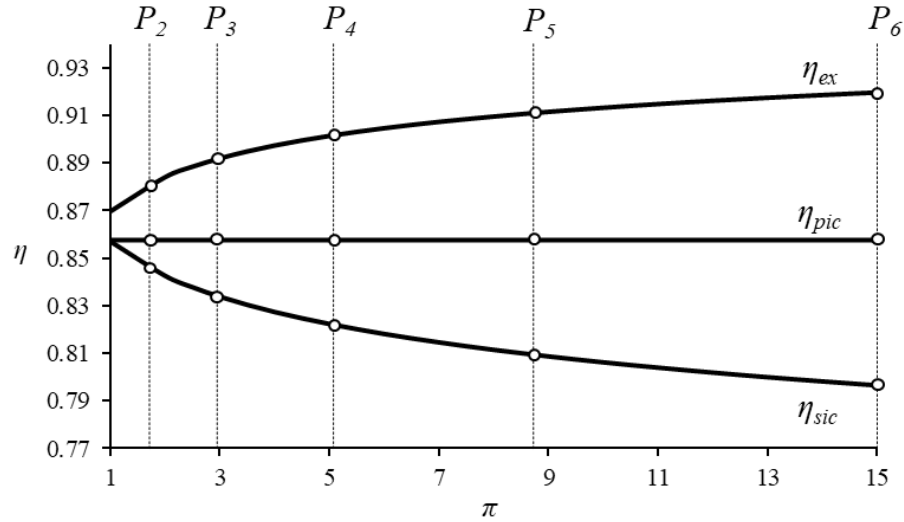


Figura A10. Eficiencias en función de la relación de presiones

#### A.1.5.2 Proceso de compresión multietapa con enfriamiento intermedio

Al considerar enfriamientos intermedios entre cada etapa de compresión, la temperatura de descarga de cada etapa alcanza la temperatura de succión al pasar el aire por un proceso de enfriamiento. La Figura A11 muestra los procesos de compresión en un diagrama  $T$ - $s$ . En este caso, el trabajo de compresión total es igual a la suma del trabajo de compresión de cada una de las etapas. Cada etapa de compresión implica un incremento propio de entropía; sin embargo por efecto de los enfriamientos la entropía del proceso disminuye.

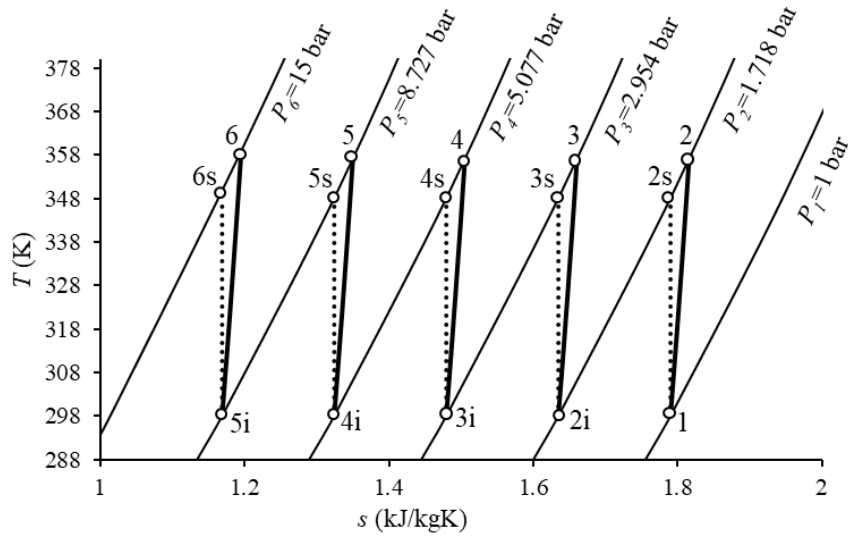


Figura A11. Diagrama temperatura-entropía con enfriamiento intermedio

La Figura A12 muestra que la exergía total del proceso aumenta debido al cambio de presión de cada etapa de compresión, sin embargo, cada enfriamiento intermedio provoca disminuciones de entropía por etapa de menos del 5 %. Las líneas punteadas muestran que el cambio diferencial de exergía,  $d\varepsilon$ , y el cambio diferencial de entropía,  $ds$ , se relacionan por una constante, que es igual a la temperatura,  $T$ ; es decir,  $(d\varepsilon / ds) = T$ .

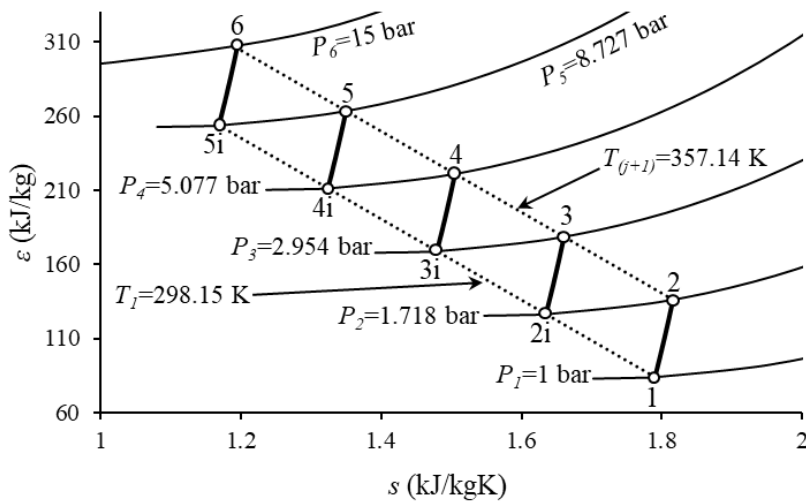


Figura A12. Diagrama exergía-entropía. Enfriamiento intermedio

La Figura A13 muestra la relación entre el cambio de exergía y el cambio de entalpía de cada etapa de compresión. El cambio de entalpía es el mismo para cada etapa de compresión con un valor de 59.16 kJ/kg, siendo el trabajo de compresión total de 295.84 kJ/kg. Del mismo modo, la exergía total es la suma del cambio de exergía de cada etapa de compresión con un valor total de 260.61 kJ/kg.

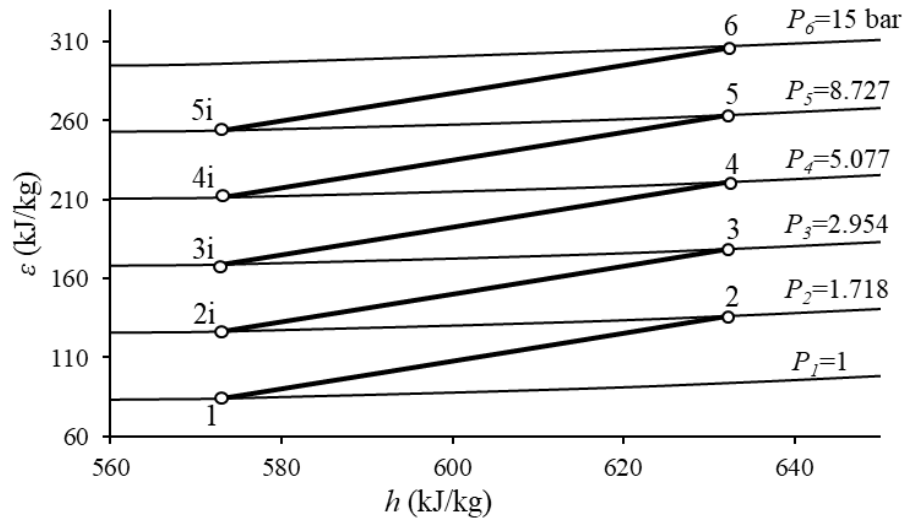


Figura A13. Diagrama exergía-entalpía. Enfriamiento intermedio

La Figura A14 muestra a la eficiencia politrópica, la eficiencia isoentrópica y la eficiencia exergética del proceso de compresión en función de la relación de presiones. En ésta se muestra que la eficiencia politrópica para cada etapa de compresión se mantiene constante, debido a que el exponente politrópico para cada etapa de compresión es constante. Sin embargo, la eficiencia isoentrópica y la eficiencia politrópica se mantiene en rangos de 0.845 a 0.856 y 0.870 a 0.880, respectivamente, en cada una de las etapas de compresión.

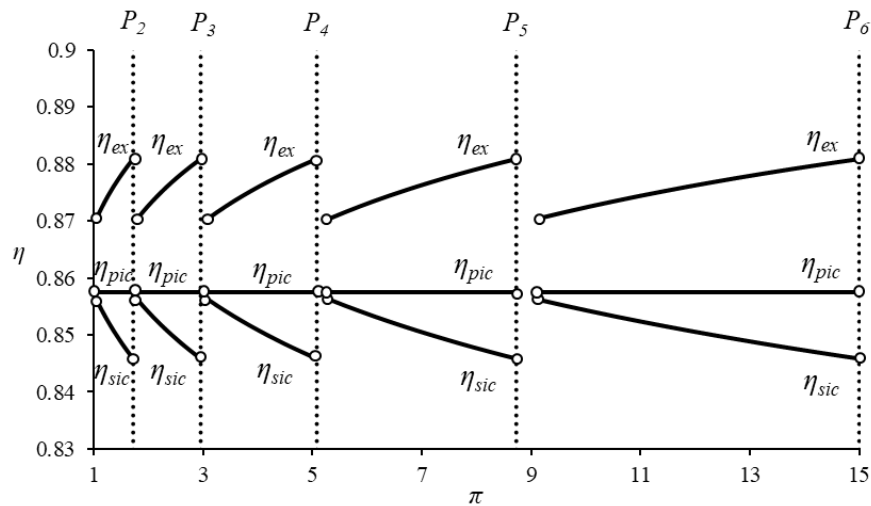


Figura A14. Eficiencias en función de la relación de presiones. Compresión con enfriamientos intermedios

La compresión multietapa con y sin enfriamientos intermedios se puede comparar con parámetros como el trabajo de flujo, el trabajo de compresión, el incremento de entropía, la exergía específica y las eficiencias de compresión. Este comparativo de ambos procesos se muestra en la Tabla A3, en la cual, la compresión multietapa con enfriamiento intermedio presenta las siguientes ventajas con respecto al proceso sin enfriamientos intermedios: el trabajo de flujo y el trabajo de compresión disminuyen 32.5 %

mientras que la exergía es menor en un 35.3 %. Por otro lado, en la Tabla A4 presentan las eficiencias de compresión del proceso multietapa sin enfriamientos intermedios y las eficiencias de compresión de cada una de las etapas de compresión del proceso con enfriamientos intermedios. Se encuentra que la eficiencia isoentrópica y exergética de las etapas de compresión con enfriamientos intermedios son 6.2 % mayor y 4.3 % menor al proceso sin enfriamientos respectivamente. Por otro lado, el desempeño energético del proceso de compresión multietapas con enfriamientos intermedios se puede evaluar mediante la eficiencia isotérmica, que se define como la relación entre el trabajo de compresión del proceso isotérmico y el trabajo de compresión del proceso con enfriamiento; para este caso el trabajo de compresión del proceso isotérmico es de 231.48 kJ/kg, por lo tanto la eficiencia de compresión isotérmica es del 78 %.

