

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA  
UNIDAD IZTAPALAPA

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA DE PROCESOS E HIDRAHULICA

*“ Modelado Matemático de lixiviación de oro en pila  
con una distribución de tamaño de partícula ”*

TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERIA QUIMICA

Presenta:

Eliceo Sosa Hernández  
México, D.F. Mayo de 1996

Asesora

Dra. Gretchen T. Lapidus Lavine

Sinodales:

Dr. Jorge Pérez

M.I.Q. Carlos Martínez Vera

M.en C. Ricardo Lobo Oehmichen

## AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por su apoyo financiero.

A la Universidad Autónoma Metropolitana unidad Iztapalapa quien contribuyó en mi formación profesional

A mi madre Adela Hernández por su gran amor y enjundia, a mi padre Eliseo Sosa (q.e.p.d.) y a mis hermanos Rocío, Rubico y Jose Luiz por su cariño y comprensión.

Especialmente a Gretchen Lapidus por su valor humano y valioso apoyo en la realización de este trabajo.

Por último a todos mis amigos y maestros que contribuyeron de alguna manera en hacerme ver las cosas con sencillez y sentido.

## RESUMEN

Este estudio tiene como objetivo formular un modelo de lixiviación en pila, fundamentándose en principios de transferencia de masa con reacción en medios porosos. El modelo se basa en la descripción de cianuración (lixiviación) en partículas esféricas de diferentes tamaños discretos donde los fenómenos presentes son transporte difusivo con reacción en fase fluido - sólida en estado no estacionario (modelo microscópico). Se describe el transporte en la pila con flujo por gravedad no saturado en fase líquida en la dirección axial (modelo macroscópico). El proceso de lixiviación en pila es semejante a un reactor trifásico de escurrimiento donde los fenómenos que predominan son el transporte convectivo de masa y reacción en estado no estacionario sobre un lecho fijo con una distribución de tamaños de partícula. Por eso, se utilizan correlaciones basadas en la teoría existente de reactores de escurrimiento para estimar los coeficientes de transferencia de masa.

Con los resultados del modelo es posible estimar los perfiles radiales y axiales de reactivos y productos de la reacción de cianuración para cada tamaño de partícula. A partir de los balances de materia, se calcula el grado de extracción de cada tamaño de partícula puntual y globalmente.

A partir de una distribución típica de tamaños discretos de partículas de la literatura se encontró que el paso controlante del proceso para todas las partículas es el transporte difusivo de complejo de oro hacia la superficie exterior de las partículas. Además, se encontró que la presencia de una distribución de tamaños de partícula se diferencia en varios sentidos de la lixiviación con tamaños de partículas uniformes. En el caso de la distribución, la extracción es mucho más abundante al principio debido a la rápida lixiviación de los finos. También existen diferencias entre los perfiles de concentración en distintos niveles de la pila debido al consumo de reactivos y al efecto acumulativo de productos.

## INDICE

1 Introducción.	1
2 Antecedentes.	3
3 Métodos teóricos	
3.1 Descripción del proceso.	7
3.2 Modelo a nivel partícula (microscópico).	8
3.3 Modelo a nivel grano de oro (submicroscópico).	11
3.4 Modelo a nivel pila (macroscópico).	12
4 Solución numérica.	16
5 Resultados y discusiones.	17
6 Conclusiones.	29
7 Nomenclatura.	30
8 Bibliografía.	34
Apendices	
I Derivación de las ecuaciones del modelo	37
II Modelo adimensional.	41
III Modelo discretizado.	45
IV Parámetros del modelo.	48
V Diagrama de flujo.	55

## 1 INTRODUCCION

Tradicionalmente, la lixiviación o disolución oxidativa de metales se lleva a cabo en reactores agitados. Aunque este método permite maximizar la transferencia de masa, para sistemas minerales de baja ley (muy baja concentración del metal deseado), la recuperación de los valores metálicos a partir de las soluciones diluidas no justifica los gastos en energía para el procesamiento requerido en el esquema de reactores agitados.

El método de lixiviación en pila es técnicamente sencillo y requiere de una baja inversión de capital. Las pilas se construyen amontonando mineral en forma de trapecios muy anchos sobre colchones de hule. En la parte superior de la pila se rocía la solución lixivante, la cual escurre a través de los huecos de la pila y penetra en los poros del mineral, extrayendo los valores. La solución "rica" se recibe en la parte inferior de la pila y se manda a la sección de recuperación del metal. La solución "esteril" (ya removido los valores) se vuelve a rociar.

El proceso de lixiviación en pila tiene varias ventajas sobre la lixiviación en tanques agitados. La primera es la cantidad reducida de solución necesaria con el consecuente aumento en la concentración de metal en la solución rica. En segundo lugar, no requiere una etapa de separación sólido- líquido (espesado) después de la lixiviación. En tercer lugar, para construir una pila con buenas características de percolación se debe utilizar tamaños de partícula mucho más grande que en el caso de la lixiviación en reactor agitado, hecho que ahorra en energía de molienda. La desventaja que ofrece el método de pilas es que tarda semanas en vez de horas. Además, existe hasta el momento una gran dificultad para el escalamiento a partir de pruebas de laboratorio.

El objetivo principal de la presente investigación es formular y resolver un modelo del proceso de cianuración de oro en pila con una distribución de tamaños de partícula basado en principios básicos de transporte de masa con reacción en medios porosos, que permita realizar simulaciones cambiando los parámetros físicos de mayor interés. Este modelo es un primer paso

hacia la descripción fenomenológica de la lixiviación en pila que pudiera facilitar la optimización de parámetros de operación y el escalamiento a nivel industrial

## 2 ANTECEDENTES

La lixiviación es la operación que permite extraer un constituyente soluble de un sólido por medio de un solvente. La lixiviación de menas de oro empleando el proceso de cianuración fue patentada en Inglaterra en el año de 1887 (Habashi, 1991). Este proceso se basa en la propiedad de los iones cianuros de formar complejos muy estables con el oro, la plata y otros metales. Las soluciones débilmente alcalinas disuelven preferentemente el oro y la plata presentes en un mineral.

Durante el proceso de cianuración de un metal ( $Au^0$ ), ocurre una reacción electroquímica, con las siguientes características:

En el sólido, que es un conductor (metal), existe una transferencia de electrones entre la fase sólida y las especies solubles reactantes, involucrando una oxido-reducción acoplada. Los iones o moléculas en solución se difunden a la superficie sólida donde se reacciona.

Al burbujear aire en agua que contiene un electrodo metálico, el oxígeno es adsorbido y reducido sobre ciertas regiones localizadas en el metal (zona catódica)



Mientras tanto el metal pasa de un estado de oxidación a otro (zona anódica) de la siguiente forma.



Cuando se forman complejos como en el caso de la cianuración de oro, el catión liberado desde la fase sólida se mantiene en la solución por la reacción con el agente complejante (ion cianuro). El metal oxidado reacciona y se compleja con el ion cianuro según la siguiente reacción:

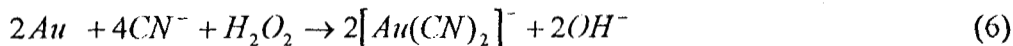


La cianuración de oro se lleva a cabo en dos etapas (Bodlanger, 1896).

Etapas I



Etapas II



La reacción global resultante de la etapa I y II es entonces. (Habashi, 1991).



El mayor avance en la comprensión del proceso de cianuración se debe a Kudryk y Kellogg (1954) quienes realizaron experimentos para demostrar que la disolución de oro en soluciones de cianuro es esencialmente un proceso electroquímico.

Se han llevado a cabo estudios cinéticos de cianuración de oro en vetas de bajo grado y con otros metales que forman complejos estables, en los cuales se reconoce la importancia de relacionar los potenciales electroquímicos con la cinética de lixiviación. Wadsworth (1991) desarrolló una expresión para la cianuración de una placa de oro en una solución agitada. La cinética se explica en términos de los fenómenos de adsorción y transferencia de carga, acopladas al transporte de masa por difusión, para explicar las curvas de polarización para la disolución

anódica del oro y la reducción catódica de oxígeno sobre el metal obtenidas por Kudryk y Kollogg (1954).

El proceso de lixiviación en pila de menas con bajo contenido de metales preciosos es una innovación relativamente reciente. Fue sugerido inicialmente, adoptando el tradicional método de cianuración, por el U.S. Bureau of Mines en 1967 (Fleming, 1992). La lixiviación en pila ha permitido la explotación de vastas reservas de minerales con ley tan baja de 0.65 gramos de oro por tonelada de mineral.

El éxito de la lixiviación en pila depende de las características y el correspondiente procesamiento del mineral. En función de la permeabilidad del mineral tratado, se determinará el grado de trituración. Si el mineral contiene gran cantidad de arcilla, los finos se deben separar y aglomerar antes de procesarse. Para un proceso eficiente de lixiviación, el oro debe presentarse como partículas libres de tamaño fino en un mineral poroso y no refractario. El carácter refractario de un mineral se debe a dos causas básicas: (1) Encapsulación física de partículas de oro finamente diseminadas (usualmente menos de unos cuantos micrones de tamaño) dentro de un mineral que es no reactivo e impermeable a la solución de cianuro. (2) Interferencia química de uno o más constituyentes del mineral con el proceso de cianuración (Fleming, 1992).

En esencia el proceso consiste en colocar el mineral en grandes montones o pilas sobre una superficie impermeable. La solución lixivante de cianuro se rocía sobre la pila y fluye a través del lecho de partículas de mineral, extrayendo los valores. La solución rica se envía a la sección de recuperación del metal, de donde se retorna para repetir el proceso, previa reposición de cianuro. El ciclo de lixiviación es de varias semanas y puede extenderse hasta meses. La recuperación de oro puede ser un 20-30 % menor que el proceso tradicional para mineral molido en tanques agitados en función de la maximización de transferencia de masa y el mayor grado de accesibilidad a los granos de oro en este último.

El proceso de lixiviación en pila es semejante a la operación de un reactor de lecho escurrido, que es un reactor heterogéneo donde una fase líquida fluye hacia abajo por la acción de



la fuerza de gravedad a través de un lecho empacado. El líquido que escurre a través del lecho empacado está dividido en diferentes canales cada uno de los cuales moja una cierta área de la superficie empacada. El número, tamaño y dirección de los canales inician o parten de los puntos de contacto entre las partículas y depende principalmente del flujo de solución y de las propiedades del empaquetamiento, gobernando la accesibilidad local de éste, es decir su comportamiento es preferencial.

Para ir más en detalle en la descripción de operación del reactor de escurrimiento el primer punto para ser considerado es que el sistema está caracterizado por varios pasos de transferencia de calor y masa. En el caso de la reacción catalizada por un sólido entre el reactante A en la fase gas y el reactante B en la fase líquida el fenómeno de transferencia de masa ocurre de la siguiente manera. El reactante A es primero absorbido dentro de la fase líquida, después éste junto con el reactante B se difunden a través de la fase líquida y reacciona en la superficie de la fase sólida. Cuando el lecho es poroso, ambos reactantes disueltos difunden dentro de los poros y reaccionan. Los productos de reacción se difunden en dirección opuesta. Cuando el mojado externo del catalizador sólido es incompleto, el reactante A puede ser directamente absorbido en el líquido que llena los poros por capilaridad. En este caso se espera que disminuya la resistencia externa a la transferencia de masa porque la película líquida está ausente. (de Lasa, 1986). El modo de operación de reactores de lecho empacado depende fuertemente de algunos parámetros tales como, régimen de flujo que es el principal, geometría, forma de alimentación, propiedades físicas y químicas de los reactantes y productos. Tales incertidumbres afectan el modelamiento del reactor y consecuentemente el diseño.

Como primer antecedente este tipo de reactor fue llamado filtro de escurrimiento usado para remover materia orgánica de aguas de desecho. También se ha usado en diversos procesos químicos para la obtención de productos orgánicos, particularmente en la hidrosulfuración y en el hidrotreatmento de aceites lubricantes.

El proceso de lixiviación en pila, el cual involucra una serie de fenómenos físico-químicos, se ha descrito mediante modelos matemáticos cuyo objetivo es la descripción muy detallada del

comportamiento de estos fenómenos. En la literatura se encuentran diversas investigaciones sobre el tema.

Tal es el caso del modelo de oxidación en montones de minerales de desperdicio de pirita (Davis y Ritchie, 1986). Este trabajo propone un modelo simple donde la velocidad de oxidación de la pila esta limitada por la cantidad de oxígeno que puede transportarse a través de ella considerando que todo el monton de mineral de pirita es igualmente accesible a la reacción de oxidación. El modelo formulado acopla efectos de transporte de oxígeno dentro de partículas esféricas con el transporte de oxígeno a través de los espacios de la pila. Para la formulación del modelo a nivel partícula se considera un mismo tamaño de éstas y que la pirita esta distribuida homogeneamente en toda la partícula. Se asume que hay un frente de reacción que inicia en la superficie de la partícula moviendose hacia el centro (modelo de nucleo sin reaccionar). La ecuación que describe el balance de oxígeno dentro del espacio vacio del monton de mineral se plantea en estado transiente gobernada por transporte difusivo. Por último se obtiene una solución analítica del modelo, permitiendo la evaluación de parámetros como la velocidad de producción de material oxidado, perfiles de concentración de oxígeno y la velocidad de oxidación en diferentes puntos a lo largo de la pila.

