



Casa abierta al tiempo

División de Ciencias Básicas e
Ingeniería

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
Unidad Iztapalapa

**CONVECCIÓN NATURAL Y ENFRIAMIENTO CON AGUA
DE MAR EN UN ESCENARIO DE ACCIDENTE SEVERO
EN UNA CENTRAL NUCLEAR BWR**

Presenta:

Ricardo Isaac Cázares Ramírez

**DOCTORADO EN CIENCIAS
(ENERGÍA Y MEDIO AMBIENTE)**

Director de Tesis:

Dr. Gilberto Espinosa Paredes

Sinodales:

Dr. Alejandro Núñez Carrera

Dr. Hernándo Romero Paredes

Dr. Rodolfo Vázquez Rodríguez

Dr. Sergio Quezada García

Dr. Javier Ortíz Villafuerte



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
Unidad Iztapalapa

Fecha : 11/12/2018

Página : 1/1

CONSTANCIA DE PRESENTACION DE EXAMEN DE GRADO

La Universidad Autónoma Metropolitana extiende la presente CONSTANCIA DE PRESENTACION DE DISERTACIÓN PÚBLICA de DOCTOR EN CIENCIAS (ENERGIA Y MEDIO AMBIENTE) del alumno RICARDO ISAAC CAZARES RAMIREZ, matrícula 2141801114, quien cumplió con los 438 créditos correspondientes a las unidades de enseñanza aprendizaje del plan de estudio. Con fecha once de diciembre del 2018 presentó la DEFENSA de su DISERTACIÓN PÚBLICA cuya denominación es:

Convección natural y enfriamiento con agua de mar en un escenario de accidente severo en una central nuclear BWR.

Cabe mencionar que la aprobación tiene un valor de 90 créditos y el programa consta de 528 créditos.

El jurado del examen ha tenido a bien otorgarle la calificación de:

Aprobar

JURADO

Presidente

DR. ALEJANDRO NUÑEZ CARRERA

Secretario

DR. HERNANDO ROMERO PAREDES RUBIO

Vocal

DR. RODOLFO VAZQUEZ RODRIGUEZ

Vocal

DR. SERGIO QUEZADA GARCIA

Vocal

Cancelado

DR. JAVIER ORTIZ VILAFUERTE



A mi madre, María Guadalupe

A mi padre, Hugo

A mis hermanos, Hugo César e Irving Omar

A mi novia, Celeste Jeanette

Sólo A Mis Incondicionales y Respetables Amigos

Agradecimientos

Quiero agradecer principalmente a los profesores del Posgrado en Energía y Medio Ambiente de la UAM-Iztapalapa, quienes dedicaron tiempo, esfuerzo y paciencia para transmitirme parte de sus conocimientos y ayudarme a crecer en mi formación académica.

Especialmente a mi director de tesis, el Dr. Gilberto Espinosa Paredes, quien con sus observaciones, consejos y apoyo (psicológico, espiritual, emocional y hasta económico) fue pieza clave para culminar satisfactoriamente este trabajo de investigación. A pesar de mí.

A mis sinodales, por sus observaciones que ayudaron en gran medida a enriquecer y presentar de mejor manera este trabajo de tesis.

Agradezco a la Universidad Autónoma Metropolitana – Iztapalapa, mi alma máter, por permitirme realizar, en esta ocasión, estudios de posgrado y por el apoyo económico brindado durante los primeros tres años de mis estudios de doctorado y el apoyo parcial para mi estancia de investigación en la Universidad Politécnica de Cataluña.

Al proyecto Aztlán Platform por permitirme colaborar con ellos durante mi preparación doctoral.

Finalmente quiero agradecer al pueblo de México, quien a través del CONACyT-SENER, me apoyó económicamente con una beca durante el último año del doctorado.

Resumen

Durante un accidente severo se llevan a cabo fenómenos físicos y químicos bastante complejos. Para su estudio se requiere del modelado de sistemas multifásicos y multicomponentes, su implementación y su solución a través de herramientas computacionales. Dichos modelos se encuentran altamente acoplados, lo cual dificulta aún más su estudio, incluso con las capacidades actuales de cómputo.

En este trabajo se llevó a cabo el estudio de un accidente severo en una central nuclear tipo agua en ebullición (BWR, por sus siglas en inglés) considerando la fundición del núcleo; la generación y difusión de hidrógeno; y la transferencia de calor por conducción, convección y radiación.

Se propone el escenario en el que se inicia un enfriamiento con agua de mar para poder estimar la progresión del accidente severo y observar la pertinencia de llevar a cabo esta acción. Para ello se consideran las principales propiedades termodinámicas y de transporte del agua de mar, bajo las circunstancias de presión y temperatura en las que se encuentra el accidente severo y se extienden los resultados con la variación de la salinidad del agua de mar.

La difusión de hidrógeno bajo las circunstancias de un accidente severo es un fenómeno bastante sensible por lo que se propone una nueva aproximación a través de la implementación de la difusión anómala; ésta se lleva a cabo con la ayuda del cálculo fraccional.

Se muestran los resultados y se concluye sobre las consecuencias del enfriamiento del núcleo de un reactor tipo BWR en un escenario de accidente severo por convección natural y con agua de mar. Este estudio puede considerarse para complementar la elaboración y actualización de manuales de procedimientos durante un accidente severo, que es la finalidad principal de esta tesis doctoral.

Abstract

During a severe accident, quite complex physical and chemical phenomena are carried out. Its study requires the modeling of multiphase and multicomponent systems, and their implementation and solution through computational tools. These models are highly coupled, which makes their study even more difficult, even with the current computing capabilities.

In this work, the study of a severe accident in a nuclear power plant with a Boiling water reactor (BWR) considering the melt of the core was carried out; as well as the generation and diffusion of hydrogen; and heat transfer by conduction, convection and radiation.

The scenario in which a cooling with seawater starts is proposed, to estimate the progression of the severe accident and observe the pertinence of carrying out this action. To this end, the main thermodynamic and transport properties of seawater are considered, under the conditions of pressure and temperature in which the severe accident is found and the results are extended with the variation of seawater salinity.

The diffusion of hydrogen under the circumstances of a severe accident is a very sensitive phenomenon, so a new approach is proposed through the implementation of the anomalous diffusion; this is carried out with the help of the fractional calculus.

The results are shown and conclusions regarding the consequences of cooling the core of a BWR type reactor in a severe accident scenario by natural convection and seawater are presented. This study seeks to support the development and updating of procedural manuals during a severe accident, which is the main purpose of this PhD thesis.

Contenido

Agradecimientos	I
Resumen.....	III
Abstract.....	IV
Justificación.....	VII
Objetivo general	VIII
Objetivos particulares.....	VIII
Capítulo 1. Introducción.....	1
1.1. Sostenibilidad y energía nuclear.....	2
1.1.1. Cambio climático	4
1.2. Accidente Severo.....	5
1.2.1. Escala Internacional de Sucesos Nucleares y Radiológicos	5
1.2.2. Three Mile Island.....	7
1.2.3. Chernobyl	16
1.2.4. Fukushima Daiichi	25
1.3. Revisión bibliográfica.....	31
Capítulo 2. Preliminares sobre accidentes severos.....	44
2.1. Progresión de daño al núcleo.....	45
2.2. Generación de hidrógeno durante un AS.....	54
2.3. Metodología de solución	57
2.3.1. Calor de decaimiento	60
2.3.2. Transferencia de calor en el combustible.....	60
2.3.3. Termohidráulica.....	61
2.3.4. Cantidad de movimiento	61
2.3.5. Generación y transporte de hidrógeno.....	62
2.4. Propiedades termodinámicas y de transporte del agua de mar.....	63
Capítulo 3. Modelo matemático.....	70
3.1. Hipótesis y suposiciones.....	71
3.1.1. Núcleo simplificado	71
3.1.2. Canal promedio.....	71
3.1.3. Región activa del combustible.....	72
3.1.4. Potencia térmica.....	73
3.1.5. Características del hidrógeno	74
3.1.6. Aproximación de Boussinesq	74
3.2. Modelo conceptual	75
3.3. Modelo matemático	78
3.3.1. Transferencia de masa	79
3.3.2. Tasa de reacción (Rx).....	81
3.3.3. Transferencia de calor en el combustible (T_F).....	82
3.3.4. Calor de decaimiento (Q)	83
3.3.5. Calor de reacción (ΔH)	84
3.3.6. Transferencia de calor radiativo (q''_r)	84

3.3.7.	Transferencia de calor radiativo externo (q''_{ext}).....	85
3.3.8.	Flujo de calor (q'').....	86
3.3.9.	Aproximación de Boussinesq	88
Capítulo 4.	Solución numérica	91
4.1.	Algoritmos de Solución.....	92
4.2.	Implementación en computadora	94
4.3.	Comparación con otro código	97
Capítulo 5.	Transferencia de calor por radiación	100
5.1.	Descripción y consideraciones	101
5.2.	Análisis de la temperatura	102
5.3.	Análisis de la concentración de hidrógeno	103
5.4.	Pertinencia de la inclusión de la TCR.....	105
Capítulo 6.	Difusión anómala	108
6.1.	Generalidades del cálculo fraccional.....	109
6.1.1.	Algunas consideraciones.....	109
6.1.2.	El criterio.....	110
6.2.	Transferencia de masa fraccional.....	113
6.3.	Solución numérica para el modelo fraccional.....	114
Capítulo 7.	Enfriamiento con agua de mar.....	122
7.1.	Cálculo de las propiedades de agua de mar.....	123
7.1.1.	Densidad	123
7.1.2.	Calor específico	124
7.1.3.	Conductividad térmica.....	124
7.1.4.	Viscosidad	125
7.2.	Variación de las propiedades del agua de mar.....	126
7.2.1.	Densidad	126
7.2.2.	Calor específico	127
7.2.3.	Conductividad térmica.....	128
7.2.4.	Viscosidad	130
7.3.	Implicaciones del uso de agua de mar para el enfriamiento	131
7.4.	Análisis del modelo completo	132
7.4.1.	Temperatura de pared	132
7.4.2.	Concentración de hidrógeno.....	134
7.4.3.	Flux de calor	135
7.4.4.	Temperatura de combustible	136
7.4.5.	Temperatura del refrigerante	137
Conclusiones.....		138
Referencias		141
Apéndice A.....		146
Apéndice B.....		154
Apéndice C.....		163

Justificación

Una parte importante para la mitigación del daño al núcleo durante un accidente severo es la adecuada refrigeración del lecho de escombros al fondo de la vasija (en el argot conocido como *debris*) producido durante la fundición del núcleo, sin embargo, hasta ahora no se sabe con certeza en qué punto de la evolución del accidente debe llevarse a cabo la refrigeración por cualquiera de los sistemas de emergencia y si es apropiado realizarla.

La predicción de las consecuencias de los accidentes severos y la especificación de estrategias adecuadas de gestión de estos accidentes requieren el uso de códigos validados que estén disponibles para un análisis integral de los fenómenos que ocurren en el interior y exterior del fondo de la vasija.

Hoy en día, una serie de interacciones entre los materiales del núcleo, que se espera que ocurran en el fondo de la vasija de presión, así como la carga térmica del núcleo fundido (aproximadamente 3000K) sobre el acero de la vasija, siguen siendo algunos de los fenómenos más complejos para ser descritos por los códigos actuales de accidentes severos y es una de las áreas con mayor incertidumbre de análisis. Hasta el 2003, los códigos computacionales SCDAP/RELAP5 (Allison, et al., 1993 y 1997), MELCOR (Gaunt et al., 1998), y MAAP4 (MAAP4, 1994), fueron considerados los tres códigos más utilizados para el análisis integral de la progresión de un accidente con fusión del núcleo, los cuales, no describían de manera eficiente todo el proceso de la dinámica térmica que pueden influir en el comportamiento termo-mecánico del lecho de escombros en el fondo de la vasija (Ahn y Kim, 2003). En años más recientes se han realizado estudios sobre AS en reactores BWR, para modelar el enfriamiento del corium (Ma y Dinh, 2010), el autonivelado del lecho de escombros durante un AS (Basso, Konovalenko, Kudinov, 2016), así como el uso del código SAMPSON para el estudio del enfriamiento durante un AS (Wei et al., 2017).

Objetivo general

El objetivo es proponer un modelo matemático y su implementación numérica, que proporcione una predicción sobre el fenómeno de refrigeración del núcleo de un reactor nuclear de agua en ebullición (BWR) durante un accidente severo (AS), por convección natural y con enfriamiento con agua de mar.

Objetivos particulares

Realizar las simulaciones de accidentes severos para analizar el comportamiento de la progresión de daño al núcleo, así como las consecuencias de inyectar agua de mar al núcleo, y el efecto de la generación de hidrógeno.

Proponer estrategias para evitar que la vasija del reactor (RPV, por sus siglas en inglés) falle y de esa manera retener *corium* (núcleo fundido) en la parte interna de la vasija, como un paso clave en la mitigación de las consecuencias potenciales de accidentes.

Explorar los efectos y consecuencias de enfriar el corium con agua de mar, efecto que no ha sido reportado en la literatura.

*“Es perfectamente obvio que el mundo entero se va al infierno.
La única oportunidad posible es que procuremos que no sea así”.*

Julius Robert Oppenheimer

Capítulo 1. Introducción

En este capítulo se presenta la relación entre la sostenibilidad y la energía nuclear y cómo el aprovechamiento de esta fuente de energía limpia puede coadyuvar al crecimiento económico y al desarrollo social de una nación, mitigando a su vez los problemas ambientales que generan el uso de combustibles fósiles.

Se muestra y justifica la necesidad de inversión en desarrollo nuclear en nuestro país para la generación de energía eléctrica de manera eficaz, económica, no intermitente y limpia (sin generación de gases de efecto invernadero).

Se explica qué es y cómo se clasifica un accidente severo, y bajo qué circunstancias se puede suscitar. Así como algunos casos reales de accidentes severos en centrales nucleares.

Se presenta una amplia revisión bibliográfica de algunos de los principales estudios de investigación que se han realizado alrededor de este tema. Y finalmente se muestra como está estructurado este trabajo de tesis doctoral.

1.1. Sostenibilidad y energía nuclear

En 1987, la Comisión Mundial del Medio Ambiente de la ONU (Organización de la Naciones Unidas) definió el desarrollo sostenible como: "un desarrollo que satisfaga las necesidades del presente sin poner en peligro la capacidad de las generaciones futuras para atender sus propias necesidades (Brundtland, 1987)".

El desarrollo de las civilizaciones esta inherentemente asociado a que se requiera siempre una cantidad mayor de energía. La eficiencia energética no es la solución final a esta problemática, aunque puede ayudar en gran medida. Sin embargo, siempre se requerirá aumentar la instalación de sistemas de potencia como lo son las plantas de generación eléctrica.

Bajo estos preceptos, en materia de energía, se requiere satisfacer una mayor demanda de energía debido a diversos factores como el incremento de la población, el estilo de vida y el aumento de aparatos que requieren de energía eléctrica, por mencionar algunos.

Es por ello que se deben tomar ciertas medidas para garantizar un desarrollo sustentable. Medidas como la creación de nuevas centrales de generación de potencia, la diversificación de las fuentes primarias de energía, incrementar la participación del uso de energías renovables y limpias. Todo lo anterior tomando en cuenta los principales ejes de la sostenibilidad, es decir, sin afectar de manera considerable el ambiente, el entorno social y el sistema económico.

La capacidad de generación eléctrica instalada a nivel mundial en 2040 se ubicará en los 10,569.6 GW, lo que equivale a un aumento de 4,685.6 GW con respecto al nivel instalado en 2013 (Secretaría de Energía, 2015), como se muestra en la Figura 1.1.

Por otra parte, la instalación de plantas nucleares se incrementará en 221.6 GW, para ubicarse en 614.0 GW en 2040, creciendo a una tasa de 1.7%. Lo que muestra una clara tendencia a conservar e incluso, incrementar la capacidad instalada de energía nuclear. (Secretaría de Energía, 2015)

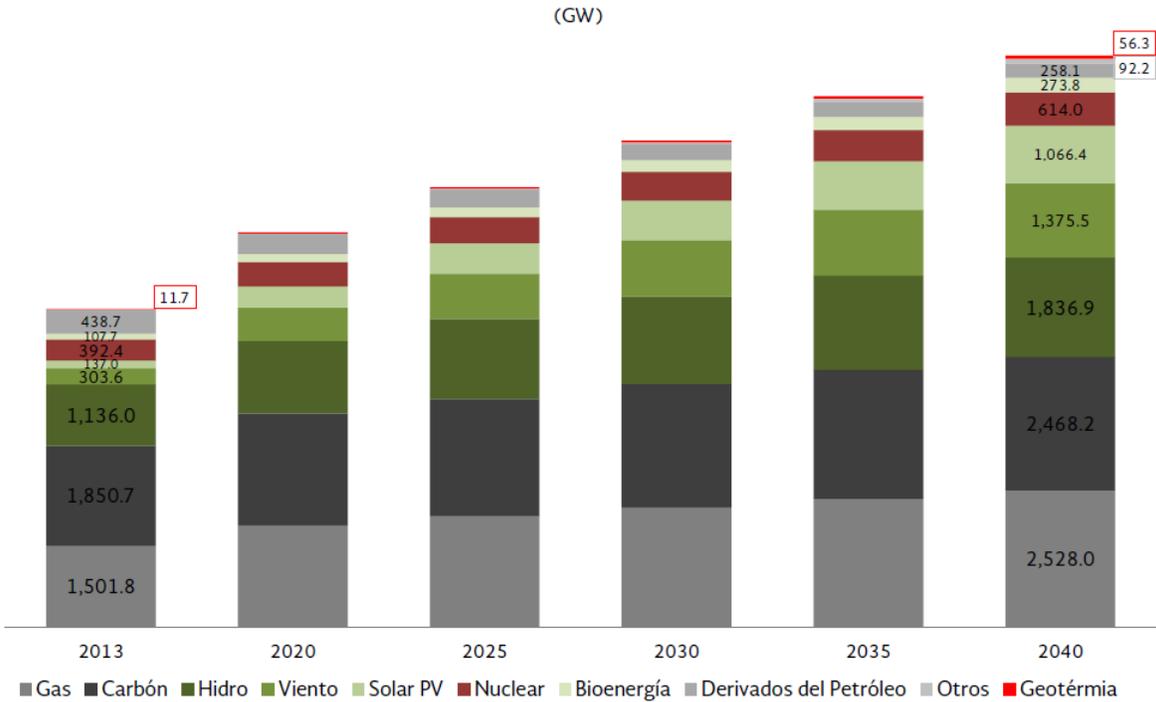


Figura 1.1. Capacidad instalada mundial por fuente de energía, 2013-2040 (SENER con información de World Energy Outlook 2015).

Como se puede observar, la tendencia energética mundial se dirige, principalmente, al aumento en la generación de energía por tipo de fuente, así como a la diversificación de fuentes primarias.

Lo anterior explica y justifica la necesidad de inversión en desarrollo nuclear en México para la generación de energía eléctrica, demostrándose que el aprovechamiento de esta fuente de energía es una opción para cubrir la demanda de energía en el país de una manera eficaz, económica, no intermitente y limpia.

1.1.1. Cambio climático

La energía nuclear es una fuente energética limpia cuyas características permiten el suministro de energía eléctrica de manera confiable y con un bajo impacto ambiental. Esto se debe a que este tipo de tecnología no requiere de combustión para su funcionamiento, sino que la energía se obtiene a partir de la fisión de átomos.

Durante el proceso de generación eléctrica en una central nuclear, no se generan emisiones de gases, ni partículas, causantes del efecto invernadero que posteriormente se liberen a la atmosfera. Asimismo, reduce la dependencia energética hacia el exterior del país y produce electricidad de forma constante con precios estables y predecibles puesto que, a diferencia de las tecnologías que emplean combustibles fósiles para la generación eléctrica, el Uranio empleado no representa una alta proporción dentro de los costos de generación.

El Programa de Desarrollo del Sistema Eléctrico Nacional (PRODESEN 2016) contempla una adición de capacidad de energía nuclear por 3,850.0 MW entre 2026 y 2029, lo que representa un incremento de 290.7% con respecto a los valores de 2014, pasando de 1,375.0 MW a 5,511.0. Así mismo, considera un incremento en la participación de generación de energía nuclear entre 2014 y 2024 de 301.0%, es decir 29,133.2 GWh más, para ubicarse al final del período en 38,810.4 GWh.

Entre 2016 y 2029, considerando los proyectos de energía nuclear para la generación de electricidad, se tiene una reducción de 37.7 millones de toneladas de CO₂. Además, con la aportación dentro de la generación de la energía nuclear, equivalente al 8.2% del total de generación al final del período de proyección, se logra alcanzar 42.6% de generación total por medio de energías limpias. (Secretaría de Energía, 2016)

1.2. Accidente Severo

La energía eléctrica mundial generada mediante las plantas de potencia nucleares constituye más del 11% (International Energy Agency, 2016). El aprovechamiento de la energía nuclear para la generación de electricidad a través de una central nuclear, conlleva, al igual que cualquier planta de generación de potencia (convencional y no convencional) riesgos en su operación. Es por ello que las plantas nucleares se diseñan y operan bajo estrictos mecanismos de seguridad, incorporando sistemas de control redundantes para obtener un esquema más robusto. Sin embargo, se puede iniciar un evento que sobrepase la base de diseño en cuestión de seguridad, y es entonces cuando se puede llegar a suscitar un accidente severo (AS).

Desde hace más de 50 años comenzaron a utilizarse centrales nucleares para generación de potencia eléctrica. Desde entonces sólo han ocurrido tres eventos clasificados como Accidentes Severos, los cuales son: Three Mile Island (TMI-2) en marzo de 1979, Chernobyl en abril de 1986 y el ocurrido recientemente en Fukushima en marzo de 2011. Estos tres sucesos son situaciones reales que ponen de manifiesto que se ha sobrepasado el accidente de *base de diseño*, como su nombre lo dice, bajo el cual los reactores son diseñados para evaluar la seguridad de una central nuclear.

1.2.1. Escala Internacional de Sucesos Nucleares y Radiológicos

La necesidad de comunicar fácilmente la importancia de cualquier suceso relacionado con el funcionamiento de las instalaciones nucleares o con la realización de actividades que dan origen a riesgos de radiación surgió en el decenio de 1980 a raíz de algunos accidentes en instalaciones nucleares que captaron la atención de los medios de comunicación internacionales.

La Escala Internacional de Sucesos Nucleares y Radiológicos (INES, por sus siglas en inglés) fue elaborada en 1990 por un grupo de expertos internacionales convocado por el Organismo Internacional de Energía Atómica (OIEA) y la Agencia para la Energía Nuclear de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (AEN/OCDE) con el objeto de comunicar la importancia de los sucesos en instalaciones nucleares desde el punto de vista de la seguridad.

En la escala, los sucesos se clasifican en siete niveles: los niveles 4 a 7 se denominan “accidentes” y los niveles 1 a 3 “incidentes”. Los sucesos sin significación para la seguridad del reactor, están clasificados como “Debajo de la escala o Nivel 0”.

Con fines de comunicación de los sucesos al público, a cada nivel de la escala INES se le ha asignado una expresión distinta. Estas son, por orden de gravedad creciente: *anomalía*, *incidente*, *incidente importante*, *accidente con consecuencias de alcance local*, *accidente con consecuencias de mayor alcance*, *accidente importante* y *accidente grave*. (Organismo Internacional de Energía Atómica, 2010)

Al concebir la escala, el objetivo fue hacer que la gravedad de un suceso correspondiera a un incremento de aproximadamente un orden de magnitud para cada aumento de nivel en la escala (es decir, la escala es logarítmica). El accidente de 1986 en la central nuclear de Chernóbil corresponde al nivel 7 en la escala INES. Tuvo amplios efectos en las personas y el medio ambiente. Una de las consideraciones esenciales al elaborar los criterios de clasificación de la escala INES fue garantizar que el nivel de importancia de sucesos menos graves y más localizados estuviese claramente diferenciado del de este accidente muy grave. Así, el accidente de 1979 en la central nuclear de Three Mile Island se considera de nivel 5 en la escala INES, y un suceso que produzca una única muerte por radiación se considera de nivel 4.

En la Figura 1.2 se muestra la estructura de la escala. Los sucesos se consideran desde el punto de vista de su impacto en tres áreas diferentes: los efectos en las personas y el medio ambiente; los efectos en las barreras y los controles radiológicos en las instalaciones; y los efectos en la defensa en profundidad.

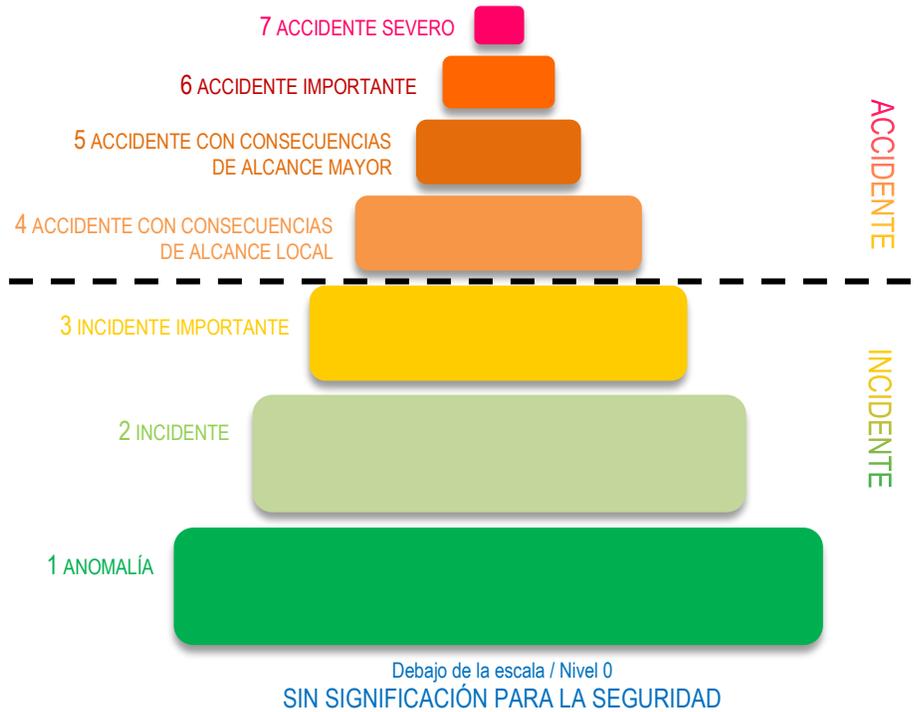


Figura 1.2. Escala Internacional de Sucesos Nucleares y Radiológicos

1.2.2. Three Mile Island

La central nuclear de Three Mile Island (TMI) se compone de dos unidades con un reactor nuclear de agua a presión (PWR, por sus siglas en inglés), con potencias instaladas de 786 MW (reactor TMI-1) y 900 MW (TMI-2).

La Unidad 2 de TMI estaba funcionando casi a plena potencia (97%) por la mañana, el miércoles 28 de marzo de 1979 (Kemeny, 1979). Era la segunda planta de energía construida en el sitio y sólo había estado en operación comercial durante 3 meses.

Sin el conocimiento del personal de la sala de control, las válvulas de agua de alimentación de emergencia para los dos generadores de vapor dentro de la contención se cerraron después de un ciclo de mantenimiento (Kemeny, 1979).

A las 4:00 a.m., el personal de mantenimiento intentaba desatascar las líneas de resina. Como resultado, la bomba de agua de alimentación se desconectó debido a la disminución del flujo. La pérdida de flujo de agua de alimentación al generador de vapor produjo una disminución de la presión del vapor y el flujo a la turbina de vapor. Esto a su vez produjo un disparo de turbina.

Con las bombas de agua de alimentación principales fuera de línea, las bombas de agua de alimentación de emergencia arrancaron automáticamente. A pesar de estas medidas automáticas de control, la presión y la temperatura del reactor comenzaron a subir puesto que no recibía agua para la refrigeración.

El sistema de protección insertó automáticamente las barras de control para apagar el reactor y las válvulas de alivio operadas por energía eléctrica (PORV, por sus siglas en inglés) en la parte superior del presurizador se abrieron para aliviar la presión dentro del Sistema de Refrigeración del Reactor (RCS, por sus siglas en inglés). Después de 10 s, los PORV recibieron una señal para cerrar.

Desafortunadamente, la señal sólo indicaba qué señal direccional (abrir/cerrar) se había enviado a los PORV, pero no mostraba su posición real (Kemeny, 1979). Por lo tanto, los operadores asumieron que las válvulas presurizadoras estaban cerradas, evitando así cualquier pérdida adicional de refrigerante del RCS. De hecho, una PORV no se cerró y el refrigerante continuó fluyendo fuera del RCS.

A medida que el agua continuaba saliendo del sistema, la presión del RCS comenzó a descender. Además, el calor de decaimiento (aproximadamente 7% de la potencia total) dejó de ser eliminado por los generadores de vapor debido a la falta de flujo de agua de alimentación de emergencia.

Aumentando la tensión del momento, más de 100 alarmas comenzaron a mostrarse dentro de la sala de control (Kemeny, 1979). La presión del reactor continuó bajando, además, estaban siendo bombardeados con una gran cantidad de información de advertencia, pero no estaban recibiendo suficientes datos útiles para ayudar a aclarar el problema.

El calor se eliminaba por el agua restante en el generador de vapor y por el fluido que salía de la parte superior del presurizador. Aproximadamente 13 s después del accidente, los operadores agregaron agua para superar el cambio de densidad del agua, ahora refrigerante, dentro del RCS. De hecho, la bomba de carga agregó agua a un ritmo mayor que el que se estaba perdiendo a través de la PORV.

Este aumento del flujo de agua comenzó a elevar el nivel del agua en el presurizador, y los operadores preservaron una mezcla de vapor/agua dentro del presurizador para mantener el control de presión en el RCS. Por lo tanto, temiendo que entrara demasiada agua en el sistema, detuvieron el flujo de carga en el RCS alrededor de los 48 s del accidente.

Aproximadamente 1 minuto después de detener el flujo de la bomba de carga, los remanentes del agua de alimentación salieron del generador de vapor. Esto canceló la eliminación de calor del RCS. El agua del RCS comenzó a calentarse y expandirse, lo que provocó un aumento adicional en el nivel del agua dentro del presurizador. Esto causó más confusión entre los operadores debido a que el aumento del nivel del agua coincidió con la caída de la presión del sistema.

La respuesta automática a la disminución de la presión fue el arranque del sistema de refrigeración central de emergencia. Dos bombas de inyección de alta presión (HPI, por sus siglas en inglés) comenzaron con un caudal combinado de 3,785 L/min (Rogovin & Frampton, 1980). Esta agua adicional pudo haber disminuido la temperatura y ayudado a estabilizar la situación. Sin embargo, el operador se centró en mantener una burbuja de vapor en el presurizador.

Los operadores no se dieron cuenta, pero la caída de la presión del RCS significaba que podía formarse vapor en otros lugares, por ejemplo, dentro de la RPV o en la tubería del RCS. Preocupados por el aumento de agua en el presurizador, apagaron una de las bombas HPI y estrangularon la segunda. Estas acciones redujeron el flujo del RCS a aproximadamente 378.5 L/min (Rogovin & Frampton, 1980).

A pesar de la disminución continua en la presión del RCS debido a la pérdida constante de fluido por la PORV abierta, se determinó mantener una mezcla de vapor/agua dentro del presurizador.

La caída de la presión del RCS, junto con su temperatura casi constante, debería haber sido un indicador de que estaba en curso un accidente de pérdida de refrigerante (LOCA, por sus siglas en inglés). Como tal, la respuesta de mitigación correcta debería haber sido mantener el flujo de HPI y comenzar una investigación sobre la fuente de la fuga del RCS. Esto no sucedió.

Aproximadamente 5 minutos después del accidente, el continuo enfoque del operador en mantener una burbuja de vapor dentro del presurizador, junto con la pérdida constante de agua a través de la PORV abierta en el presurizador, permitió que se formaran burbujas de vapor y se fusionaran en otra parte del RCS.

El único lugar donde se producía calor en el RCS era en el combustible, debido al calor de decaimiento. Por lo tanto, con la presión del reactor reducida y sin que los generadores de vapor eliminaran el calor (debido a las válvulas de agua de alimentación de emergencia inadvertidamente cerradas), comenzó a producirse vapor dentro del reactor. El gran flujo de las bombas de alimentación del reactor barrió parte del vapor, pero si las operaciones continuaban de esta manera, los elementos de combustible pronto se descubrirían del agua que los mantenía frescos e intactos.

Después de 8 minutos, los operadores de la sala de control finalmente reconocieron que las válvulas de agua de alimentación de emergencia estaban cerradas e inmediatamente las abrieron. Esto introdujo una gran fuente de eliminación del calor de decaimiento en el sistema. Sin embargo, aún desconocían el LOCA que continuaba.

Once minutos después del accidente, una alarma de alto nivel sonó indicando que el agua de algún lugar dentro de la contención se estaba acumulando en el nivel de contención más bajo. Esto debería haber sido un claro indicio de que el agua escapaba del RCS y ahora se estaba acumulando en la región de drenaje.

A medida que continuaba el accidente, la mezcla de agua y vapor que salía de la PORV abierta se estaba acumulando en el tanque de drenaje del presurizador. Y 15 minutos después del accidente, el disco de ruptura en el tanque de drenaje del presurizador, diseñado para limitar la sobrepresión del tanque, abrió y permitió que el agua radiactiva adicional del tanque corriera al sumidero de contención. El agua se bombeaba periódicamente desde el sumidero a un tanque de almacenamiento del edificio auxiliar, adyacente a la contención.

Veinte minutos después de que comenzara el accidente, el detector en el núcleo registró un recuento de neutrones más alto de lo esperado para un reactor apagado (Rogovin & Frampton, 1980). La pérdida de agua líquida en los tramos superiores del núcleo había causado una pérdida de absorbente de neutrones que causó que el flujo de neutrones fuera mucho más alto de lo normal.

A las 4:39 a.m., la sala de control apagó las bombas que estaban transfiriendo agua desde el sumidero de contención al edificio auxiliar (Kemeny, 1979). Los operadores decidieron que no mover una cantidad significativa de agua del edificio de contención sin conocer su nivel de radiactividad. Esta fue la acción adecuada, pero llegó un poco tarde. Casi 30 m³ de agua ligeramente radiactiva ya habían sido bombeados fuera de la contención y hacia el edificio auxiliar.

A las 5:00 a.m., las cuatro bombas de refrigerante del reactor comenzaron a cavitarse debido a que el nivel del agua dentro del reactor se había reducido lo suficiente como para que el vapor que ocupaba los tramos superiores del núcleo pudiera ahora circular por la tubería del refrigerante. Siguiendo el manual de procedimientos, apagaron dos de las bombas de circulación de refrigerante a las 5:14 a.m. Las dos bombas restantes se apagaron 27 minutos después.

A las 6:00 a.m., se disponía de pruebas fehacientes de que las varillas de combustible habían sido descubiertas, el revestimiento comprometido y que los propios elementos cerámicos (diseñados para resistir temperaturas superiores a los 3000 K) se habían derretido (Kemeny, 1979).

Sin refrigerante circulando a través del núcleo del reactor, los elementos de combustible alcanzaron temperaturas elevadas, especialmente en la parte superior del combustible, que ahora estaban descubiertos y sólo en contacto con vapor. Esta región no pudo eliminar el calor de decaimiento producido dentro de los elementos de combustible. De hecho, el vapor se calentó a temperaturas muy altas, y permitió que el revestimiento de combustible de zirconio y los elementos de combustible alcanzaran temperaturas aún más altas.

Los detectores de radiación dentro de la contención comenzaron a registrar niveles de radiación anormalmente altos, ya que los elementos combustibles en fusión liberaron enormes cantidades de radioactividad en el refrigerante del reactor y la PORV abierta lanzó esta radiación al edificio de contención.

A temperaturas altas, el vapor reacciona con el zirconio para producir calor adicional e hidrógeno y oxígeno gaseoso, como se explica en el capítulo 2. La falta de flujo de refrigerante y la falta de suficiente agua líquida permitieron que los elementos de combustible alcanzaran el punto en el que podría producirse una reacción de zirconio con vapor. Esta reacción exotérmica añadió aún más calor al recipiente del reactor más allá de la carga de calor de decaimiento normal.

Esto causó un aumento adicional en la temperatura de los elementos de combustible y los componentes circundantes. Los gases de hidrógeno y oxígeno generados por la reacción de zirconio y vapor escaparon al edificio de contención a través de la PORV atascada.

Alrededor de las 6:00 a.m., comenzaron a llegar datos que indicaban que los niveles de radiación en varios puntos dentro de la planta estaban aumentando. Las alarmas remotas dentro de la contención indicaron niveles de radiación más altos de lo normal. Además, un técnico de radiación en una inspección a pie del edificio auxiliar observó niveles crecientes de radiación en muchos lugares; muy por encima de los niveles normales de operación segura.

A las 6:22 a.m., se cierra la PORV (Rogovin & Frampton, 1980). Esta acción finalmente eliminó la ruta de fuga del RCS. Desafortunadamente, esta fue la única acción que se tomó en ese momento y no se tomaron medidas de mitigación adicionales. Idealmente, una vez que los operadores se dieran cuenta de que se había perdido el refrigerante, deberían haber agregado agua al RCS para asegurarse de que el combustible estuviera cubierto.

A las 7:00 a.m., un monitor de radiación ubicado en el domo de contención, en el lugar más remoto de la RPV, estaba leyendo 8 Rem/h (Kemeny, 1979). Esto fue particularmente significativo, porque el detector tenía un escudo que proporcionaba una reducción de 100x en la radiación. Por lo tanto, los niveles de radiación dentro de la contención se encontraban en el rango letal, por lo que se declaró una emergencia general del sitio y se ordenó al personal evacuar el edificio auxiliar.

Alrededor de las 7:20 am, se reiniciaron las bombas de inyección de alta presión y se comenzó a agregar agua al núcleo. Después de solo 18 minutos, las bombas se apagaron nuevamente. Lamentablemente, la pequeña cantidad de agua añadida no era la adecuada para recuperar el núcleo.

Además de la breve inyección de agua, los operadores también trataron de establecer el enfriamiento por convección natural como un medio para enfriar el reactor. Ya habían determinado que no se podía establecer la circulación forzada utilizando las bombas de refrigerante del reactor debido a la cavitación por presencia de vapor.

La circulación natural era el método de enfriamiento alternativo si la circulación forzada no estaba disponible. El agua calentada que se eleva hacia el generador de vapor ubicado sobre la RPV proporcionaría una fuerza motriz para mover el agua fuera de la RPV. El refrigerante dentro del generador de vapor se haría más denso y regresaría a la RPV, situado en un nivel inferior. Sin embargo, en la situación en TMI-2, simplemente no podría funcionar debido al gran volumen de vapor dentro de la RPV. La circulación natural dependía de todo el sistema que contenía agua en fase líquida, y la presencia de vapor evitaría cualquier flujo de refrigerante dentro del sistema de refrigerante del reactor.

A las 11:00 a. m., se ordenó la salida de todo el personal no esencial de las dos unidades, en el sitio Three Mile Island.

A la 1:50 pm, se escuchó un ruido sordo dentro de la sala de control. Los datos indicaron que se había producido un breve pico de presión en la contención que alcanzó aproximadamente 28 psi. Ahora se sabe que el pico fue causado por una explosión de hidrógeno en los tramos superiores de la contención. Esta explosión fue relativamente pequeña y no violó la estructura de contención.

Más tarde, los operadores inyectaron agua en el RCS a través del sistema HPI. Esto proporcionó agua suficiente para sumergir por completo los elementos de combustible. La burbuja de vapor dentro de la RPV se redujo y se pudo reiniciar al menos una bomba de circulación (RCP, por sus siglas en inglés). Esta bomba forzó el agua entre la RPV y el generador de vapor, creando la configuración de flujo que podría enfriar el núcleo.

El agua calentada en el núcleo del reactor ahora podría enfriarse con agua de alimentación externa en el generador de vapor. Una vez que se reestableció el enfriamiento, las principales fuentes de preocupación fueron las grandes emisiones de radiación causadas por el combustible dañado y la fuerte acumulación de gas de hidrógeno dentro del recipiente del reactor.

Las emisiones de radiación consistieron principalmente en gases nobles radiactivos. Este tipo de liberación tuvo poco impacto en la salud, ya que estos gases se disipan rápidamente en la atmósfera y, debido a que son biológicamente inertes, no tienen un mecanismo de transferencia para ingresar a la cadena alimentaria. Como resultado, hubo poca preocupación de que esto representara un riesgo a largo plazo para la población local.

Los expertos se preocuparon de que una explosión de hidrógeno más grande dentro de la RPV generara suficiente fuerza para romper la estructura de contención. Si esto sucediera, podría liberar grandes cantidades de radiación y ser catastrófico para la región circundante. Después de varios días de análisis, se determinó que la burbuja de hidrógeno no estaba dentro de los límites explosivos y que no había suficiente oxígeno para generar una detonación.

Se estimó que la exposición a la radiación del incidente a la población local promediaba aproximadamente 1 mRem/persona. Esto fue muy pequeño en comparación con la dosis de fondo anual normal de 100-125 mRem.

Económicamente, la Unidad 2 de TMI fue una pérdida total. La limpieza del accidente tomó más de 10 años en completarse y costó casi mil millones de dólares. Los fragmentos de combustible restantes se eliminaron del núcleo y se enviaron al Laboratorio Nacional de Idaho (INL, por sus siglas en inglés) para su evaluación (Knief, 2008). Esto permitió que el personal de INL realizara una inspección detallada del material dañado. Su evaluación ayudó a entender los detalles que rodearon el accidente y los límites del diseño de combustible.

Toda el agua altamente contaminada tanto del edificio auxiliar como de la contención se ha evaporado, y los desechos radiactivos concentrados se han enterrado en sitios de desechos aprobados. La unidad ha recibido una licencia de Almacenamiento Controlado después de la descarga de la Comisión Nuclear Reguladora (NRC, por sus siglas en inglés) de los Estados Unidos. El accidente fue clasificado como de nivel 5 en la Escala INES.

Se planea la descontaminación y demolición completa de la Unidad 2, después de la expiración de la licencia de operación para la Unidad 1, actualmente establecida para abril de 2034.

1.2.3. Chernobyl

Irónicamente, el accidente de Chernobyl comenzó como parte de una prueba para aumentar la seguridad de los reactores RBMK (Reactor de gran potencia de tipo canal, por su siglas en ruso) y sus sistemas secundarios. El objetivo de la prueba era determinar si se podía obtener suficiente energía cinética de la turbina de vapor después de parar el reactor para suministrar la electricidad necesaria para el funcionamiento de los sistemas de seguridad (US NRC, 1987).

Los reactores occidentales generalmente tienen dos generadores diésel de emergencia de arranque rápido para proporcionar esta energía de emergencia, normalmente proporcionan electricidad de respaldo en tan solo 10s. Los generadores diésel de reserva de Chernobyl fueron menos eficientes. No pudieron suministrar toda su potencia hasta 60 s después de comenzar (Schmid, 2015).

La prueba de desaceleración planificada para Chernobyl determinaría si la energía cinética encontrada en la turbina de vapor acoplada y el generador eléctrico podrían convertirse en electricidad de respaldo de emergencia.

Si se perdiera energía fuera del sitio, los generadores diesel de respaldo suministrarían electricidad a las cargas de emergencia. Sin embargo, el desfase de 60 s entre la señal de inicio y su capacidad para alimentar las bombas de agua de alimentación, representaba un riesgo de seguridad.

La prueba de desaceleración determinaría si se podrían instituir controles eléctricos en el generador de la turbina principal para proporcionar electricidad de respaldo durante este rezago de la carga de arranque del diesel.

Durante la prueba de ralentización, la combinación de turbina y generador se conectaría a la red eléctrica de emergencia en un intento de proporcionar electricidad a las bombas de agua de alimentación que suministraban agua de refrigeración al reactor (US NRC, 1987). Sería una prueba complicada y difícil. El suministro eléctrico debía mantenerse de forma fiable a una frecuencia fija, una tarea ardua que se debía realizar desde un generador de turbina que se ralentizaba continuamente debido a la pérdida de vapor motriz.

La misma prueba había sido previamente intentada en Chernobyl años antes. Era una prueba difícil, porque el reactor RBMK era relativamente inestable a bajas potencias. Las condiciones de prueba requerían que la potencia del reactor estuviera en el rango de 700-1000 MWt (Mega watts térmicos), aproximadamente de 1/4 a 1/3 de su capacidad de potencia máxima (US NRC, 1987). Bajo estas condiciones, el control del reactor se volvió inestable debido a la interacción entre la velocidad de flujo del refrigerante, la transferencia de energía del reactor al refrigerante y el efecto de los grandes cambios de densidad del refrigerante.

También hubo una presión política significativa para completar la prueba rápidamente. Los oficiales querían completar la prueba antes de las próximas celebraciones del Primero de Mayo. En la URSS, el Primero de Mayo es una fiesta política importante, y a las agencias gubernamentales les gustaba usar el día para mostrar avances técnicos recientes.

También hubo una presión de tiempo porque la prueba debía realizarse durante el apagado regular de mantenimiento del reactor de Chernobyl, y un evento de apagado similar no se programaría de nuevo durante al menos 1 año.

El viernes 25 de abril de 1986, aproximadamente a la 1 a.m., los operadores de la sala de control del reactor de la Unidad 4 comenzaron una reducción de energía planificada que redujo la potencia del núcleo en un 50% hasta 1600 MWt (US NRC, 1987). En la tarde del día 25, la Junta Central de Electricidad solicitó que no se produzcan más reducciones de potencia para garantizar que se satisfagan las necesidades energéticas locales. Al mismo tiempo, como parte de la prueba, se cerraron los sistemas de enfriamiento central de emergencia (US NRC, 1987).

A las 11:00 p.m., la demanda local de electricidad había disminuido, y el despachador de carga dio permiso para que la Unidad 4 de Chernobyl continuara con su reducción de energía. Los operadores restablecieron el sistema de monitoreo del reactor al nivel requerido, pero no el controlador automático del reactor. La respuesta del reactor fue una caída dramática en la potencia, hasta 30 MWt, ~ 1% del nivel operativo normal (US NRC, 1987). El controlador automático insertó barras de control, lo que impulsó la potencia total del núcleo por debajo de lo previsto.

A medida que la potencia del reactor de Chernobyl 4 disminuyó, se produjo una intoxicación por xenón que ayudó a reducir la potencia central al nivel apenas crítico de 30 MWt (US NRC, 1987).

Después de la medianoche, los operadores de la planta, retiraron la gran mayoría de las barras de control para contrarrestar los efectos del envenenamiento por xenón y mantener el reactor crítico. El reactor produjo 200 MWt, alrededor de las 12:30 a.m., y la prueba avanzó (US NRC, 1987).

De acuerdo con el procedimiento de prueba, los operadores bloquearon la señal de disparo del turbogenerador. Debido a que la prueba fue diseñada para determinar la energía motriz disponible en la turbina de vapor y el generador eléctrico, el bloqueo de esta señal de disparo permitió que la prueba continuara sin temor a un apagado prematuro del reactor.

A la 1:00 a.m., la potencia del núcleo se mantenía en 200 MWt, los operadores habían reducido el margen de reactividad operativa (ORM, por sus siglas en inglés) a 6-8 barras, un nivel muy inferior al que se consideraba normal o seguro (IAEA, 1992). Los soviéticos utilizaron la medición ORM para determinar los regímenes operativos seguros. Era una medida de la cantidad de control disponible para apagar el reactor en respuesta a cualquier acción transitoria, incluida la pérdida de potencia. Como tal, un mayor ORM significaba un control más fuerte, y números más bajos representaban el potencial de un reactor fuera de control. El ORM nominal fue de 30 barras de control, siendo 16 el nivel absoluto más bajo que podría aprobarse bajo condiciones normales de operación (IAEA, 1992). Por lo tanto, los niveles alcanzados durante la prueba superaron el margen de seguridad aceptado.

Dentro del reactor, un total de ocho bombas de refrigerante (cuatro por lado) podrían proporcionar agua de refrigeración al núcleo del reactor. Si bien los ocho fueron necesarios durante el funcionamiento a plena potencia, en este punto de la prueba, el núcleo estaba funcionando a 1/16 de su potencia máxima, y no habría necesitado el máximo flujo de agua.

Sin embargo, de acuerdo con el plan de prueba, activaron las dos bombas finales, permitiendo que las ocho bombas suministren agua de refrigeración al reactor. Este gran flujo de refrigerante, junto con el bajo nivel de potencia, limitaba en gran medida la producción de vapor y la presión. La energía del núcleo se usaba principalmente para elevar la temperatura del agua de refrigeración y no para generar vapor.

Mientras que la producción real de vapor disminuyó notablemente, el aumento en la temperatura promedio del agua significaría que el agua líquida se evaporaría fácilmente si hubiera un pequeño incremento en la potencia o una disminución en el flujo de agua. En el núcleo, el agua predominantemente líquida estaba ahora absorbiendo neutrones adicionales, lo que hacía necesaria la extracción adicional de la barra de control para mantener los niveles de potencia.

Las ocho bombas de refrigerante del reactor que ahora estaban en operación obtuvieron su energía de diferentes fuentes (US NRC, 1987). Cuatro de las bombas fueron alimentadas por el transformador de servicios de la estación principal. Esto esencialmente garantizaba que se les suministraría energía durante toda la prueba. Las cuatro bombas restantes se vincularon directamente a la combinación operativa de la turbina de vapor. Estas bombas sólo recibirían energía y proporcionarían agua de refrigeración al núcleo, siempre que las turbinas de vapor funcionasen.

La cubierta de la prueba fue vincular la potencia de la bomba al generador de la turbina. El objetivo general era generar datos sobre cuánta energía podría suministrarse a las bombas de refrigerante desde una turbina y un generador que acababan de perder su suministro de vapor. Los evaluadores querían determinar cuánto tiempo la energía de la turbina y el generador, podrían mantener las bombas girando, y con qué velocidad el agua podría ser transportada al reactor. Durante un accidente, un minuto podría ser suficiente para que los generadores diésel de emergencia funcionen y proporcionen el flujo de enfriamiento.

Los operadores desactivaron las últimas señales de protección del núcleo, incluida una que apagaría el reactor a baja presión de vapor o si había poca agua en el separador de vapor fuera del núcleo. Para compensar que el nivel de agua era más bajo en el separador de vapor, los operadores comenzaron a desviar el agua de alimentación directamente al separador de vapor. Esta agua circuló al núcleo, lo enfrió aún más y produjo otra caída en el volumen de vapor dentro del núcleo.

Ambas acciones absorbieron neutrones adicionales, generaron reactividad negativa, aumentaron los efectos del envenenamiento por xenón y redujeron aún más el poder del núcleo. Para compensar, se retiraron barras de control automático y manual adicionales para mantener la potencia del núcleo en 200 MWt (IAEA, 1992).

Todas estas acciones habían sido tomadas preparando el reactor para la prueba de desaceleración. A la 1:23 a.m., los operadores comenzaron la prueba de desaceleración real (US NRC, 1987). La prueba comenzó cuando los operadores cerraron la válvula de cierre de vapor principal a la turbina de vapor en línea que estaba directamente acoplada al generador que suministraba energía a cuatro de las bombas de refrigerante del reactor.

Se produjeron varias respuestas termohidráulicas inmediatas. Hubo un aumento en la presión de vapor dentro del núcleo, debido a que el vapor ya no se estaba alimentando a la turbina de vapor derivada, y una disminución en el flujo de refrigerante porque las bombas recibían menos energía del generador de turbina.

El refrigerante ya estaba muy cerca de su punto de evaporación. Un pequeño aumento en la potencia del núcleo, o una pequeña disminución en el flujo de refrigerante, generaría una cantidad significativa de vapor dentro del núcleo.

A medida que el flujo de refrigerante disminuía debido a la menor cantidad de energía que se suministraba a la mitad de las bombas de refrigerante, la temperatura aumentaba y la cantidad de vapor dentro del núcleo aumentaba. Aumentaron los neutrones dentro del núcleo, produciendo una retroalimentación positiva aumentando rápidamente la potencia. Los análisis posteriores sugieren que los niveles de potencia alcanzaron más de 100 veces el nivel de potencia nominal, alrededor de 300,000 MWt contra 3,140 MW (US NRC, 1987).

La primera reacción de los operadores fue insertar barras de control en el núcleo para disminuir la potencia. Sin embargo, las puntas de las varillas de control del RBMK estaban hechas de grafito; fueron diseñados para empujar el agua lejos de la varilla a medida que descendían al núcleo (IAEA, 1992). El grafito no es un absorbente de neutrones, sino que es un excelente moderador de neutrones.

Debido a que las barras de control en el reactor de Chernobyl habían sido retiradas completamente del núcleo, cuando empezaron a bajar, las puntas de grafito en lugar de absorber los neutrones y ralentizar la reacción, moderaron los neutrones y les facilitaron la fisión.

Los vacíos de vapor y el moderador de grafito adicional generaron un gran aumento en la potencia del núcleo. La mayor parte del núcleo alcanzó niveles al menos 100 veces mayores que la potencia máxima (US NRC, 1987).

El enorme aumento de potencia duró menos de 30 s, pero produjo una gran destrucción dentro del núcleo. Los grandes picos de energía, presión y temperatura causaron la rotura de los tubos de presión, del revestimiento del combustible y la exposición de los gránulos de combustible. El agua líquida adicional de la tubería se vaporizó rápidamente, aumentó la presión del reactor más, y eliminó una cantidad significativa de agua líquida que absorbe neutrones.

La alta presión y altas temperaturas condujo rápidamente a una explosión de vapor catastrófica. Si hubiera habido una estructura de contención, los efectos de la explosión se habrían mitigado al menos parcialmente. La fuerza de la explosión de vapor desplazó la estructura del escudo superior y eyectó grandes cantidades de combustible, vapor, revestimiento y grafito del núcleo (US NRC, 1987). También hizo volar el lado del reactor y envió grafito, combustible y revestimiento a temperatura alta fuera de la sala del reactor. Se incendió el techo del edificio adyacente de la turbina. Finalmente, el revestimiento del combustible reaccionó con el vapor generando hidrógeno.

La primera respuesta del personal de la planta fue iniciar el enfriamiento del núcleo a través de las bombas de agua de alimentación auxiliar y de emergencia. Sin embargo, debido a la gravedad del daño del reactor, esta agua no fue efectiva para enfriar las partes restantes del reactor. En cambio, el agua simplemente fluyó a los niveles inferiores del compartimento del reactor. Los operadores terminaron esta inyección de agua después de 12 h, cuando se hizo evidente que no estaba teniendo ningún efecto y estaba afectando a otras unidades en el sitio.

Los departamentos de bomberos de la planta y locales respondieron de inmediato. Además del fuego y escombros, existía un peligro mucho mayor en forma de emisiones radiactivas no contenidas. Grandes cantidades de radiación emanaban de los fragmentos de combustible y materiales del núcleo diseminados por el área.

Un total de 28 personas murieron como resultado directo de su trabajo de emergencia en el sitio de Chernobyl (IAEA, 1991). Dos miembros del personal de la planta murieron por quemaduras o fueron golpeados por escombros que cayeron y 26 restantes murieron las siguientes semanas por la exposición a la radiación que habían recibido.

Alrededor de 220,000 habitantes locales fueron reubicados debido a la contaminación liberada por la planta. Una cantidad significativa de la radiación se liberó en forma de gas yodado. El yodo está concentrado por la glándula tiroides. Para 2005, se habían identificado más de 6000 casos de cáncer de tiroides en residentes que habían sido niños o adolescentes en el momento del accidente de Chernobyl (United Nations Scientific Committee on the effects of atomic radiation, 2012).

Para el segundo día después del accidente. Se emplearon helicópteros para arrojar material desde aire al reactor. Esto fue posible porque la explosión había arrancado el techo de la sala del reactor, exponiendo el reactor desde arriba. Los materiales arrojados incluían boro, plomo, dolomita y arena.

El boro proporcionó material absorbente de neutrones para garantizar que el reactor permaneciera subcrítico, un paso importante dado el desplazamiento a gran escala del combustible debido al accidente. El plomo proporcionó un medio para absorber el calor y proporcionar protección contra la radiación, así como fundirse y resolidificarse, lo que crearía una barrera sólida contra la liberación de radiación adicional. La dolomita y la arena estaban destinadas a absorber el calor, evitar que el aire contribuyera a los incendios dentro del núcleo y también proporcionar protección contra la radiación adicional.