Tabla A3. Comparación de procesos de compresión multietapa.

Parámetro	Enfriamientos intermedios	
	Sin	Con
$\tau_b$ , kJ/kg	375.99	253.69
$\tau_c$ , kJ/kg	438.46	295.84
$\Delta\varepsilon$ , kJ/kg	403.22	260.61

Tabla A4. Comparación de eficiencias de compresión.

Parámetro	Sin	Con
	enfriamiento (Proceso completo)	enfriamiento intermedio (Por etapa)
$\eta_{sic}$	0.7964	0.8458
$\eta_{pic}$	0.8575	0.8575
$\eta_{ex}$	0.9196	0.8809

## A.2 Exergía de compresión de una etapa con enfriamiento a lo largo del proceso

La exergía requerida en un proceso de compresión multietapa con enfriamientos intermedios y la de una compresión de una etapa con enfriamiento a lo largo del proceso, presentan ciertas diferencias debido a que el proceso de una etapa de compresión con enfriamiento regularmente se considera un proceso internamente reversible, en este caso, la irreversibilidad del proceso no implica pérdidas energéticas del proceso, sino sólo por el efecto del calor rechazado al medio ambiente. Las Figura A15 y A16 muestran en un diagrama  $T$ - $s$  los dos tipos de procesos de compresión con enfriamiento bajo las

mismas condiciones de succión y de descarga. Los cambios de exergía en ambos casos son diferentes, al considerar que en la compresión multietapa los exponentes politrópicos de compresión en cada etapa tienen valores son de  $n > \gamma$ .

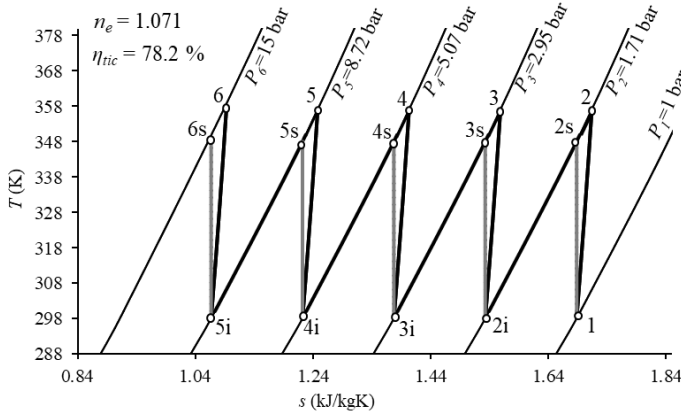


Figura A15. Compresión de 5 etapas con enfriamientos intermedios

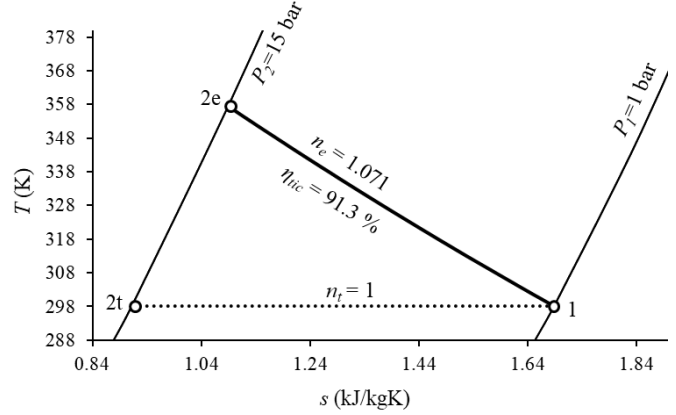


Figura A16. Compresión de una etapa con enfriamiento a lo largo del proceso

Para comparar el proceso de compresión multietapa con enfriamientos intermedios y la compresión de una etapa con enfriamiento a largo del proceso se consideran las mismas propiedades de succión y de descarga. A continuación se muestran las expresiones para calcular los parámetros de operación y de desempeño para la compresión de una etapa con enfriamiento a lo largo del proceso.

### A.2.1 Compresión de una etapa con enfriamiento a lo largo del proceso

#### A.2.1.1 Exponente politrópico de enfriamiento

El exponente politrópico se obtiene mediante las propiedades termodinámicas en la succión y en la descarga, la expresión es la siguiente

$$n_e = \frac{1}{1 - \frac{\ln(T_{(z+1)}/T_1)}{\ln(\pi)}} \tag{A-16}$$

#### A.2.1.2 Trabajo de compresión

El trabajo de compresión con enfriamiento en función de la relación de presiones, la temperatura de succión y el exponente politrópico de enfriamiento se expresa como

$$\tau_{ce} = \frac{n_e}{n_e - 1} RT_1 \left( \pi^{\frac{n_e - 1}{n_e}} - 1 \right)$$



### A.2.1.3 Calor rechazado

El calor rechazado es la diferencia entre el trabajo suministrado y el cambio de entalpía del proceso, éste se puede expresar en función de la temperatura de succión, la relación de presión y el exponente politrópico

$$q_{rech e} = c_n T_1 \left( \pi^{\left(\frac{n_e-1}{n_e}\right)} - 1 \right) \quad (A-17)$$

en donde

$$c_n = c_v \left( \frac{\gamma - n_e}{1 - n_e} \right)$$

### A.2.1.4 Eficiencia de compresión isotérmica

La eficiencia de compresión isotérmica es un parámetro que evalúa el desempeño energético del proceso de compresión con enfriamiento, y se expresa de la siguiente manera

$$\eta_{ic} = \frac{\tau_{ct}}{\tau_{ce}}$$

### A.2.1.5 Cambio de entropía

El cambio de entropía total del proceso es igual a

$$\Delta s_e = c_p \ln \left( \frac{T_{z+1}}{T_1} \right) - R \ln(\pi) \quad (A-19)$$

### A.2.1.6 Cambio de exergía

El cambio de exergía en la compresión con enfriamiento a lo largo del proceso se calcula de la siguiente manera

$$\Delta \varepsilon_e = c_p T_1 \left( \pi^{\left(\frac{n_e-1}{n_e}\right)} - 1 \right) - T_0 \Delta s_e$$

### A.2.1.7 Eficiencia exergética

La eficiencia exergética es la razón entre el cambio de exergía y el trabajo de compresión, por lo tanto para la compresión de una etapa con enfriamiento a lo largo del proceso la expresión es la siguiente

$$\eta_{ex e} = \frac{\Delta \varepsilon_e}{\tau_{ce}}$$

### A.2.2. Variación paramétrica

Para analizar ambos procesos de compresión con enfriamiento, se realiza una variación del número de etapas de compresión  $z$  para el proceso de compresión multietapa con enfriamientos intermedios, para distintos exponentes politrópicos de etapa de compresión  $n$ . Para poder comparar la compresión con enfriamiento a lo largo del proceso con la compresión multietapa con enfriamientos intermedios, se toman las mismas propiedades de succión ( $T_1 = 298.15$  K y  $P_1 = 1$  bar), y las mismas propiedades de descarga tomando como referencia la presión y temperatura de descarga de cada proceso multietapa de  $z$  etapas como se muestra en la Tabla A.5. Por ejemplo, las propiedades de descarga de un proceso de compresión de 10 etapas con enfriamientos intermedios son  $P_{11}$  y  $T_{11}$ , que son mismas a las propiedades de descarga de una compresión “J” con enfriamiento a lo largo del proceso.

Tabla A.5. Presiones y temperaturas de descarga para la variación paramétrica

Compresión multietapa		Compresión con enfriamiento a lo largo del proceso
Número de etapas $z$	Propiedades de descarga	Proceso
1	$(P_2, T_2)_{z=1}$	A
2	$(P_3, T_3)_{z=2}$	B
3	$(P_4, T_4)_{z=3}$	C
4	$(P_5, T_5)_{z=4}$	D
5	$(P_6, T_6)_{z=5}$	E
6	$(P_7, T_7)_{z=6}$	F
7	$(P_8, T_8)_{z=7}$	G
8	$(P_9, T_9)_{z=8}$	H
9	$(P_{10}, T_{10})_{z=9}$	I
10	$(P_{11}, T_{11})_{z=10}$	J
15	$(P_{16}, T_{16})_{z=15}$	K

### A.2.3 Análisis paramétrico

A continuación se muestran los resultados obtenidos de los parámetros de desempeño exergético a partir de la variación paramétrica del exponente politrópico, la relación de presiones total y del número de etapas de compresión. La Figura A17 muestra el cambio de exergía total de la compresión multietapa con enfriamientos intermedios en función del número de etapas de compresión a diferentes exponentes politrópicos de compresión. En ésta se muestra que, el cambio de exergía de compresión disminuye a medida que el exponente politrópico de las etapas de compresión también disminuye, y del mismo modo, el cambio de exergía disminuye al aumentar el número de etapas de compresión.

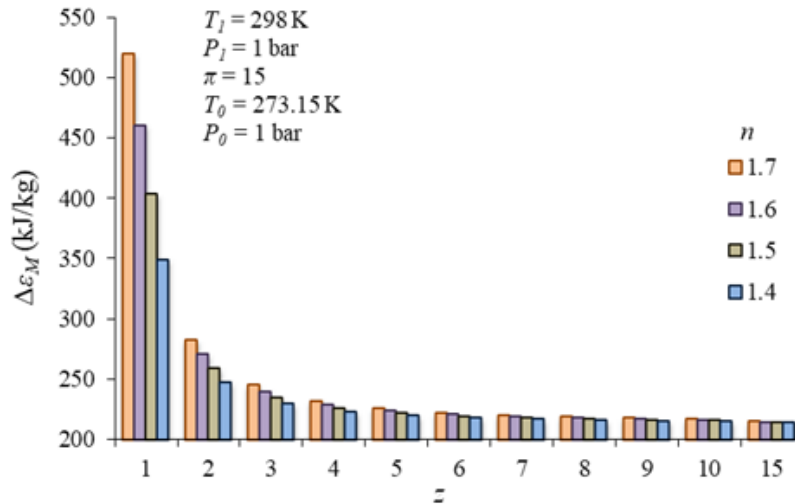


Figura A17.- Cambio de exergía de compresión multietapa con enfriamientos intermedios a diferentes exponentes politrópicos

La Figura A18 muestra el cambio de exergía de compresión de una etapa con enfriamiento a lo largo del proceso. La abscisa del gráfico proporciona la información del estado final de la compresión de una etapa (descarga de la compresión) con las mismas propiedades del estado final que de compresión multietapa, como se muestra en la Tabla A.5. Se muestra que los valores del cambio de exergía de las compresiones de una etapa con enfriamiento a lo largo del proceso son iguales a los cambios de exergía de los procesos de compresión multietapa con enfriamientos intermedios correspondientes. Por ejemplo, para una compresión multietapa con enfriamientos intermedios con  $z = 4$  y con un exponente politrópico en cada etapa de compresión de  $n = 1.45$ , el cambio de exergía es de 224.42 kJ/kg (Figura A17); y para la compresión de una etapa con enfriamiento a lo largo de la compresión con las mismas propiedades de succión y de descarga (proceso D), el exponente politrópico de enfriamiento es  $n_e = 1.084$  y el cambio de exergía es de 224.42 kJ/kg.