De gran interés es la inclusión al modelo el efecto de la distribución del tamaño de partícula sobre aspectos tales como los perfiles de concentración de oxígeno y el tiempo de vida de oxidación de una pila con mineral de pirita. Sin embargo, este modelo no es adecuado para la cianuración debido a que solo incluye la fase gaseosa (oxígeno).

El modelo que describe el proceso de lixiviación de pirita en pila propone una descripción del proceso basada en una ecuación a nivel de la partícula que describe flujos multifásicos (aire y agua) a través de un medio poroso (Pantelis y Ritchie, 1991). En dicho modelo se incluyen los fenómenos de transporte difusivo de masa y calor en la fase sólida en estado transiente. El modelo en la fase fluída involucra transporte convectivo de masa y calor en estado no estacionario. Para la fase sólida la disolución del metal se describe mediante el modelo de núcleo decreciente. Según las simulaciones realizadas se observa el efecto en el tiempo de lixiviación de una pila según el tamaño

de las partículas, encontrándose que el tiempo de vida de lixiviación es menor en una pila compuesta de menor diámetro de partículas. Por otro lado, se encontró que al inicio no se tenían efectos convectivos, y que estos fueron incrementándose con el aumento de temperatura en la pila. Sin embargo, como en el caso anterior solo se considera el flujo de oxígeno.

Un modelo que describe la cianuración en reactor agitado con partículas esféricas de diferentes diámetros (Dixon y Hendrix, 1993a). Se desarrolla en forma adimensional para la interpretación de datos y utilización en el diseño del proceso de lixiviación de mineral de cuarzo, incorporando una expresión cinética empírica. Con los resultados obtenidos se analizan los efectos de velocidad de difusión, velocidad de reacción y el efecto paralelo de difusión reacción en el interior de la partícula usando el concepto de factor de efectividad. Este modelo por el tipo de manejo de las variables involucradas plantea un análisis general de los fenómenos presentes.

Posteriormente los mismos autores (Dixon y Hendrix 1993b) proponen un modelo en forma adimensional para la lixiviación en pila de uno o más reactivos sólidos distribuidos en partículas porosas esféricas acoplado el modelo anterior a nivel micro al modelo macroscópico que describe la lixiviación a lo largo de la pila. Se propone un proceso simultáneo de difusión-reacción en partículas esféricas de tamaño, densidad y porosidad uniformes. Las reacciones de disolución son irreversibles, de primer orden en relación a la concentración de un agente lixivante y de orden variable en relación a la concentración en la fase sólida de los reactivos. La pila de lixiviación es un reactor transiente de flujo tapon y se supone que no existe resistencia al transporte de masa del seno de la solución lixivante a la frontera externa de las partículas de mineral.

Los autores presentan datos de columna de lixiviación experimentales para validar el modelo. El mineral usado en estas columnas consiste en pelets preparados con arena, cemento portland y plata pura pulverizada. Para el ajuste de los datos del modelo con los obtenidos experimentalmente recurren al ajuste del valor del parámetro adimensional  $w$ , el cual presenta la relación entre el transporte difusivo en el interior de la partícula y el transporte convectivo de la solución lixivante a través del lecho de partículas. Se genera una correlación entre la relación que

corrige este parámetro y el número de Reynolds. El alcance de este estudio está limitado al considerar que el proceso está controlado solamente por el transporte y reacción de una especie, el cianuro, en la fase líquida. El efecto de la cinética, las variables de operación, la competencia entre múltiples reactantes sólidos y la distribución del tamaño de partículas son analizadas.

El modelo más reciente sobre lixiviación de oro en pila con partículas esféricas de un mismo tamaño fue realizado por Sánchez (1995). Para la fase sólida propone transporte de masa difusiva con reacción simultánea en estado no estacionario. La expresión cinética para la cianuración de oro se deriva de aquellas obtenidas por Wadsworth (1991). La ecuación de transporte de masa en la fase fluida se describe como un flujo tapon. De importante interés es el parámetro de área efectiva de partícula porosa mojada por la solución lixivante. Esta área se contempla al considerar una difusividad interna aparente, la cual se estima en función de la efectividad de mojado. Con los resultados obtenidos evalúa el efecto de las tasas de extracción al efectuar cambios en las características del mineral y en las condiciones de operación del proceso.

En resumen, se encontró un modelo con distribución de tamaño de partícula aplicado a la oxidación de una pila con mineral de pirita pero no contiene la fase líquida (Davis y Ritchie, 1987). Por otra parte, el modelo propuesto por Dixon y Hendrix (1993b) solo considera a un reactante en la fase líquida y no toma en cuenta el transporte externo. El modelo propuesto por Sánchez (1995), que es el más reciente sobre lixiviación en pila, considera un mismo tamaño de partícula. En general, el defecto de la mayoría de los modelos anteriores es que no describen completamente un proceso de cianuración de oro en pila al no considerar balances de todas las especies que participan en la cianuración con una distribución del tamaño de partícula. El modelo de Sánchez (1995) aunque describe en detalle la lixiviación de oro en pila solo considera un solo tamaño de partícula mineral.

Por las carencias en los modelos antes mencionados, el presente trabajo propone la obtención y solución de un modelo que describa el proceso de cianuración de oro en pila con una distribución en el tamaño de partícula, en el cual la distribución de oro en el mineral se encuentra

manera dispersa. Se considera el transporte de todas las especies de la reacción global de lixiviación ec. (7). Se pretende analizar el efecto de la distribución del tamaño de partícula sobre los niveles de concentración y niveles de extracción en diferentes puntos de la pila.

El proceso de lixiviación en pila está comprendido en el rango de condiciones de operación que define a los reactores de escurrimiento (de Lasa, 1986). El flujo de solución lixivante se establece en un rango en el cual se tienen condiciones insaturadas de flujo en el lecho de partículas minerales de diferentes tamaños, es decir, la fase líquida ocupa solo una fracción del espacio libre dejando las partículas del lecho, estableciendo zonas con fluido estancado, corrientes y escurrimientos de manera preferencial. Es por esto que el coeficiente de transferencia de masa se evaluará usando una correlación para reactores de escurrimiento. La evaluación de este parámetro se incluye en el Apéndice IV.

## **MÉTODO TEÓRICO.**

### **DESCRIPCIÓN DEL PROCESO.**

El proceso de lixiviación en pila es semejante a la operación de un reactor de escurrimiento; Constituye un reactor heterogéneo no catalítico en estado no estacionario bajo condiciones de flujo no saturado, es decir, el líquido ocupa solo una parte de la fracción vacía del lecho. La solución lixivante se aplica en la parte superior de la pila fluyendo por gravedad con una velocidad constante. A su paso por el lecho, moja la superficie externa de las partículas minerales introduciendo en los poros y fracturas por acción capilar. El lecho está formado por partículas minerales con una distribución de tamaños discretos, constante en cada posición en la pila.

Los reactivos de la solución lixivante se difunden desde la interfase líquido-sólido hacia el interior de las partículas minerales, reaccionando con los granos de oro. Los productos de la reacción se difunden desde el interior de los poros hacia afuera para incorporarse a la solución lixivante. No se considera aumento de la temperatura debido a que el calor generado por la

reacción es pequeño (baja ley del mineral) y difícilmente cambiaría la temperatura de todo el lecho y la solución lixivante, en la Figura 1 se muestra en detalle la pila de lixiviación.

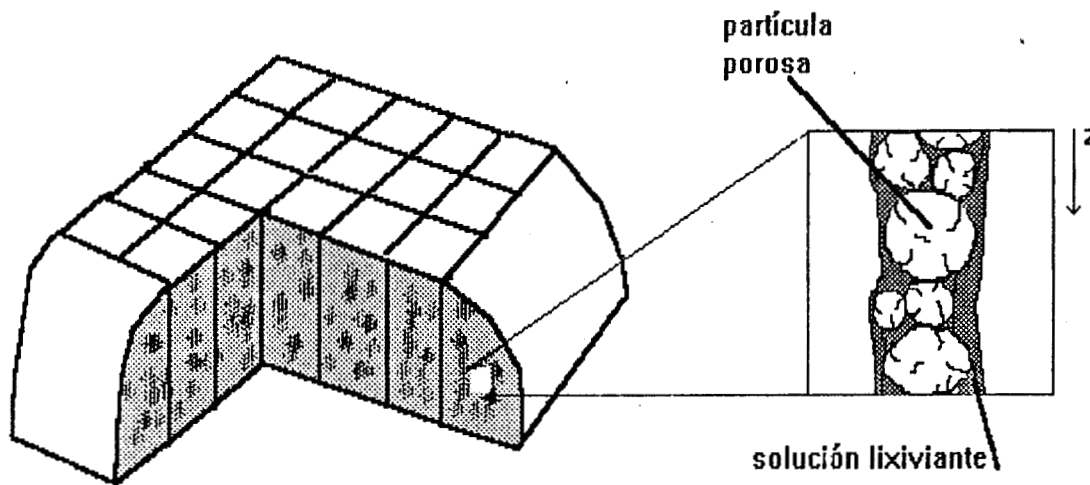


Figura 1 Diagrama de la pila de lixiviación.

El desarrollo del modelo se plantea según el concepto de continuo, principios fundamentales de transporte con reacción en un medio heterogeneo, dividido para una mejor comprensión en tres modelos: a nivel de la partícula (microscópico), a nivel del grano de oro (submicroscópico) y a nivel de la solución lixivante (macroscópico). Los tres modelos están acoplados en sus condiciones de frontera.

En el modelo microscópico se plantean las ecuaciones que describen el transporte de masa con reacción de todas las especies (reactivos y productos) para cada tamaño de partícula. Dentro de las partículas de mineral se encuentran en las paredes los granos de oro dispersos homogéneamente con geometría de hemisferas, los cuales reaccionarán con el oxígeno y cianuro.

El modelo submicroscópico plantea que los granos de oro durante la reacción van disminuyendo de tamaño hasta desaparecer según la reacción de segundo orden (respecto a  $O_2$  y  $CN^-$ ) que se lleva a cabo en la superficie del metal. Se considera que la reacción es simultánea en todo el grano y que éstos son iguales en un inicio en todas las partículas.

El modelo macroscópico describe el transporte convectivo de productos y reactivos en la dirección axial de la fase fluida (solución lixivante), como si ésta tuviera un comportamiento de flujo pistón.

### 3.2 MODELO EN LA PARTÍCULA (MICROSCOPICO)

El modelo esta basado en la descripción de un sistema donde se lleva a cabo difusión y reacción simultáneamente en la fase sólida porosa. En la figura 2 se muestra un esquema de una partícula mineral con incrustación de granos de oro. El reactante que se encuentra incrustado en la fase sólida ( $A_n$ ) se está convirtiendo continua y progresivamente en toda la partícula. (Levenspiel, 1972).

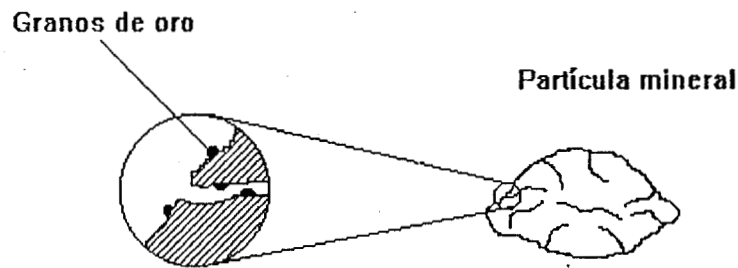


Figura 2. Esquema de incrustación de oro en la partícula mineral.

La ecuación que describe la difusión y reacción en estado no estacionario en la partícula mineral porosa se fundamenta según los conceptos básicos de transporte en un medio continuo y se deriva de un balance de un elemento diferencial de una capa esférica de la partícula (Bird y col., 1982). Las concentraciones estan definidas como valores medios de un pequeño entorno del punto considerado. Este entorno es pequeño en relación al radio de partícula, pero grande en relación a los espacios vacios en el interior de las partículas. Además, el modelo emplea difusividades efectivas medias definidas según los valores de las difusividades moleculares libres,

porosidad y factor de geometría (tortuosidad). En el Apéndice I se deriva la ecuación de transporte

Para formular el modelo se hicieron las siguientes suposiciones:

- 1.- Temperatura constante
- 2.- Se consideran partículas esféricas.
- 3.- En la partícula mineral el proceso de difusión y reacción ocurren simultáneamente en toda la partícula.
- 4.- Densidad y difusividades efectivas constantes.
- 5.- Las partículas tienen la misma ley inicial y la porosidad es constante.
- 6.- La expresión de la velocidad de reacción se supone es de segundo orden (primer orden en cada uno de los reactantes fluidos  $O_2$  y  $CN^-$ ) y la reacción se lleva a cabo en la superficie de los granos de Au.
- 7.- No se considera el consumo de cianuro u oxígeno por reacción de otros componentes del mineral.

Cada uno de los términos de la ecuación expresa un cambio en moles de la especie  $i$  ( $O_2$ ,  $CN^-$ ,  $Au(CN)_2^-$ , y  $OH^-$ ) por unidad de volumen de lecho de partículas mineral.