Las primeras acciones en helicóptero se hicieron desde un vuelo estacionario, pero rápidamente se hizo evidente que los pilotos estaban expuestos a niveles significativos de radiación mientras estaban tan cerca del reactor (US NRC, 1987). La técnica se ajustó para que los helicópteros dejaran caer su carga mientras volaban por la zona. Aunque esta fue una técnica mucho más segura para los pilotos, era menos precisa. A pesar de los desafíos, al final de las operaciones de helicópteros el 2 de mayo, se habían arrojado cerca de 5000 toneladas de material en la cavidad del reactor (US NRC, 1987).

El efecto inmediato del material depositado fue útil, pero tuvo un efecto negativo a largo plazo. Actuó como una manta térmica no deseada y retuvo el calor de decaimiento del reactor en la cavidad del reactor. Se produjo un aumento en las emisiones radiactivas en la segunda semana después del accidente, ya que la temperatura del reactor aumentó a partir del calor de decaimiento.

Mientras las operaciones con helicópteros estaban en marcha, un grupo de ingenieros estaba haciendo túneles debajo del reactor (US NRC, 1987). El túnel se usó para reforzar el reactor dañado y la gran masa de material adicional cayó como protección. Las vigas de acero y hormigón reforzaron el área debajo del reactor.

Los túneles también se usaron para eliminar los depósitos de supresión de agua que formaban parte del diseño del reactor. Estaban preocupados de que el

movimiento del núcleo del reactor pudiera hacer que entrara en contacto con estas piscinas. Si esto sucediera, podría ocurrir otra explosión de vapor y aumentar el daño y las emisiones radioactivas. Los túneles también proporcionaron un medio para enfriar los restos del reactor y eliminar el calor de decaimiento. Gas nitrógeno (que no es reactivo) fue bombeado a través de los túneles hacia el área del reactor para ayudar a reducir las posibilidades de incendio en el grafito caliente.

La construcción de un sarcófago se convirtió en una solución a más largo plazo para evitar que la radiación se filtre de la Unidad 4 de Chernobyl (US NRC, 1987). La intención era construir una gran estructura de metal y hormigón para sepultar con eficacia el reactor. El sarcófago se completó 7 meses después del accidente. Sin embargo, su construcción apresurada junto con los desafíos extremos de construir una estructura tan grande cerca de una fuente de radiación de gran alcance, significaba que tenía varias deficiencias. Lo más significativo es que el sarcófago nunca fue un recinto completamente sellado, y el tamaño de las aberturas ha aumentado a lo largo de los años. Además, fue diseñado originalmente para durar 20-30 años; un pensamiento aleccionador considerando que ahora han pasado 30 años desde el accidente.

1.2.4. Fukushima Daiichi

Los seis reactores Fukushima Daiichi eran del tipo Reactor de agua en ebullición (BWR, por sus siglas en inglés), pero variaban en tamaño del núcleo, potencia de salida y detalles del diseño de su sistema de seguridad. Las plantas eran comparables a otras centrales nucleares japonesas y tenían diseños y características de seguridad similares a las plantas que se encuentran en otros países.

El principal problema con el sitio de Fukushima Daiichi era simplemente una cuestión de ubicación. La central nuclear se encontraba a sólo 160 km de distancia del epicentro del Gran Terremoto del Este de Japón del 11 de marzo de 2011 (también conocido como el Terremoto de Tohoku).

Fukushima Daiichi fue construido para resistir los efectos del terremoto y tsunami máximos previstos para su ubicación (sísmicamente activa). Para Fukushima Daiichi, este fue un terremoto de magnitud 8.9 en la escala de Richter y originalmente un tsunami de 4.2 m de altura; la planta se modificó más tarde para soportar un tsunami de 5.7 m (Acton & Hibbs, 2012).

Lamentablemente, el evento de 2011 superó en gran medida estos niveles. El Gran Terremoto del Este de Japón midió 9.0 en la escala de Richter, y generó un tsunami de 13 m en el sitio de Fukushima Daiichi.

El terremoto y tsunami no ocurrieron simultáneamente. El terremoto golpeó primero, seguido por el tsunami minutos después. El terremoto deshabilitó todas las líneas de alta tensión de corriente alterna (CA) que suministran electricidad al sitio de Fukushima Daiichi. Los generadores eléctricos de reserva alimentados por diesel se activaron rápidamente y permitieron que todos los sistemas de seguridad funcionaran según lo diseñado.

Si el terremoto hubiera sido el único desafío que enfrentara la planta, los reactores se habrían estabilizado casi con certeza. Sin embargo, 50 minutos después del terremoto, la situación empeoró cuando el tsunami masivo generado por el terremoto golpeó el sitio. Esta ola superó fácilmente el dique defensivo de 5.7 m de Fukushima (Sekimura, 2011) e inundó todas las áreas bajas de la planta, incluidas las áreas del sótano que contenían la mayoría de los generadores eléctricos de respaldo. El efecto combinado del terremoto y el tsunami produjo una pérdida total de energía eléctrica en la planta.

Aunque el accidente de Chernobyl liberó entre seis y diez veces más material radioactivo, la potencia generadora total de las seis plantas de Fukushima Daiichi fue casi cinco veces superior a los 1000 MW que se perdieron inmediatamente en la Unidad 4 de Chernobyl. Por lo tanto, se puede considerar más alto el costo económico del accidente de Fukushima. (Steinhauser, Brandl, & Johnson, 2014)

Cada uno de los seis reactores de Fukushima experimentó sus propios eventos durante el desastre de 2011. Las Unidades 1, 3 y 4 sufrieron explosiones de hidrógeno y fusión de núcleo. Las Unidades 5 y 6 sobrevivieron al evento más o menos intactas. Las diferencias en la construcción de los reactores, específicamente la ubicación física de los generadores diesel de respaldo para cada unidad, contribuyeron significativamente a la vulnerabilidad general de las diversas unidades. Las unidades 5 y 6 no estaban funcionando en el momento del terremoto.

En el momento del desastre, las seis unidades en el sitio se encontraban en diferentes etapas de operación. Las unidades 1, 2 y 3 funcionaban normalmente. Las unidades 4-6 se encontraban en estados de apagado en frío, lo que significa que sus barras de control se insertaron completamente y su temperatura central por se encontraba por debajo de los 90 °C. La Unidad 4 también eliminó toda su carga de combustible del grupo de combustible gastado.

La Unidad 5 estaba realizando controles de presión en la RPV, contenía una carga completa de combustible, y su temperatura era de aproximadamente 90 °C, muy por debajo de su temperatura de funcionamiento de casi 300 °C. La Unidad 6 tenía una carga completa de combustible, y estaba a una temperatura ligeramente por encima del ambiente. Debido a que las Unidades 5 y 6 no estaban en pleno estado operativo, sus elementos de combustible estaban a una temperatura mucho más baja, y su carga de calor de decaimiento fue significativamente menor que las Unidades 1-3. La Unidad 4 se cerró más recientemente que las Unidades 5 y 6 y aún retuvo un calor de decaimiento significativo.

La combinación de menor temperatura inicial y menos calor de decaimiento proporcionó al personal de la estación de las Unidades 5 y 6 mucho más tiempo (días) para responder a los desafíos del terremoto y el tsunami, antes de que el combustible alcanzara su punto de fusión (Sekimura, 2011).

El viernes 11 de marzo de 2011, a las 2:46 p.m., ocurrió el Gran Terremoto de Tohoku. En su epicentro, el terremoto midió 9.0 en la escala de Richter, convirtiéndolo en el terremoto más poderoso que se haya registrado en Japón. En el sitio de la planta, el terremoto desencadenó un golpe devastador de uno a dos sacudidas y deformaciones enérgicas del terreno, seguidas de cerca de 50 minutos más tarde por un tsunami de 14 m (Sekimura, 2011).

Estos dos eventos combinados, pero distintos (el terremoto y el tsunami) causaron formas separadas de daño a la planta de energía. El terremoto derribó todas las líneas de energía de CA que normalmente enviaban energía desde el sitio nuclear a la red. Estas mismas líneas de alimentación de CA proporcionaron energía para suministrar equipos cuando las plantas estaban desconectadas. Luego, el tsunami inundó el sitio de la planta, aniquilando los generadores de respaldo, y provocando la falta completa de energía de cuatro de los seis reactores.

Cuando ocurrió el terremoto, las Unidades 1-3 se apagaron automáticamente. El movimiento de tierra local excedió su límite para una operación segura y activó su secuencia de apagado automático. Aunque ya no funcionaban, todavía tenían un calor de decaimiento significativo por eliminar. Debido a que estas tres unidades acababan de detener su proceso de fisión, su carga de calor de decaimiento era muy alta. En el primer segundo después de la parada, sus cargas de calor eran casi el 7% de la potencia máxima. La gran disparidad de potencia del núcleo entre la Unidad 1 (1380 MW) y las Unidades 2 y 3 (2381 MW) significó que el calor de decaimiento en las Unidades 2 y 3 era casi el doble del valor de la Unidad 1.

Las unidades 4-6 no estaban funcionando en el momento del terremoto y tenían cargas de calor mucho más bajas para disiparse. La carga de calor de decaimiento presente en la Unidad 4 provino únicamente de su combustible gastado, que se encontraba fuera de la contención. Sin embargo, debido a que toda su carga central de combustible había sido operada recientemente, la carga térmica era mucho más alta que la media. Las unidades 5 y 6 estaban en corte, pero todavía tenían carga de combustible en sus núcleos (TEPCo, 2011).

Cuando golpeó el tsunami, 8 de los generadores diesel en el sitio de Fukushima, incluidos todos los diseñados para las unidades 1-4, se volvieron inoperables debido a inundaciones de agua de mar (Sekimura, 2011). El agua entró en sus recintos y cortocircuitó todas sus conexiones eléctricas. Los generadores diesel para las Unidades 5 y 6 se encontraban a una elevación ligeramente más alta, sin embargo perdieron la mayor parte de su energía de respaldo.

Los motores diésel de las Unidades 5 y 6 no se inundaron, pero todas las bombas para su enfriamiento fueron inundadas por el tsunami. Por lo tanto, aunque los generadores de respaldo de las unidades 5 y 6 aún estaban operativos, la pérdida de las conexiones de agua refrigerante significaba que no podían ser utilizados.

Solo un generador diesel de la Unidad 6 era refrigerado por aire en lugar de agua y por lo tanto permaneció funcional. Esta fuente de alimentación también se conectó eléctricamente a la Unidad 5, por lo que también fue capaz de proporcionar energía a los sistemas de emergencia en esa unidad. Esta única fuente de alimentación de respaldo actuó como la línea que suministró energía para instrumentación, bombas y luces para las Unidades 5 y 6 (Corrice, 2012).

Independientemente de si tenían electricidad o no, las líneas de refrigerante y las bombas, que conectaban los seis reactores con el Océano Pacífico, fueron destruidas. Por lo tanto, las seis unidades se desconectaron de su último sumidero de calor y no pudieron eliminar eficazmente su calor de decaimiento.

La gran carga de calor en las Unidades 1-3, junto con la pérdida completa de energía y el acceso a su último sumidero de calor, condujo a la pérdida total de estas unidades. La pérdida completa de energía de CA, la eventual pérdida de potencia de corriente continua (CC) para la instrumentación, la oscuridad nocturna y los importantes daños físicos producidos por el tsunami impidieron que los empleados protegieran las Unidades 1-3 (Corrice, 2012).

Se cree que una cantidad significativa del combustible se derritió en las tres unidades, y que el combustible fundido traspasó la RPV en la Unidad 1. Mientras que la pérdida del último sumidero de calor produjo un aumento en la temperatura del combustible en las RPV de las unidades 5 y 6, y en el combustible gastado; el que hubiese energía de CA permitió evitar la fusión del combustible y la liberación de radiación.

Durante los primeros 8 días después del terremoto, se pudo mantener la integridad de las RPVs de las unidades 5 y 6 y los conjuntos de combustible de la piscina de combustible gastado se enfriaron inyectando agua fría adicional y retirando agua caliente. Una reconexión con el Océano Pacífico como el último sumidero de calor se logró en el octavo día.

Además de destruir los generadores de respaldo, el tsunami también interrumpió o destruyó líneas de refrigerante, líneas de suministro de combustible, etc. Por lo tanto, para que la planta sobreviva al evento de 2011, los generadores diesel no sólo necesitarían colocarse a mayor altura. Los servicios de soporte (sistemas de enfriamiento, suministro de combustible, sistemas de lubricación) también habrían tenido que ser reforzados o elevados.

El accidente fue considerado inicialmente de nivel 4 en Escala INES. Aunque en los días siguientes la situación se agravó y el accidente nuclear acabó alcanzando el nivel 7, el mismo que el accidente de la central nuclear de Chernobyl.

1.3. Revisión bibliográfica

El estudio de estos casos reales de AS ha resultado en un programa de investigación y evaluación de operación para la prevención y mitigación de AS los cuales pueden liberar cantidades significativas de radiactividad al ambiente.

La RPV en los reactores de agua ligera (LWR, por sus siglas en inglés) es un componente clave para la operación segura de una central nuclear. Sin embargo, durante un AS esta podría fallar y en última instancia, podrían dar lugar a una pérdida de integridad de la contención, así como el riesgo de liberación de grandes cantidades de material radiactivo fuera del recinto de contención, después de una explosión química por altas concentraciones de hidrógeno.

Para evitar las liberaciones de material radioactivo al ambiente es importante mantener la integridad de la RPV, es necesario entender los fenómenos que ocurren durante la interacción entre el núcleo fundido, el refrigerante remanente y la RPV para establecer una correcta refrigeración y así evitar la falla de la vasija.

Sin embargo, la interacción entre la vasija, el lecho de escombros y el refrigerante produce vapor de agua y la liberación de gases, los cuales conducen a un aumento lento y progresivo de la presión de la RPV, que con el tiempo podría provocar el fallo de la misma (Espinosa-Paredes, Batet, & Núñez-Carrera, 2012a).

Las altas temperaturas en el interior de la vasija generan vapor de agua sobrecalentado, el cual al interactuar con el revestimiento del combustible, que está elaborado de zirconio, puede reaccionar generando óxido de zircaloy e hidrógeno. Este suceso se explica con mayor detalle en el capítulo 2, sección 2.2.

La presencia de hidrógeno dentro de la vasija del reactor, en un ambiente de alta temperatura puede generar una fuerte explosión química que como consecuencia puede dañar la RPV permitiendo la liberación de material radioactivo.

Los programas orientados a desarrollar Lineamientos para el Manejo de Accidentes Severos (SAMS, por sus siglas en inglés) tienen el objetivo de identificar un conjunto limitado de estrategias que sean capaces de mitigar los efectos radiológicos y las consecuencias de los AS. Los SAMS se centran en la protección de las diferentes barreras para retener los productos de fisión y la radiación. Estas guías están respaldadas por programas de investigación y simulaciones computacionales. Uno de los objetivos de este trabajo es proporcionar una mejor comprensión de la transferencia de calor durante un AS con el fin de proporcionar información que pudieran ayudar a mejorar estas guías.

A continuación se muestra una revisión bibliográfica de algunos de los principales estudios e investigaciones que se han llevado a cabo por la comunidad científica en el campo de los AS en centrales nucleoelectricas.

Las operaciones de seguridad de las centrales nucleares son esenciales y, por lo tanto, las normas de seguridad se revisan continuamente y se actualizan a medida que se realizan nuevos desarrollos e investigaciones. Aunque se han realizado análisis e investigaciones de AS a lo largo de la evolución de la industria nuclear, no es posible considerar todos los escenarios posibles (Espinosa-Paredes et al, 2012a). Se necesitan análisis adecuados para todas las fases de los accidentes severos a fin de mantener o mejorar los márgenes de seguridad.

Durante un AS en un BWR, la oxidación crítica de los componentes de Zircaloy en el núcleo por vapor tiene una contribución importante en la degradación del núcleo (Olander, 1994).

Erbacher y Leistikow reportaron una revisión del comportamiento del revestimiento de combustible Zry-4 en un LOCA, estudiaron las reacciones químicas entre el revestimiento de aleación de zirconio y el vapor a alta temperatura. (Erbacher & Leistikow, 1985)

El sobrecalentamiento de los elementos de combustible en un BWR causado por un LOCA o un transitorio operacional, podría provocar una reacción química violenta entre el revestimiento y el vapor. Durante una pérdida total de energía eléctrica (SBO, por sus siglas en inglés) con pérdida de enfriamiento con una tasa de calentamiento típica, la alimentación de agua puede provocar la oxidación acelerada del revestimiento Zry-4 y un aumento significativo en la producción de hidrógeno y la licuefacción acelerada y la caída de $\{U-Zr\} - O_2$ (Allison et al, 2012).

La oxidación es una reacción exotérmica con una gran liberación de calor, en condiciones de accidente a alta temperatura, y determina la producción de hidrógeno y la degradación del revestimiento del combustible. En las últimas dos décadas se ha visto un mayor interés en este fenómeno durante un hipotético AS y se intensificó por el accidente de Fukushima. (Fichot et al, 2004)

Durante un AS, la base de diseño de la central nuclear se excede lo suficiente como para causar fallas en las estructuras, los materiales y los sistemas, debido a daños en el núcleo y la producción de hidrógeno, los productos de fisión liberados y el lecho de escombros. En este sentido, es necesario comprender completamente la progresión del daño al núcleo, puesto que la acción de mitigación tiene efectos decisivos en la progresión del accidente (Espinosa-Paredes et al, 2012)

Los experimentos han demostrado que la ruptura del combustible no bloquea el flujo de vapor, pero se generan nuevos caminos que reducen el flujo en el núcleo. La temperatura del combustible aumenta y la mayor parte del hidrógeno generado en el accidente ocurre durante esta etapa inicial. A temperaturas intermedias (2033 K y 2273 K), si el espesor de la capa de óxido es suficientemente grande, retendrá el óxido de Zr en el metal fundido, lo que evitará la caída por gravedad y permanecerá en contacto con los gránulos de dióxido de uranio (UO_2) que permanecerán hasta que la capa externa de óxido pierde su fuerza debido a su disolución por Zr fundido o debido a una falla mecánica o porque alcanza la temperatura de fusión (2963 K) del ZrO_2 (Li & Ma, 2011).

Cuando el revestimiento de la varilla de combustible se ha desintegrado, los gránulos de combustible se colapsan y forman un lecho de desechos, que es difícil de enfriar debido a la ruta de flujo compleja entre los fragmentos sólidos. Entonces el lecho de escombros no se puede enfriar y la temperatura sube hasta el punto de fusión del combustible y una gran masa de los elementos derretidos crece a través del núcleo, y finalmente se traslada al pleno inferior (Li & Ma, 2011).

El IRSN (Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire) desarrolló un análisis de pruebas de efectos separados a alta temperatura en experimentos donde la reacción de oxidación de Zry desempeñaba un papel dominante para el código ICARE / CATHARE y se usó para validar la correlación a temperaturas altas. El modelado físico proporcionado por el código incluye una descripción detallada de las características específicas de las interacciones químicas entre el revestimiento de la barra de combustible y el vapor. En particular, las velocidades de reacción son moderadas por dos efectos: coberturas de vapor durante el crecimiento de capas delgadas de óxido y la transición a la oxidación de la fase después del consumo total del revestimiento primario. Este estudio muestra la importancia de utilizar una descripción precisa de los fenómenos de oxidación de Zry en los códigos de AS para reducir las incertidumbres asociadas a los cálculos. (Fichot et al, 2004)

Enfocado en los estudios experimentales, se evalúa la información disponible sobre la cinética de oxidación a alta temperatura de Zry. Se muestra la importancia de los códigos de AS con una descripción detallada de la cinética de oxidación de Zry en el rango de altas temperaturas y en la región de transición. (Schanz et al, 2004)

Se realizó un análisis comparativo con los resultados de la prueba del código QUENCH-10 (Q-10), que incluyó una fase de aire. Los datos cinéticos en línea se obtienen en un segmento de tubo de un centímetro mediante termogravimetría o mediante espectrometría de masas. Los tubos tapados de 15 cm de largo también se investigaron. Las muestras se oxidan con aire, antes o después de la oxidación previa en vapor. Las pruebas analíticas a temperatura y composición de gases

constantes proporcionan datos cinéticos básicos, mientras que los transitorios de temperatura y las composiciones de gases secuenciales también se investigaron con más prototipos. Los dominios de temperatura se extienden desde 600 °C hasta 1500 °C. Las inspecciones metalográficas sistemáticas posteriores a la prueba muestran cómo los datos contribuyen a una mejor comprensión del proceso de degradación del revestimiento, especialmente con respecto al papel del nitrógeno. (Duriez et al, 2009)

El mecanismo de la reacción entre Zircaloy-4 y el aire a temperaturas de 800 a 1500°C fue estudiado por Steinbrück (2009). El programa experimental tenía como objetivo determinar la fenomenología de la reacción entre el Zircaloy y el aire e investigar el efecto del aire en las condiciones del prototipo (a 800, 1000, 1200 y 1400°C utilizando el equilibrio térmico) con la entrada de aire durante un hipotético AS a temperaturas entre 800 y 1500°C. También se tomaron en consideración las atmósferas de aire mezclado (nitrógeno) y la preoxidación. La oxidación en el aire y en las atmósferas que contienen nitrógeno conduce a una degradación importante del material de revestimiento. El mecanismo principal es la formación de nitruro de zirconio y su reoxidación. La preoxidación en vapor previene el efecto del aire siempre que la capa de óxido esté intacta. En condiciones de falta de vapor/oxígeno, la capa de óxido se reduce y tiene lugar una importante formación de nitruro. En todas las demás condiciones, se debe aplicar una cinética de reacción de velocidad lineal. (Steinbrück, 2009)

Los estudios mostraron que la oxidación de Zry-4 por aire tiene similitudes con la oxidación en el vapor debido al oxígeno, con lo que se tiene una pareja de reacciones comunes y también diferencias importantes. El calor exotérmico liberado durante la oxidación del aire es alrededor de 1.8 veces mayor que con el vapor, lo que provoca una temperatura más alta. (Beuzet et al, 2011)

Los principales resultados obtenidos con el código MAAP4.07 para QUENCH-10 para optimizar los cambios en el código para aplicaciones de reactores con atmósferas complejas, así como el efecto de una mezcla de vapor / oxígeno, son tratados por Beuzet et al. (2011). En ese trabajo, se establecen correlaciones de ganancia de peso, y la mayoría de ellas son parabólicas. La transición de separación se basa en la temperatura de cambio de fase de zirconio o en una ganancia de peso crítica debido a la capa de óxido.

Se obtuvieron otras correlaciones de la oxidación del revestimiento de aleación de zirconio en vapor a alta temperatura. Comparando varias relaciones existentes de la reacción de oxidación de la aleación de zirconio en el vapor a alta temperatura, incluida la relación avanzada de ajuste a alta temperatura, y verificando su aplicabilidad mediante experimentos de oxidación del tubo de revestimiento Zr-4 en un PWR; para ello se realizó una comparación de las mejores correlaciones ajustadas con otras correlaciones con el fin de probar su precisión de cálculo. Se encontró una buena combinación de correlaciones aplicadas en el cálculo por comparación y evaluación de las correlaciones de cinética de oxidación de Zry existentes dentro del experimento de oxidación con tubo de revestimiento Zr-4. (Shi & Cao, 2011)

Una revisión del comportamiento del revestimiento de combustible de Zry-4 en un LOCA estudió las reacciones químicas entre el revestimiento de aleación de zirconio del reactor y el vapor a alta temperatura. La interacción entre la termohidráulica y la deformación del revestimiento y el enfriamiento del núcleo de emergencia de los ensambles de combustible deformados en un LOCA son principalmente específicos para los Reactores de Agua a Presión (PWR, por sus siglas en inglés), pero la mayoría de la base de datos también es aplicable a los reactores de agua en ebullición (BWR). Sin embargo, la aplicabilidad necesita evaluarse en detalle bajo las secuencias de accidentes y las condiciones de un BWR que son diferentes a un PWR y pueden dar como resultado menores temperaturas de pico de revestimiento y, en consecuencia, menor oxidación y deformación del revestimiento. La

conclusión es que los principales mecanismos y consecuencias de la oxidación, la deformación y el enfriamiento central de emergencia se investigan para proporcionar una base de datos confiable para evaluaciones de seguridad y licencias de reactores de agua ligera (LWR, por sus siglas en inglés). Los datos de prueba demuestran que la capacidad de los criterios de los Sistemas de enfriamiento de emergencia (ECCS, por sus siglas en inglés) es conservadora y que la capacidad de recuperación de un LWR se puede mantener en un LOCA. (Erbacher & Leistikow, 1985)

La evaluación preliminar de los posibles estados de daño del núcleo de un BWR para los escenarios de Fukushima Daiichi utilizando el código RELAP/SCDAPSIM se realizó inmediatamente después del accidente. Innovative Systems Software (ISS) y otros miembros del Programa Internacional de Desarrollo y Capacitación (SCDAP) comenzaron una evaluación de los posibles estados de daño de núcleo de las Unidades 1-3 de Fukushima Daiichi. La evaluación se realizó mediante RELAP/SCDAPSIM. Los cálculos utilizaron un modelo en RELAP/SCDAPSIM de la Central Nuclear de Laguna Verde (CNLV). Los modelos de la CNLV fueron proporcionados por la Comisión Nacional de Seguridad Nuclear y Salvaguardias (CNSNS), la autoridad reguladora nuclear de México. El análisis de escenarios realistas como el SBO puede proporcionar una guía general de tiempos de eventos importantes como descubrimiento del núcleo, pérdida de barras de control, fusión de combustible y caída de material fundido al pleno inferior, y posibles consecuencias como generación de hidrógeno. Los estudios muestran que las respuestas al AS una vez que está en marcha pueden marcar una diferencia significativa en las consecuencias del accidente. (Allison et al, 2012)

Debido a la importancia de un AS, la investigación europea sobre accidentes graves en las centrales nucleares de la generación II y III continuará con la transferencia de conocimientos a las generaciones más jóvenes a través de las conferencias internacionales periódicas de las reuniones de revisión europea sobre investigación de AS (ERMSAR, por sus siglas en inglés) con cursos educativos y delegaciones

en laboratorios. El código computacional integral ASTEC (Código de evaluación de accidentes), desarrollado conjuntamente por el instituto francés IRSN (Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire) y el GRS alemán (Global Research for Safety) para predecir el comportamiento de centrales nucleares en escenarios de AS, capitaliza en términos de modelos el conocimiento producido en la red. (Van Dorsselaere et al, 2012)

Una simulación de un LOCA en el BWR en la CNLV al 105% de la potencia nominal se analizó utilizando el código RELAP/SCDAPSIM. La falta de agua de refrigeración después del LOCA lleva a la fusión del núcleo que excede la base de diseño lo suficiente como para causar fallas en las estructuras, materiales y sistemas necesarios para garantizar el enfriamiento adecuado del núcleo del reactor por medios normales. Ante un AS, la primera respuesta es mantener el enfriamiento del núcleo del reactor por cualquier medio disponible, pero para llevar a cabo tal intento es necesario comprender completamente la progresión del daño del núcleo, puesto que tal acción tiene efectos que pueden ser decisivos en progresión de accidente. La simulación considera un LOCA en el circuito de recirculación del reactor con y sin inyección de agua de refrigeración. Durante la progresión del daño al núcleo, se analizó la inyección de agua de refrigeración en diferentes momentos y los resultados muestran que existen diferencias significativas en el nivel de daño al núcleo y la producción de hidrógeno, entre otras variables analizadas. La energía acumulada y generada por diferentes procesos tales como reacciones químicas es un indicador de que el tiempo de inyección es crucial debido a que las zonas en la región del núcleo no son posibles de enfriar, al menos en el tiempo del orden de horas. (Espinosa-Paredes et al, 2012)

El marco básico descrito por Martin (2012) extiende la estrategia descendente y ascendente descrita en la Guía Regulatoria de la Comisión Nuclear de Regulación de los Estados Unidos (NRC) 1.203 ("Métodos de análisis de transitorios y accidentes", Revisión 0, diciembre de 2005) para un AS en las evaluaciones que abordan las expectativas de la NRC de los Estados Unidos para aplicaciones de

certificación de diseño de plantas. Los objetivos de seguridad se traducen en medidas de análisis, se caracterizan las incertidumbres de proceso y fenomenológicas, y los cálculos se diseñan para demostrar la integridad del diseño en términos del dominio de posibilidades esperado. Si bien los principales componentes de la ingeniería de AS son los programas de pruebas acreditados y los métodos analíticos correspondientes, la identificación de los análisis necesarios involucra conocimientos de ingeniería que combinan regulación, experiencia industrial, comprensión fundamental de fenómenos de accidentes térmico-hidráulicos y severos, y factores de riesgo/consecuencia. Esta metodología de evaluación de la resolución de problemas de seguridad se aplicó en EE. UU. Los resultados confirmaron la adecuación de los diseños para abordar los principales criterios de aceptación. La conclusión es que el enfoque para revisar el estado de una planta nuclear durante un AS es sistemático, completo, y comprensible y proporcionará suficiente información para la resolución de problemas graves de seguridad en accidentes. (Martin, 2012)

Se presentó una simulación hipotética de un LOCA con SBO y sin inyección de agua de refrigeración con la propuesta de evaluar la distribución de temperatura y el calentamiento de la parte inferior de la RPV. El código SCDAPSIM/RELAP5 3.2 se usó para construir el modelo del BWR y realizar la simulación numérica. SCDAPSIM / RELAP5 con la opción de caída de corium definida por el usuario, no informa ningún problema en la simulación de un LOCA a largo plazo; por lo tanto, la conclusión principal es que para la simulación a largo plazo donde se debe observar la degradación del pleno inferior de la RPV, se recomienda el uso del código COUPLE bajo esta opción. (Nuñez-Carrera et al, 2012)

Se realizó el análisis numérico de la transferencia de calor y masa durante la generación de hidrógeno en una serie de barras de combustible, cada una recubierta con un revestimiento y una corriente de vapor que fluía fuera del combustible como refrigerante. El análisis considera el elemento combustible sin efectos de mitigación (falta de agua refrigerante). El sistema consiste en una celda

unitaria periódica representativa donde se resolvieron los problemas iniciales y de condiciones de frontera para la transferencia de calor y masa. Se encontró que la temperatura es más sensible a los cambios en la distribución inicial que a la velocidad de flujo. Esto se desprende del hecho de que se establece una mayor diferencia de temperatura, promoviendo así la transferencia de calor a lo largo del tiempo. El resultado principal es la predicción de la generación de hidrógeno que se transporta con el vapor de enfriamiento. (Romero-Paredes et al, 2012)

El comportamiento de la evolución temporal de las distribuciones de los perfiles de concentración y temperaturas de hidrógeno en el núcleo de un BWR durante un AS fue estudiado por Valdés-Parada et al. (2013). El núcleo del BWR se considera como un medio heterogéneo donde el conjunto de combustible en el núcleo consiste en conjuntos de varillas de combustible en línea. Las ecuaciones de medio efectivo vigentes para la transferencia de momento, calor y masa en términos de coeficientes de transporte efectivos que capturan las características esenciales del conjunto de varillas en línea se calcularon utilizando el método de Dinámica de Fluidos de Computacional (CFD, por sus siglas en inglés). La dependencia de la evolución del coeficiente adimensional de concentración de hidrógeno y los perfiles de temperatura con los números de Péclet y Biot muestran la capacidad del medio efectivo para describir con precisión los fenómenos de transporte en el BWR durante un AS. Este estudio proporciona resultados que pueden contribuir a la comprensión de los fenómenos de transmisión de calor y transporte de masa, que son necesarios para establecer la progresión del daño al núcleo esencial para desarrollar guías de los AS durante la oxidación de las barras de combustible que propicia la generación de hidrógeno. (Valdés-Parada et al, 2013)

RELAP/SCDAPSIM Mod 3.4 ha sido utilizado por Ortiz-Villafuerte et al. (2013) para simular un SBO en un BWR-5 con un modelo simplificado de pozo húmedo y pozo seco agregado al modelo del Sistema de Suministro de Vapor Nuclear (NSSS, por sus siglas en inglés) para estudiar la respuesta de la contención primaria durante la evolución de este accidente. Se consideró una pérdida de potencia externa (LOOP,

por sus siglas en inglés) como el evento inicial que condujo al AS. Los resultados muestran que el sistema de enfriamiento de aislamiento del núcleo del reactor (RCIC, por sus siglas en inglés) solo puede mantener el núcleo completamente cubierto, pero incluso en este caso se vaporiza aproximadamente el 30% del inventario de agua líquida original en la piscina de supresión de presión (PSP, por sus siglas en inglés). Durante el SBO, sin RCIC, este inventario se reduce aproximadamente un 5% más en 6 horas. Además, se produce un aumento de presión significativo en la contención aproximadamente en el momento en que se produce un aumento brusco de la generación de calor en la RPV debido a la oxidación del revestimiento. La temperatura de falla del revestimiento de combustible también se alcanza en este punto. A medida que progresa el accidente, se pueden alcanzar las condiciones para la ventilación de contención en aproximadamente 9 horas, aunque todavía existe un margen considerable antes de alcanzar la presión de diseño de contención. (Ortiz-Villafuerte et al, 2013)

El impacto de utilizar diferentes valores para el paso de tiempo máximo permitido en código de mejor estimación RELAP/SCDAPSIM MOD3.4 fue investigado por Ortiz-Villafuerte (2016). La simulación de un AS en un BWR con un SBO se llevó a cabo, utilizando las dos versiones diferentes del código, bi7 y bik, corriendo en computadoras que tienen un procesador AMD o de las familias de Intel. Los dos valores para el paso de tiempo máximo permitido fueron 0.1 s y 0.01 s. Los resultados muestran que cambiar el paso del tiempo produce un impacto significativo en los resultados de las simulaciones, tanto cualitativa como cuantitativamente, y particularmente en los resultados de los códigos SCDAP y COUPLE. Los resultados mostraron que el transitorio inicial no dependía de la plataforma empleada en este estudio o de la versión utilizada. Además, la versión es independiente de la plataforma para aplicaciones prácticas de análisis de seguridad BWR, hasta el punto donde alcanza la temperatura máxima en el núcleo del reactor, aunque las reacciones de oxidación química ocurrieron a diferentes velocidades, por lo que se generaron diferentes cantidades de masa de hidrógeno. Los resultados de los códigos SCDAP y COUPLE dependen de la versión del código

y del tipo de procesador. La combinación Intel/RSS34bik produce los resultados más consistentes. (Ortiz-Villafuerte, 2016)

Polo-Labarrios y Espinosa-Paredes (2015) realizaron un estudio comparativo de la generación de hidrógeno y los parámetros asociados en un AS simulado de un apagón de estación a corto plazo (STSBO, por sus siglas en inglés) en un BWR-5 típico con contención Mark-II usando MELCOR (v.1.8.6) y SCDAP / RELAP5 (Mod.3.4) para comprender los fenómenos principales en el evento STSBO a través de la comparación de resultados obtenida de simulaciones con estos códigos. Debido a que el alcance de la simulación de SCDAP / RELAP5 se limita a la falla del límite de presión de la vasija, la comparación se centró en los fenómenos de AS dentro de la RPV; con un interés especial en la presión de la vasija, la ebullición del refrigerante, la temperatura del núcleo y la generación de hidrógeno.

Los resultados muestran que, al comienzo del escenario, ambos códigos presentan un comportamiento termohidráulico similar para la presión y la ebullición del refrigerante, pero durante la reubicación, la presión y el ebullición, presentan diferencias en el tiempo y el orden de magnitud. Ambos códigos predicen en un tiempo similar el comienzo de la caída del material de fusión a la parte inferior. En cuanto a la tasa de producción de hidrógeno, SCDAP / RELAP5 predice un 15.8% menos de producción que MELCOR. (Polo-Labarrios & Espinosa-Paredes, 2015)

Como se observa, desde que ocurrió el accidente de TMI-2, se ha realizado una amplia investigación sobre los AS, que se han concentrado en la progresión de un accidente severo, en donde una cantidad considerable de materiales del núcleo pueden ser reubicados y depositarse en el pleno inferior de la vasija.

También es importante determinar las incertidumbres relacionadas con los fenómenos físicos y químicos que ocurren. Sin embargo, debido a la complejidad de estos fenómenos, aún permanecen algunas incertidumbres sobre la refrigeración del núcleo fundido y la combustión de hidrógeno en la contención. Por otro lado, en

ninguno de los trabajos previos se ha considerado los efectos y consecuencias del enfriamiento del reactor con agua de mar en un escenario de AS, el cual es un tema de interés para la comunidad científica y es el tema de estudio de la investigación que aquí se presenta.

Esta tesis está estructurada de la siguiente manera: el primer capítulo presenta una introducción hacia los accidentes severos; en el capítulo 2 se muestra cómo se lleva a cabo la progresión de daño al núcleo; en el capítulo 3 se expone el modelo matemático que se desarrolló para el estudio de este tema; el cuarto capítulo muestra la solución numérica; en el capítulo 5 se presenta el análisis numérico contemplando los efectos de transferencia de calor por radiación; en el capítulo 6, se muestra un análisis de la difusión anómala empleando calculo fraccional; en el séptimo capítulo, el análisis numérico del modelo completo con enfriamiento de agua de mar y finalmente se muestran los resultados obtenidos y las conclusiones de la investigación.

*“Está bien celebrar el éxito,
pero es más importante tener en cuenta las lecciones del fracaso”.*

Bill Gates

Capítulo 2. Preliminares sobre accidentes severos

En este capítulo se explica detalladamente cómo se lleva a cabo la progresión de daño al núcleo en un reactor del tipo BWR en un escenario de accidente severo en el que se pierde en su totalidad la energía eléctrica y por lo tanto la capacidad de utilizar los sistemas de emergencia. También se considera para este escenario de AS que se tiene un accidente por pérdida de refrigerante, lo que ocasiona un incremento en la temperatura del reactor por calor de decaimiento el cual no puede ser removido eficazmente por la falta de refrigerante.

Se explica de qué manera se lleva a cabo la generación de hidrógeno dentro de la vasija del reactor debido a las interacciones del vapor y las barras de combustible y cómo dicho hidrógeno puede ocasionar una explosión química que dañe la estructura de la vasija del reactor liberando material radiactivo al ambiente.

Finalmente se muestra la metodología de solución del problema planteado en esta tesis doctoral y se presentan los estudios de las principales propiedades termodinámicas y de transporte del agua de mar.

2.1. Progresión de daño al núcleo

Cuando un reactor nuclear es apagado mediante la inserción de las barras de control absorbentes de neutrones, la reacción en cadena se detiene prácticamente de inmediato, sin embargo, se sigue produciendo aproximadamente el 7% de potencia debido al calor de decaimiento, esta fuente de producción de calor se debe principalmente al decaimiento beta de los fragmentos de fisión. El calor de decaimiento debe ser removido por el refrigerante, de lo contrario los elementos combustibles aumentarán su temperatura, lo que ocasionará que sufran daño y finalmente se puedan fusionar total o parcialmente, ocurriendo así un accidente severo (AS).

Los AS en las plantas de energía nuclear son eventos muy poco probables pero con consecuencias graves, como se mostró en el capítulo 1. Como resultado del calor producido por el decaimiento radiactivo, la temperatura del combustible comienza a aumentar, incluso cuando el reactor está apagado si el enfriamiento del núcleo es inadecuado (Todreas & Kazimi, 1990). Este se dañará por sobrecalentamiento y comenzará a liberar elementos radiactivos.

La progresión de daño al núcleo se puede explicar a través de la evolución del AS en el tiempo, o a través de los cambios que se van suscitando en el mismo debido su aumento de temperatura. A continuación se explica la evolución en función del aumento de su temperatura y posteriormente se explica la evolución en el tiempo de la progresión de daño al núcleo.

A la temperatura de 1073 K, comienza el proceso de fusión de la aleación Ag-In-Cd de la barra de control, la aleación fundida es termodinámicamente estable dentro del elemento combustible debido al vapor de presión de la aleación, especialmente debido al cadmio.

La falla del tubo que contiene al combustible causará afectación a la aleación de Zircaloy del elemento combustible. La mezcla líquida de los elementos puede caer por efecto de la gravedad y moverse hacia el núcleo, causando daños en el revestimiento del combustible. Eventualmente, la solidificación puede producir bloqueo en las áreas menos calientes de la región inferior del núcleo.

A temperaturas alrededor de los 1173 K, el zirconio en el revestimiento de los elementos de combustible comienza a reaccionar químicamente con el vapor de agua, que produce hidrógeno y calor de reacción. (Espinosa-Paredes et al, 2012)

Para BWR, el fundido de las barras de control ocurre alrededor de 1500 K, y según el experimento CORA 17, la producción de energía e hidrógeno es mayor que en un PWR debido a que la reacción de vapor con el resto de B_4C , absorbente de las barras de control de un BWR, es más exotérmico por gramo de material que por Zircaloy durante el fenómeno de extinción. (Hagen et al, 1996)

A temperaturas superiores a 1500 K, se acelera el sobrecalentamiento del combustible debido a que la reacción exotérmica de oxidación del zircaloy (Zr) del revestimiento del combustible por los efectos del vapor de agua, comienza a ser importante. Esta reacción es exotérmica y la temperatura y la velocidad de oxidación aumentan; la liberación de energía y la generación de hidrógeno (H_2) se vuelven importantes.

Por otro lado, el calentamiento de los elementos de combustible da como resultado el cambio de las propiedades mecánicas con el consiguiente hinchamiento que puede conducir a la rotura. La deformación se produce debido a la diferencia de presión entre el interior del elemento combustible y la presión del reactor.

El tipo de accidente dependerá de la presión del reactor. La presión interna del elemento de combustible esta en función de la temperatura del combustible en un proceso termodinámico de calentamiento a volumen constante. Las grandes interrupciones en el sistema de enfriamiento primario generan un riesgo mucho mayor de hinchamiento en el elemento de combustible cuando la presión del sistema mencionado anteriormente es casi la atmosférica. El hinchamiento de los elementos de combustible tiene dos principales efectos:

- (1) reducción de la sección de paso del flujo de refrigerante en el núcleo
- (2) dificultad del enfriamiento de ciertas áreas del combustible.

Ambos fenómenos conducen a un mayor aumento de la temperatura y una mayor deformación. Además de la deformación por diferencia de presión, también puede ocurrir debido a la expansión térmica. Otro mecanismo posible es la expansión diferencial de tensión de ruptura entre la capa de óxido y la capa interna de metal. Este último mecanismo puede inducir la rotura del elemento de combustible oxidado incluso sin presión diferencial. La ruptura de las barras de combustible produce que la reacción entre el vapor de agua y el revestimiento aumente dos veces.

Los experimentos han demostrado que la ruptura del combustible no bloquea el flujo de vapor, sino que se desvía al reducir el flujo natural en el núcleo. La temperatura del combustible aumenta y la mayor parte del hidrógeno generado en el accidente ocurre durante esta etapa inicial. (De Boeck, 1997)

A temperaturas intermedias (2033 K y 2273 K), si el espesor de la capa de óxido es suficientemente grande, el óxido retendrá el metal fundido de Zr, lo que evitará la caída por gravedad y permanecerá en contacto con los gránulos de dióxido de uranio (UO_2), la cual permanecerá hasta que la capa exterior de óxido pierda su resistencia debido a su disolución por Zr fundido o debido a una falla mecánica o porque alcance la temperatura de fusión (2963 K) de ZrO_2 .

Si el elemento combustible se ha hinchado previamente, se reducirá la capacidad de contacto con los gránulos, reduciendo así la capacidad de disolución de UO_2 .

En el análisis de accidentes severos, la fenomenología es muy importante porque es capaz de producir temperaturas de licuefacción del combustible nuclear (1000 K) por debajo del punto de fusión del UO_2 (3123K), donde el proceso de interacción es complejo.

A temperaturas superiores a 2873 K se producirá la fusión de los materiales cerámicos UO_2 , ZrO_2 y óxido mixto (U, Zr) O_2 , y la pérdida total de la geometría de la zona afectada.

La progresión de daño al núcleo a través del aumento de la temperatura en el sistema se puede observar más detalladamente en la Figura 2.1.

La progresión de la fundición del núcleo en el interior de la RPV depende fuertemente de las condiciones iniciales del AS (Ahn & Kim , 2003). Sin embargo, la progresión de la fundición del núcleo se puede dividir en dos etapas: la primera etapa es la fundición parcial del material del núcleo y la segunda etapa resulta de una fundición significativa del material del núcleo. La primera etapa implica que al quedar descubierto el núcleo, éste se calienta y hay una fundición parcial de los materiales que ahí se encuentran. Mientras que la segunda etapa, debido a la fundición significativa del núcleo, se caracteriza por la reubicación de los materiales fundidos (combustible, elementos de control, refrigeración, etc.), principalmente en la región central y en el fondo de la vasija del reactor, como se puede observar en la Figura 2.2 (Li & Ma, 2011).

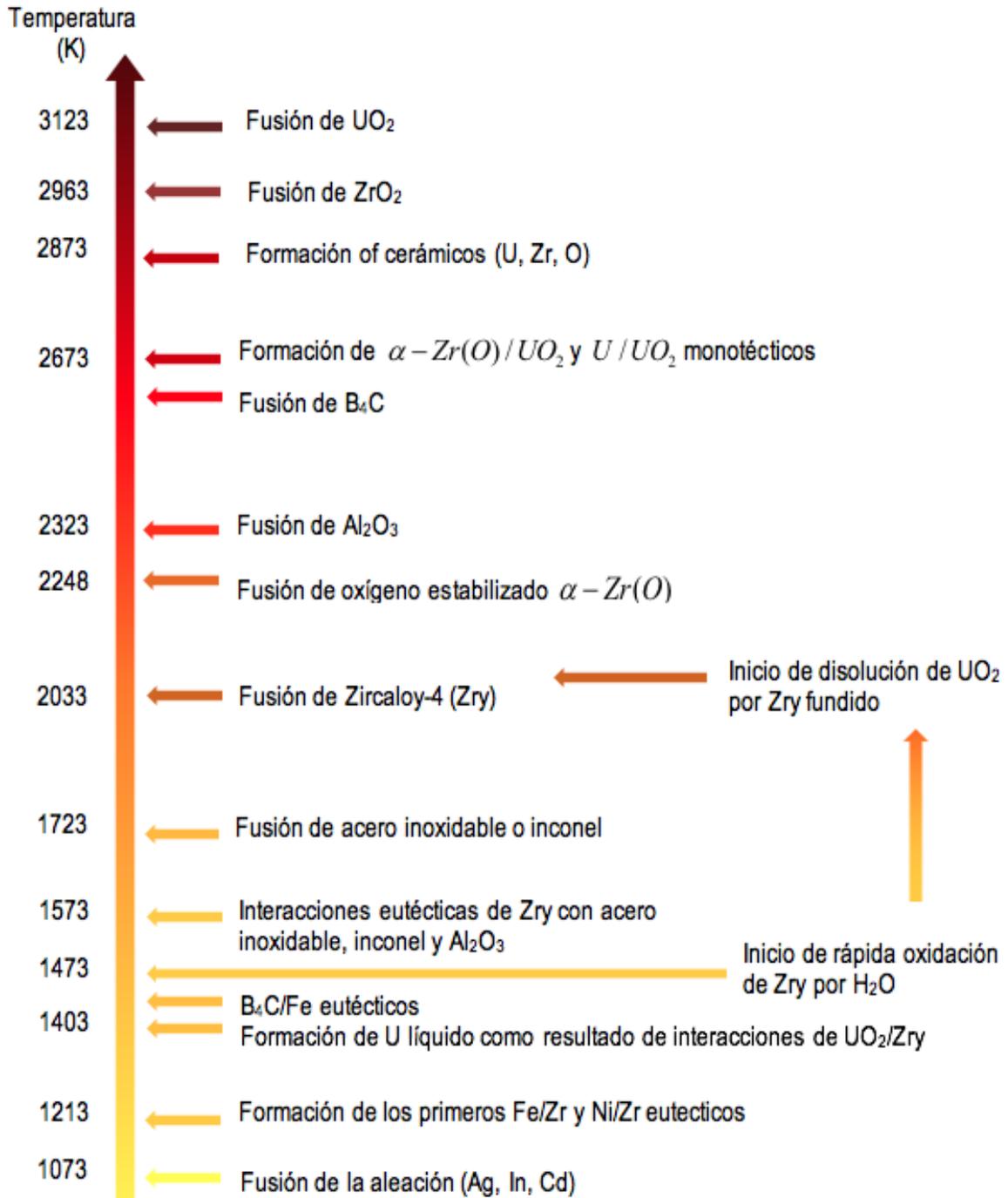


Figura 2.1. Progresión de daño al núcleo (adaptado de Espinosa-Paredes, 2012)

Si los materiales fundidos no se enfriaron en la región del núcleo, el *corium* se reubicará por hundimiento (Figura 2.2a). Existen dos mecanismos para que el material del núcleo se traslade desde el límite original del núcleo hasta el fondo de la vasija: reubicación lateralmente a lo largo de las regiones periféricas del núcleo, como se observó en el accidente de TMI-2 (Wolf, y otros, 1994) y/o reubicación hacia abajo, a través de la falla de la placa inferior del núcleo o de los tubos de penetración, en la Figura 2.2b se observan ambos mecanismos.

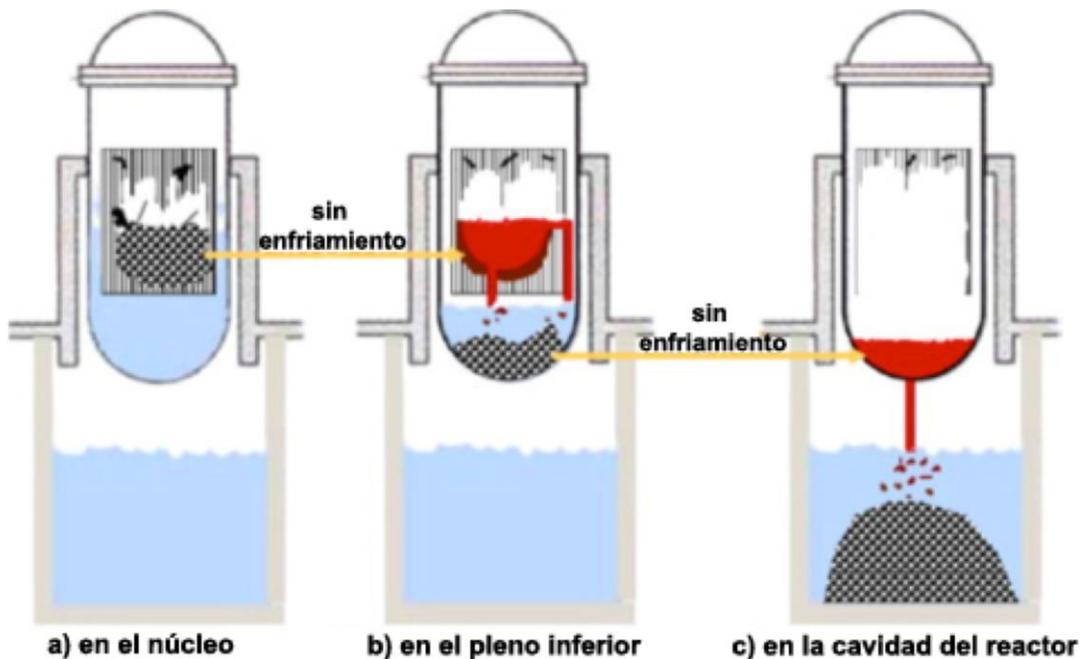


Figura 2.2. Formación del lecho de escombros durante diferentes escenarios de un accidente severo (adaptado de: Li y Ma, 2011).

Por otro lado, hay muchas estructuras que impiden que los materiales fundidos caigan a chorro en la región central del fondo de la vasija. La Figura 2.2c muestra un esquema típico de la falla de la vasija y en consecuencia la reubicación del material del núcleo en la contención primaria. Cuando el *corium* se traslada hacia abajo por la región central, primero se acumulará en la placa soporte del núcleo y finalmente se trasladará a la región del fondo de la vasija, donde seguirá un ataque térmico a la RPV.

La interacción del material fundido con el agua residual en el fondo de la vasija, es el principal mecanismo de fragmentación del *corium*, el cual es un proceso hidrodinámico (Bürger, Cho, Berg, & Schatz, 1995): si la interacción térmica entre el *corium* y el agua es violenta se puede generar una explosión de vapor (Bang, 1993), en otras palabras, una transferencia de calor rápida del *corium* al agua produce la fragmentación y oxidación del *corium*, lo que produce vapor e hidrógeno y un aumento brusco de la presión de la RPV.

A continuación se presenta una breve descripción de los procesos de la degradación del núcleo que ocurren en el interior de la vasija durante un accidente severo, sin considerar los que ocurren cuando la vasija falla, que es el problema que se estudia en esta tesis.

En este trabajo, se presenta un escenario de AS con un LOCA considerando el 100% de potencia total con pérdida simultánea de energía eléctrica (SBO) y sin inyección de agua de refrigeración de los sistemas de emergencia de enfriamiento del núcleo (ECCS, por sus siglas en inglés). Los principales eventos ocurridos se presentan en la Tabla 2.1 (Nuñez-Carrera, 2012).

Este escenario hipotético tiene el objetivo de una degradación rápida del núcleo para observar la caída del material fundido en el fondo de la vasija del reactor. El enfriamiento externo de la vasija del reactor por inundación de la contención primaria no se considera para acelerar el calentamiento del fondo la vasija del reactor.

Debido a la pérdida de energía eléctrica, las válvulas de control de la turbina se cierran muy rápido y las bombas de recirculación se disparan para evitar el aumento de potencia debido al colapso de la fracción de vacío.

La falta de enfriamiento en el núcleo del reactor causa una alta temperatura debido al calor de decaimiento y la oxidación de zircaloy; por lo tanto, las barras de control y las de combustible pierden su geometría. El *corium* fundido (mezcla de materiales fundidos) se relocaliza en una región más fría del núcleo formando una corteza delgada que falla debido a las fuerzas de gravedad y la alta temperatura; por lo tanto, el conjunto fundido cae en el fondo del recipiente del reactor aumentando la temperatura del pleno inferior.

En esta secuencia de accidentes, las barras de combustible experimentan derretimiento y caída del revestimiento, el lecho de desechos se forma cuando algunas gotas de *corium* caen y son templadas por el agua que permanece en la parte inferior de la vasija; por lo tanto, la altura de los restos del lecho de escombros aumenta durante el accidente.

Tabla 2.1: Eventos principales de la secuencia de un AS en un LOCA con SBO.

Tiempo (segundos)	Evento
0	El reactor está funcionando en estado estable al 100% de la potencia Ruptura súbita en la línea de recirculación y pérdida de corriente alterna
20	Scram del reactor Disparo de todas las bombas de agua de alimentación No se asume ninguna inyección del ECCS
21	El nivel del agua de la vasija alcanza el nivel 4 (nivel bajo)
22	El flujo de agua de alimentación disminuye a cero. El nivel de agua de la vasija alcanza un nivel de agua bajo-bajo (nivel 2).
24	Se cierran las Válvulas principales de aislamiento de vapor (MSIV, por sus siglas en inglés)
27	El nivel del agua de vasija alcanza un nivel de agua bajo-bajo-bajo (nivel 1). Segunda señal para iniciar LPCI y LPCS debido al bajo nivel de agua, pero todos los ECCS se consideran fuera de servicio
510	La fusión térmica comienza cuando la región del núcleo excede la temperatura para la fusión eutéctica de barras de control revestidas de acero inoxidable con material absorbente B ₄ C (carburo de boro). Esta temperatura es de aproximadamente 1500 K
682	Algunas gotas de <i>corium</i> caen en la región inferior del núcleo y se apagan
1570	Una cantidad importante de <i>corium</i> fundido comienza a formar la piscina de fundido
2300	El núcleo del reactor alcanza la temperatura más alta (3000 K). El radio de la piscina fundida es de 1.22 m. El volumen de la piscina fundida es de 3.81 m ³
2320	La cantidad más importante de derretimiento del material fundido en el pleno inferior de la vasija cuando falla la corteza, esto se observa en la altura de los restos del lecho que aumenta 0.40 m en aproximadamente 100 segundos. El radio de la piscina fundida es de 0.82 m, y su volumen es un tercio menor.
2590	El volumen del grupo fundido es 1.16 m ³ con una temperatura de 2873 K. La masa total de UO ₂ en la piscina es de 8770 kg.