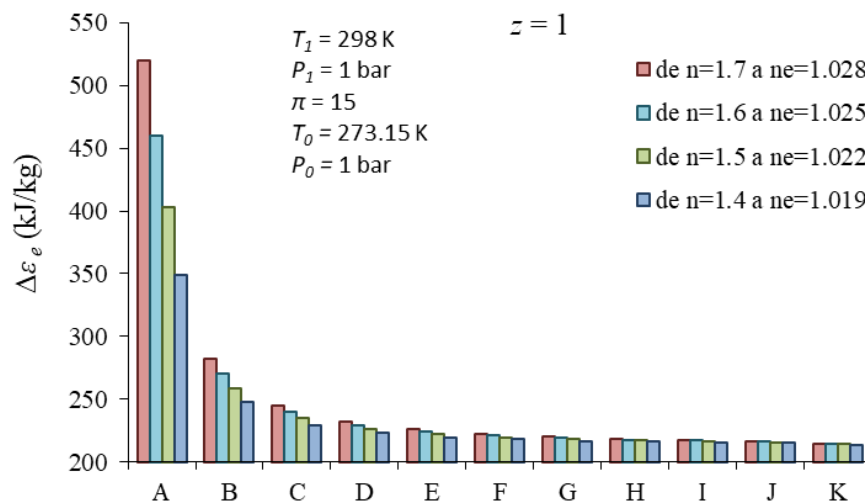


Figura A18.- Cambio de exergía de compresión de una etapa con enfriamiento a distintos exponentes politrópicos

De esta manera se muestra el cambio de exergía del proceso de compresión, depende únicamente del estado inicial y final del proceso. También se muestran que al aumentar el número de etapas, el cambio de exergía tiende a disminuir a un valor determinado. Por ejemplo, en la Figura A17 se muestra que al aumentar el número de etapas a  $z = 15$ , para cualquier valor de  $n$ , el cambio de exergía tiende a disminuir a 213.77 kJ/kg; mismo valor que se obtiene en el proceso K de la Figura A18.

Con respecto a las eficiencias de compresión, las Figuras A19 y A20 muestran respectivamente las eficiencias exergéticas de compresión para los dos tipos de proceso de compresión con enfriamiento. La Figura A19 muestra que a mayores exponentes politrópicos de compresión, la eficiencia de compresión exergética disminuye, al igual, que si se aumentan las etapas de compresión. El proceso de compresión con  $z = 1$  y  $n = 1.4$ , es el proceso de compresión isoentrópico, por lo tanto se obtiene una eficiencia exergética del 100%. Sin embargo, cuando  $z > 1$  y  $n = 1.4$ , la eficiencia de compresión exergética va a ser menor al 100% debido a la irreversibilidad que implica el calor rechazado en los enfriamientos intermedios. Por otro lado, con etapas de compresión con  $n > 1.4$ , la eficiencia exergética de compresión disminuye debido al aumento de la irreversibilidad generada en el proceso de compresión. También se muestra que las mínimas eficiencia exergética se obtiene con 3 y 4 etapas de compresión.

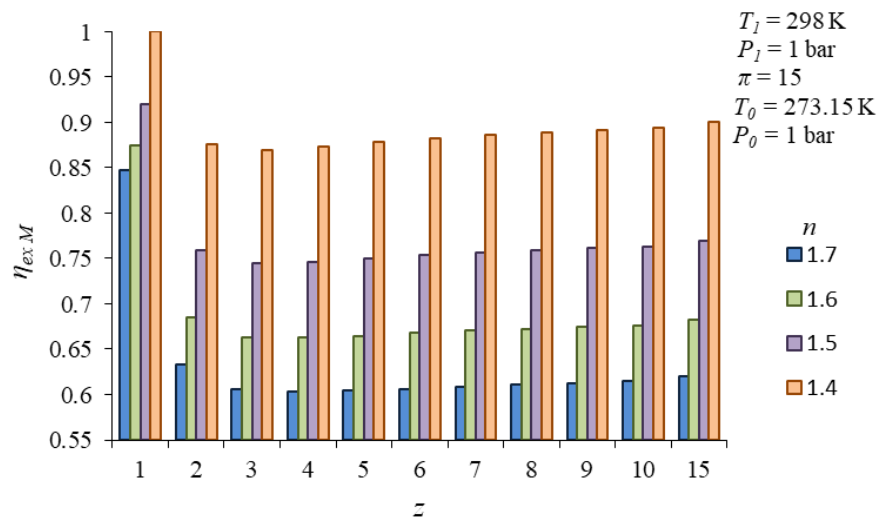


Figura A19.- Eficiencia de compresión exergética multietapa con enfriamientos intermedios a diferentes exponentes politrópicos

Por otro lado, la Figura A20 muestra la compresión con enfriamiento a lo largo del proceso. En ésta se muestra que las eficiencias de compresión exergéticas son mayores que las obtenidas en las compresiones multietapas. Cuando las propiedades de descarga son iguales a las compresiones con tres y cuatro etapas, es decir, los procesos C y D, también se obtienen las mínimas eficiencias de compresión exergéticas. Para el proceso K se obtienen eficiencias exergéticas con valores entre 0.893 y 0.899.

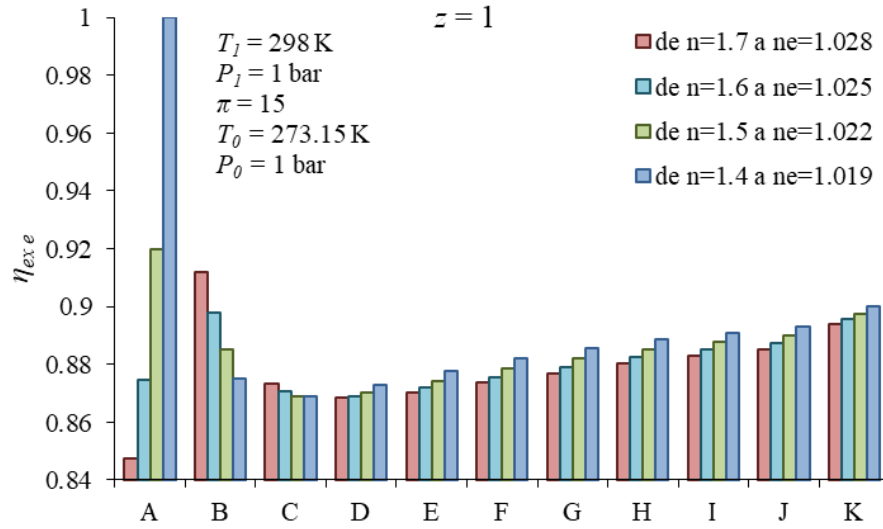


Figura A20. Eficiencia de compresión exérgica de una etapa con enfriamiento a distintos exponentes politrópicos

Las Figuras A21 y A22 muestran al cambio de exergía para distintas relaciones de presiones totales. En ambas figuras se muestra que a menor relación de presiones, menor es el cambio de exergía y que el cambio de exergía tiende a disminuir a un valor constante a medida que el número de etapas es mayor. Por ejemplo, al aumentar el número de etapas a  $z = 15$ , el cambio de exergía del proceso de compresión multietapa con enfriamientos intermedios con  $\pi = 20$ , tiende a disminuir a 236.74 kJ/kg.

Debido a que los procesos de la Figura A22 tienen las mismas condiciones de succión y de descarga que los proceso de la Figura A21, los cambios de exergía obtenidos para ambos casos son iguales.

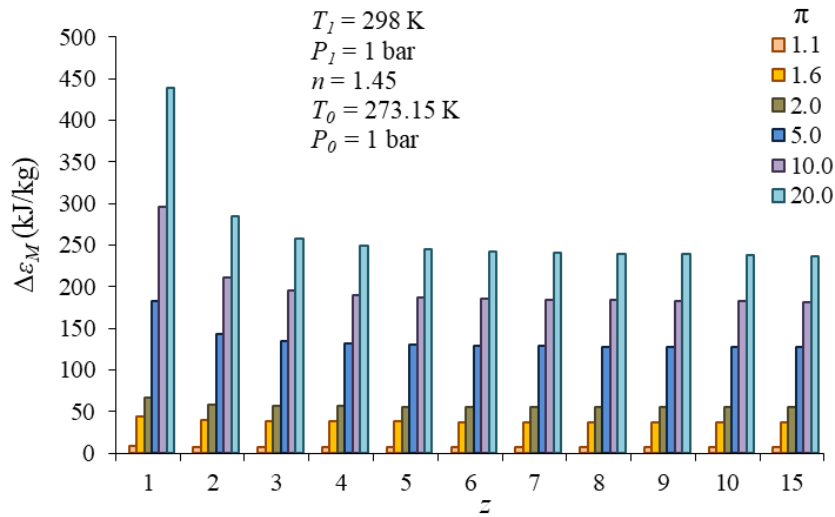


Figura A21.- Cambio de exergía de compresión multietapa con enfriamientos intermedios a diferentes relaciones de presiones

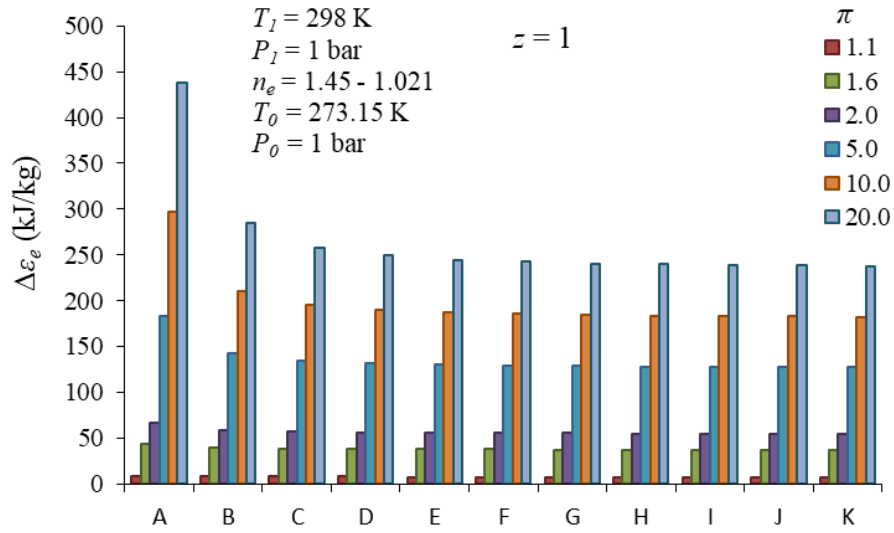


Figura A22. Cambio de exergía de compresión de una etapa con enfriamiento a distintas relaciones de presiones

En las Figuras A23 y A24 se muestran las eficiencias exergéticas de compresión para distintas relaciones de presiones totales. En éstas se muestra que las mayores eficiencias exergéticas se obtienen a medida que la relación de presiones total es mayor, sin embargo, al aumentar el número de etapas, la eficiencia exergética disminuye tomando valores entre 0.825 y 0.844 cuando  $z = 15$  (ver Figura A23). Por otro lado, en la compresión de una etapa con enfriamiento a lo largo del proceso (Figura A24), las eficiencias tienden a valores entre 0.921 y 0.896 en el proceso K.