La ecuación de continuidad para una especie  $i$  en cualquier tamaño de partícula  $R_p$ , es la siguiente.

$$\epsilon_0 \frac{\partial C_i}{\partial t} = D_{efi} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial C_i}{\partial r} \right) \right] + a_g \mathfrak{R}_i, \quad 0 < r < r_p \quad (8)$$

$$\mathfrak{R}_i = \alpha_i \mathfrak{R} \quad (9)$$

$$\mathfrak{R}(r,t) = (k_1 C_{O_2}) (k_2 C_{CN^-}) \quad (10)$$

donde:

$\epsilon_0$  porosidad del mineral ( $cm^3$  vacío /  $cm^3$  sólido)

$C_i(r,t)$  concentración de la especie  $i$ , en la solución que ocupa los poros en la fase



- sólida (mol i/cm<sup>3</sup> sol.).
- $t$  tiempo (segundos).
- $D_{efi}$  difusividad efectiva de la especie  $i$  (cm<sup>2</sup>/seg).
- $r$  coordenada radial de la partícula (cm).
- $r_p$  radio de la partícula (cm).
- $\alpha_x$  área específica de granos de Au por volumen de mineral (cm<sup>2</sup> / cm<sup>3</sup>).
- $\mathcal{R}_i$  es la tasa de reacción de la especie  $i$  (mol i/cm<sup>2</sup> de Au s).
- $\alpha_i$  relación estequiométrica (mol i/ mol Au).
- $\mathcal{R}(r,t)$  es la expresión cinética local que se obtiene según el mecanismo propuesto por Wadsworth (1991) (mol Au/ cm<sup>2</sup> de Au s).
- $C_{O_2}, C_{CN^-}$  concentraciones de O<sub>2</sub> y CN<sup>-</sup> en solución dentro de los poros (mol/cm<sup>3</sup> sol.).
- $k_1$  y  $k_2$  son constantes cinéticas según Wadsworth (1991).

El término del lado izquierdo de la ecuación (8) se refiere a la acumulación de la especie  $i$  con el tiempo. El primer término del lado derecho se refiere al transporte difusivo de la especie dentro de la partícula. El último término se refiere al consumo de la especie por reacción química donde la expresión de velocidad de reacción esta en términos de las concentraciones locales de oxígeno y cianuro.

Al comenzar la lixiviación se considera que los poros de las partículas mineral en cualquier posición axial en la pila están llenos con agua desaerada y la solución lixivante que escurre a través de la pila tiene una concentración inicial (CN<sup>-</sup>, O<sub>2</sub>, y OH<sup>-</sup> determinadas).

Condición inicial

$$t = 0, \text{ para toda } z \quad \begin{aligned} C_i &= 0 \quad (\text{CN}^- \text{ y O}_2) \\ C_{OH} &= C_{OH_0} \end{aligned} \quad (11)$$

Con referencia a las condiciones de frontera, la ec. (12) plantea que para cualquier tiempo en el centro de la partícula no hay variación en la concentración de la especie  $i$  con respecto al radio, es decir, la pendiente evaluada en ese punto es cero (concentración mínima y condición de simetría). Para el caso de la ec. (13), ésta condición de frontera representa la continuidad del flux de la especie  $i$  en la superficie de la partícula (condición de salto de transferencia de masa, flux difusivo es igual al flux convectivo). El uso de la fracción  $\varepsilon_s$  es para indicar la fracción volumen de partículas de tamaño  $k$  en la pila donde se aplica la condición de frontera. En cuanto a la fracción  $\varepsilon_b$ , ésta indica la cantidad de solución lixivante externa que se encuentra en contacto con una población de un mismo tamaño de partículas en la cual está ocurriendo la continuidad del flux de masa de la especie  $i$ .

$$r = 0 \quad D_{efi} \frac{\partial C_i}{\partial r} = 0 \quad (12)$$

$$r = r_p \quad \varepsilon_s D_{efi} \frac{\partial C_i}{\partial r} = \varepsilon_b k_l (C_{ib} - C_{is}) \quad (13)$$

donde:

$C_{ib}$  concentración de la especie  $y$ , en la solución lixivante que fluye en la dirección axial dentro de la pila (mol  $i/cm^3$  sol.).

$C_{is}$  concentración de la especie  $y$  en la superficie de la partícula (mol  $i/cm^3$  sol.).

$k_l$  es el coeficiente de transferencia de masa en la interfase líquida - sólido (cm/seg).

$\varepsilon_s$  es la fracción de volumen de partículas de un tamaño determinado ocupado en la pila.

$\varepsilon_b$  es la fracción de volumen de solución lixivante retenido en la pila por las partículas de un mismo tamaño.

### 3.3 MODELO EN EL GRANO DE ORO (SUB-MICROSCOPICO)

Dentro de las partículas esféricas de mineral se tiene una distribución de granos de oro de geometría hemiesférica (modelo submicroscópico). La ecuación (14) se refiere a que la variación del radio de un grano de oro con respecto al tiempo está relacionado con la velocidad de reacción de cianuración en su superficie.

$$\frac{dr_g}{dt} = - \left( \frac{M_{Au}}{\rho_{Au}} \right) K_r C_{O_2} C_{CN^-} \quad 0 < r_g < r_{g0} \quad (14)$$

donde:

$r_g$  es la posición radial en un grano de oro (cm).

$r_{g0}$  es el radio inicial de un grano de oro (cm)

$\rho_{Au}$  es la densidad de los granos de oro ( $gr / cm^3 Au$ ).

$M_{Au}$  es el peso molecular del oro

$K_r$  constante de velocidad de reacción

La condición inicial define un perfil radial inicial de concentración de oro en el mineral a cualquier posición axial en la pila. Se define, asimismo para el perfil radial inicial un radio para los granos de oro.

$$t = 0, \text{ para toda } z \quad r_g(r) = r_{g0}(r) \quad (15)$$

### 3.4 MODELO A NIVEL PILA (MACROSCOPICO)

La pila de lixiviación, que opera en estado transiente, involucra convección axial por el escurrimiento de solución lixivante y transporte de masa entre esta solución y el lecho de partículas. Se plantea un balance para la especie  $i$  en un elemento diferencial de volumen (Apendice I) construido a partir de una sección de área de solución lixivante y una altura  $dz$  (Calberry, 1976), se consideran la tasa de cambio de moles de la especie  $i$ , los fluxes de entrada y

salida al elemento de volumen y la transferencia de masa entre la solución lixivante y el lecho de partículas de diferentes tamaños expresada en función de un coeficiente de transporte.

Para plantear, el modelo macroscópico se hacen las siguientes suposiciones:

- 1.- La pila opera isotérmicamente dado la pequeña cantidad de material reaccionante.
- 2.- La solución lixivante fluye a una velocidad promedio uniforme dada por el caudal de solución por área de pila y la retención externa del líquido. Según el criterio de Mears (1971) la dispersión axial es poco significativa para lechos de gran longitud que presenten bajos niveles de conversión, como en el proceso de lixiviación en pila (a pesar de tener bajos flujos).
- 3.- Se calcula el coeficiente de transferencia de masa entre la solución lixivante y el lecho de partículas mineral con la correlación de Satterfield (1975) para lechos fijos de escurrimiento incluida en el Apéndice IV.
- 4.- El flujo de reactantes y productos es únicamente debido a transporte convectivo.
- 5.- La distribución de los tamaños de partícula es igual a lo largo de la pila.

Cada uno de los términos de la ecuación expresa un cambio en moles de la especie  $i$  por unidad de volumen de solución. La expresión se plantea para cada una de las especies en solución:  $O_2$ ,  $CN^-$ ,  $Au(CN)_2^-$ , y  $OH^-$

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} + u_z \frac{\partial C_i}{\partial z} = - \sum_{k=1}^N \{v_{pb} \alpha_v k_l (C_{ib} - C_{is})\}_k \quad 0 < z < L \quad (16)$$

Donde :

$u_z$  es la velocidad media intersticial del fluido (cm/seg)

$\alpha_v$  es el área específica del mineral (área externa/volumen de partícula)

$v_{pb}$  relación vol. de partículas de tamaño  $k$  / vol. solución ( $cm^3/cm^3$ )

$N$  es el número de diferentes tamaño de partícula que forman el lecho.

$L$  es la longitud de la pila (cm).

El primer término de la izquierda de la ecuación. (16) corresponde a la acumulación de la especie  $i$  en el tiempo, el segundo se refiere al transporte por convección de las especies por acción del flujo por gravedad en la dirección  $z$  (axial). La parte de la derecha corresponde al transporte de materia entre el flujo de solución y la superficie del lecho de partículas (desde  $k=1$  hasta la  $n$ -ésima partícula) dado por un coeficiente de transporte.

Se conceptualizó la operación de la pila de la siguiente manera: antes de comenzar la lixiviación, se supone que los poros del mineral están llenos de agua desaerada al mismo valor de pH que la solución de alimentación. En la parte superior, al inicio, se rocía con solución lixivante con concentraciones de  $O_2$  y  $CN^-$  fijas y con un  $pH=10$ .

$$t = 0 \quad C_i(z) = C_i \text{ inicial} \quad (17)$$

Posteriormente la solución rica en producto se colecta en el fondo de la pila y se manda a una sección de recuperación donde se extrae todo el metal, se adiciona cianuro de sodio hasta alcanzar su valor inicial con el fin de mantener las concentraciones de  $O_2$  y  $CN^-$  constantes en la alimentación. La concentración de  $OH^-$  aumenta hasta alcanzar un valor estable cuando ha salido todo de los poros de la partículas. En la parte superior de la pila las concentraciones de cianuro, oxígeno son constantes, la concentración de complejo es cero y la concentración de  $OH^-$  es dependiente del tiempo.

$$z = 0 \quad C_{O_2} = C_{O_2} \text{ inicial} \quad (18)$$

$$C_{CN} = C_{CN} \text{ inicial} \quad (19)$$

$$C_{Au(CN)_2} = 0 \quad (20)$$

$$C_{OH^-} = C_{OH^-}(t) \quad (21)$$

#### **4 Solución numérica del Modelo.**

Para resolver el modelo, se discretizan las ecuaciones (8) y (13), en su forma adimensional, por el método de colocación ortogonal (Finlayson (1982)). Esta discretización implica solamente el término de difusión en la dirección radial.

La ecuación (16) se transforma utilizando el método de las características en una ecuación diferencial ordinaria al agrupar los términos transitorio y de transporte convectivo Farlow (1993). Las ecuaciones diferenciales ordinarias resultantes se discretizan por el método explícito de Euler originando así un sistema de ecuaciones algebraicas no lineales.

Las ecuaciones adimensionales y su forma discretizada se encuentran en los apéndices II y III respectivamente. La secuencia de los cálculos se presentan en el apéndice V.

## 5 Resultados y discusiones.

### 5.1 Simulación computacional de una pila típica.

La solución numérica del modelo adimensional permite obtener perfiles de concentración de cada una de las especies (productos y reactivos) en la dirección radial y a cualquier posición axial. En primer lugar, se analiza el proceso de cianuración de una pila típica con una distribución de 5 tamaños de partícula (Bartlett, 1991). Posteriormente, se investiga el efecto de la distribución de tamaños de partícula sobre la velocidad de extracción de oro.

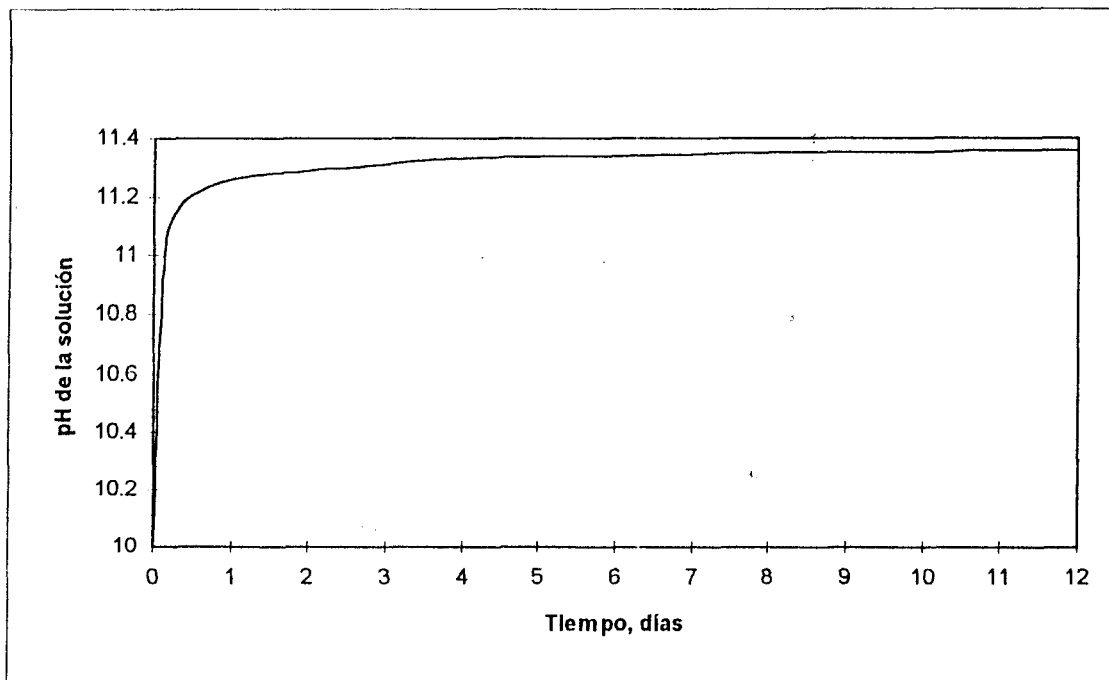


Figura 3. pH de solución lixiviante a través del tiempo en el fondo de la pila.

