



**Propuesta y evaluación de un algoritmo de
filtrado adaptable**

**Para obtener el grado de
Maestro en Ciencias
(Ciencias y Tecnologías de la Información)**

P R E S E N T A
Martín García Hernández

Asesores

**Dr. Fausto Casco Sánchez
Dr. Miguel López Guerrero**

Sinodales

**Presidente: Dr. Fausto Casco Sánchez
Secretario: Dr. Carlos Rivera Rivera
Vocal: Dr. José Eduardo Torres Fernández**

28 de noviembre de 2008

Propuesta y construcción de un sistema de
transporte en la zona de...

Para el estudio de la zona de...
se han realizado los siguientes trabajos:
(1) Reconocimiento de la zona de estudio.

RESUMEN
El presente trabajo tiene como objeto...

1. Introducción
2. Objetivos
3. Metodología
4. Resultados
5. Conclusiones

Profesor: Dr. Pablo César...
Asesor: Dr. Juan...
Autor: Dr. José...



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
IZTAPALAPA

Propuesta y evaluación de un algoritmo de filtrado adaptable

Idónea Comunicación de Resultados que para obtener el grado de:

Maestro en Ciencias

(Maestro en Ciencias y Tecnologías de la Información)

P R E S E N T A

Ing. Martín García Hernández

Asesores:

Dr. Fausto Casco Sánchez

Dr. Miguel López Guerrero

México D.F. a 28 de Noviembre de 2008

Resumen

Dentro de las tecnologías de la información y las comunicaciones existen sistemas que necesitan procesar datos, voz e información variada. Los filtros son un recurso para extraer la información que se requiere en distintos sistemas y en muchas situaciones los filtros de coeficientes constantes no son suficientes para extraer esta información, principalmente cuando las señales se encuentran en ambientes contaminados o éstas son variables; es aquí cuando se recurre a los filtros adaptables.

Los filtros adaptables presentan muchas ventajas sobre los filtros de coeficientes fijos, pues éstos se diseñan específicamente para cierto tipo de frecuencia o de procesado digital que requiere coeficientes definidos limitándolos a procesar señales conocidas e invariantes. Sin embargo, existen problemas de filtrado con señales cuyas propiedades varían en el tiempo y a las cuales un filtro digital de coeficientes fijos sería incapaz de procesar correctamente.

Dentro del problema de filtrado adaptable se necesita de un filtro y un algoritmo que haga la adaptación. La función de los algoritmos adaptables es actualizar los coeficientes del filtro adaptable. En el presente proyecto de investigación se desarrolló una técnica de filtrado basada en el algoritmo del mínimo error cuadrático medio o LMS (por sus siglas en inglés Least Mean Square).

En los algoritmos adaptables el más utilizado por su fácil implementación es el algoritmo de paso variable llamado VSS, Variable Step Size, que es un algoritmo que modifica el paso con que converge el LMS durante su ejecución logrando con esto grandes velocidades de convergencia y una disminución del error comparado con el LMS.

Presentamos aquí un algoritmo de paso variable que mejora el rendimiento logrado por el VSS y que está enfocado a disminuir el error en la estimación por medio de la desviación estándar del mismo error sin que esto signifique una disminución en la velocidad de convergencia.

En este algoritmo incorporamos un parámetro de compensación que determinará el tamaño del paso tomando en cuenta la propia disminución del error y un factor de memoria del paso anterior dado por la derivada del error.

Los resultados arrojados por la evaluación de desempeño a la que sometimos el algoritmo muestran una amplia ventaja del mismo sobre el algoritmo VSS en cuanto a velocidad de convergencia y disminución del error.

Agradecimientos

Mi agradecimiento a la Universidad Autónoma Metropolitana por la beca que me otorgó durante la duración de la maestría.

Mi agradecimiento a los profesores de la Maestría en Ciencias y Tecnologías de la Información.

A mis asesores de proyecto, el Dr. Fausto Casco Sánchez y al Dr. Miguel López Guerrero.

A Maicova Lianici, por el regocijo de re-humanizarme.

CONTENTS

1. Introduction

2. Theoretical Framework

3. Methodology

4. Results

Índice

Resumen	iii
Agradecimientos	v
Índice	vii
Índice de figuras	ix
Índice de tablas	xi
Lista de símbolos	xiii
1 Introducción	1
1.1 Filtros	2
1.2 Filtros digitales	2
1.2.1 Filtro FIR	3
1.2.2 Filtro IIR	5
1.3 Filtrado adaptable	6
1.4 Aplicaciones de los filtros adaptables	7
1.4.1 Identificación de sistemas	8
1.4.2 Cancelación adaptable de ruido	8
1.4.3 Cancelación del eco telefónico	9
1.5 Objetivos de la investigación	11
1.6 Método de la investigación	12
1.7 Alcance de la investigación	13

1.8	Organización de la tesis	13
2	Revisión de algunos algoritmos basados en el LMS	15
2.1	El algoritmo LMS	16
2.2	El algoritmo NLMS	19
2.3	El algoritmo VSS	20
2.4	El algoritmo VS-SC	21
2.5	El algoritmo VSS-LMS	24
3	Un nuevo algoritmo de filtrado adaptable	27
3.1	Formulación del algoritmo	29
3.2	Análisis del algoritmo	31
3.3	Elementos para la evaluación de desempeño del algoritmo propuesto	32
3.3.1	Medidas de desempeño	32
3.3.2	Relación señal a ruido	33
3.4	Evaluación del desempeño del algoritmo propuesto	34
3.4.1	Parte 1: Identificación de sistemas	34
3.4.2	Parte 2: Cancelador de ruido	42
3.4.3	Parte 3: Cancelación de eco en canales telefónicos	45
3.5	Comentarios acerca del sobrepaso	49
4	Conclusiones y recomendaciones para trabajo futuro	51
4.1	Trabajo futuro	53
A	Convergencia de algoritmos LMS	55
	Referencias	59

Índice de figuras

1.1	Representación general de un filtro	1
1.2	Estructura de un filtro FIR	4
1.3	Estructura de un filtro IIR	5
1.4	Estructura de un filtro adaptable	6
1.5	Identificación de sistemas	8
1.6	Cancelador de ruido	9
1.7	Generación de eco en convertidores de dos a cuatro hilos	10
1.8	Cancelador de eco	11
2.1	Error de identificación LMS para distintos pasos	18
2.2	Error de identificación NLMS para distintos pasos	20
2.3	Error de identificación VSS para distintas cotas	21
2.4	Error de identificación VS-SC para distintas cotas	23
2.5	Error de identificación VSS-LMS para distintas cotas	25
3.1	Filtro adaptable en configuración de identificador de sistemas	27
3.2	Desviación estándar del error a distintas S/N	29
3.3	Desviación estándar del error en VSS y el umbral ξ	30
3.4	Derivadas de la desviación estándar del error D_σ	31
3.5	Filtro adaptable en configuración de identificador de sistemas	34
3.6	Error de identificación VSS <i>vs</i> Propuesto	36
3.7	Error de estimación VSS <i>vs</i> Propuesto	37
3.8	MSE para VSS <i>vs</i> Propuesto	38

3.9	Error de identificación para cambio de respuesta VSS <i>vs</i> Propuesto	38
3.10	Respuesta al impulso: a) Real y estimada. b) Acercamiento	39
3.11	Distribuciones: a) Señal de voz. b) Ruido blanco.	41
3.12	Error de identificación experimento 1: Señal de voz a) Error. b) Acercamiento.	42
3.13	Filtro adaptable en configuración de cancelador de ruido.	43
3.14	Señal de voz original	43
3.15	Señal de voz contaminada con ruido blanco	44
3.16	Señal a la salida del cancelador de ruido mediante algoritmo propuesto	44
3.17	Señal a la salida del cancelador de ruido mediante VSS	45
3.18	Circuito telefónico	45
3.19	Camino ideal	46
3.20	Eco del hablante	46
3.21	Eco del oyente	46
3.22	Señal de eco cancelada por VSS	47
3.23	Señal de eco cancelada por algoritmo propuesto	48

Índice de tablas

2.1	Condiciones de simulación	19
3.1	Parámetros de las señales generadas por computadora	35
3.2	Parámetros de S/N para una señal generada por computadora	35
3.3	Parámetros de las simulaciones	36
3.4	Parámetros de S/N para muestras de voz	41
3.5	Parámetros de las señales de voz	41
3.6	Parámetros de las señales para cancelación de eco	47
3.7	Adaptaciones arriba del umbral	49

Lista de símbolos

Símbolo	Concepto
α	Tamaño del paso en VS-SC
β	Tamaño del paso en NLMS
μ	Tamaño del paso
μ_{max}	Paso máximo para VSS y Propuesto
μ_{min}	Paso mínimo para VSS y Propuesto
ξ	Cota de referencia en la desviación estándar del error
θ	Parámetro de ponderación en el algoritmo propuesto
$W(n)$	Coefficientes del filtro
$X(n)$	Señal de entrada a estimar
$r(n)$	Ruido blanco gaussiano
$d(n)$	Señal deseada a seguir por el filtro
$\hat{y}(n)$	Señal estimada por el filtro adaptable
λ_{max}	Máximo valor propio de la matriz de autocorrelación de la señal de entrada
σ_x^2	Potencia de la señal de entrada
σ_r^2	Varianza del ruido blanco
σ_r	Desviación estándar del ruido blanco
S/N	Relación señal a ruido
$R(n)$	Matriz de correlación cruzada
$P(n)$	Vector de correlación entre señal de entrada y coeficientes

Introducción

En términos generales, un filtro es una caja negra con un conjunto de entradas y un conjunto de salidas. La caja realiza alguna forma de procesamiento establecido *a priori* que modificará de alguna manera las entradas generando en la salida una señal distinta. Esta relación se ilustra en la figura (1.1).

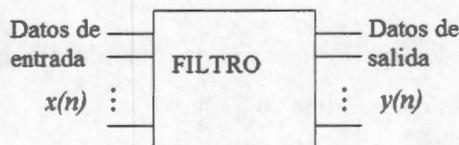


Figura 1.1: Representación general de un filtro

El término filtro es comúnmente utilizado para describir un dispositivo en forma de una pieza física de hardware o software que aplica un procesado a un conjunto de datos contaminados para extraer información acerca de cantidades de interés preestablecidas. Esta definición de filtro la encontramos en Haykin[10].

Cuando hablamos de filtrado nos referimos entonces a un proceso diseñado para extraer características útiles en una secuencia de datos. Los filtros utilizados en este proceso se diseñan de modo que su respuesta en magnitud y fase satisfagan ciertas especificaciones tanto en el dominio de la frecuencia como en el del tiempo.

1.1 Filtros

Los filtros analógicos difieren de los filtros digitales por la naturaleza de las señales de entrada y de salida. Un filtro analógico, por ejemplo, procesa entradas analógicas y genera salidas analógicas; en tanto que un filtro digital procesa y genera datos digitales. Estas diferencias en las señales de entrada y de salida determinan, también, diferentes técnicas de procesamiento; por ejemplo, los filtros analógicos están basados en la relación de las operaciones matemáticas de diferenciación e integración; en tanto que los filtros digitales sólo requieren de desarrollar operaciones de suma, multiplicación y retardo. Centraremos ahora nuestro estudio en los filtros digitales por ser la estructura básica de los filtros adaptables, objeto de estudio de este proyecto de investigación.

1.2 Filtros digitales

Todos los filtros digitales se pueden clasificar en una de dos formas: filtros digitales no recursivos y filtros digitales recursivos, cualquiera de ellos pondera las entradas mediante un conjunto de constantes denominadas coeficientes del filtro y son las que definen la operación del filtro. En realidad, el diseño de un filtro consiste justamente en determinar los valores de estos coeficientes.

Un filtro digital LTI¹ puede describirse en el dominio del tiempo mediante la siguiente ecuación de diferencias con coeficientes constantes [20],[10]

$$\sum_{k=0}^N a_k y(n-k) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k). \quad (1.1)$$

Esta ecuación se puede reacomodar de manera que exprese de forma directa la salida en el tiempo n en términos de los valores previos de entrada y salida[20]

$$y(n) = \frac{1}{a_0} \left\{ \sum_{k=0}^M b_k x(n-k) - \sum_{k=1}^N a_k y(n-k) \right\}. \quad (1.2)$$

¹Del inglés Lineal Time Invariant, lineal e invariante en el tiempo.

Así, la salida $y(n)$ puede determinarse a partir de los coeficientes del filtro y la entrada $x(n)$ y valores pasados de la salida $y(n - k)$, para $k = \{0, 1, 2..N\}$. Aplicando la transformada z a (1.1) obtenemos [20]:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^N b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^M a_k z^{-k}} \quad (1.3)$$

Donde $Y(z)$ es la transformada z de la salida $y(n)$ del filtro digital, $X(z)$ es la transformada z de la entrada $x(n)$ al filtro digital y z es una variable compleja. Existen dos tipos de estructura que son: respuesta al impulso finita (FIR, del inglés Finite Impulse Response) y respuesta al impulso infinita (IIR, Infinite Impulse Response).

1.2.1 Filtro FIR

Un filtro FIR [20] es el caso que resulta cuando en la ecuación (1.2) tenemos los coeficientes $a_k = 0$ para $k = \{0, 1, 2..N\}$ y $a_0 = 1$, entonces dicha ecuación se ve reducida a²

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M-1} b_k x(n - k). \quad (1.4)$$

Aquí los b_k con $k = \{0, 1, 2..M - 1\}$ son los coeficientes del filtro y $M - 1$ es su orden. No existe recursión, la salida únicamente depende de los valores de la entrada y no de valores pasados de la salida. Por lo tanto, la respuesta es una suma ponderada de los coeficientes del filtro por los valores pasados y presentes de la entrada. Desarrollando la ecuación (1.4) podemos describir mediante una ecuación de diferencias al filtro FIR como:

$$y(n) = b_0 x(n) + b_1 x(n - 1) + \dots b_{M-1} x(n - M + 1) \quad (1.5)$$

y no es más que la convolución de los coeficientes del filtro con la entrada $x(n)$ produciendo la salida $y(n)$, su respuesta es de duración finita, ya que si la entrada se mantiene en cero durante M periodos consecutivos, la salida también será cero.

²El límite superior de la sumatoria se cambio a $M-1$ con el fin de describir un filtro realizable con una duración al impulso de M muestras.

Aplicando la transformada z a (1.4) tenemos:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \sum_{k=0}^{M-1} b_k z^{-k}, \quad (1.6)$$

o bien:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{M-1} z^{-(M-1)}. \quad (1.7)$$

Esta función de transferencia tiene un denominador constante³ y sólo contiene ceros, por esta razón el filtro es estable [20].

La figura (1.2) muestra el esquema general de un filtro FIR, el número de retardos es $M - 1$ y como ya dijimos también es el orden del filtro, cada elemento de retardo se identifica con el operador de retardo z^{-1} y por cada elemento de retardo existe un coeficiente, en la figura se muestran como b_k con $k = \{0, 1, 2 \dots M - 1\}$.

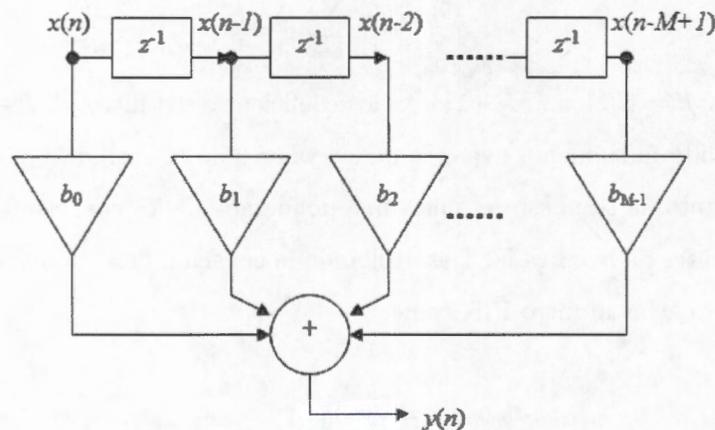


Figura 1.2: Estructura de un filtro FIR

³En el dominio de la frecuencia el filtro FIR también se puede ver como el caso cuando la ecuación (1.3) tiene un denominador constante.