2.2. Generación de hidrógeno durante un AS

Como ya se mencionó anteriormente, como consecuencia de una inadecuada extracción de calor del núcleo del reactor, o a la falta de refrigeración en el mismo; se genera un aumento en su temperatura debido al calor de decaimiento y a su vez comienza la generación de vapor e inicia el descubrimiento del núcleo.

En caso de descubrimiento de la región activa del núcleo, como resultado de la interacción entre refrigerante y el combustible inicialmente se genera hidrógeno, el cual es un gas incondensable. Además debido a la falta de refrigeración, en un escenario de AS, finalmente el núcleo comenzaría a fundirse.

En condiciones de operación normal, el vapor y el hidrógeno se dirigen hacia el sistema de ventilación con filtro y se extraen a través de la chimenea de venteo, en algunos BWRs existen recombinadores de hidrógeno que lo queman de manera controlada. Sin embargo, bajo un SBO, es posible que no funcionen los sistemas de remoción de calor residual y los recombinadores de hidrógeno, y que se acumule el vapor y el hidrógeno dentro de la estructura de contención secundaria, donde al combinarse de manera adecuada con el oxígeno reaccione de manera explosiva por ignición, deflagración o detonación. (Polo-Labarrios M. A., 2016)

Esta reacción, entre el vapor de agua y el zirconio, es un proceso de oxidación y ocurre en la fase sólida de la superficie del combustible. El proceso de oxidación entre la superficie de las barras de combustible se divide en dos regímenes llamados preruptura y postruptura. (Beuzet et al, 2011)

Durante el régimen de preruptura, el crecimiento de óxido se controla mediante la difusión de oxígeno dentro de la capa de óxido. La difusión conduce al equilibrio de la concentración de especies químicas. Entonces, la reacción se puede dividir en dos pasos:



Entonces, la relación entre oxígeno y zirconio en la superficie sólida es una función del hidrógeno en el gas adyacente. El oxígeno en la superficie sólida se mueve a través de la capa de óxido por difusión en estado sólido, como se muestra en la Figura 2.3.

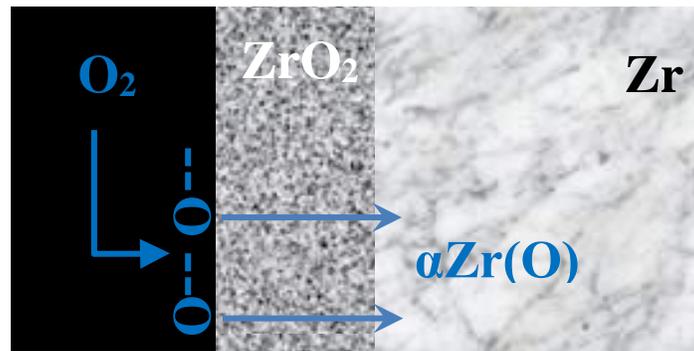
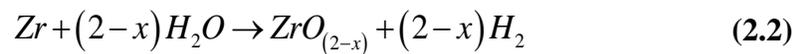


Figura 2.3. Principio de difusión (Beuzet , Lamy, Bretault, & Simoni, 2011)

En la interface óxido-metal, el oxígeno del vapor de agua, reacciona con el zirconio para producir un óxido subestequiométrico $ZrO_{(2-x)}$, esto es:



Donde la relación entre oxígeno y zirconio en el metal en la interface, es la solubilidad final de oxígeno en αZr a βZr . Durante este régimen, el crecimiento de óxido se controla mediante la difusión de oxígeno dentro de la capa de óxido.

Entonces, la capa de óxido pierde su protección para un espesor crítico, cuyo valor depende del estado inicial del revestimiento de la barra de combustible, la composición de la atmósfera y la temperatura. (Steinbrück, 2009)

Hay rupturas en las capas superficiales del óxido, debido a la acumulación de tensión y al cambio de la fase sólida de Zr. En otras palabras, existe una interrelación entre el cambio en la densidad del cambio de fase (αZr a βZr) y la diferencia de expansión térmica para el crecimiento de la capa de óxido y metal. (Duriez et al, 2009)

Además, el zirconio así obtenido no es puro, derivado de la composición de Zry-4 y la transición rápida en las condiciones que ocurren durante un accidente severo: los cambios de fase cristalina del óxido formado, de monoclinico a tetragonal entre los 1133 K y 1473 K, y de tetragonal a cúbica entre los 1773 K y 2723 K (Romero-Paredes et al, 2012). Entonces la reacción de oxidación estequiométrica es:



El equilibrio químico de esta reacción muestra un mecanismo en el que existe un componente de primera fase de $\text{ZrO}(\text{OH})_2$ cerca de la temperatura ambiente.

En la transición de ruptura, la tasa de óxido aumenta después de haber alcanzado un mínimo, y luego dentro de la grieta formada durante este paso, hay una rápida oxidación dentro del revestimiento de la barra de combustible, lo que contribuye a la formación de porosidades (Duriez et al, 2009). La superficie oxidable aumenta por esas grietas y también por la deformación del revestimiento, lo que se denomina hinchamiento (en inglés, ballooning). Este último paso se conoce como el régimen postruptura. (Beuzet et al, 2011).

En conclusión, la producción de hidrógeno depende de la temperatura del zirconio en el núcleo y la cantidad de vapor de agua disponible. Cuando la temperatura sube alrededor de 1500 K se presenta la siguiente reacción (Espinosa-Paredes, et al, 2012):



Como se puede observar en la Ecuación (2.1), al reaccionar la superficie de las barras de combustible, la cual es un revestimiento de zirconio, con el refrigerante, que es vapor de agua; se genera óxido de zirconio, hidrógeno y energía, es decir, es una reacción exotérmica que también contribuye al aumento de la temperatura en el núcleo del reactor durante la progresión del AS haciendo que el sistema siga aumentando su temperatura de manera sostenible, lo que convierte a la generación de hidrógeno en un elemento de estudio de gran importancia dentro de los AS.

2.3. Metodología de solución

La complejidad que tiene una central nuclear hace de la seguridad nuclear, y en particular de la fenomenología de los AS, una rama de la ciencia multidisciplinaria, que agrupa áreas como la dinámica de los fluidos, la física de los aerosoles, la transferencia de calor, la cinética química o la combustión de gases inflamables entre otras.

Como se ha mencionado anteriormente, los AS generalmente son causados por falla de la refrigeración proporcionada por los sistemas de refrigeración de emergencia, los cuales proporcionan una adecuada evacuación de la potencia residual del núcleo, y por múltiples disfunciones generadas por error de los aparatos y/o humano, incluyendo el fracaso de los procedimientos de seguridad. Después de ocurrido el accidente, se presentan una serie de fenómenos complejos, que dependen del tipo de escenario siendo una función de las condiciones iniciales del reactor en el momento del accidente y de las acciones del operador (Espinosa-Paredes et al, 2012).

Los fenómenos físicos y químicos que gobiernan la etapa posterior de la progresión de fundición del núcleo implican un lecho de escombros poroso, donde la solidificación de los desechos del núcleo y la formación de cavidades en la vasija de presión no están todavía entendidas claramente, debido principalmente a cuatro factores:

- (1) las altas temperaturas,
- (2) las características múlticomponente y multifásica de los materiales,
- (3) la fundición y
- (4) configuraciones geométricas.

Debido a los poros internos del lecho de escombros se facilita el ingreso del refrigerante, por lo que existe una mayor oportunidad de remover el calor de la masa fundida líquida de *corium*, donde el acceso de refrigerante es limitado y sólo es posible refrigerar la superficie. Sin embargo, para estabilizar un AS, es importante mantener refrigerado el lecho de escombros para mantener la integridad de la vasija (Nuñez-Carrera et al, 2012).

Para entender de manera cuantitativa la refrigeración del lecho de escombros, tanto dentro como fuera de la vasija del reactor, se han realizado experimentos para investigar el flujo de dos fases y la transferencia de calor en los lechos de partículas (Hofmann, 1984), (Reed et al, 1986), (Hu & Theofanous, 1991), (Konovalikhin, 2001), (Lindholm et al, 2006). El lecho de partículas empleado en esos estudios fue caracterizado con un diámetro promedio o distribución de tamaño de partícula del lecho, obtenido de algunos experimentos entre la interacción combustible y el refrigerante (Spencer et al, 1994), (Huhtiniemi et al, 1997), (Dinh et al, 1999), (Song et al, 2002), (Magallon, 2006).

Para analizar los experimentos y evaluar la refrigeración del lecho de escombros, se han desarrollado un gran número de modelos y correlaciones de manera empírica para la predicción de flujo en dos fases (fricción) y transferencia de calor (pérdida de flujo de calor) (Lipinski, 1981), (Tung & Dhir, 1988), (Hu & Theofanous, 1991), en donde el punto central del modelado fue proporcionar la formulación de la fricción para las leyes de la ecuación de cantidad de movimiento en una y dos fases en un medio poroso.

Los modelos hasta ahora desarrollados consideran que en el lecho de escombros sólo existe flujo en dos fases, sin embargo, como se mencionó anteriormente el flujo tiene características multifásico y múlticomponente en medios porosos, lo cual requiere de un tratamiento diferente a las teorías clásicas (Espinosa-Paredes & Espinosa-Martínez, 2009), (Espinosa-Paredes G. , 2010), (Espinosa-Paredes et al, 2014), (Espinosa-Paredes et al, 2012), (Espinosa-Paredes et al, 2012b), (Espinosa-Paredes et al, 2012c), (Espinosa-Paredes et al, 2012d).

La investigación y desarrollo de esta tesis doctoral, se enfoca en un modelo matemático avanzado y mejorado, que busca contribuir a entender los fenómenos de transporte de calor bajo condiciones de *convección natural* y *enfriamiento con agua de mar*, durante la progresión de un accidente severo, el cual considera las características de flujos multicomponentes y multifásicos en el lecho de escombros formado por los materiales fundidos del núcleo del reactor. Así mismo se considera el efecto de la transferencia de calor por radiación térmica como se explica en los capítulos 5 y 6.

Para la elaboración del modelo matemático anteriormente mencionado se consideran los siguientes *módulos* (sub-modelos), los cuales son los modelos que explican de manera clara y precisa los principales fenómenos que se llevan a cabo durante un AS.

2.3.1. Calor de decaimiento

Es el calor que resulta a partir de los residuos de fisión que aún se encuentran en decaimiento radioactivo. En una central nucleoelectrica, después del apagado del reactor (SCRAM) se puede tener alrededor del 7% del calor nominal de la planta, únicamente debido al decaimiento.

En un escenario de AS no se cuenta con la capacidad de enfriamiento del núcleo del reactor, por lo que, inicialmente, es debido a este efecto que se incrementa la temperatura en el núcleo

Su valor depende del tiempo que se encontró en operación a potencia nominal el reactor nuclear y el tiempo que ha transcurrido después del apagado del reactor.

2.3.2. Transferencia de calor en el combustible

Considerando que se tiene una fuente de energía debido al decaimiento radioactivo en la parte central de las barras de combustible que se encuentran en el núcleo del reactor, es evidente que se lleva a cabo una transferencia de calor desde el centro de cada una de las barras hacia su entorno.

Para el desarrollo de este trabajo se considera que la barra de combustible está constituida por el combustible nuclear, una holgura o espacio (conocido como GAP, en inglés) y un revestimiento. Para la transferencia de calor dentro de la barra se considera únicamente el mecanismo de transferencia de calor por conducción.

La transferencia de calor en las barras de combustible depende de su geometría, y esta a su vez depende del momento en que se encuentra la progresión de daño al núcleo como se explicó anteriormente.

También dependiendo del momento y ubicación en que se esté considerando el escenario de AS, el entorno de las barras puede ser agua en estado líquido, vapor de agua e incluso otros gases. La transferencia de calor dependerá del elemento que se considere como el entorno de las barras y para la transferencia de calor desde las barras hacia su entorno se considera el mecanismo de transferencia de calor por convección y radiación.

2.3.3. Termohidráulica

El refrigerante, es decir, el entorno de las barras adquiere energía en forma de calor desde las barras de combustible. Realizando un balance de energía en el fluido es posible observar y entender cómo se está llevando a cabo la refrigeración del núcleo o cómo va progresando.

También es importante notar que la temperatura del fluido o refrigerante influye a su vez en la refrigeración de las barras de combustible, pues como ya se mencionó en el apartado anterior, para la transferencia de calor desde las barras hacia su entorno se considera la convección.

2.3.4. Cantidad de movimiento

Debido a las diferencias de temperaturas en el refrigerante y a los gradientes de concentración de hidrógeno en el mismo, se considera que existe movimiento en el fluido a través del fenómeno de convección natural y entonces es posible también considerar la aproximación de Boussinesq utilizando los coeficientes de expansión volumétrica térmica y de masa del refrigerante.

2.3.5. Generación y transporte de hidrógeno

Para el caso de estudio de este trabajo se considera que el hidrógeno y el fluido refrigerante tienen la misma velocidad, ésta suposición facilita los cálculos, ya que si bien no se tiene exactamente la misma velocidad entre el refrigerante y el hidrógeno si se pueden considerar similares y de esta manera es posible realizar sólo un balance de cantidad de movimiento en lugar de 2, lo que genera ahorro en el tiempo de simulación. Esta velocidad se puede calcular con un balance de cantidad de movimiento como se mencionó en el apartado anterior, y es así como el transporte de hidrógeno depende de la concentración del mismo en el fluido debido a la aproximación de Boussinesq.

Es evidente que la generación de hidrógeno se encuentra ligada al *módulo* de transferencia de calor en el combustible, debido a su dependencia con la temperatura de pared de las barras y al generarse a partir de una reacción exotérmica también contribuye al aumento de temperatura de las barras de combustible en la interface entre las barras y el refrigerante. Con las descripciones anteriores de cada uno de los *módulos* que componen el modelo es posible observar que la metodología de solución depende de un modelo altamente acoplado el cual se mostrará con mayor detalle en el capítulo 3.

Para el análisis de un escenario de AS, en esta tesis, se contempla inicialmente el modelo más sencillo, el cual sólo considera los fenómenos anteriormente mencionados sin el efecto de la transferencia de calor por radiación que se muestra en el capítulo 5. Posteriormente utilizando este mismo modelo acoplado se le incorpora, además de los fenómenos ya considerados, el efecto de transferencia de calor por radiación y en el capítulo 6 su análisis.

Finalmente, se considera un análisis completo en el capítulo 7, en el cual se consideran todos los fenómenos incluyendo la transferencia de calor por radiación y considerando el agua de mar como el medio refrigerante del núcleo del reactor.

2.4. Propiedades termodinámicas y de transporte del agua de mar.

Uno de los principales objetivos de este trabajo consiste en considerar agua de mar como medio refrigerante para la vasija del reactor, debido a que en muchas centrales nucleoelectricas, incluyendo la Central Nuclear de Laguna Verde (CNLV) se tiene acceso a una gran cantidad de esta sustancia gracias a su ubicación.

Los trabajos de investigación en torno a los accidentes severos consideran agua pura (H_2O) como medio refrigerante, debido a que el reactor trabaja de manera normal con esta sustancia y con ella se llevan a cabo los primeros intentos de refrigeración. Sin embargo, durante un escenario de AS con un LOCA, es posible refrigerar el reactor con agua de mar si se tiene acceso a ella. Esto implica cambios en los fenómenos físicos y químicos debido a que las propiedades termodinámicas y de transporte cambian, debido a que no se tiene una sustancia pura (H_2O), en este caso se considera una solución salitrosa o salmuera.

Al considerar una sustancia diferente es necesario investigar, comprender y estudiar sus propiedades validadas de manera experimental bajo las distintas circunstancias que se van desarrollando durante la progresión del AS, para así poder implementar dichas propiedades en los rangos apropiados y generar un modelo más confiable.

En cuanto al estudio de las propiedades del agua de mar se han realizado diferentes trabajos de investigación, debido a que las propiedades del mar cambian dependiendo de la profundidad y la ubicación en la que se realicen las mediciones. Se han realizado diversas aproximaciones a través de correlaciones y modelos matemáticos para poder estandarizar dichas propiedades. Estos resultados normalmente son utilizados en investigaciones marinas y oceanográficas. A continuación se mencionan algunos de estos estudios.

El agua de mar es una solución electrolítica acuosa de varios solutos conocida como sal marina. La composición química de la sal del mar es muy similar en todos los océanos, y varía de forma insignificante con el tiempo. La fracción de masa de material disuelto en agua de mar se denomina salinidad absoluta. No hay un método establecido disponible para la determinación práctica de la salinidad absoluta.

Debido a las reacciones químicas entre el solvente y el soluto, el material disuelto no es una noción estrictamente especificada, y el valor implícito de la salinidad absoluta no se conserva necesariamente con respecto a los cambios de temperatura, presión, adición o eliminación de H₂O

Debido al intenso intercambio permanente de energía y materia entre atmósfera, hidrósfera y criósfera, una descripción completa y consistente de la termodinámica del agua de mar debe incluir las propiedades coligativas de las transiciones de fase como el punto de congelación y el calor de fusión, la presión de vapor y el calor latente de evaporación, o la presencia de aire y sal marina. Las sustancias involucradas son agua pura (en sus tres fases), sal marina y aire seco, junto con las escalas utilizadas para medir en la práctica la composición de la particular mezcla.

Los satélites, radiosondas, estaciones meteorológicas, barcos de investigación y boyas automáticas (Figura 2.4) se utilizan para proporcionar datos de observación de la presión, la temperatura, la humedad y la salinidad de la atmósfera, la hidrósfera y la criósfera en determinados puntos del espacio y el tiempo.

Los instrumentos de medición están calibrados con respecto a las normas metrologías internacionales para garantizar la comparabilidad temporal y espacial de los diversos resultados de medición. Esos estándares metrologicos están mejorando gradualmente con respecto a su incertidumbre, consistencia y estabilidad.

Si (y sólo si) se usan estándares de calibración comunes para mediciones de campo y en el laboratorio, los resultados de experimentos de precisión para determinar, por ejemplo, la densidad del aire húmedo o la capacidad calorífica del agua de mar, pueden usarse para calcular las relaciones de propiedades termodinámicas para la atmósfera real y el océano a partir de lecturas de temperatura, humedad y salinidad. Para este propósito, las ecuaciones de estado para las sustancias se desarrollan a partir de datos de laboratorio, y luego se evalúan frecuentemente con datos de campo tomados como parámetros de entrada. Es obvio que esas propiedades calculadas, como la densidad local del océano o el punto de rocío del aire, son comparables para diferentes tiempos (a lo largo de los siglos) y ubicaciones (en la escala global) sólo si se emplean ecuaciones y estándares de medición consistentes.



Figura 2.4. Sonda de conductividad-temperatura-profundidad (CTD, por sus siglas en inglés) en el mar Báltico para leer el perfil vertical local de las propiedades del agua de mar. (Feistel, 2012)

Cabon y Le Bihan (1987) estudiaron las señales obtenidas por espectrometría de absorción atómica electrotérmica de matrices de agua de mar. Estudiaron el efecto de interferencia del cloruro sódico, nitrato sódico, sulfato sódico, cloruro magnésico y cloruro cálcico en la señal espectrométrica de absorción atómica electrotérmica del agua de mar de cobre. Encontraron que el tratamiento secundario a 600°C - 1800°C provoca la hidrólisis del cloruro de magnesio al óxido de magnesio y minimiza su interferencia.

Concluyen que la incineración a altas temperaturas de 1300°C, 1200°C y 1100°C se lleva a cabo en presencia de sales de sulfato, nitrato y cloruro, respectivamente, sin pérdida de cobre. (Cabon & Le Bihan, 1987)

En un trabajo posterior, proponen un modelo para describir las variaciones en las señales de cobre causadas por los principales iones inorgánicos en el agua de mar (sodio, magnesio, calcio, cloruro y sulfato). Utilizaron los datos obtenidos de las aguas marinas simuladas en condiciones de temperatura diferentes, hallando que la incineración a 800°C causa la hidrólisis del cloruro de magnesio al óxido de magnesio y la formación de sulfuro de sodio. (Cabon & Le Bihan, 1987b)

Los estudios de especiación química de metales traza en el agua de mar son de dos tipos. Un grupo consiste en modelos teóricos de equilibrio basados en datos termodinámicos conocidos, derivados generalmente de estudios de soluciones menos complejas (Morel, Westall, O'Melia, & Morgan, 1975), (Long & Angino, 1977), (Dyrssen & Wedborg, 1980). El segundo enfoque (Amdurer, 1981) es determinar directamente las formas químicas de los oligoelementos mediante técnicas electroquímicas o esquemas de separación de sustancias químicas húmedas (Florence & Batley, 1976). El problema con este enfoque es que las "especies" identificadas a menudo se definen operativamente por el método utilizado, lo que dificulta la comparación de los resultados de varios métodos o la comparación de estos resultados con las predicciones de equilibrio. Sin embargo, estos sistemas "operacionales" pueden ser más útiles para fines predictivos.

El uso de radiotrazadores permite examinar simultáneamente el comportamiento relativo de una gran cantidad de elementos traza con propiedades químicas ampliamente diferentes. Al estudiar los cambios en la forma química con el tiempo después de la adición de los trazadores, es posible inferir la reactividad, las transformaciones químicas en la columna de agua y los principales mecanismos de eliminación de estos elementos.

Estos estudios proporcionan "huellas dactilares" únicas de cada oligoelemento de acuerdo con las fases en las que se produce. Este enfoque permite la agrupación de elementos con formas químicas similares y patrones de eliminación. Si se entiende las vías de un elemento a través de un entorno particular, podemos predecir el comportamiento de elementos similares en sistemas similares.

Un potencial termodinámico, también denominado ecuación de estado fundamental, es una función única a partir de la cual se pueden calcular sistemáticamente todas las propiedades de equilibrio de un sistema termodinámico dado, con la excepción de las propiedades de interface, como la tensión superficial. Las propiedades de transporte tales como la conducción eléctrica o térmica no pertenecen a las propiedades termodinámicas. La existencia de potenciales termodinámicos ya fue descubierta por Gibbs en 1873; los métodos de su uso práctico son revisados por (Tillner-Roth, 1998) y (Alberty, 2001). Para el agua de mar, (Fofonoff, 1962) discutió las relaciones matemáticas entre la función potencial y las propiedades oceanográficas medibles, pero más tarde esta opción teórica fue mencionada sólo excepcionalmente en libros de texto o cursos universitarios de oceanografía. Para uso práctico, la primera función potencial del agua de mar fue determinada cuantitativamente por (Feistel, 1993), construida de manera consistente con la Ecuación Internacional del Estado del Agua de Mar de 1980, EOS-80.

En la formulación oceanográfica TEOS-10, la ecuación termodinámica del agua de mar 2010, ofrece un progreso significativo hacia un estándar general internacionalmente reconocido sobre las propiedades termodinámicas de los fluidos geofísicos a pesar de que varios problemas siguen siendo difíciles.

Para diferentes conjuntos de variables independientes requeridas, se pueden elegir potenciales termodinámicos alternativos adecuados. Son física y matemáticamente equivalentes, la elección entre ellos depende del propósito y la conveniencia.

Las más utilizadas son las funciones de Gibbs, dependiendo de la temperatura y la presión, y las funciones de Helmholtz, dependiendo de la temperatura y la densidad. Otra función potencial importante es la entalpía, expresada en términos de entropía y presión (Feistel & Hagen, 1995).

Las funciones de Gibbs son más convenientes porque la temperatura y la presión son parámetros de entrada directamente medibles; un inconveniente técnico de las funciones de Gibbs es que son multivaluadas en las proximidades de las transiciones de fase. Las funciones de Helmholtz son únicas incluso en las proximidades de un punto crítico y, por lo tanto, se prefieren para fluidos como el agua si se cubre una amplia gama de condiciones. Además, las funciones de Helmholtz son estrictamente aditivas para mezclas de gases ideales. Por el contrario, la entalpía es una función muy conveniente para la descripción de procesos adiabáticos; el aislamiento térmico de un fluido dado a menudo se observa con una buena aproximación en oceanografía y meteorología. Para este propósito, la temperatura potencial o la temperatura conservadora pueden usarse como variables térmicas independientes en lugar de temperatura in situ.

Las mediciones de propiedades del agua de mar estándar con salinidad práctica $S \approx 35$, temperatura $T = (273.14 \text{ a } 468.06) \text{ K}$ y presiones, p , hasta 140 MPa; con la reproducibilidad de la densidad se observa que las certezas se encuentran en el rango promedio de desviación porcentual de $\Delta\rho/\rho = \pm(0.01 \text{ a } 0.03)\%$. Las mediciones se realizaron con un densímetro de tubo de vibración recién construido que se calibra utilizando agua doblemente destilada, metanol y soluciones acuosas de NaCl. Con base en estas y mediciones previas, se desarrolló una expresión empírica para la densidad del agua de mar estándar en función de la presión y la temperatura. Esta ecuación se utiliza para calcular otras propiedades volumétricas, incluida la compresibilidad isotérmica, la expansión térmica isobárica, las diferencias en las capacidades de calor isobárico e isocórico, el coeficiente de presión térmica, la presión interna y el módulo de masa secante.

Los resultados se pueden usar para extender la ecuación actual del estado del agua de mar a temperaturas más altas para presiones de hasta 140 MPa. (Safarov et al, 2009)

A partir del análisis de los valores de compresibilidad isotérmica del agua de mar estándar, es evidente que el agua de mar estándar tiene anomalías similares a las del agua pura. Esto no es muy sorprendente debido a que la mayoría del agua de mar estándar (aproximadamente 96.5%) es agua pura. En un líquido típico, la compresibilidad disminuye a medida que la estructura se vuelve más compacta debido a la baja temperatura. En el agua y todas las soluciones salinas acuosas en las que la concentración de agua es muy alta, el equilibrio del grupo cambia hacia una estructura más abierta a medida que la temperatura se reduce debido a la preferencia por una mayor estructura ordenada (Chaplin, 2015). A medida que la estructura del agua es más abierta a estas temperaturas más bajas, la capacidad de compresión se incrementa (Kell, 1975). Dado que la compresibilidad depende de las fluctuaciones en el volumen específico, éstas serán mayores donde las moléculas de agua tengan una estructura más abierta. A altas presiones (por ejemplo, alrededor de 200 MPa), esta anomalía de compresibilidad, aunque todavía presente, es mucho menos evidente.

La expansibilidad térmica isobárica del agua de mar aumenta al aumentar la presión hasta aproximadamente $T = 313,15 \text{ K}$ (para lo cual la expansión térmica isobárica es aproximadamente constante) en contraste con la mayoría de otros líquidos donde la expansibilidad térmica disminuye con el aumento de la presión. Por encima de $T = 313.15 \text{ K}$, la expansibilidad térmica isobárica del agua de mar disminuye con el aumento de la presión. Esto se debe a la estructura de agua colapsada que tiene una expansibilidad térmica isobárica mayor que la estructura expandida y la presión creciente que desplaza el equilibrio hacia una estructura más colapsada. (Safarov et al, 2009)

“En algún sitio algo increíble espera ser descubierto”.

Carl Sagan

Capítulo 3. Modelo matemático

En este capítulo se explica detalladamente cómo se modeló matemáticamente el problema del enfriamiento del reactor nuclear en un escenario de accidente severo.

Se explican las hipótesis y suposiciones realizadas para poder obtener un modelo lo suficientemente completo, capaz de describir de manera aceptable los diferentes fenómenos que se llevan a cabo durante un accidente severo.

Se parte de un modelo conceptual, el cual se simplifica para poder obtener un modelo reducido, el cual incluye los principales fenómenos físicos y químicos que se mencionaron en el capítulo anterior.

También se muestran las ecuaciones para cada sub-modelo junto con sus condiciones iniciales y de frontera. Finalmente se explica a través de qué ecuaciones o variables interactúan los sub-modelos para poder obtener un modelo completo y acoplado.

3.1. Hipótesis y suposiciones

Para poder obtener un modelo matemático lo suficientemente *sencillo* para su implementación y a la vez completo para ser capaz de describir los principales fenómenos de interés en este estudio, fue necesario realizar algunas hipótesis y suposiciones, que a continuación se explican.

3.1.1. Núcleo simplificado

El núcleo de un reactor está integrado por diferentes elementos como lo son las barras de combustible, que están compuestas por el combustible nuclear, una separación (GAP) relleno con un gas inerte (normalmente Helio) y un recubrimiento o encamisado de zircaloy; las barras de control, que consisten de arreglos cruciformes revestidos, de tubos de acero inoxidable llenos de polvo de carburo de boro (B_4C); los canales de refrigerante, que para un BWR están compuestos por agua (H_2O); tubos guía, soportes, placas de sujeción, instrumentación y demás elementos.

En conjunto todos estos elementos hacen complejo el proceso de modelado del núcleo de un reactor, por lo que para este estudio se ha realizado la suposición de que el núcleo del reactor está integrado únicamente por las barras de combustible nuclear y los canales de refrigerante, lo cual se justifica pues son los elementos que conforman principalmente el núcleo y durante un AS son los que intervienen en mayor medida en los fenómenos que se suscitan.

3.1.2. Canal promedio

Se considera el núcleo de un reactor nuclear BWR que está constituido por 444 ensambles, y cada ensamble (sin canal) consta de un arreglo de 8×8 barras, pero únicamente 62 contienen combustible nuclear y las otras 2 están vacías y por ellas fluye refrigerante.

Por lo que se puede considerar que el núcleo del reactor contiene 27,528 barras de combustible con canales de refrigerante circundante a su alrededor. Para la simplificación del estudio se ha considerado únicamente una barra de combustible con un flujo concéntrico a su alrededor, que como se explicará en la sección 3.2 es equivalente al flujo circundante que le corresponde. Esta barra de combustible es una barra promedio, es decir, es una barra representativa de todo el núcleo.

Se sabe que las barras de combustible dentro de un reactor nuclear presentan una cantidad diferente de enriquecimiento dependiendo principalmente de su posición. Sin embargo, se considera que la barra promedio de combustible tiene un sólo enriquecimiento promedio de todo el núcleo, es decir, se considera que todo el núcleo tiene el mismo enriquecimiento. Esta hipótesis es justificada porque durante un AS el enriquecimiento de la barra de combustible no es un factor tan determinante en los efectos fisicoquímicos que se presentan. Además al perderse la geometría en el núcleo del reactor éste parámetro es aún más despreciable.

3.1.3. Región activa del combustible

Una barra de combustible está formada por pastillas cerámicas de combustible dentro de una vaina o varilla de zircaloy, como se muestra en la Figura 3.1. Las varillas contienen pastillas de uranio natural en la parte superior e inferior y en el centro pastillas de uranio enriquecido.

En la parte superior del interior de la barra existe un espacio o cámara llamado plenum, de aproximadamente 10 pulgadas, y un pequeño recipiente que contiene zirconio en polvo que elimina al hidrógeno que pudiera generarse en el interior de la barra. Los productos de fisión gaseosos liberados por las pastillas de combustible quedarán atrapados en el plenum y el espacio entre el encamisado (o vaina) y las pastillas.

El resorte del plenum oprime a las pastillas de combustible para mantenerlas en contacto unas con otras. Los tapones en los extremos de las barras estándar poseen un remate redondeado que encaja en las placas de sujeción superior e inferior.

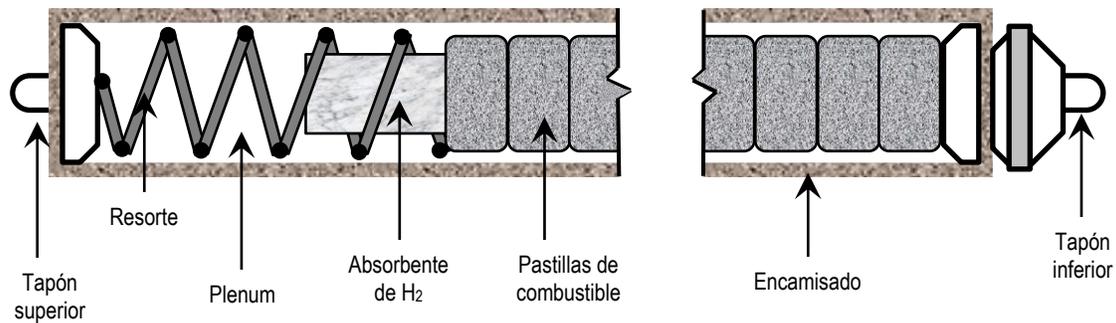


Figura 3.1. Esquema de una barra de combustible.

Por lo anterior, se puede observar que las varillas de combustible cuentan con una zona activa de combustible, que descartan la parte superior e inferior por carecer de combustible. Sin embargo, para este trabajo se considera que toda la varilla es zona activa de combustible, es decir, tanto en la parte superior e inferior de la varilla se tiene el mismo efecto de calentamiento por calor de decaimiento y el mismo proceso de oxidación a altas temperaturas, que en la parte central de la varilla como si toda estuviera constituida de manera homogénea de combustible nuclear.

3.1.4. Potencia térmica

Dentro del núcleo de un reactor, la potencia es una función que depende del tiempo y de la posición. Sin embargo, el modelo desarrollado para este trabajo consta de un sólo canal promedio, por lo que se considera un valor promedio de la potencia y que se presenta en una distribución no uniforme en la dirección axial y no se considera su variación en la dirección radial. Esta hipótesis se justifica debido a la geometría de la barra.

La longitud de la barra de combustible es de 3.81 metros y el radio es de 6.234 mm, como se muestra en la Tabla 3.1, la diferencia entre esos valores geométricos es de varios ordenes de magnitud, por lo que es posible despreciar la distribución de potencia en la barra de combustible en la dirección radial.

Así mismo se considera una potencia térmica nominal de 2000MWt, para el reactor nuclear que se está estudiando.

3.1.5. Características del hidrógeno

Durante un AS, como ya se explicó en el capítulo 2, se genera hidrógeno en la superficie de la barra de combustible, y este a su vez se difunde en el refrigerante.

Los fenómenos de transferencia de masa consideran que el hidrógeno generado se difunde en el líquido refrigerante por convección y difusión, como se considera que el refrigerante se encuentra fluyendo, para el caso de la convección, se hace la hipótesis de que la velocidad que adquiere el hidrógeno al incorporarse al refrigerante es la misma que la de este último. Lo anterior se justifica porque el refrigerante *arrastra* al hidrógeno cuando éste se incorpora.

Se considera que la superficie de las barras de combustible son uniformes por lo que la generación de hidrógeno en la superficie se da de manera homogénea, dependiendo únicamente de la temperatura de pared.

3.1.6. Aproximación de Boussinesq

El fenómeno de convección natural estudiado en este trabajo se debe a los gradientes de temperaturas y concentración de hidrógeno, por lo que es justificable considerar el uso de la aproximación de Boussinesq (Bird et al, 2002), la cual se explicará a mayor detalle en la siguiente sección.

3.2. Modelo conceptual

El modelo conceptual del reactor nuclear en el que se desarrolla un escenario de AS, considera inicialmente sólo el núcleo del reactor, el cual es posible observar desde una vista superior, mostrado en la Figura 3.2(a), donde se puede apreciar todos los elementos del núcleo. Realizando un cambio de orden de magnitud en la escala del sistema analizado, es posible observar únicamente un ensamble de combustible, como el de la Figura 3.2(b). Haciendo nuevamente un cambio en la longitud característica del sistema de estudio, es posible encontrar un sencillo arreglo de barras de combustible, rodeadas por el fluido refrigerante, como se muestra en la Figura 3.2(c). Finalmente, de este arreglo de barras es posible realizar una *reconfiguración geométrica* partiendo de 4 barras y obtener así un canal de combustible promedio, con una distribución de potencia no uniforme como se observa en la Figura 3.2(d).

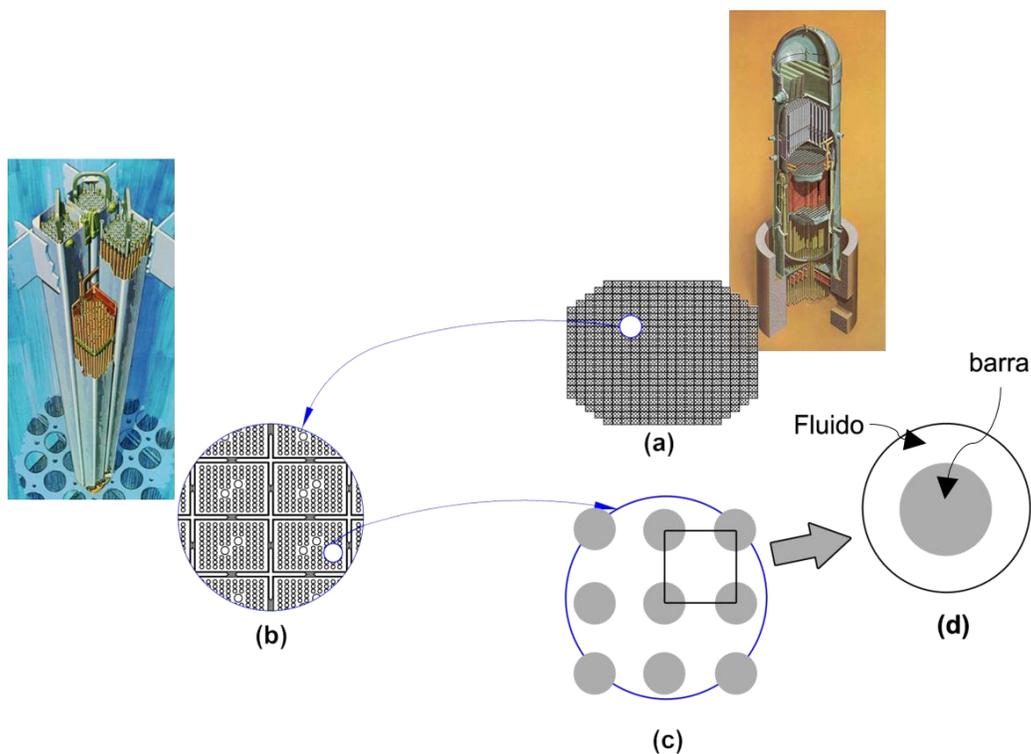


Figura 3.2. Longitudes características del sistema. (a) núcleo del reactor; (b) ensamble de combustible; (c) arreglo de barras de combustible; (d) canal promedio.

Se realizó un acoplamiento o integración de los procesos involucrados en el análisis del escenario de AS, los cuales como ya se mencionaron en el capítulo anterior, son los módulos de: potencia por decaimiento nuclear, termohidráulica (involucra el modelo de transferencia de calor en el combustible y energía del refrigerante), generación y transporte de hidrógeno y cantidad de movimiento.

El modelo considera en forma simultánea la transferencia de energía, masa y cantidad de movimiento, con efectos de convección natural aplicando la aproximación de Boussinesq. El modelo transitorio de conducción de calor en el combustible es radial con efectos en la dirección axial debido a la distribución de potencia no uniforme. El modelo del refrigerante en el núcleo es unidimensional en la dirección axial, al igual que el modelo de cantidad de movimiento. En la Figura 3.3 se muestra un esquema con las entradas y salidas que interconectan a cada uno de los módulos anteriormente mencionados.

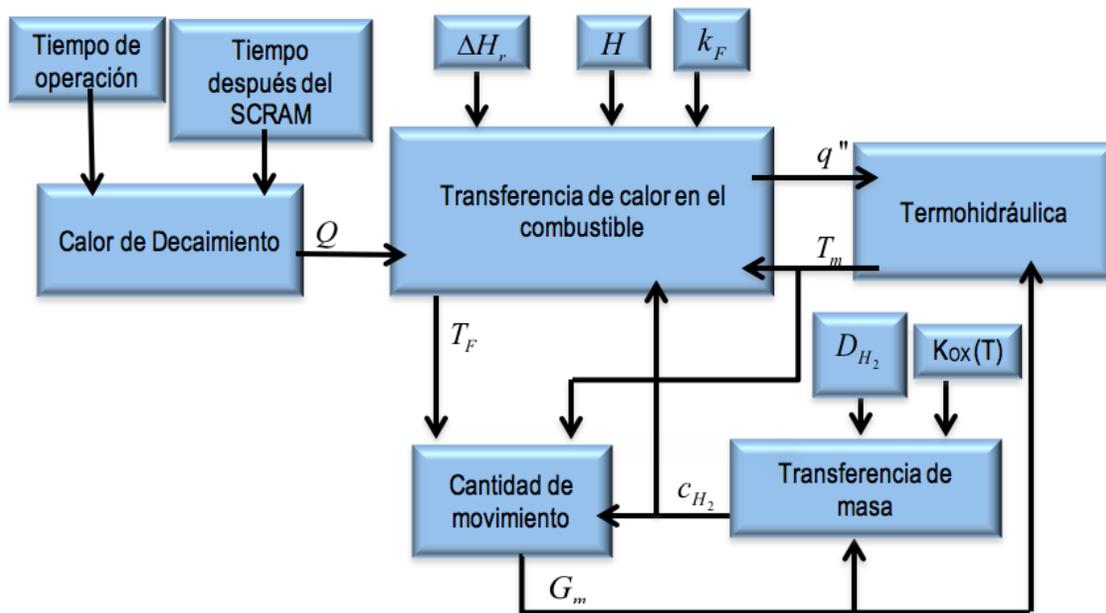


Figura 3.3. Esquema de la interconexión de los módulos del modelo

El modelo conceptual inicia en el módulo de Calor de Decaimiento, el cual depende del tiempo en operación del reactor y el tiempo que ha transcurrido desde su apagado, así es posible calcular el valor del término fuente, que es el que está generando el aumento de temperatura en el escenario de AS. El término fuente o calor de decaimiento es la variable de entrada para módulo de Transferencia de calor en el combustible, el cual además requiere los valores calor de reacción, el coeficiente de convección y el coeficiente de conducción, así como la temperatura del refrigerante y la concentración de hidrógeno, en caso de estarse generando.

Por otro lado, el módulo de Transferencia de calor en el combustible, provee al módulo de Termohidráulica del valor del flux de calor por convección; y al módulo de Cantidad de Movimiento el valor de la temperatura de pared. De igual manera el módulo de Termohidráulica le provee, al módulo de Transferencia de calor en el combustible el valor de la temperatura del refrigerante, y obtiene del módulo de Cantidad de movimiento el valor del caudal.

El módulo de Cantidad de movimiento calcula el caudal de refrigerante a partir de un balance de masa y de la aproximación de Boussinesq, la cual requiere la temperatura de pared, la temperatura del refrigerante y de las concentraciones de hidrógeno, dichos valores se los proveen los módulos de Transferencia de calor en el combustible, Termohidráulica y Transferencia de masa, respectivamente.

Finalmente, el módulo de Transferencia de masa, que se refiere al transporte y generación de hidrógeno, calcula la concentración a partir del caudal de refrigerante, el coeficiente de difusión del hidrógeno y coeficiente de reacción.

Como se puede observar el modelo está altamente acoplado, por lo que computacionalmente puede ser complejo, sin embargo, de esta manera se puede tener un modelo reducido y lo suficientemente completo para describir y estudiar los principales fenómenos en un AS.

3.3. Modelo matemático

Para estudiar los fenómenos físicos y químicos que se presentan en el núcleo de un reactor nuclear en un escenario de AS, así como los efectos de convección natural sobre la variación de temperatura y concentración de hidrógeno se desarrolló un modelo matemático.

El problema en consideración se representa en la Figura 3.4, que consiste en una serie de barras de combustible, cada una con un revestimiento de zircaloy y una corriente de vapor que fluye fuera de los cilindros, como se explicó anteriormente. En la misma figura también se muestra una celda de unidad periódica representativa.

De esta forma, podemos identificar cuatro regiones de interés, donde los parámetros geométricos característicos de la varilla de combustible son $r_1 = 5.207$ mm, es el radio externo del combustible; $r_2 = 5.321$ mm, es el radio externo del GAP; $r_3 = 6.234$ mm, es el radio externo del revestimiento; y $P = 16.2$ mm, es el paso entre las varillas de combustible (pitch, en inglés). En consecuencia, la celda unitaria, que es un canal promedio representativo del núcleo, con respecto al núcleo de un reactor BWR es cientos de veces más pequeña. Entonces, podemos decir que el estudio presentado en este trabajo tiene lugar en una pequeña escala de longitud. La Tabla 3.1 muestra el valor de los parámetros físicos del modelo.

Tabla 3.1. Parámetros geométricos del modelo.

Parámetro	Valor
r_1	5.207 mm
r_2	5.321 mm
r_3	6.234 mm
P	16.2 mm
L	3.81 m

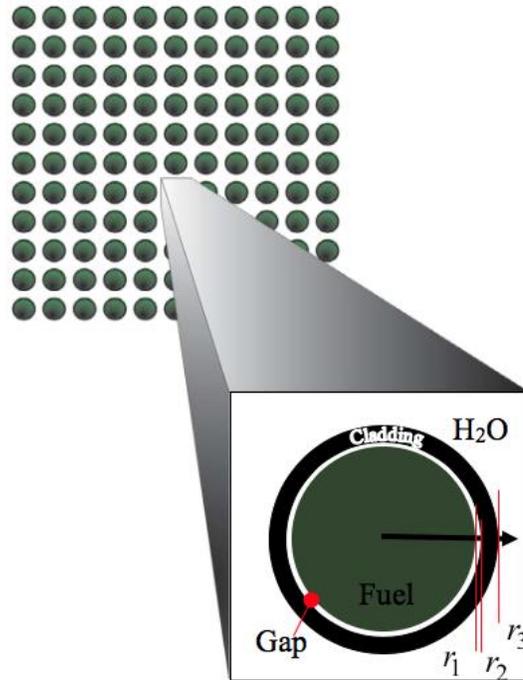


Figura 3.4. Ensamble de combustible, que consiste de un arreglo de barras de combustible.
Adaptado de (Romero-Paredes, Valdés-Parada, & Espinosa-Paredes, 2012)

A continuación se muestran los modelos matemáticos completos, los cuales consideran transferencia de calor por radiación y agua de mar como refrigerante, para los diferentes módulos, junto con sus condiciones iniciales y de frontera.

3.3.1. Transferencia de masa

Los fenómenos de transferencia de masa consideran que el hidrógeno generado se difunde en el refrigerante por difusión, como se explicó anteriormente, la Ecuación (3.1) describe el balance de materia.

$$\frac{\partial c_{H_2}}{\partial t} + \langle v \rangle \nabla c_{H_2} = D \nabla^2 c_{H_2} \quad (2.5)$$

donde c_{H_2} es la concentración promedio de hidrógeno, D es el coeficiente de difusión del hidrógeno, y $\langle v \rangle$ es la velocidad promedio del refrigerante. La condición inicial y las condiciones de frontera están dadas por:

$$c_{H_2} = 0, \quad t = 0 \quad (2.6)$$

$$c_{H_2} = 0, \quad z = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial c_{H_2}}{\partial z} = 0, \quad z = L \quad (2.8)$$

$$-D \frac{\partial c_{H_2}}{\partial r} = K_{ox}(T_F) c_{H_2}, \quad r = r_3 \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial c_{H_2}}{\partial r} = 0, \quad r_4 = \frac{D_h}{2} \quad (2.10)$$

donde K_{ox} es el parámetro cinético para la oxidación superficial y depende de la temperatura del revestimiento (T_F), D_h es el diámetro hidráulico y se define como el diámetro del anillo equivalente al área del cuadrado formado cuyo lado tiene la longitud del paso entre las varillas de combustible (P).

En la Figura 3.5 se presenta un esquema del canal promedio para mostrar los parámetros geométricos que son necesarios para aplicar las condiciones de frontera.

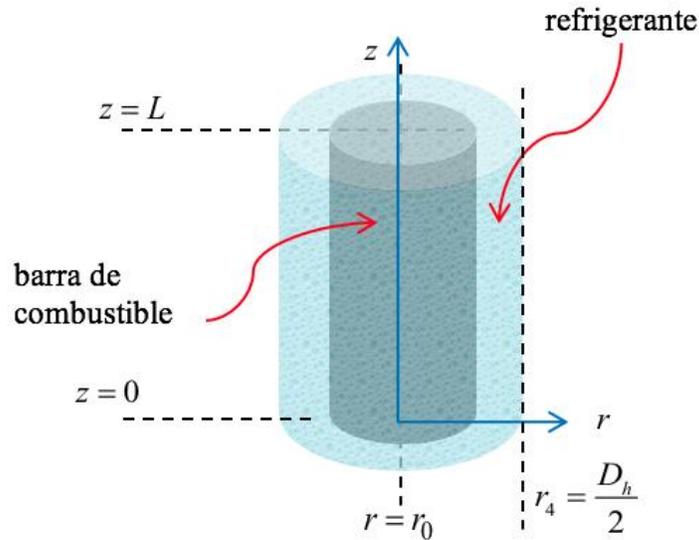


Figura 3.5. Esquema del canal promedio

3.3.2. Tasa de reacción (R_x)

R_x representa la velocidad de reacción de la generación de hidrógeno, y se define como:

$$R_x = K_{ox} c_{H_2} \quad (2.11)$$

Según Veshchunov et al (1997), la capa de óxido consiste en dos subcapas en el rango de temperatura de $1800 - 2650 K$, una fase tetragonal en el exterior y una fase cúbica en el interior. Más tarde, se realizaron correlaciones mejor ajustadas para altas temperaturas $T_F > 1800 K$ y la aplicabilidad se verificó con diferentes transitorios de temperatura basados en experimentos (Fichot et al, 2004) y también reportados por (Shi & Cao, 2011). Por lo tanto, las siguientes ecuaciones se pueden aplicar para calcular el parámetro de cinética para la oxidación superficial (K_{ox}) que predomina en estos fenómenos:

$$K_{ox} = 0.93e^{\left[-1.286 \times 10^5 (RT_F)^{-1} - 6.16 \times 10^8 \left(\frac{1}{T_F} - \frac{1}{900} \right)^2 \right]}, \quad 1800 < T_F < 1900 \quad (2.12)$$

$$K_{ox} = 0.93e^{-1.286 \times 10^5 (RT_F)^{-1}}, \quad T_F > 1900 \quad (2.13)$$

El parámetro cinético está en función de la temperatura promedio evaluada en la interface entre el combustible y el fluido refrigerante, que se obtiene a partir de la ecuación de transferencia de calor, como se muestra más adelante, y también en función de la constante universal de los gases, R .

La fase inicial de un AS está dominada por fenómenos termohidráulicos. Entonces, el sofisticado modelado térmico-hidráulico es importante para la predicción precisa de la respuesta inicial del reactor y la cronología de los eventos.

Por otro lado, las fases posteriores de los accidentes severos están dominadas por fenómenos complicados adicionales además de la termohidráulica. El modelo termohidráulico se presenta más adelante.

3.3.3. Transferencia de calor en el combustible (T_F)

Para el módulo de Transferencia de calor en el combustible, se realizó un balance de energía:

$$(\rho Cp)_F \frac{\partial T_F}{\partial t} = k_F \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_F}{\partial r} \right) + Q \quad (2.14)$$

donde ρ es la densidad promedio del combustible, Cp es el calor específico promedio del combustible, k_F es el coeficiente de conducción térmica promedio para la barra de combustible y Q es el calor de decaimiento. Las condiciones iniciales y de frontera consideradas para la Ecuación (3.10) son:

$$-k_F \frac{\partial T_F}{\partial r} = q'' + \Delta HR_x + q''_r - q''_{ext}, \quad r = r_3 \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad r = 0 \quad (2.16)$$

$$T(r, 0) = \varphi(r), \quad t \geq 0 \quad (2.17)$$

donde q'' es el flujo de calor debido a la convección, ΔH es el calor de reacción, q''_r es el flujo de calor radiativo de la barra de combustible hacia el vapor, q''_{ext} es el flujo de calor radiativo de la barra de estudio hacia las barra que rodean el canal promedio, y r_3 se aplica para indicar que la Ecuación (3.11) aplica en la interface entre el combustible y el vapor. En este trabajo sólo se considera la transferencia de calor radial.

3.3.4. Calor de decaimiento (Q)

La evaluación del calor generado en un reactor después de ser apagado es importante para determinar los requisitos de refrigeración en condiciones normales, transitorias y de accidente, así como sus consecuencias. La generación de calor después del apagado del reactor es la suma del calor producido por la fisión debido a las emisiones de neutrones o fotoneutrones retardados; la descomposición de los productos de fisión, también conocido como calor de decaimiento; y los productos de activación.

El modelo matemático para el calor de decaimiento utilizado en este trabajo está dado por Todreas & Kazimi (1990) como:

$$Q = 0.066Q_0 \left[(\tau - \tau_s)^{-0.2} - \tau^{-0.2} \right] \quad (2.18)$$

Donde Q_0 es la tasa de generación de calor volumétrica en estado estacionario, $(\tau - \tau_s)$ es el tiempo transcurrido después del apagado del reactor, y τ es el tiempo posterior al arranque del reactor nuclear. El valor calculado en la Ecuación (3.14) se aplica en la Ecuación (3.10).

3.3.5. Calor de reacción (ΔH)

El calor generado en la interface entre el fluido y el sólido debido al calor de reacción, que se aplica a la Ecuación (3.11) está dado por:

$$\Delta H = -6.3049 \times 10^2 + 2.9962 \times 10^{-2} T_F - 2.1794 \times 10^{-6} T_F^2, \quad 298 \leq T < 1445 \quad \text{(2.19)}$$

$$\Delta H = -6.3184 \times 10^2 + 4.7556 \times 10^{-2} T_F - 9.7854 \times 10^{-6} T_F^2, \quad 1445 \leq T \leq 2273 \quad \text{(2.20)}$$

donde T_F es la temperatura del combustible evaluada en la interface entre el combustible y el vapor, es decir, es la temperatura de pared. La entalpía de fase de transición sólida es: $\Delta H_t = 8.4 \text{ kJ/mol}$ a 1445 K. (Cázares-Ramírez & Espinosa-Paredes, 2016)

3.3.6. Transferencia de calor radiativo (q''_r)

El calor removido por radiación, de las barras de combustible del reactor BWR se divide en los siguientes tres modos:

- (1) radiación entre las superficies sólidas
- (2) radiación desde las barras de combustible al vapor
- (3) radiación desde las varillas hacia pequeñas gotas de agua

Los modelos analíticos convencionales están compuestos sólo por el primer modo y una muy pequeña contribución de los dos últimos modos para la tasa total de remoción de calor. (Naitoh, Kawabe, & Chino, 1977)

Por lo tanto, para la transferencia de calor radiativo, se considera que la barra de combustible más caliente transfiere el calor por radiación a las barras contiguas, como se muestra en la Figura 3.6. Se considera que las emisiones radiadas y las reflexiones son isotrópicas.

3.3.7. Transferencia de calor radiativo externo (q''_{ext})

Como se considera un canal promedio, se toma en cuenta un valor de la energía radiativa que es proporcionada por las barras contiguas (q''_{ext}) y también se considera la dinámica de la energía que la barra de combustible está enviando al refrigerante (q''_r), como se muestra en la Figura 3.6.

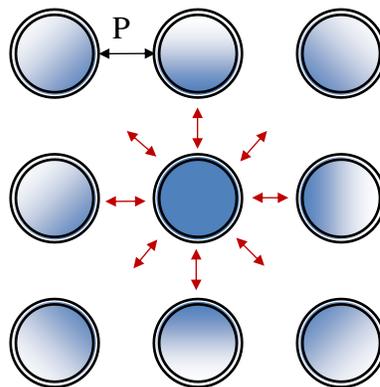


Figura 3.6. Dirección de la transferencia de calor radiativo en las barras de combustible.

La transferencia de calor radiativo se calcula mediante la Ecuación (3.17) y es función de la temperatura de la superficie del revestimiento del combustible (T_F); la constante de Stefan-Boltzmann, que se denota por la letra griega σ y toma el valor de $5.668 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$ (Sparrow & Cess, 1970); y la emisividad del zircaloy a altas

temperaturas, representada por la letra griega ε y toma el valor de 0.82 (Mathew & George, 1996).

$$q''_r = \varepsilon\sigma(T_F^4 - T_S^4) \quad (2.21)$$

Para calcular el valor de la q''_{ext} se usa la Ecuación (3.18) (Han, 2012) la cual tiene en cuenta la radiación de transferencia de calor debido a las 8 barras de combustible que rodean la barra más caliente, como se observa en la Figura 3.6.

$$q''_{ext} = \alpha\sigma \sum_{n=1}^{n=8} T_n^4 F_{n-F} \quad (2.22)$$

donde T_n es la temperatura en la superficie de la n -ésima barra de combustible y F_{n-F} es el factor de forma de la n -ésima barra hacia la barra más caliente y se calcula mediante la Ecuación (3.19) (Han, 2012).