La producción de iones  $\text{OH}^-$  incrementa el pH de la solución desde  $\text{pH} = 10$  hasta un valor 11.35 a lo largo del proceso. Cuando todo el oro ha reaccionado dentro del mineral y la solución dentro de las partículas alcanza el equilibrio con la solución externa el pH se estabiliza, esto ocurre aproximadamente a los 10 días de operación. El cambio rápido que

muestra la curva entre el primer día del proceso se debe a que de todas las partículas estan saliendo productos por los frentes de reacción que se encuentran mas cerca de la superficie de la partícula ( $r = r_p$ ). Después cuando ya se ha terminado el proceso en las partículas finas; y el transporte se vuelve mas lento en las partículas grandes, el cambio de pH es pequeño hasta alcanzar un valor estable.

La simulación de la pila se realizó con valores de las variables fijados de acuerdo a valores típicos de pilas reales (Tabla 1) con una distribución de 5 tamaños de partícula (Tabla 2). Se calcularon los parámetros cinéticos y de transporte mediante los procedimientos dados en la literatura.

Tabla 1. Valores de las variables típicas de pila.

$L = 400 \text{ cm}$	$D_{O_2} = 2.2 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$
$v_z = 0.064 \text{ cm/seg}$	$D_{CN^-} = 1.75 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$
$\epsilon_s = 0.61$	$D_{OH^-} = 2.7 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$
$\epsilon_h = 0.39$ (Dixon y Hendrix, 1993)	$D_{Au(CN)_2} = 7 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$
$\epsilon_b = 0.04$	$C_{O_2o} = 2.47 \times 10^{-7} \text{ grmol/cm}^3$
Ley = 10 gr Au / ton. mineral.	$C_{CN_0^-} = 1.6 \times 10^{-6} \text{ grmol/cm}^3$
$\rho_{\text{mineral}} = 2.6 \text{ gr/cm}^3$	$C_{OH_0^-} = 1.0 \times 10^{-6} \text{ grmol/cm}^3$
$a_{go} = 0.04 \text{ cm}^2 \text{ Au/cm}^3$ de mineral.	
$\epsilon_0 = 0.04$	



Tabla 2. Distribucion de tamaños de partícula mineral (Bartlett, 1991)

Tamaño (mm)	Peso (%)
-19 + 13	29.8
-13 + 9.5	22.9
-9.5 + 6.7	15.0
-6.7 + 2.4	15.1
-2.4	17.1

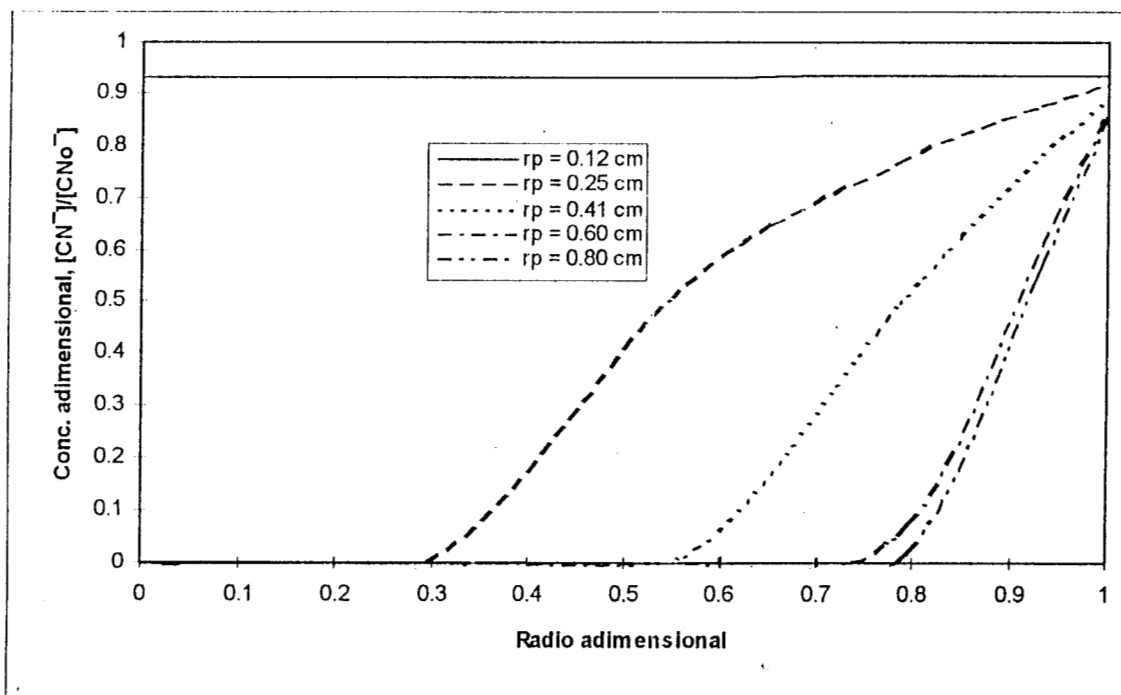


Figura 4. Concentración adimensional de  $CN^-$  versus posición radial, para una profundidad de pila  $Z=0.5$  (200 cm) y tiempo de lixiviado  $t = 1/2$  día.

La Figura 4 muestra perfiles radiales de concentración adimensional de cianuro en cada tamaño de partícula después de 1 día en medio de la pila. La caída en los perfiles

aumenta según el radio de partícula. Se puede observar que mientras el perfil está alcanzando el equilibrio con la solución externa en las partículas mas pequeñas ( $r_p = 0.12$  cm), en las mas grandes ( $r_p = 0.8$  cm), el cianuro solamente ha llegado al aproximadamente 0.8 de radio adimensional. Los valores de concentración en la frontera ( $r = r_p$ ) disminuyen al aumentar el radio porque la resistencia al transporte es mayor dando lugar a mayor gradiente de concentración con respecto al seno de la solución externa. Estos valores son menores en las partículas situadas en la parte inferior de la pila porque el cianuro se va agotando a lo largo de ésta.

Los módulos de Thiele, que relacionan la resistencia al transporte interno con la resistencia que ofrece la reacción tiene valores del orden entre 25 (radio de partícula menor) y 170 (radio de partícula mayor), lo cual confirma que la etapa controlante es el transporte interno, siendo mayor este efecto en las partículas de mayor diametro. El número de Biot relaciona la resistencia al transporte interno con la resistencia al transporte en la película tiene valores entre 47 y 162 para la partícula menor y mayor, respectivamente, indicando que domina el transporte interno.

El proceso de lixiviación en pila involucra cuatro tiempos característicos (rapidez de cada proceso), estos tiempos estan relacionados con el transporte a lo largo de la pila, transporte interfacial, transporte difusivo y la rapidez conque se lleva a cabo la reacción. Según el análisis de orden de magnitud para los tiempos (segundos) característicos del proceso de transporte de solución lixivante a lo largo de la pila  $10x^4$ , el transporte en la interfase fluido sólido es de  $10x^5$ , el transporte difusivo dentro de las partículas es del orden de  $10x^7$  y el tiempo en que se lleva a cabo la reacción es del orden de  $10x^2$ . El proceso mas lento es el transporte interno. Dentro de las partículas el tiempo característico de transporte para los reactivos fué mayor para el cianuro, por tanto es el reactivo limitante. Con el análisis de orden de magnitud se comprueba lo concluído con el análisis de Biots.

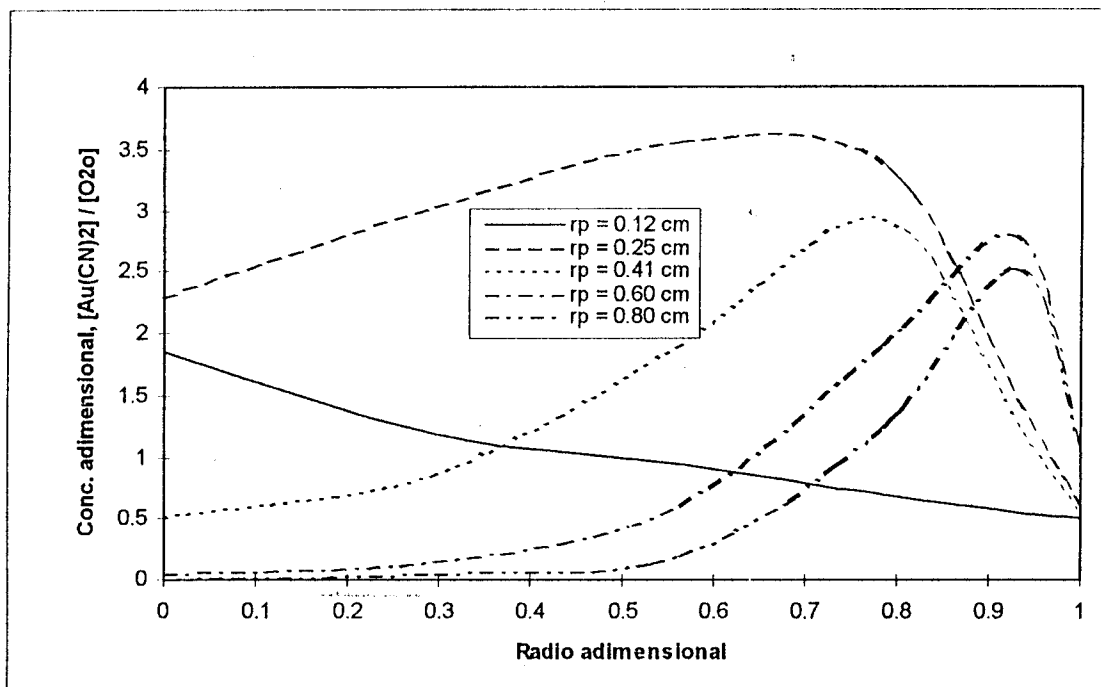


Figura 5. Concentración adimensional de  $\text{Au}(\text{CN})_2^-$  como función de la posición radial para una profundidad de pila de  $Z = 0.5$  y tiempo de 0.5 días.

Para el mismo tiempo y posición en la pila, se observan los perfiles de concentración adimensional de complejo de oro,  $\text{Au}(\text{CN})_2^-$ . En la curva correspondiente a la partícula más pequeña se observa que ya ha reaccionado todo el oro y la difusión es hacia afuera de la partícula; mientras que en las demás se puede apreciar los distintos frentes de reacción asociados con los máximos en la concentración de complejo de Au. La difusión ocurre hacia adentro y hacia afuera de los frentes. Estos se sitúan más hacia el centro de la partícula según disminuye el tamaño de ésta. Esto se debe a que al aumentar la resistencia interna por el mayor radio de partícula, los reactivos tienen menos capacidad de transportarse y reaccionar.

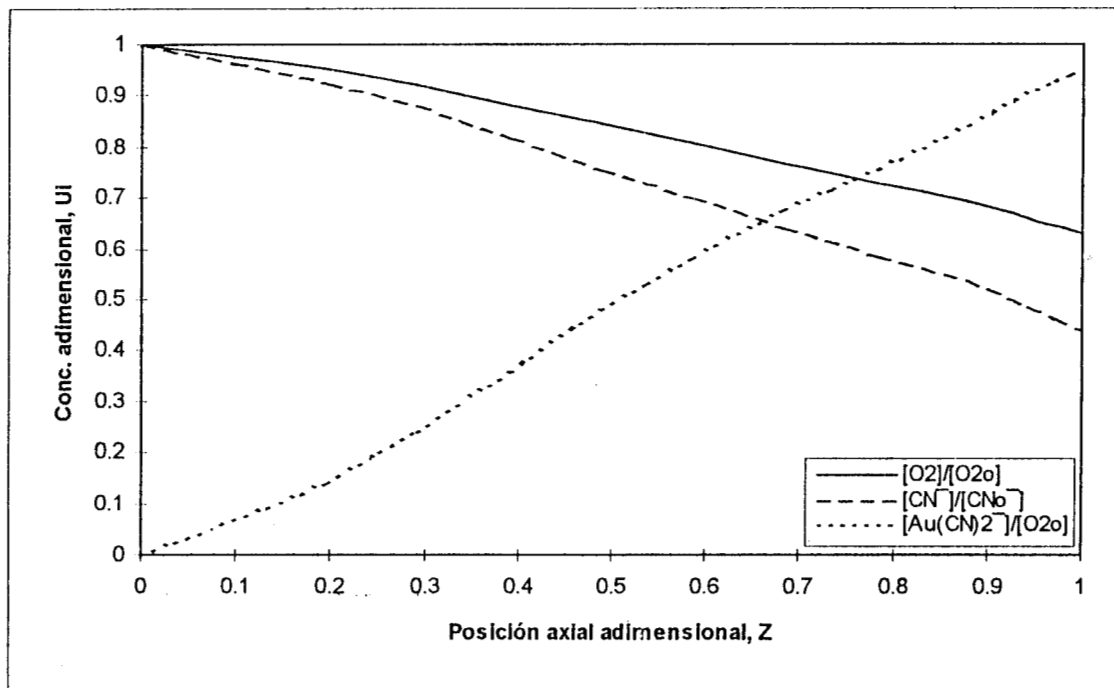


Fig. 6. Perfiles de concentración adimensional en la solución lixiviante de la especie  $i$  en función de profundidad de pila para un tiempo de lixiviado de 0.5 días.