1.2.2 Filtro IIR

Un filtro IIR de orden $N - 1$ está descrito por la ecuación de diferencias en donde $a_0 = 1$:

$$y(n) = b_0x(n) + b_1x(n-1) + \dots + b_Nx(n-N+1) - a_1y(n-1) - a_2y(n-2) + \dots - a_{N-1}y(n-N+1). \quad (1.8)$$

El filtro es recursivo, ya que la salida no depende únicamente de la entrada, sino que también de valores pasados de la salida (ver figura 1.3). La respuesta al impulso es generalmente de duración infinita[2], de ahí su nombre. Aplicando la transformada z a (1.8) llegamos a la función de transferencia $H(z)$ para filtros recursivos la cual contiene polos y ceros.

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_{N-1}z^{-(N-1)}}{1 - a_1z^{-1} - a_2z^{-2} - \dots - a_{N-1}z^{-(N-1)}}. \quad (1.9)$$

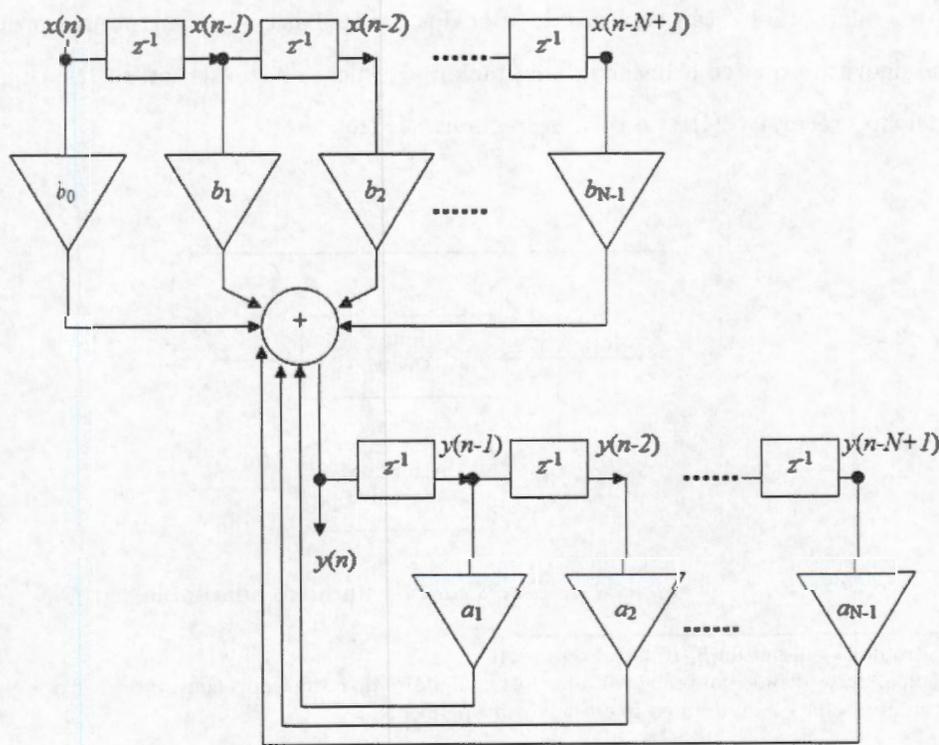


Figura 1.3: Estructura de un filtro IIR

La figura (1.3) muestra el esquema general de la estructura de un filtro IIR de orden $N - 1$, los b_k con $k = \{0, 1, 2 \dots N - 1\}$ y los a_k con $k = \{0, 1, 2 \dots N - 1\}$, son los coeficientes del filtro al igual que en la figura (1.2) los z^{-1} indican un retardo entre las muestras.

1.3 Filtrado adaptable

Para el diseño de filtros FIR, IIR o Wiener⁴, es necesario conocer con anticipación características deseadas (en el caso de FIR e IIR) o en su caso información acerca de las estadísticas de los datos a procesar (filtro óptimo de Wiener). Esta información *a priori* acerca de los datos a procesar no siempre la conocemos y hacer una estimación de estos procesos es costoso tanto en tiempo de procesamiento como en implementación de hardware[11].

Cuando no es posible obtener los resultados esperados en frecuencia o en tiempo con el filtrado digital convencional⁵ existe la posibilidad de modificar los coeficientes del filtro durante el procesamiento y con ello distintos parámetros que le caracterizan⁶, a este tipo de filtros se les llama *filtros adaptables*.

Los filtros adaptables están constituidos por dos partes básicas: la estructura propia del filtro y el tipo de algoritmo que va a hacer la adaptación. Respecto a la estructura, ésta puede ser la de un filtro del tipo recursivo (IIR) o bien no recursivo (FIR).

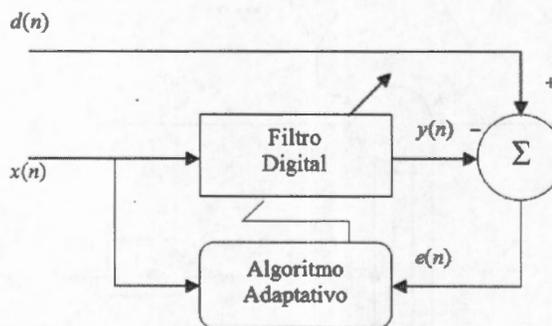


Figura 1.4: Estructura de un filtro adaptable

⁴El filtro de Wiener es un filtro lineal óptimo[10]

⁵Le llamaremos filtrado convencional a los filtros digitales de coeficientes constantes o fijos.

⁶Ancho de banda y respuesta en frecuencia principalmente.

El principio de un filtro adaptable se muestra en la figura (1.4). Una señal de referencia $d(n)$ menos la salida de un filtro digital adaptable de coeficientes variables $y(n)$ produce una señal de error $e(n)$. La señal de error se usa en combinación con la señal de entrada $x(n)$, para actualizar los coeficientes del filtro [11], en base a algún criterio.

1.4 Aplicaciones de los filtros adaptables

Dentro del ámbito de las tecnologías de la información es imprescindible el procesamiento de señales. Gran parte de estas tecnologías están basadas en dispositivos que necesitan procesar continuamente algún tipo de señal digital. Algunas de las aplicaciones más comunes de sistemas adaptables se enlistan a continuación.

- Cancelación adaptativa de ruido [11].
- Cancelación activa de ruido en protectores auditivos [19].
- Cancelación activa de ruido en aviones [16].
- Control activo de ruido en el automóvil [15].
- Control de ruido en electrocardiogramas (ECG) [24].
- Ecualización de canal [21].
- Medición instantánea de frecuencia [11].
- Modelado e identificación de sistemas [7].
- Antenas adaptables para sistemas celulares [3].
- Reducción del eco telefónico [6].

Este trabajo está enfocado a las tres aplicaciones de los filtros adaptables más comunes: identificación de sistemas, cancelación adaptativa de ruido y cancelación de eco. A continuación daremos una breve descripción de estos problemas.

1.4.1 Identificación de sistemas

Un sistema adaptable se puede utilizar para determinar los coeficientes de un filtro FIR que mejor reproduzcan la respuesta en frecuencia de otro sistema cuya respuesta no conocemos *a priori*.

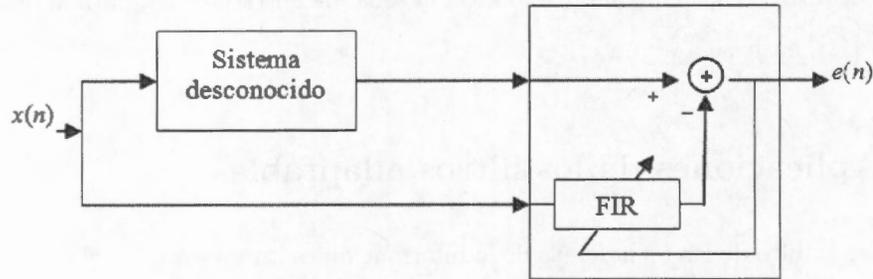


Figura 1.5: Identificación de sistemas

Cuando la señal de error $e(n)$ es aproximadamente cero, ver figura (1.5), los coeficientes resultantes del filtro adaptable FIR darán la misma salida (o al menos una muy buena aproximación) que el sistema desconocido para la misma entrada. Al adaptar el filtro FIR a la misma respuesta que el sistema desconocido, estaremos en la posibilidad de reproducir el comportamiento de éste o diremos que el sistema ha sido identificado.

1.4.2 Cancelación adaptable de ruido

Cuando una señal de voz ocurre en un ambiente muy ruidoso el filtrado digital convencional es incapaz de limpiar la señal de voz contaminada con ruido, pues tanto la señal de voz como el ruido son señales que están continuamente variando con el tiempo y para un filtrado de coeficientes constantes es imposible procesar señales no estacionarias, es aquí donde el filtrado adaptable es necesario.

Para utilizar el filtrado adaptable en la cancelación de ruido, se utiliza la configuración de la figura (1.6). En la entrada del sistema tenemos una señal de referencia (ruido) y la señal de voz contaminada. La señal de referencia del ruido alimenta directamente los coeficientes al filtro adaptable el cual genera a su salida una señal de aproximación que es restada a la señal de voz contaminada y de esta manera contrarrestar y eliminar el ruido.

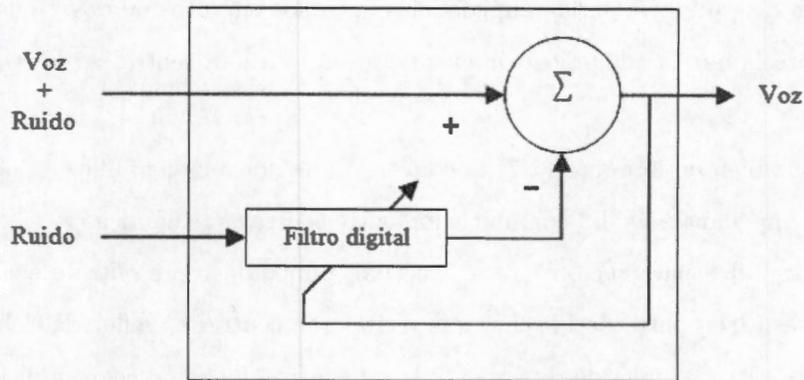


Figura 1.6: Cancelador de ruido

1.4.3 Cancelación del eco telefónico

Anteriormente la cancelación de eco se realizaba mediante supresores de eco los cuales disminuían el eco pero también atenuaban la señal principal y además causaban interferencia en la llamada telefónica, pronto fueron sustituidos por canceladores de eco que se convirtieron en una de las principales aplicaciones de los filtros adaptables.

En los sistemas telefónicos es necesario emplear amplificadores para compensar la atenuación propia del canal, como estos amplificadores son unidireccionales se tiene que emplear un canal de ida y otro de vuelta lo cual resulta en un circuito de cuatro hilos. Este par de amplificadores es conocido como repetidor a cuatro hilos, en cada extremo los circuitos a cuatro hilos deben conectarse a los circuitos de dos hilos de forma indirecta, puesto que de otra forma; la señal podría circular en un ciclo continuo. Para evitarlo, la línea de dos hilos se conecta al circuito de cuatro hilos a través de una bobina híbrida.

Una bobina híbrida consiste de dos transformadores conectados mas un circuito de balance cuya impedancia tiene que ser similar a la vista hacia el circuito de dos hilos a la banda de frecuencia requerida. Generalmente se denota como: "(2:4)".

Generación de eco

El eco ocurre cuando parte de la señal transmitida regresa al transmisor en un convertidor (2:4), debido a un desequilibrio en las impedancias entre los circuitos de dos y cuatro hilos. En la figura (1.7), se aprecia que la comunicación entre el usuario *a* y la central A de telefonía es a dos hilos.

Se ilustra también en la figura (1.7) la conversión de dos a cuatro hilos en las centrales A y B, que tienen una impedancia Z . La comunicación entre centrales telefónicas se efectúa a cuatro hilos, dos hilos para ir y dos para recibir. La trayectoria punteada representa la señal que dejan pasar los convertidores (2:4), parte de la señal que recibe una central es reflejada debido al desequilibrio de impedancias entre la línea de dos hilos y la de cuatro. La señal regresa al punto donde se originó en forma de eco.

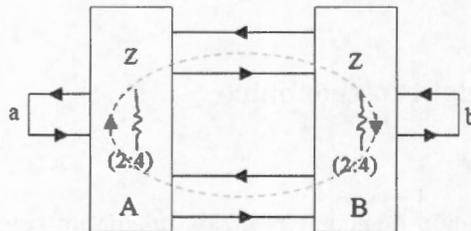


Figura 1.7: Generación de eco en convertidores de dos a cuatro hilos

El grado del eco escuchado por el que habla depende de la magnitud de la señal reflejada y la cantidad de retardo involucrado. En distancias cortas el retardo es mínimo y el eco es entonces despreciable e imperceptible, sin embargo en comunicaciones de larga distancia (miles de kilómetros) el eco puede ser molesto.

Cancelador de eco

Un cancelador de eco simula el mecanismo de generación del eco [17] [18] para substraer una copia atenuada y retardada de la señal transmitida, dicha copia se invierte y se suma con la señal de eco a fin de eliminarla. El cancelador de eco requiere de un tiempo para aproximar las características del eco.

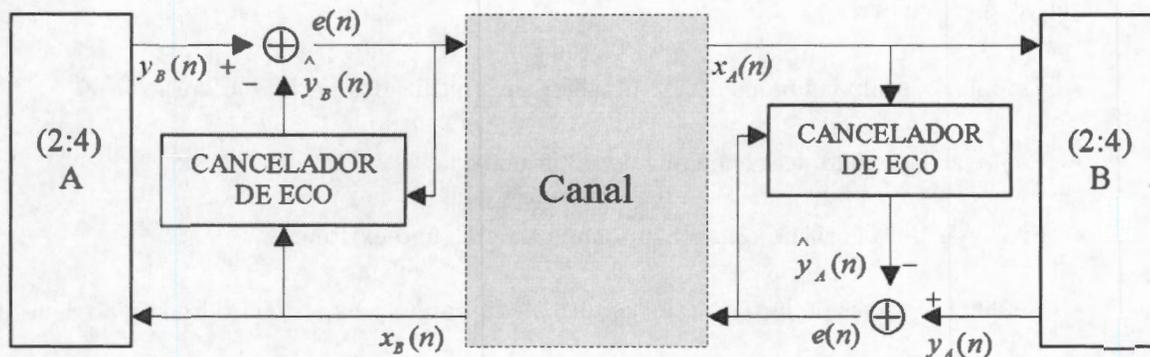


Figura 1.8: Cancelador de eco

La figura (1.8) ilustra la comunicación entre dos centrales telefónicas⁷, para cada una de ellas se coloca un cancelador. Observemos la parte izquierda de la figura (1.8), en la central A, $x_B(n)$ es la señal que se está recibiendo de la central B, como ya hemos dicho, parte de la señal regresa a la central B (Señal $y_B(n)$ a la salida de la bobina híbrida), cuando la central B la reciba, esta señal tendrá un desfameo y se escuchará en B como eco.

El cancelador de eco toma la señal $x_B(n)$ como referencia para aproximar la salida de la bobina híbrida llamada en la figura $\hat{y}_B(n)$, dicha aproximación se resta a la salida de eco $y_B(n)$ cuyo resultado será una señal de error $e(n)$ casi nula que irá hacia B. Entre más se acerque a cero esa señal, mayor será la eliminación de eco. Los ecos deben de ser cancelados cerca de la fuente donde se generan, así los retardos son minimizados. Existen varios algoritmos para hacer la adaptación de la trayectoria del eco.

1.5 Objetivos de la investigación

El objetivo general de la presente investigación es la propuesta de un algoritmo de filtrado adaptable que mejore la velocidad de convergencia, esto es; que realice la adaptación en un menor tiempo con respecto a los algoritmos de filtrado existentes y que a su vez disminuya el error; es decir, que tenga un mejor desempeño frente a algoritmos basados en la minimización del error cuadrático medio o MSE⁸.

⁷Comunicación a cuatro hilos entre la central A y la central B

⁸Del inglés Mean Squared Error.