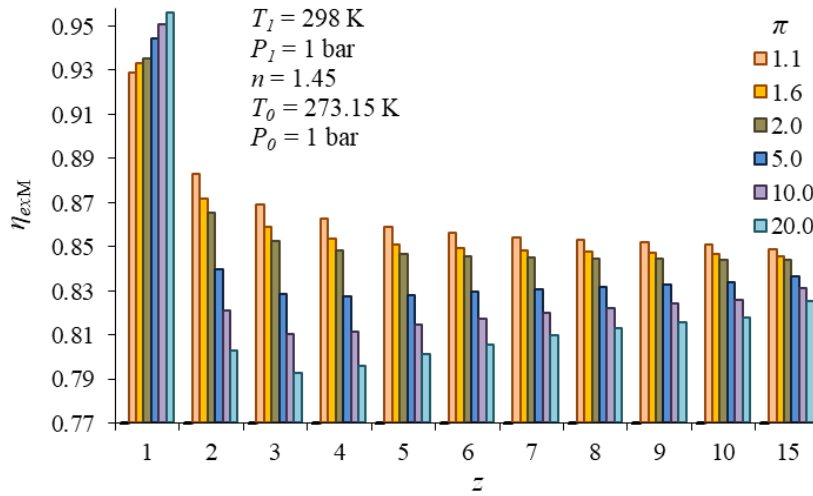


Figura A23.- Eficiencia de compresión exergética multietapa con enfriamientos intermedios a diferentes relaciones de presiones

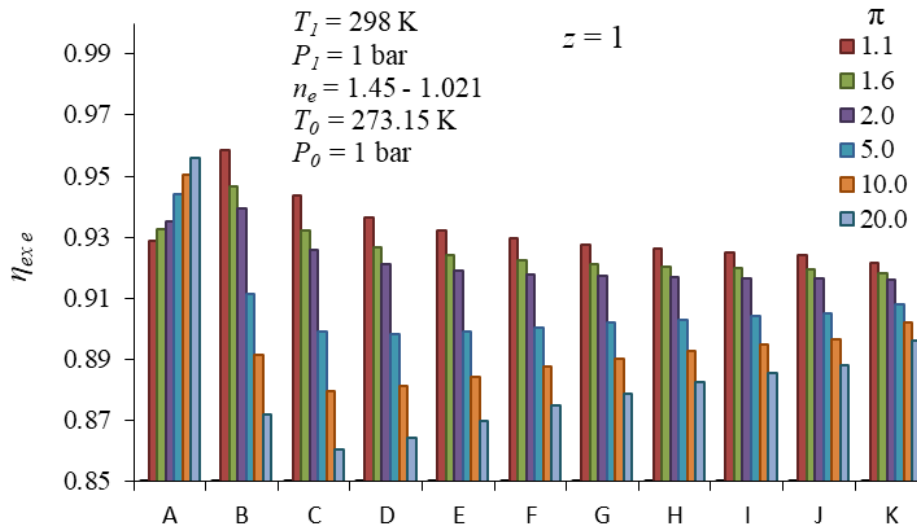


Figura A24. Eficiencia de compresión exergética de una etapa con enfriamiento a distintas relaciones de presiones

En este análisis se muestra que el cambio de exergía en un proceso de compresión multietapa con enfriamientos intermedios, es igual al cambio de exergía en la compresión de una sola etapa con enfriamiento a lo largo del proceso, siempre y cuando las condiciones de succión y de descarga sean las mismas. En la compresión multietapa con enfriamientos intermedios, se tiene una mayor irreversibilidad en cada etapa de compresión cuando  $n > 1.4$ , lo que provoca que el trabajo de compresión sea mayor, y que se pierda una mayor cantidad de exergía térmica a través de los enfriadores inter-etapa debido a que el calor rechazado debe ser mayor que en la compresión de una etapa con enfriamiento a lo largo del proceso.

Por otro lado, las eficiencias exergéticas en la compresión multietapa con enfriamientos intermedios son menores que en la compresión a lo largo del proceso, y tienden a disminuir al aumentar las etapas de compresión y al aumentar la relación de presiones total. Cuando  $z$  tiende a infinito, el cambio de exergía y la eficiencia exergética del proceso de compresión multietapa, tienden a los valores correspondientes al proceso de compresión isotérmica.

En este trabajo se demuestra que la consideración de que el trabajo de compresión es reversible, puede afectar de manera importante las estimaciones del trabajo de compresión, el calor suministrado y la eficiencia de compresión exergética. Es por esto, que el cambio de exergía en el proceso de compresión con enfriamiento a lo largo del proceso resulta menor debido a que sólo se considera la irreversibilidad debido al rechazo de calor.





# Anexo B

## B.1. Transferencia de calor en turbocargadores

La transferencia de calor que ocurre entre los componentes de un turbocompresor, es el fenómeno más común que se experimenta durante la operación de estos dispositivos, esto se debe al significativo gradiente de temperaturas que existe entre el compresor y la turbina y/o motor de combustión que se encuentran a cortas distancias. Sin embargo, el estudio de este fenómeno es un tema que ha tomado mayor importancia en la última década, ya que en la actualidad se busca implementar tecnologías de mayor eficiencia energética. Tal es el caso de los turbocargadores para motores de combustión interna, estos son equipos en los que ocurre de manera natural la transferencia de calor, debido a las temperaturas y cercanía entre sus componentes.

Para obtener más información sobre el proceso de transferencia de calor entre el compresor y la turbina en un turbocompresor, la Figura B1 muestra el esquema de un turbocompresor en el que están presentes los tres mecanismos de transferencia de calor: conducción, convección y radiación. Los gases de escape que provienen del flujo de combustión hacia la turbina, intercambian calor por convección forzada a la carcasa de la turbina y al alojamiento del cojinete. Debido al gradiente de temperatura entre la superficie interna y externa de la carcasa de la turbina, el calor se conduce a través de la pared y se disipa por radiación y convección libre hacia el entorno circundante. Al mismo tiempo, el gas que fluye a través del rotor se expande y, como consecuencia, la presión y la temperatura disminuyen. En este proceso, el calor se transfiere a los álabes y posteriormente al eje. Por lo tanto, la temperatura de los gases a la salida de la turbina, se determina como la caída de temperatura debida a la expansión y al calor transferido al eje. En el alojamiento del cojinete, el calor se disipa por convección forzada al aceite y por convección libre y radiación al medio ambiente. El calor del eje, se disipa sólo por convección forzada al aceite. Esto sin considerar el calor generado por la fricción dentro del alojamiento del cojinete. Mientras los gases de combustión se expanden en la turbina, el aire frío fluye hacia el compresor. El aire de entrada es calentado por el eje, y al mismo tiempo es comprimido en el impulsor consiguiendo un aumento de temperatura y de presión. Después, el aire fluye hacia el difusor, donde el aire eleva su temperatura aún más por convección y por radiación.

Un diagrama esquemático simplificado del proceso de transferencia de calor que ocurre dentro de la turbina y la carcasa del compresor se da en la Figura B1. La alta temperatura de la carcasa de la turbina hace que los flujos de calor se dirijan hacia el entorno circundante, mientras que ocurre lo contrario en el lado del compresor.

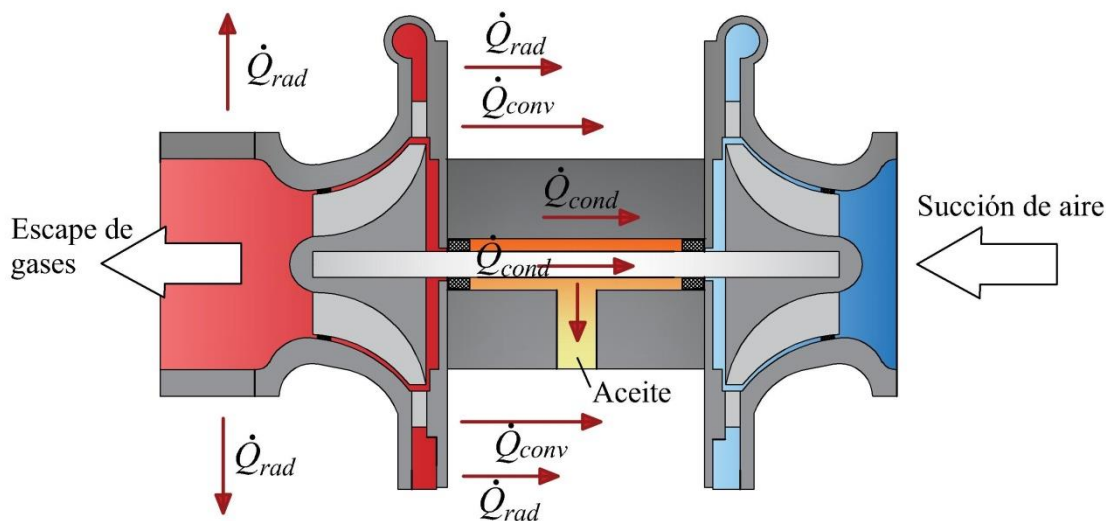


Figura B1. Mecanismos de transferencia de calor en un turbocompresor

Cabe señalar que, la carcasa del compresor además de calentarse externamente por el calor conducido a través de la carcasa del cojinete desde la turbina, y el calor irradiado desde la carcasa de la turbina, también puede estar expuesto al calor generado por el motor, aumentando así el calor neto suministrado al proceso de compresión.