Si se consideran las barras como superficies grises, entonces de acuerdo con la Ley de Kirchoff, $\alpha = \varepsilon$.

$$F_{n-F} = \frac{2}{\pi} \left(\sqrt{x^2 - 1} - x + \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} \frac{1}{x} \right) \quad \text{con } x = 1 + \frac{P}{r_3} \quad (2.23)$$

3.3.8. Flujo de calor (q'')

El flujo de calor es requerido en la Ecuación (3.11) y para su evaluación se aplica la ley de enfriamiento de Newton:

$$q'' = H(T_F - T_m) \quad (2.24)$$

donde T_F es la temperatura del combustible evaluada en la interface entre el combustible y el refrigerante, H es el coeficiente de transferencia de calor (con un orden de magnitud entre 10^2 y 10^3 W / K), y T_m es la temperatura del fluido refrigerante. Luego, la temperatura del refrigerante se obtiene con:

$$dh = Cp dT_m \quad (2.25)$$

La entalpía (h) se obtiene con un balance de energía en el fluido refrigerante:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) - \frac{\partial p}{dt} + G \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{q'' P_H}{A_{X-S}} \quad (2.26)$$

dónde p es la presión, G es el flujo de másico del refrigerante, P_H es el perímetro mojado con valor de 0.039 m y A_{X-S} es el área de flujo con 1.4×10^{-4} m². Ambos, P_H y A_{X-S} se obtienen a partir de los datos que se muestran en la Figura. 3.4.

El flujo másico se obtiene con un balance de momento:

$$L \frac{dG}{dt} = \left(-K_{eq} \frac{G^2}{\rho} - \Delta p_c \right) \quad (2.27)$$

donde L es la longitud del ensamble de combustible, cuyo valor es de 3.81 m; K_{eq} es el coeficiente de pérdida del núcleo, y es de 1.3; Δp_c es la caída de presión del núcleo. La caída de presión del núcleo es la suma de los componentes de fricción, aceleración y gravitación:

$$-\Delta p_c = \sum_{j=1}^n \left[\frac{2C_{f0}G^2\Delta z}{D_h\rho_{m,j}} + G^2 \left(\frac{1}{\rho_{m,j+1}} - \frac{1}{\rho_{m,j}} \right) + \bar{\rho}_{m,j}g\Delta z \right] \quad (2.28)$$

donde C_{f0} es la fricción en una fase, con valor de 0.005; D_h es el diámetro hidráulico, el cual es de 0.01433 m (para una celda); y $\Delta z = L/n$ es la longitud de la celda axial del núcleo. La Tabla 3.2 muestra los parámetros termohidráulicos del modelo matemático.

Tabla 3.2. Parámetros termohidráulicos del modelo matemático.

Parámetro	Valor
R	8.314472 J/mol K
P_H	0.039 m
g	9.81 m/s ²
A_{X-S}	1.4×10 ⁻⁴ m ²
K_{eq}	1.3
C_{f0}	0.005
D_h	0.01433 m

3.3.9. Aproximación de Boussinesq

Como se explicó anteriormente, el fenómeno de convección natural se debe a los gradientes de temperaturas y concentración de hidrógeno. Entonces, la aproximación de Boussinesq (Bird, Stewart, & Lightfoot, 2002) es:

$$\bar{\rho}_{m,j} = \rho_{m,j} - \rho_{m,j}\beta_j(T_{F,j} - T_{m,j}) - \rho_{m,j}\gamma_j(c_{H_2,j}^{cl} - c_{H_2,j}), \quad \text{para } j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.29)$$

donde T_F y $c_{H_2,j}^{cl}$ son la temperatura y la concentración de hidrógeno en la pared respectivamente, T_m es la temperatura del refrigerante. Los coeficientes β y γ son los correspondientes a la expansión volumétrica térmica y de masa, respectivamente y se calculan así:

$$\beta_j = -\frac{1}{\rho_{m,j}} \left(\frac{\partial \rho_{m,j}}{\partial T} \right)_p, \quad \gamma_j = -\frac{1}{\rho_{m,j}} \left(\frac{\partial \rho_{m,j}}{\partial c} \right)_{H_2}, \quad \text{para } j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.30)$$

Los últimos dos términos de la Ecuación (3.26) describen las fuerzas de flotación que resultan de la variación de temperatura y concentración dentro del fluido, lo cual se analizó en este trabajo.

En la Figura 3.7 se muestra un diagrama de flujo del procedimiento de solución, en el que se muestran las ecuaciones utilizadas en cada paso.

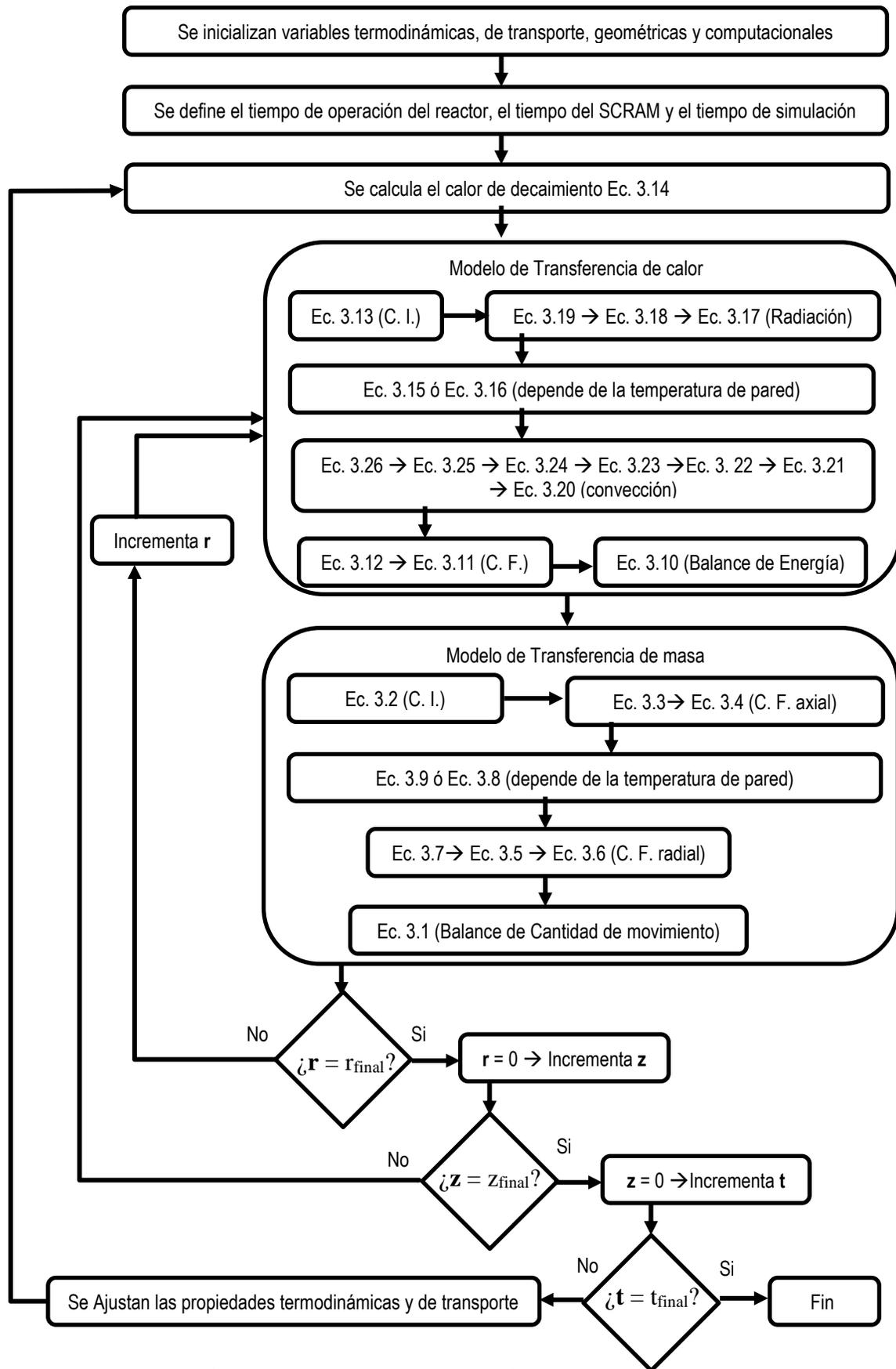


Figura 3.7. Diagrama de flujo del procedimiento de solución.

*“Las buenas ideas no se adoptan automáticamente.
Deben ser impulsadas a la práctica con paciencia valiente”.*

Hyman Rickover

Capítulo 4. Solución numérica

En este capítulo se explica cómo se implementó el modelo matemático en la computadora a través del lenguaje de programación FORTRAN para obtener una solución numérica para el problema del enfriamiento del reactor nuclear en un escenario de accidente severo.

También se explican los algoritmos numéricos de solución utilizados en la implementación en el código y se comenta sobre el porqué de su elección.

Finalmente se muestra la implementación en computadora de la solución numérica del problema planteado en este trabajo.

4.1. Algoritmos de Solución

Es posible modelar los diferentes sistemas que son objeto de estudio a través de modelos matemáticos, los cuales pueden representarse con ecuaciones lineales, ecuaciones diferenciales ordinarias, ecuaciones diferenciales parciales, etc.

Los modelos matemáticos pueden ser tan complejos como se deseen o se requieran. La solución para dichos modelos puede ser una solución exacta, una solución analítica o bien una solución numérica.

La solución exacta es la que se obtiene al resolver un modelo matemático con ayuda de técnicas algebraicas, esta solución es conveniente cuando se tiene modelos sencillos como lo son las ecuaciones lineales o ecuaciones diferenciales homogéneas.

En ocasiones, los modelos matemáticos que se desean resolver son un poco más complejos por lo que se requiere del uso no sólo de técnicas algebraicas, si no de aproximaciones como lo son las series de Fourier. Este tipo de soluciones, llamadas soluciones analíticas, permiten aproximar la solución del modelo matemático a una solución exacta.

Cuando se quiere resolver un modelo matemático altamente complejo, en ocasiones no se puede obtener una solución exacta por la naturaleza del modelo e incluso no es posible la aplicación de una solución analítica, o no la tiene y puede convertirse en un reto bastante complicado, además de requerir un nivel muy avanzado de matemáticas, por lo que es muy común en el campo de la ingeniería el uso de otras técnicas de solución, como la solución numérica.

El análisis numérico o solución numérica es la implementación de algún método numérico o algoritmo para, a través de números y reglas matemáticas simples, obtener la solución de un modelo matemático más complejo.

El método numérico que se escoge para la solución de un modelo matemático, generalmente depende de la naturaleza del modelo. Los métodos numéricos que se utilizan con mayor frecuencia en la ingeniería son: el método de Euler, el método de Gauss-Seidel, la descomposición LU, la eliminación de Gauss, la descomposición de Cholesky, la descomposición QR, la regla de Simpson, el método de Monte Carlo, el método Runge-Kutta, la solución por diferencias finitas, la solución por elemento finito, entre otros.

Para el caso de estudio de este trabajo, como se puede observar en el capítulo 3, los modelos matemáticos son principalmente ecuaciones diferenciales parciales. Al ser un modelo altamente acoplado, hace que la solución de una parte del modelo dependa de la solución de otra parte del modelo, por lo que buscar una solución exacta es inapropiado y la implementación de una solución analítica podría convertirse en un problema de mucha mayor complejidad y cuyos resultados, comparados con los de una solución numérica, no sean muy significativos.

Los algoritmos o métodos de solución que se escogieron para el análisis de un escenario de AS en un reactor nuclear fue inicialmente el método de Euler, debido a que permite obtener una solución bastante aceptable y requiere una capacidad de cómputo relativamente pequeña, lo cual cobra importancia cuando se tiene un gran número de ecuaciones por resolver, como lo es en este caso.

Para el cálculo de la generación y difusión de hidrógeno en el sistema, se optó por la implementación del método de Runge-Kutta de cuarto orden, para poder obtener una solución más precisa. Este método solicita una mayor capacidad de cómputo, sin embargo, el fenómeno de generación y difusión de hidrógeno, es uno de los fenómenos de mayor interés e importancia en el estudio de la progresión de un accidente severo, además de ser un punto clave en la evolución del AS, además de ser un punto clave en su evolución.

4.2. Implementación en computadora

Como se puede observar, los fenómenos físicos y químicos que intervienen en los AS, exigen el desarrollo de investigaciones específicas para su adecuada comprensión, y así reducir las incertidumbres de su cuantificación, con el objetivo final de desarrollar modelos que pueden aplicarse a los reactores los cuales permitan una adecuada refrigeración. Estos modelos, agrupados con los códigos de computadora deben permitir predecir la progresión de un AS.

En este campo, no hay manera de llevar a cabo experimentos en una escala real y reproducir todas las situaciones posibles. Por esa razón, las pruebas elementales deben ser utilizadas, permitiendo que cada fenómeno físico sea estudiado por separado, seguido de pruebas globales que confirmen las interacciones entre los fenómenos. Todas las pruebas deben hacerse en una escala dentro de las capacidades técnicas y financieras de las instalaciones utilizadas, sin dejar de ser lo suficientemente representativas para permitir la extrapolación a la escala del reactor.

Para el modelo presentado en este trabajo se considera un volumen de control y para la implementación computacional se consideran 14 nodos en la dirección axial y 8 nodos en la dirección radial, como se puede observar en la Figura 4.1.

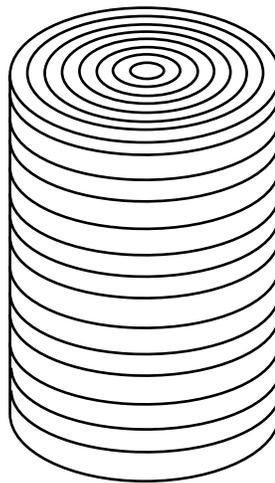


Figura 4.1. Esquema de mallado de la barra de combustible

En cada uno de los nodos radiales centrales (nodos 8), se ingresó un valor para cada uno de sus 14 nodos axiales, que corresponden al calor de decaimiento y que proviene de la distribución no uniforme de potencia axial.

El elemento de combustible está representado por una rejilla centrada en malla unidimensional que consta de un número de elementos radiales con un barrido en cada posición axial.

Como el sistema se considera axial-simétrico, el nodo radial 8 corresponde al centro de la barra de combustible y el nodo radial 1 a la interface entre la barra y el refrigerante. Por lo que, para el modelo, se tiene una matriz nodal de 8x14, como se muestra en la Figura 4.2.

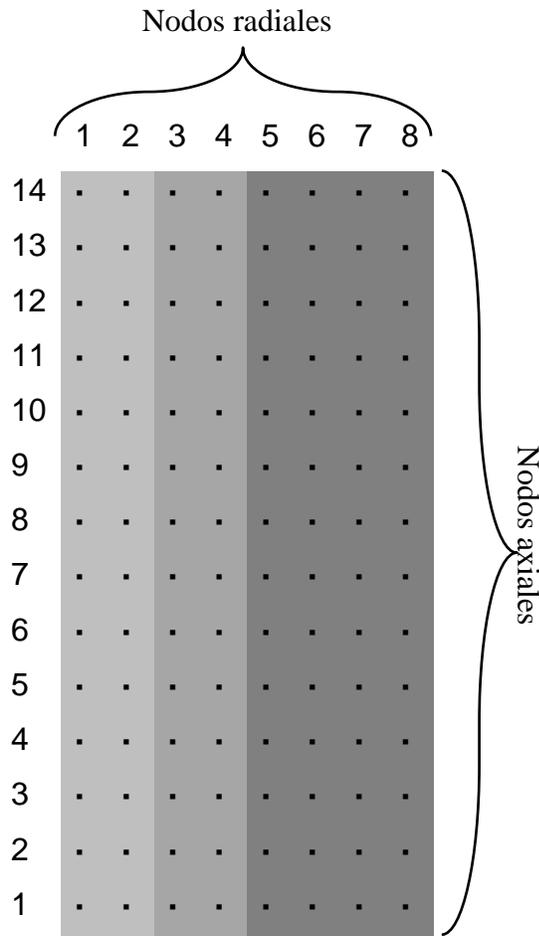


Figura 4.2. Matriz nodal de la barra de combustible

La ecuación diferencial dada por Ecuación (3.10), por ejemplo, se transforma en ecuaciones discretas usando la técnica de formulación de volumen de control en forma implícita (Patankar, 1980).

La aplicación de la formulación del volumen de control en forma implícita permite escribir las ecuaciones para cada región (combustible, gap y pared) como un conjunto simple de ecuaciones algebraicas:

$$aT_{i,j-1}^{t+\Delta t} + bT_{i,j}^{t+\Delta t} + cT_{i,j+1}^{t+\Delta t} = d \quad (3.1)$$

donde a, b, c son los vectores de coeficientes, $T^{t+\Delta t}$ es la variable dependiente en los nodos radiales $j+1, j$ y $j-1$ para cada nodo axial, denotado por el subíndice i , y d es el vector de constantes. Estas ecuaciones tienen la forma de una matriz de banda tri-diagonal y se resolvieron en cada nodo i, j usando el algoritmo de Thomas.

Los nodos radiales se consideran de la siguiente manera: dos nodos para el revestimiento y el gap (donde $Q=0$), dos nodos más para la evaluación de condiciones de frontera (donde $Q=0$), y cuatro nodos que se consideran para el elemento combustible equivalente (donde $Q \neq 0$), como se muestra en la Figura 4.2.

La solución numérica del modelo de concentración considera también la aplicación de la formulación de volumen de control, pero en el esquema explícito:

$$a_{i,j}C_{i,j-1}^{t+\Delta t} = b_{i,j}C_{i+1,j}^t + a_{i,j}C_{i,j-1}^{t+\Delta t} = b_{i,j}C_{i+1,j}^t + c_{i,j}C_{i,j}^t + d_{i,j}C_{i-1,j}^t + e_{i,j}C_{i,j-1}^t + f_{i,j}C_{i,j+1}^t \quad (3.2)$$

donde desde a hasta f son coeficientes propios del modelo.

El balance de masa está dado por la Ecuación (3.1) y el balance de energía por la Ecuación (3.10). Ambas se resuelven utilizando el método de solución numérica de Euler. Solamente para el modelo de generación y difusión de hidrógeno se utilizó el método de lo solución de Runge-Kutta cuarto orden, como se mencionó en la sección anterior.

Los procesos de transferencia de calor se combinan con el proceso de transferencia de masa a través de la velocidad de reacción y la reacción de calor en la interface, que son una función de la temperatura. Y la transferencia de momento se combina con el modelo de transferencia de masa con el término de convección. Por lo tanto, en este trabajo se considera la transferencia simultánea de momento, calor y masa.

Se desarrolló un programa informático para analizar el proceso de transporte de los efectos de la transferencia de calor por radiación durante un AS y se implementó en FORTRAN en la plataforma Windows con el compilador MS FORTRAN 4.0 POWERSTATION Microsoft Corp.

4.3. Comparación con otro código

Como se mencionó anteriormente, la validación de este tipo de estudios es muy complicada debido a los fenómenos físicos y químicos que intervienen, el alcance del modelo matemático y los escenarios que son necesarios para la reproducción.

Una posible forma de validar los resultados obtenidos con el código desarrollado, es utilizar los resultados para un escenario similar realizado por (Naitoh et al, 1977) mismos que ya han sido publicados y corroborados. Se realizó una simulación considerando un LOCA con SBO recisando los diferentes parámetros a los 60, 129 y 180 segundos despues del SCRAM del reactor.

Comparando los resultados para diferentes tiempos (60, 129 y 180 segundos), con sus resultados para los mismos tiempos después de un LOCA, se obtuvo una diferencia máxima del 1% con una tendencia similar. Esta es una comparación dinámica.

Teniendo en cuenta que los resultados presentados por Naitoh et al (1977), están de acuerdo con los datos experimentales que informan y que el sistema del modelo desarrollado en este trabajo es un canal promedio; se puede considerar que la simulación aquí desarrollada es válida para el escenario y las condiciones propuestas en esta tesis.

En la Figura 4.3 se muestra la comparación entre los dos modelos en el mismo escenario y situación del AS y en el mismo tiempo, para la barra más caliente presentada por Naitoh et al (1977) y el canal promedio desarrollado. El canal promedio para esta comparativa se consideró que obtiene calor por radiación de las barras de su alrededor, además de considerarse la generación de hidrógeno con una reacción exotérmica, lo cual la acerca a las condiciones de la barra más caliente para su comparativa.

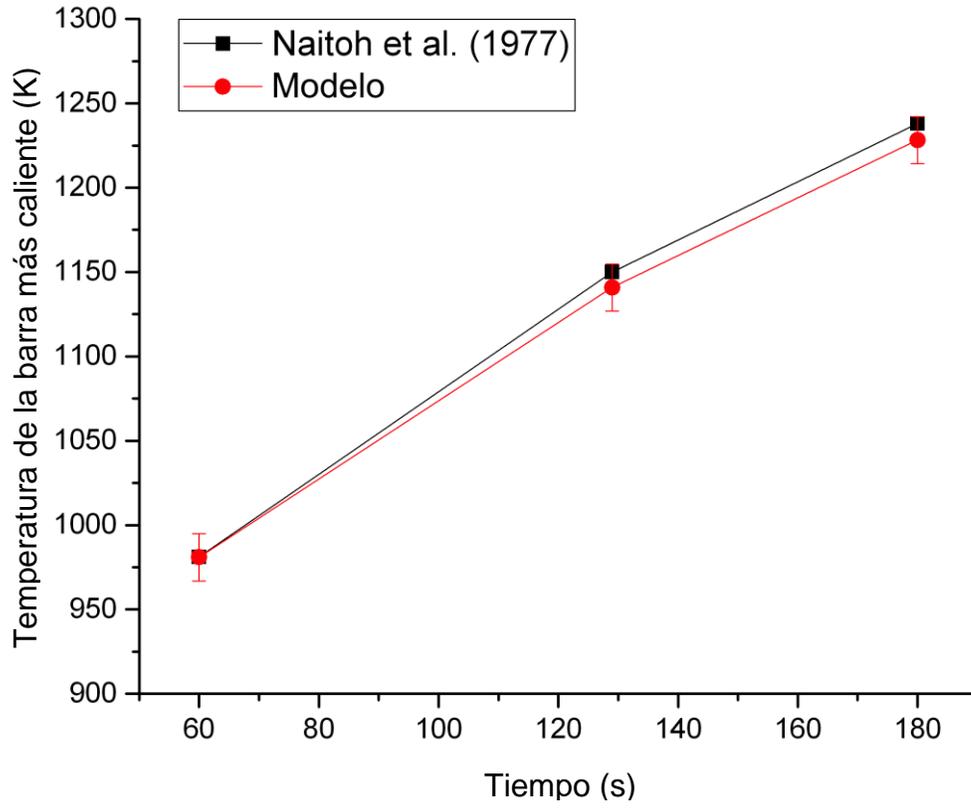


Figura 4.3. Comparación de la barra más caliente.

*“La gente piensa que enfocarse significa decir sí a aquello en lo que te enfocas, pero no es así.
Significa decir no a otras cientos de ideas buenas que hay”.*
Steve Jobs

Capítulo 5. Transferencia de calor por radiación

En este capítulo se muestra el análisis numérico para el escenario de accidente severo considerando y sin considerar, en el modelo, la contribución del efecto de la transferencia de calor por radiación (TCR), esto como una primera aproximación hacia el análisis completo del escenario de accidente severo y con el fin de observar la relevancia de la transferencia de calor por radiación.

5.1. Descripción y consideraciones

Como se ha mostrado en el capítulo 3, el modelo matemático que describe el escenario de AS y que se desea utilizar para el análisis del mismo está constituido por múltiples ecuaciones diferenciales con sus respectivas condiciones iniciales y de frontera. Cada ecuación modela por su cuenta un fenómeno diferente y se acoplan entre ellas para obtener un modelo más completo del escenario de AS.

Es por esta razón que en este capítulo se estudian los modelos con y sin la transferencia de calor por radiación para observar la contribución de ese fenómeno, esto con el fin de manipular un modelo completo más sencillo que permita obtener una primera aproximación del análisis del AS y que a su vez nos permita, posteriormente, comparar con el modelo completo considerando el enfriamiento con agua de mar.

Los experimentos numéricos se realizaron utilizando un canal promedio descrito en el capítulo 3, que representa una barra de combustible de un reactor tipo BWR, con su gap, revestimiento y el vapor de enfriamiento a su alrededor, con el fin de establecer la importancia de los efectos de la convección y la difusión de hidrógeno en un escenario de AS.

Las condiciones iniciales de este escenario corresponden al 100% de la potencia nominal, se considera que el reactor nuclear se ha apagado y no se cuenta con un flujo de fluido de enfriamiento.

La simulación comienza después del apagado del reactor, justo en el momento en que las condiciones en el núcleo del reactor son propicias para comenzar la generación de hidrógeno, y se considera también que el núcleo se encuentra descubierto. Para llegar a dichas condiciones se corrió previamente el código en un escenario normal bajo el cual el reactor se encuentra estable.

5.2. Análisis de la temperatura

La temperatura del combustible se incrementa debido al calor de decaimiento, que sigue el comportamiento transitorio dado por la Ecuación (3.14). Luego, debido a la falta de fluido de refrigeración, la temperatura del combustible aumenta. Eventualmente, el aumento de temperatura causa la oxidación del revestimiento del combustible y comienza la generación de hidrógeno.

Para el análisis del comportamiento transitorio de la temperatura promedio del revestimiento de la barra de combustible, se consideran los siguientes tres casos:

- (1) Existe transferencia de calor por radiación desde la barra central (barra de estudio) hacia sus alrededores, y de igual manera, las 8 barras que la rodean transfieren calor por radiación hacia ella, como se muestra en la Figura 3.6.
- (2) Existe transferencia de calor por radiación desde las 8 barras que rodean a la barra central, pero la barra central no transfiere calor por radiación hacia sus alrededores, $q''_r = 0$. Este no es un caso real, pero es el caso más extremo y se puede utilizar para comprender mejor el efecto de la transferencia de calor por radiación.
- (3) No existe ningún efecto de transferencia de calor por radiación, $q''_r = 0$ y $q''_{ext} = 0$.

El comportamiento transitorio de la temperatura promedio del revestimiento de la barra de combustible para los tres casos de análisis se muestra en la Figura 5.1.

En esta figura, es posible observar que el aumento de la temperatura promedio es menor considerando los efectos de transferencia de calor por radiación (caso 1), que cuando no se consideran dichos efectos (caso 3).

Naturalmente, el caso cuando no hay enfriamiento por radiación en la barra de combustible pero si se obtiene calor por radiación de las barras de los alrededores de la barra de estudio (caso 2) es donde se observa una mayor temperatura promedio en el revestimiento de la barra de combustible.

En este último caso se puede observar que el comportamiento de la temperatura promedio contiene algunas discontinuidades al rededor de los 1500 K y de los 1800 K, esto se debe a que a dichas temperaturas se tiene pequeños saltos por la elección de la coorelación para determinar el calor de reacción (), y la cinetica para la oxidación superficial (K_{ox}) respectivamente.

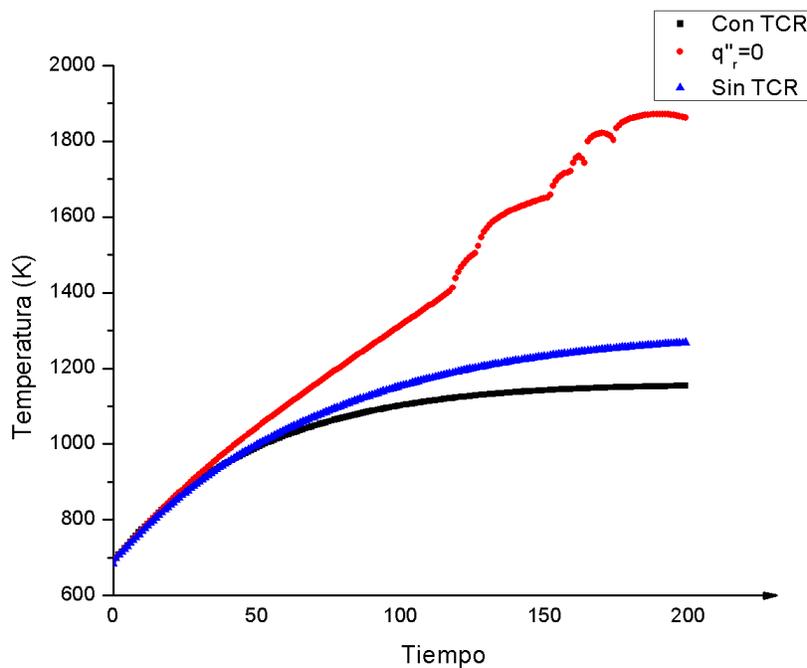


Figura 5.1. Comparación transitoria de las temperaturas promedio del revestimiento.

5.3. Análisis de la concentración de hidrógeno

Para el análisis del comportamiento transitorio de la concentración promedio de hidrógeno en el canal promedio, se consideran nuevamente los tres casos anteriores.

En la Figura 5.2 se presenta el comportamiento transitorio de la concentración promedio de hidrógeno.

Es posible observar que para el primer caso, es decir, considerando el efecto de la transferencia de calor por radiación, se obtiene una menor concentración de hidrógeno, debido a que se tiene una temperatura de revestimiento promedio menor.

Para el caso 3, cuando no se considera una transferencia de calor por radiación, se tiene una concentración promedio ligeramente mayor, debido a que se cuenta con una temperatura promedio mayor en el revestimiento del combustible.

Finalmente, para el caso 2, se tiene una concentración promedio notablemente mayor, porque la temperatura influye de manera directa en la velocidad de reacción y por lo tanto en la generación de hidrógeno, y este es el caso donde se cuenta con una mayor temperatura.

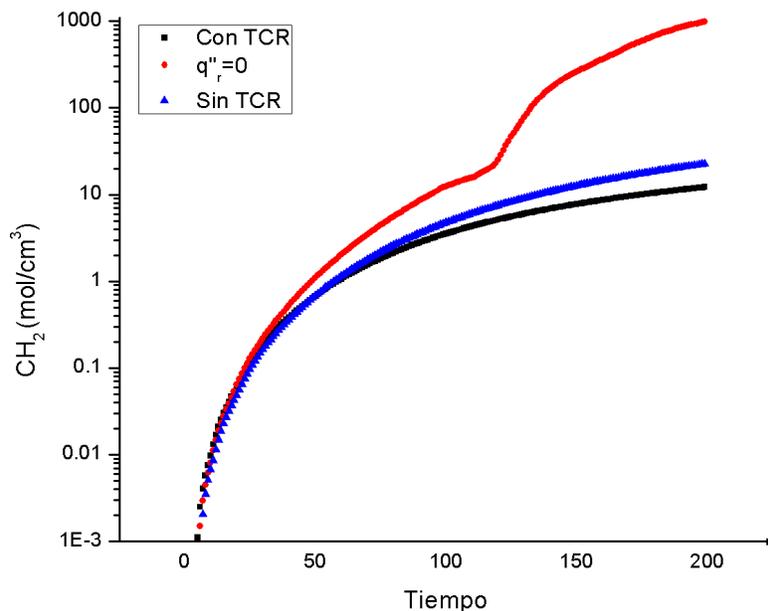


Figura 5.2. Comparación transitoria de la concentración promedio de hidrógeno.

La Figura 5.3 muestra la superposición del comportamiento de la temperatura promedio del revestimiento y del comportamiento de la concentración promedio de hidrógeno, ambos para los diferentes casos estudiados. Es posible observar la importante relación entre la temperatura y la concentración de hidrógeno. El comportamiento de la concentración esta definido por la Ec. 3.1, y por sus condiciones inicial y de frontera. Las cinética para la oxidación superficial (K_{ox}) contiene una exponente negativo, sin embargo, en la Ec. 3.5 se compensa con el signo de la difusión por lo que se obtienen valores positivos para la concentración.

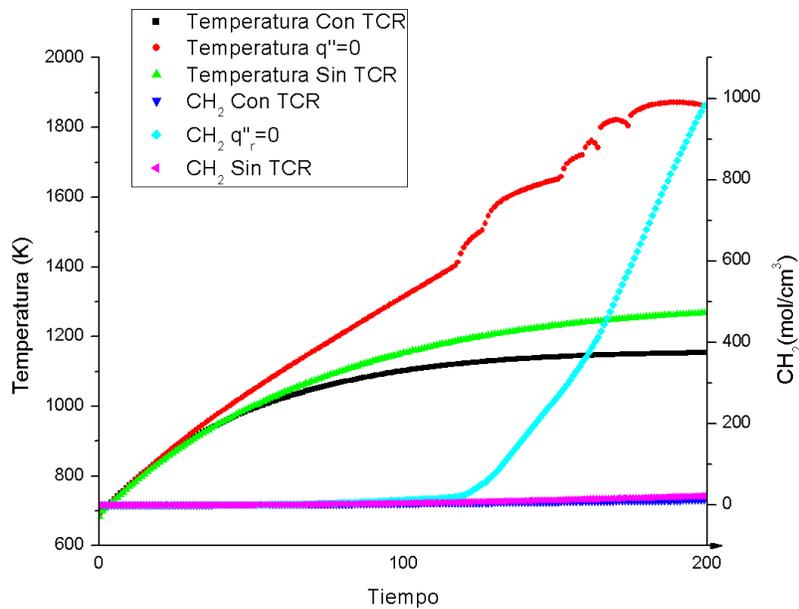


Figura 5.3. Comparación de la temperatura promedio y la concentración promedio de hidrógeno.

5.4. Pertinencia de la inclusión de la TCR

Los componentes del modelo que considera la transferencia de calor por radiación, como se muestra en el capítulo 3, son el flujo dado por las barras de los alrededores, q''_{ext} ; el flujo que sale de la barra principal, q''_r ; y el efecto global, $q''_{rad} = q''_r - q''_{ext}$. Podemos observar el comportamiento de cada término del modelo en la Figura 5.4.

El signo de cada término denota la dirección del flujo de calor, tomando como punto de referencia, el canal promedio, es decir, la barra central.

En la Figura 5.5, se puede observar el comportamiento del coeficiente de oxidación promedio en el revestimiento, a lo largo del tiempo, para los tres diferentes casos estudiados en esta tesis. Es posible observar un comportamiento similar al de la temperatura promedio debido a su relación directa y de la misma manera se puede observar algunas discontinuidades nuevamente debidas a la elección en las correlaciones del calor de reacción (), y la cinetica de oxidación superficial (K_{ox})

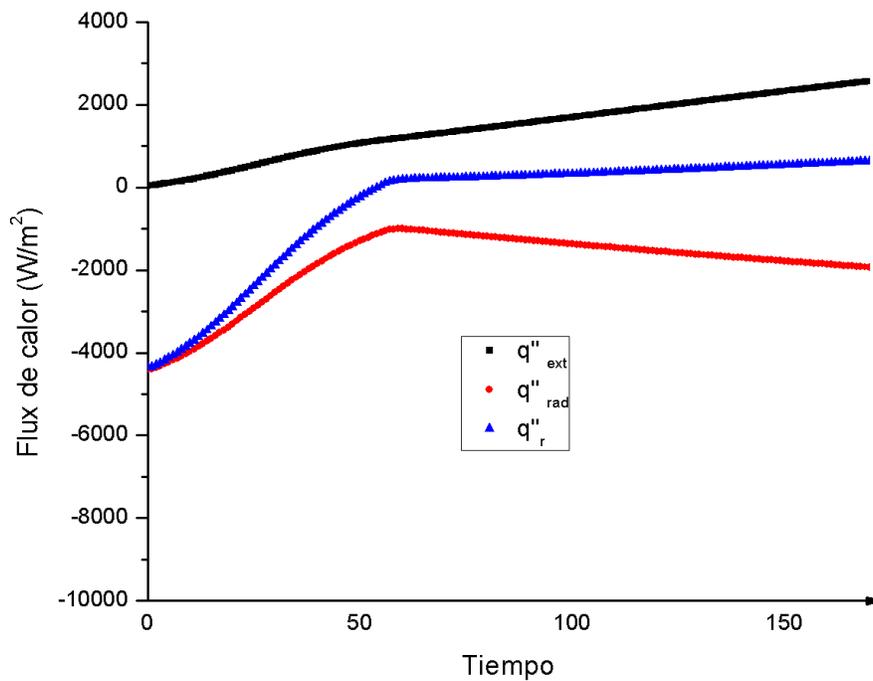


Figura 5.4. Comparación de términos del modelo con transferencia de calor por radiación.

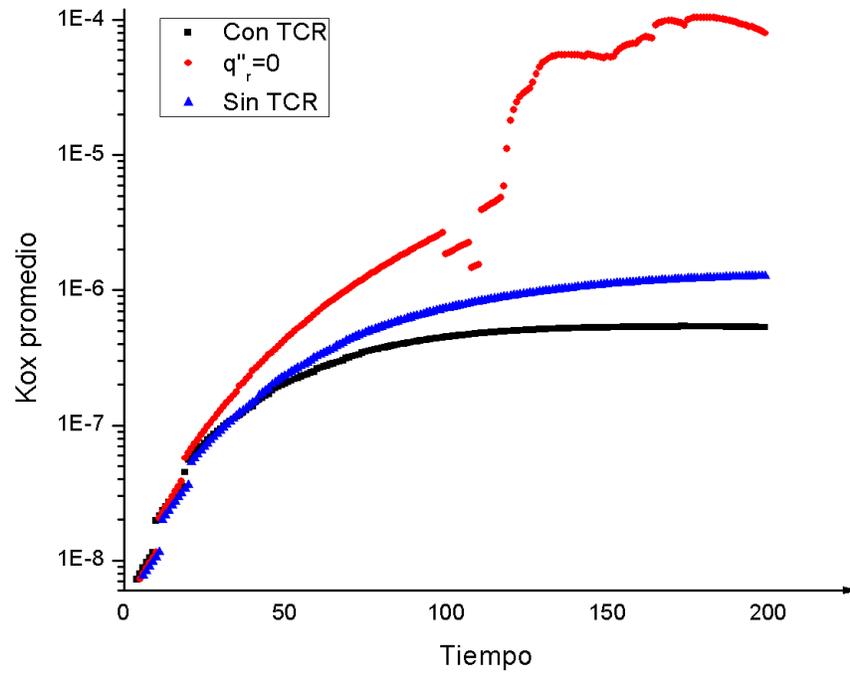


Figura 5.5. Comparación del coeficiente de oxidación en el revestimiento.

*“Lo que sabemos es una gota de agua,
lo que ignoramos es el océano”*

Isaac Newton

Capítulo 6. Difusión anómala

En este capítulo se estudia el comportamiento del calor y la transferencia de masa durante la generación de hidrógeno en el núcleo del reactor de agua en ebullición (BWR) aplicando el cálculo fraccional para observar con mayor detalle los efectos.

Se explican algunas generalidades acerca del cálculo fraccional de manera introductoria para mostrar su implementación en el caso específico de este trabajo.

La distribución de la temperatura en el combustible nuclear se obtiene con un modelo de difusión normal, el de la distribución de la concentración de hidrógeno se obtiene con una ecuación fraccional del telégrafo en el tiempo (TFTE, por sus siglas en inglés).

La TFTE le permite al modelo considerar los procesos de difusión anómala (efectos no Fickianos), que gobiernan el transporte en sistemas heterogéneos.

6.1. Generalidades del cálculo fraccional

Bertram Ross en 1975 sugirió el criterio (¹P) para la derivada fraccional (DF) basado en las siguientes propiedades (Ross, 1975):

¹P1 La derivada de una función analítica es analítica

¹P2 Cuando el orden es entero, la DF da el mismo resultado que la derivada ordinaria (Compatibilidad hacia atrás)

¹P3 La derivada de orden cero de una función devuelve la función en sí misma.

¹P4 El operador debe de ser lineal.

¹P5 La ley del índice es válida, es decir $D^\alpha D^\beta f(t) = D^{\alpha+\beta} f(t)$, para $\alpha < 0$ y $\beta < 0$

Se puede discutir sobre la necesidad de un criterio que clasifique a un operador como una DF o no. Éste es el cuestionamiento de interés al momento de pensar en las ciencias aplicadas, donde es importante garantizar que las ecuaciones y algoritmos sean generalizaciones en el orden entero correspondiente. En esta línea de ideas, se establece a continuación los criterios relevantes para dicha formulación (Ortigueira & Machado, 2015).

6.1.1. Algunas consideraciones

Analizando el criterio ¹P formulado por Bertram Ross. Sus temas son casi naturales y fácilmente aceptables desde la perspectiva del Cálculo Fraccional antes de los desarrollos que se verificaron durante la última década y cuando se considera derivadas invariables por desplazamiento.

El cálculo fraccional fue objeto de una considerable evolución, particularmente en las ciencias aplicadas. Los derivados con una visibilidad histórica más pequeña, como la formulación Grünwald-Letnikov, se popularizaron y forman parte de las aplicaciones comunes del cálculo fraccional.

Además, la extensión a dominios discretos se logró en los últimos años (Ortigueira et al, 2015), (Bastos, 2012), (Ortigueira et al, 2013). Esto significa que la característica analítica de una función y sus derivadas tiene una importancia limitada. Además, la derivada de una función analítica no es necesariamente analítica, esto debido a que se puede calcular un número infinito de derivadas con el uso de la teoría de función generalizada (distribución) (Gel'fand & Shilov, 1964), (Ortigueira M. D., 2011). Por lo tanto, parece que la analiticidad no debe ser considerada cuando se trata de una DF.

Recientemente, otra condición importante fue formulada por Tarasov (2013): un operador fraccionario debe verificar la regla generalizada de Leibniz. Propuso esta regla para hacer una distinción entre los operadores que actualmente se clasifican como DF y otros publicados recientemente, que usan tal designación, pero no verifica la regla de Leibniz, como es el caso de la DF de Jumarie (2012) y la DF local (Kolwankar & Gangal, 1996).

6.1.2. El criterio

Con base en el criterio anteriormente descrito, se propone el siguiente criterio de sentido amplio:

Un operador se considera como DF en un criterio de sentido amplio si cumple con las propiedades ²P definidas como:

²P1 Linealidad. El operador es lineal.

²P2 Identidad. La derivada de orden cero de una función devuelve la función en sí misma.

²P3 Compatibilidad hacia atrás. Cuando el orden es entero, la DF da el mismo resultado que la derivada ordinaria.

²P4. Ley de índice contenido. $D^\alpha D^\beta f(t) = D^{\alpha+\beta} f(t)$, para $\alpha < 0$ y $\beta < 0$.

²P5 Regla generalizada de Leibniz. $D^\alpha [f(t)g(t)] = \sum_{i=0}^{\infty} \binom{\alpha}{i} D^i f(t) D^{\alpha-i} g(t)$

Es claro que cuando $\alpha = N \in \mathbb{Z}^+$ se obtiene la regla clásica de Leibniz.

Actualmente hay un número considerable de propuestas para las definiciones de FD (de Olivera & Tenreiro Machado, 2014). En este trabajo no se muestran todas las formulaciones, sin embargo las más comúnmente utilizadas son:

Grünwald-Letnikov

Se define la DF por el límite de la proporción incremental fraccional (Ortigueira M. D., 2011):

$${}^{GL}D_{\theta}^{\alpha} f(z) = e^{i\alpha\theta} \lim_{|h| \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{\alpha}{k} f(z - kh)}{|h|^{\alpha}} \quad (5.1)$$

donde $h = |h|e^{j\theta}$ es un número complejo tal que $\theta \in (-\pi, \pi]$

Riemann-Liouville

Sea $\Omega = [a, b] (-\infty < a < b < \infty)$ un intervalo en el eje real \mathbb{R} . La integral fraccional de Riemann-Liouville $I_{a+}^{\alpha} f$ y $I_{a-}^{\alpha} f$ de orden $\alpha \in \mathbb{R}^+$ está definida por las ecuaciones (6.2) y (6.3) respectivamente.

$${}^{RL}I_{a+}^{\alpha} f(x) := \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^x \frac{f(t) dt}{(x-t)^{1-\alpha}} \quad (x > a; \alpha > 0) \quad (5.2)$$

$${}^{RL}I_{b-}^{\alpha} f(x) := \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_x^b \frac{f(t) dt}{(t-x)^{1-\alpha}} \quad (x < b; \alpha > 0) \quad (5.3)$$

Las derivadas fraccionales de Riemann-Liouville $D_{a+}^\alpha f$ y $D_{b-}^\alpha f$ están definidas por:

$${}^{RL}D_{a+}^\alpha f(x) := \left(\frac{d}{dt}\right)^n I_{a+}^{n-\alpha} f(x) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \left(\frac{d}{dt}\right)^n \int_a^x \frac{f(t)dt}{(x-t)^{\alpha-n+1}} \quad (n = [\alpha] + 1; x > a) \quad (5.4)$$

$${}^{RL}D_{b-}^\alpha f(x) := \left(-\frac{d}{dt}\right)^n I_{b-}^{n-\alpha} f(x) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \left(-\frac{d}{dt}\right)^n \int_x^b \frac{f(t)dt}{(t-x)^{\alpha-n+1}} \quad (n = [\alpha] + 1; x < b) \quad (5.5)$$

donde $[\alpha]$ es la parte entera de α

Caputo

Sea $[a,b]$ un intervalo finito del eje real, y sean ${}^{RL}D_{a+}^\alpha [f(t)](t) \equiv {}^{RL}D_{a+}^\alpha f(t)$ y ${}^{RL}D_{b-}^\alpha [f(t)](t) \equiv {}^{RL}D_{b-}^\alpha f(t)$ las derivadas fraccionales de Riemann-Liouville de orden $\alpha \in \mathbb{R}^+$, definidas en las Ecuaciones (6.4).y (6.5), respectivamente. La derivada fraccional de Caputo ${}^C D_{a+}^\alpha f(t)$ y ${}^C D_{b-}^\alpha f(t)$ de orden $\alpha \in \mathbb{R}^+$ en $[a,b]$ a través de la derivada fraccional de Riemann-Liouville, se define como:

$${}^C D_{a+}^\alpha f(t) := {}^{RL}D_{a+}^\alpha \left[y(t) - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (t-a)^k \right] (t) \quad (5.6)$$

$${}^C D_{b-}^\alpha f(t) := {}^{RL}D_{b-}^\alpha \left[y(t) - \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f^{(k)}(b)}{k!} (b-t)^k \right] (t) \quad (5.7)$$

donde $n = [\alpha] + 1$

6.2. Transferencia de masa fraccional

Durante el calentamiento del combustible y el daño al núcleo, la producción de hidrógeno es un parámetro muy importante, debido a que representa un efecto integrado de diferentes modelos en el progreso de la degradación del núcleo, incluido el modelo de oxidación del metal, la disponibilidad de refrigerante para reacción química y la fracción de superficie de metal expuesta al refrigerante. (Vierow et al, 2004)

Los fenómenos de transferencia de masa consideran que el hidrógeno generado se difunde en el refrigerante por difusión, como se explica en el capítulo 3. En este capítulo, el transporte de masa con difusión y reacción fue aproximado con la Ecuación Fraccional del Telégrafo en el Tiempo (EFTT).

$$\frac{\partial^{2\alpha} c_{H_2}(x,t)}{\partial t^{2\alpha}} + 2a \frac{\partial^\alpha c_{H_2}(x,t)}{\partial t^\alpha} = D_s \frac{\partial^2 c_{H_2}(x,t)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L, \quad t > 0, \quad \frac{1}{2} < \alpha \leq 1 \quad (5.8)$$

Donde c_{H_2} es la concentración promedio, a es un parámetro relacionado con el tiempo de relajación, y D_s es el coeficiente de difusión efectiva. La derivada fraccionaria definida en el sentido de Caputo (Podlubny, 1998) es:

$$\frac{\partial^\beta f(t)}{\partial t^\beta} = \begin{cases} \frac{d^n f(t)}{dt^n}, & \beta = n \in \mathbb{N} \\ \frac{1}{\Gamma(n-\beta)} \int_0^t (t-\tau)^{n-\beta-1} \frac{d^n f(\tau)}{d\tau^n} d\tau, & n-1 < \beta < n \end{cases} \quad (5.9)$$

Las condiciones iniciales y de frontera están dadas por:

$$c_{H_2}(x,0) = \phi(x) \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} c_{H_2}(x,0) = Rx(T_F(r,0)), \quad 0 < x \leq L \quad (5.11)$$

$$c_{H_2}(0,t) = c_{H_2}(L,t) = 0, \quad t \geq 0 \quad (5.12)$$

Para el calor de decaimiento, Q ; el calor de reacción, ΔH_x ; y la tasa de reacción, Rx ; se siguen considerando los mismos modelos descritos en el capítulo 3.

6.3. Solución numérica para el modelo fraccional

La ecuación fraccional del telégrafo ha sido considerada por muchos autores, por ejemplo:

Anh y Leonenko (2001, 2002) consideraron la ecuación fraccional de onda de difusión bajo algunas condiciones iniciales aleatorias y obtuvieron sus soluciones renormalizadas.

Cascaval et al. (2002) analizaron las ecuaciones fraccionarias del telégrafo en el tiempo, tratando la presentación correcta y presentando un estudio que involucra asintótica utilizando el enfoque de Riemann-Liouville.

Orsingher y Zhao (2003) consideran la ecuación fraccional del telégrafo espacial, obteniendo la transformada de Fourier de su solución fundamental y la presentando un proceso simétrico con trayectorias discontinuas, cuya función de transición satisface la ecuación fraccional del telégrafo en el espacio.

Orsingher y Beghin (2004) analizaron la ecuación fraccional del telégrafo en el tiempo y los procesos telegráficos con tiempo browniano, mostrando que algunos procesos se rigen por ecuaciones telegráficas fraccionarias en el tiempo.

Momani (2005) analizó las soluciones analíticas y aproximadas de las ecuaciones diferenciales telegráficas fraccionarias espaciales y temporales por medio del llamado método de descomposición *adomian*.

Chen et al. (2008) también discutieron y derivaron la solución de la ecuación fraccional del telégrafo en el tiempo con tres tipos de condiciones de frontera no homogéneas, por el método de separación de variables.

Camargo et al. (2008) propusieron las llamadas ecuaciones telegráficas fraccionarias espaciales-temporales generales, por los métodos del cálculo diferencial e integral, discutiendo la solución por medio de las transformadas de Laplace y Fourier en las variables t y x , respectivamente.

La ecuación fraccional del telégrafo en el tiempo, dada por la Ecuación (6.8) con condiciones iniciales y de frontera (Ecuaciones (6.10) y (6.12)) consiste en una solución analítica derivada por (Huang, 2009). La solución en forma de series para el problema de frontera (Ecuaciones (6.8), (6.10) y (6.12)) en un dominio de espacio de frontera, se obtiene mediante el método de transformaciones de Sine-Laplace:

$$c_{H_2}(x,t) = \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(c_1 E_{\alpha,1}(\lambda_- t^\alpha) - c_2 E_{\alpha,1}(\lambda_+ t^\alpha) \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \int_0^L \phi(y) \sin\left(\frac{n\pi y}{L}\right) dy \\ + \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(c_1 E_{\alpha,2}(\lambda_+ t^\alpha) - c_2 E_{\alpha,2}(\lambda_- t^\alpha) \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \int_0^L \varphi(y) \sin\left(\frac{n\pi y}{L}\right) dy \quad (5.13)$$

Donde:

$$c_1 = \frac{\lambda_+}{\lambda_+ - \lambda_-} \quad (5.14)$$

$$c_1 = \frac{\lambda_-}{\lambda_+ - \lambda_-} \quad (5.15)$$

$$\lambda_{\pm} = -a \pm \sqrt{a^2 - \left(\frac{nD_s\pi}{L}\right)^2} \quad (5.16)$$

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\Gamma(n\alpha + \beta)} \quad (5.17)$$

Los parámetros para evaluar esta solución son $L = 3.81m$ y $D_s = 0.0045 m^2 / s$

Otros estudios sin el término forzado $f(x,t)$, y con $a = 0$, utilizan la Ecuación (6.8) que se conoce como la ecuación fraccional de difusión-onda estudiada por (Schneider & Wyss, 1989), (Mainardi, 1996) y (Agrawal, 2002).

Para comenzar a estudiar y aplicar el cálculo fraccional, se realizó un trabajo previo en el que se llevó a cabo un análisis lineal del término fuente para las ecuaciones de la cinética neutrónica puntual fraccional (Espinosa-Paredes & Cázares-Ramírez, 2016). Se estudió la estabilidad de las ecuaciones de la neutrónica puntual fraccionales mediante una transformación de planos y para diferentes tiempos de relajación (τ).

Se encontró que los parámetros de difusión anómala (α) y el tiempo de relajación (τ) son cruciales para determinar la estabilidad del sistema, así como el término fuente, mismo que en el dominio del tiempo es despreciable pero en el plano W es crucial.

Este estudio permitió realizar un acercamiento al cálculo fraccional y observar su posible aplicación en el calor de decaimiento, puesto que éste es el término fuente en el caso de este trabajo doctoral. Cabe mencionar que este estudio concluyó con

la publicación de un artículo indexado en una revista internacional el cuál se muestra en el Apéndice B. Así mismo se publicó un artículo más presentado en el Apéndice C, el cuál muestra la aplicación de ingeniería de control en conjunto con el cálculo fraccional mismo que puede ser utilizado para análisis de estabilidad en los sistemas.

Para este trabajo doctoral, los experimentos numéricos se realizaron en un canal promedio que representa un reactor nuclear, con la barra de combustible, el gap, el revestimiento y el vapor de enfriamiento de un BWR, como se explicó en el capítulo 4. Las condiciones iniciales de este escenario corresponden al 100% de la potencia nominal, con paro del reactor y sin flujo de enfriamiento, es decir, sin efectos de mitigación de calentamiento.

En las Figuras 6.1 y 6.2, se muestran las condiciones iniciales de concentración y velocidad de reacción, respectivamente. Estas condiciones iniciales se obtuvieron con el modelo de difusión normal. En la Figura 6.1 se puede ver que aparentemente la concentración se acerca asintóticamente a un estado de equilibrio, la tendencia de comportamiento se esperaba debido a la presencia de oxidación en el revestimiento de la barra de combustible, en todo el rango $0 < x \leq L$, como se muestra en la Figura 6.2.

La tendencia de la velocidad de reacción mostrada en la Figura 6.2 sigue el comportamiento de la potencia no uniforme generada por el calor residual en el núcleo del reactor. En estas condiciones, la distribución de la temperatura del revestimiento se presenta en la Figura 6.3. Como se puede observar en esta figura, la temperatura del revestimiento no es uniforme en la dirección axial del combustible nuclear, y por lo tanto la velocidad de reacción sigue el comportamiento de la temperatura del revestimiento.

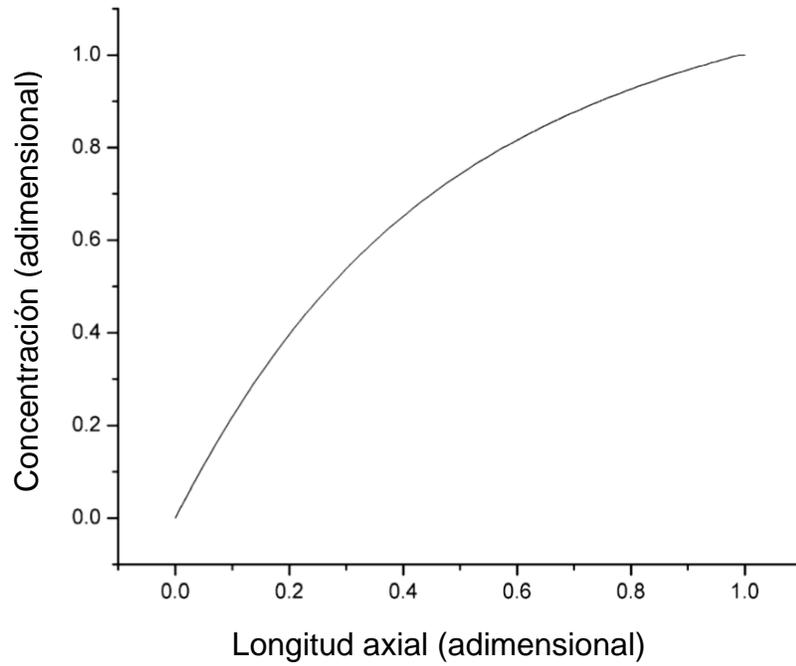


Figura 6.1 Condición inicial $c_{H_2}(x,0) = \phi(x)$, para $0 \leq x \leq L$, para cualquier valor de coeficiente fraccional.