Objetivos particulares:

- Estudiar y evaluar una colección de algoritmos utilizados para la adaptación.
- Reportar el estado del conocimiento en la materia⁹.
- Proponer un algoritmo o hacer una mejora de alguno existente.
- Analizar a través de la teoría de los filtros adaptables y experimentalmente a través de simulación numérica el algoritmo propuesto.
- Comparación con otros algoritmos de filtrado adaptable.

1.6 Método de la investigación

El desarrollo de la presente investigación se realizó a través del siguiente método:

1. Creación del protocolo de investigación: Con la finalidad de planear la presente investigación, se delimitó el tema, así como sus alcances y metas. Se propuso un calendario de actividades en el cual se programó cada fase de la investigación.
2. Revisión de la literatura en el tema: Para conocer en qué estado se encuentran investigaciones relacionadas o en otras palabras, el estado del conocimiento de la materia.
3. Propuesta de algoritmo: Se describió detalladamente un algoritmo para el filtrado adaptable basado en el LMS, desarrollado completamente a partir del estudio, modelado y la simulación de los algoritmos existentes pretendiendo con esto atenuar las deficiencias en: tiempo de cómputo y velocidad de convergencia que persisten ampliamente en los algoritmos actuales.
4. Comparación con otras propuestas: Se identificaron los elementos comunes y elementos únicos entre el algoritmo propuesto y los algoritmos basados en el LMS estudiados y simulados. La evaluación se realizó mediante simulaciones numéricas y se verificó el mejor desempeño del algoritmo propuesto.

⁹La expresión en inglés que hace referencia a este objetivo es: *State of the Art*

5. Comunicación de resultados: No basta con llevar a cabo investigaciones para que avance el conocimiento científico, es imprescindible poder informar de los resultados obtenidos a los miembros de la comunidad científica. De esta forma se presenta aquí la comunicación de resultados en forma idónea.

1.7 Alcance de la investigación

El desarrollo de mejores algoritmos de adaptación es un importante adelanto tecnológico debido a la gran cantidad de aplicaciones que tienen los sistemas adaptables, además se contribuirá al proceso de cambio y renovación de la tecnología empleada actualmente en estos sistemas, pues al emplear un algoritmo que mejore la velocidad de adaptación y disminuya el error en sistemas de cancelación de eco, eliminación de ruido e identificación de sistemas; es posible reducir tiempo y costo en estas tecnologías.

Se contribuye al desarrollo de nuevos dispositivos de telefonía en general, (centrales telefónicas y telefonía móvil), identificadores de sistemas y canceladores de ruido. También el algoritmo adaptable que se propone aquí, debido a su énfasis en nuevos parámetros, ofrece un nuevo modelo para el desarrollo de posteriores algoritmos.

1.8 Organización de la tesis

En este documento se presentan los resultados del proyecto de investigación y está organizado de la siguiente forma:

- El capítulo 2 contiene una revisión de las investigaciones en la materia. Ahí presentamos los algoritmos basados en el método LMS que es la base de los algoritmos adaptables. Además se analizan los algoritmos de filtrado adaptable más representativos.
- En el capítulo 3 encontraremos la propuesta, análisis y evaluación de desempeño del algoritmo propuesto.
- Finalmente en el capítulo 4 presentamos las conclusiones de esta investigación y algunas ideas para el trabajo futuro.

Revisión de algunos algoritmos basados en el LMS

Dentro de la literatura del filtrado adaptable encontramos algoritmos que aseguran la convergencia basados en el LMS[27] (Least Mean Square) o en el NLMS[13] (Normalized Least Mean Square) y sus variantes. Existen también muchas otras propuestas para problemas específicos. El algoritmo LMS fue el primer algoritmo adaptable empleado por casi todas las aplicaciones de filtrado hasta que Raymond introdujo una gran aportación a los algoritmos adaptables: el algoritmo de paso variable o VSS ¹ [22], que consiste en la modificación al tiempo de la adaptación, del valor de ponderación en los algoritmos LMS y NLMS.

A partir de entonces muchas investigaciones se han llevado a cabo para maximizar la velocidad de convergencia del algoritmo y al mismo tiempo minimizar el error; y con ello se han propuesto muchas modificaciones tales como los algoritmos NLMS-VS [28] y el VSS-SC [6] que son los más recientes.

En general los algoritmos de paso variable se han caracterizado por modificaciones al algoritmo original de Raymond, entre ellas se han agregado criterios de readaptación del paso del algoritmo, factores de olvido, memoria y normalizaciones del mismo entre otras. En esta sección presentamos una revisión de los algoritmos más relacionados con el filtrado adaptable.

¹Del inglés Variable Step Size

2.1 El algoritmo LMS

El algoritmo LMS [27] ha sido extensamente utilizado en muchas aplicaciones por ser simple y robusto. Con un solo parámetro a variar, el tamaño del paso, es suficiente para estimar pertinentemente la señal deseada. Este algoritmo adapta los coeficientes de un filtro FIR basándose en el método de paso descendente[13]. Formularemos el algoritmo a partir del error cuadrático medio:

Sea $X(n)$ un vector conteniendo las últimas N muestras de la señal de entrada

$$X(n) = [X(n), X(n-1), \dots, X(n-N+1)] \quad (2.1)$$

y $W(n)$ el vector de N coeficientes del filtro adaptable

$$W(n) = [w(n), w(n-1), \dots, w(n-N+1)], \quad (2.2)$$

estos son los valores que se encargará el algoritmo LMS de modificar en cada paso. Entonces el error $e(n)$ esta dado por:

$$e(n) = d(n) - W(n)X^T(n). \quad (2.3)$$

Donde $d(n)$ es la respuesta a seguir por el filtro adaptable² y $W(n)X^T(n)$ es la señal estimada a la salida del filtro y se denota como $\hat{y}(n)$.

La expresión mediante la cual se modifican los coeficientes del filtro adaptable es[10],[26] y [13]:

$$W(n+1) = W(n) - \mu \nabla(n). \quad (2.4)$$

Aquí $\nabla(n)$ es la función costo a optimizar y μ es un parámetro de ponderación constante llamado paso. En el LMS la función costo se elige como el error cuadrático medio obtenido a partir de la ecuación (2.3)

² $d(n)$ es llamada también: señal deseada, pues es la señal que se desea estimar.

$$E\{e^2(n)\} = E\{[d(n) - \hat{y}(n)]^2\}. \quad (2.5)$$

Aplicando el operador gradiente al error cuadrático medio tenemos entonces:

$$\nabla(n) = \frac{\partial}{\partial W} E[(d(n) - \hat{y}(n))^2] = \frac{\partial}{\partial W} E[e^2(n)]. \quad (2.6)$$

Una vez que tenemos el factor a optimizar como el error cuadrático, en la práctica se utiliza el gradiente instantáneo del MSE por lo que se asume que $E[e^2(n)] \cong e^2(n)$ (Esta aproximación es cierta para ventanas pequeñas, del rango de microsegundos [5],[11]) y sustituyendo (2.6) en (2.4) obtenemos lo que se conoce como el algoritmo LMS, de esta forma el nuevo coeficiente entonces es:

$$W(n+1) = W(n) - \mu \frac{\partial e^2(n)}{\partial W}. \quad (2.7)$$

Escribiremos nuevamente la ecuación (2.7) sustituyendo el valor del error dado en la ecuación (2.3) para desarrollar la derivada parcial.

$$W(n+1) = W(n) - \mu \frac{\partial [d(n) - W(n)X^T(n)]^2}{\partial W}. \quad (2.8)$$

Desarrollando la derivada parcial con respecto a el vector de coeficientes $W(n)$ obtenemos:

$$W(n+1) = W(n) - 2\mu[d(n) - W(n)X^T(n)](-X^T(n)), \quad (2.9)$$

aquí el término $d(n) - W(n)X^T(n)$ corresponde al error dado en la ecuación (2.3), sustituyendo tenemos entonces:

$$W(n+1) = W(n) - 2\mu e(n)(-X^T(n)). \quad (2.10)$$

Y finalmente se obtiene la ecuación para la adaptación del coeficiente:

$$W(n+1) = W(n) + 2\mu e(n)X(n). \quad (2.11)$$

La convergencia del algoritmo esta garantizada siempre y cuando el paso μ cumpla con la siguiente condición³[8],[11]

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{max}}, \quad (2.12)$$

donde λ_{max} es el máximo valor propio de la matriz de autocorrelación de la señal de entrada [26]. Como depende de las características de la señal de entrada no es común conocer su valor en la practica. A continuación se ilustra el desempeño del algoritmo en una configuración de identificación de sistemas (ver figura (1.4)).

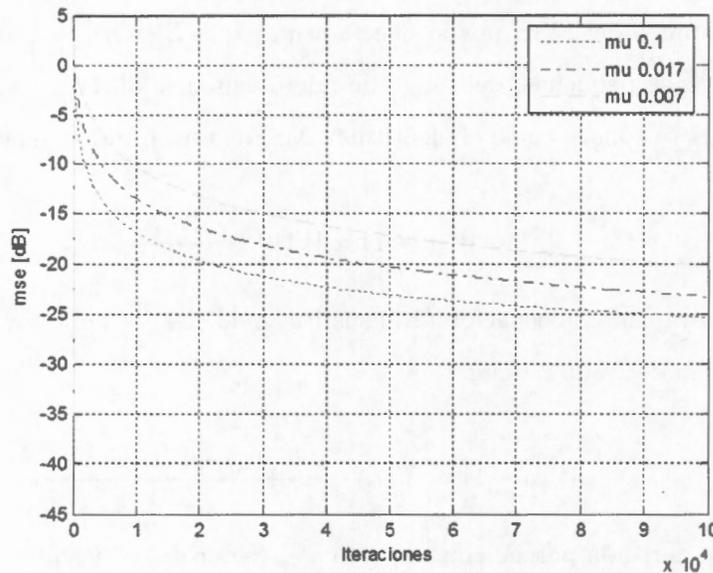


Figura 2.1: Error de identificación LMS para distintos pasos

En la figura (2.1) se aprecia que a medida que aumentamos el tamaño de paso μ (etiquetada como mu) hay una disminución en el error cuadrático medio y la velocidad de convergencia del algoritmo permanece casi constante para los distintos pasos. A medida en que el tamaño de paso μ disminuye, el algoritmo hace un procesamiento más fino, toma más tiempo de procesado pues hace más iteraciones consecutivas sin éxito en la disminución del error y tiempo de convergencia. Este algoritmo tiene una dependencia directa de la potencia de la señal de entrada como se puede inferir en la ecuación (2.12).

³En el apéndice A se presenta una demostración a esta condición.

En la tabla (2.1) enlistamos las condiciones de la simulación que utilizaremos en esta sección.

$X(n)$	Ruido $r(n)$	Orden del filtro	Iteraciones	S/N
Gaussiana	Blanco Gaussiano	128 Taps	10,000	32 dB

Tabla 2.1: Condiciones de simulación

Cuando el LMS se utiliza para adaptar los coeficientes de un filtro transversal de N coeficientes, requiere N multiplicaciones para calcular la salida del filtro y requiere de $N - 1$ sumas. La complejidad para este algoritmo es entonces del orden de $O(N)$.

2.2 El algoritmo NLMS

Como se mencionó anteriormente, la convergencia del algoritmo LMS depende directamente de la potencia de la señal de entrada, pues sabemos que λ_{max} es el máximo valor propio de la matriz de autocorrelación de los valores de entrada, y al estar el paso μ delimitado por ese valor, crea una dependencia directa entre la convergencia del algoritmo y la señal de entrada. Para eliminar esta dependencia una solución inmediata es normalizarlo, lo que originó la aparición del algoritmo NLMS. La ecuación (2.11) entonces se transforma en:

$$W(n+1) = W(n) + 2\beta e(n)X(n), \quad (2.13)$$

donde:

$$\beta = \frac{\alpha}{X^T(n)X(n)}. \quad (2.14)$$

Así β es una versión normalizada del paso μ que no toma como referencia la señal de entrada como en el algoritmo LMS y α es una constante que puede seleccionarse de manera independiente de las características de la señal de entrada [23]. Cuando $\alpha = 1$ el algoritmo converge al nivel de ruido⁴, el nivel de cancelación obtenido mejora en forma inversamente proporcional al valor de α .

⁴El valor esperado es el mismo para el error $e(n)$ que para el ruido $r(n)$ [13]

En la figura (2.2) y bajo las mismas condiciones de simulación que las listadas en la tabla (2.1) notamos una mayor velocidad de convergencia a medida que incrementamos α (etiquetada como alfa). Se aprecia también el amplio rango de valores a los que converge.

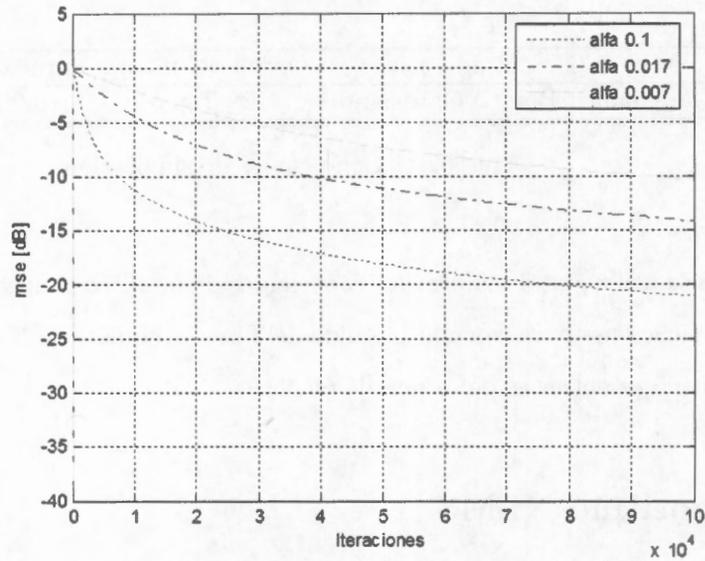


Figura 2.2: Error de identificación NLMS para distintos pasos

La desventaja del algoritmo NLMS es el tener que seleccionar un α en particular, si se selecciona un α grande, se tiene una rápida convergencia del algoritmo, pero el algoritmo puede quedarse oscilando alrededor del mínimo, ahora bien, si se usa un α pequeña, el error de salida es grande y la rapidez de convergencia es lenta. Por lo anterior la selección del paso α refleja un compromiso entre el error de salida en el algoritmo y la rapidez de adaptación [4].

2.3 El algoritmo VSS

Este algoritmo VSS - LMS [22] de Raymond está basado en variar el tamaño de paso μ que en el algoritmo LMS es constante. Este valor va a ser determinado por el número de cambios de signo en la superficie del gradiente del error. El ajuste del tamaño del paso μ es:

$$\mu'(n+1) = \alpha\mu(n) + \gamma e^2(n). \quad (2.15)$$

Con $0 < \alpha < 1$, como factor de memoria del paso anterior y $\gamma > 0$ como memoria del error, además

μ está acotado por:

$$\mu(n+1) = \begin{cases} \mu_{max} & \text{si } \mu'(n+1) > \mu_{max}, \\ \mu_{min} & \text{si } \mu'(n+1) < \mu_{min}, \\ \mu'(n+1) & \text{otro caso.} \end{cases} \quad (2.16)$$

Si el nuevo paso adaptado es mayor que μ_{max} entonces el paso tomará el valor de μ_{max} , lo mismo sucederá para valores por debajo de μ_{min} , aquí las cotas para μ_{max} y μ_{min} son valores seleccionados de antemano⁵ y de ellos depende en gran medida la velocidad de convergencia y la disminución del error. El comportamiento del algoritmo se ilustra en la figura (2.3).