Como se describe anteriormente, los flujos de calor generalmente apuntan hacia adentro (es decir, el calor de la carcasa del compresor se transfiere al aire comprimido). Sin embargo, a altas velocidades de giro y a altas relaciones de presiones, la temperatura del aire comprimido tiende a aumentar significativamente, por lo tanto, la diferencia de temperatura entre el aire comprimido y la carcasa tiende a disminuir y, en algunos casos, se vuelve negativa (es decir, la temperatura del aire comprimido es mayor que el de la carcasa del compresor, por lo tanto el flujo de calor estará apuntando hacia afuera). Bajo esta condición, la carcasa del compresor irradia calor al ambiente y también conduce el calor al alojamiento del cojinete, donde el aceite o el refrigerante líquido absorbe este calor disipado (Shaaban y Seume, 2012).

La turbina extrae parte de la energía de presión y de la energía cinética de los gases de escape para impulsar al compresor, mientras que las paredes internas de la carcasa de la turbina absorben parte de la energía térmica. La carcasa de la turbina irradia calor al medio ambiente y esta pérdida de calor puede representar una parte importante de la entalpía total de la turbina. Sin embargo, a medida que aumenta la temperatura de los gases de escape, el trabajo de la turbina aumenta y disminuye la importancia de la pérdida de calor en relación con el trabajo de la turbina. Esto no significa que la transferencia de calor se reduzca en magnitud (Romagnoli et al., 2017).

Vale la pena señalar que en condiciones reales de operación, un turbocompresor siempre operará en condiciones diabáticas, de ahí la importancia de abordar los problemas de transferencia de calor en los turbocompresores.

## B.1.1 Métodos para evaluar y modelar la transferencia de calor en turbocompresores

### *B.1.1.1 Mediciones experimentales*

Los primeros esfuerzos de usar pruebas experimentales para investigar la transferencia de calor en turbocompresores fueron realizados por Rautenberg et al. (1984) y de manera similar por Malobabic y Rautenberg (1987). Y desde entonces, uno de los problemas más comunes en la experimentación con turbocompresores, es la medición de parámetros termodinámicos, como son la temperatura y presión en distintos puntos de operación del equipo. Esto se debe a la complejidad geométrica de los equipos que dificulta la estimación precisa del calor transferido entre éstos.

Para conocer la influencia que tienen el calor transferido en el desempeño del turbocompresor, algunos autores han realizado dos pruebas de medición: prueba en frío (con gases de escape que no sobrepasen los 100 °C) para simular la operación del compresor como un sistema adiabático y la prueba en caliente en donde se obtienen los resultados del sistema diabático. El análisis de las pruebas proporciona información del efecto que tiene la transferencia de calor, tanto en el desempeño energético del compresor como en el de la turbina de gas.

Las imágenes térmicas son un método relativamente nuevo para visualizar y medir el perfil de temperatura en el turbocompresor. Esto se hace mediante cámaras infrarrojas que proporcionan la distribución espacial de las temperaturas. El perfil resultante se utiliza para evaluar con mayor precisión el proceso de transferencia de calor. Las mediciones en pruebas calientes y las imágenes térmicas podrían usarse con éxito en conjunto para el enfoque de modelado, como lo muestran G. Tanda et al. (2017).

### *B.1.1.2 Simulación numérica tridimensional*

Las mediciones experimentales de los parámetros termodinámicos y cinemáticos en turbocargadores se llevan a cabo para generar datos de validación y condiciones de frontera para las simulaciones, sin embargo, las mediciones detalladas de las propiedades de flujo y de las temperaturas en todos los componentes individuales, interfaces y paredes de un turbocompresor requieren mucho tiempo y son difíciles de obtener debido a la complejidad geométrica y las ubicaciones inaccesibles del equipo. Por lo tanto, un conocimiento completo de las condiciones de frontera para los modelos computacionales no es posible en la actualidad. Por lo tanto, la simulación de transferencia de calor en un turbocompresor completo no se practica actualmente en la industria. La Figura B2 muestra una simulación tridimensional del perfil de temperaturas de un turbocompresor.

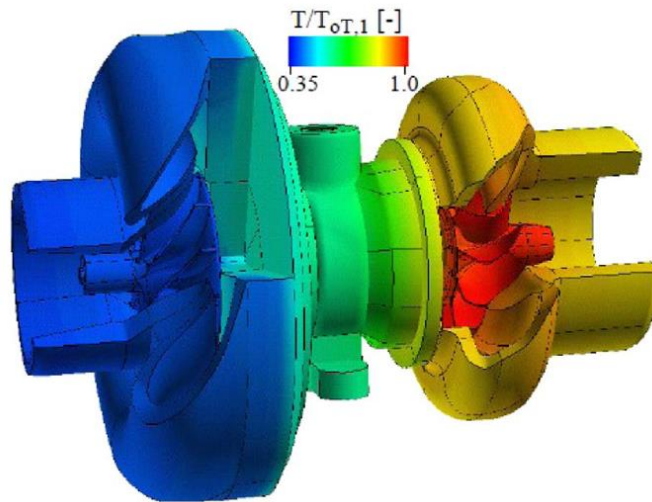


Figura B2. Distribución de temperaturas superficial. Simulación CHT. (Bhon et al. 2003)

### B.1.1.3 Modelo unidimensional

Otra técnica para modelar la transferencia de calor en turbocompresores es mediante el uso de métodos 1-D. La ventaja de los modelos 1-D es que son más rápidos, más simples y más fáciles de manejar que la contraparte 3-D. Un enfoque para desarrollar modelos de transferencia de calor 1-D en turbocompresores es considerar el método de capacitancia en nodo, que es un modelo de un sistema simplificado análogo a un modelo de resistencias y capacitancias de un circuito eléctrico (Figura B3). En estos modelos es necesario determinar el calor transferido por los distintos mecanismos de transferencia.

En ocasiones, se realizan mediciones experimentales para calcular los parámetros necesarios para resolver el proceso de conducción, convección y radiación (Olmeda et al., 2013). La relación comúnmente utilizada para resolver la convección es la ley de enfriamiento de Newton (ecuación B-1), mientras que la conducción se resuelve mediante la ley de Fourier (ecuación B-2). Cuando el turbocompresor se considera adiabático, sólo se considera el flujo de calor interno. Para efectos de radiación se utiliza ley de Stefan-Boltzmann, utilizando la expresión de la ecuación (B-3).

$$\dot{Q}_{conv} = hA\Delta T \quad (B-1)$$

$$\dot{Q}_{cond} = kA\Delta T / L \quad (B-2)$$

$$\dot{Q}_{rad} = \sigma AT^4 \quad (B-3)$$

Un ejemplo son los modelos de capacitancia en bloque en los turbocompresores, que suponen que el trabajo y la transferencia de calor tienen lugar de manera independiente. También se supone que el proceso de transferencia de calor tiene lugar antes y después de la expansión / compresión, mientras que el proceso de expansión / compresión generalmente se considera adiabático. Las suposiciones hechas en los modelos de capacitancia concentrada u otros modelos 1-D deben validarse. Esta validación se podría

realizar mediante la realización de experimentos enfocados o un modelo 3-D CHT (conjugate heat transfer) (Vieweg y Pischinger, 2017). Dicha validación es esencial para fortalecer muchos de los resultados encontrados en la literatura generados por los modelos 1-D. Se suele suponer que los componentes del turbocompresor son cuerpos con geometrías conocidas (por ejemplo, cilindros, discos y anillos). Se dice que la distribución de temperatura lineal domina, mientras que su distribución radial se descuida.

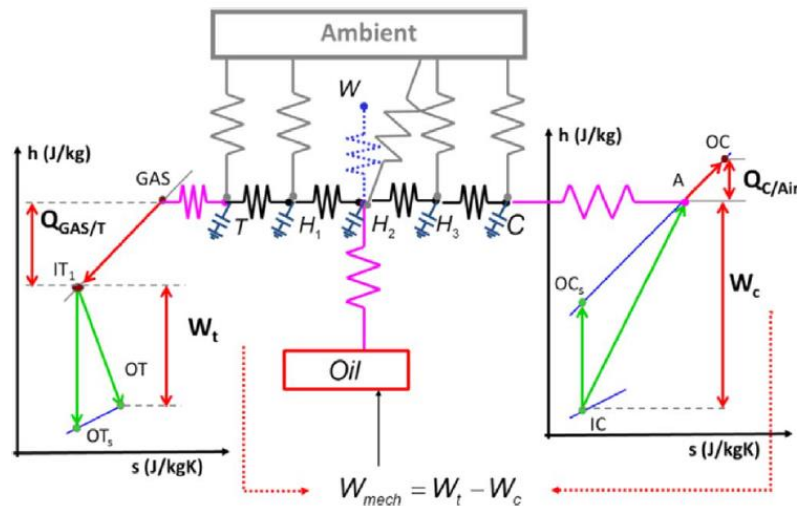


Figura B3. Modelo de nudo 1-D. (Serrano J. R. et al., 2015)

## B.1.2 Investigaciones realizadas en turbocompresores

A continuación se muestra información de los trabajos más relevante en algunas áreas específicas.

### B.1.2.1 Mapas operación de turbocompresores

Los mapas de operación de los fabricantes generalmente se miden a altas temperaturas (500–600 °C). A esta temperatura, el flujo de calor varía en su magnitud y dirección para diferentes puntos operativos, cuyo conocimiento no es cuantificado ni revelado intencionalmente.

Jung et al. (2002) fueron de los primeros en realizar mediciones experimentales para determinar el impacto de la transferencia de calor en los mapas de operación para condiciones operativas (de velocidades bajas a moderadas) que normalmente son excluidos por los fabricantes de turbocompresores. Sus resultados mostraron que la diferencia en la eficiencia adiabática y diabática es mayor en las condiciones de baja velocidad y es despreciable a altas velocidades. Chesse et al. (2011) y Cormerais et al. (2006) observaron en los mapas de operación generados que, las líneas de velocidad constante no varían cuando se aumenta la temperatura de entrada de la turbina. En un mapa del compresor, la relación de presión contra el flujo másico permanece sin cambios, lo que lleva a la conclusión de que el comportamiento aerodinámico del compresor no está influenciado por la transferencia de calor. Sin embargo, los cambios significativos en las islas de isoeficiencias son visibles

en condiciones de baja velocidad debido al aumento de la temperatura de salida del compresor, lo que conduce a una caída significativa en el rendimiento.