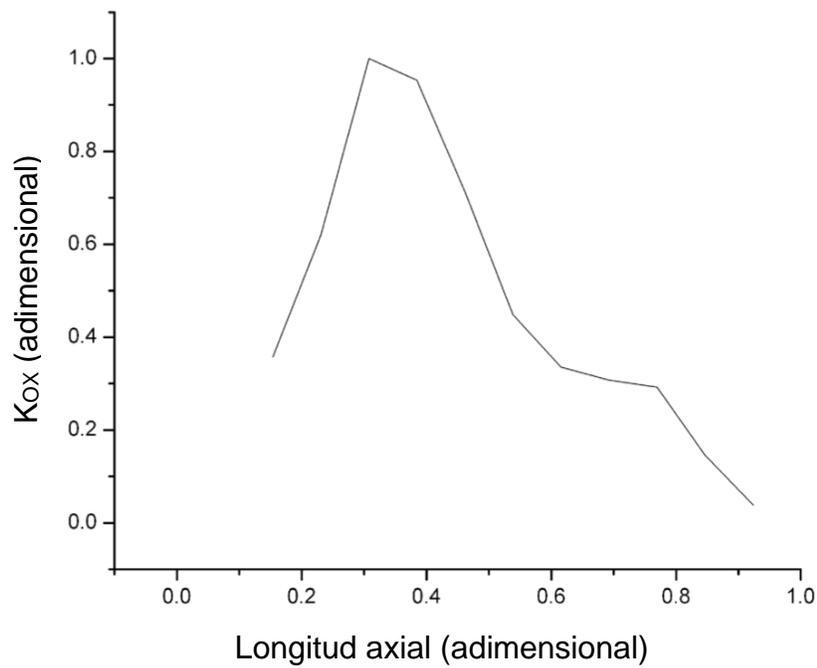


Figura 6.2. Condición inicial $\frac{\partial}{\partial t} c_{H_2}(x,0) = Rx(T_F(r,0))$, para $0 \leq x \leq L$.

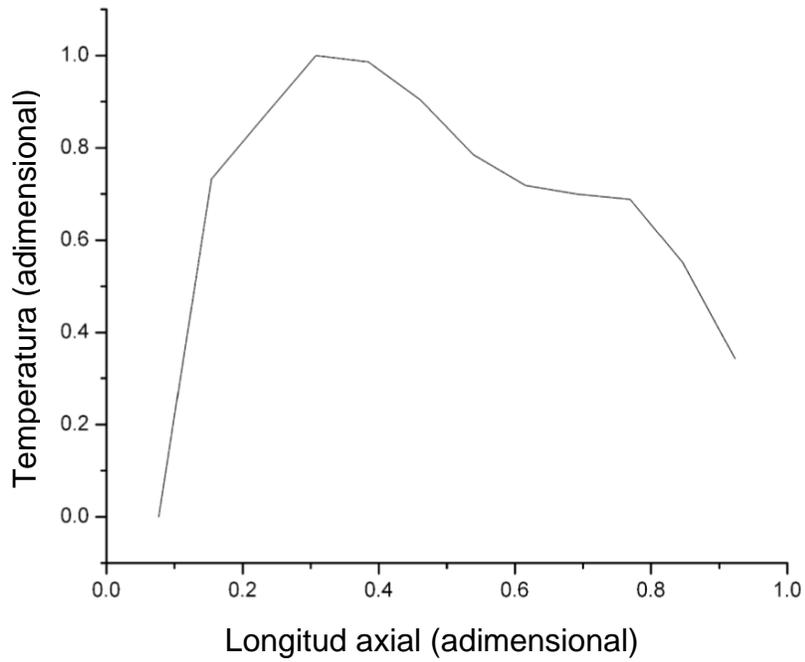


Figura 6.3. Distribuciones de temperatura en el revestimiento, en dirección axial

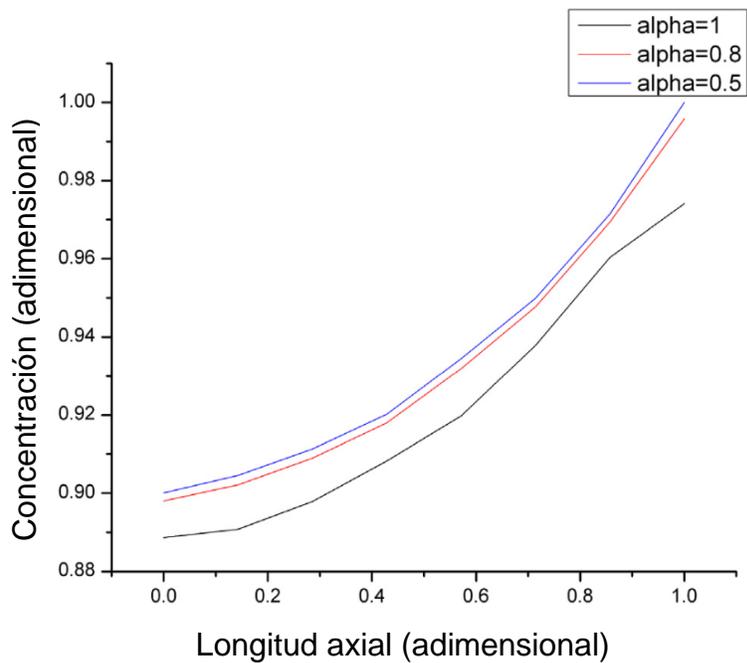


Figura 6.4. Comportamiento fraccional de la concentración de hidrógeno para diferentes valores de α en $t = 5s$.

El comportamiento del modelo fraccional de la transferencia de masa con la reacción para diferentes valores de a se muestra en la Figura 6.4, donde el valor del coeficiente a es 0.03. En cada uno de estos casos, la densidad del hidrógeno se analiza mediante diferentes valores del orden de la difusión anómala, $\alpha = 0.5, 0.8, 1$.

Los resultados de concentración de hidrógeno para diferentes valores de α , en $t=0$ para $\frac{1}{2} \leq \alpha \leq 1$ se presentan en la Figura 6.1, y en estas condiciones la concentración de hidrógeno es la misma para cualquier valor de α , como se esperaba.

Los resultados de concentración de hidrógeno para diferentes valores de α , en $t=5$ segundo, se presentan en la Figura 6.4, es decir, para tiempos cortos. En esta figura se puede observar que la concentración de hidrógeno se incrementa con un valor decreciente de α .

El significado físico de este fenómeno es que cuando $\alpha = 1$, la resistencia a la transferencia de masa es mayor que para $\alpha = 0.8$, debido a los efectos sub-difusivos característicos del EFTT para el rango de $0.5 < \alpha < 1$. Entonces, cuando $\alpha \rightarrow 0.5$, la Ecuación (6.1) se transforma en:

$$\frac{\partial c_{H_2}(x,t)}{\partial t} + 2a \frac{\partial^{0.5} c_{H_2}(x,t)}{\partial t^{0.5}} = D_s \frac{\partial^2 c_{H_2}(x,t)}{\partial x^2} \quad (5.18)$$

El segundo término en el lado izquierdo genera efectos sub-difusivos.

Ahora, cuando $\alpha \rightarrow 1$, la Ecuación (6.8) se transforma en:

$$\frac{\partial^2 c_{H_2}(x,t)}{\partial t^2} + 2a \frac{\partial c_{H_2}(x,t)}{\partial t} = D_s \frac{\partial^2 c_{H_2}(x,t)}{\partial x^2} \quad (5.19)$$

Entonces, la resistencia a la transferencia de masa es menor que con respecto a $\alpha = 1$ y $\alpha = 0.8$, debido a que el fenómeno de transporte es propicio, y los efectos difusivos son despreciables. El comportamiento de la concentración en el rango $0.5 < \alpha < 1$, se puede inferir de la Figura 6.4, entre los límites de $\alpha = 0.5$ y $\alpha = 1$.

En conclusión, después de aplicar la ecuación fraccional del telégrafo en el tiempo para estudiar el comportamiento transitorio de las distribuciones de la concentración de hidrógeno en el núcleo de un BWR durante un AS, considerando la difusión anómala y reacción o generación de hidrógeno, se tiene que, la concentración de hidrógeno empata con la reacción debida a la oxidación para diferentes valores de coeficiente fraccional, en $t = 0$ (Figura 6.1) y tiempos cortos (Figura 6.4).

La ventaja del uso del calculo fraccional en un sistema de este tipo radica en que permite analizar de manera más precisa los transitorios para tiempos muy pequeños, es decir, para procesos subdifusivos. En la practica, no es del todo relevante la aplicación del calculo fraccional en reactores del tipo BWR, e incluso en la simulaciones consumen más recurso computacional, sin embargo, este tipo de estudios serán una herramienta que cobrará importancia en los nuevos reactores que sí cuentan con tiempos de relajación menor y este tipo de estudio es una manera de iniciar con las comparativas y validaciones para trabajos futuros.

De acuerdo con los resultados obtenidos con la EFTT, la concentración es inversamente proporcional al coeficiente de orden fraccional α . Estos resultados son relevantes y pueden utilizarse para complementar los procedimientos en términos de análisis de riesgo en una planta de energía nuclear del tipo BWR.

A partir del análisis y estudio de este fenómeno (difusión anómala durante un AS en una central nuclear BWR), se realizó un artículo, el cual fue publicado en una revista internacional indexada, mismo que se encuentra en el Apéndice A.

*“Si el conocimiento puede crear problemas,
no es con la ignorancia con lo que podremos resolverlos”.*

Isaac Asimov

Capítulo 7. Enfriamiento con agua de mar

En este capítulo se muestra las variaciones de las principales propiedades termodinámicas y de transporte del agua de mar, utilizadas en este trabajo, las cuales dependen de la presión y la temperatura del escenario del accidente severo, así como de la salinidad de la misma agua de mar.

También se muestran los principales resultados obtenido a través del código desarrollado para el caso del enfriamiento del núcleo del reactor utilizando agua de mar.

Finalmente, se muestra una comparativa entre el escenario que considera el enfriamiento con agua de mar y el escenario que considera el enfriamiento con agua dulce.

7.1. Cálculo de las propiedades de agua de mar

Como se mencionó en la sección 2.4, la mayoría de las propiedades termodinámicas y de transporte del agua de mar varían, dependiendo principalmente de su salinidad y de las condiciones de presión y la temperatura en las que se encuentre el núcleo del reactor durante el AS.

A continuación se muestran las correlaciones utilizadas para el cálculo de las propiedades del agua de mar, así como su comparativa con agua desalinizada, para diferentes condiciones.

7.1.1. Densidad

Para el cálculo de la densidad de agua de mar se utilizó la siguiente correlación (Sharqawy et al, 2010):

$$\rho_{sw} = \left(\begin{aligned} &a_1 + a_2t + a_3t^2 + a_4t^3 + a_5t^4 + a_6p + a_7pt^2 + a_8pt^3 + a_9pt^4 + a_{10}p^2 \\ &+ a_{11}p^2t + a_{12}p^2t^2 + a_{13}p^2t^3 + a_{14}p^3 + a_{15}p^3t + a_{16}p^3t^2 + a_{17}p^3t^3 + a_{18}p^3t^4 \end{aligned} \right) \quad (6.1)$$
$$- (b_1S + b_2St + b_3St^2 + b_4St^3 + b_5Sp + b_6Sp^2)$$

donde:

$$\begin{aligned} a_1 &= 9.9920571 \times 10^2, a_2 = 9.539 \times 10^{-2}, a_3 = -7.619 \times 10^{-3}, a_4 = 3.131 \times 10^{-5}, a_5 = -6.174 \times 10^{-8}, \\ a_6 &= 4.337 \times 10^{-1}, a_7 = 2.549 \times 10^{-5}, a_8 = -2.899 \times 10^{-8}, a_9 = 9.578 \times 10^{-10}, a_{10} = 1.763 \times 10^{-3}, \\ a_{11} &= -1.231 \times 10^{-4}, a_{12} = 1.366 \times 10^{-6}, a_{13} = 4.045 \times 10^{-9}, a_{14} = -1.467 \times 10^{-5}, a_{15} = 8.839 \times 10^{-7}, \\ a_{16} &= -1.102 \times 10^{-9}, a_{17} = 4.247 \times 10^{-11}, a_{18} = -3.959 \times 10^{-14}, b_1 = -7.999 \times 10^{-1}, b_2 = 2.409 \times 10^{-3}, \\ b_3 &= -2.581 \times 10^{-5}, b_4 = 6.856 \times 10^{-8}, b_5 = 6.298 \times 10^{-4}, b_6 = -9.363 \times 10^{-7}. \end{aligned}$$

ρ_{sw} es la densidad del agua de mar en unidades de kg/cm³, S es la salinidad del agua de mar en g/kg, p es la presión en unidades de MPa y t es la temperatura en °C.

7.1.2. Calor específico

La capacidad calorífica del agua de mar se calculó con la siguiente correlación (Sun et al, 2008):

$$c_{sw} = 10^3 \left(a_1 + a_2 t + a_3 t^2 + a_4 t^4 + a_5 p + a_6 p t + a_7 p t^3 + a_8 p^2 + a_9 p^2 t + a_{10} p^2 t^2 \right) - T \times \left(b_1 S + b_2 S^2 + b_3 S^3 + b_4 S t + b_5 S t^2 + b_6 S t^3 + b_7 S^2 t + b_8 S^3 t + b_9 S p + b_{10} S p t \right) \quad (6.2)$$

donde:

$$\begin{aligned} a_1 &= 4.193, a_2 = -2.273 \times 10^{-4}, a_3 = 2.369 \times 10^{-6}, a_4 = 1.67 \times 10^{-10}, a_5 = -3.978 \times 10^{-3}, \\ a_6 &= 3.229 \times 10^{-5}, a_7 = -1.073 \times 10^{-9}, a_8 = 1.913 \times 10^{-5}, a_9 = -4.176 \times 10^{-7}, a_{10} = 2.306 \times 10^{-9}, \\ b_1 &= 5.020 \times 10^{-3}, b_2 = -9.961 \times 10^{-6}, b_3 = 6.815 \times 10^{-8}, b_4 = -2.605 \times 10^{-5}, b_5 = 4.585 \times 10^{-8}, \\ b_6 &= 7.642 \times 10^{-10}, b_7 = -3.649 \times 10^{-8}, b_8 = 2.496 \times 10^{-10}, b_9 = 1.186 \times 10^{-6}, b_{10} = 4.346 \times 10^{-9}. \end{aligned}$$

c_{sw} es la capacidad calorífica del agua de mar en unidades de J/kg K, S es la salinidad del agua de mar en g/kg, p es la presión en unidades de MPa y t es la temperatura en °C y T es la temperatura del agua de mar en unidades de K y se utiliza para unir la correlación de agua desalinizada con los términos extras para el agua de mar.

7.1.3. Conductividad térmica

Para la conductividad térmica se utilizó la siguiente correlación (Caldwell, 1974):

$$k_{sw} = 0.5715 \left(1 + 0.003t - 1.025 \times 10^{-5} t^2 + 6.53 \times 10^{-4} p - 0.00029S \right) \quad (6.3)$$

k_{sw} es la conductividad térmica del agua de mar en W/m K, S es la salinidad del agua de mar en g/kg, p es la presión en unidades de MPa y t es la temperatura en °C.

7.1.4. Viscosidad

La correlación utilizada para el cálculo de viscosidad del agua de mar está dada por las ecuaciones (7.4), (7.5) y (7.6); y se observa que depende únicamente de la temperatura a la que se encuentra y de la salinidad de la misma (Isdale et al, 1972):

$$\mu_{sw} = \mu_w (1 + AS + BS^2) \quad (6.4)$$

Los coeficientes A y B están dados por:

$$A = 1.474 \times 10^{-3} + 1.5 \times 10^{-5} t - 3.927 \times 10^{-8} t^2 \quad (6.5)$$

$$B = 1.073 \times 10^{-5} - 8.5 \times 10^{-8} t + 2.230 \times 10^{-10} t^2 \quad (6.6)$$

Para esta correlación μ_{sw} es la viscosidad del agua de mar en kg/m s; μ_w es la viscosidad del agua desalinizada, también en kg/m s; S es la salinidad del agua de mar en g/kg, y t es la temperatura en °C.

Como se puede observar, todas las propiedades calculadas en este trabajo, para el agua de mar, utilizan el subíndice sw (del inglés, sea water) para diferenciarse del agua desalinizada.

Evidentemente existen más propiedades del agua de mar que se ven afectadas por su salinidad, la presión y temperatura. Para los fines de este trabajo, y como entradas requeridas para el funcionamiento del código computacional de accidentes severos, a partir de las propiedades anteriormente calculadas se puede obtener los resultados que se buscan.

7.2. Variación de las propiedades del agua de mar

En esta sección se muestra el comportamiento de las propiedades del agua de mar anteriormente calculadas al variar la concentración de sales en la misma; al variar la temperatura, como sucede en la progresión de un accidente severo; y a diferentes presiones.

7.2.1. Densidad

La densidad varía dependiendo de la presión, la temperatura y la salinidad. En la Figura 7.1 se muestra cómo cambia la densidad al aumentar la temperatura del sistema para diferentes salinidades, manteniendo una presión de 0.1 MPa.

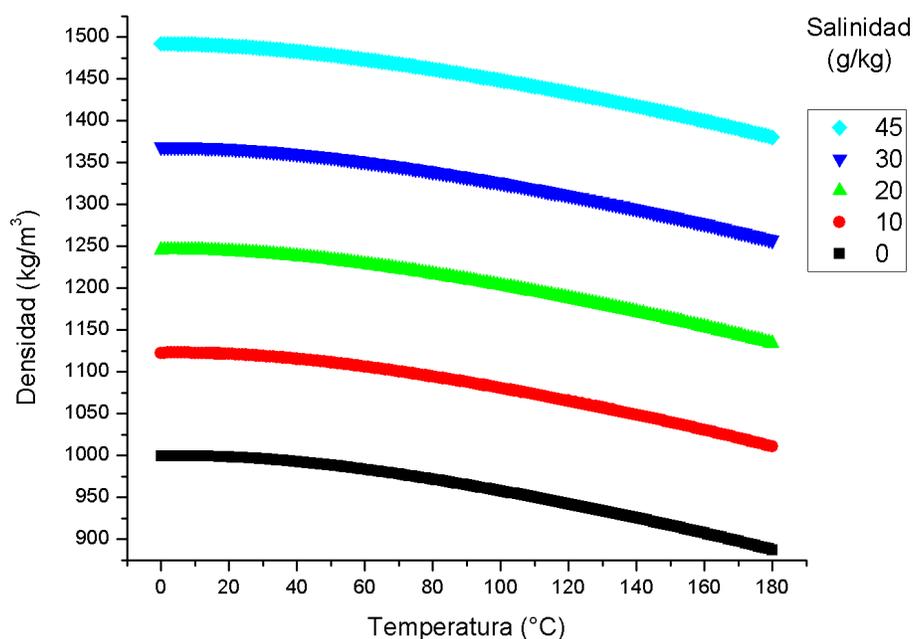


Figura 7.1. Densidad contra temperatura para diferentes salinidades.

La Figura 7.2 muestra la variación de la densidad del agua de mar con la presión, fijando la salinidad a 45 g/Kg. Comparando y analizando las Figuras 7.1 y 7.2, se puede observar que la densidad del agua de mar se ve más influenciada por la salinidad del agua de mar que por la presión a la que se encuentra.

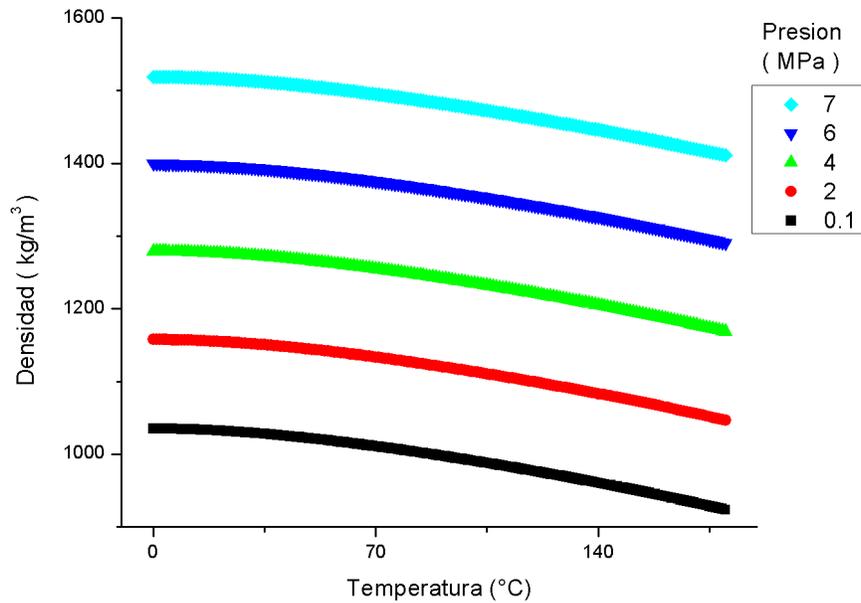


Figura 7.2. Densidad contra temperatura para diferentes presiones.

7.2.2. Calor específico

En la Figura 7.3 se muestra la variación del calor específico del agua de mar con el aumento de temperatura, y para diferentes salinidades. Se fijó el valor de la presión a 0.1 MPa.

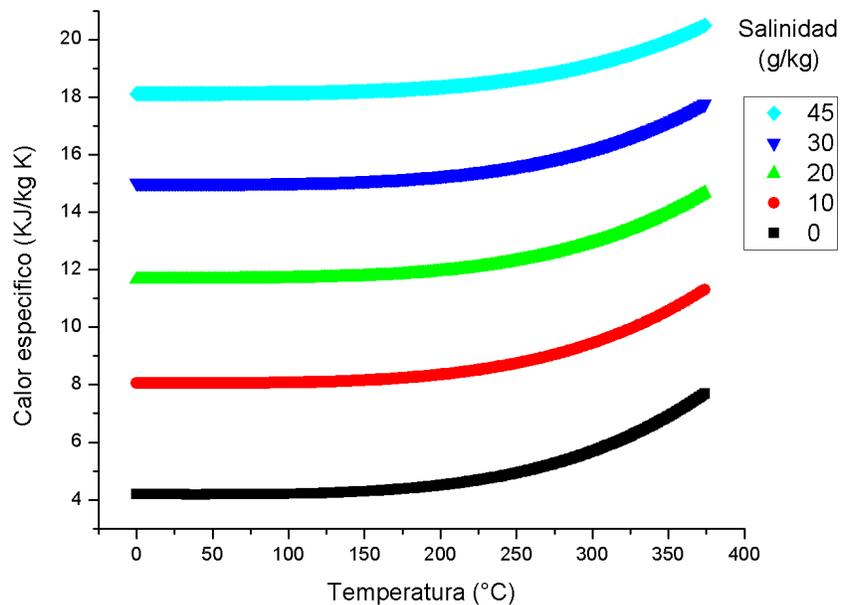


Figura 7.3. Calor específico contra temperatura para diferentes salinidades.

Para observar la influencia de la presión en el calor específico del agua de mar se fijó su salinidad a 45 g/kg. En la Figura 7.4 se muestra el cambio de dicha variable con el aumento de la temperatura.

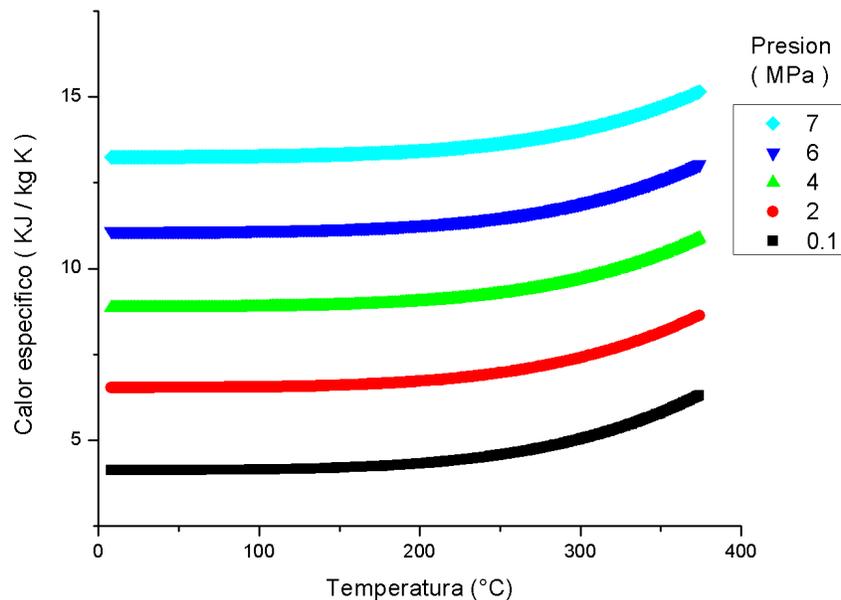


Figura 7.4. Calor específico contra temperatura para diferentes presiones.

Haciendo un análisis comparativo del calor específico del agua de mar, con ayuda de las Figuras 7.3 y 7.4, es posible observar claramente que el calor específico está mucho más influenciado por la salinidad misma del agua de mar que por la presión a la que se encuentra.

7.2.3. Conductividad térmica

La conductividad térmica depende de la temperatura, la presión y la salinidad. En la Figura 7.5 se muestra su comportamiento con el cambio de la temperatura y para diferentes valores de la salinidad del agua de mar.

Y el cambio de la conductividad térmica del agua de mar con la temperatura, para diferentes presiones, a una salinidad constante de 45 g/Kg se muestra en la Figura 7.6.

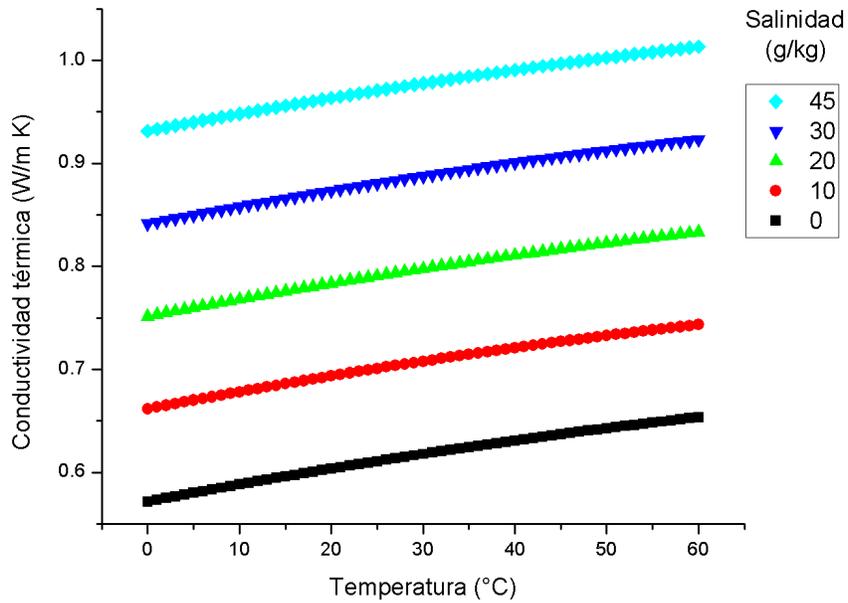


Figura 7.5. Conductividad térmica contra temperatura para diferentes salinidades.

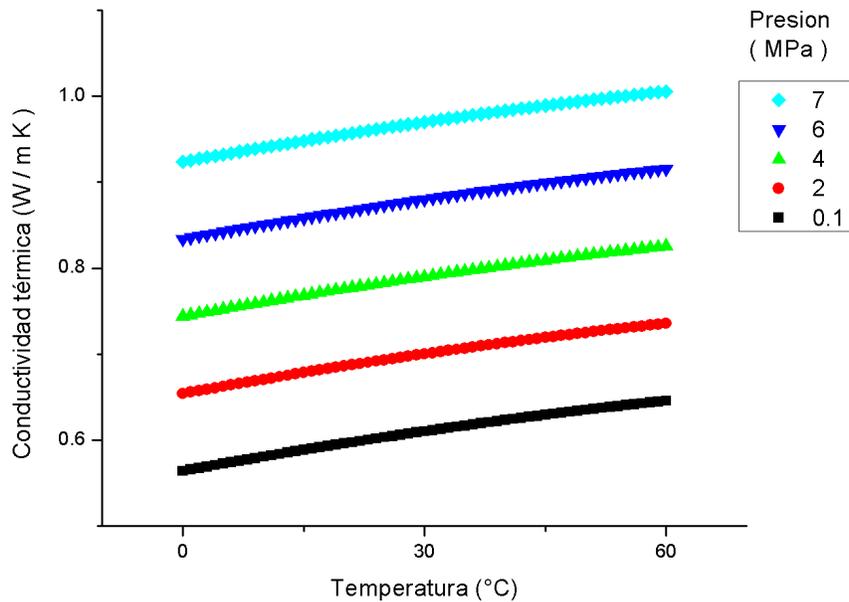


Figura 7.6. Conductividad térmica contra temperatura para diferentes presiones.

Para el caso de la conductividad térmica, a través de las Figuras 7.5 y 7.6 se puede observar que la salinidad y la presión le afectan de manera muy similar. La salinidad afecta de manera ligeramente mayor, sin embargo, es prácticamente igual su cambio ante la presión.

7.2.4. Viscosidad

Con la correlación utilizada en este trabajo para el cálculo de la viscosidad del agua de mar, con las Ecuaciones (7.4), (7.5) y (7.6), se puede observar su variación con el cambio de la temperatura y de su salinidad. La Figura 7.7 muestra dicha variación para diferentes salinidades. Así mismo se observa que la presión no tiene efecto alguno en la viscosidad del agua de mar, al menos aplicando la correlación considerada en este trabajo.

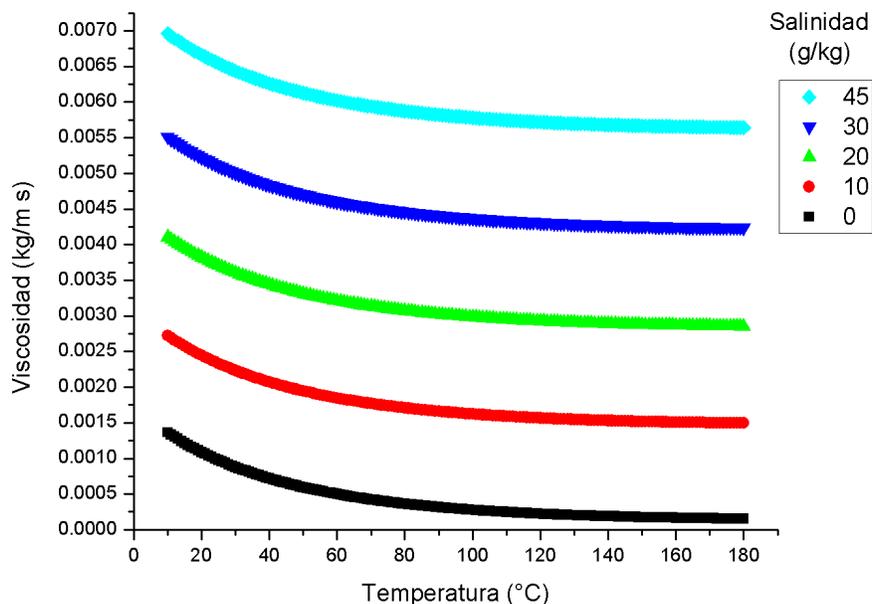


Figura 7.7. Viscosidad contra temperatura para diferentes salinidades.

Es importante entender el comportamiento de las propiedades del agua de mar debido a que su incorporación en el código desarrollado contempla varias suposiciones, por ejemplo, para incorporar el agua de mar es necesario despresurizar la RPV que se encuentra alrededor de los 7 MPa, al despresurizarse se tiene una presión atmosférica que es aproximadamente de 0.1 MPa. Por otro lado, es importante considerar la temperatura de entrada del agua de mar, la cual depende de la ubicación geográfica de donde se esté considerando tomarse, así como de otros factores climatológicos y temporales que no son considerados en este trabajo.

7.3. Implicaciones del uso de agua de mar para el enfriamiento

El utilizar agua de mar para realizar el enfriamiento del núcleo del reactor en un escenario de AS tiene implicaciones importantes que repercuten directamente a la progresión de éste.

Como se explicó en la sección anterior, al comenzar el enfriamiento con agua de mar, cambian las principales propiedades termodinámicas del fluido refrigerante, como lo son la densidad, la viscosidad, el calor específico y su conductividad térmica. Esto trae como consecuencia directa un cambio en los números adimensionales de Reynolds (Re), Prandtl (Pr) y Nusselt (Nu); que a su vez conlleva a un cambio en el coeficiente de transferencia de calor por convección (H), que como se muestra en la Ecuación (3.20), se requiere para el cálculo del flujo de calor (q'') en el módulo termohidráulico.

Otra consecuencia importante del uso de agua de mar es el hecho de que está constituida por agua y sales. Al aumentar la temperatura del fluido el agua comenzará a evaporarse y las sales comenzarán a asentarse en el fondo. La adición de sales al sistema generará un cambio en el espesor del área de transferencia de calor y al ser un elemento diferente cambiará la conductividad térmica del sistema, como si se agregara una resistencia térmica lo que dificultaría su enfriamiento. Además, dependiendo de cómo se den los asentamientos de las sales en el fondo del núcleo podría darse el caso de que las mismas sales tapasen algunos canales que permiten el paso del fluido refrigerante durante el AS.

Todos estos factores que se suscitan al realizar el enfriamiento del núcleo, con agua de mar, en un escenario de AS tienen consecuencias importantes que dependiendo de cómo y en qué momento se lleve a cabo el enfriamiento pueden repercutir de manera favorable o negativa. Por ello es relevante su estudio y análisis, debido a que permite comprender sus consecuencias, y nos brinda la capacidad de predecir la progresión del AS.

7.4. Análisis del modelo completo

El análisis completo del modelo desarrollado contempla el enfriamiento del núcleo de un reactor nuclear tipo BWR por convección natural y utilizando agua de mar como refrigerante. Así mismo se contemplan los 3 mecanismos de transferencia de calor: convección, conducción y radiación. También se considera el calor de reacción en la generación y difusión de hidrógeno. A continuación se muestran los resultados obtenidos con el modelo completo.

Para observar la diferencia existente entre agua de mar y agua desalinizada se requiere tener el mismo escenario inicial, bajo las mismas circunstancias de potencia, presión y temperatura.

Después del apagado del reactor se considera que se tiene sólo un calor de decaimiento, por lo que se puede considerar una potencia térmica del 7% como se mencionó anteriormente, sin embargo para considerar un escenario anterior y uno posterior, se han realizado experimentos numéricos considerando el 10% y el 3% de la potencia nominal térmica del reactor.

7.4.1. Temperatura de pared

La temperatura de pared es un parámetro importante porque de ella depende la oxidación del revestimiento y la generación de hidrógeno. Evidentemente la temperatura de la pared se verá afectada por el tipo de refrigerante que se utilice para remover el calor que se está generando dentro de la barra de combustible.

En la Figura 7.8 se muestra el comportamiento de la temperatura promedio de la pared de la barra de combustible para el caso de refrigeración con agua desalinizada y el caso de refrigeración con agua de mar; para así, a través de la comparativa, poder observar la influencia de la refrigeración con agua de mar.

En ambos casos se tiene el 7% de potencia nominal térmica. Para el agua de mar se consideró una salinidad de 45 g/Kg.

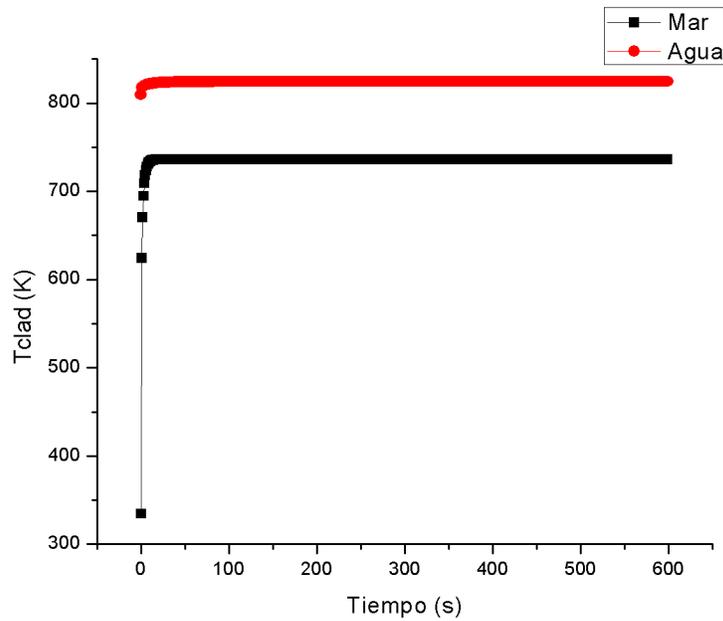


Figura 7.8. Comparación transitoria de las temperaturas promedio del revestimiento

En la Figura 7.9 se muestra la temperatura promedio del revestimiento para el agua de mar con una salinidad de 45 g/kg y se consideran unas potencias del 10%, 7% y 3% de la potencia térmica nominal.

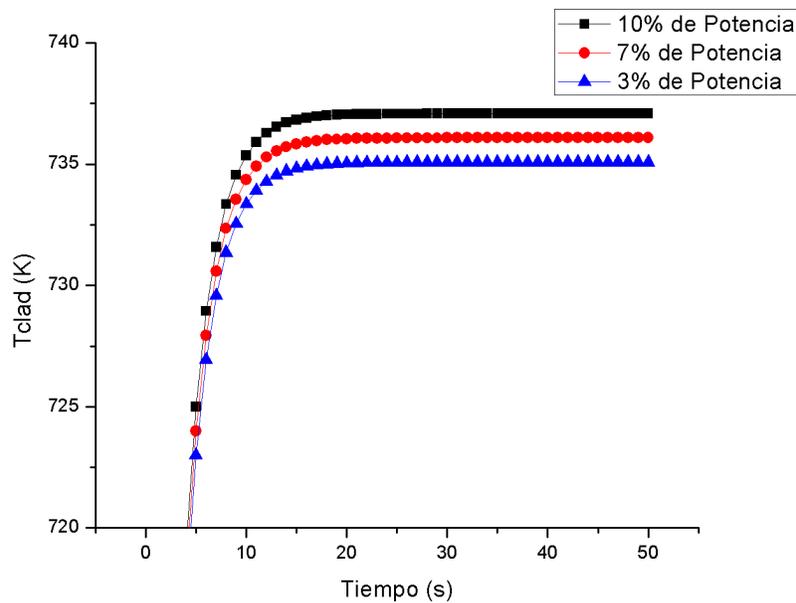


Figura 7.9. Comparación de las temperaturas promedio del revestimiento a diferentes potencias

7.4.2. Concentración de hidrógeno

Como se ha mencionado anteriormente, la generación de hidrógeno durante un AS se debe a la oxidación del revestimiento de zircaloy que a su vez depende de las altas temperaturas de pared que se alcanzan en dicho escenario. En la Figura 7.10, se muestra el comportamiento de la concentración de hidrógeno a lo largo del tiempo. Nuevamente se muestran los casos de enfriamiento con agua de mar y con agua desalinizada para observar sus diferencias. Se consideró un 7% de la potencia térmica nominal.

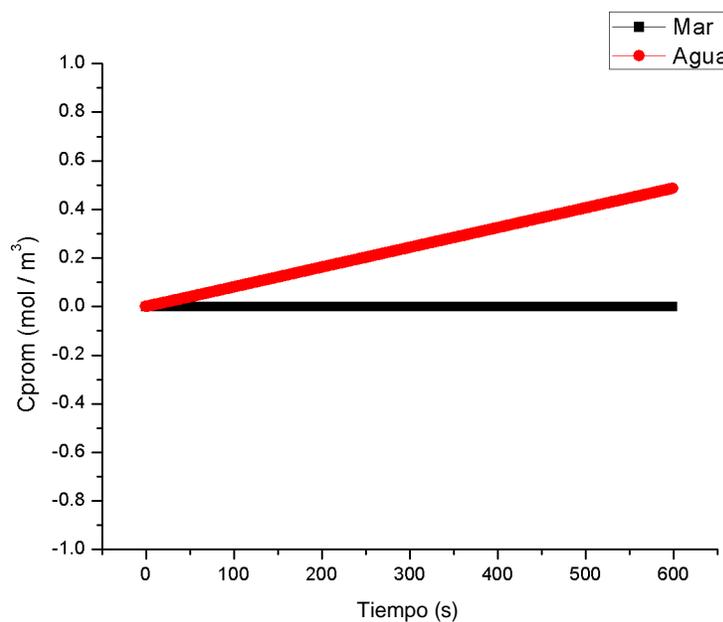


Figura 7.10. Comparación transitoria de la concentración de hidrógeno promedio

En la Figura 7.10 se puede observar que cuando se lleva a cabo la refrigeración del núcleo del reactor con agua de mar se obtiene una concentración promedio de hidrógeno menor que en el caso en el que se realiza el enfriamiento con agua desalinizada, debido a que la transferencia de calor es mayor y se enfría más eficientemente la pared del combustible generando una menor cantidad de hidrógeno.

7.4.3. Flux de calor

También se analiza el flux de calor en el escenario de AS. Al cambiar las propiedades del fluido refrigerante, como se mencionó con anterioridad, se tiene un cambio en los parámetros que definen el número de Reynolds y el número de Prandtl, que son requeridos en la convección natural para el cálculo del número de Nusselt, y que a su vez se necesita para calcular el coeficiente de transferencia de calor que afecta directamente al flux de calor.

La Figura 7.11 muestra el comportamiento del flux de calor promedio del sistema a lo largo del tiempo para el caso de enfriamiento con agua de mar y con agua desalinizada, considerando el 7% de la potencia térmica nominal.

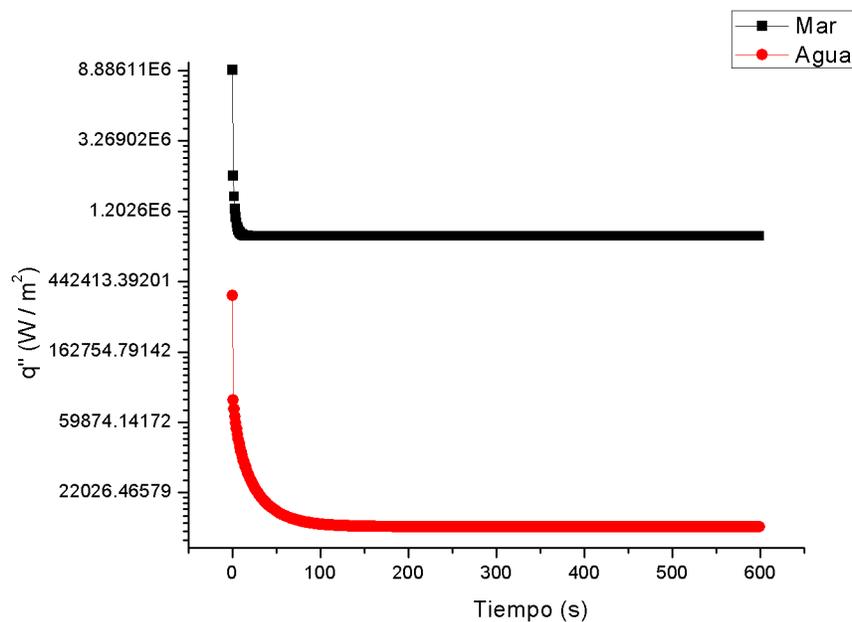


Figura 7.11. Comparación transitoria del flux de calor promedio

7.4.4. Temperatura de combustible

En la Figura 7.12 se muestra el comportamiento de la temperatura del combustible. En este caso se consideran el 10%, el 7% y el 3% de la potencia térmica nominal, con el fin de observar la diferencia para diferentes momentos durante el AS.

En los 3 casos se está considerando un escenario de enfriamiento con agua de mar con una salinidad de 45 g/Kg. Evidentemente, a mayor potencia térmica en el núcleo del reactor, debido al calor de decaimiento, se tiene una temperatura mayor en el combustible. Sin embargo, bajo las mismas condiciones, únicamente variando la potencia, se tiene un comportamiento similar en el transitorio de la temperatura del combustible y la variación en la temperatura es muy pequeña, menor a 1 K.

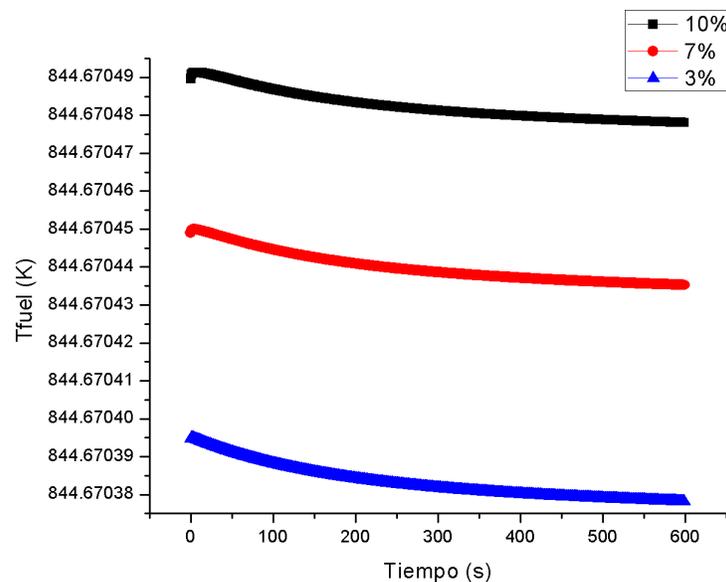


Figura 7.12. Comparación transitoria de la temperatura del combustible a diferentes potencias.

7.4.5. Temperatura del refrigerante

Para el estudio de la temperatura del refrigerante se escogieron diferentes salinidades con el fin de observar el efecto de la concentración de sales en el agua de mar de mar.

En la Figura 7.13 se muestra el comportamiento transitorio del agua de mar como refrigerante para salinidades de 10 g/kg, 30 g/kg, 45 g/kg y 200 g/kg. La salinidad promedio en el mar se encuentra entre los 30 g/kg y los 45 g/kg, sin embargo, se escogieron salinidades más bajas y más altas para observar sus efectos.

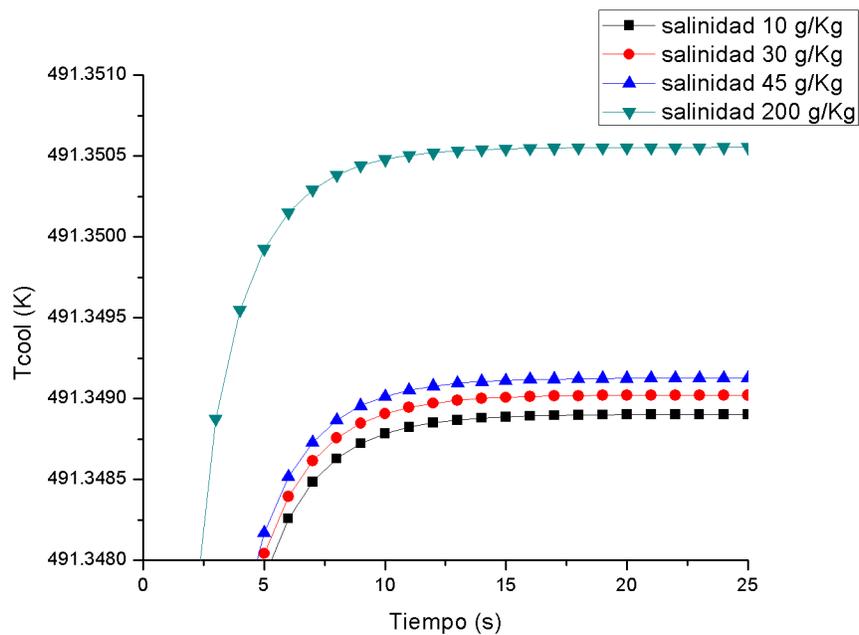


Figura 7.13. Comparación transitoria de la temperatura del refrigerante a diferentes salinidades.

Es evidente que el cambio en la salinidad afecta a la temperatura del refrigerante, pero dicho cambio o efecto de la salinidad es mínimo, por debajo del 0.01 K.

Conclusiones

Se realizó un modelo para el análisis del enfriamiento por convección natural y con agua de mar para un reactor nuclear BWR en un escenario de AS.

Para el balance de energía se consideraron los 3 mecanismos de transferencia de calor: convección, conducción y radiación. Se aplicó la aproximación de Boussinesq para el estudio de la convección natural por gradientes de temperatura y concentración de hidrógeno.

Dentro de los resultados se encontró que con la inclusión del término de transferencia de calor por radiación se obtiene menores temperaturas promedio de pared debido a que se tiene un nuevo mecanismo de remoción de calor, así mismo disminuye la generación de hidrógeno debido a que depende de la temperatura de pared, como se muestra en las Figuras 5.1 y 5.2.

El término de radiación en la transferencia de calor mejora en un grado muy pequeño el modelo, sin embargo, debido a la capacidad de cómputo actual es recomendable su inclusión.

Se estudió la generación y difusión de hidrógeno durante un escenario de AS, y se realizó un estudio utilizando difusión anómala con ayuda del cálculo fraccional para estudiar el comportamiento transitorio de las distribuciones de la concentración de hidrógeno en el núcleo durante un accidente severo. Con la implementación de dicho modelo, considerando la difusión anómala y reacción o generación de hidrógeno, se tiene que, la concentración de hidrógeno empata con la reacción debida a la oxidación para diferentes valores de coeficiente fraccional, en $t = 0$ como se muestra en la Figura 6.1 y para tiempos cortos como se muestra en la Figura 6.4.

El modelo fraccional es más sensible y presenta una ventaja en la descripción de lo que ocurre en el fenómeno de la generación y difusión de hidrógeno, en este caso, y a pesar de requerir mayores recursos computacionales, ya que los tiempos de simulación pueden aumentar hasta en 10 veces dependiendo de el valor del coeficiente alfa, los resultados son mejorados y proponen una forma para generar modelos más completos.

Se consideró y estudió las principales propiedades termodinámicas y de transporte del agua de mar a diferentes presiones, temperaturas y salinidades.

La concentración promedio de hidrógeno es mayor cuando se realiza el enfriamiento con agua desalinizada. En el caso de enfriamiento con agua de mar la temperatura de la pared del combustible y del refrigerante dependen directamente de la concentración de sal en el agua, sin embargo, las discrepancias son mínimas, no más de un grado Kelvin. Esto debido a que las propiedades del agua de mar no varían en gran medida con la concentración de sal.

Finalmente, con ayuda de este estudio se pueden proponer mejoras para complementar los manuales de operación de una CN durante un AS. Es posible predecir el comportamiento y respuesta del núcleo del reactor cuando es enfriado con agua de mar, desde el punto de vista energético, para mitigar el daño en la vasija del reactor permitiendo así que mantenga su integridad y evitando la emisión de material radioactivo a la atmósfera, hecho que repercutiría de manera devastadora al ambiente, a la sociedad e incluso a la economía en una región bastante extensa del planeta.

Al ser el agua de mar un fluido altamente corrosivo por las sales que contiene se debe de inyectar para llevar a cabo el enfriamiento a partir de que se tiene un AS, es decir, cuando el reactor ya se encuentra comprometido y el principal objetivo es evitar la fractura y posterior emisión de material radioactivo a la atmósfera.

El efecto del enfriamiento del agua de mar en comparación con el agua desalinizada es muy similar, debido al poco cambio de sus propiedades bajo un mismo escenario de AS, por lo cual es posible hacer uso de agua de mar para llevar a cabo el enfriamiento y es recomendado su uso siempre que se encuentre disponible.

Para complementar éste estudio se propone, como trabajo futuro, utilizar nuevas técnicas de modelado como el cálculo fraccional para mejorar algunas correlaciones como la del calor de decaimiento, realizar análisis de estabilidad considerando la progresión del AS como un sistema. También se puede experimentar con diferentes geometrías y propiedades para poder aplicar esta metodología a otro tipo de reactores nucleares.

Referencias

- Acton, J. M., & Hibbs, M. (2012). *Why Fukushima was preventable*. Washington DC: Carnegie Endowment for International Peace.
- Agrawal, O. P. (2002). Solution for a Fractional Diffusion-Wave Equation Defined in a Bounded Domain. *Nonlinear Dynamics*, 29(1-4), 145–155.
- Ahn, K.-I., & Kim, D.-H. (2003). A State of the Art Review of the Reactor Lower Head Models Employed in Three Representative U.S. Severe Accident Codes. *Progress in Nuclear Energy*, 42(3), 361-382.
- Alberty, R. A. (2001). Use of Legendre transforms in chemical thermodynamics. *Pure Appl. Chem*, 73(8), 1349–1380.
- Allison, C. M., Hohorst, J. K., Allison, B. S., Konjarek, D., Bajs, T., Pericas, R., y otros. (2012). Preliminary assessment of the possible BWR core/vessel damage states for Fukushima Daiichi station blackout scenarios using RELAP/SCDAPSIM. *Science and Technology of Nuclear Installations*.
- Amdurer, M. (1981). Trace metals in seawater. En C. S. Wong, *Proceedings of a NATO advanced research institute on trace metals in seawater* (pág. 537). Sicilia, Italia: Plenum Press.
- Anh, V. V., & Leonenko, N. N. (2001). Spectral Analysis of Fractional Kinetic Equations with Random Data. *Journal of Statistical Physics*, 104, 1349-1387.
- Anh, V. V., & Leonenko, N. N. (2002). Renormalization and homogenization of fractional diffusion equations with random data. *Probability Theory and Related Fields*, 124(3), 381–408.
- Bang, K. H. (1993). Thermodynamic Analysis of Vapor Explosion Phenomena. *Journal of the Korean Nuclear Society*, 25(2), 265-275.
- Basso, S., Konovalenko A., Kudinov P. (2016). Effectiveness of the debris bed self-leveling under severe accident conditions. *Annals of Nuclear Energy*, 95, 75–85.
- Bastos, N. (2012). *Fractional calculus on time scales*. PhD Tesis. Aveiro, Portugal: Aveiro University.
- Beuzet, E., Lamy, J.-S., Bretault, A., & Simoni, E. (2011). Modelling of Zry-4 cladding oxidation by air, under severe accident conditions using the MAAP4 code. *Nuclear Engineering and Design*, 241, 1217–1224.
- Bird, R. B., Stewart, W. E., & Lightfoot, E. N. (2002). *Transport Phenomena* (Second edition ed.). John Wiley & Sons.
- Brundtland, G. H. (1987). *Report of the world commission on environment and development: "our common future"*. United Nations.
- Bürger, M., Cho, S. H., Berg, E. V., & Schatz, A. (1995). Breakup of Melt Jets as Pre-condition for Premixing: Modeling and Experimental Verification. *Nuclear Engineering and Design*, 155, 215-251.
- Cabon, J. Y., & Le Bihan, A. (1987). La matrice eau de mer et le signal du cuivre en spectrometrie d'adsorption atomique sans flamme : Partie 1: Etude de l'influence des principaux composants. *Analytica Chimica Acta*, 198, 87-101.
- Cabon, J. Y., & Le Bihan, A. (1987b). La matrice eau de mer et le signal du cuivre en spectrometrie d'adsorption atomique sans flamme: Partie 2: Proposition d'un schéma explicatif des phénomènes observés pour une eau de mer. *Analytica Chimica Acta*, 198, 103-111.
- Caldwell, D. (1974). Thermal conductivity of sea water. *Deep-Sea Research*, 21, 131 - 137.
- Camargo, R. F., Chiacchio, A. O., & de Oliveira, E. C. (2008). Differentiation to fractional orders and the fractional telegraph equation. *J. Math. Phys.*, 49, 1-12.
- Cascaval, R. C., Eckstein, E. C., Frota, C. L., & Goldstein, J. A. (2002). Fractional telegraph equations. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 276(1), 145-159.
- Cázares-Ramírez, R.-I., & Espinosa-Paredes, G. (2016). Time-fractional telegraph equation for hydrogen diffusion during severe accident in BWRs. *Journal of King Saud University – Science*, 28, 21-28.
- Chaplin, M. (16 de 12 de 2015). *Water Structure and Science*. Recuperado el 9 de 10 de 2016, de http://www1.lsbu.ac.uk/water/water_structure_science.html
- Chen, J., Liu, F., & Anh, V. V. (2008). Analytical solution for the time-fractional telegraph equation by the method of separating variables. *J. Math. Anal. Appl.*, 338, 1364–1377.
- Corrice, L. E. (2012). *Fukushima: the First Five days*. Bookbaby.
- De Boeck, B. (1997). Introduction to severe accidents Especially the Containment Behaviour. *AIB VINCOTTE, NUCLEAR, AVN-97/013*.