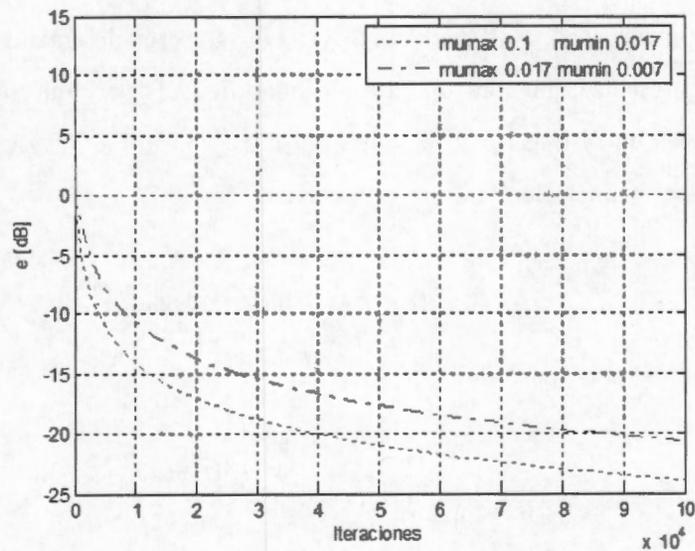


Figura 2.3: Error de identificación VSS para distintas cotas

2.4 El algoritmo VS-SC

Casco en [6] introduce un eficiente algoritmo de paso variable sobre el algoritmo NLMS llamado VS-SC y se utiliza para la adaptación de coeficientes de filtros adaptables específicamente en aplicaciones de cancelación tanto de eco como de ruido.

⁵Generalmente se selecciona μ_{max} como el paso NLMS con el que se obtienen mejores resultados.

En este algoritmo el ajuste del tamaño del paso es controlado por el cuadrado de la correlación entre el error y la salida del filtro adaptable. El algoritmo es el siguiente:

$$W(n+1) = W(n) + \beta e(n)X(n). \quad (2.17)$$

Donde $W(n+1)$ representa el nuevo vector de coeficientes y $W(n)$ el vector actual de coeficientes, la β esta dada por la ecuación (2.18) al igual que en el NLMS.

$$\beta = \frac{\alpha}{|X(n)|^2} \quad (2.18)$$

y

$$e(n) = d(n) - \hat{y}(n) + r(n). \quad (2.19)$$

Donde $e(n)$ es el error, $\hat{y}(n) = W(n)^T X(n)$, $X(n)$ es el vector de entrada, $d(n)$ es la señal deseada y $0 < \alpha < 1$ es un escalar que controla la estabilidad de $|X(n)|^2$ y que se estima por un criterio de correlación cruzada entre el error y la salida del filtro adaptable $\hat{y}(n)$ y $r(n)$ es el ruido presente. Sólo se considera el primer elemento de esta correlación:

$$R_{e\hat{y}}^2(n) = E\{e(n)\hat{y}(n+m)|_{m=0}\}^2. \quad (2.20)$$

La ecuación para acotar el paso de α es

$$\alpha(n+1) = \begin{cases} \alpha_{max} & \text{si } \alpha'(n+1) > \alpha_{max}, \\ \alpha_{min} & \text{si } \alpha'(n+1) < \alpha_{min}, \\ \alpha'(n+1) & \text{otro caso.} \end{cases} \quad (2.21)$$

donde:

$$\alpha'(n+1) = \frac{\bar{R}_{e\hat{y}}^2(n+1)}{\bar{x}^2(n+1)}, \quad (2.22)$$

con el parámetro \bar{x}^2 introducido por los autores y definido como:

$$\bar{x}^2(n+1) = \lambda x^2(n) + \varepsilon[x^2(n)] \quad (2.23)$$

y

$$\bar{R}_{ey}^2(n+1) = \lambda \bar{R}_{ey}^2(n) + \varepsilon[e(n)\hat{y}(n)]^2. \quad (2.24)$$

La figura (2.4) ilustra el comportamiento de este algoritmo para distintos valores de paso mínimo y máximo y bajo los mismos parámetros de la tabla (2.1).

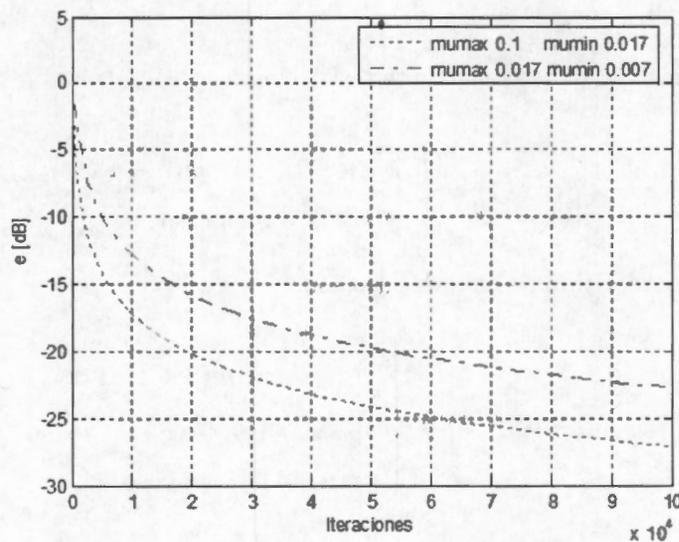


Figura 2.4: Error de identificación VS-SC para distintas cotas

En la última ecuación (2.24), si la correlación entre $e(n)$ y $\hat{y}(n)$ es grande, implica que el paso sea grande ($\alpha_{max} \simeq 1$), cuando el algoritmo converge, la correlación $|R_{ey}(0)|$ disminuye e implica un α pequeña. Se asume que la señal de entrada y el ruido aditivo no se correlacionan entre sí [9], [26]. Los valores típicos para λ y ε son: $\lambda = 0.997$ y $\varepsilon = 0.00048$ [6],[22].

2.5 El algoritmo VSS-LMS

El algoritmo VSS - LMS [28] propuesto por Li Yan, es un algoritmo que mejora el error a valores por debajo de los expuestos anteriormente (VSS y VSS-SC) Este algoritmo se basa en la modificación de un parámetro que hasta el momento había permanecido fijo: γ y con ello lograr una pronta convergencia y al mismo tiempo un menor error. El algoritmo se describe a continuación.

Para estimar el nuevo coeficiente del filtro es:

$$W(n+1) = W(n) + \mu(n)X(n)e(n). \quad (2.25)$$

El nuevo paso se estima de la siguiente forma:

$$\mu(n+1) = \alpha\mu(n) + \gamma(n)\rho(n). \quad (2.26)$$

Aquí $\rho(n)$ es un parámetro constante que puede tomar distintos valores y $\alpha = 0.2$.

Para el parámetro γ se tiene la siguiente restricción:

$$\gamma(n+1) = \begin{cases} \beta\gamma(n-1) & \text{si } \mu'(n+1) > \mu_{max}, \\ \gamma(n-1) & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.27)$$

Las condiciones para estimar el nuevo paso son:

$$\mu(n+1) = \begin{cases} \mu_{max} & \text{si } \mu'(n+1) > \mu_{max}, \\ \mu_{min} & \text{si } \mu'(n+1) < \mu_{min}, \\ \mu'(n+1) & \text{otro caso.} \end{cases} \quad (2.28)$$

La figura (2.5) es la gráfica del error de identificación para el algoritmo VSS - LMS y está bajo los mismos parámetros de la tabla (2.1). Para este algoritmo las ecuaciones (2.26) y (2.27) son las que determinan el nuevo paso que va directamente relacionado con el parámetro γ .

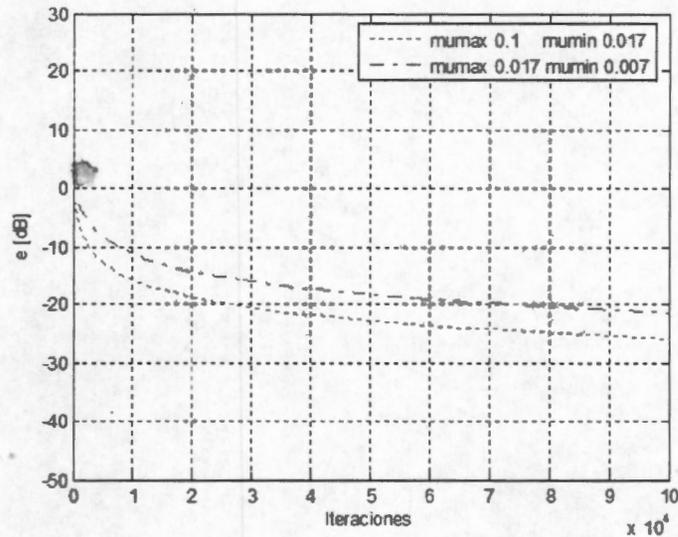


Figura 2.5: Error de identificación VSS-LMS para distintas cotas

Estudiamos en este capítulo los algoritmos de paso fijo LMS y su versión normalizada NLMS, también estudiamos los algoritmos de paso variable VSS, VSS-SC y VSS-LMS. Todos ellos están basados en el algoritmo propuesto por Widrow y sólo con pequeñas modificaciones a algunos parámetros del LMS logran velocidades de convergencia rápidas así como disminución del error en las estimaciones hechas. Sin embargo, en ocasiones la velocidad de convergencia sacrifica la disminución del error, principal desventaja del algoritmo LMS.

Presentamos ahora una propuesta de algoritmo para hacer filtrado adaptable también basado en el LMS teniendo como prioridad la disminución del error y el aumento de la velocidad de convergencia.

Un nuevo algoritmo de filtrado adaptable

Consideremos la configuración de identificación de sistemas descrita en la figura (3.1) en la que tenemos una señal de entrada $x(n)$ la cual es filtrada por $h(n)$ y $w(n)$, la función de transferencia presente en $h(n)$ es desconocida y es la función que se estimará por los coeficientes del filtro $w(n)$. De acuerdo al algoritmo de LMS [27] de filtrado adaptable el vector de los coeficientes $W(n)$ se actualiza de acuerdo a la ecuación (3.1)¹

$$W(n+1) = W(n) + \mu e(n)X(n) \quad (3.1)$$

Como ya sabemos, μ es el parámetro de ponderación llamado paso que tiene que ser acotado como lo indica la ecuación (2.12) para asegurar la convergencia. Si la señal de entrada $X(n)$ se normaliza, basta con que $0 < \mu < 1$. Típicamente $\mu = 0.1$ [22], [1].

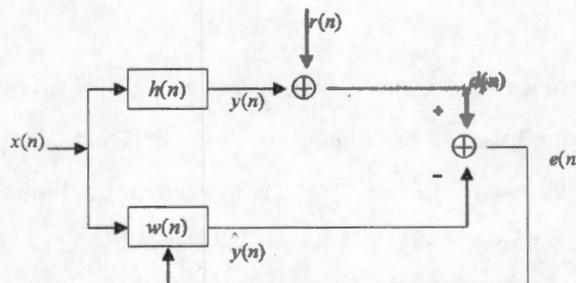


Figura 3.1: Filtro adaptable en configuración de identificador de sistemas

¹Está es la misma ecuación para el algoritmo LMS (2.11) descrito en la sección (2.1).

De acuerdo a la figura (3.1) el error $e(n)$ está dado por la siguiente ecuación.

$$e(n) = d(n) - \hat{y}(n) \quad (3.2)$$

Donde $e(n)$ es el error en la muestra n , $d(n)$ es la señal deseada y $\hat{y}(n)$ es la señal estimada dada por

$$\hat{y}(n) = W(n)X^T(n). \quad (3.3)$$

Aquí $X^T(n)$ es el vector que contiene las últimas N muestras de la señal de entrada y $W(n)$ es el vector de coeficientes del filtro que se están adaptando. En la figura (3.1) $r(n)$ es el ruido presente en el canal.

El tamaño del paso es fijo para este algoritmo y para su versión normalizada llamado NLMS. En estos algoritmos de paso fijo a medida que aumentamos el tamaño de paso μ vemos aumentar la velocidad de convergencia del algoritmo pero aún tenemos un error considerable, a medida que el tamaño de paso μ disminuye, el algoritmo hace un procesamiento más fino, toma más tiempo de procesado pues hace más iteraciones pero el error permanece grande más aun que con el paso grande.

Por ello se propuso el algoritmo de paso variable VSS que ya detallamos en el capítulo anterior y en el cual se introduce un paso cambiante que es acotado por un paso máximo μ_{max} y un paso mínimo μ_{min} . Usualmente μ_{max} es un valor cercano al paso μ de los algoritmos de paso fijo LMS y NLMS y μ_{min} se escoge pequeña. La adecuada elección de los pasos máximo y mínimo hará que el algoritmo sea convergente en muchos casos, pero por medio de muchas simulaciones se puede encontrar que no siempre es así [28].

Haciendo un análisis de las ecuaciones (2.15), (2.24) y (2.26); la adaptación del paso se hace tomando en cuenta un factor que guarda una memoria del error llamado γ para el VSS y VSS-LMS y ϵ en el caso del VSS-SC. El paso anterior también interviene mediante un parámetro de ponderación llamado α para el VSS y el VSS-SC y λ en el caso del VSS-SC.

Tenemos entonces que se guarda una memoria del paso anterior; pero se descuida el factor a minimizar: el error, ya que los valores típicos para una buena convergencia de estos parámetros son $\gamma = 7.65e - 4$ [22], [28] en el VSS y VSS-LMS, $\epsilon = 4.8e - 4$ para el VSS-SC [6] lo que significa tomar en cuenta solo el 0.0765 % del error en los primeros casos y 0.048 % el el segundo.

3.1 Formulación del algoritmo

En base a los análisis anteriores se propone un nuevo algoritmo que tiene por objeto minimizar el error en la señal estimada basándose en la desviación estándar del mismo, pues es una medida clara de la dispersión del error, de su potencia y de su razón señal a ruido o SNR². La figura (3.2) muestra el comportamiento típico de la desviación estándar del error a distintos valores de SNR durante el proceso de identificación de sistemas con los algoritmos de paso variable.

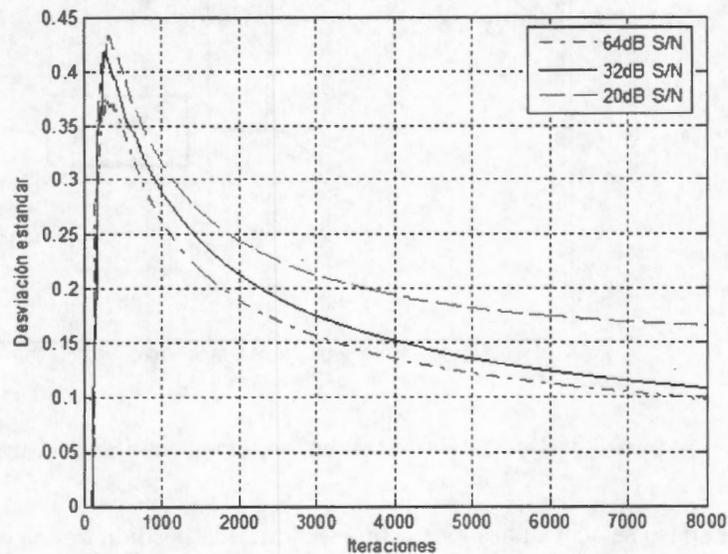


Figura 3.2: Desviación estándar del error a distintas S/N

Proponemos una actualización del paso sin la dependencia de un parámetro de estabilidad, en su lugar se introduce un factor que aumenta el tamaño de paso cuando el error es grande y que lo disminuye cuando el error es pequeño. El parámetro de ponderación es $0 < \theta < 1$ y se aplica de acuerdo a la desviación estándar σ de la señal de error. También se mantiene una memoria del paso

²Del inglés: Signal Noise Ratio; para una explicación detallada de SNR ver sección 3.3.2

anterior mediante la derivada de la desviación estándar del error D_σ .

El paso se actualiza entonces de la siguiente manera.

$$\mu'(n+1) = \begin{cases} \mu(n)D_\sigma + \theta\sigma^2, & \text{si } \sigma < \xi, \\ \mu(n)D_\sigma + \frac{\sigma^2}{\theta}, & \text{otro caso.} \end{cases} \quad (3.4)$$

A manera de umbral introducimos un parámetro a partir del cual podremos hablar de una desviación estándar grande o pequeña, la cota que determina si esta desviación estándar es elevada o es pequeña es un término propuesto aquí denotado por ξ y con un valor de $\xi = 0.25$, con lo cual consideramos que es una desviación estándar pequeña si está por debajo de este valor y viceversa (ver figura: 3.3). La desviación estándar del error está normalizada.