#### *B.1.2.2 Eficiencia isoentrópica*

Sirakov y Casey (2013) y Jung et al. (2002) demostraron que la reducción en la eficiencia del compresor se compensa con el aumento en la eficiencia de la turbina, de manera que la eficiencia del turbocompresor permanece sin cambios en presencia de efectos de transferencia de calor. Sin embargo, Sirakov y Casey argumentaron que no existe un efecto termodinámico o aerodinámico importante debido a la transferencia de calor en los turbocompresores y que la mayor eficiencia aparente del compresor es un error contable y no un efecto termodinámico.

#### *B.1.2.3 Determinación de la eficiencia diabática / adiabática*

Rautenberg et al. (1984) observaron una diferencia del 3.3 % entre la eficiencia adiabática y diabática a 70,000 rpm. La diferencia entre estos dos valores de eficiencia aumenta si se reduce la distancia entre la turbina y el compresor. Romagnoli y Martínez-Botas (2009) encontraron que, para un turbocompresor instalado en el motor, la diferencia entre la eficiencia diabática y adiabática es en promedio de 25% a baja velocidad de giro y se vuelve insignificante a medida que aumenta la velocidad de giro.

#### *B.1.2.4 Flux de calor entre los componentes del turbocargador*

Serrano et al. (2017) proporcionaron un modelo de capacitancia concentrada para modelar con precisión los flujos de calor en los turbocompresores. Los coeficientes de convección resultantes se utilizaron para estudiar los efectos de la transferencia de calor en la turbina, el compresor y el medio de enfriamiento. Basados en los resultados de un estudio de transferencia de calor conjugado en un turbocompresor completo, Bohn et al. (2005) derivó un número de Nusselt unidimensional en función de un número de Reynolds artificial y de la temperatura a la entrada de la turbina, para predecir la transferencia de calor para diferentes geometrías y puntos operativos, que se muestra en la ecuación. (B-4).

$$Nu_c = Nu_0 - \sqrt{P^2 - \left( \frac{Re_c^2}{1 - \varepsilon^2} \right)} \quad (B-4)$$

Burke et al. (2015) presentaron sus propias correlaciones convectivas para los turbocompresores y, al hacerlo, hicieron una comparación con los números de Nusselt calculados por otros investigadores (Tabla B1). A partir de su análisis, es evidente que diferentes estudios han encontrado diferentes soluciones al definir el número de Nusselt. Esto se debe a los diferentes métodos utilizados para definir la longitud característica. Burke et al. (2015) trazó el número de Nusselt contra el número de Reynolds (Figura B4), el cual varía significativamente debido a cambios en la densidad del fluido. Su estudio también destacó que se debe tener cuidado con las variaciones de número de Prandtl en el modelado, debido a la composición del gas.

La convección y la radiación son los principales mecanismo de transferencia de calor en comparación con la conducción a través del alojamiento del cojinete. La convección y la radiación al entorno podrían cuantificarse adecuadamente mediante mediciones precisas de la temperatura de la superficie (Westin et al., 2004). La energía térmica transferida desde la carcasa del compresor al aire comprimido, según lo observado por Olmeda et al. (2013), encontró que es el 10% del trabajo suministrado al compresor. El alojamiento del cojinete transporta una parte importante del calor que recibe el compresor y está estrechamente relacionado con la temperatura del aceite (Sirakov y Casey, 2013).

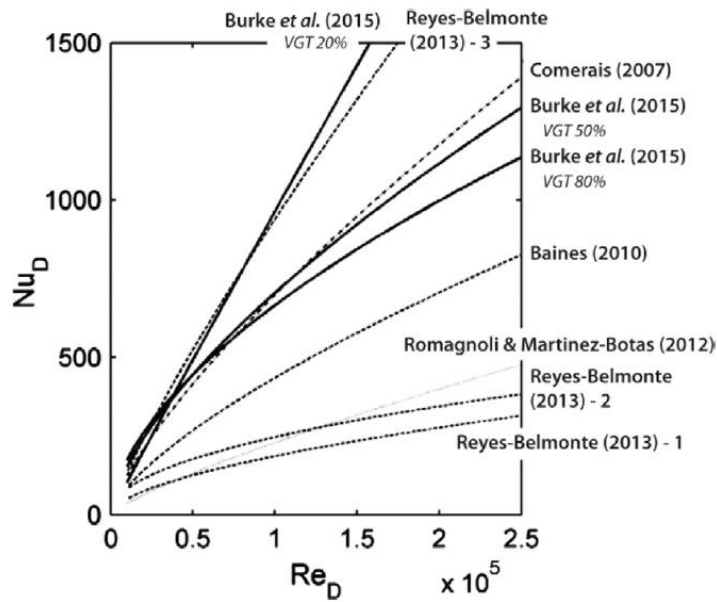


Figura B4. Nusselt-Reynolds. Burke et al. (2015)

Tabla B1. Números de Nusselt. Burke et al. (2015)

Autor	Correlación	Longitud característica	Constantes		
			a	b	c
Baines et al. (2010)	$Nu = a Re^b Pr^c$	$L_{voluta}$	0.032	0.7	0.43
Cormerais (2007)		$D_{1t}$	0.14	0.75	1/3
Reyes-Belmonte (2013)	$Nu = a Re^b Pr^{\frac{1}{3}} \left( \frac{\mu_{T fluido}}{\mu_{T superficie}} \right)^{0.14} F$		1.07	0.57	1/3
	donde				
	$F = 1 + 0.9756 \left( \frac{D_{1t}}{\eta_{max}} \right)^{0.76} \left( \frac{(L_{voluta})^2}{4D_{1t}} \right)$	$\frac{(L_{voluta})^2}{4D_{1t}}$	5.34	0.48	1/3
			0.101	0.84	1/3
Romagnoli y Martinez-Botas (2012)	$Nu = a Re^b Pr^c$	$\frac{D_{1t}}{2}$	0.046	0.8	0.4

Serrano et al. (2007) determinaron la potencia radiada mediante la relación  $\dot{Q}_{rad} = \epsilon\sigma A (T^4 - T_{atm}^4)$  y describió la carcasa del compresor como un cuerpo blanco con una emisividad de 0.1 y la carcasa de la turbina como un cuerpo negro con una emisividad de 0.9. Se observó que la potencia perdida por la radiación de la turbina es del orden del 10-20% de la potencia suministrada al compresor.

#### *B.1.2.5 Parámetros que afectan la transferencia de calor*

La transferencia de calor de la turbina al compresor, es principalmente una función de la temperatura de los gases a la entrada de la turbina. Por otro lado, las propiedades del fluido cambian durante la variación de la temperatura y su efecto en el cálculo de la eficiencia podría ser significativo dependiendo de la condición de operación. Sin embargo, el efecto del cambio en las propiedades del fluido sobre el coeficiente de transferencia de calor es menor al 1%, por lo tanto, éste podría ignorarse (Burke et al., 2014).

Romagnoli y Martinez-Botas (2009) realizaron un análisis de sensibilidad para determinar los parámetros que afectan la transferencia de calor y se encontró que los principales contribuyentes son los que aumentan el área de superficie, como del disco del compresor, el diámetro de la caja de cojinetes y la longitud y diámetro de la turbina. También encontraron que la contribución del número de Mach y la temperatura de la turbina para la transferencia de calor entre la turbina y el compresor es del 80% y 20%, respectivamente; mientras que la geometría representó el 2%.

#### *B.1.2.6 Efectos de transferencia de calor en turbocompresores por el motor*

En condiciones reales de operación, los turbocompresores se colocan cerca del motor y esta configuración tiene algún efecto en el intercambio de calor que tiene lugar entre el turbocompresor y su entorno. Además, el funcionamiento del turbocompresor se basa en los puntos de funcionamiento del motor y su sistema combinado influye en la transferencia de calor que tiene lugar en el turbocompresor.

Shaaban y Seume (2012) observaron que a 60,000 rpm, para las mismas condiciones de operación, la potencia de la turbina diabática es sólo el 55% de la potencia de la turbina adiabática. Romagnoli y Martinez-Botas (2009) probaron un turbocompresor colocado sobre el motor y encontraron que la diferencia de temperatura entre los gases de escape y el colector de escape es mayor en el lado del compresor (~ 300 K) en comparación con el lado de la turbina (~ 220 K). La diferencia se debe a que el compresor se considera frío, y en consecuencia se experimenta un mayor suministro de calor.

#### *B.1.2.7 Influencia de componentes individuales en la transferencia de calor*

El calor se transporta de manera diferente según la propiedad térmica del material y la geometría de la estructura. El turbocompresor consta de varios componentes que tienen diferentes materiales y geometría, lo que influye en la transferencia de calor en que tiene lugar. Además, la ubicación de cada componente también afecta la forma en que se transporta el calor dentro del turbocompresor. Por ejemplo, en los álabes de la turbina, la conductividad térmica del material de los álabes permite una distribución uniforme del calor en el lado de presión y en el de succión. Heuer et al. (2006) mostraron



que la diferencia de temperatura entre el lado de presión y el lado de succión de la cuchilla del álabe es de 3 K en el cubo y 1 K en la punta.

#### *B.1.2.8 Efectos estructurales debidos a la transferencia de calor*

Se lleva a cabo un análisis estructural completo de un turbocompresor considerando tres tipos de carga: carga centrífuga, carga aerodinámica y carga térmica. Al analizar la tensión del impulsor del compresor a una relación de presiones alta, Zheng et al. (2012) concluyeron que la contribución de la carga centrífuga, aerodinámica y térmica al impulsor del compresor es del 98%, 0.25% y 2%, respectivamente. La contribución de la carga térmica se mantuvo constante en el 2% en todas las condiciones de operación para diferentes relaciones de presión. Sin embargo, la resistencia a la tracción universal del material disminuyó a una temperatura más alta, reduciendo así la relación de presiones máxima de 4.6 a 4.2.

#### *B.1.2.9 Refrigerantes y efectos de enfriamiento en turbocompresores*

Serrano et al. (2013) observaron que para un turbocompresor no enfriado, los flujos de calor hacia el aceite son más importantes que para un turbocompresor enfriado. Esto se debe a que, en un turbocompresor enfriado, el refrigerante actúa como un disipador de calor y reduce el flujo de calor hacia el aceite. Además de esto, la importancia del líquido refrigerante se observa en condiciones de baja carga en las que el calor eliminado por enfriamiento puede alcanzar hasta el 60% de la caída de potencia de la turbina.

El alojamiento del cojinete que contiene el aceite y los componentes giratorios son de suma importancia para la gestión térmica de un turbocompresor. El sistema de cojinetes está diseñado cuidadosamente para absorber el calor entre la turbina y el compresor. Shaaban y Seume (2012) demostraron que la transferencia de energía térmica al aceite es el 30% de la transferencia de calor total desde la turbina.