- de Olivera, E. C., & Tenreiro Machado, J. A. (2014). A review of definitions for fractional derivatives and integrals. *Math. Probl. Eng.*, 6.
- Dinh, T. N., Bui, V. A., Nourgaliev, R. R., Green, J. A., & Sehgal, B. R. (1999). Experimental and analytical studies of melt jet-coolant interactions: a synthesis. *Nuclear Engineering and Design*, 189, 299–327.
- Duriez, C., Steinbrück, M., Ohai, D., Meleg, T., Birchley, J., & Haste, T. (2009). Separate-effect tests on zirconium cladding degradation in air ingress situations. *Nuclear Engineering and Design*, 239, 244–253.
- Dyrssen, D., & Wedborg, M. (1980). Major and minor elements, chemical speciation in estuarine waters. En E. Olausson, & I. Cato, *Chemistry and biogeochemistry of estuaries* (págs. 71-119). New York: Wiley.
- Erbacher, F., & Leistikow, S. (1985). A review of zircaloy fuel cladding behavior in a loss-of-coolant accident. *Kernforschungszentrum Karlsruhe*.
- Espinosa-Paredes, G., & Cázares-Ramírez, R.-I. (2016). Source term in the linear analysis of FNPK equations. *Annals of Nuclear Energy*, 96, 432–440.
- Espinosa-Paredes, G., Vázquez-Rodríguez, A., Espinosa-Martínez, E. G., Romero-Paredes, H., Vázquez-Rodríguez, R., Varela-Ham, J. R., y otros. (2012d). A three-equation model for the heat transfer process in an oil field. *Petroleum Science and Technology*, 30, 327-338.
- Espinosa-Paredes, G., Vázquez-Rodríguez, A., Polo-Labarrios, M. A., Espinosa-Martínez, E. G., & Gomez-Arrieta, R. (2014). Transient heat transfer of a pebble fuel considering anomalous diffusion. *Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects*, 36(4), 435-444.
- Espinosa-Paredes, G. (2010). Instantaneous equations for multiphase flow in porous media without length-scale restrictions using a non-local averaging volume. *Nuclear Engineering and Design*, 240, 1160–1185.
- Espinosa-Paredes, G., Batet, L., & Núñez-Carrera, A. (2012a). Severe accident analysis in nuclear power plants. *Science and Technology of Nuclear Installations*.
- Espinosa-Paredes, G., Polo-Labarrios, M. A., Díaz-González, L., Vázquez-Rodríguez, A., & Espinosa-Martínez, E. G. (2012b). Sensitivity and uncertainty analysis of the fractional neutron point kinetics equations. *Annals of Nuclear Energy*, 42, 169–174.
- Espinosa-Paredes, G., & Espinosa-Martínez, E. G. (2009). Fuel rod model based on Non-Fourier heat conduction equation. *Annals of Nuclear Energy*, 36, 680–693.
- Espinosa-Paredes, G., Camargo-Camargo, R., & Núñez-Carrera, A. (2012). Severe accident simulation of the Laguna Verde nuclear power plant. *Science and Technology of Nuclear Installations: Special Issue on Severe Accident Analysis in Nuclear Power Plants*.
- Espinosa-Paredes, G., Polo-Labarrios, M. A., & Vázquez-Rodríguez, A. (2012c). Sensitivity and uncertainty analysis of the time fractional telegrapher's equation for neutron motion. *Progress in Nuclear Energy*, 61, Progress in Nuclear Energy.
- Feistel, R. (1993). Equilibrium thermodynamics of seawater revisited. *Progress in Oceanography*, 31(2), 101-179.
- Feistel, R. (2012). Thermodynamic Properties of Seawater. En UNESCO, *Encyclopedia of Life Support Systems*. Oxford.
- Feistel, R., & Hagen, E. (1995). On the GIBBS thermodynamic potential of seawater. *Progress in Oceanography*, 36(4), 249-327.
- Fichot, F., Adroguer, B., Volchek, A., & Zvonarev, Y. (2004). Advanced treatment of zircaloy cladding high-temperature oxidation in severe accident code calculations Part III. Verification against representative transient tests. *Nuclear Engineering and Design*. *Nuclear Engineering and Design*, 232, 97–109.
- Florence, T. M., & Batley, G. E. (1976). Trace metals species in sea-water—I: Removal of trace metals from sea-water by a chelating resin. *Talanta*, 23(3), 179-186.
- Fofonoff, N. P. (1962). Physical properties of sea-water. En M. N. Hill, *The Sea* (págs. 3-30). New York: Wiley.
- Gelfand, I. M., & Shilov, G. E. (1964). *Generalized Functions: Properties and Operations* (Vol. 377). New York: Academic Press.
- Hagen, S., Hofmann, P., Noack, V., Sepold, L., Schanz, G., & Schumacher, G. (1996). Comparison of the Quench Experiments CORA- 12, CORA-13, CORA-17. *Forschungszentrum Karlsruhe*.
- Han, J.-C. (2012). *Analytical Heat Transfer*. USA: CRC Press.
- Hofmann, G. (1984). On the location and mechanisms of dryout in top-fed and bottom-fed particulate beds. *Nuclear Technology*, 65, 36–45.

- Hu, K., & Theofanous, T. G. (1991). On the measurement and mechanism of dryout in volumetrically heated coarse particle beds. *International Journal of Multiphase Flow*, 17(4), 519-532.
- Huang, F. (2009). Analytical Solution for the Time-Fractional Telegraph Equation. *Journal of Applied Mathematics*, 1-9.
- Huhtiniemi, I., Magallon, D., & Hohmann, H. (1997). Results of recent KROTOS FCI tests: alumina vs. corium melts. En Proceedings of the OECD/CSNI Specialists Meeting on Fuel-Coolant Interactions (págs. 275-286). Tokai-mura, Japón.
- IAEA. (1991). *The International Chernobyl Project*, Technical Report. Vienna: IAEA.
- IAEA. (1992). *The Chernobyl Accident: Updating of INSAG-1*. Austria, Vienna: IAEA.
- IAEA (2016). *World Energy Outlook*. Paris, France: IAEA
- Isdale, J., Spence, C., & Tudhope, J. (1972). Physical properties of sea water solutions: viscosity. *Desalination*, 10(4), 319-328.
- Jumarie, G. (2012). An Approach to Differential Geometry of Fractional Order via Modified Riemann–Liouville Derivative. *Acta Mathematica Sinica, English Series*, 28(9), 1741–1768.
- Kell, G. S. (1975). Density, thermal expansivity, and compressibility of liquid water from 0.deg. to 150.deg.. Correlations and tables for atmospheric pressure and saturation reviewed and expressed on 1968 temperature scale. *Journal of Chemical and Engineering Data*, 20(1), 97–105.
- Kemeny, J. G. (1979). *Report of the Commission on the accident at Three Mile Island*. Washington, DC: US Government Printing Office.
- Knief, R. A. (2008). *Nuclear Engineering, Theory and Technology of Commercial Nuclear Power*. LaGrange Park, Illinois, USA: American Nuclear Society.
- Kolwankar, K. M., & Gangal, A. D. (1996). Fractional differentiability of nowhere differentiable functions and dimensions. *Chaos*, 6(4), 505-513.
- Konovalikhin, M. J. (2001). *Investigations on melt spreading and coolability in a LWR severe accident*. Tesis doctoral. Estocolmo, Suecia: Royal Institute of Technology.
- Li, L., & Ma, W. (2011). Experimental characterization of the effective particle diameter of a particulate bed packed with multi-diameter spheres. *Nuclear Engineering and Design*, 241(5), 1736-1745.
- Li, L., & Ma, W. (2011). Experimental characterization of the effective particle diameter of a particulate bed packed with multi-diameter spheres. *Nuclear Engineering and Design*, 241, 1736–1745.
- Lindholm, I., Holmström, S., Miettinen, J., Lestinen, V., Hyvärinen, J., Pankakoski, P., y otros. (2006). Dryout heat flux experiments with deep heterogeneous particle bed. *Nuclear Engineering and Design*, 236, 2060–2074.
- Lipinski, R. J. (1981). A one dimensional particle bed dryout model. *Transactions of the American Nuclear Society*, 38, 386-387.
- Long, D. T., & Angino, E. E. (1977). Chemical speciation of Cd, Cu, Pb, and Zn in mixed freshwater, seawater, and brine solutions. *Geochimica et Cosmochimica Acta*, 41(9), 1183-1191.
- Ma, W., Dinh, T. (2010) The effects of debris bed's prototypical characteristics on corium coolability in a LWR severe accident. *Nuclear Engineering and Design*, 240, 598–608.
- Magallon, D. (2006). Characteristics of corium debris bed generated in large-scale fuel–coolant interaction experiments. *Nuclear Engineering and Design*, 236, 1998–2009.
- Mainardi, F. (1996). Mainardi, F., 1996. The fundamental solutions for the fractional diffusion–wave equation. *Appl. Math. Lett*, 9, 23–28.
- Martin, R. P. (2012). An Evaluation Methodology Development and Application Process for Severe Accident Safety Issue Resolution. *Science and Technology of Nuclear Installations*.
- Mathew, P. M., & George, I. M. (1996). Total emissivity of Zircaloy-4 at high temperatures. *17 annual Canadian Nuclear Society conference*, 2, pág. 820. Toronto.
- Momani, S. (2005). Analytic and approximate solutions of the space- and time-fractional telegraph equations. *Applied Mathematics and Computation*, 170, 1126–1134.
- Morel, F. M., Westall, J. C., O'Melia, C. R., & Morgan, J. J. (1975). Fate of trace metals in Los Angeles County waste water discharge. *Environ. Sci. Technol.*, 9(8), 756–761.
- Naitoh, M., Kawabe, R., & Chino, K. (1977). Analysis of radiant heat transfer in a BWR fuel assembly. *Nuclear Engineering and Design*, 44, 315-321.

- Núñez-Carrera, A., Camargo-Camargo, R., Espinosa-Paredes, G., & López-García, A. (2012). Simulation of the Lower Head Boiling Water Reactor Vessel in a Severe Accident. *Science and Technology of Nuclear Installations*.
- Olander, D. R. (1994). Materials chemistry and transport modeling for severe accident analyses in light-water reactors I: external cladding oxidation. *Nuclear Engineering and Design*, 148, 253-271.
- Organismo Internacional de Energía Atómica. (2010). *Escala Internacional de Sucesos Nucleares y Radiológicos, Manual del Usuario* (2008 ed.). Viena, Austria: Organismo Internacional de Energía Atómica.
- Orsingher, E., & Beghin, L. (2004). Time-fractional telegraph equations and telegraph processes with brownian time. *Probability Theory and Related Fields*, 128(1), 141-160.
- Orsingher, E., & Zhao, X. (2003). The space-fractional telegraph equation and the related fractional telegraph process. *Chin. Ann. Math.*, 24B(1), 45-56.
- Ortigueira, M. D. (2011). Fractional Calculus for Scientists and Engineers. En *Engineering, Lecture Notes in Electrical*.
- Ortigueira, M. D., & Machado, J. T. (2015). What is a fractional derivative? *Journal of Computational Physics*, 293, 4-13.
- Ortigueira, M. D., & Trujillo, J. (2012). A unified approach to fractional derivatives. *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, 17, 5151-5157.
- Ortigueira, M. D., Coito, F. J., & Trujillo, J. J. (2015). Discrete-time differential systems. *Signal Processing*, 107, 198-217.
- Ortigueira, M. D., Coito, F., & Trujillo, J. (2013). A new look into the discrete-time fractional calculus: derivatives and exponentials. *6th Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications Part of 2013 IFAC Joint Conference SSSC, FDA, TDS*, (págs. 629-634). Grenoble, France.
- Ortiz-Villafuerte, J. (2016). Time step impact on the results of BWR SBO severe accident simulations using the versions bi7 and bik of RELAP/SCDAPSIM/MOD3.4 executing on AMD and Intel processors. *International Journal of Nuclear Energy Science and Technology*, 10(3).
- Ortiz-Villafuerte, J., Rodríguez-Hernández, A., Araiza-Martínez, E., Fuentes-Márquez, L., & Vaia-Juárez, J. (2013). BWR/5 Pressure-Suppression Pool Response during an SBO. *Science and Technology of Nuclear Installations*.
- Patankar, S. V. (1980). *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. McGraw-Hill.
- Podlubny, I. (1998). *Fractional Differential Equations: An Introduction to Fractional Derivatives, Fractional Differential Equations, To Methods of Their Solution and Some of Their Applications* (Vol. 198). San Diego, California, USA: Academic press, San Diego, Calif., USA.
- Polo-Labarrios, M. A. (2016). *Transporte de energía en un lecho de escombros formado durante un accidente severo en un reactor nuclear*. Ciudad de México: Tesis Doctoral.
- Polo-Labarrios, M. A., & Espinosa-Paredes, G. (2015). Comparative study of the hydrogen generation during short term station blackout (STSBO) in a BWR. *Annals of Nuclear Energy*, 83, 274-282.
- Reed, A. W., Bergeron, E. D., Boldt, K. R., & Schmidt, T. R. (1986). Coolability of UO₂ debris bed in pressurized water pools: DCC-1 and DCC-2 experiment results. *Nuclear Engineering and Design*, 97(1), 81-88.
- Rogovin, M., & Frampton, G. T. (1980). *Three Mile Island, a report to the commissioners and the public*. Washington, DC: US NRC.
- Romero-Paredes, H., Valdés-Parada, F. J., & Espinosa-Paredes, G. (2012). Heat and Mass Transfer during Hydrogen Generation in an Array of Fuel Bars of a BWR Using a Periodic Unit Cell. *Science and Technology of Nuclear Installations*.
- Ross, B. (1975). A brief history and exposition of the fundamental theory of fractional calculus. En B. Ross, & R. Bertram (Ed.), *Fractional Calculus and Its Applications* (Vol. 457, págs. 1-36). Berlin, Heidelberg: Springer.
- Safarov, J., Millero, F., Feistel, R., & Heintz, A. (2009). Thermodynamic properties of standard seawater: extensions to high temperatures and pressures. *Ocean Science*, 5, 235-246.
- Schanz, G., Adroguer, B., & Volchek, A. (2004). Advanced treatment of zircaloy cladding high-temperature oxidation in severe accident code calculations Part I. Experimental database and basic modeling. *Nuclear Engineering and Design*, 232, 75-84.
- Schmid, S. D. (2015). *Producing power: the pre-Chernobyl history of the Soviet nuclear industry*. Cambridge, Massachusetts, USA: MIT Press.
- Schneider, W. R., & Wyss, W. (1989). Fractional diffusion and wave equations. *Journal of Mathematical Physics*, 30, 134-144.
- Secretaría de Energía. (2015). *Prospectiva del Sector Eléctrico 2015-2019*. Ciudad de México.

- Secretaría de Energía. (2016). *Programa de Desarrollo del Sistema Eléctrico Nacional*. Ciudad de México: Secretaría de Energía.
- Sekimura, N. (2011). *Overview of the Accident in Fukushima Daiichi Nuclear Power Plants*. Washington D.C.: U.S. National Academies' Nuclear and Radiation Studies Board.
- Sharqawy, M., Lienhard V, J., & Zubair, S. (2010). Thermophysical properties of seawater: A review of existing correlations and data. *Desalination and Water Treatment*, 354–380.
- Shi, X., & Cao, X. (2011). Study and assessment of Zry cladding oxidation model under severe accident in PWR. *Power and Energy Engineering Conference (APPEEC)*, IEEE.
- Song, J. H., Park, I. K., Chang, Y. J., Shin, Y. S., Kim, J. H., Min, B. T., y otros. (2002). Experiments on the interactions of molten ZrO₂ with water using TROI facility. *Nuclear Engineering and Design*, 213, 97–110.
- Sparrow, E. M., & Cess, R. D. (1970). *Radiation Heat Transfer*. Brooks/Cole Publishing Company.
- Spencer, B. W., Wang, K., Blomquist, C. A., McUmber, L. M., & Schneider, J. P. (1994). Fragmentation and quench behaviour of corium melt streams in water. *NUREG/CR-6133, ANL-93/32*.
- Steinbrück, M. (2009). Prototypical experiments relating to air oxidation of Zircaloy-4 at high temperatures. *Journal of Nuclear Materials*(392), 531–544.
- Steinhauser, G., Brandl, A., & Johnson, T. E. (2014). Comparison of the Chernobyl and Fukushima nuclear accidents: A review of the environmental impacts. *Science of the Total Environment*, 470-471, 800-817.
- Sun, H., Feistel, R., Koch, M., & Markoe, A. (2008). New equations for density, entropy, heat capacity, and potential temperature of a saline thermal fluid. *Deep-Sea Research I*, 15, 1304 – 1310.
- Tarasov, V. (2013). No Violation of the Leibniz Rule. No Fractional Derivative. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation.*, 18(11), 2945-2948.
- TEPCo. (2011). *Fukushima Nuclear Accident Analysis Report (Interim)*. Tokyo: Tokyo Electric Power Company, Co.
- Tillner-Roth, R. (1998). *Fundamental Equations of State*. Aachen: Shaker Verlag.
- Todreas, N. E., & Kazimi, M. S. (1990). *Nuclear Systems I: Thermal Hydraulic Fundamentals*. Massachusetts: Taylor and Francis.
- Tung, V. X., & Dhir, V. K. (1988). A hydrodynamic model for two-phase flow through porous media. *International Journal of Multiphase Flow*, 14(1), 47-65.
- United Nations Scientific Committee on the effects of atomic radiation. (2012). *The Chernobyl accident*. Recuperado el 23 de abril de 2017, de <http://www.unscear.org/unscear/en/chernobyl.html>
- US NRC. (1987). *Report on the Accident at the Chernobyl nuclear power station*. Washington, DC: US NRC.
- Valdés Parada, F. J., Romero-Paredes, H., & Espinosa-Paredes, G. (2013). Numerical analysis of hydrogen generation in a BWR during a severe accident. *Chemical Engineering Research and Design*, 91, 614–624.
- Van Dorsselaere, J.-P., Auvinen, A., Beraha, D., Chatelard, P., Journeau, C., Kljenak, I., y otros. (2012). The European Research on Severe Accidents in Generation-II and -III Nuclear Power Plants. *Science and Technology of Nuclear Installations*.
- Veshchunov, M. S., Berdyshev, A. V., Boldyrev, A. V., Matweev, L. V., Palagin, A. V., & Shestak, V. E. (1997). Physico-Chemical Behavior of Zircaloy Fuel Rod Cladding Tubes During LWR Severe Accident Reflood Part II: Modelling of quench phenomena. *Forschungszentrum Karlsruhe*.
- Vierow, K., Liao, Y., Johnson, J., Kenton, M., & Gauntt, R. (2004). Severe accident analysis of a PWR station blackout with the MELCOR, MAAP4 and SCDAP/RELAP5 codes. *Nuclear Engineering and Design*, 234, 129–145.
- Wei, H., Erkan, N., Okamoto, K., Gaus-Liu, X., Miassoedov, A. (2017). Improvement and evaluation of debris coolability analysis module in severe accident analysis code SAMPSON using LIVE experiment. *Annals of Nuclear Energy*, 100, 65–72.
- Wolf, J. R., Rempe, J. L., Stickler, L. A., Korth, G. E., Diercks, D. R., Neimark, L. A., y otros. (1994). TMI-2 Vessel Investigation Project Integration Report. *NUREG/CR-6197, TMI V(93)EG10(EGG-2734)*.

Apéndice A

Journal of King Saud University – Science (2016) 28, 21–28



ORIGINAL ARTICLE

Time-fractional telegraph equation for hydrogen diffusion during severe accident in BWRs



R.-I. Cázares-Ramírez^{a,b}, G. Espinosa-Paredes^{a,*,1}

^a División de Ciencias Básica e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, Av. San Rafael Atlixco 186, Col. Vicentina, México D.F. 09340, Mexico

^b División de Ciencias Biológicas y de la Salud, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, Av. San Rafael Atlixco 186, Col. Vicentina, México D.F. 09340, Mexico

Received 16 July 2015; accepted 4 September 2015
Available online 18 September 2015

KEYWORDS

Fractional mass transport;
Hydrogen generation;
Severe accident;
Zircaloy oxidation;
Decay heat;
Reactor BWR

Abstract The aim of this work is to study the behavior of heat and mass transfer during hydrogen generation in the core of the boiling water reactor (BWR). The core of the BWR is a system highly heterogeneous where the transport processes are complex. The core is considered as an average channel of the fuel assembly, which consists of arrays of in-line fuel rod. This study considers diffusion and reaction due to generation of hydrogen during severe accident in a nuclear power plant with reactor type BWR. The temperature distribution in the nuclear fuel is obtained with a normal diffusion model, whereas that of the distribution of the hydrogen concentration is obtained with a time-fractional telegraph equation (TFTE). The TFTE allows consider the anomalous diffusion processes (non-Fickian effects), which govern the transport in heterogeneous systems.

The numerical experiments were performance in an averaging channel that represents a core reactor with the fuel rod with its gap and cladding and cooling steam, in order to establish the importance of the effects of hydrogen diffusion in a severe accident scenario. The initial conditions of this scenario correspond to 100% of rated power, with scram of the reactor, and without cooling flow. The temperature of the fuel is incremented due to decay heat, and due to lack of cooling the fuel temperature increases, which eventually causes fuel cladding oxidation and hydrogen generation.

The hydrogen concentration results in a reaction due to oxidation for different values of fractional coefficient, at $t = 0$ and short times were obtained. The physical meaning is discussed when the fractional coefficient tends to a value of 1 and when it tends to a value of 0.5, i.e., within

* Corresponding author. Tel.: +52 55 5804 4645; fax: +52 55 5804 4900.

E-mail address: gepe@xanum.uam.mx (G. Espinosa-Paredes).

¹ Sabbatical leave at the Facultad de Ingeniería of the Universidad Nacional Autónoma de México through the Programa de Estancias Sabáticas del CONACyT.

Peer review under responsibility of King Saud University.



<http://dx.doi.org/10.1016/j.jksus.2015.09.002>

1018-3647 © 2015 The Authors. Production and hosting by Elsevier B.V. on behalf of King Saud University.

This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

the limits of validity of the fractional model proposed. According to the results obtained the hydrogen concentration is inversely proportional to the fractional coefficient. These results are relevant for decision making in terms of risk analysis in nuclear power plant with BWR.

© 2015 The Authors. Production and hosting by Elsevier B.V. on behalf of King Saud University. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

1. Introduction

Safety of nuclear power plants is essential and safety standards are continuously reviewed and upgraded as new developments and research are performed. Continuous research regarding this subject is fundamental for the nuclear industry. Although severe accident analysis and research have been performed throughout the evolution of nuclear industry, it has not yet considered all plausible scenarios (Espinosa-Paredes et al., 2012a). Adequate analyses are needed for all phases of severe accidents in order to maintain or improve safety margins.

Severe core damage of a boiling water reactor (BWR) is produced during a nuclear accident by the critical oxidation of the Zircaloy components in the core by steam (Olander, 1994). A large review on Zry-4 fuel cladding behavior in a loss-of-coolant accident (LOCA) was reported by Erbacher and Leistikow (1985), which studied the chemical reactions between reactor zirconium alloy cladding and high temperature steam during a topical subject in the severe accident program for long time. Overheating of the fuel elements in a BWR would be caused by a loss of coolant accident or a power excursion, which led in a violent chemical reaction of the cladding with steam. During a station blackout with early loss of cooling with a typical heating rate, the feed of water can result in the accelerated oxidation of Zry-4 cladding and a significant increase in hydrogen production and the accelerated liquefaction and slumping of $\{U-Zr\} - O_2$ (Allison et al., 2012).

The oxidation is a very large exothermic reaction with a great heat release, and it is made under high temperature accident conditions, it determines the hydrogen rate production and the cladding brittleness degradation (Fichot et al., 2004). The Zry-4 oxidation in steam is bitter and more than a half of the heat released during oxidation in air causes a higher rise in the temperature (Beuzet et al., 2011). The last two decades, has seen a higher interest in the phenomena during a hypothetical severe nuclear accident and it was intensified by the Fukushima Daiichi station blackout accident.

To design a nuclear power plant it is very important to make the safety evaluation in order to prove safety features of systems and install equipment to prevent any kind of accidents. For this reason the analysis of design based accident is considered as reference, whose main differences with the modeling of severe accident are related to the fact that the modeled system itself is not well defined due to the that molten core material having constants changes of geometrical factors, composition and its properties.

Typical codes for severe accident analysis at nuclear reactor are MELCOR (Methods for Estimation of Leakages and Consequences of Releases, Gauntt et al. 2000), MAAP (Modular Accident Analysis Program, MAAP4, 1994), and SCDAP/RELAP5 (SCDAP: Severe Core Damage Analysis Package, Siefken et al., 2001a,b), which are widely used for the integral analysis of core melt accident progression and the resultant

lower head response expected at the reactor lower plenum. However, these codes consider diffusion normal in the mass transfer processes, where this theory fails for the complexity of the phenomena in highly heterogeneous systems being crucial in severe accidents. Then, an alternative for considering anomalous diffusion is with differential equations of fractional order.

In this work the behavior of the temporal evolution of the distributions of the hydrogen concentration and temperatures in the core of the boiling water reactor (BWR) during a severe accident, is analyzed numerically. The core of the BWR is a system highly heterogeneous where the simultaneous heat and mass transport is. This study considers diffusion and reaction due to generation of hydrogen during severe accidents in a nuclear power plant with reactor type BWR. The fractional-time diffusion equation or the so called time-fractional telegraph equation (TFTE) for hydrogen diffusion was applied in order to consider the anomalous diffusion processes (non-Fickian effects), and normal diffusion for heat transfer in the nuclear fuel. The hydrogen concentration results in a reaction due to oxidation for different values of fractional coefficient, at $t = 0$ and short times were obtained. These results are relevant for decision making in terms of risk analysis in nuclear power plant with BWR.

Differential equations of fractional order have recently proved to be valuable tools in the modeling of many phenomena in various fields of science and engineering (e.g., Fellah et al., 2002; Soczkiewicz, 2002; Zhou and Selim, 2003; Magin and Ovardia, 2008; Scherer et al. 2008). Fractional space derivatives are used to model anomalous diffusion or dispersion (e.g., Wu et al., 2015a,b; Yang et al., 2015), i.e., non-Fickian effects for mass transfer where a particle plume spreads at a rate inconsistent with the classical Brownian motion model, and the plume may be asymmetric. When a fractional derivative replaces the second derivative in a diffusion or dispersion model, it leads to enhanced diffusion (Meerschaert et al., 2006).

The analytical solution of the TFTE in a bounded-space domain derived by Huang (2009) is applied in this work.

2. BWR description

The BWR configuration and the flow paths are illustrated in Fig. 1 (BWR, 1975). The reactor water recirculation system consists of two external loops to the reactor vessel. Each loop contains a pump with a directly coupled motor, a flow control valve, and two shut-off valves. The jet pump located within the reactor vessel provides a continuous internal circulation path for a major portion of the core coolant flow. The recirculation pumps take the suction from the downward flow in the annulus between the core shroud and the vessel wall. The core flow is taken from the vessel through two recirculation nozzles. Into this site, the flow is pumped to a higher pressure, distributed

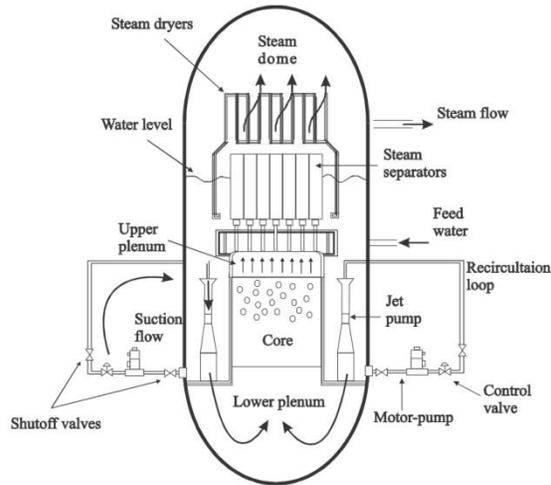


Figure 1 BWR configuration and flow paths.

through a manifold to which a number a riser pipes are connected, and returned to the vessel inlet nozzles.

The coolant water passes along the individual fuel rods inside the fuel channel where it boils and becomes a two-phase steam and water mixture. In the core, the two-phase fluid generates upward flows through the axial steam separators while the steam continues through the dryers and flows directly out through the steam lines into the turbine-generator. The condensate flow is then returned through the feedwater heaters by the condensate-feedwater pumps into the vessel.

3. Core damage progression and phenomenology

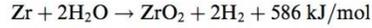
During a severe accident is exceeded the design basis of the nuclear power plant (NPP) sufficiently to cause failure of structures, materials and systems, i.e., core damage and hydrogen production, fission products released, and debris bed. In this sense it is necessary to understand fully the progression of core damage, since the action mitigation has effects that may be decisive in accident progression (Espinosa-Paredes et al., 2012b).

As a result of heat produced by radioactive decay of the active elements, known as the decay energy, the fuel temperature begins to rise, even when the reactor is in stop if the core cooling is inadequate (Todreas and Kazimi, 1990). Then, to the extent that the core loses its cooling, the core will be damaged by overheating and release radioactive elements.

At temperatures of 1073 K, molten occurs of the alloy Ag-In-Cd of the control rod. The guide tube failure will cause the attack of the alloy Zircaloy of the fuel element. The liquid mixture may fall by gravity effects and move into the nucleus, causing localized damage in the fuel cladding. Eventually re-solidify and may produce block in cold areas of the lower region of the nucleus. At temperatures around 1173 K, the zirconium in the cladding of the fuel begins to react chemically with steam, which produces hydrogen and reaction heat. At temperatures above 1500 K, the reaction becomes very large, accelerating overheating of the fuel, the oxidation of Zircaloy

of the fuel cladding by steam effects, it becomes important. This reaction is exothermic and the temperature increases the rate of oxidation increases, the energy release as well as the generation of hydrogen is large.

The degree to which hydrogen is produced depends on the temperature of zirconium in the core and the amount of steam available. When the temperature rises about 1500 K the following reaction is presented:



On the other hand the heating of the fuel elements results in a loss of mechanical properties with consequent ballooning that can lead to breakage. The deformation occurs due to the difference in pressure between the inside of the fuel element and reactor pressure. The internal pressure of the fuel element is a function of fuel temperature on the thermodynamic process of heating at constant volume.

Experiments have shown that the rupture of the fuel does not block the flow of steam but it deviates by reducing the natural flow in the core. The fuel temperature increases and most of the hydrogen generated in the accident occurs during this early stage. At intermediate temperatures (2033 and 2273 K), if the thickness of the oxide layer is sufficiently large, will retain the Zr oxide inside molten metal, preventing the fall by gravity and staying in touch with the pellets dioxide uranium (UO_2) which, will remain until the outer layer of oxide loses its strength due to its dissolution by molten Zr or due to mechanical failure or because it reaches the melting temperature (2963 K) of ZrO_2 .

After a severe accident, when fuel rod cladding has disappeared, the fuel pellets may collapse and form a debris bed, which is difficult to cool due to complex flow path between the solid fragments. Then the debris bed cannot cooling the temperature rises up to the fuel melting point and a large curium pool grows through the core, and finally relocates down into lower plenum (Li and Ma, 2011).

4. Mathematical model

The problem under consideration is depicted in Fig. 2, which consists of an array of fuel cylinder rods, each coated with a cladding and a current of steam flowing outside the cylinders. In the same figure we also show a representative periodic unit cell where the initial and boundary-value problems for heat and mass transfer are to be solved.

In this way, we can identify four regions of interest, where the problem under study has a characteristic length of the order of P , i.e., 16.2 mm, in contrast with the fuel assembly that is the order of ten times larger as is illustrated in Fig. 3b (large scale). Accordingly, the unit cell regarding the core of the BWR is hundreds of times smaller (Fig. 3a). Then, we can say that the study presented in this work takes place in a small length scale (Fig. 3c).

4.1. Fractional mass transfer

During the heat up of the fuel and core damage, hydrogen production is a very important parameter, because it represents an integrated effect of different models on the core degradation progress, including the metal oxidation model, the availability

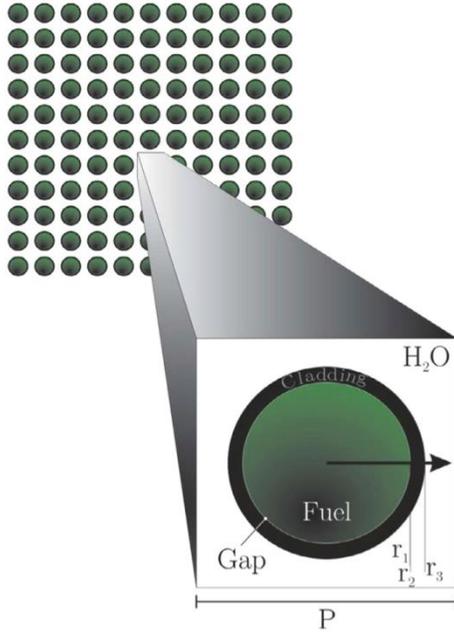


Figure 2 Fuel assemblies; consisting of arrays of in-line fuel rods. Characteristic geometric $r_1 = 5.207$ mm, $r_2 = 5.321$ mm, $r_3 = 6.234$ mm and $P = 16.2$ mm.

of coolant for chemical reaction and the fraction of metal surface exposed to coolant (Vierow et al., 2004).

The mass transfer phenomena consider that hydrogen generated diffuses in the coolant by diffusion. In this work the mass transport with diffusion and reaction was approximate with time-fractional telegraph equation

$$\frac{\partial^{2\alpha} c_{H_2}(x, t)}{\partial t^{2\alpha}} + 2a \frac{\partial^\alpha c_{H_2}(x, t)}{\partial t^\alpha} = D_S \frac{\partial^2 c_{H_2}(x, t)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L, \quad (1)$$

$$t > 0, \quad \frac{1}{2} < \alpha \leq 1,$$

where c_{H_2} is the average concentration, a is related with relaxation time, and D_S is the effective diffusion coefficient. The fractional derivative defined in the Caputo sense (Podlubny, 1998)

$$\frac{\partial^\beta f(t)}{\partial t^\beta} = \begin{cases} \frac{df(t)}{dt}, & \beta = n \in \mathbb{N}, \\ \frac{1}{\Gamma(n-\beta)} \int_0^t (t-\tau)^{n-\beta-1} \frac{df(\tau)}{d\tau} d\tau, & n-1 < \beta < n, \end{cases} \quad (2)$$

The initial and boundary conditions are given by:

$$c_{H_2}(x, 0) = \phi(x), \quad \frac{\partial}{\partial t} c_{H_2}(x, 0) = Rx(T_F(r, 0)), \quad 0 < x \leq L, \quad (3)$$

$$c_{H_2}(0, t) = c_{H_2}(L, t) = 0, \quad t \geq 0, \quad (4)$$

where R_x represent the reaction rate, defined as first order

$$Rx = K_{ox} c_{H_2} \quad (5)$$

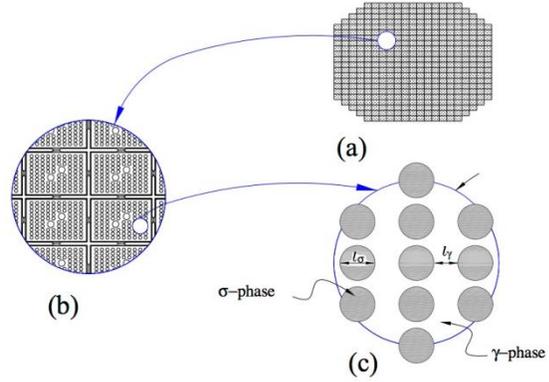


Figure 3 Characteristic lengths of the system (Espinosa-Paredes et al., 2008). (a) Nuclear reactor core; (b) large scale (showing four fuel assemblies); (c) small scale; σ -phase is the fuel element and γ -phase is the coolant.

4.1.1. Reaction rate (R_x)

According to Veshchunov et al. (1997) the oxide layer consists of two sub layers in the temperature range of 1800–2650 K: the tetragonal phase outside and the cubic phase inside. Later, the best-fitted correlations were made at a high temperature $T_F > 1800$ K and the applicability was verified to different temperature transients based on experiments (Fichot et al., 2004) and also reported by Xingwei and Xinrong (2011). Then the next equations can be applied to compute the K_{ox} kinetics parameter for the superficial oxidation that is predominant in these phenomena:

$$K_{ox} = 0.093 e^{[-1.286 \times 10^5 (RT_F)^{-1} - (6.16(T_F)^{-1} - 0.0068) \times 10^8]}, \quad 1800 < T_F < 1900, \quad (6)$$

$$K_{ox} = 0.093 e^{-1.286 \times 10^5 (RT_F)^{-1}}, \quad T_F > 1900, \quad (7)$$

The kinetic parameter is a function of average fuel temperature evaluated in the interface between fuel and coolant fluid (T_F), which is obtained with the heat transfer equation.

The early phase of a severe accident is dominated by thermal-hydraulic phenomena. Then, sophisticated thermal-hydraulic modeling is important for accurate prediction of the early reactor response and timing of events. On the other hand, the later phases of severe accidents are dominated by additional complicated phenomena in addition to the thermal-hydraulics. Severe accident models of the codes are more diversified, less validated, and hence have more uncertainties (Vierow et al., 2004). The thermal-hydraulic model is presented in following section.

4.2. Heat transfer in the fuel (T_F)

$$(\rho Cp)_F \frac{\partial T_F}{\partial t} = k_F \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_F}{\partial r} \right) + Q \quad (8)$$

where ρ is the density, Cp is the specific heat, and Q is the decay heat. The initial and boundary conditions considered in this work are:

$$-k_F \frac{\partial T_F}{\partial r} = q'' + \Delta H x R x, \quad r = r_{F-S} \quad (9)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad r = 0 \quad (10)$$

$$T(r, 0) = \varphi, \quad t \geq 0 \quad (11)$$

where q'' is the heat flux, ΔH is the reaction heat, and r_{F-S} is applied to indicate that Eq. (9) applies at the interface between fuel and steam.

The fuel element is represented by a one-dimensional mesh-centered grid consisting of a variable number of radial elements at each axial position (Δz). The differential equation given by Eq. (9) is transformed into discrete equations using the control volume formulation technique in implicit form (Patankar, 1980):

$$\mathbf{a} T_{ij-1}^{t+\Delta t} + \mathbf{b} T_{ij}^{t+\Delta t} + \mathbf{c} T_{ij+1}^{t+\Delta t} = \mathbf{d} \quad (12)$$

where \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} are the vectors of coefficients, $T^{t+\Delta t}$ is the dependent variable at the radial nodes $j+1$, j and $j-1$ for every axial node, denoted by subscript i , and \mathbf{d} is the vector of constants. These equations have the form of a tri-diagonal band matrix and were solved at every node i, j using the Thomas algorithm. The radial nodes are considered as follows: two nodes for the clad and the gap (where $Q = 0$), two more nodes for boundary condition evaluation (where $Q = 0$), and four nodes are considered for one equivalent fuel element (where $Q \neq 0$).

4.2.1. Decay heat (Q)

Evaluation of the heat generated in a reactor after shutdown is important for determining cooling requirements under normal conditions and accident consequences. Reactor shutdown heat generation is the sum of heat produced from fission due to delayed neutron or photoneutron emissions, and decay of fission products fertile materials, and activation products. The heat decay level used in this work is given by Todreas and Kazimi (1990):

$$Q = 0.066 Q_0 \left[(\tau - \tau_s)^{-0.2} - \tau^{-0.2} \right] \quad (13)$$

where Q_0 is the steady-state volumetric heat-generation rate, $(\tau - \tau_s)$ is the time after shutdown, and τ is the time after reactor startup. Eq. (13) is applied into Eq. (8).

4.2.2. Reaction heat ($\Delta H x$)

The heat generated at the solid–fluid interface due to reaction heat, which applies to Eq. (9) is given by:

$$\Delta H x = -6.3049 \times 10^2 + 2.9962 \times 10^{-2} T_F - 2.1794 \times 10^{-6} T_F^2, \quad 298 \leq T < 1445 \quad (14)$$

$$\Delta H x = -6.3184 \times 10^2 + 4.7556 \times 10^{-2} T_F - 9.7854 \times 10^{-6} T_F^2, \quad 1445 \leq T \leq 2273 \quad (15)$$

The transition solid phase enthalpy is: $\Delta H_t = 8.4$ kJ/mol at 1445 K.

4.2.3. Heat Flux (q'')

The heat flux is required in Eq. (9) and for evaluation Newton's law of cooling was applied:

$$q'' = H (T_F - T_S) \quad (16)$$

where T_F is the fuel temperature evaluated at the interface between the fuel and the steam, H is the heat transfer coefficient (order of magnitude between 10^2 to 10^3), and T_S is the coolant fluid temperature. Then, the steam temperature is obtained with:

$$dh = C_p dT_S \quad (17)$$

The enthalpy (h) is obtained with energy balance in the fluid:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h) - \frac{\partial p}{\partial t} + G \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{q'' P_H}{A_{x-s}} \quad (18)$$

where p is the pressure, G mass flux, P_H is the wetted perimeter, 0.039 m and A_{x-s} is the flow area, 1.4×10^{-4} m². Both P_H and A_{x-s} are obtained from the data shown in Fig. 2.

The mass flux is obtained with a momentum balance:

$$L \frac{dG}{dt} = \left(-K_{eq} \frac{G^2}{\rho} - \Delta p_c \right) \quad (19)$$

where L is the fuel assembly length, 3.81 m; K_{eq} is the core loss coefficient, 1.3; Δp_c is the core pressure drop. The core pressure drop, is the sum of the frictional, acceleration and gravitational components:

$$-\Delta p_c = \sum_{j=1}^n \left[\underbrace{\frac{2C_{f0} G^2 \Delta z}{D_h \rho_j}}_{\text{friction loss}} + \underbrace{G^2 \left(\frac{1}{\rho_{j+1}} - \frac{1}{\rho_j} \right)}_{\text{acceleration spatial}} + \underbrace{\rho_j g \Delta z}_{\text{gravity}} \right] \quad (20)$$

where C_{f0} is the single-phase friction, 0.005; D_h is the diameter hydraulic, 0.01433 m (for one cell); and $\Delta z = L/n$ is core cell length.

5. Numerical solution

The fractional telegraph equation has been considered by many authors (e.g., Anh and Leonenko, 2001, 2002; Cascaval et al., 2002; Orsingher and Zhao, 2003; Orsingher and Beghin, 2004; Momani, 2005; Chen et al., 2008; Camargo et al., 2008). Anh and Leonenko (2001, 2002) considered the fractional diffusion–wave equation under some random initial conditions and obtained their renormalized solutions. Cascaval et al. (2002) analyzed the time-fractional telegraph equations, dealing with wellposedness and presenting a study involving asymptotic by using the Riemann–Liouville approach. Orsingher and Zhao (2003) considered the space-fractional telegraph equations, obtaining the Fourier transform of its fundamental solution and presenting a symmetric process with discontinuous trajectories, whose transition function satisfies the space-fractional telegraph equation. Orsingher and Beghin (2004) discussed the time-fractional telegraph equation and telegraph processes with Brownian time, showing that some processes are governed by time-fractional telegraph equations. Momani (2005) discussed analytic and approximate solutions of the space- and time-fractional telegraph differential equations by means of the so-called *adomian* decomposition method. Chen et al. (2008) also discussed and derived the solution of the time-fractional telegraph equation with three kinds of nonhomogeneous boundary conditions, by the method of separating variables. Camargo et al. (2008) proposed the

so-called general space-time fractional telegraph equations by the methods of differential and integral calculus, discussing the solution by means of the Laplace and Fourier transforms in variables t and x , respectively.

The time-fractional telegraph equation (TFTE) given by Eq. (1) with initial and boundary conditions (Eqs. (3) and (4)) consists of an analytical solution derived by Huang (2009). The solution in the form of a series for the boundary problem (Eqs. (1), (3) and (4)) in a bounded-space domain is derived by the Sine-Laplace transforms method:

$$\begin{aligned} c_{H_2}(x, t) = & \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} (c_1 E_{\alpha,1}(\lambda_- t^\alpha) \\ & - c_2 E_{\alpha,1}(\lambda_+ t^\alpha)) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \int_0^L \phi(y) \sin\left(\frac{n\pi y}{L}\right) dy \\ & + \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} (c_1 E_{\alpha,2}(\lambda_+ t^\alpha) \\ & - c_2 E_{\alpha,2}(\lambda_- t^\alpha)) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \int_0^L \varphi(y) \sin\left(\frac{n\pi y}{L}\right) dy \end{aligned} \quad (21)$$

where

$$c_1 = \frac{\lambda_+}{\lambda_+ - \lambda_-}, \quad (22)$$

$$c_2 = \frac{\lambda_-}{\lambda_+ - \lambda_-} \quad (23)$$

$$\lambda_{\pm} = -a \pm \sqrt{a^2 - \left(\frac{nD_S\pi}{L}\right)^2} \quad (24)$$

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\Gamma(n\alpha + \beta)} \quad (25)$$

The parameters to evaluate this solution are $L = 3.81$ m and $D_S = 0.0045$ m²/s.

Other studies without the forcing term $f(x, t)$, and with $a = 0$, Eq. (1) is known as the fractional diffusion-wave equation studied in Schneider and Wyss (1989), Mainardi (1996), and Agrawal (2002).

6. Results and discussions

The numerical experiments were performance in an averaging channel that represents a core reactor with the fuel rod with its gap and cladding and cooling steam of a BWR, in order to establish the importance of the effects of hydrogen diffusion in a severe accident scenario. The initial conditions of this scenario correspond to 100% of rated power, with scram of the reactor without cooling flow, i.e., without mitigation effects. The temperature of the fuel is incremented due to decay heat, which follows the transient behavior given by Eq. (13). Then, due to lack of cooling the fuel temperature increases. Eventually the temperature rise causes fuel cladding oxidation and hydrogen generation.

Figs. 4 and 5 show the initial conditions of concentration and reaction rate, respectively. These initial conditions were obtained with the normal diffusion model. In Fig. 4 can be see that the concentration that apparently asymptotically it approaches a state of equilibrium, the trend of behavior is

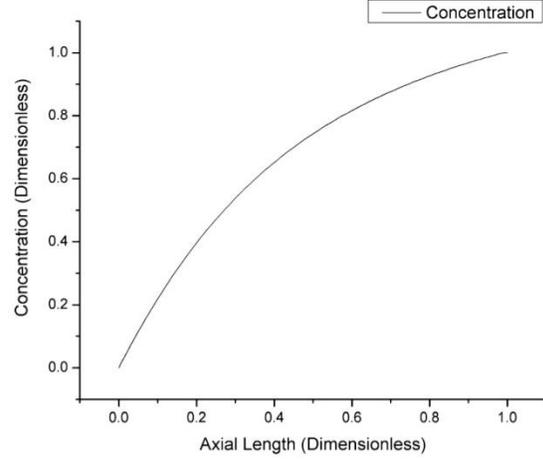


Figure 4 Initial condition $c_{H_2}(x, 0) = \phi(x)$, for $0 \leq x \leq L$, for any value of fractional coefficient.

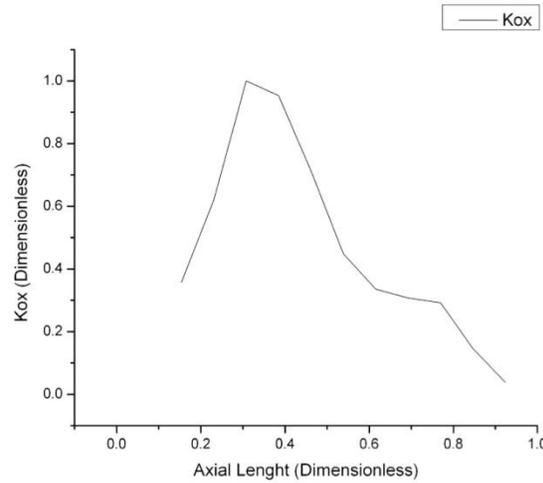


Figure 5 Initial condition $\frac{\partial}{\partial t} c_{H_2}(x, 0) = Rx(T_F(r, 0))$, for $0 \leq x \leq L$.

expected due to the presence of clad oxidation in the range $0 < x \leq L$, as is shown in Fig. 5.

The trend of reaction rate shown in Fig. 5 follows the behavior non-uniform power generated by the residual heat in the reactor core. Under these conditions the clad temperature distribution is presented in Fig. 6. As you can see in this figure, the clad temperature is not uniform in the axial direction of the nuclear fuel, and therefore the reaction rate follows the behavior of clad temperature.

The behavior of the fractional model of the mass transfer with reaction for different values of α is shown in Fig. 7, where the coefficient value a is 0.03. In each of these cases the hydrogen density is analyzed by different values of the anomalous diffusion order, namely $\alpha = 0.5, 0.8, 1$.

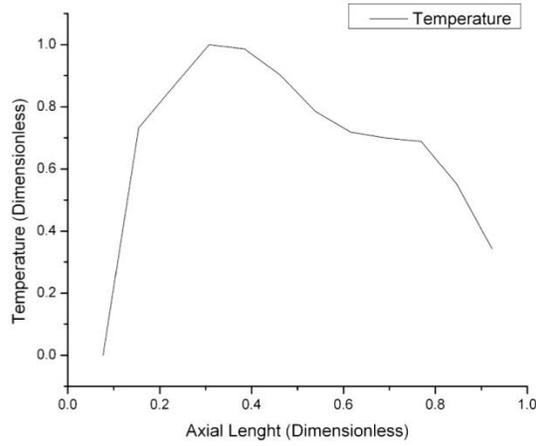


Figure 6 Clad temperature distributions in axial direction.

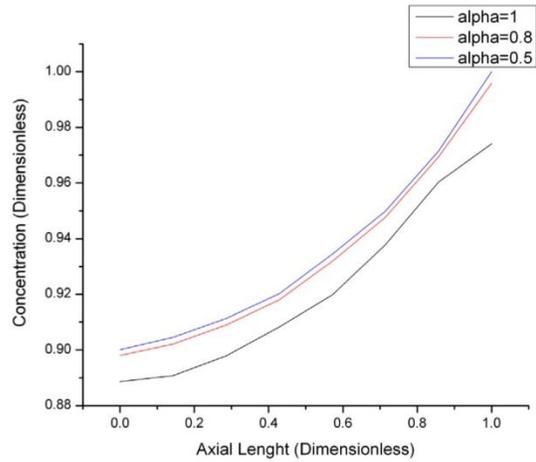


Figure 7 Behavior fractional of hydrogen concentration for different values of α at of $t = 5$ s.

The hydrogen concentration results for different values of α , at $t = 0$ for $\frac{1}{2} < \alpha \leq 1$ are presented in Fig. 4, and under these conditions the hydrogen concentration is the same for any value of α , as expected.

The hydrogen concentration results for different values of α , at $t = 5$ s is presented in Fig. 7, i.e., for short times. In this figure can be observed that the hydrogen concentration is increased with decreasing value of α . The physical meaning of this phenomenon is that when $\alpha = 1$, the mass transfer resistance is greater than for $\alpha = 0.8$, due to sub-diffusive effects characteristic of the FFTE for the range of $0.5 < \alpha < 1$. Then, when the $\alpha \rightarrow 1$, Eq. (1) leads to:

$$\frac{\partial c_{H_2}(x, t)}{\partial t} + 2a \frac{\partial^{0.5} c_{H_2}(x, t)}{\partial t^{0.5}} = D_S \frac{\partial^2 c_{H_2}(x, t)}{\partial x^2} \quad (26)$$

The second term on left hand side generates sub-diffusive effects.

Now, when $\alpha \rightarrow 0.5$, Eq. (1) leads to

$$\frac{\partial^2 c_{H_2}(x, t)}{\partial t^2} + 2a \frac{\partial c_{H_2}(x, t)}{\partial t} = D_S \frac{\partial^2 c_{H_2}(x, t)}{\partial x^2} \quad (27)$$

Then, the resistance to mass transfer is less than with respect to $\alpha = 1, 0.8$, due to the transport phenomena is propagative, and the diffusive effects are negligible.

The behavior of hydrogen concentration in the range $0.5 < \alpha < 1$, can be inferred of the Fig. 7 between the limits of $\alpha = 0.5$ and $\alpha = 1$.

7. Conclusions

In this work the time-fractional telegraph equation (TFTE) to study the behavior transient of the distributions of the hydrogen concentration in the core of the boiling water reactor (BWR) during a severe accident was applied. The problem considers diffusion and reaction or generation of hydrogen during severe accident in a nuclear power plant with reactor type BWR. The data, parameters and operating conditions correspond to this type of reactors.

The hydrogen concentration results with reaction due to oxidation for different values of fractional coefficient, at $t = 0$ (Fig. 4) and short times (Fig. 7) were obtained. According with results obtained with the TFTE, the hydrogen concentration is inversely proportional to the fractional order coefficient α . These results are relevant for decision making in terms of risk analysis in nuclear power plant with BWR.

Acknowledgements

The authors acknowledge the support given by the Universidad Autónoma Metropolitana (UAM) through a scholarship at the Graduate Program in Energy and Environment at the UAM-Iztapalapa.

References

- Agrawal, O.P., 2002. Solution for a fractional diffusion-wave equation defined in a bounded domain. *Nonlinear Dyn.* 29, 145–155.
- Allison, C.M., Hohorst, J.K., Allison, B.S., Konjarek, D., Bajs, T., Pericas, R., López, R., 2012. Preliminary assessment of the possible BWR core/vessel damage states for Fukushima Daiichi station blackout scenarios using RELAP/SCDAPSIM. *Sci. Technol. Nucl. Ins.* 2012.
- Anh, V.V., Leonenko, N.N., 2001. Spectral analysis of fractional kinetic equations with random data. *J. Stat. Phys.* 104, 1349–1387.
- Anh, V.V., Leonenko, N.N., 2002. Renormalization and homogenization of fractional diffusion equations with random data. *Probab. Theory Related Fields* 124, 381–408.
- Beuzet, E., Lamy, J.S., Bretault, A., Simoni, E., 2011. Modelling of Zry-4 cladding oxidation by air, under severe accident conditions using the MAAP4 code. *Nucl. Eng. Des.* 241, 1217–1224.
- Camargo, R., Chiacchio, A.O., de Oliveira, E., 2008. Differentiation to fractional orders and the fractional telegraph equation. *J. Math. Phys.* 49 (2008), 1–12.
- Cascaval, R.C., Eckstein, E.C., Frota, C.L., Goldstein, J.A., 2002. Fractional telegraph equations. *J. Math. Anal. Appl.* 276, 145–159.
- Chen, J., Liu, F., Anh, V., 2008. Analytical solution for the time-fractional telegraph equation by the method of separating variables. *J. Math. Anal. Appl.* 338, 1364–1377.