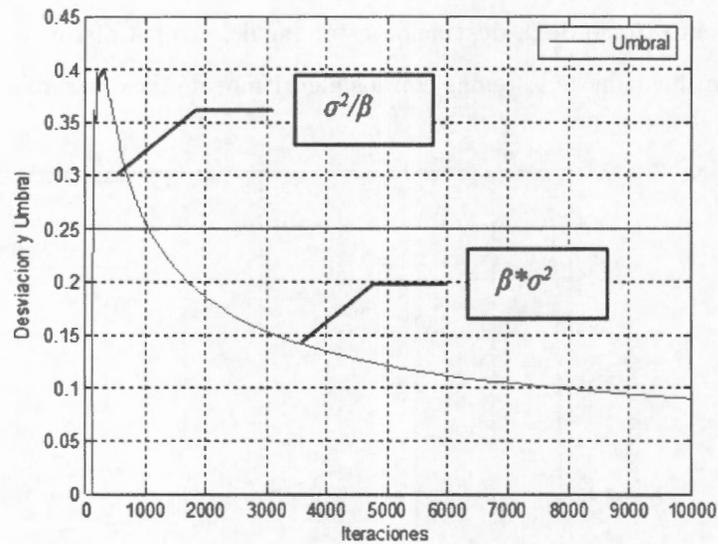


Figura 3.3: Desviación estándar del error en VSS y el umbral ξ

Por otro lado, el paso se acota para evitar que se lleve a la pérdida de la convergencia del algoritmo, estos límites los fija la ecuación (3.5).

$$\mu(n+1) = \begin{cases} \mu_{max} & \text{si } \mu'(n+1) > \mu_{max}, \\ \mu_{min} & \text{si } \mu'(n+1) < \mu_{min}, \\ \mu'(n+1) & \text{otro caso.} \end{cases} \quad (3.5)$$

3.2 Análisis del algoritmo

En esta sección haremos un análisis del algoritmo propuesto, comenzaremos haciendo dos suposiciones:

- El ruido $r(n)$ es ruido blanco gaussiano con media 0 y varianza σ_r^2 y es independiente de la señal de entrada $X(n)$
- El proceso estocástico $X(n)$ es estacionario para ventanas de muestras pequeñas.

Para una $\theta = 0.10$ el término $\frac{\sigma^2}{\theta}$ equivale a multiplicar por 10 el valor de σ^2 , esto da como resultado un aumento del paso que ocurre cuando la desviación estándar está por arriba del umbral $\sigma > \xi$. Con un paso grande al inicio garantizamos una rápida convergencia inicial, pues en presencia de un error elevado son necesarios pasos grandes para la pronta convergencia.

Del mismo modo, cuando $\sigma < \xi$ el término $\theta\sigma^2$ es igual a dividir en 10 el valor de la varianza actual en esa iteración, con ello se logra que el paso sea más fino, así al existir poco error en esta parte del algoritmo, se necesita un paso cada vez más pequeño. El umbral se muestra en la figura (3.3) que corresponde a la desviación estándar del error.

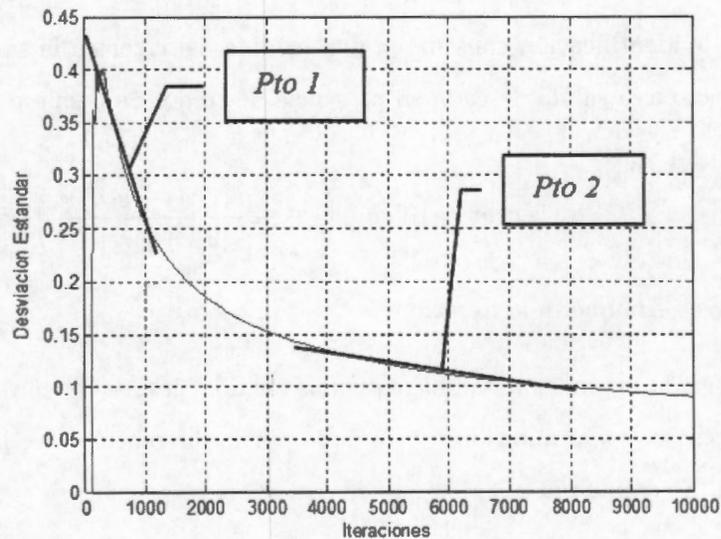


Figura 3.4: Derivadas de la desviación estándar del error D_σ

La derivada de la desviación estándar también es una medida de la convergencia del algoritmo, en la figura (3.4) se hallan las derivadas para dos puntos específicos, uno con una pendiente elevada y otro con pendiente casi cero, en general se comienza con una pendiente muy pronunciada cuando el error es grande pero conforme el error disminuye, la pendiente tiende a cero, entonces se necesita una menor dependencia del paso anterior, de esta forma la derivada de la desviación estándar del error D_σ se convierte en un término para la actualización del paso, $\mu(n)D_\sigma$, pues permite dar un peso al paso anterior si la derivada es grande o pequeña.

3.3 Elementos para la evaluación de desempeño del algoritmo propuesto

La evaluación está dividida en 3 partes: la primera parte consiste en una configuración de identificación de sistemas, primero con una señal de entrada generada en la computadora y después teniendo voz real en la señal de entrada. En la segunda parte evaluamos el algoritmo como cancelador de ruido y por último presentamos su desempeño en la cancelación de eco telefónico. En esta sección se describen los elementos a tomar en cuenta durante la evaluación.

3.3.1 Medidas de desempeño

Para medir la eficiencia del algoritmo y verificar su rendimiento se tomarán las siguientes medidas de desempeño: el error de identificación, el error en la estimación y el error cuadrático medio(MSE).

1. El error de identificación consiste en una medida del error en la salida del sistema adaptable con respecto a la salida deseada en presencia de ruido. Se define por

$$error = 10 \log_{10} \left(\frac{\sum_{n=1}^N (d(n) - \hat{y}(n))^2}{\sum_{n=1}^N (d(n) - r(n))^2} \right) [dB] \quad (3.6)$$

Donde N es el número de iteraciones.

2. El error en la estimación también es una medida de desempeño y como ya hemos venido diciendo en secciones anteriores, está dado por la diferencia entre la señal deseada y la señal estimada. Se define por

$$e(n) = d(n) - \hat{y}(n). \quad (3.7)$$

3. El MSE es el error de estimación en decibeles dado por la ecuación (3.8).

$$MSE_{dB} = 10 \log_{10}(e(n)^2)[dB] \quad (3.8)$$

3.3.2 Relación señal a ruido

En sistemas de comunicación un elemento importante a considerar es la cantidad de ruido presente en un sistema. Como el ruido varía de forma impredecible de un instante al siguiente, la manera en que se mide es en base a una potencia media del ruido, por tanto es conveniente establecer una razón adimensional entre la potencia de la señal y la potencia del ruido. A esta razón se le conoce como *relación señal a ruido* o *SNR*[25]. Llamaremos aquí *S/N* o *SRN* a esta relación.

De acuerdo a la teoría de señales el segundo momento respecto de la media (varianza) es la potencia promedio de AC, entonces,

$$S/N = \frac{E\{(x(t) - m_x)^2\}}{E\{(r(t) - m_x)^2\}} \quad (3.9)$$

Donde x y r se asumen independientes y estacionarios. Una suposición que se hizo en la sección (3.2) sobre el ruido es que es un proceso estocástico estacionario de media cero. Ya que consideramos la misma relación para la señal, entonces

$$S/N = \frac{E\{(x^2(t))\}}{E\{(r^2(t))\}} \cong \frac{\sigma_x^2}{\sigma_r^2} \quad (3.10)$$

Expresado en decibeles

$$S/N_{dB} = 10 \log_{10} \left[\frac{\sigma_x^2}{\sigma_r^2} \right]. \quad (3.11)$$

3.4 Evaluación del desempeño del algoritmo propuesto

De acuerdo a las medidas de desempeño detalladas anteriormente, presentamos a continuación los tres aspectos de esta evaluación. Las comparaciones son entre el algoritmo propuesto y el algoritmo VSS, pues éste es el algoritmo que supera en desempeño al LMS y a otros algoritmos basados en el mismo criterio y es el más utilizado en aplicaciones de filtrado adaptable.

3.4.1 Parte 1: Identificación de sistemas

Nos referimos aquí a la utilización de los sistemas adaptables para identificar o encontrar una función de transferencia que no conocemos de un sistema dado y que podemos aproximar a la salida del filtro adaptable. A más coeficientes del filtro tendremos una mejor aproximación.

Evaluación con entrada generada en la computadora.

El diagrama a bloques que describe la configuración de identificador de sistemas es el que muestra la figura (3.5) y para estas evaluaciones utilizaremos los parámetros de las señales descritas en la tabla (3.1).

La señal de entrada $x(n)$ entonces está compuesta por 8,000 números pseudoaleatorios de distribución gaussiana con media cero y varianza σ_x^2 (simulando un proceso estocástico), el ruido agregado $r(n)$ es ruido del tipo *ruido blanco gaussiano*.

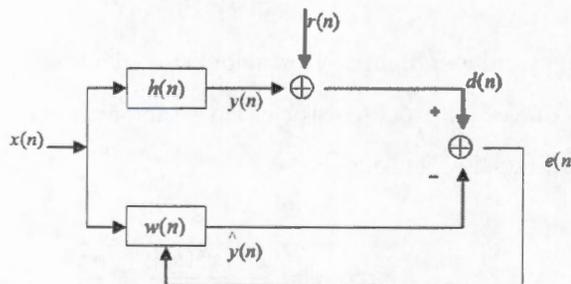


Figura 3.5: Filtro adaptable en configuración de identificador de sistemas

Señal	Distribución	Iteraciones	Media	Varianza
Entrada $X(n)$	Gaussiana	8000	0	σ_x^2
Ruido $r(n)$	Blanco Gaussiano	8000	0	σ_r^2

Tabla 3.1: Parámetros de las señales generadas por computadora

Relación S/N : Entrada generada en la computadora

Con el resultado de la ecuación (3.11) podemos ahora fijar la relación *señal a ruido*. Si fijamos la potencia de la señal $\sigma_x^2 = 1$ podemos encontrar la desviación estándar para generar el ruido y obtener un valor de $32dB$ que es la S/N generalmente presente en los circuitos telefónicos [14]. Tenemos que

$$10 \log_{10} \left[\frac{\sigma_x^2}{\sigma_r^2} \right] = 32dB, \quad (3.12)$$

despejando para σ_x^2/σ_r^2 obtenemos:

$$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_r^2} = 10^{\frac{32}{10}} = 1584.89 \quad (3.13)$$

y finalmente despejando para σ_r^2 obtenemos la potencia del ruido en un valor de $\sigma_r^2 = 6.309e-4$. Tenemos entonces que para una relación señal a ruido de $32dB$ necesitamos una potencia de entrada $\sigma_x^2 = 1$ y una potencia media de ruido $\sigma_r^2 = 6.309e-4$, equivalente a una desviación estándar de $\sigma_r = 0.025119$.

Tenemos determinada la relación señal a ruido que en este caso corresponde a $32dB$ o bien $\frac{S}{N} = 32dB$ y las potencias³ utilizadas para lograr esta relación se muestran en la tabla (3.2).

	Potencia
Señal	1 W
Ruido	$6.309e-4$ W

Tabla 3.2: Parámetros de S/N para una señal generada por computadora

³Únicamente especificadas por su varianza σ^2 . Ver sección (3.3.2)

Los parámetros de los algoritmos adaptables VSS y propuesto, se encuentran descritos en la tabla (3.3).

Parámetro	μ_{max}	μ_{min}	ξ	θ	α	γ	Coefficientes
VSS	0.1	0.01			0.97	7.65e-4	128
Propuesto	0.1	0.01	0.25	0.10			128

Tabla 3.3: Parámetros de las simulaciones

El algoritmo propuesto inicia las iteraciones con el paso máximo permitido de acuerdo con la ecuación (3.5) y conforme avanza en el tiempo, el comportamiento del paso se va determinando por la desviación estándar del error que hará que al inicio tenga un paso grande y con ello una pronta convergencia y al final se termine con un paso relativamente pequeño. De acuerdo al **error de identificación**⁴, el algoritmo propuesto gana alrededor de $5dB$ en todos los experimentos realizados, el VSS deja el error de identificación hasta $-12.054dB$ mientras que el algoritmo propuesto logra bajarlo hasta $-16.065dB$. La figura (3.6) nos muestra las gráficas de estas comparaciones entre el algoritmo VSS y el algoritmo propuesto en donde se aprecian claramente los mejores resultados logrados por el algoritmo propuesto.

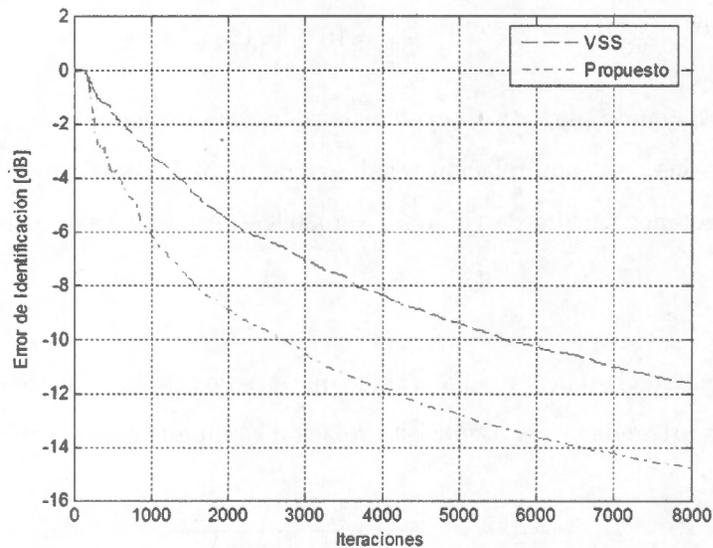


Figura 3.6: Error de identificación VSS vs Propuesto

⁴Ver sección (3.3.1)

Por medio del **error en la estimación** tanto en el algoritmo VSS como en el algoritmo propuesto vamos a apreciar e identificar la velocidad de convergencia. En la figura (3.7) observamos que el algoritmo propuesto no sacrifica la velocidad de convergencia en la disminución del error, puesto que éste converge alrededor de la iteración 3000 y el VSS viene a estabilizarse mucho después de la iteración 5000.

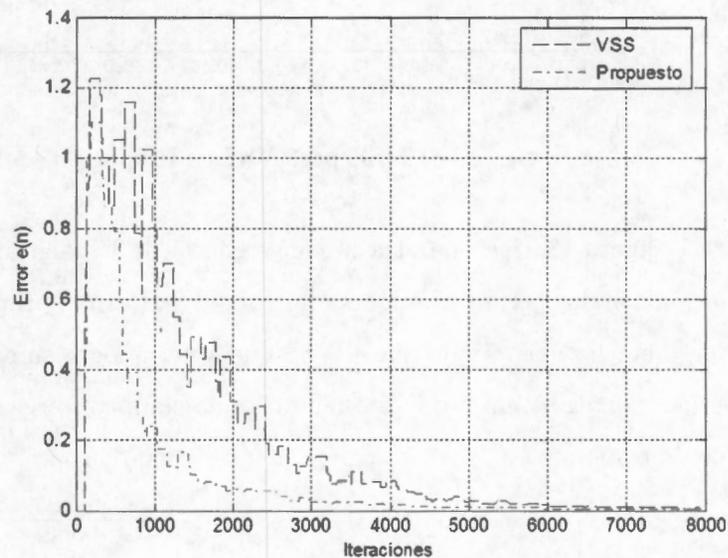


Figura 3.7: Error de estimación VSS *vs* Propuesto

Por último también se consideró el MSE dado por la ecuación (3.8) el cual podemos observarlo en la figura (3.8). Prácticamente es la misma gráfica que el error de estimación pero en *dB*. Aquí se aprecia mejor la velocidad de la convergencia y la disminución del error.

Ahora vamos a verificar la capacidad del algoritmo a adaptarse a cambios bruscos del sistema, para esto cambiamos la respuesta del sistema a la mitad del proceso de la simulación⁵, al cambiar la respuesta en pleno proceso, implica un cambio de los parámetros de desviación estándar y de error y de ésta forma se evidencia que el algoritmo se adapta inmediatamente después de un cambio brusco de respuesta. Para generar una nueva respuesta se cambia durante la simulación el parámetro *c* de la ecuación (3.14) para modificar la frecuencia de la función Sampling que está dentro de nuestro sistema a identificar.