Serrano et al. (2013) también observaron que, cuando la temperatura del aceite es más alta que la del aire comprimido, la temperatura del aire a la descarga del compresor aumenta. Sin embargo, a una relación de presiones alta, el aire comprimido se calienta más que el aceite, de modo que el flujo de calor se invierte.

La diferencia entre las temperaturas de entrada y de salida del aceite puede ser hasta de 60 K en condiciones diabáticas para un alto flujo de aire comprimido. En cuanto a las pruebas adiabáticas, esta diferencia es de sólo de 10 K (Baines et al., 2010). Romagnoli y Martínez Botas (2009) observaron que al aumentar la temperatura de los gases de escape, la viscosidad del aceite disminuye con el consiguiente aumento del número de Reynolds. Afirmaron que la viscosidad reducida permite que el aceite absorba más calor, lo que aumenta también su efecto de enfriamiento.

La Tabla B2 muestra los modelos empleados por diferentes investigadores en trabajos relacionados a la transferencia de calor en turbocargadores (Romagnoli et al., 2017). La nomenclatura de las ecuaciones pertenece a la establecida por cada autor.

Tabla B2. Modelado matemáticos desarrollados por investigadores que trabajan con turbocompresores.

Referencia	Enfoque	Tipo de análisis	Suposiciones	Ecuaciones
Olmeda et al.	Predicción de propiedades y flux de calor a la salida del turbocargador	Estacionario	La distribución de temperatura radial es despreciable  Sin transferencia de calor externa Sin radiación La transferencia de calor ocurre antes de la expansión en la turbina Transferencia de calor ocurre después de la compresión	Convección: Sieder-Tate: $(h.A)_{1/i} k a Re^{in} Pr^n (\mu/\mu_0)^0$ Potencia mecánica: $(m C_p \Delta t)_{oil} + Q_{H1/H2} + Q_{H2/H3}$ Modelo global en forma de matriz $K = \begin{matrix} I & o \\ (hA)_{i/fluido} & K_{i/j} \end{matrix}$
Serrano et al.	1. Turbocargador con o sin enfriador de agua  2. Predicción de propiedades de flujo pulsante	Estacionario y transitorio	1. La distribución de temperatura radial es despreciable 2. La transferencia de calor es seguido por el trabajo transferido	Conductancia conductiva: Ley de Fourier $\dot{Q}_{ij}^{cond} = K_{ij} (T_i - T_j)$ Ley de enfriamiento de Newton $\dot{Q}_{li}^{cond} = K_{lj} (T_i - T_j)$ Balance de energía $\left( K + hA + \frac{1}{\Delta t} C \right) T_i^{t+\Delta t} = Q + \frac{1}{\Delta t} C T_i^t + hA T_i^{t+\Delta t}$
	Ventaja sobre HTM sobre LUM	Estacionario y transitorio	Distribución de temperatura radial es despreciable	Balance de energía transitoria: $c_i \frac{dT_i}{dt} = \sum K_{ij} (T_i - T_j)$
	Molado de la correlación general de HT	Estacionario	Distribución de temperatura radial es despreciable	Capacitancia: Turbina: $C_T = \alpha m_T c_T$ Compresor: $C_c = \zeta m_c c_c$ Convección forzada: $Nu = a Pr^b Re^c$

				<p>Radiación entre nodos:</p> $q_r = \frac{\sigma(T_i^4 - T_j^4)}{\left(\frac{1 - \varepsilon_i}{A_i \varepsilon_i}\right) + \left(\frac{1}{A_i F_{i \rightarrow j}}\right) + \left(\frac{1 - \varepsilon_j}{A_j \varepsilon_j}\right)}$
Westin et al.	Estudio del calor perdido de la turbina. Modelo turbina-motor	Estacionario	Sin radiación del soporte del cojinete	<p>Radiación: Ley de Stefan-Boltzmann</p> $\dot{Q}_{rad} = \varepsilon \sigma A_{turb} T_{turb}$ <p>Conducción: Ley de Fourier:</p> $\dot{Q} = K_{cond} \Delta T$ <p>Convección: Ley de enfriamiento de Newton <math>\dot{Q} = a \Delta T</math></p> <p>Transporte de calor entre dos componentes:</p> $a \Delta T_{env} + K_{cond/b} \Delta T_b + K_{cond/m} \Delta T_m = c m_{turb} \left(\frac{dT}{dt}\right)_{turb}$
Cormerais et al.	Análisis de transferencia de calor en estado estacionario y transitorio	Estacionario y transitorio	Modelado como combinación de volúmenes y toberas	<p>Convección forzada: Número de Nusselt:</p> $Nu = 0.023 Pr^{0.3} Re^{0.8}$ <p>La transferencia de calor es calculada del balance de energía</p> $\frac{dT}{dt} = \frac{h_{int} S_{cint} (T_f - T) + h_{ext} S_{cext} (T_0 - T) + \varepsilon \sigma (T_0^4 - T^4)}{M.C}$
Burke et al.	Estudio del suministro de calor antes de la compresión	Estacionario	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conducción despreciando cojinete.</li> <li>2. El calor es suministrado sólo antes y después de la compresión.</li> </ol>	<p>Calor convectivo total transferido:</p> $Q_{Total} = h_b B_b (T_1 - T_c) + h_a A_a (T_2 - T_c)$ <p>Convección: Sieder-Tate:</p> $(h.A)_{l/i} = a Re_d^{a_2} Pr^{a_3} \left(\frac{\mu_{fluido}}{\mu_{superficie}}\right)^{a_4}$ <p>Área interna del compresor:</p> $A_T = A_b + A_a = \alpha_A A_T + (1 - \alpha_A) A_T$ <p>Conductividad: Ley de Fourier:</p> $\dot{Q}_{ij}^{cond} = K_{ij} (T_i - T_j)$ <p>Convección: Ley de enfriamiento de Newton:</p> $\dot{Q}_{li}^{cond} = K_{lj} (T_i - T_j)$
	Análisis de calor transferido por el motor	Estacionario y transitorio	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. La distribución de temperatura radial es despreciable.</li> <li>2. La transferencia de calor en la turbina ocurre antes de la expansión.</li> <li>3. La transferencia de calor en el compresor</li> </ol>	

			ocurre después de la compresión.	
	Transferencia de calor entre el escape y el nodo de la turbina	Estacionario y transitorio	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Trabajo transferencia de calor ocurren independientemente.</li> <li>2. La transferencia de calor ocurre antes de la compresión y expansión.</li> <li>3. Diámetro constante del difusor. Diámetro constante de la turbina.</li> </ol>	<p>Balace de energía:</p> $m_T C_{p,T} \frac{dT_T}{dt} = Q_{b,T} + Q_{a,T} - Q_{T/B} - Q_{T,rad} - Q_{T,conv}$ <p>Convección: Sieder-Tate:</p> $Nu = c_1 Re_i^{c_2} Pr^{1/3} \left( \frac{\mu_{fluido}}{\mu_{superficie}} \right)^{0.14}$
Baines et al.	Análisis de transferencia de energía	Estacionario	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Temperatura ambiente constante.</li> <li>2. Transferencia de calor interna, despreciando radiación</li> </ol>	<p>Transferencia de calor externa:</p> $Q_{est} = Q_{conv} + Q_{rad} + Q_{cond}$ $= \bar{h}_s A_s (T_s - T_a) + k A_c (T_s - T_a) / x + \epsilon \sigma (T_s^4 - T_a^4)$ <p>Temperatura superficial: Convección forzada:</p> $Nu = a Pr^b Re^c$ <p>Convección libre:</p> $Nu = d Pr^f Re^e$ <p>Conservación de energía:</p> $m_{oil} (h_{0oil.in} - h_{0oil.out}) =$ $P_T - P_C + Q_{T,int} - Q_{C,int} - Q_{Bext}$
Romagnoli y Martinez-Botas	Transferencia de calor de un motor	Estacionario	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. El calor es suministrado antes y después de la compresión.</li> <li>2. Paredes uniformes</li> <li>3. Compresor, turbina y caja de cojinete modelados como cilindros.</li> </ol>	<p>Conducción: Ley de enfriamiento de Fourier:</p> $\dot{Q}_{cond} = -KA \frac{dT}{dx}$ <p>Convección forzada: Ley de enfriamiento de Newton:</p> $\dot{Q}_{conv} = hA\Delta T$ <p>Radiación:</p> $\dot{Q}_{rad} = -\sigma A (T_{surf}^4 - T_{amb}^4)$ <p>Coefficiente de transferencia de calor: Superficie anular:</p> $h_{t,surf1} = 0.667 \frac{K_T}{D_T} Ra^{0.25}$ <p>Final del cilindro:</p> $h_{t,surf1} = 0.530 \frac{K_T}{D_T} Ra^{0.25}$ <p>Caja de cojinete:</p>

$$h_{BP,surf} = 0.667 \frac{K_{BP}}{D_{BP}} [Ra(y)]^{0.25}$$

Turbina y compresor:

$$h_{T,C} = 0.046 \frac{2K}{D} Re^{0.8} Pr^{0.4}$$

## B.2 Calor perdido por convección en un motor eléctrico de un compresor centrífugo

En esta sección se presenta el caso de un compresor centrífugo de siete etapas, que se encuentra acoplado en un motor eléctrico. La Figura B5 muestra el esquema del compresor, en donde la carcasa del motor eléctrico rechaza calor hacia sus alrededores. Entre el cuerpo del compresor y la carcasa del motor eléctrico, se encuentra un material aislante, que además de amortiguar la vibración del equipo, evita la transferencia de calor por conducción entre ambos elementos. La mayoría del calor es rechazado al medio ambiente, sin embargo, parte del calor es transferido al aire de descarga, aumentando así su temperatura.

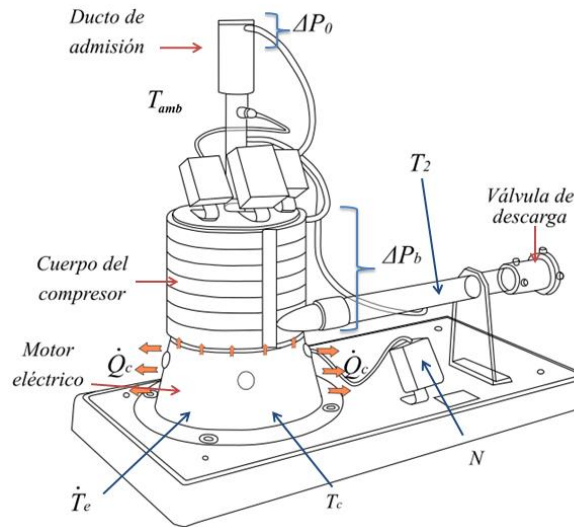


Figura B5. Compresor Armifield FM12

### B.2.1 Determinar el calor rechazado por convección del motor eléctrico

El método de medición se realiza a partir de la variación de flujo volumétrico de aire para una velocidad de giro del compresor constante. La velocidad de giro del rotor se controla mediante un reóstato, y el flujo volumétrico se modifica al cerrar gradualmente la válvula de descarga. Para la experimentación se registra la potencia eléctrica suministrada  $\dot{T}_e$ , y la temperatura promedio de la

carcasa. Las mediciones se realizaron para velocidades de giro de 1,500 rpm, 2,100 rpm, 2,700 rpm y 3,300 rpm.