- Erbacher, F.J., Leistikow, S., 1985. A review of zircaloy fuel cladding behavior in a loss-of-coolant accident. In: Kernforschungszentrum Karlsruhe, KFK 3973, pp. 3–4. Cited by Xingwei et al. (2011).
- Espinosa-Paredes, G., Morales-Sandoval, J.B., Vázquez-Rodríguez, R., Espinosa-Martínez, E.-G., 2008. Constitutive laws for the neutron density current. *Ann. Nucl. Energy* 35, 1963–1967.
- Espinosa-Paredes, G., Batet, L., Núñez-Carrera, A., Sugimoto, J., 2012a. Severe accident analysis in nuclear power plants. *Sci. Technol. Nucl. Ins.* 2012.
- Espinosa-Paredes, G., Camargo, R., Núñez-Carrera, A., 2012b. Severe accident simulation of the Laguna Verde nuclear power plant. *Sci. Technol. Nucl. Ins.* 2012.
- Fellah, Z.E.A., Depollier, C., Fellah, M., 2002. Application of fractional calculus to the sound waves propagation in rigid porous materials: validation via ultrasonic measurements. *Acta Acoust. United Ac.* 88 (1), 34–39.
- Fichot, F., Adroguer, B., Volchek, A., Zvonarev, Y., 2004. Advanced treatment of zircaloy cladding high-temperature oxidation in severe accident code calculations: Part III. Verification against representative transient tests. *Nucl. Eng. Des.* 232, 97–109.
- Gauntt, R.O., Cole, R.K., Erickson, C.M., Gido, R.-G., Gasser, R.D., Rodriguez, S.B., Young, M.F., 2000. NUREG/CR-6119, Rev. 2, MELCOR Computer Code Manuals Primer and User's Guide, Version 1.8.5, vol. 1. Prepared by Sandia National Laboratories for the U.S. Nuclear Regulatory Commission, Office of Nuclear Regulatory Research.
- Huang, F., 2009. Analytical solution for the time-fractional telegraph equation. *J. Appl. Math.* 2009, 1–9 890158.
- Li, L., Ma, W., 2011. Experimental characterization of the effective particle diameter of a particulate bed packed with multi-diameter spheres. *Nucl. Eng. Des.* 241, 1736–1745.
- MAAP4, 1994. MAAP4: Modular Accident Analysis Program for LWR Plants, Code Manual Vols. 1–4. Prepared by Fauske & Associates Inc, Burr Ridge, IL, USA for the EPRI, Palo Alto, CA, USA.
- Magin, R.L., Ovadia, M., 2008. Modeling the cardiac tissue electrode interface using fractional calculus. *J. Vib. Control* 14 (9–10), 1431–1442.
- Mainardi, F., 1996. The fundamental solutions for the fractional diffusion–wave equation. *Appl. Math. Lett.* 9 (1996), 23–28.
- Meerschaert, M.M., Scheffler, H.P., Tadjeran, C., 2006. Finite difference methods for two-dimensional fractional dispersion equation. *J. Comput. Phys.* 211 (1), 249–261.
- Momani, S., 2005. Analytic and approximate solutions of the space- and time-fractional telegraph equations. *Appl. Math. Comput.* 170, 1126–1134.
- Olander, D.R., 1994. Materials chemistry and transport modeling for severe accident analyses in light-water reactors I: external cladding oxidation. *Nucl. Eng. Des.* 148, 253–271.
- Orsingher, E., Beghin, L., 2004. Time-fractional telegraph equations and telegraph processes with brownian time. *Probab. Theory Relat. Fields* 128, 141–160.
- Orsingher, E., Zhao, X., 2003. The space-fractional telegraph equation and the related fractional telegraph process. *Chin. Ann. Math. Ser. B* 24, 45–56.
- Patankar, S.V., 1980. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. McGraw-Hill, New York.
- Podlubny, I., 1998. In: *Fractional Differential Equations: An Introduction to Fractional Derivatives, Fractional Differential Equations, To Methods of Their Solution and Some of Their Applications*, vol. 198. Academic press, San Diego, Calif., USA.
- Scherer, R., Kalla, S.L., Boyadjiev, L., Al-Saqabi, B., 2008. Numerical treatment of fractional heat equations. *Appl. Numer. Math.* 58 (8), 1212–1223.
- Schneider, W.R., Wyss, W., 1989. Fractional diffusion and wave equations. *J. Math. Phys.* 30, 134–144.
- Siefken, L.J., Coryell, E.W., Harvego, E.A., Hohorst, J.K., 2001. SCDAP/RELAP5/MOD 3.3 Code Manual, Code Architecture and Interface of Thermal-Hydraulic and Core Behavior Models. NUREG/CR-6150, vol. 1, Rev. 2, INEL-96/0422. Idaho National Engineering and Environmental Laboratory.
- Siefken, L.J., Coryell, E.W., Harvego, E.A., Hohorst, J.K., 2001. SCDAP/RELAP5/MOD 3.3 Code Manual, Modeling of Reactor Core and Vessel Behavior During Severe Accidents. NUREG/CR-6150, vol. 2, Rev. 2, INEL-96/0422. Idaho National Engineering and Environmental Laboratory.
- Soczkievicz, E., 2002. Application of fractional calculus in the theory of viscoelasticity. *Mol. Quantum Acoust.* 23, 397–404.
- Todreas, N.E., Kazimi, M.S., 1990. *Nuclear Systems I: Thermal Hydraulic Fundamentals*. Hemisphere Publishing Corporation.
- Veshchunov, M.S., Berdyshev, A.V., Boldyrev, A.V., Matweev, L.V., Palagin, A.V., Shestak, V.E., 1997. Physico-Chemical Behavior of Zircaloy Fuel Rod Cladding Tubes During LWR Severe Accident Reflood Part II: Modelling of quench phenomena. *Forschungszentrum Karlsruhe, FZKA 5864*.
- Vierow, K., Liao, Y., Johnson, J., Kenton, M., Gauntt, R., 2004. Severe accident analysis of a PWR station blackout with the MELCOR, MAAP4 and SCDAP/RELAP5 codes. *Nucl. Eng. Des.* 234, 129–145.
- Wu, G.C., Baleanu, D., Zeng, S.D., Deng, Z.G., 2015a. Discrete fractional diffusion equation. *Nonlinear Dyn.* 80 (1–2), 281–286.
- Wu, G.C., Baleanu, D., Deng, Z.G., Zeng, S.D., 2015b. Lattice fractional diffusion equation in terms of a Riesz-Caputo difference. *Physica A* 438, 335–339.
- Xingwei, S., Xinrong, C., 2011. Study and assessment of Zry cladding oxidation model under severe accident in PWR. In: *Power and Energy Engineering Conference (APPEEC) Asia-Pacific*, pp. 1–5.
- Yang, X.J., Baleanu, D., Srivastava, H.M., 2015. Local fractional similarity solution for the diffusion equation defined on Cantor sets. *Appl. Math. Lett.* 47, 54–60.
- Zhou, L., Selim, H.M., 2003. Application of the fractional advection-dispersion equation in porous media. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 67 (4), 1079–1084.



Contents lists available at ScienceDirect

Annals of Nuclear Energy

journal homepage: www.elsevier.com/locate/anucene



Source term in the linear analysis of FNPk equations



Gilberto Espinosa-Paredes^{a,*}, Ricardo-I. Cázares-Ramírez^{a,b}

^aDivisión de Ciencias Básica e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, Cd. de México 09340, Mexico

^bDivisión de Ciencias y Biológicas de la Salud, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, Cd. de México 09340, Mexico

ARTICLE INFO

Article history:

Received 24 February 2016

Received in revised form 24 June 2016

Available online 7 July 2016

Keywords:

Nuclear reactor

FNPk stability

Anomalous diffusion

Transformation *W*-plane

Zero power transfer function

ABSTRACT

The aim of this work is investigate the stability effects of each term of fractional neutron point kinetics (FNPk) equations, taking special emphasis on the source term. The method applied in this work considers the transformation of the *s*-plane to the *W*-plane. Short and long relaxation times for different values of fractional-order derivative were analyzed and the *minimum absolute phase* was obtained in order to establish the stability of the system. The results obtained shown that the source term are crucial in the FNPk instability.

© 2016 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

The fractional neutron point kinetics (FNPk) equations can be re-written as (Espinosa-Paredes and Polo-Labarríos, 2016):

$$\tau^\alpha \frac{\partial^{\alpha+1} n(t)}{\partial t^{\alpha+1}} + \tau^\alpha \Sigma_a v \frac{\partial^\alpha n(t)}{\partial t^\alpha} + \frac{\partial n(t)}{\partial t} = \left(\frac{\rho - \beta}{\Lambda} \right) n(t) + \lambda C(t) + \tau^\alpha \frac{\partial^\alpha S(t)}{\partial t^\alpha} \quad (1)$$

$$\frac{dC(t)}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda} n(t) - \lambda C(t) \quad (2)$$

$$\frac{dS(t)}{dt} = \left(\frac{1 - \beta}{\Lambda} \right) \frac{dn(t)}{dt} + \lambda \frac{dC(t)}{dt} \quad (3)$$

where $n(t)$ is the neutron density; $C(t)$ is the concentration of neutron precursors; $S(t)$ is the source term; ρ is the reactivity; β is the total fraction of delayed neutron; Λ is one generation average life-time of instantaneous neutron; λ is the decay constant of delayed neutron precursor; Σ_a is the macroscopic cross section due to absorption, v is the neutron velocity.

The relaxation time is defined as

$$\tau = \frac{1}{v \Sigma_{tr}} \quad (4)$$

* Corresponding author.

E-mail address: gepe@xanum.uam.mx (G. Espinosa-Paredes).

¹ Sabbatical leave at the Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México through the Programa de Estancias Sabáticas del CONACyT.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.anucene.2016.06.038>
0306-4549/© 2016 Elsevier Ltd. All rights reserved.

that can be expressed as $3D_\Gamma/v$, where $\Sigma_{tr}(\mathbf{r}, t)$ is the transport cross sections, D_Γ is the diffusion coefficient. It is worth noting that τ^α is denominated as anomalous relaxation time, and α is the order of the differential operator known as the anomalous diffusion coefficient: for sub-diffusion process $0 < \alpha < 1$, and for super-diffusion process $1 < \alpha < 2$.

The aim of this work is to the stability analysis of the each of the FNPk terms of fractional order of Eq. (1):

- $\tau^\alpha \frac{d^{\alpha+1} n(t)}{dt^{\alpha+1}}$
- $\tau^\alpha \Sigma_a v \tau^\alpha \frac{d^\alpha n(t)}{dt^\alpha}$
- $\tau^\alpha \frac{d^\alpha S(t)}{dt^\alpha}$

When $\alpha \rightarrow 1$ the FNPk leads to second order neutron point kinetics (SNPK) equation.

$$\tau \frac{\partial^2 n(t)}{\partial t^2} + \tau^2 \Sigma_a v \frac{\partial^2 n(t)}{\partial t^2} + \frac{\partial n(t)}{\partial t} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} n(t) + \lambda C(t) + \tau^2 \frac{\partial^2 S(t)}{\partial t^2} \quad (5)$$

and, when $\tau \rightarrow 0$ the FNPk, lead to the classical neutron point kinetics (CNPK) equations.

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} n(t) + \lambda C(t) \quad (6)$$

The SNPK and CNPK were analyzed and compared with FNPk.

2. Preliminaries

The fractional-order derivative ${}_0D^\alpha \equiv \frac{d^\alpha}{dt^\alpha}$ can be defined in different ways: Riemann–Liouville’s definitions, Caputo’s definitions, among others as Grünwald–Letnikov’ definitions and Riesz definitions (Oldham and Spanier, 1974; Podlubny, 1999; Hilfer, 2000; Kilbas et al., 2006; Das, 2008). The Riemann–Liouville’s definition and Caputo’s definition are two popular ones.

Let $\alpha \in \mathbb{R}$, $n - 1 < \alpha \leq n$, and f be a continuous function, then Riemann–Liouville fractional-order derivative is defined by

$${}_0^{RL}D^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n - \alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t - \tau)^{\alpha+1-n}} d\tau \quad (7)$$

where $\Gamma(z)$ is the Gamma function defined by

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt \quad (8)$$

Satisfying $\Gamma(z + 1) = z\Gamma(z)$.

3. Methodology

The method applied in this work considers the stability of FNPK as a linear fractional differential equation by transforming the s -plane to the W -plane. Short and long relaxation time (τ^α) for different values of fractional-order derivative (α) were analyzed and the *minimum absolute phase* was obtained in order to establish the stability of the system. However with the Nyquist criterion is possible to perform the analysis of system stability, however it is too complicated. Thus, the method applied in this work for stability analysis of the system is relatively easier according with the studies performed.

In this work the cases when $\alpha \rightarrow 1$ and $\tau^\alpha \rightarrow 0$ were analyzed and compared with FNPK.

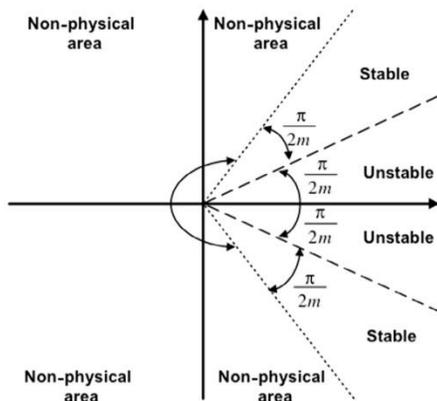


Fig. 1. Stability regions in W -plane (Radwan et al., 2009).

The general steps for stability analysis are (Radwan et al., 2009):

- S1 The equation characteristic of a general fractional differential equation of form $\sum_{k=1}^j a^k s^{\alpha_k} = 0$, is obtained applying Laplace transform to fractional-order derivative.
- S2 If α is rational, i.e., $\alpha = \frac{k}{m}$ where k and m are positive integer; the equation characteristic can be rewritten as $\sum_{k=1}^j a^k s^{\frac{k}{m}} = 0$, where m is integer.
- S3 Transformation into the W -plane. Let $W = s^{\frac{1}{m}}$ then, the transformation is given by $\sum_{i=1}^n a^i W^i = 0$, which is a polynomial of order n . So that the mapping from s -plane into W -plane is independent of k .
- S4 For given a^i calculate the roots of **S3**.
- S5 Find the minimum absolute phase of all roots $|\theta_{W_{min}}|$.
- S6 The condition for stability is $|\theta_{W_{min}}| > \frac{\pi}{2m}$; the condition for oscillation is $|\theta_{W_{min}}| = \frac{\pi}{2m}$; otherwise the system is unstable.

The equations governing the system are ODE for stability analysis is analyzed in the frequency domain and not in the time domain. Thus, with the use of the Laplace transform is possible to migrate the system from the time domain to the s -domain (the complex domain). In addition to having a fractional system in the complex domain, i.e., in the s -domain, the characteristic polynomial is of fractional order, and is more complicated to make the stability analysis. However with the W -transformation, we can have a characteristic polynomial with exponents of integer order, thus known methods can be applied to find the roots.

3.1. Stability regions in W -plane

The stability analysis was performed with the transformation W -plane method. The $\pm j\omega$ axes in the s -plane are mapped onto

Table 2
Transformation the s -plane to the W -plane.

Approximation	Characteristic equation
Full model (FM)	$\rho(W) = W^{k+2m} + aW^{k+m} + bW^k + cW^{2m} + dW^m$ $a = \lambda + \Sigma_a v + (\beta - 1)/\Lambda$, $b = \lambda \Sigma_a v - \frac{\lambda}{\Lambda}$, $c = \frac{1}{\tau^k}$, $d = \frac{1}{\tau^k} \left(\lambda + \frac{\beta}{\Lambda} \right)$
$\tau^\alpha \frac{d^{\alpha+1}n(t)}{dt^{\alpha+1}} \rightarrow 0$	$\rho(W) = aW^{k+m} + bW^k + cW^{2m} + dW^m$ $a = \Sigma_a v - \frac{1-\beta}{\Lambda}$, $b = \lambda(\Sigma_a v - \frac{1}{\Lambda})$, $c = \frac{1}{\tau^k}$, $d = \frac{1}{\tau^k} \left(\lambda + \frac{\beta}{\Lambda} \right)$
$\tau^\alpha \Sigma_a v \tau^\alpha \frac{d^{\alpha}n(t)}{dt^\alpha} \rightarrow 0$	$\rho(W) = W^{k+2m} + aW^{k+m} + bW^k + cW^{2m} + dW^m$ $a = \lambda + \frac{\beta-1}{\Lambda}$, $b = -\frac{\lambda}{\Lambda}$, $c = \frac{1}{\tau^k}$, $d = \frac{1}{\tau^k} \left(\lambda + \frac{\beta}{\Lambda} \right)$
$\tau^\alpha \frac{d^{\alpha+1}S(t)}{dt^{\alpha+1}} \rightarrow 0$	$\rho(W) = W^{k+2m} + aW^{k+m} + bW^k + cW^{2m} + dW^m$ $a = \lambda + \Sigma_a v$, $b = \lambda \Sigma_a v$, $c = \frac{1}{\tau^k}$, $d = \frac{1}{\tau^k} \left(\lambda + \frac{\beta}{\Lambda} \right)$
$\alpha \rightarrow 0$ (SNPK)	Not apply
$\tau \rightarrow 0$ (CNPK)	$\rho(W) = \Lambda W^2 + (\lambda\Lambda + \beta)W$

* When $\tau \rightarrow 0$ the characteristic equation is the same in the s -domain (see Table 1).

Table 1
Approximations and characteristic equations.

Approximation	Characteristic equation
Full model (FM)	$\rho(s) = \Lambda \tau^\alpha s^{\alpha+2} + \tau^\alpha (\lambda\Lambda + \Lambda \Sigma_a v - 1 + \beta) s^{\alpha+1} + \tau^\alpha \lambda (\Lambda \Sigma_a v - 1) s^\alpha + \Lambda s^2 + (\lambda\Lambda + \beta) s$
$\tau^\alpha \frac{d^{\alpha+1}S(t)}{dt^{\alpha+1}} \rightarrow 0$	$\rho(s) = \tau^\alpha \Lambda s^{\alpha+2} + \tau^\alpha \Lambda (\lambda + \Sigma_a v) s^{\alpha+1} + \tau^\alpha \Lambda \lambda \Sigma_a v s^\alpha + \Lambda s^2 + (\lambda\Lambda + \beta) s$
$\alpha \rightarrow 0$ (SNPK)	$\rho(s) = \Lambda \tau s^3 + [\tau(\lambda\Lambda + \Lambda \Sigma_a v - 1 + \beta) + \Lambda] s^2 + [\tau\lambda(\Lambda \Sigma_a v - 1) + \lambda\Lambda + \beta] s$
$\tau \rightarrow 0$ (CNPK)	$\rho(s) = \Lambda s^2 + (\lambda\Lambda + \beta) s$

Table 3
Nuclear parameters.

Parameter	Value
λ	0.0811 s ⁻¹
ν	1200 m s ⁻¹
Λ	0.00002 s ⁻¹
Σ_a	0.0197 cm ⁻¹

the lines $|\theta_W| = \frac{\pi}{2m}$ and the negative axis of s -plane onto the line $\theta_W = \frac{\pi}{2m}$.

The unstable and stable regions in the s -plane transform, respectively, into $|\theta_W| < \frac{\pi}{2m}$ and $\frac{\pi}{2m} < |\theta_W| < \frac{\pi}{m}$, the region where $|\theta_W| > \frac{\pi}{m}$ is not physical. Therefore, the system will be stable if and only if all roots in the W -plane lie in the region $|\theta_W| > \frac{\pi}{2m}$ and will oscillate if at least one root lies onto the lines $|\theta_W| = \frac{\pi}{2m}$ while all other roots are in the stable region. The system will be unstable if there is at least one root in the region $|\theta_W| < \frac{\pi}{2m}$.

The stability regions in W -plane are illustrated in Fig. 1. In this figure, it can be observed that the mapping from s -plane into W -plane is independent of k .

4. Characteristic equation

Before applying the first step of the methodology, it is important to define the Laplace transform for fractional-order derivative (Podlubny, 1999; Gupta et al., 2015):

$$L\{ {}_0^{RL}D^\alpha f(t) \} = s^\alpha F(s) \tag{9}$$

assuming zero initial condition.

In order to determine the behavior of the reactor power with FNPk equations, we applied the zero power transfer function (Duderstadt and Hamilton, 1976)

$$Z(s) = \frac{\beta}{\rho(s)} \tag{10}$$

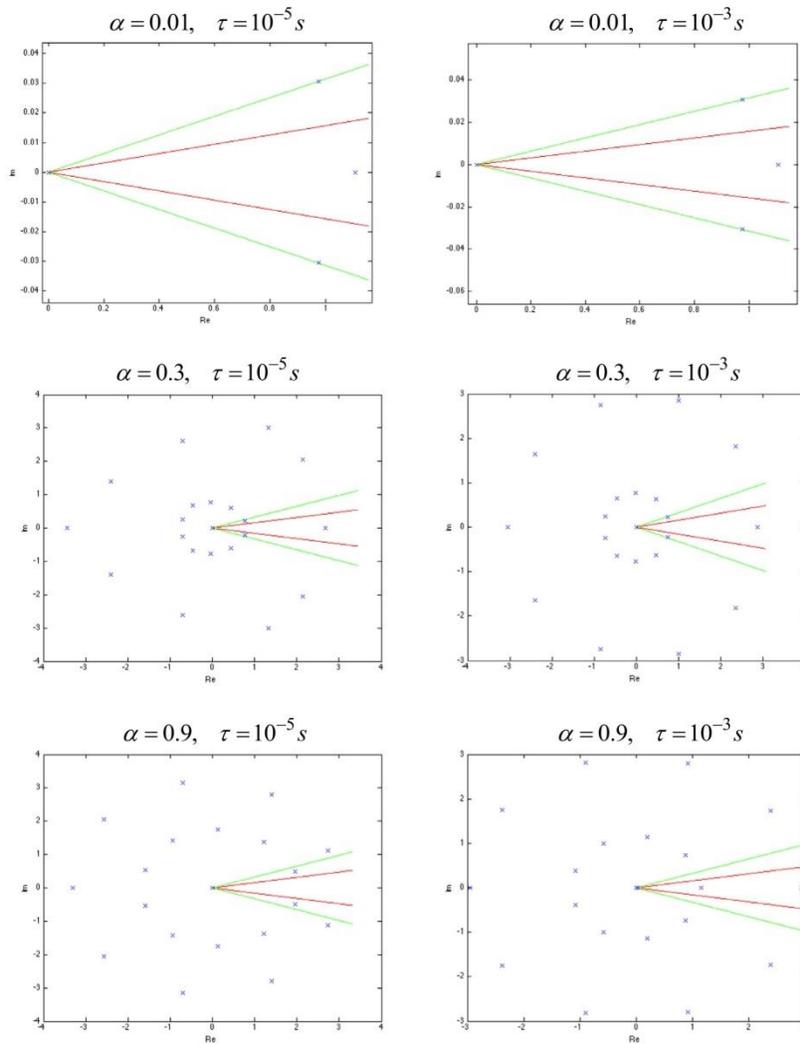


Fig. 2. Full model.

Table 4
Roots of the polynomials of FNPKE, full model.

		$\tau = 10^{-5} \text{ s}$	$\tau = 10^{-3} \text{ s}$
Full model	$\alpha = 0.01$	0 + 0i	0 + 0i
		1.1063 + 0i	1.1066 + 0i
		0.9749 + 0.0306i	0.9749 + 0.0306i
		0.9749 - 0.0306i	0.9749 - 0.0306i
	$\alpha = 0.3$	0 + 0i*	0 + 0i*
		2.6703 + 0i	2.8629 + 0i
		0.7699 + 0.2143i	0.7478 + 0.2348i
		0.7699 - 0.2143i	0.7478 - 0.2348i
	$\alpha = 0.9$	0 + 0i**	0 + 0i**
		0.0004 + 0i	0.0231 + 0i
		1.9601 + 0.4867i	1.1495 + 0i
		1.9601 - 0.4867i	2.9394 + 0i

* Three roots lie in the origin.

** Nine roots lie in the origin.

Hence, to analyze the reactor power behavior, only the study of the poles of $\rho(s)$ is needed. The transfer function defined in this way is sometimes called *open-loop*, since we have assumed that the power level (*output*) does not affect the reactivity (*input*).

Now, applying the Laplace transforms to FNPKE given by Eqs. (1)–(3) we obtain the characteristic equation

$$\rho(s) = \Lambda \tau^\alpha s^{\alpha+2} + \tau^\alpha (\lambda \Lambda + \Lambda \Sigma_a v - 1 + \beta) s^{\alpha+1} + \tau^\alpha \lambda (\Lambda \Sigma_a v - 1) s^\alpha + \Lambda s^2 + (\lambda \Lambda + \beta) s \quad (11)$$

Table 1 shows the characteristic equation of the case analyzed in this study. In this table can be observed that when $\tau^\alpha \frac{d^{\alpha+1}n(t)}{dt^{\alpha+1}} \rightarrow 0$ in the characteristic equation does not appear the terms of order $\alpha + 2$, and when $\alpha \rightarrow 0$ (SNPK) does not appear the terms of the order α , the same applies when $\tau \rightarrow 0$.

For purposes of the stability analysis is convenient to rewrite Eq. (11) as:

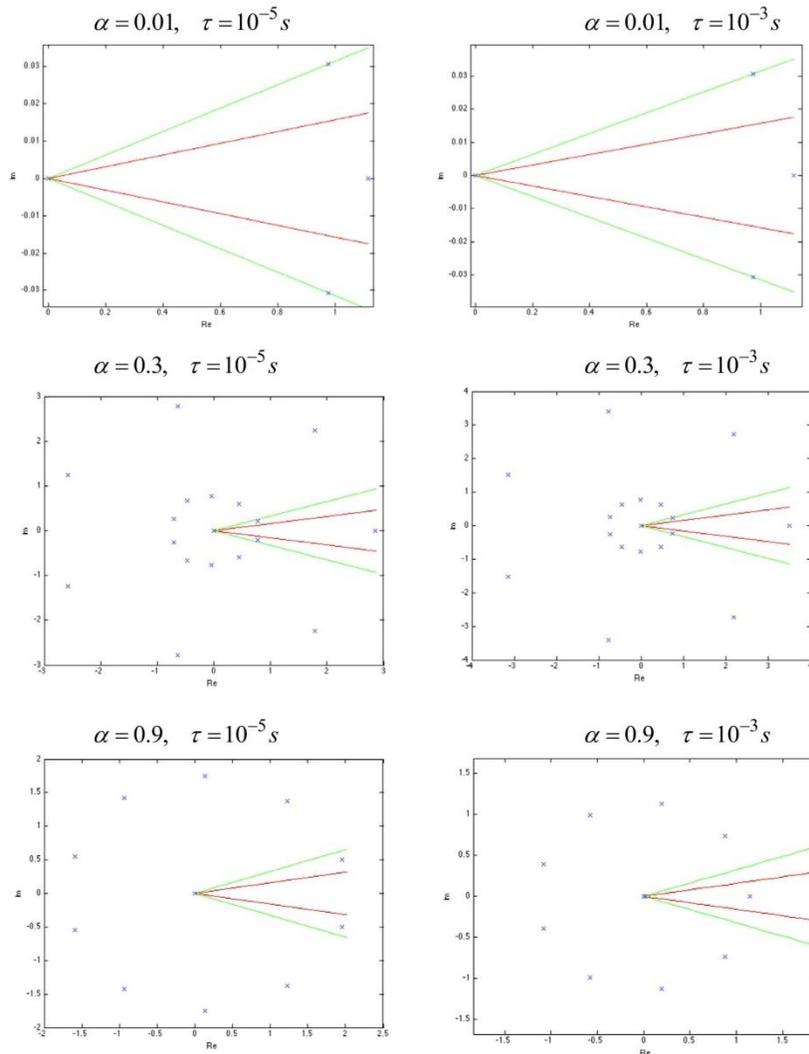


Fig. 3. $\tau^\alpha \frac{d^{\alpha+1}n(t)}{dt^{\alpha+1}} \rightarrow 0$.

$$\rho(s) = s^{x+2} + as^{x+1} + bs^x + cs^2 + ds \tag{12}$$

where the coefficients are given by

$$a = \lambda + \Sigma_a v + \frac{(\beta - 1)}{\Lambda}, \quad b = \Lambda \Sigma_a v - 1, \quad c = \frac{1}{\tau^x}, \quad d = \frac{\lambda \Lambda + \beta}{\Lambda \tau^x} \tag{13}$$

In order to obtain the roots of the fractional characteristic equation, we introduce the following definitions:

$$\alpha = \frac{k}{m} \tag{14}$$

where k and m are positive integer. Let $W = s^{\frac{1}{m}}$ then the Eq. (12) transforms to

$$\rho(W) = W^{k+2m} + aW^{k+m} + bW^{k+c}W^{2m} + dW^m = 0 \tag{15}$$

With this transformation we obtain a polynomial of integer order, which depends on α .

The transformation of the s -plane to the W -plane, are shown in Table 2 for the analyzed cases in this study. When $\tau \rightarrow 0$ the classical approximation is recovered (CNPK), and the characteristic polynomial are the same both in the W -domain as in the s -domain. This means from the mathematical point of view that in the limit, the W -domain contains to s -domain.

5. Results and discussions

The numerical experiment was performed for short relaxation times of $\tau = 10^{-5}$ s, and long relaxation times of $\tau = 10^{-3}$ s for $\alpha = 0.01, 0.3, \text{ and } 0.9$. The nuclear parameters used in this study are shown in Table 3.

5.1. Full model

The roots location in the W -plane for different values of α are presented in Fig. 2 for $\tau = 10^{-5}$ s, and $\tau = 10^{-3}$ s. For $\alpha < 1$ the number of poles varies with the value of α , and the axes that determine

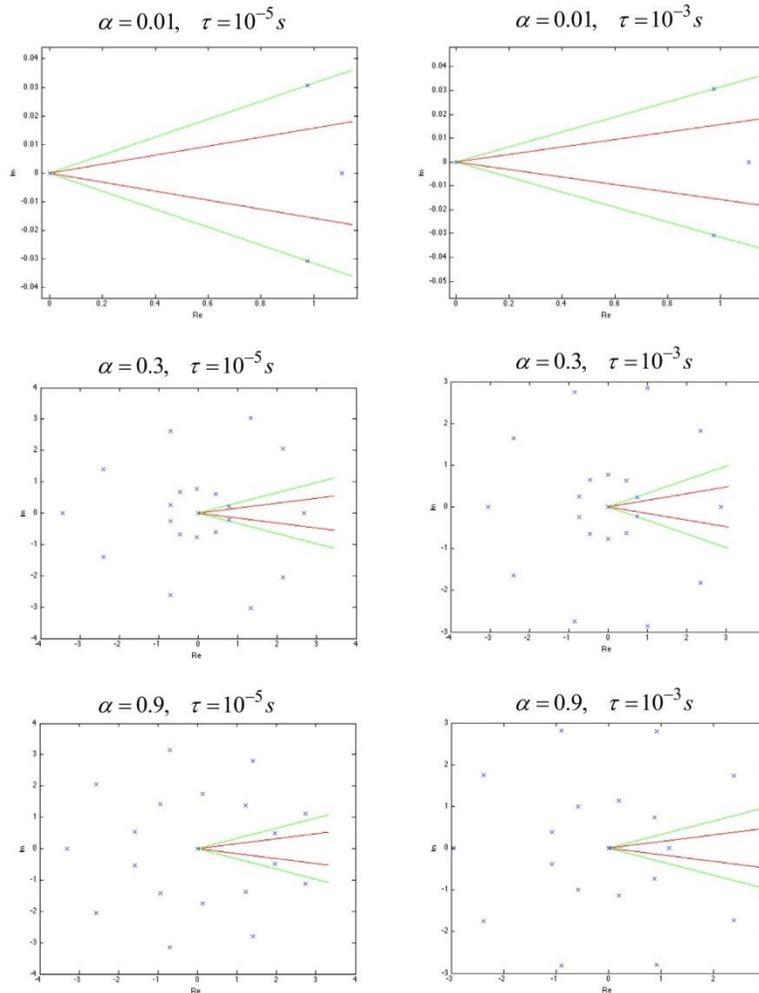


Fig. 4. $\tau^k \Sigma_a v \tau^k \frac{d^n n(t)}{dt^n} \rightarrow 0$.

the stability of the system depend directly on the fractional exponent, as is shown in Fig. 2, i.e., according with the stability regions in W -plane:

- If the poles lie in the area between the axes shown in red, the system is considered unstable.
- If the poles are exactly on these axes the system is considered marginally stable or oscillatory.
- If the poles lie in the area between the axes shown in green and red lines is an area of stability.
- If one pole is only in that area the system is stable. Anywhere outside the areas mentioned above is considered not physical.

As we can see in Fig. 2, the full model is unstable for $\tau = 10^{-3}$ s, and any value of α . Now for $\tau = 10^{-5}$ s, the full model is unstable except for values of $\alpha = 0.9$.

For the full model, we can see that the imaginary part increase when the value of α increases, as is can be seen in Table 4. When the term $\tau = 10^{-5}$ s (very small) the imaginary part still increasing, but when term $\tau \rightarrow 10^{-3}$ s, the imaginary part disappears, i.e., only have real roots as in the CNPK and SNPK models (Table 8).

5.2. $\tau^\kappa \frac{d^{\kappa+1}n(t)}{dt^{\kappa+1}} \rightarrow 0$

When this fractional derivative tends to zero, as we can see in Fig. 3 the performance of the stability of the system is the same compared with the full model, i.e., is unstable for $\tau = 10^{-3}$ s, and any value of α , and for $\tau = 10^{-5}$ s, is unstable except for values of $\alpha = 0.9$.

5.3. $\tau^\kappa \Sigma_a \nu \tau^\kappa \frac{d^\kappa n(t)}{dt^\kappa} \rightarrow 0$

As we can see in Fig. 4, once again the performance of the stability is the same compared with previous analysis.

5.4. $\tau^\kappa \frac{d^{\kappa+1}S(t)}{dt^{\kappa+1}} \rightarrow 0$

Finally, for this case without source term, we can see that the system is always stable.

It can be seen that for very small α , the only noticeable effect is the change in the number of poles, but this does not affect the range of stability or the number of poles that are in this area. The poles that increase or decrease in number, are outside of this area located in the area known as not physical area.

5.5. Roots in the physical area

Tables 4–8 show the roots for the different cases as is presented in Figs. 2–5. As we can see in these tables, the variation of the value of the roots depends on τ , except for the CNPK model. If α is too small ($\alpha = 0.01$) or τ is zero (i.e., CNPK), the change in the value of the roots is negligible, but in the others cases, it is notable change when α tends to be one for FNPk.

We can note that the number of roots in the physical area does not change with different values of τ for the FNPk model, but with different values of α it does (see Tables 4–7 for $\alpha = 0.01, 0.3$ and 0.9). Now, the comparison among FNPk with CNPK and SNPK can be obtained from Tables 4–7, where the number of the roots of FNPk is greater than SNPK and CNPK (Table 8).

As we can see in Table 5, when $\tau^\kappa \frac{d^{\kappa+1}n(t)}{dt^{\kappa+1}} \rightarrow 0$, for small values of α the difference between the $\tau = 10^{-3}$ s, and $\tau = 10^{-5}$ s is minimum, but when α increase the difference due the value of τ is most notorious.

For the case when $\tau^\kappa \Sigma_a \nu \tau^\kappa \frac{d^\kappa n(t)}{dt^\kappa} \rightarrow 0$ (Table 6) can be noted that have less influence over the roots because the difference between

the $\tau = 10^{-3}$ s and $\tau = 10^{-5}$ s is small, but for values of α around the unit, the difference still being too much.

Now, when $\tau^\kappa \frac{d^{\kappa+1}S(t)}{dt^{\kappa+1}} \rightarrow 0$ (Table 7) we can see that the first difference with the others cases (Tables 4–6) is that have more roots for $\alpha = 0.01$ and $\alpha = 0.9$, and less roots for $\alpha = 0.3$. The second difference is that all the roots different to zero are complex number, even with $\alpha = 0.9$ and $\tau = 10^{-3}$ s.

Finally, in Table 8 we can see the roots for the CNPK and SNPK models. For these models all the roots are real as the FNPk models

Table 5
Roots of the polynomials of FNPk, $\tau^\kappa \frac{d^{\kappa+1}n(t)}{dt^{\kappa+1}} \rightarrow 0$.

		$\tau = 10^{-5}$ s	$\tau = 10^{-3}$ s
$\tau^\kappa \frac{d^{\kappa+1}n(t)}{dt^{\kappa+1}} \rightarrow 0$	$\alpha = 0.01$	0 + 0i	0 + 0i
		1.1140 + 0i	1.1145 + 0i
		0.9749 + 0.0306i	0.9749 + 0.0306i
	$\alpha = 0.3$	0.9749 – 0.0306i	0.9749 – 0.0306i
		0 + 0i*	0 + 0i*
		2.8572 + 0i	3.4847 + 0i
	$\alpha = 0.9$	0.7699 + 0.2143i	0.7478 + 0.2348i
		0.7699 – 0.2143i	0.7478 – 0.2348i
		0 + 0i**	0 + 0i**
		0.0004 + 0i	99.0176 + 0i
		1.9566 + 0.4959i	1.1495 + 0i
		1.9566 – 0.4959i	0.0231 + 0i

* Three roots lie in the origin.
** Nine roots lie in the origin.

Table 6
Roots of the polynomials of FNPk, $\tau^\kappa \Sigma_a \nu \tau^\kappa \frac{d^\kappa n(t)}{dt^\kappa} \rightarrow 0$.

		$\tau = 10^{-5}$ s	$\tau = 10^{-3}$ s
$\tau^\kappa \Sigma_a \nu \tau^\kappa \frac{d^\kappa n(t)}{dt^\kappa} \rightarrow 0$	$\alpha = 0.01$	0 + 0i	0 + 0i
		1.1063 + 0i	1.1066 + 0i
		0.9749 + 0.0306i	0.9749 + 0.0306i
	$\alpha = 0.3$	0.9749 – 0.0306i	0.9749 – 0.0306i
		0 + 0i*	0 + 0i*
		2.6704 + 0i	2.8630 + 0i
	$\alpha = 0.9$	0.7698 + 0.2144i	0.7478 + 0.2348i
		0.7698 – 0.2144i	0.7478 – 0.2348i
		0 + 0i**	0 + 0i**
		0.0004 + 0i	2.9395 + 0i
		1.9602 + 0.4866i	1.1495 + 0i
		1.9602 – 0.4866i	0.0231 + 0i

* Three roots lie in the origin.
** Nine roots lie in the origin.

Table 7
Roots of the polynomials of FNPk, $\tau^\kappa \frac{d^{\kappa+1}S(t)}{dt^{\kappa+1}} \rightarrow 0$.

		$\tau = 10^{-5}$ s	$\tau = 10^{-3}$ s
$\tau^\kappa \frac{d^{\kappa+1}S(t)}{dt^{\kappa+1}} \rightarrow 0$	$\alpha = 0.01$	0 + 0i	0 + 0i
		1.0535 + 0.0330i	1.0533 + 0.0330i
		1.0535 – 0.0330i	1.0533 – 0.0330i
		0.9466 + 0.0300i	0.9471 + 0.0300i
		0.9466 – 0.0300i	0.9471 – 0.0300i
		0 + 0i*	0 + 0i*
	$\alpha = 0.3$	1.6971 + 0.5297i	1.6596 + 0.4850i
		1.6971 – 0.5297i	1.6596 – 0.4850i
		0 + 0i*	0 + 0i*
		0 + 0i**	0 + 0i**
		1.7096 + 0.5551i	1.7876 + 0.4862i
		1.7096 – 0.5551i	1.7876 – 0.4862i
	$\alpha = 0.9$	2.9704 + 1.0816i	
		2.9704 – 1.0816i	
		0 + 0i*	
		0 + 0i**	
		0 + 0i**	
		0 + 0i**	

* Three roots lie in the origin.
** Nine roots lie in the origin.

Table 8
Roots of the polynomials of CNPK and SNPK.

Model	$\tau = 10^{-5}$ s	$\tau = 10^{-3}$ s
CNPK	0 + 0i -350.0811 + 0i	0 + 0i -350.0811 + 0i
SNPK	0 + 0i $-5.4469 \times 10^4 + 0i$ $-0.0643 \times 10^4 + 0i$	0 + 0i $4.3880 \times 10^4 + 0i$ $0.0008 \times 10^4 + 0i$

with $\tau = 10^{-3}$ s and values of α near the unit, except when $\tau^\kappa \frac{d^{\kappa+1}n(t)}{dt^{\kappa+1}} \rightarrow 0$, and the numbers of roots in the origin have a direct relationship with the value of α .

6. Minimum absolute phase

The polynomial given in by Eq. (15) is solved numerically for each value of $a, b, c,$ and $d,$ in order to get the *minimum absolute*

phase ($|\theta_{W_{min}}|$) of the roots. Fig. 6 shows the relation between $|\theta_{W_{min}}|$ versus each coefficient. In this figure it can be observed that the condition of stability is independent of the coefficients a and $b,$ and that the performance of $|\theta_{W_{min}}|$ versus the coefficients c and d is the same for all the cases, so we can establish a value of the *minimum absolute phase* to obtain a value for both coefficients in order to obtain a stable system or oscillatory.

The parameters a and b are independent of the system stability, because they depend on effective nuclear parameters ($l, \beta, \lambda,$ and Λ), which are not a function of the fractional coefficient (α). However, the parameters c and d are a function of α through the time of relaxation (τ^2). Then, τ is a crucial parameter for the system stability, which it depends basically of the neutrons velocity (v), and the neutron diffusion coefficient (D).

From the viewpoint of the system stability, the relaxation time plays a fundamental role, as it can be seen in the parameters c and d in Fig. 6. In this figure we adopt the following interpretation:

Case 1. $\tau^\kappa \frac{d^{\kappa+1}n(t)}{dt^{\kappa+1}} \rightarrow 0$

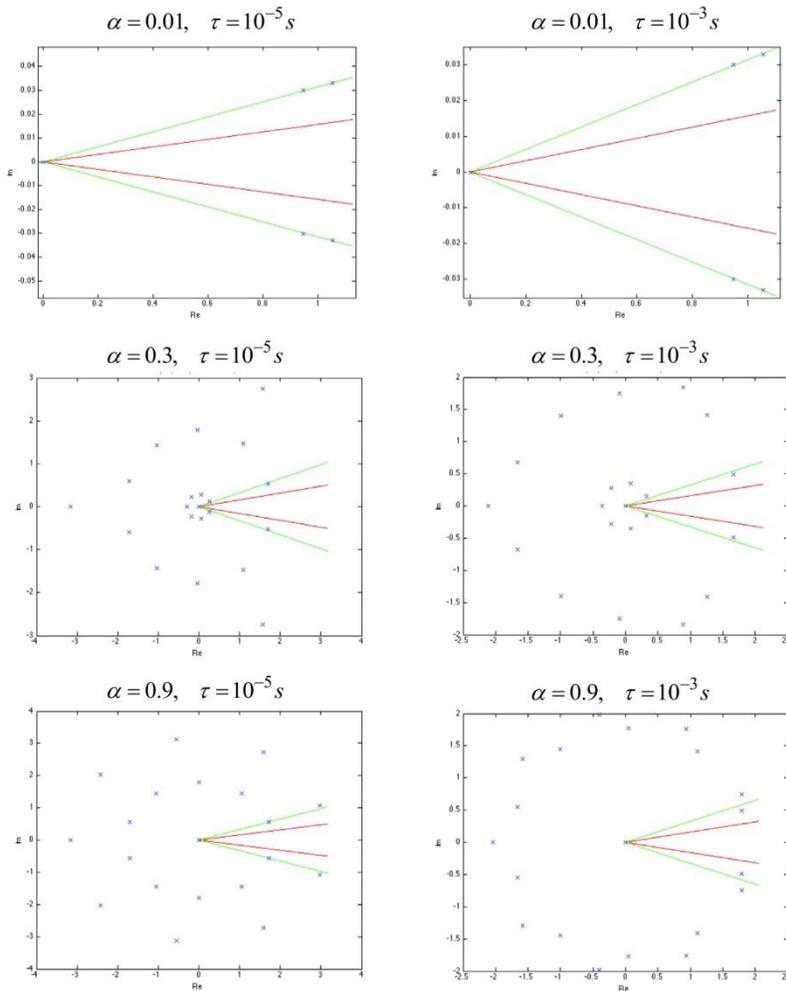


Fig. 5. $\tau^\kappa \frac{d^{\kappa+1}n(t)}{dt^{\kappa+1}} \rightarrow 0$.

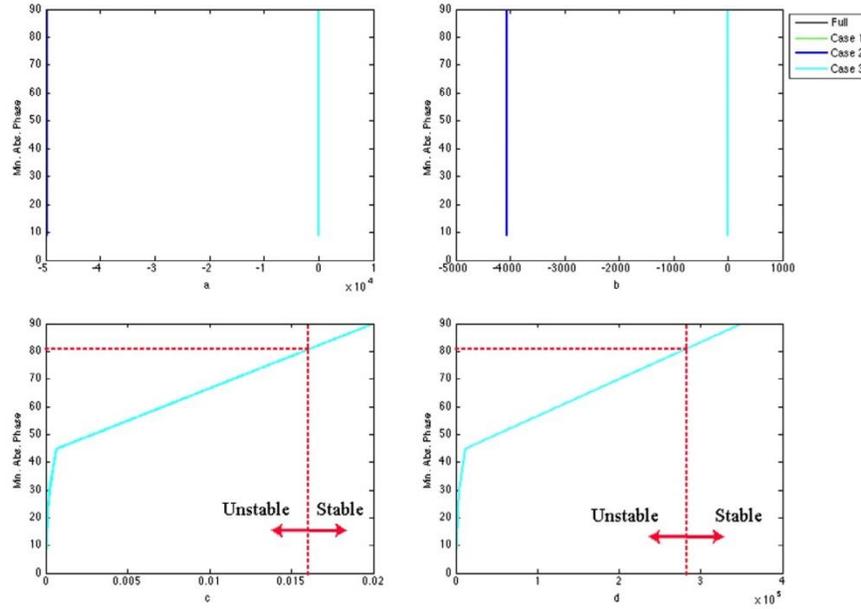


Fig. 6. Minimum absolute phase diagrams for coefficients a, b, c and d.

Case 2. $\tau^\kappa \sum_a v \frac{\partial^\kappa n(t)}{\partial t^\kappa} \rightarrow 0$

Case 3. $\tau^\kappa \frac{d^{\kappa+1} S(t)}{dt^\kappa} \rightarrow 0$

Fig. 6 shows the relation between the minimum absolute phase versus the different coefficients (a, b, c and d) of the characteristic polynomial for each case. If we want to know the condition of stability when $\alpha = \frac{\kappa}{m}$, the critical phase is $\frac{\alpha\pi}{2}$, and the minimal value of the coefficient can be obtained, thus the system will be stable if and only if the coefficient is greater than the minimal value obtained.

For example, with $\alpha = 0.9$, the critical phase is $\frac{\alpha\pi}{2} = 81^\circ$, with this value in Fig. 6 we obtain for the coefficient c with values greater than 17×10^{-3} , and for the coefficient d with values greater than 3×10^5 (see Fig. 6), we can warrant the stability of the system.

Also we can see that the coefficients a and b for all the cases are constant, i.e. the value of a and b are not determinate by the values of α and τ , and the stability is independents of these coefficients.

According with the results analysis we found that the fractional derivative of the source term $\tau^\kappa \frac{d^{\kappa+1} S(t)}{dt^\kappa}$ is a crucial in the system instability. Then, is convenient rewritten the Eq. (1), with that substituting the source term given by $S = (1 - \beta)n(t)/\Lambda + \lambda C(t)$ into Eq. (1) we obtain:

$$\begin{aligned} \tau^\alpha \frac{\partial^{\alpha+1} n(t)}{\partial t^{\alpha+1}} + \tau^\alpha \left[\left(\frac{k_{eff}}{k_\infty} \right) \frac{1}{l} - \frac{(1 - \beta)}{\Lambda} \right] \frac{\partial^\alpha n(t)}{\partial t^\alpha} + \frac{\partial n(t)}{\partial t} \\ = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} n(t) + \lambda C(t) \end{aligned} \tag{16}$$

where

$$v \Sigma_a = \left(\frac{k_{eff}}{k_\infty} \right) \frac{1}{l} \tag{17}$$

This result can be extended straightforward to six or more delayed neutron precursors.

In the work of the Espinosa-Paredes and Polo-Labarrios (2016) investigated the effects of each term of the fractional neutron point kinetics (FNPK) equations. According with the results obtained by these authors, the source term is negligible and the FNPK can be simplified. But this analysis was performed in the time domain. However the results obtained in the W-domain, the source term is crucial for the stability as is demonstrated throughout this work. Then we can establish and generalize these results as follows

$$\tau^\kappa \frac{d^{\kappa+1} S(t)}{dt^\kappa} = \begin{cases} \text{Negligible,} & \text{for time domain} \\ \text{Crucial,} & \text{for W-domain} \end{cases}$$

The FNPK has been analyzed and applied in different works (Ray and Patra, 2012, 2013, 2015; Polo-Labarrios and Espinosa-Paredes, 2012; Schramm et al., 2013, 2016; Das et al., 2013; Vyawahare and Nataraj, 2013a,b, 2015; Nowak et al., 2014a,b, 2015; Espinosa-Paredes et al., 2014; Ray, 2015). However, there is much to do, for example in exploring methods of numerical solution of fractional type, study of feedback effects, among others as linear and non-linear stability analysis and explore applications.

7. Conclusions

- In this paper, we have studied the stability of fractional neutron point kinetics equations by transforming the s-plane to the W-plane (Eq. (15)) for the zero power transfer function. Short and long relaxation times ($\tau = 10^{-5}$ s, and $\tau = 10^{-3}$ s, respectively) for different values of fractional-order derivative (α) were analyzed and the minimum absolute phase was obtained in order to establish the stability of the system (Fig. 6).
- According with the results of minimum absolute phase, the anomalous diffusion coefficient (α) and relaxation time (τ) are a crucial parameter for the system stability, where τ depends basically of the neutrons velocity (v), and the neutron diffusion coefficient (D).
- The results obtained shown that the source term are crucial in the FNPK instability, i.e., the system stability is not affected

for the inclusion of the terms $\tau^\alpha \frac{\partial^{2\alpha+1} n(t)}{\partial t^{2\alpha+1}}$ and $\tau^\alpha \Sigma_0 t \frac{\partial^2 n(t)}{\partial t^2}$, but the source term, $\tau^\alpha \frac{\partial^2 S(t)}{\partial t^2}$, provides the typical instability of the system that is present in the CNPK and SNPK models.

- According with the work of Espinosa-Paredes and Polo-Labarrios (2016), the source term of the FNPk model is neglected in the time domain, but the W -domain is crucial.

Acknowledgement

The authors acknowledge the support given by the Universidad Autónoma Metropolitana (UAM) – México, through a scholarship at the Graduate Program in Energy and Environment (PEMA) at the UAM-Iztapalapa.

References

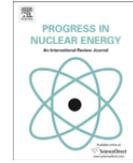
- Das, S., 2008. Functional Fractional Calculus for System Identification and Controls. Springer-Verlag, Berlin.
- Das, S., Mukherjee, S., Das, S., Pan, I., Gupta, A., 2013. Continuous order identification of PHWR models under step-back for the design of hyper-damped power tracking controller with enhanced reactor safety. Nucl. Eng. Des. 257, 109–127.
- Duderstadt, J.J., Hamilton, L.J., 1976. Nuclear Reactor Analysis. John Wiley & Sons, USA.
- Espinosa-Paredes, G., Polo-Labarrios, M.A., 2016. Analysis of the fractional neutron point kinetics (FNPk) equation. Ann. Nucl. Energy 92, 263–268.
- Espinosa-Paredes, G., del Valle Gallegos, E., Núñez-Carrera, A., Polo-Labarrios, M.A., Espinosa-Martínez, E.G., Vázquez-Rodríguez, A., 2014. Fractional neutron point kinetics equation with newtonian temperature feedback effects. Prog. Nucl. Energy 73, 96–101.
- Gupta, S., Kumar, D., Singh, J., 2015. Numerical study for systems of fractional differential equations via Laplace transform. J. Egypt. Math. Soc. 23 (2), 256–262.
- Hilfer, R., 2000. Applications of fractional calculus in physics. World Scientific, Singapore.
- Kilbas, A.A., Srivastava, H.M., Trujillo, J.J., 2006. Theory and Applications of Fractional Differential Equations. Elsevier, Amsterdam.
- Nowak, T.K., Duzinkiewicz, K., Piotrowski, R., 2014a. Fractional neutron point kinetics equations for nuclear reactor dynamics—numerical solution investigations. Ann. Nucl. Energy 73, 317–329.
- Nowak, T.K., Duzinkiewicz, K., Piotrowski, R., 2014b. Numerical solution of fractional neutron point kinetics model in nuclear reactor. Arch. Control Sci. 24 (2), 129–154.
- Nowak, T.K., Duzinkiewicz, K., Piotrowski, R., 2015. Numerical solution analysis of fractional point kinetics and heat exchange in nuclear reactor. Nucl. Eng. Des. 281, 121–130.
- Oldham, K.B., Spanier, J., 1974. The Fractional Calculus. Academic Press, New York, USA.
- Podlubny, I., 1999. Fractional Differential Equations. Academic Press, San Diego, USA.
- Polo-Labarrios, M.A., Espinosa-Paredes, G., 2012. Application of the fractional neutron point kinetic equation: start-up of a nuclear reactor. Ann. Nucl. Energy 46, 37–42.
- Radwan, A.G., Soliman, A.M., Elwakil, A.S., Sedeek, A., 2009. On the stability of linear systems with fractional-order elements. Chaos, Solitons Fractals 40 (5), 2317–2328.
- Ray, S.S., 2015. Fractional Calculus with Applications for Nuclear Reactor Dynamics. CRC Press.
- Ray, S.S., Patra, A., 2012. An explicit finite difference scheme for numerical solution of fractional neutron point kinetic equation. Ann. Nucl. Energy 41, 61–66.
- Ray, S.S., Patra, A., 2013. Numerical solution of fractional stochastic neutron point kinetic equation for nuclear reactor dynamics. Ann. Nucl. Energy 54, 154–161.
- Ray, S.S., Patra, A., 2015. On the solution of the nonlinear fractional neutron point-kinetics equation with Newtonian temperature feedback reactivity. Nucl. Technol. 189 (1), 103–109.
- Schramm, M., Petersen, C.Z., Vilhena, M.T., Bodmann, B.E.J., Alvim, A.C.M., 2013. On the fractional neutron point kinetics equations. In: Integral Methods in Science and Engineering. Springer, New York, pp. 229–243.
- Schramm, M., Bodmann, B.E.J., Alvim, A.C.M., Vilhena, M.T., 2016. The neutron point kinetics equation: suppression of fractional derivative effects by temperature feedback. Ann. Nucl. Energy 87, 479–485.
- Vyawahare, V.A., Nataraj, P.S.V., 2013a. Fractional-order modeling of neutron transport in a nuclear reactor. Appl. Math. Model. 37 (23), 9747–9767.
- Vyawahare, V.A., Nataraj, P.S.V., 2013b. Development and analysis of some versions of the fractional-order point reactor kinetics model for a nuclear reactor with slab geometry. Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. 18 (7), 1840–1856.
- Vyawahare, V.A., Nataraj, P.S.V., 2015. Analysis of fractional-order point reactor kinetics model with adiabatic temperature feedback for nuclear reactor with subdiffusive neutron transport. In: Simulation and Modeling Methodologies, Technologies and Applications. Springer International Publishing, pp. 153–172.



Contents lists available at ScienceDirect

Progress in Nuclear Energy

journal homepage: www.elsevier.com/locate/pnucene



On the feedback stability of linear FNPKE equations



R.-I. Cázares-Ramírez^{a, b}, Vishwesh. A. Vyawahare^c, G. Espinosa-Paredes^{a, *, 1}, P.S.V. Nataraj^d

^a División de Ciencias Básica e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, Av. San Rafael Atlixco 186, Col. Vicentina, México D.F., 09340, México

^b División de Ciencias y Biológicas de la Salud, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, Av. San Rafael Atlixco 186, Col. Vicentina, México D.F., 09340, México

^c Department of Electronics Engineering, Ramrao Adik Institute of Technology, Nerul, Navi Mumbai, 400 706, India

^d IDP in Systems and Control Engineering, Indian Institute of Technology Bombay, Mumbai, 400 076, India

ARTICLE INFO

Article history:

Received 8 August 2016

Received in revised form

3 February 2017

Accepted 21 February 2017

Available online 3 March 2017

Keywords:

Reactor dynamics

Anomalous diffusion

Fractional neutron point kinetics (FNPKE)

Closed-loop stability

ABSTRACT

The aim of this work is to investigate the stability of linear fractional neutron point kinetics (FNPKE) equations with closed-loop feedback. The FNPKE model retains the main dynamic characteristics of the neutron movement in which the relaxation time is associated with a variation in the neutron density. The order of FNPKE model is fractional (anomalous diffusion coefficient) which can be used to obtain the best representation of the reactor dynamics compared to the classical neutron point kinetics (CNPK), as demonstrated in this work with plant data. The stability of linear FNPKE is investigated using three classical techniques: root locus, location of closed-loop poles in the Riemann sheet and evaluation of step response. The analysis is carried out for three values of anomalous diffusion coefficient representing three levels of subdiffusion in reactor core. It has been shown through extensive simulations that all the FNPKE models are closed-loop stable.