⁵Esto se logra cambiando el parámetro *c* de la ecuación (3.14) durante el proceso de adaptación.

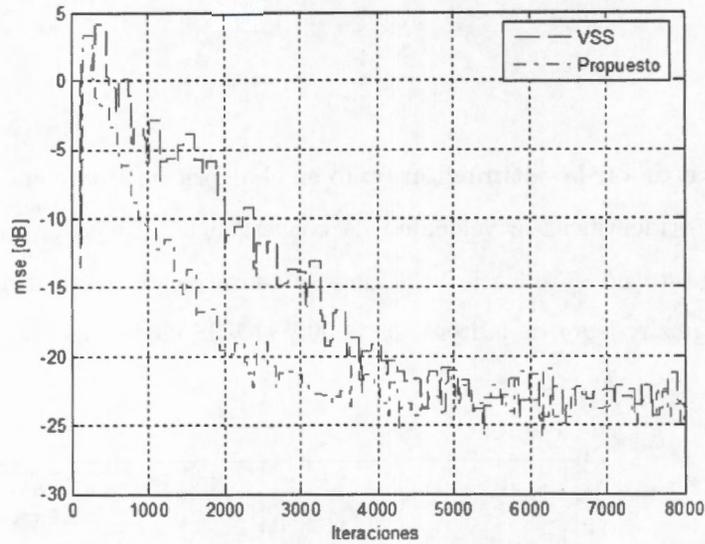


Figura 3.8: MSE para VSS *vs* Propuesto

En la gráfica de la figura (3.9) se muestra la convergencia de los algoritmos VSS y el propuesto para una simulación con dos periodos⁶ etiquetados como I y II. En el primer periodo *I* el algoritmo propuesto converge mucho más rápido que el VSS que aún no logra su convergencia cuando viene el cambio de periodo, el algoritmo propuesto muestra una clara convergencia unas 1000 iteraciones antes del cambio de respuesta.

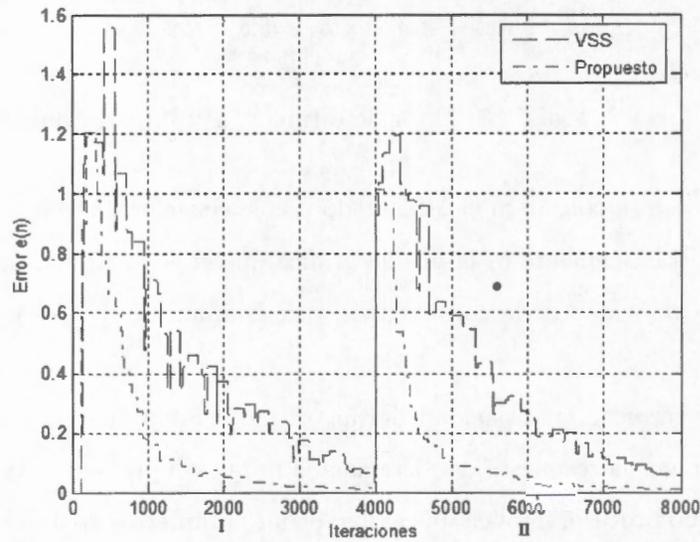


Figura 3.9: Error de identificación para cambio de respuesta VSS *vs* Propuesto

⁶Un periodo se refiere a una función de transferencia distinta.

Después de varias iteraciones de la simulación, la respuesta al impulso es cambiada y entonces observamos el periodo *II*. En este punto el algoritmo propuesto ya ha logrado su convergencia, lo cual quiere decir que está haciendo iteraciones con una μ pequeña, sin embargo al llegar el cambio de respuesta, el error incrementa bruscamente y esto se refleja en su desviación estándar, con lo que el algoritmo responde de inmediato y cambia a una μ grande de acuerdo a (3.4).

La respuesta al impulso a identificar $h(n)$ por los coeficientes del filtro en todos los experimentos fue:

$$h(n) = \begin{cases} 1 & n = 0, \\ \text{sinc}(n\pi/c) & n \neq 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

Donde n es el número de coeficientes en el filtro (en este caso es de 128^7) y el parámetro c es la frecuencia de la función *sinc*. En la figura (3.10 a) presentamos la respuesta al impulso real y la respuesta al impulso estimada. Se aprecia claramente que con 128 coeficientes el algoritmo hace una excelente estimación de la respuesta al impulso. La figura (3.10 b) muestra un acercamiento a los últimos 60 coeficientes en donde se aprecia mejor esta estimación.

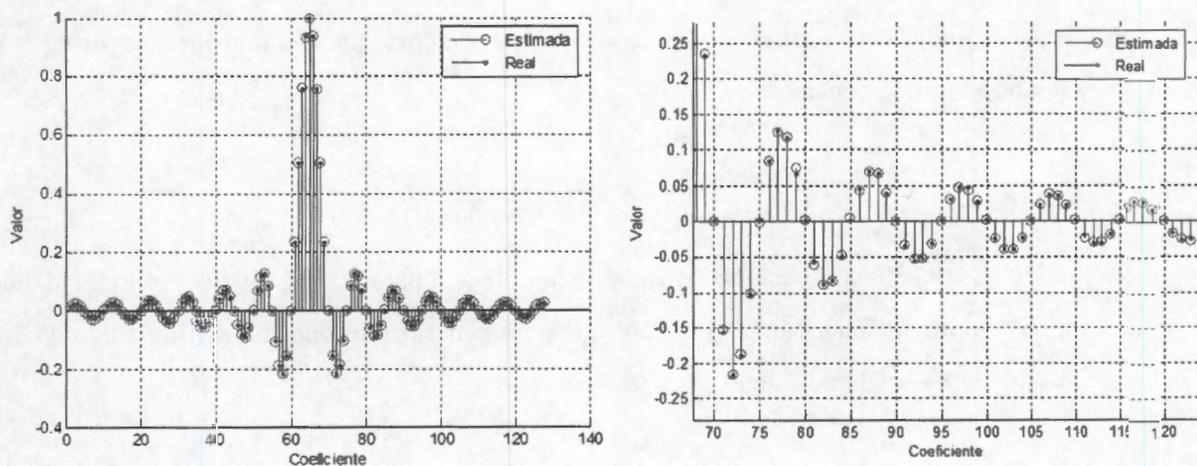


Figura 3.10: Respuesta al impulso: a) Real y estimada. b) Acercamiento

⁷Ver tabla (3.3)

Evaluación con muestras de una señal de voz como entrada.

Ahora vamos a realizar la identificación de sistemas teniendo como señal de referencia voz muestreada a 8 kHz y cuantificada a 256 niveles, es decir con 8 bits.⁸ El ruido agregado es *ruido blanco gaussiano* tal y como se muestra en la tabla (3.1).

Relación S/N : Señal con voz

La relación entre la señal de entrada y el ruido introducido en el sistema en la parte de identificación de sistemas teniendo como entrada una señal generada en la computadora fue de $32dB$ por ser la relación S/N que está presente en los canales telefónicos convencionales, para el caso anterior bastó con fijar la potencia de la entrada y determinar la potencia del ruido para obtener los $32dB$ deseados.

De la misma forma que en la sección anterior ahora fijaremos la relación S/N para este caso, aquí el valor de la potencia que corresponde a voz tiene ya una potencia predefinida por el volumen del hablante,⁹ entonces únicamente buscaremos el valor correspondiente a la potencia del ruido. Partiremos ahora de la relación (3.13) pues vamos a suponer los $32dB$ presentes en el canal telefónico.

$$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_r^2} = 10^{\frac{32}{10}} = 1584.89$$

Tenemos una señal de entrada de 5.9 segundos de voz, analizando estos datos verificamos que la desviación estándar corresponde a $\sigma_x = 0.0518$, lo que significa que hay una varianza de $\sigma_x^2 = 2.683e-3$ despejando para σ_r^2 tenemos:

$$\sigma_r^2 = \frac{\sigma_x^2}{1584.89} \quad (3.15)$$

Evaluando $\sigma_x^2 = 2.683e-3$ obtenemos el valor de la potencia para $\sigma_r^2 = 1.69301e-6$, trasladando esto a términos de desviación estándar tenemos que para generar una relación señal a ruido de $32dB$ se necesita que la σ_r sea igual a 0.00130.

⁸Caso correspondiente a los sistemas PCM

⁹Si bien el volumen del hablante no fija la potencia de entrada, se eligió dejar la señal de entrada íntegra como fue codificada.

Los parámetros de las simulaciones siguen siendo los mismos que indica la tabla (3.3), las mismas cotas de paso máximo y paso mínimo (μ_{max} y μ_{min} respectivamente) y el mismo número de coeficientes en los filtros. En la tabla (3.4) presentamos los parámetros de la relación S/N con que se realizó esta simulación para obtener los resultados presentados en la figura (3.12). El sistema a identificar continúa siendo el descrito en la ecuación (3.14).

	Potencia
Señal	2.683e-3 W
Ruido	1.69301e-6 W

Tabla 3.4: Parámetros de S/N para muestras de voz

En la figura (3.11 a) mostramos la distribución de los valores de la señal de voz de entrada y en la figura (3.11 b) la distribución de los valores del ruido blanco gaussiano.

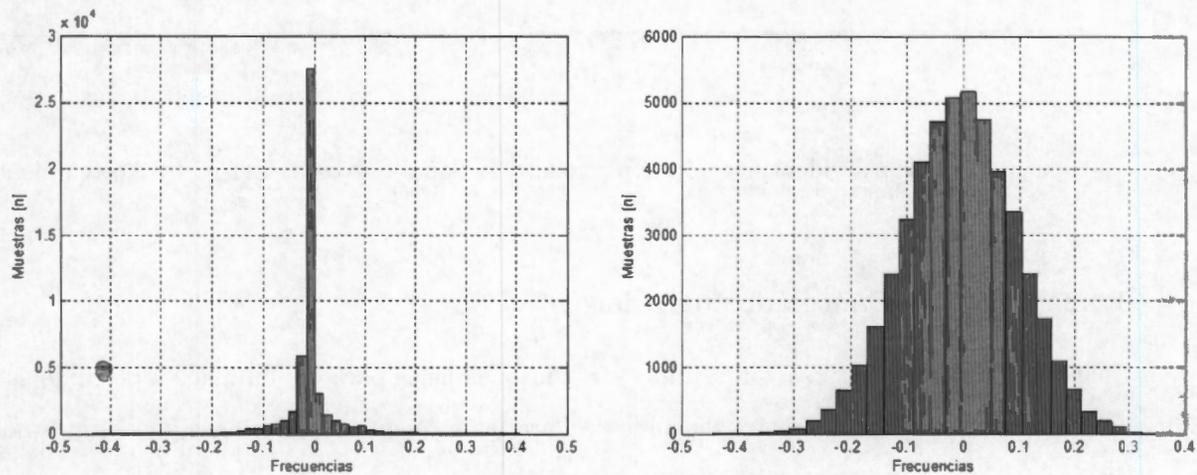


Figura 3.11: Distribuciones: a) Señal de voz. b) Ruido blanco.

Los parámetros de las señales entonces quedan como muestra la tabla (3.5).

Señal	Distribución	Muestras	Media	Varianza
Voz $X(n)$	Distribución de voz	47248 (5.9s)	0	σ_x^2
Ruido $r(n)$	Blanco Gaussiano	47248 (5.9s)	0	σ_r^2

Tabla 3.5: Parámetros de las señales de voz

Nuestra finalidad es mostrar el desempeño del algoritmo frente al algoritmo VSS con una señal de voz real, para esto mantendremos la configuración de indentificación de sistemas y limitaremos la evaluación a la primera medida de desempeño dada en la ecuación (3.6), el error de indentificación.

En la figura (3.12) mostramos entonces el error en la indentificación del sistema con la señal de entrada de voz.

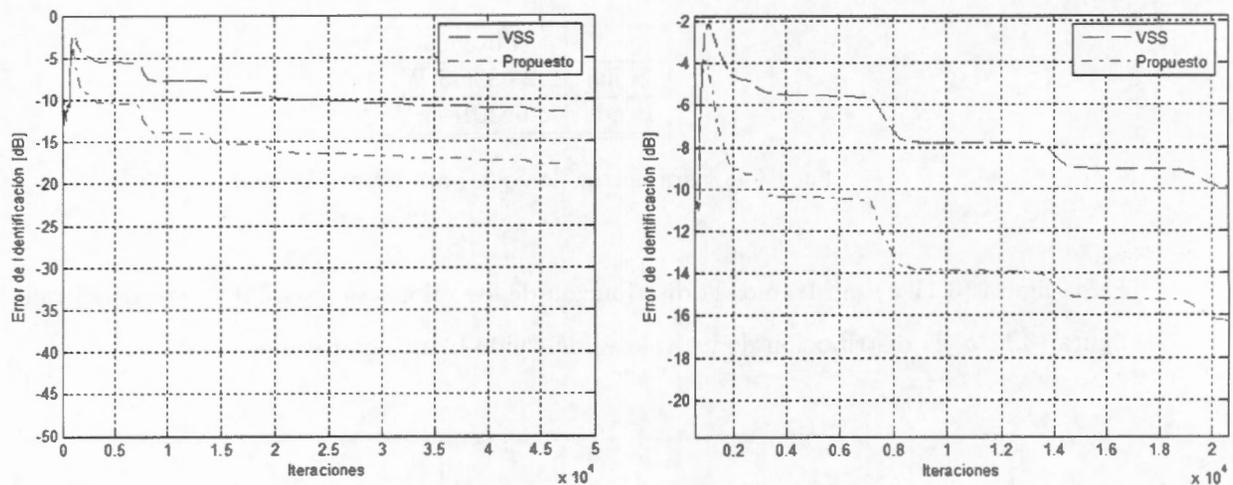


Figura 3.12: Error de indentificación experimento 1: Señal de voz a) Error. b) Acercamiento.

3.4.2 Parte 2: Cancelador de ruido

Cuando no es posible utilizar procedimientos convencionales para la eliminación de ruido se puede aplicar la cancelación adaptativa de ruido¹⁰. Para las siguientes aplicaciones ya se ha demostrado su eficacia, pues la señales están inmersas en un ambiente muy ruidoso.

Cancelación activa de ruido en protectores auditivos [19].

Cancelación activa de ruido en aviones [16].

Control activo de ruido en el automóvil.[15]

Control de ruido en electrocardiogramas.[24]

¹⁰También llamada cancelación activa de ruido

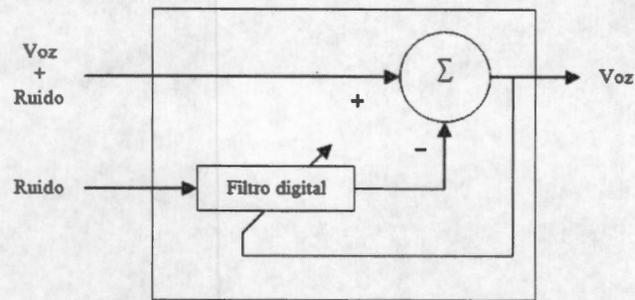


Figura 3.13: Filtro adaptable en configuración de cancelador de ruido.

El esquema a bloques en general es el expuesto en la figura (3.13), idealmente el sistema elimina el ruido por completo, pero, en la práctica, sólo es reducido considerablemente.

El experimento consistió en contaminar una señal de voz de 47,248 muestras¹¹, agregando ruido blanco gaussiano con una potencia de $0.1W$. En la figura (3.14) se aprecian los 5.9 segundos de la señal original.