Con respecto a la disminución de reactivos y la acumulación de producto a lo largo de la pila se muestran los perfiles axiales de concentración de  $O_2$ ,  $CN^-$  y  $Au(CN)_2^-$  en la Figura 6. Los reactivos disminuyen con el aumento en la profundidad de pila porque se van agotando por el efecto de reacción. La curva correspondiente al cianuro es ligeramente menor a la del oxígeno debido a la concentración inicial y que la relación estequiométrica del cianuro es 8 veces mayor que la del  $O_2$ . En cuanto al producto de reacción, este se va acumulando a lo largo de la pila hasta obtener su mayor concentración en el fondo. Esto puede afectar el nivel de extracción del  $Au(CN)_2^-$  en el fondo de la pila especialmente para las partículas más pequeñas, que reaccionan rápidamente, pero cuyo oro no puede difundir hacia afuera debido a la alta concentración presente allí.

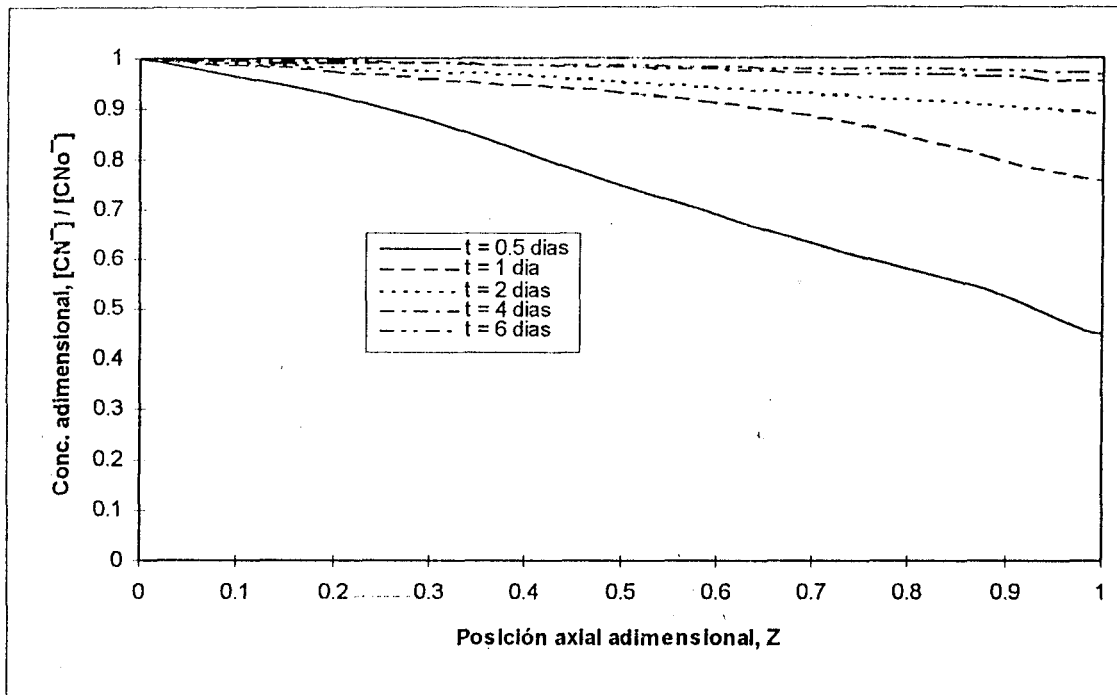


Figura 7. Concentración Adimensional de  $CN^-$  en función de profundidad de pila a diferentes tiempos.

La Figura 7 muestra los perfiles de concentración adimensional axiales de cianuro en la pila típica desde los primeros momentos de operación cuando se tiene un agotamiento significativo de reactivos hasta otro donde se alcanza el estado estacionario. En este último punto, casi todo el oro ha reaccionado aunque todavía no sale de la pila.

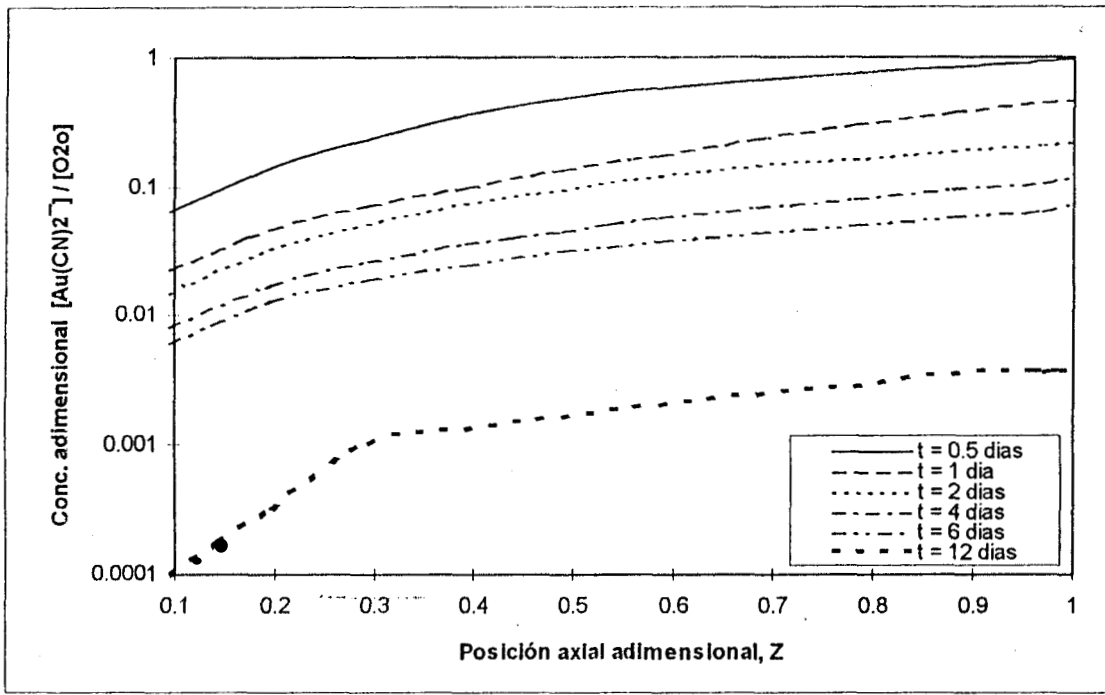


Figura 8. Concentración adimensional de complejo de oro en solución como función de profundidad de pila.

La concentración de complejo de oro en la solución lixiviante a diferentes tiempos esta dada en la Figura 8. Se puede observar que en un tiempo de 1/2 días la solución es rica en complejo, debido a que los productos de reacción tienen mayor capacidad de transportarse desde el interior de las partículas hacia el seno de la solución externa tanto en partículas de menor diámetro donde ya ha reaccionado todo el oro, como en las demás debido a que los frentes de reacción están más cerca de la parte externa de la partícula (Figura 4). La curva correspondiente a  $t = 12$  días tiene un perfil pequeño, aunque ya ha reaccionado el oro en toda el mineral, porque aún continúa saliendo por difusión el producto de reacción en las partículas de mayor diámetro (30 % de el lecho).

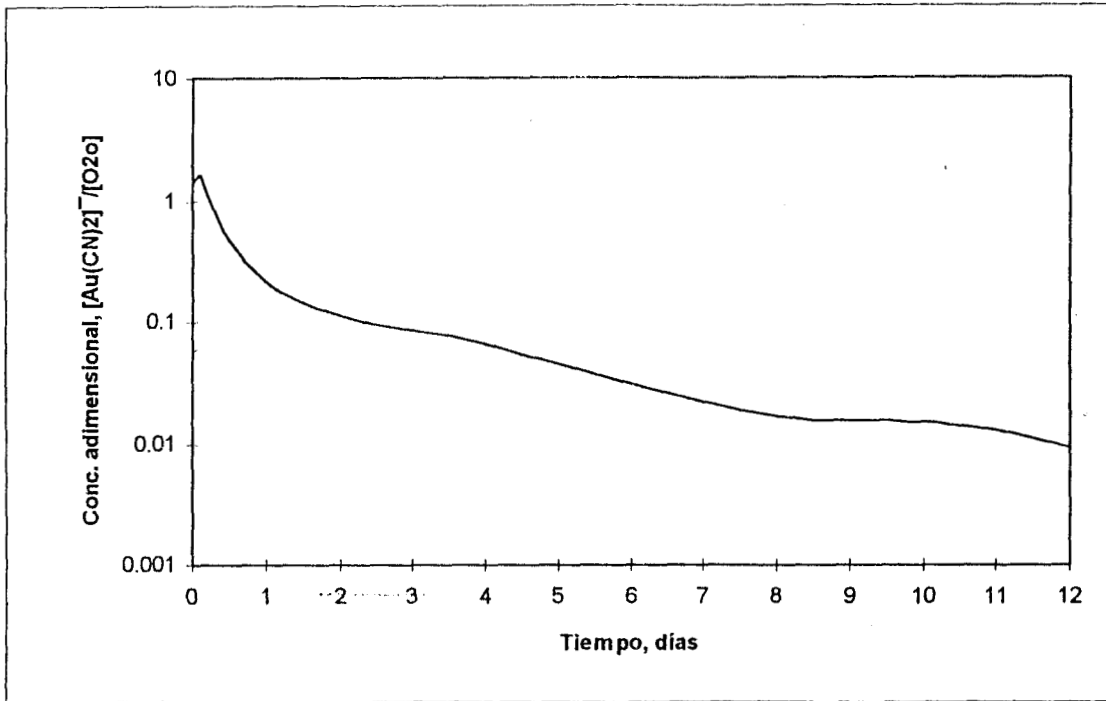


Figura 9. Concentración adimensional de  $\text{Au}(\text{CN})_2^-$  en función del tiempo de lixiviado a la salida de la pila.

Desde el punto de vista de la operación, es interesante predecir con el tiempo la concentración de oro en la solución a la salida de la pila (Figura 9). Se presenta un máximo en la curva a un tiempo de 0.25 días que se debe a que en este momento los productos de reacción de todas las partículas fácilmente difunden hacia el exterior, esto se puede ver en la Figura 5. Después, la curva cae y se vuelve suave porque al situarse los frentes de reacción cerca del centro de las partículas existen problemas de transporte en las partículas grandes, lo anterior se puede ver según las tendencias de la Figura 5.

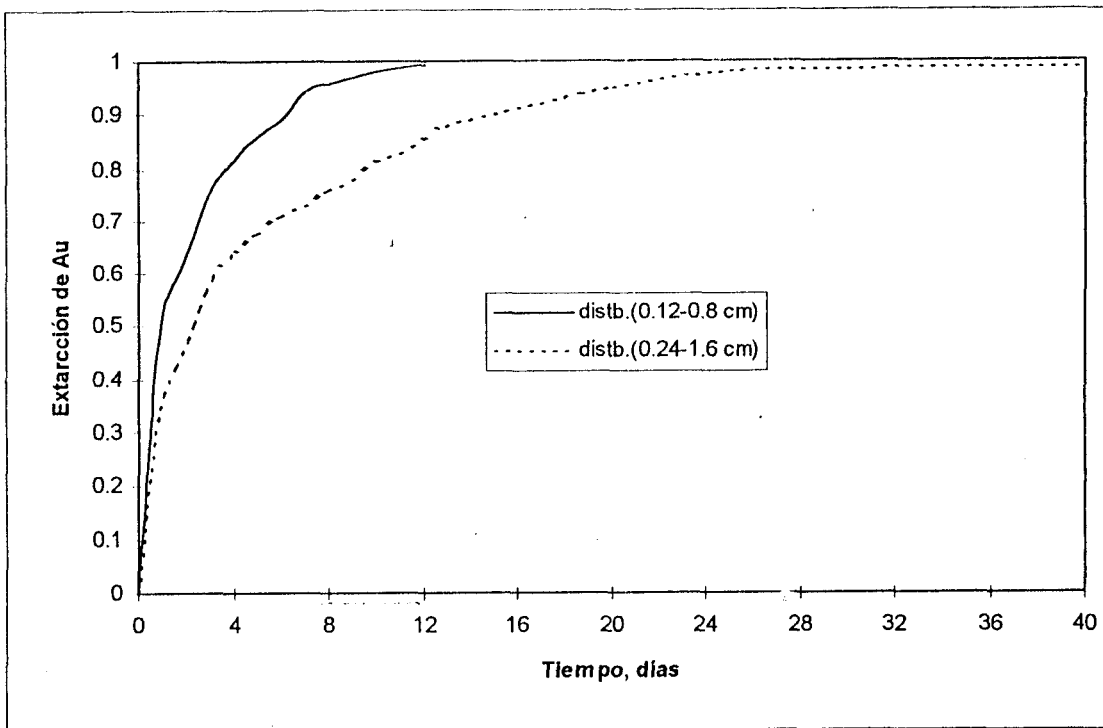


Figura 10. Efecto del tamaño de partículas en la extracción de Au.

Después de haber analizado el comportamiento de una distribución típica (Tabla 2), se compara con otras distribuciones de tamaño de partícula. Las curvas de la Figura 10 corresponden a la extracción de Au en una pila con la distribución típica y con otra distribución aumentando al doble el radio de partícula. El tiempo de extracción de Au es aproximadamente cuatro veces más largo para la corrida con los radios de partícula mayores. Esto se debe al aumento en la resistencia al transporte interno que se incrementan de acuerdo con el  $r_p^2$ .