La experimentación se realizó en el Laboratorio Divisional de Procesos Termodinámicos de la Universidad Autónoma Metropolitana Iztapalapa, ubicada en la Ciudad de México. Las condiciones ambientales en que se realizó el estudio fueron  $T_{amb}=19.6\text{ }^{\circ}\text{C}$  y  $P_{amb}=78.12\text{ kPa}$ .

Las consideraciones son las siguientes

- Fluido de trabajo: Aire;
- Índice adiabático del aire,  $\gamma=1.4$ ;
- $R = 0.2867\text{ kJ}/(\text{kg K})$ ;
- $c_p=1.003\text{ kJ}/(\text{kg K})$ ;
- El aire se comporta como un gas ideal;

### B.2.2 Coeficiente convectivo de transferencia de calor

Bajo la suposición de que el rechazo de calor es por convección natural y que sólo ocurre desde la carcasa del motor eléctrico hacia el medio ambiente en dirección radial, se requiere calcular el coeficiente convectivo de transferencia de calor, el cual se expresa de la siguiente manera:

$$hc = \frac{Nu\ k}{L} \quad (\text{B-5})$$

Para este caso de estudio, la longitud característica  $L$  es la altura de la carcasa, con un valor de 0.13 m. Considerando que la carcasa del motor tiene una geometría cilíndrica vertical y al cumplir la condición (B-6) la superficie exterior del cilindro se puede considerar como una placa vertical para el cálculo de la transferencia de calor por convección natural.

$$D \geq \frac{35L}{Gr^{1/4}} \quad (\text{B-6})$$

El número de Nusselt se obtiene empleando el siguiente modelo

$$Nu = \left\{ 0.825 + \frac{0.387Ra^{1/6}}{\left[ 1 + \left( \frac{0.492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2 \quad (\text{B-7})$$

El número de Rayleigh se determina de la siguiente manera

$$Ra = Gr\ Pr \quad (\text{B-8})$$

y el número de Grashof es

$$Gr = \frac{g\beta(T_c - T_{amb})L^3}{\nu^2} \quad (\text{B-9})$$

donde el coeficiente de expansión volumétrica para gases ideales es

$$\beta = \frac{1}{T_c} \quad (\text{B-10})$$

Los datos de viscosidad, la conductividad térmica y el número de Prandtl se toman de tablas de propiedades del aire a distintas temperaturas (Touloukian et al. 1970).

### B.2.3 Flujo de calor rechazado en la carcasa

El flujo de calor rechazado se determina por la Ley de enfriamiento de Newton.

$$\dot{Q}_{conv} = hc A(T_c - T_{amb}) \quad (\text{B-11})$$

donde el área superficial de la carcasa del motor por la cual se rechaza el calor es

$$A = 2\pi rL \quad (\text{B-12})$$

siendo  $r$  el radio de la carcasa.

### B.2.4 Porcentaje de pérdida de potencia eléctrica

El porcentaje de potencia que se pierde en forma de calor a los alrededores es el siguiente

$$\% \dot{T}_e = \frac{\dot{Q}_{conv}}{\dot{T}_e} \quad (\text{B-12})$$

La Figura B6 muestra al flujo de calor disipado en la carcasa del motor eléctrico por convección natural para velocidades de giro de 1,500, 2,100, 2,700 y 3,300 rpm en función del flujo volumétrico del aire. La tendencia muestra que, a medida que se aumentan la velocidad de giro del compresor, mayor es el calor perdido por convección en el motor; además para una velocidad de giro constante se tiene un flujo volumétrico en donde la pérdida de calor es máxima. Los valores máximos de flujo de calor perdido por disipación al medio ambiente a 1,500, 2,100, 2,700 y 3,300 rpm son de 9.78, 9.97, 11.48 y 11.83 W a flujos volumétricos de 0.0081, 0.011, 0.017 y 0.021 m<sup>3</sup>/s, respectivamente.

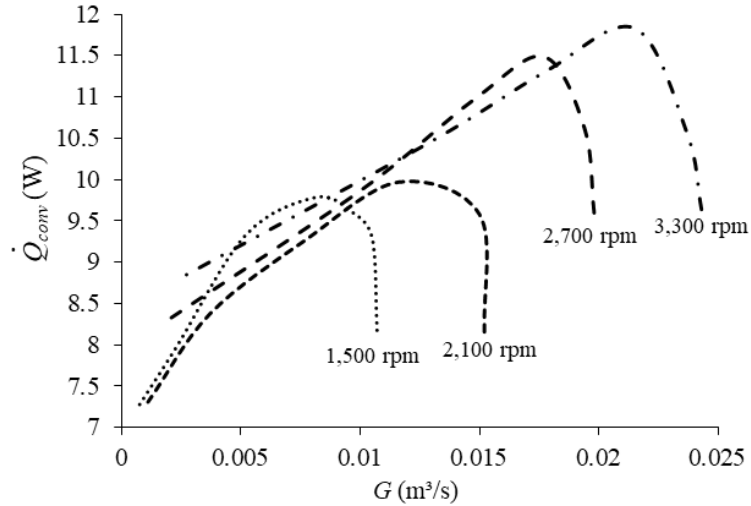


Figura B6. Flujo de calor disipado de la carcasa del motor en función del flujo volumétrico

La Figura B7 muestra el porcentaje de potencia pérdida por el rechazo de calor de la carcasa del motor eléctrico a distintas velocidades de giro. En éste se muestra que el porcentaje de potencia perdida por calor, no depende en gran medida por la velocidad de giro, sino que depende más del flujo volumétrico que ingresa al compresor. De tal manera que, a medida que aumenta el flujo volumétrico, el porcentaje de potencia pérdida por calor disminuye, obteniendo una pérdida por calor menor al 14 % de la potencia eléctrica suministrada. Esto significa que el calor perdido es proporcional a la potencia suministrada al compresor.

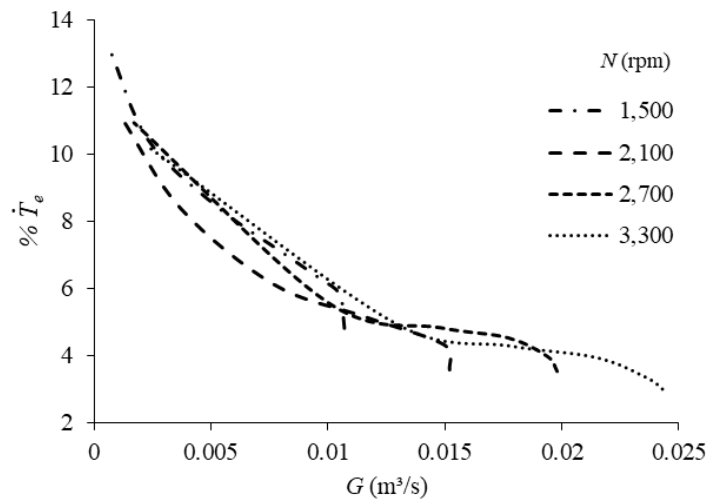


Figura B7. Porcentaje de potencia perdida por el flujo de calor generado en el motor eléctrico en función del flujo volumétrico de aire a distintas velocidades de giro.

De este trabajo experimental también se obtuvieron los siguientes resultados (González et al., 2018):



Más del 30% de la potencia eléctrica del motor se convierte en calor, del cual, al menos el 50% se transfiere al flujo de aire de descarga, provocando el aumento de sus temperaturas desde 5.4 hasta 14.8 °C, mientras que el calor restante es disipado al medio ambiente.

Por otro lado, las mayores potencias de flujo y compresión se obtienen a flujos volumétricos de aire de 0.0081, 0.011, 0.014, y 0.017 m<sup>3</sup>/s a velocidades de giro de 1,500, 2,100, 2,700 y 3,300 rpm, respectivamente; sin embargo, las mayores eficiencias electro-mecánicas y eficiencias totales se obtienen a menores flujos volumétricos de aire con valores de 0.006, 0.0077, 0.011 y 0.0142 m<sup>3</sup>/s. Una de las razones del porqué las eficiencias y las potencias máximas no ocurren simultáneamente al operar con los mismos flujos volumétricos de aire, es porque las mayores pérdidas de calor en el motor eléctrico, ocurren a flujos volumétricos de aire similares al de los de potencias de flujo y de compresión máximas.





Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

# ACTA DE EXAMEN DE GRADO

No. 00057

Matrícula: 2171801515

ANÁLISIS DE LAS  
IRREVERSIBILIDADES EN UN  
COMPRESOR CENTRÍFUGO.

En la Ciudad de México, se presentaron a las 12:30 horas del día 25 del mes de julio del año 2019 en la Unidad Iztapalapa de la Universidad Autónoma Metropolitana, los suscritos miembros del jurado:

DR. MARTIN SALAZAR PEREYRA  
DR. AGUSTÍN MORA ORTEGA  
M. EN C. ALEJANDRO TORRES ALDACO

Bajo la Presidencia del primero y con carácter de Secretario el último, se reunieron para proceder al Examen de Grado cuya denominación aparece al margen, para la obtención del grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS (ENERGIA Y MEDIO AMBIENTE)

DE: JESUS ALEJANDRO GONZALEZ ANDRADE

y de acuerdo con el artículo 78 fracción III del Reglamento de Estudios Superiores de la Universidad Autónoma Metropolitana, los miembros del jurado resolvieron:

**APROBAR**

Acto continuo, el presidente del jurado comunicó al interesado el resultado de la evaluación y, en caso aprobatorio, le fue tomada la protesta.



JESUS ALEJANDRO GONZALEZ ANDRADE

ALUMNO

REVISÓ

MTRA. ROSALIA SERRANO DE LA PAZ  
DIRECTORA DE SISTEMAS ESCOLARES

DIRECTOR DE LA DIVISIÓN DE CBI

DR. JESUS ALBERTO OCHOA TAPIA

PRESIDENTE

DR. MARTIN SALAZAR PEREYRA

VOCAL

DR. AGUSTÍN MORA ORTEGA

SECRETARIO

M. EN C. ALEJANDRO TORRES ALDACO