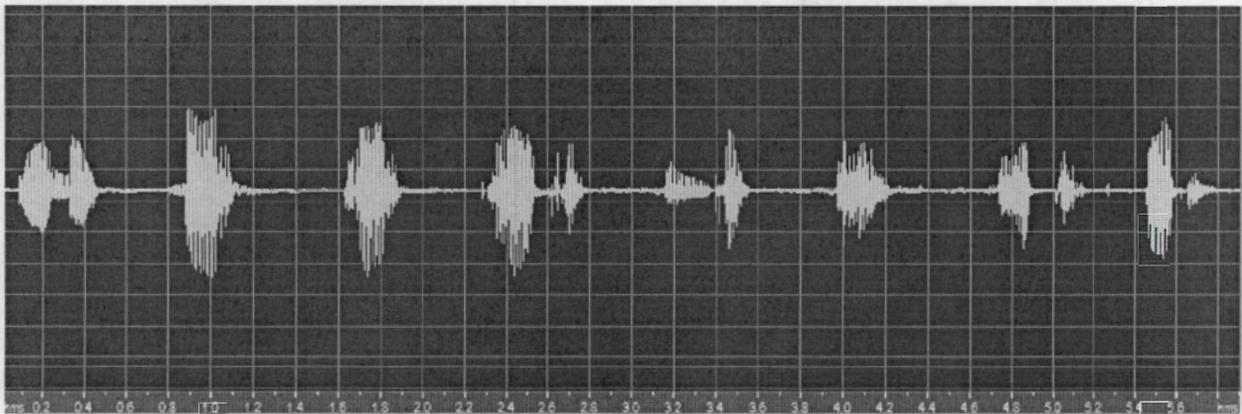


Figura 3.14: Señal de voz original

En la siguiente figura (3.15) mostramos la señal de voz ya contaminada con ruido blanco gaussiano severo, esto es con una relación señal a ruido de $S/N = -5.7dB$.

¹¹Muestreada a 8000 Hz, equivalentes a 5.9 segundos de voz, es la misma señal con la que hemos venido trabajando

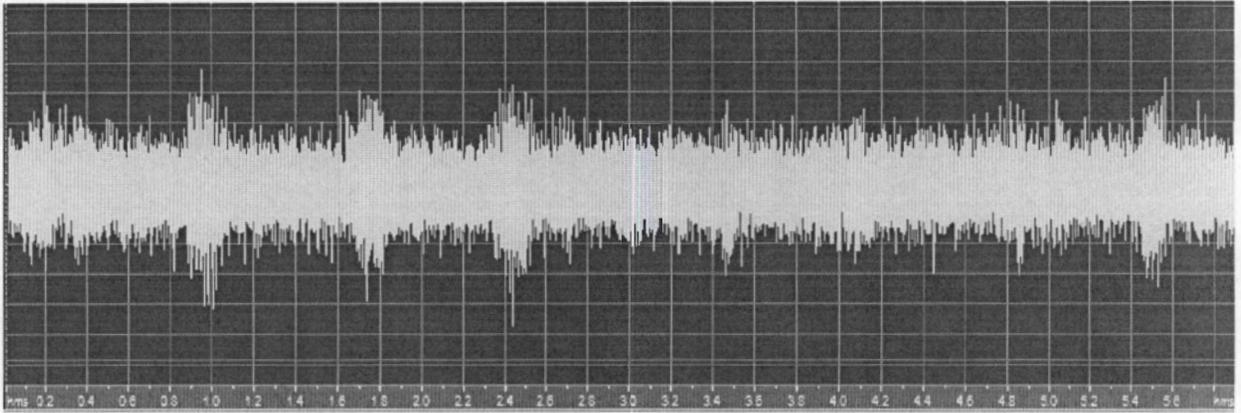


Figura 3.15: Señal de voz contaminada con ruido blanco

Vamos ahora a pasar esta señal por el filtro adaptable de la figura (3.13) y verificar su salida. Conforme va aumentando el número de iteraciones, el ruido blanco es cancelado, como mencionamos anteriormente, no es posible limpiar la señal totalmente, sin embargo tanto en la figura (3.16) como al escuchar la señal libre de ruido se aprecia la cancelación de ruido.

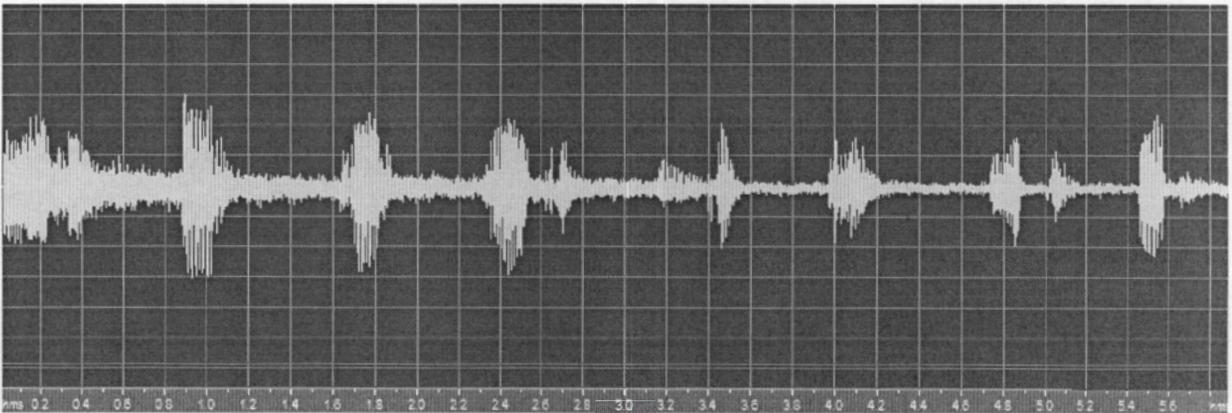


Figura 3.16: Señal a la salida del cancelador de ruido mediante algoritmo propuesto

Presentamos ahora el mismo resultado bajo las mismas condiciones pero para el algoritmo de adaptación VSS, en la figura (3.17) se aprecia sobretodo en la primera parte de la señal que el ruido es más grande pues en esa parte es donde al algoritmo VSS le toma más tiempo la adaptación lo cual hace un poco más lenta la eliminación y esto se comprueba en forma audible.

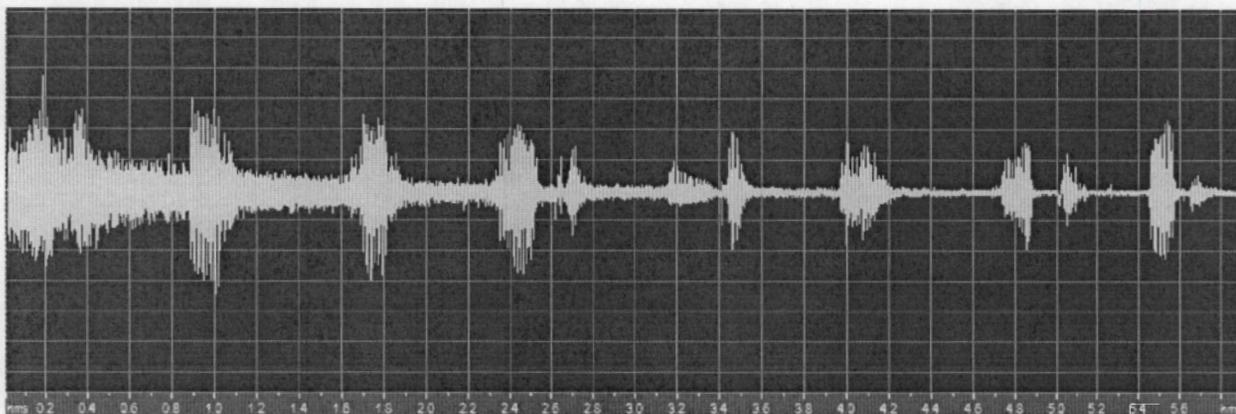


Figura 3.17: Señal a la salida del cancelador de ruido mediante VSS

3.4.3 Parte 3: Cancelación de eco en canales telefónicos

Supongamos dos abonados, A y B, conectados a su central local correspondiente. La conexión telefónica entre un abonado y la central local se realiza a dos hilos, realizándose la conversión a cuatro hilos en la bobina híbrida de la central. En la figura (3.18) mostramos el diagrama de conexión de los abonados a la central.

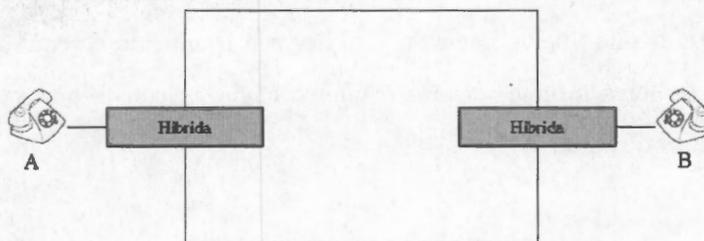


Figura 3.18: Circuito telefónico

Dado que la bobina híbrida no está perfectamente equilibrada, existen varios caminos posibles para la señal que va de A hacia B.

- Figura (3.19) Camino normal de A hacia B
- Figura (3.20) Eco del hablante: la señal que llega hasta la híbrida que está cercana a B, rebota en ella y así, parte de dicha señal vuelve hacia A de nuevo, de modo que A vuelve a oírse. Este eco eléctrico¹² se debe a una insuficiente atenuación en la híbrida, y provoca que el hablante oiga una versión retardada y atenuada de sí mismo.

¹²Eléctrico y no acústico porque va por cable y no por aire.

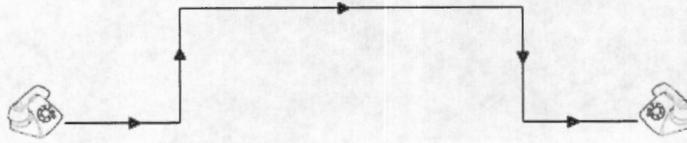


Figura 3.19: Camino ideal

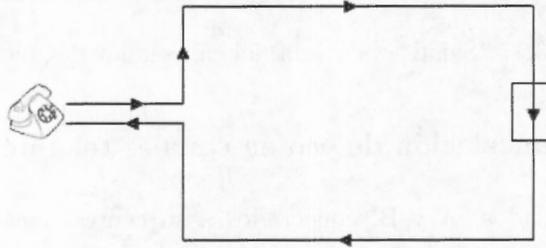


Figura 3.20: Eco del hablante

- Figura (3.21) Eco del oyente: la señal que va de A hacia B, rebota en la híbrida cercana a B y así, parte de ella vuelve hacia A, y al llegar a la híbrida cercana a A, parte de ella va hacia A (que así vuelve a oírse) y el resto vuelve hacia B, con lo que vuelve a llegar a B, aunque atenuada y retardada.

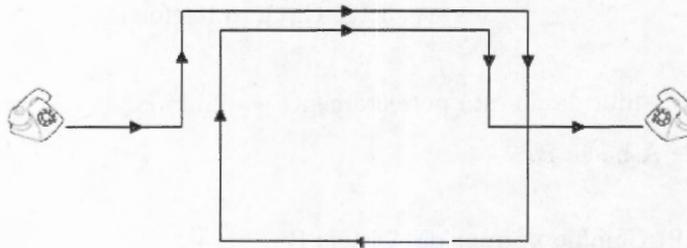


Figura 3.21: Eco del oyente

El cancelador se coloca en el camino a cuatro hilos más próximo al origen del eco, esto es, para cancelar el eco originado por el rebote en la híbrida de B, el cancelador se ha de colocar próximo a dicha híbrida, porque es donde más amplitud tiene el eco, ya que es ahí donde se ha generado, y si se colocase el cancelador en cualquier otro punto del camino a cuatro hilos, el eco estaría más atenuado¹³ y más desfasado, lo que exigiría el uso de un filtro de más coeficientes.

Para hacer la cancelación de eco, se trata del mismo juego de ecuaciones a que nos conducía el caso del modelador de un sistema desconocido. De hecho, en el fondo, aquí el filtro adaptable está modelando la híbrida¹⁴, entonces se trata del mismo esquema por lo que tendremos los mismos parámetros de los algoritmos que el experimento 1, sin embargo nuestra señal de entrada contiene eco, la tabla (3.6) muestra los parámetros de dichas señales.

Señal	Tipo	Muestras	Media	Varianza
Entrada Voz $X(n)$	Voz con eco	47248 (5.9s)	0	σ_x^2
Ruido $r(n)$	Blanco Gaussiano	47248 (5.9s)	0	σ_r^2

Tabla 3.6: Parámetros de las señales para cancelación de eco

Presentamos en la Figura(3.22) la salida del cancelador de eco implementado mediante el algoritmo VSS.

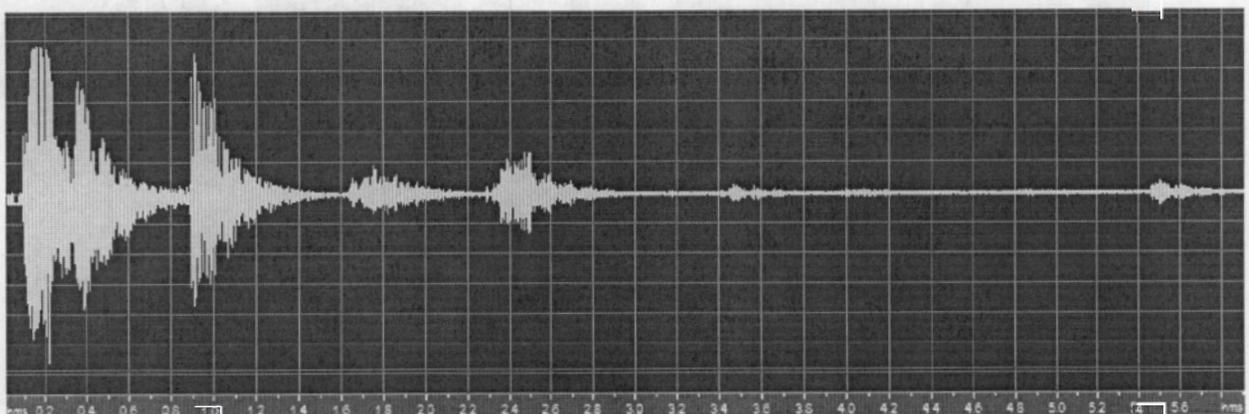


Figura 3.22: Señal de eco cancelada por VSS

¹³A mayor distancia mayor atenuación, pues el cable atenúa la señal

¹⁴Modela la función de transferencia que genera el eco.

Se aprecia como a medida que avanzan las iteraciones en el proceso de adaptación, la señal de eco va siendo cancelada hasta reducirse a un mínimo de señal. En este caso la señal de eco, durante la primer mitad de la señal de salida, se aprecia significativamente, reduciendo ésta su nivel después de la mitad del proceso.

La relación señal a ruido presente en problemas de cancelación de eco es la que presentan los canales telefónicos[14] $S/N = 32dB$. Dado que se trabajó con la misma señal de voz, sólo que con eco, se tienen los mismos valores que la tabla (3.4) para la relación señal a ruido.

En la figura (3.23) se muestra la salida del cancelador de eco implementado con el algoritmo propuesto. Se aprecia mayor atenuación que en la figura (3.22) principalmente en la primera parte de la señal en donde es mayor la velocidad de adaptación de éste algoritmo.

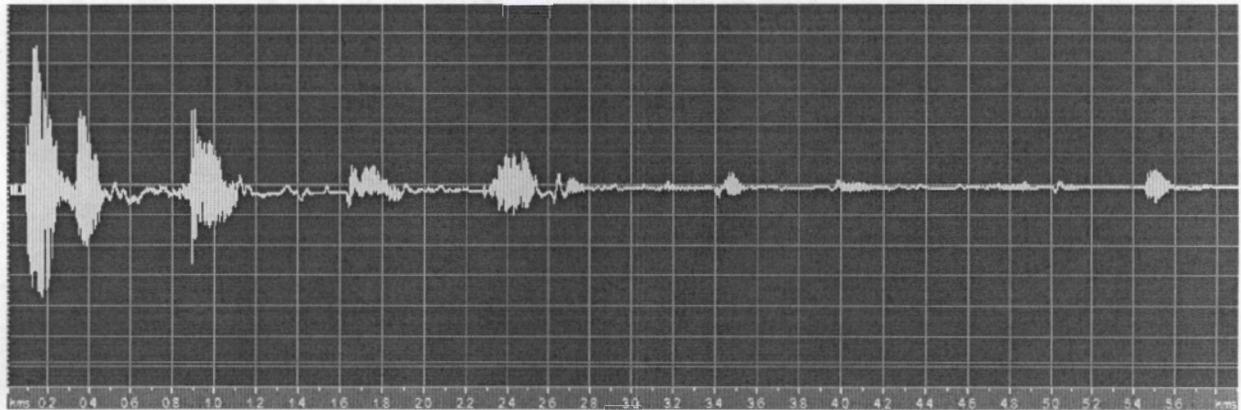


Figura 3.23: Señal de eco cancelada por algoritmo propuesto

3.5 Comentarios acerca del sobrepaso

Como muestra la ecuación (3.5), en caso de que la adaptación del paso exceda los límites puestos (Sobrepaso) se limitará por las cotas de paso mayor y paso menor, es decir, cuando el paso cae en estas condiciones quiere decir que el ajuste en la adaptación fue infructuosa.