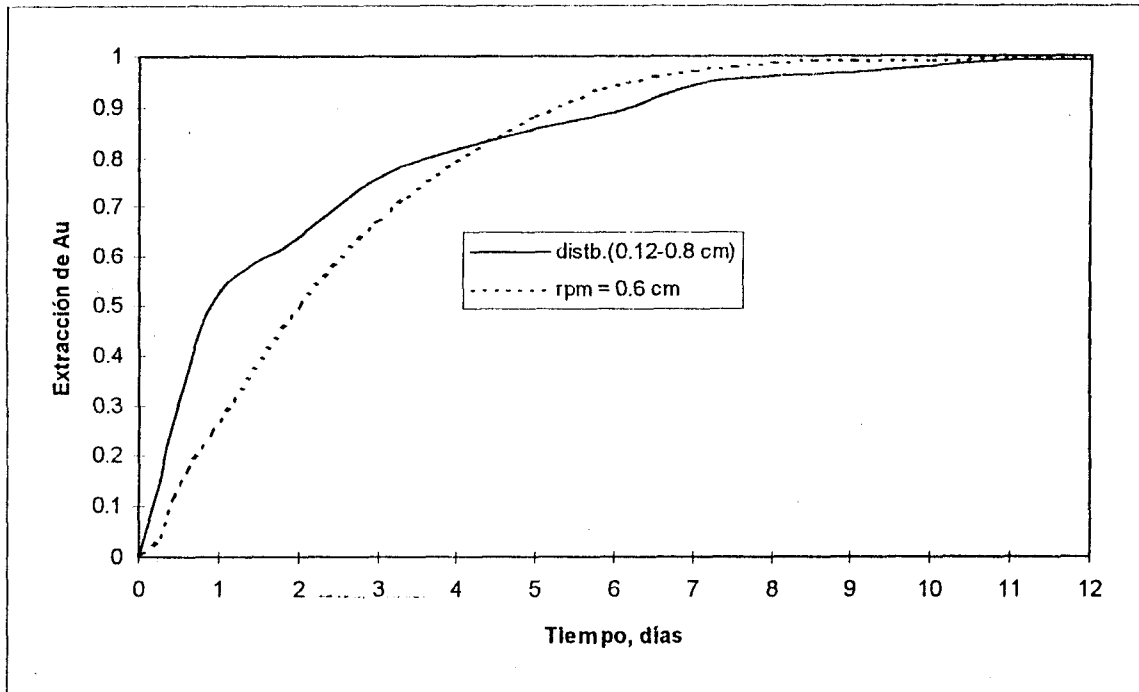


Figura 11. Extracción de Au a través del tiempo.

De gran interés resultó el análisis comparativo entre el modelo con la distribución y otro utilizando un radio promedio de las partículas. Este radio se calculó considerando que el fenómeno controlante es el transporte interno (difusión) y aumenta la resistencia de acuerdo a  $r_p^2$ . Entonces, se utiliza la siguiente ecuación.

$$r_p = \left[ \sum_k w_k r_{pk}^2 \right]^{1/2} \quad (21a)$$

donde:  $w_k$  = fracción peso de las partículas  $k$  con radio  $r_{pk}$ .

A pesar de las diferencias al principio de la lixiviación la ecuación (21a) resulta un buen método para calcular un radio promedio para predecir el tiempo cuando se alcanza una conversión arriba del 90 %.

En la Figura 11 se puede observar la misma tendencia entre los dos modelos. El cambio brusco desde el inicio hasta en 0.5 días se debe a que en todas las partículas los centros de reacción están cerca de la superficie de la partícula favoreciendo la difusión hacia afuera por otro parte los valores mayores de extracción en el modelo con una distribución es debido a la rápida reacción de los finos. La extracción se ve favorecida en el modelo con distribución por el efecto del tamaño de partículas menores a 0.6 cm hasta el día 4 aproximadamente, después de ese tiempo el perfil toma valores menores al modelo con un radio promedio, debido al efecto de transporte en las partículas mayores a  $r_p = 0.6$  cm.

## 6 CONCLUSIONES

El modelo planteado es relativamente simple primero, al considerar que las partículas, están completamente mojadas en la parte externa con la solución lixivante. En segundo lugar, las ecuaciones del modelo permiten incorporar expresiones cinéticas para el consumo de reactivos, así como diferentes distribuciones de tamaños discretos de partícula.

La solución numérica del modelo permite describir los perfiles de concentración de reactivos y productos en la dirección axial de la pila y dentro de cada tamaño de partícula en cualquier posición. Con los perfiles se efectúan los balances que muestran como reacciona y se extrae el oro en el tiempo a lo largo de la pila.

El análisis de resultados permite afirmar que el proceso de lixiviación en pila está controlado por el transporte interno de productos y reactivos, específicamente por la difusión de  $\text{Au}(\text{CN}_2)^-$  y  $\text{CN}^-$ .

Los resultados de la corrida usando un radio promedio, calculado como sigue, se aproximan a los determinados con el modelo que toma en cuenta la distribución de tamaños de partícula.

$$r_p = \left[ \sum_k W_k r_{pk}^2 \right]^{1/2}$$

## 7 NOMENCLATURA.

### 7.1 Modelo.

$\alpha_g(r,t)$  = Relación de área de oro entre volumen de mineral ( $\text{cm}^2$  de Au/ $\text{cm}^3$  mineral)

$\alpha_{g0}$  = Relación de área inicial de Au entre volumen de mineral ( $\text{cm}^2$  Au/ $\text{cm}^3$ ).

$r_{g0}$  = Radio inicial de un grano de Au (cm).

$\alpha_{vk}$  = Relación de área interfacial/ volumen de la partícula mineral de tamaño k ( $\text{cm}^2$  / $\text{cm}^3$ )

$v_{pb}$  = Relación vol. de partícula de tamaño k / vol. de solución lixivante ( $\text{cm}^3$  / $\text{cm}^3$ )

$C_i(r,t)$  = Concentración de la especie i de la solución dentro de los poros de las partículas mineral ( $\text{mol}/\text{cm}^3$  solución)

$C_{i0}$  = Concentración inicial de la especie i ( $\text{mol} / \text{cm}^3$  de solución).

$C_{ib}(z,t)$  = Concentración de la especie i en el seno del fluido ( $\text{mol}/\text{cm}^3$  solución)

$C_{is}(z,t)$  = Concentración de la especie i en la superficie de las partículas ( $\text{mol}/\text{cm}^3$  solución)

$D_{efi}$  = Difusividad efectiva de la especie i (área/seg)

$k_{ti}$  = Coeficiente de transferencia de masa de la especie i (cm/seg).

$k_r$  = Contante de velocidad de reacción ( $\text{mol Au} / \text{cm}^2 \text{ Au seg} \text{ mol CN}^- / \text{cm}^3 \text{ mol O}_2 / \text{cm}^3$ ).

L = Profundidad de pila.

$\mathfrak{R}(r,t)$  = Expresión cinética local que se obtiene según el mecanismo propuesto por Wadsworth (1991) ( $\text{mol Au} / \text{cm}^2$  de Au seg).

$\mathfrak{R}_i$  = Tasa de reacción de la especie i ( $\text{mol de i}/\text{cm}^2$  de Au seg).

r = Coordenada en la dirección radial de partícula (cm)

$r_{pk}$  = Radio de la partícula de tamaño k (cm)

$u_z$  = Velocidad lineal del fluido en la dirección axial (cm/seg).

t = tiempo en segundos.

z = Coordenada en la dirección axial de pila (cm)

$\alpha_i$  = Relación estequiométrica de la especie i.

$\varepsilon_o$  = Porosidad de la partícula

$\varepsilon_h$  = Fracción de espacio vacío en pila.

$\varepsilon_{sk}$  = Fracción de partículas de tamaño k en la pila.

$\varepsilon_b$  = Fracción de solución lixivante en la pila.

$\varepsilon_{bk}$  = Fracción de solución lixivante retenidas por las partículas de tamaño k en la pila.

$\rho_{Au}$  = densidad de Au.

## 9 BIBLIOGRAFIA.

Bartlett, R.W. (1992), *Simulation of Gold Heap Leaching using Deterministic Models*, Hydrometallurgy, 29, 231-260.

Bird, R. B., Esteward W. E., Lighfoot. E. N. (1982), *Transport Phenomena*, John Wiley and Sons, Inc., New York.

Bodlanger, G. (1896), *Die Chemie des Cyanidver Fahrens*, Z. Angew. Chem., 9, 583-87.

Calberry, J.J. (1976), *Chemical and Catalytic Reaction Engineering*, McGraw-Hill Book Company.

De Lasa, I. H. (1986), *Chemical Reactor Design and Technology*, Martinus Nijhoff publishers.

Davis, G. B. y Ritchie, A.I.M. (1986), *A model of oxidation in pyritic mine waste, part I: Equations and approximate analitical solution*. Appl. Math. Modelling. 10, 314-322.

Davis, G. B. y Ritchie, A.I.M. (1987), *A model of oxidation in pyritic mine waste, part III: Importance of particle size distribution*. Appl. Math. Modelling. 11, 417-422.

Dixon, D. G. y Hendrix, J. L. (1993a), *A general model for leaching of one or more solid reactants from porous ore particles*, Metall. Trans. 24B, 157-169.

Dixon, D. G. and Hendrix, J. L. (1993b), *A mathematical model for heap leaching of one or more solids reactants from porous ore pellets*. Metall. Trans. 24B, 1087-1102.

Farlow, S. J. (1993), *Partial Differential Equations for Scientist and Engineers*, Dover Publications, Inc. New York.

Fleming, C.A.(1992), *Hydrometallurgy of precious metals recovery*, Hydrometallurgy, 30, 127-162

Finlayson, B. A. (1974), *Orthogonal Collocation in Chemical Reaction Engineering*, Cat. Rev.-Sci. Eng., 10(1), 69-138.

Geankoplis, C.J. (1972), *Mass Transport Phenomena*, Holt, Rinehart y Winston, Inc., New York, Cap.3.

Giannetto, A. y Spechia, V. (1992), *Trickle Bed Reactors: State of Art and Perspectives*, Chemical Engineering Science, 47(13-14), 3197-3213.

Habashi, F. (1992), *A Textbook of Hydrometallurgy*. Metallurgie extractive Québec, Enr. Quebec, Canada.

Haque, V. (1992) *The role of oxygen in cyanide leaching of gold ore*, Canadian Institute of Mining Bulletin, 85, 31-38.

Kudryk, V. y Kellogg, H.H. (1954) *Mechanism and Rate - Controlling Factor in the Dissolution of Gold in Cyanide Solutions*, J.Metals, 6, 541-548.

Levenspiel, O. (1972), *Chemical Reaction Engineering*. 2nd. Edición, John Wiley, New York., 361-377.

Mears, D.E. (1971), *The Role of Axial Dispersion in Trickle-Flow Laboratory Reactors*. Chemical Engineering Science, 26, 1361.

Pantelis, G. y Ritchie, A.I.M. (1992), *Rate limiting factors in dump leaching of pyritic ores*. Appl. Math. Modell. 16, 553-560.

Perry, R.H. y Green D. (1984), *Perry's Chemical Engineers Handbook*, sixth edition, eds. R.H. Perry, D.W. Green y J.O. Maloney, Mc. Graw Hill Book Company.

Sánchez, Ch.A. (1995), *Modelo de lixiviación en pila de menas de oro por cianuración*, Tesis para obtener el grado de maestro en Ing. Química, Universidad Autónoma Metropolitana.

Satterfield, Ch. N. (1975), *Trickle-Bed Reactors*. *AIChE.J.* 21, No. 2, 209-228.

Schmid, G.N. y Curley-Fiorino, M.E. (1975), *Gold*, Encyclopedia of Electrochemistry of the Elements, Vol. IV, Ed. A.J. Bard, Marcel Dekke, Inc., New York, Cap. IV-3

Wadsworth, M.E. (1991), *Rate processes in the leaching of gold and other metals forming stable complexes*. Proceedings of the H.H. Kellogg International Symposium. Quantitative Description of Metal Extraction Processes. TMS, Warrendale, PA. 197-216.

Wakao, N., y Smith, J.M. (1962), *Chemical Engineering Science*, 17, 827.

Zyl, V., Hutchison, y Kiev (1986) *Introduction to evaluation, desing, operation of precious Metal Heap Leaching Proyects*, Society of Mining Engineers, Inc., Littleton, Colorado.



## APENDICE I

### DERIVACION DE LAS ECUACIONES DEL MODELO

La ecuación que describe el transporte de masa de cada una de las especies se deriva de un balance diferencial en una capa esférica de espesor  $\Delta r$  en el interior de la partícula mineral porosa como se muestra en la Figura Ia.

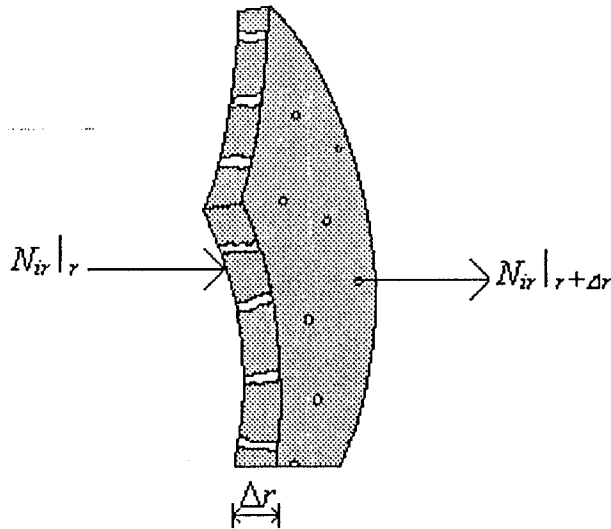


Fig. Ia. Esquema de una capa esférica de espesor  $\Delta r$

El balance considera:

tasa de acumulación de la especie  $i$  en el elemento de volumen.