Para el experimento 1, la tabla (3.7) contiene el número de veces que el paso fue adaptado de acuerdo al primer criterio de ajuste. Cuando $\sigma > \xi$ o cuando la desviación estándar es grande entonces el paso se adapta de acuerdo a $\frac{\sigma^2}{\theta}$. Aproximadamente del 10% al 23% de las iteraciones en las que el paso se adaptó por este camino.

Iteraciones	Adaptación	Sobre paso	%
8 000	2358	363	15.4
8 000	1097	446	41.33

Tabla 3.7: Adaptaciones arriba del umbral

De 8,000 iteraciones, en 2358 ocasiones el paso se adaptó de acuerdo al criterio establecido en la ecuación (3.5) según: $\sigma > \xi > \frac{\sigma}{\theta}$, en otras palabras se utilizó el criterio cuando σ está por encima del umbral ξ . Así el paso multiplicó por 10 su valor en 2358 ocasiones, es decir un 15.5% de las iteraciones el paso resultó ser un sobrepaso y sólo un 3.36% del total de las iteraciones en el mejor de los casos y un 4.46% en el peor.

Con esto comprobamos una vez más que la adaptación del paso por medio de la desviación estándar es mucho mejor, ya que en análisis similares para el VSS el porcentaje de sobrepaso resulta hasta en un 92.2 % lo cual significa que en 8,000 iteraciones más de 7,376 adaptaciones de paso resultaron inútiles.

SECRET FOR THE PRESIDENT'S EYES ONLY

Conclusiones y recomendaciones para trabajo futuro

Se analizaron cinco algoritmos de filtrado adaptable basados en el MSE como criterio de minimización del error, dos de ellos de paso fijo y tres de paso variable. Se observó como la normalización del LMS dio como resultado una disminución de la dependencia que existe entre el algoritmo y la potencia de la señal de entrada, aunque la versión normalizada llamada NLMS aún conserva un paso fijo obligando a establecer su valor a priori y generando con esto un compromiso entre la disminución del error y la velocidad de convergencia. Estas desventajas del paso fijo llevarían las investigaciones al algoritmo de paso variable VSS y con él, un incremento en la velocidad de convergencia y disminución del error con respecto a los obtenidos por el LMS y NLMS. A partir de entonces se han hecho esfuerzos por mejorar los resultados obtenidos por el VSS basados en varios criterios: buscando la minimización del error a partir de la correlación entre la entrada al filtro y su salida (VSS-SC), minimizando el error a partir de restricciones y cotas impuestas al paso (VSS-LMS) y otros esfuerzos menos prósperos para llegar a un algoritmo convergente y que disminuya el error en un menor tiempo.

Se presentó una propuesta y evaluación de un nuevo algoritmo de filtrado adaptable basado en la desviación estándar del error generado durante el proceso de adaptación. El resultado es un algoritmo más eficaz en cuanto a velocidad de convergencia y disminución del error. La desviación estándar del error resultó ser muy buen criterio para saber en qué estado se encuentra el error y a partir de esa información realizar las manipulaciones pertinentes al paso teniendo en cuenta que a

mayor error es más conveniente un mayor tamaño de paso para lograr una pronta convergencia y a menor error un menor tamaño de paso para tener una buena disminución de error.

Se demostró por medio de evaluaciones numéricas y simulaciones la ventaja del algoritmo propuesto con respecto a los algoritmos de paso variable, en específico del VSS comprobando que es viable la utilización de la desviación estándar del error como parámetro a tomar en cuenta en la disminución del error y que esto presenta ventajas sobre la adaptación en algoritmos basados en el VSS.

Las comparaciones de desempeño fueron hechas respecto al algoritmo VSS en tres experimentos distintos:

- Identificación de sistemas
- Cancelación adaptativa de ruido
- Cancelación de eco telefónico

Para cada una de ellas el algoritmo propuesto demostró mejores resultados sobre el VSS, en la identificación de sistemas el algoritmo propuesto disminuyó en más de $4dB$ el error de identificación, siendo éste un valor muy significativo respecto al VSS pues un error $4dB$ menor repercute en menor ruido para el caso de eliminación de ruido, mayor cancelación de eco en dispositivos canceladores de eco y mejor aproximación en los identificadores de sistemas desconocidos. Respecto a la velocidad de convergencia el algoritmo propuesto superó por mucho al algoritmo VSS mostrando convergencias alrededor de las 3,000 iteraciones en cuanto que el VSS lo hacía dentro de las 5,000 iteraciones, siendo éste también un dato relevante en cuanto a la evaluación del algoritmo.

Se probó también su capacidad para adaptarse a cambios bruscos en el sistema, pues al cambiar la señal de entrada al sistema adaptable, el algoritmo no perdía su convergencia, si no que tiene la capacidad de readaptarse a estos cambios repentinos en los parámetros. Con esto queda demostrando nuevamente superioridad respecto al VSS. También se evaluó para una señales más reales (voz y ruido) en la cancelación adaptativa de ruido. El resultado aquí se puede comprobar de manera auditiva y puede apreciarse en las gráficas presentadas en la sección (3.4.3) en donde se ve una

ligera ventaja del algoritmo propuesto en la disminución del ruido.

Por último. En cuanto a la cancelación del eco telefónico se hizo una simulación del eco en un canal telefónico a la misma S/N presentada en los canales de este tipo y el resultado fue positivo, nuevamente el algoritmo propuesto mostró una ligera ventaja en la cancelación del eco. Con estas tres evaluaciones cumplimos el objetivo y se da por terminado el presente trabajo con la conclusión de tener como propuesta un algoritmo de paso variable de mejor desempeño para filtrado adaptable que mejora al VSS y que muestra buen desempeño en aplicaciones típicas.

4.1 Trabajo futuro

Finalmente, como trabajo futuro, se presentan las siguientes recomendaciones:

- El algoritmo propuesto establece un umbral dependiente de la desviación estándar del error, determinado a partir de simulaciones y quedando como trabajo futuro hacer una justificación formal.
- Para saber el buen desempeño del algoritmo sería conveniente hacer una evaluación en un escenario real, ya sea en algún dispositivo que cancele eco, que elimine ruido o identifique sistemas; dispositivos que en general utilizan el algoritmo VSS.
- Sería conveniente trabajar con una normalización del presente algoritmo con el fin de disminuir su dependencia de las señales de entrada.

Convergencia de algoritmos LMS

La ecuación de Wiener-Hopf [11] define los coeficientes del filtro óptimo de acuerdo a la función de correlación para los filtros de Wiener. Esta ecuación está dada por:

$$R = W_0 P. \quad (\text{A.1})$$

Donde R es la matriz de autocorrelación de las entradas del filtro $X(n)$, W_0 es el vector óptimo de coeficientes del filtro y P es el vector de correlación cruzada entre la entrada del filtro $X(n)$ y la señal deseada $d(n)$. La ecuación se resuelve asumiendo que la matriz de correlación cruzada es no singular ¹.

$$W_0 = R^{-1} P. \quad (\text{A.2})$$

Para asegurar la convergencia del algoritmo partiremos de dos ecuaciones, la ecuación del error (2.3) en la ecuación (2.11) que son los coeficientes del filtro LMS resultante:

$$W(n+1) = W(n) + 2\mu X(n)[d(n) - X^T(n)W(n)], \quad (\text{A.3})$$

$$W(n+1) = W(n) + 2\mu d(n)X(n) - 2\mu X^T(n)W(n). \quad (\text{A.4})$$

Tomamos el valor esperado de $W(n+1)$, restamos $R^{-1}P$ en ambos miembros de la ecuación y suponemos que los coeficientes $W(n)$ no están correlacionados con el vector de entrada.

¹ $\text{Det}[R] \neq 0$ para poder invertirla

$$E[W(n+1)] - R^{-1}P = E[W(n)] - R^{-1}P + 2\mu(P - RE[W(n)]), \quad (\text{A.5})$$

$$E[W(n+1)] - R^{-1}P = E[W(n)] - R^{-1}P + 2\mu(RR^{-1}P - RE[W(n)]), \quad (\text{A.6})$$

$$E[W(n+1)] - R^{-1}P = E[W(n)] - R^{-1}P + 2\mu R(R^{-1}P - E[W(n)]). \quad (\text{A.7})$$

Tenemos entonces:

$$E[W(n+1)] - R^{-1}P = E[W(n)] - R^{-1}P - 2\mu R(E[W(n)] - R^{-1}P). \quad (\text{A.8})$$

Definimos:

$$\tau(n+1) = E[W(n+1)] - R^{-1}P \quad (\text{A.9})$$

y

$$\tau(n) = E[W(n)] - R^{-1}P. \quad (\text{A.10})$$

Ahora sustituycamos (A.9) y (A.10) en (A.8).

$$\tau(n+1) = \tau(n) - 2\mu R\tau(n). \quad (\text{A.11})$$

O bien, factorizando, tenemos:

$$\tau(n+1) = (1 - 2\mu R)\tau(n). \quad (\text{A.12})$$

Utilizaremos ahora la transformada de Karhunen-Loeve (KL)[12]

$$R = K_L^T \Phi K_L. \quad (\text{A.13})$$

Aquí Φ es la diagonal de valores propios de la matriz de correlación del vector de entrada $X(n)$

$$\Phi = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_N], \quad (\text{A.14})$$

y la matriz identidad puede representarse como:

$$I = K_L^T K_L. \quad (\text{A.15})$$

Sustituyendo (A.13) y (A.15) en (A.12) obtenemos:

$$\tau(n+1) = [K_L K_L^T - 2\mu K_L^T \Phi K_L] \tau(n). \quad (\text{A.16})$$

Definimos ahora:

$$\nu(n+1) = K_L \tau(n+1) \quad (\text{A.17})$$

y

$$\nu(n) = K_L \tau(n), \quad (\text{A.18})$$

nuevamente sustituyendo (A.18) y (A.18) en A.16) resulta:

$$\nu(n+1) = K_L (I - 2\mu K_L^T \Phi K_L) \tau(n). \quad (\text{A.19})$$

$$\nu(n+1) = (I - 2\mu \Phi) \nu(n). \quad (\text{A.20})$$

Escrita en forma matricial

$$\begin{bmatrix} \nu_0(n+1) \\ \nu_1(n+1) \\ \vdots \\ \nu_{N+1}(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 2\mu\lambda_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & 1 - 2\mu\lambda_2 & \\ & & & \ddots \\ & & & & 1 - 2\mu\lambda_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_0(n) \\ \nu_1(n) \\ \vdots \\ \nu_{N+1}(n) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.21})$$

Tenemos entonces:

$$\nu_i(n+1) = (1 - 2\mu\lambda_i)\nu_i(n). \quad (\text{A.22})$$

Iterando la ecuación (A.22) obtenemos para el i -ésimo término:

$$\nu_i(n+1) = (1 - 2\mu\lambda_i)^{n+1}\nu_i(n). \quad (\text{A.23})$$

Entonces la convergencia del algoritmo LMS se garantiza bajo la condición[11]:

$$|1 - 2\mu\lambda_i| < 1. \quad (\text{A.24})$$

Que resolviendo para μ resulta:

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{max}}. \quad (\text{A.25})$$

Referencias

- [1] Tyseer Aboulnasr. A robust variable step-size LMS-Type Algorithm: Analysis and simulations. *IEEE Transactions on signal processing*, V. 45, N. 3:631–639, 1997.
- [2] Antoniou Andreas. *Digital Filters : analysis, design, and applications*. McGraw-Hill, New York, 2a edition, 1994.
- [3] Maurice G. Bellanger. *Adaptative Digital Filters*. Marcel Dekker Inc., New York, second edition, 1987.
- [4] Neil J. Bershad. Analysis of the normalized lms algorithm with gaussian inputs. *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process*, ASSP-34:793–806, 1986.
- [5] Casco F. *Algoritmos LMS de paso variable*. Tesis doctoral, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad Autonoma Metropolitana UAM-I, 1997.
- [6] Casco F. and Lopez-Guerrero M. Vs-sc: a variable step size nlms algorithm. *Proc. 20th IEEE Canadian Conference in Electrical and Computer Engineering CCECE'07*, I:896–899, 2007.
- [7] B. Friedlander. System identification techniques for adaptive signal processing. *Circuits Systems Signal Processing*, vol. 1, No 1:3–41, 1982.
- [8] William Gardner. Nonstationary learning characteristics of the lms algorithm. *IEEE Transactions on cuircuits and systems*, V. CAS 34, N. 10:1199–1207, 1987.
- [9] Simon Haykin. *Adaptive Filter Theory*. Prentice Hall, USA, second edition, 1991.
- [10] Simon Haykin. *Adaptive Filter Theory*. Pearson Education, New Jersey, third edition, 1996.

- [11] Simon Haykin. *Adaptive Filter Theory*. Pearson Education, New Jersey, fourth edition, 2002.
- [12] A. Skorokhod I. Guikhman. *Introduction a la Théorie des Processus Aléatoires*. Éditions MIR, France, first edition, 1977.
- [13] Sudhakar Kalluri and Gonzalo R. Arce. A general class of nonlinear normalized adaptive filtering algorithms. *IEEE transactions on signal processing*, vol. 47, N. 8, 1999.
- [14] George Kennedy. *Electronic communication systems*. McGraw-Hill International, Australia, third edition, 1984.
- [15] Recuero M., Mínguez A., and Sancho J.L. Control activo de ruido en un automóvil. *Tecniacústica-99, Avila (Spain)*, Octubre, 1998.
- [16] Recuero M., Mínguez A., and Sancho J.L. Impacto acústico producido por una plataforma de prueba de motores de avión. posibles soluciones. *Tecniacústica-98, Lisboa (Portugal)*, pages 121–124, Septiembre, 1998.
- [17] Sondhi M. Closed loop adaptive echo canceller using generalized filter networks. *proc. IEEE*, pages 499–999, 1970.
- [18] Sondhi M. and D.A. Silencing echoes in the telephone network. *proc. IEEE, Berkley*, 68:948–963, 1980.
- [19] Antonio Mínguez O. *Ingeniería avanzada para sistemas de control de ruido acústico mediante técnicas adaptativas*. Tesis doctoral, ETSIT, Universidad Politécnica de Madrid, 1998.
- [20] Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, Hamid Nawab, and with S. Hamid. *Señales y Sistemas*. Pearson Education, Mexico, D.F., segunda edición, 1998.
- [21] John G. Proakis. *Digital communications*. McGraw-Hill, Boston, fourth edition, 2001.
- [22] H. Raymond, Kwong E., and W. Johnston. A variable step size lms algorithm. *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol.40 No.7:1633–1642, Julio, 1992.
- [23] V. Solo. The limiting behavior of lms. *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process*, 37:1909–1922, 1989.

- [24] E. Soria. Nuevo algoritmo recursivo para la obtención del ecg fetal. *Revista Brasileira de Engenharia Biomédica*, v.15,n.3:135–139, 1976.
- [25] Herbert Taub. *Principles of communications systems*. McGraw-Hill, New York, second edition.
- [26] B. Widrow and J.M. McCool. A comparison of adaptive algorithms based on the methods of steepest descent and random search. *IEEE trans*, vol.AP-24,no 5:615–637, Septiembre,1976.
- [27] B. Widrow, J.M McCool, M. G. Larimore, and Jr.and C.R Johnson. “stationary and nonstationary learning characteristics of the lms adaptive filter”. *Proc. IEEE*, 64:1151–1162, 1976.
- [28] Li Yan and Wang Xinan. A modified vs lms algorithm. *CACT2007 IEEE*, pages 615–618, 2007.

Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page.