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} (4\pi r^2 \Delta r) \quad (1a)$$

Flux de entrada al elemento de volumen en  $r$

$$N_{ir} (4\pi r^2) |_{r} \quad (1b)$$

Flux de salida al elemento de volumen en  $r + \Delta r$

$$N_{ir} (4\pi (r + \Delta r)^2) |_{r + \Delta r} \quad (1c)$$

Velocidad de producción por reacción química

$$y_i (4\pi r^2 \Delta r) \quad (1d)$$

aplicando el balance de materia para la especie  $i$  resulta:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} (4\pi r^2 \Delta r) + N_{ir} (4\pi r^2) \Big|_r - N_{ir} (4\pi (r + \Delta r)^2) \Big|_{r+\Delta r} = y_i (4\pi r^2 \Delta r) \quad (1e)$$

En la ecuación (1e)  $C_i$  son los moles de  $i$  dentro de los poros,  $N_{ir} \Big|_r$  es el número de moles que pasan en la dirección  $r$  en una superficie esférica situada a una distancia  $r$  del centro de la esfera. El término de la derecha expresa el número de moles de  $i$  que se producen en la envoltura de espesor  $\Delta r$ . Dividiendo por  $4\pi \Delta r$  y tomando  $\Delta r \rightarrow 0$ , se obtiene

$$r^2 \frac{\partial C_i}{\partial t} + \frac{\partial (r^2 N_{ir})}{\partial r} = r^2 y_i \quad (1f)$$

La expresión para el flux de la especie  $i$  esta dado según la ley de Fick para soluciones diluidas con densidad constante.

$$N_{ir} = -D_i \frac{\partial C_i}{\partial r} \quad (1g)$$

Sustituyendo la expresión del flux, dividiendo entre  $r^2$  y expresando cada termino de la ec. (1f) como el cambio de moles por volumen de partícula porosa (mineral).

$$\varepsilon_0 \frac{\partial C_i}{\partial t} = D_{efi} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial C_i}{\partial r} \right) \right] + \alpha_g y_i \quad 0 < r < r_p \quad (1h)$$

El parámetro  $D_{efi}$  es la difusividad efectiva (función de la difusividad molecular, porosidad y tortuosidad) en una solución diluida,  $\alpha_g$  es el área de reactante ( $A_{u_0}$ ) por volumen de partícula y  $\varepsilon_0$  es la porosidad de la partícula.

La ecuación que describe el transporte de masa de cada una de las especies a lo largo de la pila en la fase líquida se deriva de un balance diferencial en un elemento de volumen construido a partir de un área de pila y espesor  $\Delta z$  como se muestra en la Figura Ib.

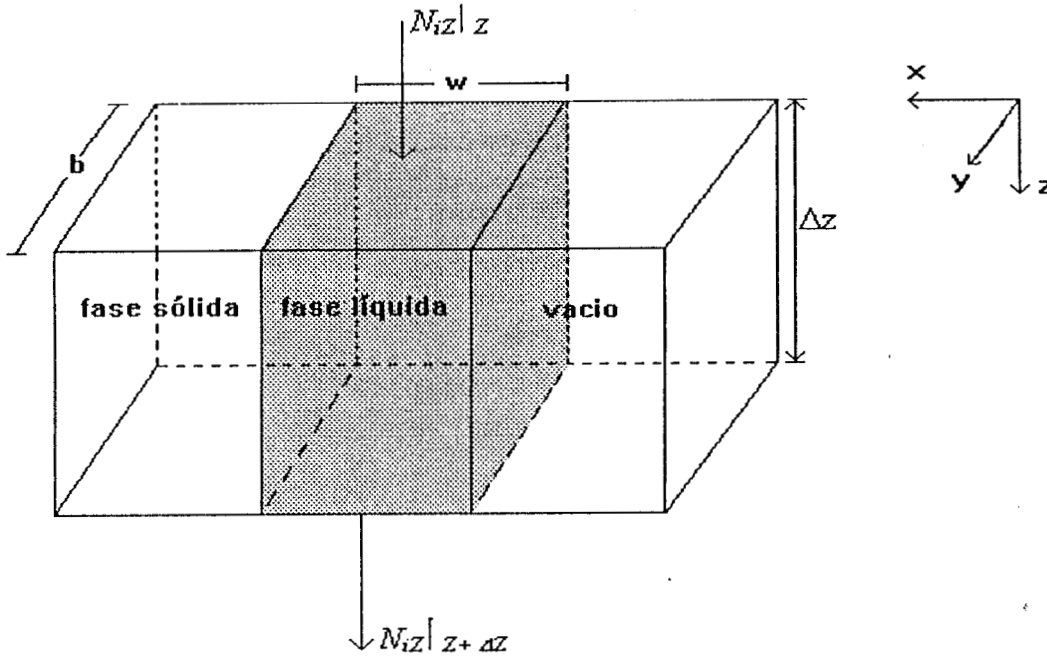


Fig. Ib. Esquema de un elemento diferencial de volumen de pila.

El balance considera:

tasa de acumulación de la especie  $i$  en el elemento de volumen.

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} (wb\Delta z) \tag{2a}$$

Flux de entrada al elemento de volumen en  $z$

$$N_{iZ}|_Z = wb C_{ib} \tag{2b}$$

Flux de salida al elemento de volumen en  $z + \Delta z$

$$N_{iZ}|_{Z+\Delta Z} = wb C_{ib} \tag{2c}$$

Flux de transferencia de masa entre la interfase líquido - sólido (área =  $b \Delta z$ )

$$N_{ik}|_Z = b\Delta z k_1 (C_{ib} - C_{is}) \tag{2d}$$

aplicando el balance de materia para la especie i resulta:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} (wb \nabla z) = u_z (wb) C_i \Big|_z - u_z (wb) C_i \Big|_{z+\nabla z} - \sum_{k=1}^N \{k_l (C_{ib} - C_{is}) b \nabla z\}_k \quad 0 < z < L$$

(2e)

Dividiendo por  $wb \Delta z$  y tomando  $\Delta z \rightarrow 0$ , se obtiene

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = -u_z \frac{\partial C_i}{\partial z} - \sum_{k=1}^N \{\alpha_l k_l (C_{ib} - C_{is})\}_k$$

(2f)

En la ecuación (2f)  $u_z$  es la velocidad lineal del fluido (cm/seg),  $\alpha_l$  es el área específica (área interfacial de partículas de tamaño k / vol. de solución lixivante). Expresando la ecuación (2f) en términos de una relación de área interfacial por volumen de partículas de tamaño k ( $\alpha_v$ ) resulta entonces .

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = -u_z \frac{\partial C_i}{\partial z} - \sum_{k=1}^N \{v_{pb} \alpha_v k_l (C_{ib} - C_{is})\}_k$$

(2g)

En la ecuación (2f)  $v_{pb}$  es la relación de volumen de partícula de tamaño k por volumen de solución lixivante en pila.

## APENDICE II

### ECUACIONES ADIMENSIONALES.

#### MODELO A NIVEL PARTÍCULA.

Para la adimensionalización del modelo se definen una serie de variables. La posición en cada partícula está definida dividiendo por el radio de partícula correspondiente. Sin embargo, debido a que el tiempo es común en todo el sistema, se adimensionaliza dividiendo entre el radio de partícula más pequeño del sistema,  $r_r$ .

$$\xi = \frac{r}{r_p}$$

$$\tau = \frac{Def_{O_2} t}{r_r^2}$$

La concentración de cada especie se divide por la concentración inicial,  $C_{i_0}$ , de aquella, con excepción del caso del complejo de oro. Dado que no hay oro solubilizado en la solución inicial se seleccionó la concentración inicial de oxígeno,  $C_{O_2_0}$  para adimensionalizar la concentración de complejo.

$$u_i = \frac{C_i}{C_{i_0}} \quad (i = O_2, CN^- \text{ y } OH^-)$$

$$u_{Au(CN)_2^-} = \frac{C_{Au(CN)_2^-}}{C_{O_2_0}}$$

$$u_{is} = \frac{C_{is}}{C_{i_0}}$$

$$u_{ib} = \frac{C_{ib}}{C_{i_0}}$$

Sustituyendo las variables adimensionales en la ecuación (8), se obtiene la ecuación adimensional para cada especie  $i$ , dentro de cada tamaño de partícula. Por simplicidad se omite el subíndice para cada tamaño de partícula.

$$\varepsilon_0 \frac{r_p^2 Def_{O_2}}{r_r^2 Def_i} \frac{\partial u_i}{\partial \tau} = \left[ \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \xi^2 \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \right) \right] + \phi_i^2 \frac{\alpha_g}{\alpha_{g0}} u_{O_2} u_{CN^-}(\xi, \tau) \quad (22)$$

Donde:

$$\phi_i^2 = \frac{r_p^2 \alpha_i R_0 \alpha_{g0}}{D_{efi} C_{io}}$$

Las condiciones de frontera resultan.

$$\xi = 0 \quad \frac{\partial u_i}{\partial \xi}(0, \tau) = 0 \quad (23)$$

$$\xi = 1 \quad \varepsilon_s \frac{\partial u_i}{\partial \xi}(1, \tau) = \varepsilon_b Bi_m (u_{bi} - u_{si}) \quad (24)$$

## MODELO A NIVEL SUBMICROSCOPICO.

Definiendo el radio adimensional y la velocidad de reacción de referencia:

$$\varphi = r_g(\xi, \tau) / r_{g0}, \quad R_0 = K_r C_{O_2o} C_{CN_0}$$

Sustituyendo variables en la ecuación (14) resulta que la tasa local de cambio en el radio de un grano de oro esta dado por:

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = -\phi_{Au}^2 u_{O_2} u_{CN^-} \quad (25)$$

$$\phi_{Au}^2 = \frac{r_r^2 R_0 M_{Au}}{D_{ef O_2} r_{g0} \rho_{Au}}$$

### MODELO A NIVEL GLOBAL (PILA)

Sustituyendo variables adimensionales en la ecuación (16) entonces resulta.

$$\frac{\partial u_{ib}}{\partial \tau} = -Bi_{m1} \frac{\partial u_{ib}}{\partial Z} - 3 \sum_{k=1}^N \left( \frac{r_r}{r_p} \right)^2 Bi_{mi} \frac{D_{efi}}{D_{efO_2}} (u_{ib} - u_{is})_k \quad (26)$$

Donde:  $Z = z / L =$  posición adimensional en la pila (axial)

$$Bi_{m1} = \frac{r_r^2 u_z}{D_{ef O_2} L}$$

$$Bi_{mi} = \frac{r_p k_g}{D_{ef i}}$$

## Nomenclatura.

### Variables

$u_i$  = Concentración adimensional de la especie  $i$  en la solución dentro de las partículas mineral.

$u_{i,b}$  = Concentración adimensional de la especie  $i$  en la solución lixivante.

$Z$  = Coordenada axial de pila adimensional.

$\xi$  = Coordenada radial adimensional en la partícula mineral.

$\varphi$  = Coordenada radial adimensional en un grano de Au.

$\tau$  = Tiempo adimensional.

### Parámetros

$Bi_{mi}$  = Número de Biot de masa para la especie  $i$  (Relación de la resistencia al transporte interno entre transporte en la película).

$Bi_{ml}$  = Número de Biot de masa A (Relación de transporte de movimiento convectivo entre el transporte difusivo).

$\varphi_{Au}$  = Número de Thiele para el oro.



## APENDICE III

### DISCRETIZACIÓN DE LAS ECUACIONES

Se aplica el método de colocación ortogonal a la ecuación diferencial parcial para reducir a un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias, transformandose de un problema de frontera a un problema de valor inicial. Este tipo de problema, donde se tiene una condición de simetría en el centro se aplica el método (Finlayson (1974)) al término de difusión de la ecuación (22) y al término de la izquierda de la ec. (24) del apéndice II.

Discretizando por el método de colocación ortogonal global para un sistema simétrico para cada especie y tamaño de partícula resulta.

$$\varepsilon_o \left( \frac{D_{ef_{O_2}} r_p^2}{D_{ef_i} r_r^2} \right) \frac{du_i}{d\tau} \Big|_j = \sum_{ii=1}^{m+1} B_{j,ii} u_{ii} + \phi_i^2 \frac{\alpha_g}{\alpha_{g0}} u_{O_2} u_{CN}(\xi_j, \tau) \quad (27)$$

Condición inicial

$$u_i(r, 0) = C_{io}(r)/C_{io} = 0 \quad (28)$$

Condición de frontera

$$\xi = 1 \quad \varepsilon_s \sum_{ii=1}^{m+1} A_{(m+1),ii} u_{ii} = \frac{D_{ef_{O_2}}}{D_{ef_i}} B_{im} (u_{ib} - u_{i(m+1)}) \quad (29)$$

Donde:  $A_{j,ii}$  y  $B_{j,ii}$  son las matrices que contienen los coeficientes para el cálculo de la primera derivada y el Laplaciano en los puntos de colocación, respectivamente.

$\varepsilon_s$  es la fracción de partículas de un determinado tamaño ocupado en la pila.

m son los puntos de colocación

j son los puntos de colocación interiores,  $j=1, \dots, m$ .

m+1 es el punto en la frontera correspondiente a la posición radial  $\xi=1$

Dentro de las partículas esféricas de mineral se tiene una distribución de granos de oro de geometría hemiesférica (modelo submicroscópico). Se plantea localmente en cada uno de los puntos de colocación lo siguiente:

$$\left. \frac{d\phi}{d\tau} \right|_j = \phi_{Au}^{-2} (u_{O_2} u_{CN^-})_j \quad (30)$$

La ecuación que describe el balance global se plantea según el método de las características (Farlow, 1993) donde el vector velocidad esta dado por:

$$\bar{v} = \frac{dZ}{d\tau} \quad (31)$$

En el caso donde la velocidad es constante, las curvas de solución son líneas con pendientes  $dZ / d\tau = 1$ . Agrupando los terminos convectivo y tránsiente la parte de la derecha de la ec. (26) del apéndice I, resulta.

$$\frac{du_b}{d\tau} = \frac{\partial u_b}{\partial \tau} + v_z \frac{\partial u_b}{\partial Z} \quad (32)$$

La ecuación (26) resultante es:

$$\frac{du_b}{d\tau} = -3 \frac{D_{efO_2}}{D_{efi}} \sum_{i=1}^N \left\{ \left( \frac{r_r}{r_p} \right)^2 Bi_{mi} (u_{ib} - u_{is}) \right\}_i \quad (33)$$

Discretizando las ecs. (26), (28) y (31) para un tiempo  $p+1$  y una posición en la pila  $q+1$ , utilizando el método de Euler explícito resultan.

$$u_j^{p+1} = \frac{r_r^2}{r_p^2} \frac{D_{efi}}{D_{efO_2}} \frac{\Delta\tau}{\epsilon_o} \left[ \sum_{ii=1}^{m+1} B_{j,ii} u_{ii} + \phi_i^2 \frac{\alpha_s}{\alpha_{s0}} u_{O_2} u_{CN^-}(\xi_j, \tau) \right]^p + u_j^p \quad (34)$$

$$\phi_i^{p+1} = -\Delta\tau \phi_{Au}^2 u_{O_2} u_{CN^-}^p + \phi_i^p \quad (35)$$

$$u_{ib}^{p+1,q+1} = u_{ib}^{p,q} - 3\Delta\tau \frac{D_{efO_2}}{D_{efi}} \sum_{k=1}^N \left\{ \left( \frac{r_r}{r_p} \right)^2 B_{im} (u_{ib} - u_{i(m+1)})^{p,q} \right\}_k \quad (36)$$

Para cada una de las cuatro especies en cada tamaño de partícula, se resuelven las ecuaciones (34) y (35) para cada punto de colocación interior. Después, resulta un sistema de ecuaciones algebraicas compuesto por la ecuación (29) por cada tamaño de partícula y la (36) que se resuelve por el método de Newton - Raphson (solución de sistemas de ecuaciones no lineales) para cada especie en cada posición en la pila.

## APENDICE IV

### CALCULO DE PARAMETROS Y VARIABLES UTILIZADAS EN EL MODELO.

#### 1. Concentraciones de referencia y de alimentación.

##### Concentración de $\text{CN}^-$

La solución lixivante reportada para el proceso tiene valores entre 0.50 y 0.005 % de KCN (Wadsworth, 1991) que equivalen a valores entre  $7.7 \times 10^{-5}$  y  $7.7 \times 10^{-7}$  moles/cm<sup>3</sup>. La concentración de referencia que se empleó es:

$$C_{\text{CN}^-}_0 = 1 \times 10^{-6} \text{ mol/cm}^3$$

##### Concentración de $\text{O}_2$

A una atmósfera de presión y temperatura de 20 ° C, la solubilidad del oxígeno en la solución lixivante está dada por la ley de Henry, donde  $H = 8.0 \times 10^{-8} \text{ mol/cm}^3 \text{ psia}$  (Wadsworth, 1991) equivalente a  $1.176 \times 10^{-7} \text{ mol/cm}^3 \text{ atm}$ .

La concentración de referencia calculada es:

$$C_{\text{O}_2}_0 = 2.47 \times 10^{-7} \text{ mol/cm}^3$$

Con esta concentración se adimensionó las concentraciones de  $\text{O}_2$  y  $\text{Au}(\text{CN})_2^-$ .

##### Concentración de ion $\text{OH}^-$

Al iniciarse el proceso de lixiviación la solución tiene un pH de 10 que corresponde a una concentración de  $1 \times 10^{-7} \text{ mol/cm}^3$ . Posteriormente el pH aumenta por la misma reacción. Para la concentración de referencia se fijó la siguiente:

$$C_{\text{OH}^-}_0 = 1.0 \times 10^{-6} \text{ mol/cm}^3$$

## 2. Relación estequiometrica, $\alpha_i$

Según la estequiometría de la reacción, la relación referida a los moles de  $i$  en relación a los moles de oro producidos está dado por siguientes los valores.

$$\alpha_{\text{O}_2} = -0.25$$

$$\alpha_{\text{CN}^-} = -2$$

$$\alpha_{\text{OH}^-} = 1$$

$$\alpha_{\text{Au}(\text{CN})_2^-} = 1$$

## 3. Calculo de la constante de velocidad de reacción.

La tasa global de reacción de cianuración de oro está dada por la combinación de las reacciones anódicas y catódicas (Wadsworth, 1991), según la expresión.

$$\mathfrak{R}(r,t) = (k_1 \text{CO}_2)^\beta (k_2 \text{C}_{\text{CN}^-})^\gamma \quad (1)$$

Los valores de las constantes cinéticas se obtienen del estudio realizado Wadsworth, 1991, ajustando las curvas de polarización obtenidas por Kudryk y Kellogg (1954) para condiciones fijas de pH y presión atmosférica.

$$k_1 = 5.56 \times 10^6 \text{ A.cm/mol}$$

$$k_2 = 25 \text{ A.cm/mol}$$

$$\beta = \gamma = 1/2$$

Utilizando los valores de las constantes y parámetros cinéticos evaluados en la ec. (1), se calcula una expresión mas general de segundo orden equivalente:

$$\mathcal{R}(r,t) = k_r [\text{O}_2] [\text{CN}^-]$$

(2)

$$k_r = 62981 \text{ mol Au cm}^3 \text{ cm}^3 / \text{cm}^2 \text{ Au seg mol O}_2 \text{ mol CN}^-$$

#### 4. Difusividad Molecular libre.

Los valores utilizados fueron los siguientes:

$$D_{\text{O}_2} = 2.76 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{seg (Wadsworth, 1992)}$$

$$D_{\text{CN}^-} = 1.75 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{seg (Wadsworth, 1992)}$$

$$D_{\text{OH}^-} = 2.76 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{seg (Geankoplis, 1972)}$$

$$D_{\text{Au(CN)}_2^-} = 7.0 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{seg (Schmit y Curley-Fiorino, 1975)}$$

#### 5. Porosidad

Para minerales, se tienen datos de valores de porosidad entre 2 y 8 % (Bartlett, 1992). Se utilizó una porosidad media:

$$\varepsilon_0 = 0.04$$

#### 6. Estimación de difusividad efectiva.

La difusión en poros puede ocurrir por uno ó mas de tres mecanismos: difusión ordinaria, difusión Knudsen y difusión superficial. La trayectoria libre media de las moléculas en los líquidos es tan pequeña que la difusión Knudsen resulta insignificante. Por tanto, si los poros están llenos de líquido y en ausencia de difusión superficial, el proceso dominante es de difusión ordinaria.

Para la estimación de la difusividad efectiva se toma el modelo que considera poros en desorden y que el medio cuenta únicamente con macroporos (Wakao y Smith, 1962), así la difusividad efectiva,  $D_e$  se calcula por

$$D_{efi} = \varepsilon_0^2 D_i$$

donde:  $\varepsilon_0$  es la porosidad del mineral

$D_i$  es la difusividad molecular libre.

Para calcular los valores de  $D_{efi}$  se considera la mezcla multicomponente como si fuera una solución diluida, los valores obtenidos son los siguientes:

$$D_{ef_{O_2}} = 4.416 \times 10^{-8} \text{ cm}^2/\text{s.}$$

$$D_{ef_{N_2}} = 2.79 \times 10^{-8} \text{ cm}^2/\text{s.}$$

$$D_{ef_{Au(CN)_2^-}} = 1.12 \times 10^{-8} \text{ cm}^2/\text{s.}$$

$$D_{ef_{OH^-}} = 4.32 \times 10^{-8} \text{ cm}^2/\text{s.}$$

## 7. Fracción de espacio vacío en la pila.

En la literatura se reportan los siguientes valores del espacio que dejan las partículas en un lecho formado por partículas esféricas.

$$\varepsilon_p = 0.40 \text{ (Satterfield, 1975)}$$

$$\varepsilon_p = 0.39 \text{ (Dixon y Hendrix, 1993)}$$

El segundo valor se usó en la simulación.

## 8. Ley y densidad del mineral.

Se empleó una concentración de oro en el mineral de referencia de 10 gr de oro por tonelada de mineral con una densidad de  $2.6 \text{ g/cm}^3$ .

## 9. Cálculo de la relación específica del área de oro por volumen de mineral, $\alpha_{g_o}$ .

Con los valores de densidad y ley del mineral mencionadas anteriormente se tiene un valor estimado de  $2.6 \times 10^{-5}$  gr de Au/  $\text{cm}^3$  de mineral, con este valor se calcula el número de granos de Au en el lecho.

Durante la cianuración se solubilizan partículas de oro cuyo tamaño es del orden de micrones (Haque, 1992). En este caso el radio del grano de oro de referencia mide aproximadamente 1 micra ( $1 \times 10^{-4}$  cm).

$$\alpha_{g_o} = n_g a_{t_g} / V_p (1 - \varepsilon_p)$$

donde:

$\alpha_{g_o}$  = área total de oro en la pila ( $\text{cm}^2$ ).

$n_g$  = Número total de granos de oro en el lecho.

$V_p$  = Volumen de pila ( $\text{cm}^3$ ).

$\varepsilon_p$  = Fracción de espacio vacío en pila.

De acuerdo a lo anterior se obtiene  $\alpha_{g_o} = 0.04 \text{ cm}^2 \text{ Au/cm}^3 \text{ mineral}$ .

## 10. Flujo de solución lixivante.

En la mayoría de las pilas de lixiviación de mineral de oro y plata emplean flujos de solución entre 0.001 y 0.006 l/seg  $\text{m}^2$ . (Zyl y col., 1988). Para la simulación se utiliza el valor límite de 0.006 l/seg  $\text{m}^2$  equivalente a una velocidad lineal intersticial promedio de 0.015 cm/seg.



### 11. Area de partículas en contacto con la solución lixivante (para cada tamaño de partícula k), $a_{vk}$ .

El área específica que puede estar en contacto con la solución lixivante (expuesta a la transferencia de masa) se calcula relacionando el área entre el volumen de las partículas que forman el lecho. Esta área se estima para cada tamaño de partícula mediante.

$$a_{vk} = \text{area} / \text{volumen de partícula de tamaño k}$$

$$a_{vk} = 3/r_{pk}$$

donde:  $r_{pk}$  = radio de partícula de tamaño k

### 12. Coeficiente de transferencia de masa líquido- sólido.

Gianneto y Specchia (1992) presentan una figura con datos experimentales de varios autores. Entre estos, Satterfield (1975) reporta una correlación para la estimación del coeficiente de transferencia de masa en un reactor de escurrimiento en fase fluida simple (líquido) usando granulos irregulares con diámetros entre 0.29 y 1.45 cm. El lecho tenía un 40 % de fracción vacía y la velocidad superficial del flujo fue variada entre 0.012 y 3.7 Kg/m<sup>2</sup> seg. La correlación esta representada por

$$Sh = 1.8(Re')^{1/2}(Sc)^{1/3}$$

Donde:

$$Sh = k_s/aD = \text{Número de Sherwood}$$

$$Re' = L/a\mu = \text{Número de Reynolds}$$

$$Sc = \mu / \rho D = \text{Número de Schmitt}$$

$$L = v \rho (\text{kg/ m}^2 \text{ seg}) = \text{velocidad superficial másica}$$

La correlación esta definida para los rangos de número de Reynolds ( $Re'$ ) de 0.13 a 12.6 ,  $Sc$  de  $9 \times 10^2$  a  $2.5 \times 10^6$  y la viscosidad ( $\mu$ ) de 0.6 a 120 cp.

Para el rango de Reynolds corresponde una velocidad de flujo másico de 0.12 a 3.7  $kg/m^2$  seg, que equivalen de 0.012 a 0.37 cm/seg

La correlación aplicada para cada tamaño de partícula  $k$  queda de la siguiente forma

$$k_{1k} = a_k \text{Def}_{O_2} 1.8 (Re_k')^{1/2} (Sc)^{1/3}$$

$$a_k = 3/r_{pk} \epsilon_{sk}$$

$$Re_k' = L/a_k \mu$$

donde:  $a_k = cm^2$  de área de partículas de tamaño  $k$  por volumen de pila

$r_{pk}$  = radio de la partícula de tamaño  $k$

$\epsilon_{sk}$  = fracción de partículas de tamaño  $k$  en la pila

$\text{Def}_{O_2}$  = difusividad efectiva de oxígeno.

$Re_k'$  = Número de Reynolds en función del tamaño de partícula.

APENDICE V  
DIAGRAMA DE FLUJO