© 2017 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

The one-speed diffusion model of neutron is widely accepted to understand the neutron processes in nuclear reactors. The diffusion model is important in reactor theory since it is sufficiently simple to allow detailed calculations and also sufficiently realistic for the nuclear reactor analysis (Duderstadt and Hamilton, 1976). However, the diffusion model provides a strictly valid mathematical description of the neutron flux when the assumptions made in its derivation are satisfied (Stacey, 2004): (1) absorption much less likely than scattering, (2) linear spatial variation of the neutron distribution, and (3) isotropic scattering. Besides, the diffusion model can be used as a starting point for derivation of the neutron point kinetics (NPK) equations (Glasstone and Sesonske, 1981). In the diffusion model the current density \mathbf{J} in the one-speed case is defined as: $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = -D \nabla \phi(\mathbf{r}, t)$, where D is the neutron diffusion coefficient, and ϕ is the neutron flux. This expression can be

considered as the constitutive equation that is known as *Fick's law*. Then, the one-speed neutron diffusion equation is obtained as

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - \nabla \cdot [D(\mathbf{r}) \nabla \phi(\mathbf{r}, t)] + \Sigma_a(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}, t) = S(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

where v is the neutron velocity, Σ_a is the absorption cross section, and the term S describes the neutron sources.

Now, in many natural systems, diffusion processes that do not follow the *Fick's law* have been observed/noticed. Such phenomena are referred as anomalous diffusion, which can occur due to the highly heterogeneous configuration of the diffusing media. Contrary to the Fickian diffusion process, the presence of very highly absorbing elements can induce spatially constrained particle motion. The result is the anomalous diffusion process that cannot be accurately described as a Fickian diffusion process. Anomalous diffusion has been known since Richardson's treatise on turbulent diffusion in 1926 (Richardson, 1926). Within transport theory it has been studied since the late 1960s. In particular, its theoretical investigation was initiated by Scher and Montroll (1975) in their description of dispersive transport in amorphous semiconductors, a system where the traditional methods proved as failure.

The notion of anomalous sub-diffusion generalizes the property

* Corresponding author.

E-mail address: gepe@xanum.uam.mx (G. Espinosa-Paredes).

¹ Sabbatical leave at the Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México through the Programa de Estancias Sabáticas del CONACYT.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.pnucene.2017.02.007>

0149-1970/© 2017 Elsevier Ltd. All rights reserved.

of mean square displacement proportionality to time, typical of Brownian motion, to the power law with an exponent $0 < \alpha < 1$, i.e., the mean square displacement $\langle r^2 \rangle$ grows as t^α (Sokolov et al., 2002). Sub-diffusion characterizes systems where various physical factors impede the free random walk of particles (viz., Mallamace and Stanley, 1997; Metzler and Klafter, 2000). One of the pertinent utilities for the description of anomalous diffusion is the continuous time random walk model. According to that model, the molecules are trapped so that the probability of performing a jump depends on the time elapsing since the last jump, that is, the age of the molecule. Actually, the molecule is released from its trap due to some changes in its environment rather than changes in the molecule itself. Introduction of a waiting time distribution of this type results in integro-differential memory operators, known as fractional derivatives.

According with these ideas Espinosa-Paredes et al. (2008) proposed a fractional model of the current density \mathbf{J} for one-speed case:

$$\tau^\alpha \frac{\partial^\alpha \mathbf{J}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^\alpha} + \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = -D(\mathbf{r}) \nabla \phi(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

where τ is the relaxation time, α is the anomalous diffusion exponent, the fractional derivative operator $\partial^\alpha / \partial t^\alpha$ is defined in the Riemann-Liouville sense (see Oldham and Spanier, 1974). In the limit when $\alpha \rightarrow 0$, the Fick's law is recovered. Using the fractional model of current density, one-speed fractional-order neutron diffusion equation is obtained as:

$$\begin{aligned} \frac{\tau^\alpha}{v} \frac{\partial^{\alpha+1} \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t^{\alpha+1}} + \tau^\alpha \Sigma_a \frac{\partial^\alpha \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t^\alpha} + \frac{1}{v} \frac{\partial \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - \nabla \cdot [D(\mathbf{r}) \nabla \phi(\mathbf{r}, t)] \\ + \Sigma_a(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}, t) \\ = \tau^\alpha \frac{\partial^\alpha S(\mathbf{r}, t)}{\partial t^\alpha} + S(\mathbf{r}, t) \end{aligned} \quad (3)$$

This equation is the starting point for the derivation of fractional neutron point kinetics (FNPK) equations, as given in Section 3. The fractional-order (FO) differential equations are found to provide a more realistic, faithful, and compact representations of many real world, natural and man-made systems.

Nuclear reactor dynamics is usually expressed with neutron point kinetics (NPK) equations (Hetrick, 1993). The reactor kinetics models are commonly used in many practical situations including transient analysis, reactor start-up operating analysis, and for the linear and non-linear stability analysis. Besides, the reactivity, external neutron source, and delayed neutron concentrations are not directly measurable quantities and must be calculated or estimated through neutron point kinetics equations.

Recent years have seen an upsurge in use of FNPK (e.g., Ray and Patra, 2012, 2013, 2015; Schramm et al., 2013; Das et al., 2013; Vyawahare and Nataraj 2013a,b; Nowak et al., 2014a,b, 2015; Ray, 2015; Vyawahare and Nataraj, 2015; Schramm et al., 2016) for reactor dynamic analysis. In this work we investigate the stability of linear fractional-order neutron point kinetics models in the closed-loop configuration (Fig. 1). The paper presents a detailed analysis of the effect of proportional controller gain on the closed-loop stability of the FO model. The results are compared with the classical integer-order (IO) model. Further the effect of relaxation time constant τ on the stability of the models is investigated in detail. The results are appended with the response of the closed-loop for the unit step in reference reactivity.

The paper is organized as follows. Next section introduces preliminary concepts related to fractional calculus and fractional-order systems. Section 3 gives the derivation of the one-dimensional

FNPK model with delayed precursor group. Derivation of the small-signal linear FO transfer function model for the closed-loop structure is given in Section 4. The stability analysis of the proposed FNPK model with different fractional order is presented in Section 5 and conclusion is given in Section 6.

2. Preliminaries

2.1. Fractional calculus

Fractional calculus deals with the derivatives and integrals of non-integer, real or complex-order (Oldham and Spanier, 1974; Podlubny, 1999). The field is as old as the conventional calculus, originated in 1695. The fractional derivative or integral operator, popularly known as 'differentigral', has been the subject of intense research and the mathematics has reached to a quite mature stage. However, the field of applications of fractional calculus in physics, engineering and other branches of science is quite new. For a detailed survey on the application of fractional calculus, refer to (Das, 2008; Ortigueira, 2011; Machado, 2011).

The fractional-order derivative operator ${}_0 D_t^\alpha = \frac{d^\alpha}{dt^\alpha}$ can be defined mainly in three different ways: Grünwald-Letnikov (GL) definition, Riemann-Liouville (RL) and Caputo (C) definitions (Oldham and Spanier, 1974; Podlubny, 1999; Hilfer, 2000; Kilbas et al., 2006; Das, 2008). Among these, the Riemann-Liouville definition and Caputo definition are popularly used. The GL derivative of fractional order $\alpha \in \mathbb{R}$, is given by

$${}_0^G D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-\alpha} \sum_{j=0}^{t/h} (-1)^j C_j f(t - jh) \quad (4)$$

where f is a continuous function, t/h is the integer part, and ${}^{\alpha} C_j$ is the binomial coefficient.

Let $\alpha \in \mathbb{R}$, $n - 1 < \alpha \leq n$, n integer, and f be a continuous function, then Riemann-LiouvilleFO derivative is defined as

$${}_0^{RL} D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n - \alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t - \tau)^{\alpha+1-n}} d\tau \quad (5)$$

Caputo FO derivative is defined as

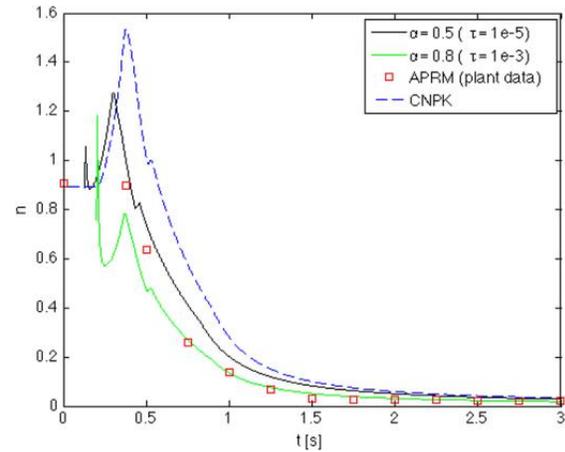


Fig. 1. Comparative between the CPNK model, FNPK model and APRM.

$${}_0^C D^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_0^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha+1-n}} d\tau, \quad f(t) \in C^n \quad (6)$$

All the three definitions coincide for the causal functions ($f(t) = 0$ at $t = 0$). The Caputo fractional derivative is popular among the engineers and physicists as the differential equations in this derivative require same physical initial conditions. It is also widely employed for the problems in control theory. In this paper, the Caputo fractional derivative definition is used.

It is a common practice to carry out the analysis of dynamical behaviors using the linear transfer function model. A transfer function is obtained by using the Laplace Transform technique. The Laplace transform of the function $f(t)$ is defined as (Ogata, 1979)

$$F(s) = L[f(t)] = \int_0^\infty e^{-st} f(t) dt \quad (7)$$

The Laplace transform $L[u(x, t)]$ of the Riemann–Liouville fractional integral is defined by

$$L[I_t^\alpha u(x, t)] = s^{-\alpha} L[u(x, t)] \quad (8)$$

The Laplace transform $L[u(x, t)]$ of the Caputo fractional derivative is given as

$$L[{}_0^C D^\alpha f(t)] = s^\alpha L[u(x, t)] - \sum_{k=0}^{n-1} s^{(\alpha-k-1)} u^{(k)}(x, 0), \quad n-1 < \alpha \leq n \quad (9)$$

The Laplace transform of the Caputo fractional derivative (with zero initial conditions) of the function is defined as

$$L[{}_0^{RL} D^\alpha f(t)] = s^\alpha F(s) \quad (10)$$

2.2. Linear fractional-order systems

Let the mathematical model of the system be described by a fractional-order differential equation (FDE) of the form,

$$a_n D^{an} y(t) + a_{n-1} D^{a_{n-1}} y(t) + \dots + a_0 D^{a_0} y(t) = b_m D^{\beta_m} u(t) + b_{m-1} D^{\beta_{m-1}} u(t) + \dots + b_0 D^{\beta_0} u(t) \quad (11)$$

where a_k , ($k = 0, \dots, n$), b_k , ($k = 0, \dots, m$) are constants, and a_k , ($k = 0, \dots, n$), β_k , ($k = 0, \dots, m$) are arbitrary real or rational numbers and without loss of generality they can be arranged as $a_n > a_{n-1} > \dots > a_0$ and $\beta_m > \beta_{m-1} > \dots > \beta_0$. Here $D^{a_i} \equiv {}_0 D_t^{a_i}$ and $D^{\beta_i} \equiv {}_0 D_t^{\beta_i}$ denote the Caputo fractional derivatives.

For linear FDEs, as mentioned above, the technique of Laplace transform can be applied to obtain the transfer function of linear FO system (assuming zero initial conditions),

$$G(s) \equiv \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^{\beta_m} + \dots + b_1 s^{\beta_1} + b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{a_n} + \dots + a_1 s^{a_1} + a_0 s^{a_0}} = \frac{Q(s^{\beta^k})}{P(s^{a^k})} \quad (12)$$

with $U(s)$ and $Y(s)$ being the Laplace transforms of the input and output, respectively. It should be noted that the numerator and denominator are pseudo-polynomials in the complex frequency $s = \sigma + j\omega$, and hence are multivalued in nature. If the real powers of s , both in numerator and denominator, are integer multiples of

some lowest power α then such a system is known as the commensurate-order system. Further, to obey the law of causality, the highest power of s in denominator is assumed to be greater than the highest power of s in numerator.

2.3. Stability of FO systems

The notion of stability is very well defined for both linear and nonlinear FO systems (Monje et al., 2010; Bhole et al., 2012). However, as the FO transfer function is comprised of pseudo-polynomials, its stability analysis is not as straightforward as in the case of IO systems. The classical algebraic methods like Routh's of Jury's criteria cannot be easily generalized to linear FO systems. The geometric frequency-domain tools such as Nyquist and Bode plots can be used for the stability check in the bounded-input-bounded-output (BIBO) sense. Root locus is another geometric method that can be used for analysis for fractional order systems (Merrikh-Bayat et al., 2009; Machado, 2011).

FO transfer functions (FOTFs) are multivalued functions (Podlubny, 1999). As a result, the concept of Riemann surface is used in the stability analysis. A Riemann surface is comprised of Riemann sheets which are glued to each other via branch cuts as described in Monje et al. (2010). According to this, the poles of FOTF which are in the principal Riemann sheet (PRS) ($-\pi < \arg(s) < \pi$) dictate the stability of FOTF. The poles in the secondary Riemann sheets are termed as hyperdamped or overdamped poles and they do not affect the stability of an FOTF.

3. Fractional neutron point kinetics (FNPK) equations

The derivation of the FNPK equation is obtained with one-speed FO neutron diffusion equation (3). The one-group source term S is given by (Glasstone and Sesonske, 1981):

$$S(\mathbf{r}, t) = (1 - \beta) k_\infty \Sigma_a \phi(\mathbf{r}, t) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \widehat{C}_i(\mathbf{r}, t) \quad (13)$$

where

$$\frac{d\widehat{C}_i(\mathbf{r}, t)}{dt} = \beta_i k_\infty \Sigma_a \phi - \lambda_i \widehat{C}_i(\mathbf{r}, t), \quad 1, 2, \dots, m \quad (14)$$

The term β is the total fraction of delayed neutron, k_∞ is the infinite medium multiplication factor, Σ_a is the macroscopic cross section due to absorption, λ is the decay constant of delayed neutron precursor, and count i indicates the i th precursor of delayed neutron. The first term on the right side of (13) represents the rate of production of prompt neutrons, while the second term is the total rate of formation of delayed neutrons.

We can write ϕ and \widehat{C}_i as a product of two functions, that is, $\phi = v n(t) \psi(\mathbf{r})$, and $\widehat{C}_i = C_i(t) \psi(\mathbf{r})$, respectively; where $\psi(\mathbf{r})$ is the fundamental mode of the corresponding steady state condition of the neutron diffusion equation, and $n(t)$ is the neutron density. Now, substituting (13) in (3), and considering of functionality of ϕ and \widehat{C}_i , we obtain:

$$\begin{aligned} \tau^\alpha \frac{d^{\alpha+1} n(t)}{dt^{\alpha+1}} + \tau^\alpha [\Sigma_a - (1 - \beta) k_\infty \Sigma_a] v \frac{d^\alpha n(t)}{dt^\alpha} + \frac{dn(t)}{dt} \\ = [(1 - \beta) k_\infty \Sigma_a - \Sigma_a - DB_g^2] v n(t) + \sum_{i=1}^m \lambda_i C_i(t) \\ + \tau^\alpha \sum_{i=1}^m \left(\lambda_i \frac{d^\alpha C_i(t)}{dt^\alpha} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

This result has been widely reviewed and discussed in previous

works (Aboanber and Nahla, 2016; Espinosa-Paredes, 2016).

It can be seen that the term $\nabla^2 \phi$ was replaced by $-B_g^2 \phi$, where B_g^2 is the geometric buckling, and the relaxation time is given by $\tau = 3D/v$, $C(t)$ is the delayed neutron precursor density, and l is the prompt-neutron lifetime for finite media.

In order to simplify the above equation we used the following definitions (Glasstone and Sesonske, 1981; Lamarsh and Baratta, 2001) for diffusion area, neutron lifetime, neutron generation time, effective multiplication factor, and reactivity, respectively:

$$\begin{aligned} L^2 &= \frac{D}{\Sigma_a}, \quad l \equiv \frac{1}{v \Sigma_a (1 + L^2 B_g^2)}, \quad \Lambda = \frac{1}{k_\infty \Sigma_a v}, \quad k_{eff} \\ &= \frac{k_\infty}{1 + L^2 B_g^2}, \quad \rho \equiv \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}} \end{aligned} \quad (16)$$

here l is the prompt-neutron lifetime for finite media, k_{eff} is the effective multiplication factor, Λ is one generation average lifetime of instantaneous neutron, and ρ is the reactivity. Then, finally the fractional version for NPK equations (that is, FNPK) is given by

$$\begin{aligned} \tau^\alpha \frac{d^{\alpha+1} n(t)}{dt^{\alpha+1}} + \tau^\alpha \left[\frac{1}{l} \left(\frac{k_{eff}}{k_\infty} \right) - \frac{(1-\beta)}{\Lambda} \right] \frac{d^\alpha n(t)}{dt^\alpha} + \frac{dn(t)}{dt} \\ = \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} n(t) + \sum_{i=1}^m \lambda_i C_i(t) + \tau^\alpha \sum_{i=1}^m \left(\lambda_i \frac{d^\alpha C_i(t)}{dt^\alpha} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} n(t) - \lambda_i C_i(t) \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (18)$$

It is to be noted that for $\tau^\alpha \rightarrow 0$, the classic neutron point kinetics equation is recovered:

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} n(t) + \sum_{i=1}^m \lambda_i C_i(t) \quad (19)$$

In this work we use a simplified version of (17), without the loss of generality in the dynamic behavior.

For only one neutron precursor, that is, $m = 1$, Eqs. (17) and (18) lead to:

$$\begin{aligned} \tau^\alpha \frac{d^{1+\alpha} n(t)}{dt^{1+\alpha}} + \tau^\alpha \left[\frac{1}{l} \left(\frac{k_{eff}}{k_\infty} \right) - \frac{(1-\beta)}{\Lambda} \right] \frac{d^\alpha n(t)}{dt^\alpha} + \frac{dn(t)}{dt} \\ = \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} n(t) + \tau^\alpha \lambda \frac{d^\alpha C(t)}{dt^\alpha} + \lambda C(t) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\frac{dC(t)}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda} n(t) - \lambda C(t) \quad (21)$$

It is worth noting that τ^α is denominated as anomalous relaxation time, $\alpha \in \mathbb{R}^+$, being the order of the differential operator known as the anomalous diffusion coefficient (for sub-diffusion process: $0 < \alpha < 1$; while that for super-diffusion process: $1 < \alpha < 2$).

The estimation of α was obtained with Detrended Fluctuation Analysis (DFA) method which was applied to the neutronic signal of the average power range monitor of the nuclear power plants. The α values were estimated for two nuclear power plants (NPPs) under different operating conditions, as shown in Table 1 (Espinosa-Paredes et al., 2013). Then, α values used in this work are within range shown in this table.

4. Performance assessment of the FNPK model

The FNPK model predictions were compared with plant data and classical neutron point kinetics (CNPk). In order to justify and

demonstrate the applicability of FNPK, and that is an approach improved compared to the classical approach, an event occurred in a typical boiling water reactor (BWR) nuclear power plant (NPP) was selected.

The event is a transient occurred at 90% of the full power in BWR NPP during the maintenance activities in the filters of the Reactor Water Cleanup System (RWCU). A wrong sequence in the opening of valves of the RWCU caused a differential pressure and small pieces of the filter going up inside the reactor vessel. The signal of high radiation in the main steam lines shutdown the reactor. The average power range monitor (APRM) of BWR NPP, i.e., the plant data is compared with FNPK and CNPK approaches in Fig. 1.

Fig. 1 shows the comparison plan data (APRM) against the simulated results obtained with CNPK, and two cases of FNPK: for $\alpha = 0.5$ with $\tau = 10^{-5}$ s and $\alpha = 0.8$ with $\tau = 10^{-3}$ s. In this figure can be seen that the best results are obtained with the FNPK model.

The signal of high radiation in the main steam lines produces reactor isolation, which is carry out by the quick closure of main isolation valves and sudden reactor shutdown (SCRAM). The first power peak is due to the pressurizing of the reactor where the vapor phase in the reactor core collapses causing a positive reactivity insertion. After the power reaches a maximum, this decreases due to the Doppler effect (due to temperature increase in the fuel). The second small peak is due to the power of the reactor beginning to increase, but the negative reactivity by the control rods produces the decrease of power in combination with the trip of the recirculation pumps of the reactor.

5. Linear FNPK equation

In this section, the derivation and analysis of linear FNPK model is presented.

5.1. Derivation

Considering small perturbations around the steady-state operating point, non linear system of (21) and (22) can be linearized to produce the following set of two coupled linear differential equations (Khalil, 2002). The delayed neutrons contribute less than 1% of the neutron reproduction in fission reactors, but they are extremely important for the controllability of nuclear reactors.

The perturbation variables are:

$$\delta n(t) = n(t) - n^*, \quad \delta C(t) = C(t) - C^*, \quad \delta \rho(t) = \rho(t) - \rho^* \quad (22)$$

where n^* , C^* and ρ^* are the values of these parameters at equilibrium. Then, the substitution of these perturbation variables in the system given by (20) and (21) leads to

$$\begin{aligned} \tau^\alpha \frac{d^{1+\alpha} \delta n(t)}{dt^{1+\alpha}} + \tau^\alpha \left[\frac{1}{l} \left(\frac{k_{eff}}{k_\infty} \right) - \frac{(1-\beta)}{\Lambda} \right] \frac{d^\alpha \delta n(t)}{dt^\alpha} + \frac{d\delta n(t)}{dt} \\ = \underbrace{\frac{\delta \rho(t)}{\Lambda} \delta n(t)}_{\text{non-linearity}} - \frac{\beta}{\Lambda} \delta n(t) + \frac{\delta \rho(t)}{\Lambda} n^* + \tau^\alpha \lambda \frac{d^\alpha \delta C(t)}{dt^\alpha} + \lambda \delta C(t) \end{aligned} \quad (23)$$

$$\frac{d\delta C}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda} \delta n - \lambda \delta C \quad (24)$$

where $0 = \frac{\beta}{\Lambda} n^* - \lambda C^*$. The FNPK equations are linear only for a constant reactivity, that is,

$$\underbrace{\frac{\delta \rho(t)}{\Lambda} \delta n(t)}_{\text{non-linearity}} = 0 \quad (25)$$

Table 1Relation between scaling exponent κ and anomalous diffusion coefficient α for Forsmark and Laguna Verde nuclear power plants (Espinosa-Paredes et al., 2013).

Forsmark NPP Scaling exponent κ	Anomalous diffusion coefficient α	Laguna Verde NPP Scaling exponent κ	Anomalous diffusion coefficient α
		0.3762–0.7057 (stationary operation)	0.1881–0.3528
		0.6820–1.5221 (power changes)	0.3410–0.7610
0.700–1.323 (unstable oscillations)	0.3500–0.6615	0.9672–1.8799 (unstable oscillation)	0.4836–0.9399

Following the standard linearization approach, we may neglect the term $\delta\rho(t)\delta n(t)$ with respect to other terms. Further we consider that $\delta\rho(t)$ as an external control action.

In order to study the system response to perturbations in the external input, we obtain the transfer function of the neutron density ($n(t)$) with respect to the reactivity ($\rho(t)$). Starting with the Laplace transform of (23):

$$\begin{aligned} & L\left\{\tau^\alpha \frac{d^{1+\alpha}\delta n(t)}{dt^{1+\alpha}}\right\} + L\left\{\tau^\alpha \left[\frac{1}{l}\left(\frac{k_{eff}}{k_\infty}\right) - \frac{(1-\beta)}{A}\right] \frac{d^\alpha \delta n(t)}{dt^\alpha}\right\} \\ & + L\left\{\frac{d\delta n(t)}{dt}\right\} \\ & = L\left\{-\frac{\beta}{A}\delta n(t)\right\} + L\left\{\frac{\delta\rho}{A}n^*\right\} + L\left\{\tau^\alpha \lambda \frac{d^\alpha \delta C(t)}{dt^\alpha}\right\} + L\{\lambda\delta C(t)\} \end{aligned} \quad (26)$$

Then, we obtain

$$\begin{aligned} & \tau^\alpha s^{1+\alpha} \delta N(s) + \tau^\alpha \left[\frac{1}{l}\left(\frac{k_{eff}}{k_\infty}\right) - \frac{(1-\beta)}{A}\right] s^\alpha \delta N(s) + s \delta N(s) \\ & = -\frac{\beta}{A} \delta N(s) + (\tau^\alpha s^\alpha + 1)\lambda \delta C(s) + \frac{n^*}{A} \delta R(s) \end{aligned} \quad (27)$$

Now, we proceed to obtain the Laplace transform of the equation of precursor concentration given by (25) as

$$L\left\{\frac{d\delta C(t)}{dt}\right\} = L\left\{\frac{\beta}{A}\delta n(t)\right\} - L\{\lambda\delta C(t)\} \quad (28)$$

Then,

$$\delta C(s) = \frac{\beta}{A(s+\lambda)} \delta N(s) \quad (29)$$

$\delta\rho(t)$, that is, we solve for the linear transfer function between the reactivity and the neutron density:

$$G(s) = \frac{\delta N(s)}{\delta R(s)} \quad (31)$$

The linear function transfer between neutron density and reactivity is obtained as:

$$G(s) = \frac{n^*}{A} \frac{1}{\left\{\tau^\alpha s^{1+\alpha} + \tau^\alpha \left[\frac{1}{l}\left(\frac{k_{eff}}{k_\infty}\right) - \frac{(1-\beta)}{A}\right] s^\alpha + s + \frac{\beta}{A} - \frac{\lambda}{A} \frac{\beta(\tau^\alpha s^\alpha + 1)}{s+\lambda}\right\}} \quad (32)$$

This is the open-loop zero power transfer function. As mentioned in (Duderstadt and Hamilton, 1976), the IO zero power TF is bounded-input-bounded-output (BIBO) unstable. It is clear from (32) that it is also BIBO unstable due to the presence of poles at the origin.

5.2. Transformation from s -domain to W -domain

The analysis of an FOTF can be simplified if the fractional powers can be expressed as rational numbers. As given in (Monje et al., 2010), a transformation from s -domain to W -domain can be carried out as explained below. If α is rational, then it can be expressed as

$$\alpha = \frac{k}{m} \quad (33)$$

where k and m are positive integer. Now, substituting (33) in (32) we obtain:

$$G(s) = \frac{n^*}{A \left\{ \tau^{k/m} s^{(m+k)/m} + \tau^{k/m} \left[\frac{1}{l} \left(\frac{k_{eff}}{k_\infty} \right) - \frac{(1-\beta)}{A} \right] s^{k/m} + s + \frac{\beta}{A} \left[1 - \frac{\lambda(1+\tau^{k/m} s^{k/m})}{(s+\lambda)} \right] \right\}} \quad (34)$$

Now, substituting $\delta C(s)$ in (27) we obtain

$$\begin{aligned} & \tau^\alpha s^{1+\alpha} \delta N(s) + \tau^\alpha \left[\frac{1}{l}\left(\frac{k_{eff}}{k_\infty}\right) - \frac{(1-\beta)}{A}\right] s^\alpha \delta N(s) + s \delta N(s) \\ & = -\frac{\beta}{A} \delta N(s) + (\tau^\alpha s^\alpha + 1)\lambda \frac{\beta}{A(s+\lambda)} \delta N(s) + \frac{n^*}{A} \delta R(s) \end{aligned} \quad (30)$$

In order to study how the system responds to perturbations on the external input, we developed the transfer function of the perturbation of neutron density $\delta n(t)$ with respect to the reactivity

To realize the transformation, change from s -plane to the W -plane as $W = s^{1/m}$ which also implies that $s = W^m$. Then (31) takes the following form:

$$G(W) = \frac{\delta N(W)}{\delta R(W)} \quad (35)$$

Finally the transformation of (32) from s -domain to W -domain is given by

$$G(W) = \frac{n^*}{\Lambda} \frac{(W^m + \lambda)}{\left[W^{(2m+k)} \tau_m^k + W^{(m+k)} \tau_m^k (\Delta\epsilon + \mu) + W^{2m} + W^k \lambda \tau_m^k \Delta\epsilon + W^m \mu \right]} \quad (36)$$

where $\mu = \lambda + \frac{\beta}{\Lambda}$, $\Delta\epsilon = \frac{1}{\Lambda} \left(\frac{k_{eff}}{k_{sc}} \right) - \frac{1}{\Lambda}$

If $\tau = 0$, and $k = m$, that is, $\alpha = 1$, we obtain the transfer function for classic neutron point kinetic (CNPk) model:

$$G(W) = \frac{n^*}{\Lambda} \frac{(W + \lambda)}{W \left(W + \lambda + \frac{\beta}{\Lambda} \right)} \quad (37)$$

Next section presents a detailed stability analysis of the FO model with unity negative feedback.

6. Results and discussions

Consider the control scheme depicted in Fig. 2, the open-loop transfer function is $KG(W)$ where the set-point is n^* and the output is $\delta N(W)$, therefore the closed-loop (CL) transfer function with unity negative feedback is $G_{CL}(W)$:

$$G_{CL}(W) = \frac{K G(W)}{1 + K G(W)} \quad (38)$$

The focus of the work is to study the effect of proportional controller gain K on the stability of CLTF $G_{CL}(W)$. The stability is investigated using the following methods:

- 1 Root Locus of the loop transfer function $K G(W)$.
- 2 Location of CL poles of $G_{CL}(W)$ for $K = 1$.

$$G(W) = \frac{K \left(\frac{n^*}{\Lambda} \right) (W^m + \lambda)}{\tau_m^k \Lambda W^{2m+k} + \Lambda W^{2m} + \tau_m^k M_1 W^{m+k} + M_2 W^m + \tau_m^k M_3 W^k + M_4} \quad (40)$$

- 3 Response of $G_{CL}(W)$ for a unit step in n^* for $K = 1$.

The aforementioned analysis is presented for long relaxation times of $\tau = 10^{-3}s(\tau_1)$ and short relaxation times of $\tau = 10^{-5}s(\tau_2)$, and for $\alpha = 0.25, 0.5$ and 0.8 . These values are chosen to represent the different levels of anomalous diffusion present in the heterogeneous reactor core. The results are compared with that of the CNPK model. The nuclear parameters used in this study are shown in Table 2.

Note that in all the analysis throughout this paper, the value of n^* is equal to 1.

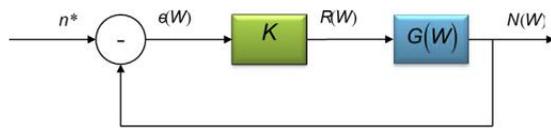


Fig. 2. Linear FNPK model with closed-loop configuration and proportional compensator.

6.1. Stability analysis using root locus method

Root locus (RL) method is a powerful and easy-to-use technique for investigating closed-loop stability of a system, when the proportional gain is varied from 0 to ∞ . Basically, it is a locus of the closed-loop poles (which are the roots of characteristic equation) of system for $0 \leq K \leq \infty$. For IO systems, there are standard heuristic rules available to plot root locus. For FO systems, there are a couple of methods reported in literature (see Merrikh-Bayat et al., 2009; Machado et al., 2011). However, here we use the approach given in (Bhole et al., 2014), which employs the MATLAB routine *rlocus* to plot the root locus of the transformed W -plane system. It has been shown in (Bhole et al., 2014) using a variety of examples that the root locus of the transformed IO system in W -plane is a replica of the actual root locus of the original FO system. Thus, this method is quite straightforward and easy to use (see Fig. 3).

The open-loop FOTFs (34) and (35) can be simplified as

$$G(s) = \frac{K \left(\frac{n^*}{\Lambda} \right) (s + \lambda)}{\tau^\alpha \Lambda s^{2+\alpha} + \Lambda s^2 + \tau^\alpha M_1 s^{1+\alpha} + M_2 s + \tau^\alpha M_3 s^\alpha + M_4} \quad (39)$$

and

where $M_1 = \Lambda \lambda + A_1 \Lambda$, $M_2 = \lambda \Lambda + A_2 \Lambda$, $M_3 = A_1 \Lambda \lambda - \lambda \beta$, and $M_4 = A_2 \Lambda \lambda - \lambda \beta$, with $A_1 = \frac{1}{\Lambda} \left(\frac{k_{eff}}{k_{sc}} \right) - \frac{1-\beta}{\Lambda}$ and $A_2 = \frac{\beta}{\Lambda}$.

First the RL is plotted for the IO model. It is shown in Fig. 2.

It is seen that the CL system is stable for all values of $K > 0$. Now using the method described above in (Bhole et al., 2014), the root loci were plotted for the loop FOTFs for three values of α and two values of relaxation time constants. These are shown in Figs. 4–9.

It is seen from these plots that all the FO CL models are stable above some marginal value of K (K_{marginal}) as at this value, the RL

Table 2
Nuclear parameters.

Parameter	Value
β	0.007
l	0.00024s
λ	0.0811 s ⁻¹
Λ	0.00002 s ⁻¹
$\left(\frac{k_{eff}}{k_{sc}} \right)$	1

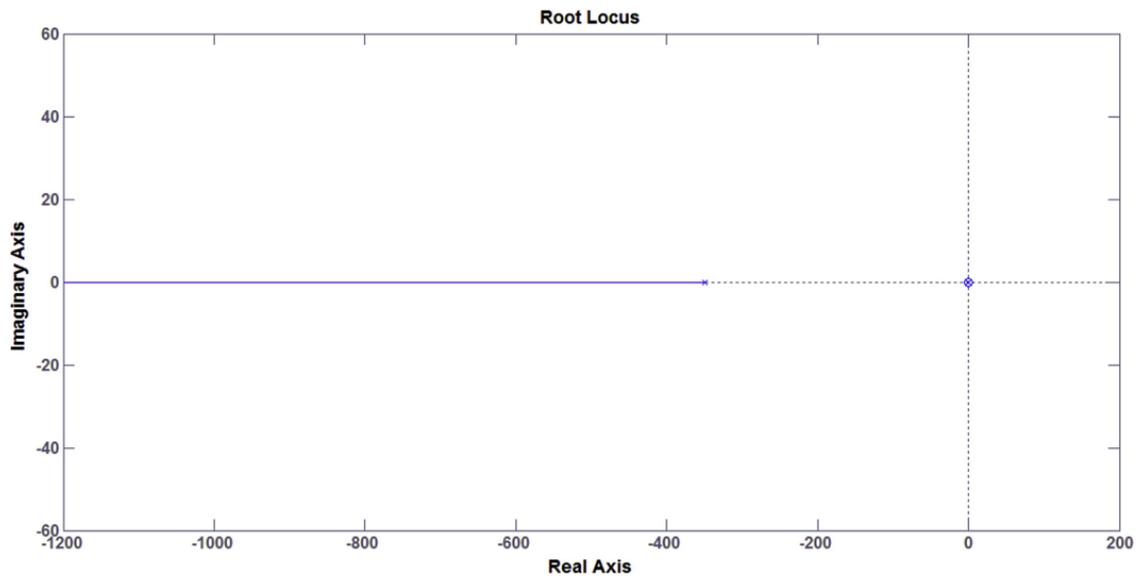


Fig. 3. Root locus for IO CNPK model.

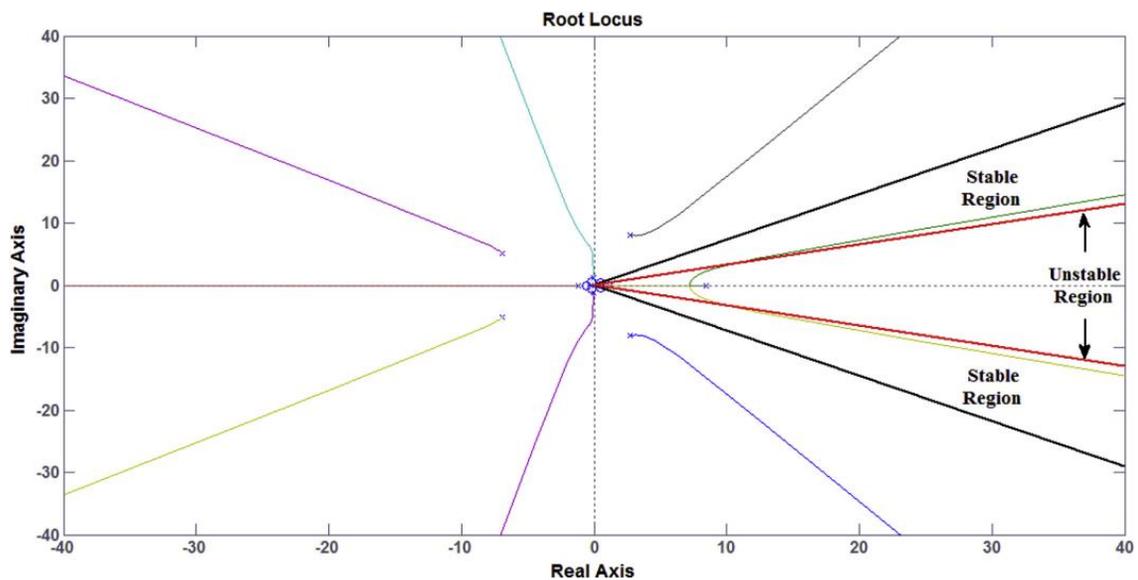


Fig. 4. Root locus for FOTF model (40) with $\alpha = 0.8$ and $\tau = \tau_1$.

branches cross the imaginary axis in the principal Riemann sheet and enter into the stable region. The values of K_{marginal} for various models are given in Table 3.

It can be inferred from the analysis presented that, in general, the linear CL FNPK models with $\tau = \tau_2$ become stable for a smaller value of proportional gain K as compared to the models with $\tau = \tau_1$. Thus the FO models with short relaxation times are more robust as

compared to that with long relaxation times.

As $0 < \alpha < 1$ (α being anomalous diffusion coefficient), is a sub-diffusion process of the neutron movement. As the relaxation time is directly proportional to the diffusion coefficient of neutrons, the physical meaning of $\tau_1 > \tau_2$ is that the neutron diffusion is higher for τ_1 , i.e. has less resistance to neutron movement than τ_2 . A control rod drop could describe the behavior of the value of τ_1 ,

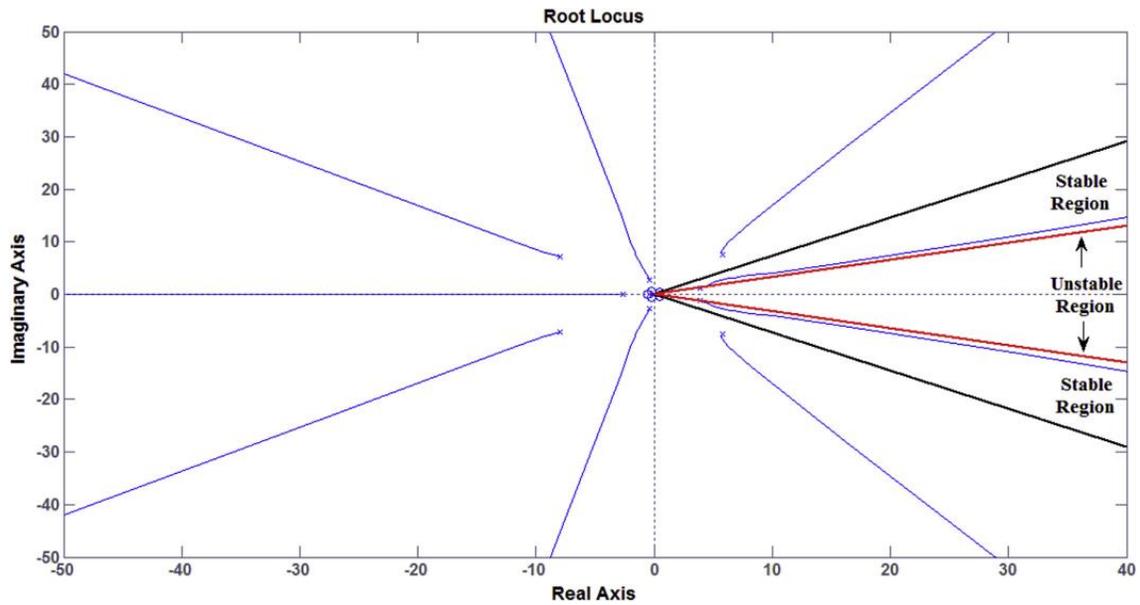


Fig. 5. Root locus for FOTF model (40) with $\alpha = 0.8$ and $\tau = \tau_2$.

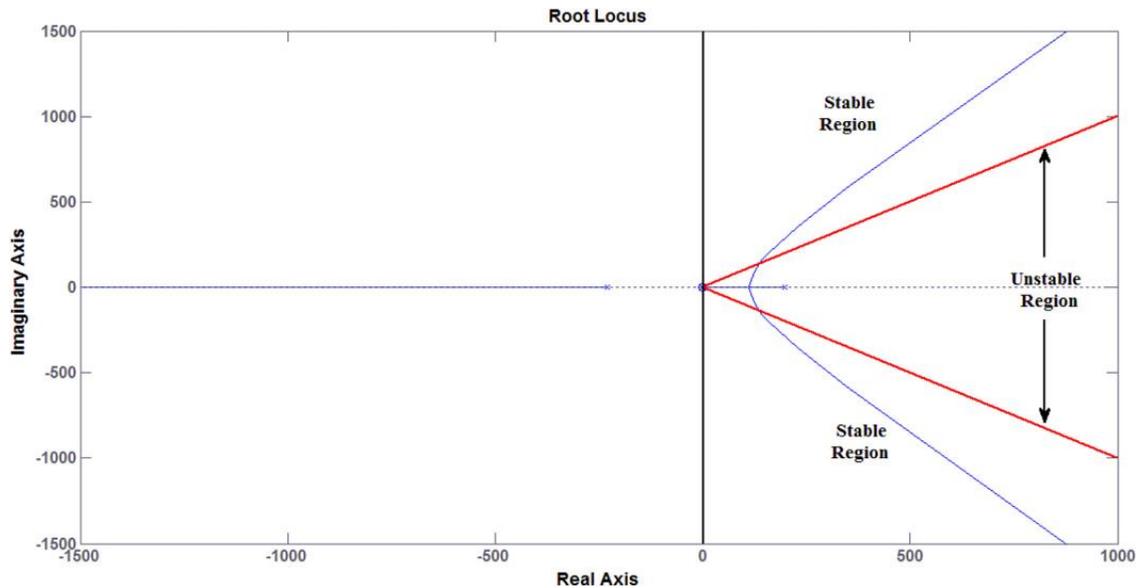


Fig. 6. Root locus for FOTF model (40) with $\alpha = 0.5$ and $\tau = \tau_1$.

while changes in reactor power to push or pull bar control may explain the value of τ_2 where the reactor is more robust. However these are not the only scenarios in nuclear reactors, for example reduction or increase in mass flow rate in the core of a BWR reactor, where proportional gain K represents the feedback effects due to Doppler (fuel temperature) and by void fraction.

6.2. Location of closed-loop poles

The most straightforward and obvious way to judge the stability of a linear system is to examine the location of its poles in the s -plane (Ogata, 1979). As discussed in Section 2.3, an FO system is stable if all its poles lie in the stable region of the principal Riemann

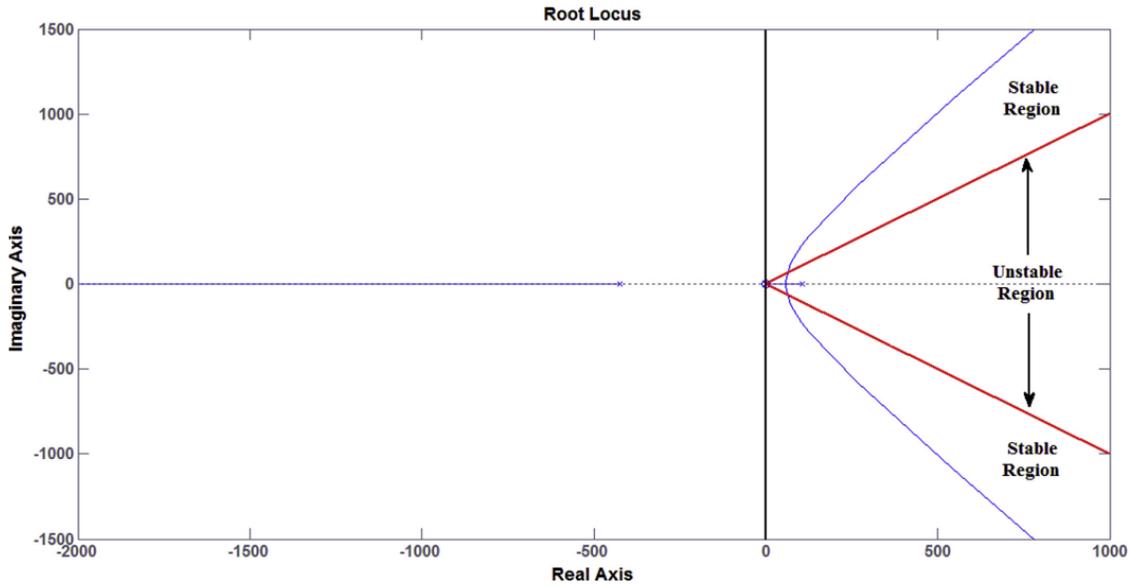


Fig. 7. Root locus for FOTF model (40) with $\alpha = 0.5$ and $\tau = \tau_2$.

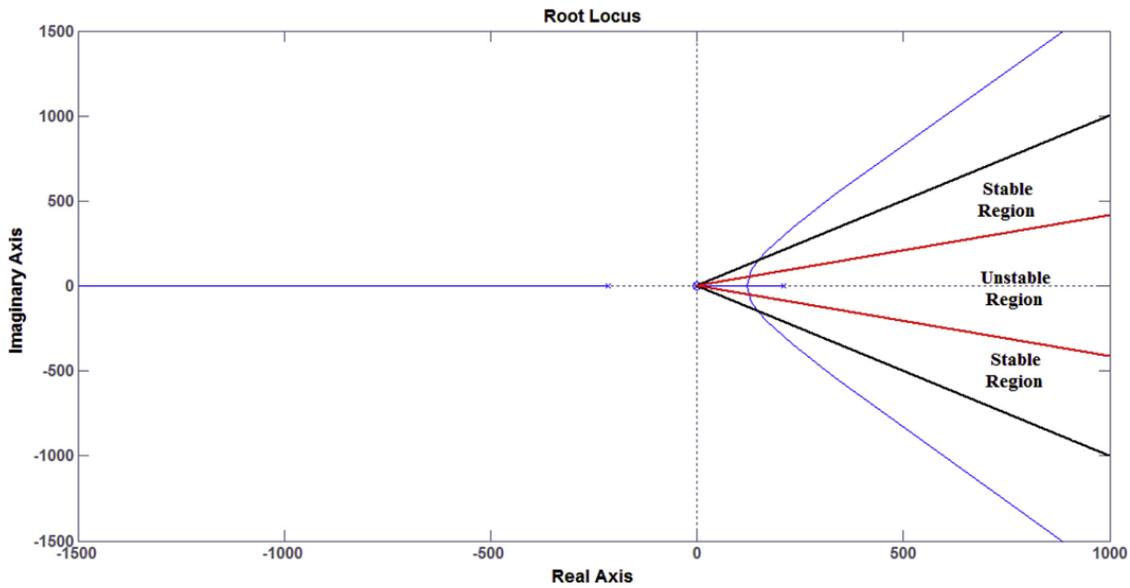


Fig. 8. Root locus for FOTF model (40) with $\alpha = 0.25$ and $\tau = \tau_1$.

sheet. The location of poles in the secondary sheets does not affect the stability. In this section, the poles of closed-loop IO and FO linear models are plotted for $K = 1$. For FO models, the poles are plotted in W-plane. It is clear from the previous section, the CL IO and FO models are stable for $K = 1$. First the CL IO model is considered. Using (37) and from Fig. 2, it is obtained as

$$G_{CL}(s) = \frac{K n^*(s + \lambda)}{\Lambda s^2 + (\beta \Lambda + \lambda \Lambda^2 + K n^*)s + K n^* \lambda} \quad (41)$$

The closed-loop poles are located at $s_1 = -0.081$ and $s_2 = -25 \times 10^8$. Thus, one pole is very close to the origin whereas the other is far away, both in the stable region. The pole s_2 , being far

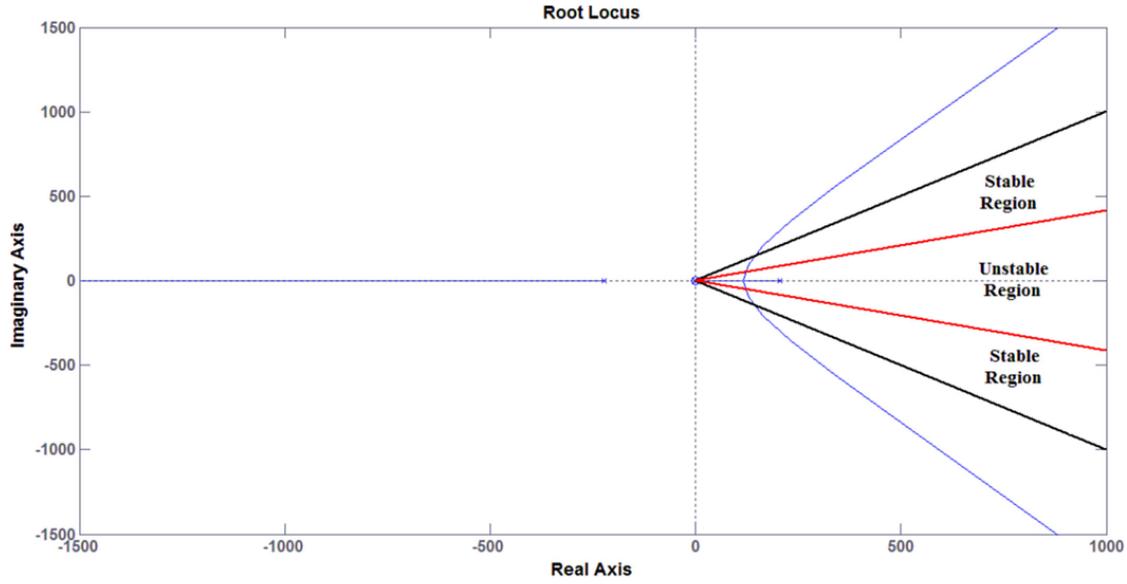


Fig. 9. Root locus for FOTF model (40) with $\alpha = 0.25$ and $\tau = \tau_2$.

Table 3

Critical values of K above which the FO CL models are stable.

FO Model	K_{marginal}	
	$\tau = \tau_1$	$\tau = \tau_2$
$\alpha = 0.8$	0.00372	7.27×10^{-8}
$\alpha = 0.5$	0.000144	4.13×10^{-6}
$\alpha = 0.25$	0.000335	0.000101

away from the origin, does not contribute much to the dynamics of the model.

Next, the FO CL model is considered. Using (38) and (39) and considering Fig. 1, the fractional-order closed-loop transfer functions, in s - and W - domains are obtained as

$$G_{CL}(s) = \frac{\left(\frac{Kn^*}{\Lambda}\right)(s + \lambda)}{\tau^\alpha \Lambda s^{2+\alpha} + \Lambda s^2 + \tau^\alpha M_1 s^{1+\alpha} + \left(M_2 + \frac{Kn^*}{\Lambda}\right)s + \tau^\alpha M_3 s^\alpha + \left(M_4 + \frac{K\lambda n^*}{\Lambda}\right)} \quad (42)$$

$$G_{CL}(W) = \frac{\left(\frac{Kn^*}{\Lambda}\right)(W^m + \lambda)}{\tau_m^k \Lambda W^{2m+k} + \Lambda W^{2m} + \tau_m^k M_1 W^{m+k} + \left(M_2 + \frac{Kn^*}{\Lambda}\right)W^m + \tau_m^k M_3 W^k + \left(M_4 + \frac{K\lambda n^*}{\Lambda}\right)} \quad (43)$$

It is seen that the highest power of s in the denominator of the original FO model (42) is $2 + \alpha$ and that for the transformed system in W - plane (43) is $2m + k$. The transformation $W = s^{1/m}$ defines the PRS (with stable and unstable region) and other secondary sheets for each value of alpha. The details are given in Table 4 (for both τ_1 and τ_2).

The location of CL poles of (41) for different values of α is shown in Figs. 10 and 11 for τ_1 and τ_2 , respectively.

The values of CL poles for $\alpha = 0.8$ for τ_1 and τ_2 are given in Table 5. There are total 14 poles. It is seen that in both cases, poles W_1 and W_2 are in the PRS (highlighted in blue) and are very close to the imaginary axis. However, the model is stable as remaining poles are in the secondary sheets. It will be shown in next section that the CL step response of this model is oscillatory.

The values of CL poles for $\alpha = 0.5$ for τ_1 and τ_2 are given in Table 6. There are total 5 poles out of which the poles W_1 and W_2

Table 4
Principal Riemann sheets for FO models.

Sr. No.	$\alpha = \frac{k}{m}$	Transformation $s^{1/m} = W$	PRS in W – plane	Unstable region of PRS in W – plane
1	$0.8 = 4/5$	$s^{1/5} = W$	$-36\text{deg} < \arg(W) < 36\text{deg}$	$-18\text{deg} < \arg(W) < 18\text{deg}$
2	$0.5 = 1/2$	$s^{1/2} = W$	$-90\text{deg} < \arg(W) < 90\text{deg}$	$-45\text{deg} < \arg(W) < 45\text{deg}$
3	$0.25 = 1/4$	$s^{1/4} = W$	$-45\text{deg} < \arg(W) < 45\text{deg}$	$-22.5\text{deg} < \arg(W) < 22.5\text{deg}$

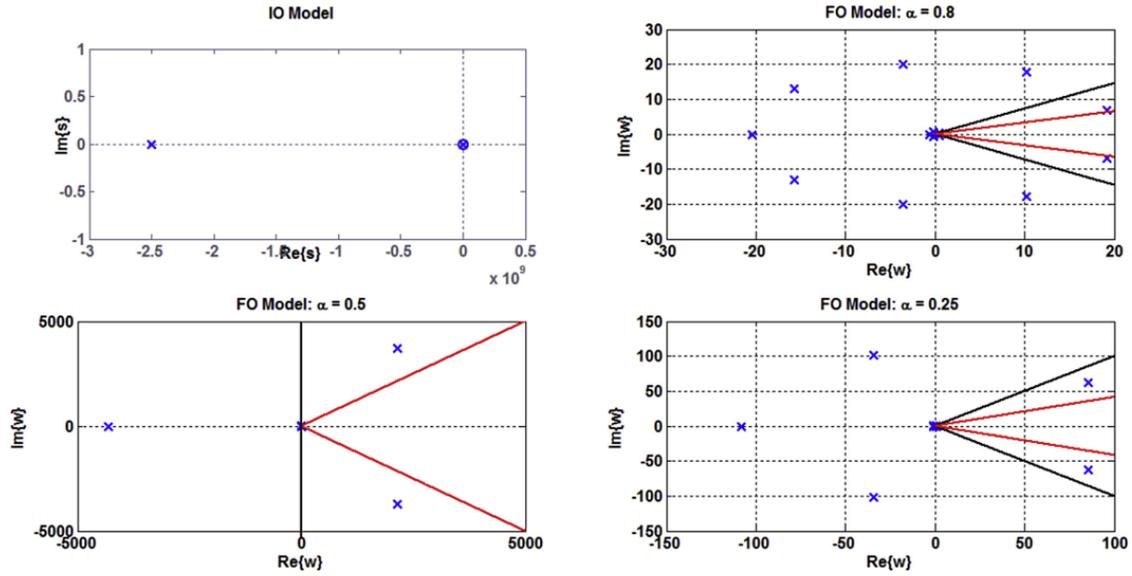


Fig. 10. Location of closed-loop poles in W – plane for $G_{C1}(W)$ for $\tau = \tau_1$.

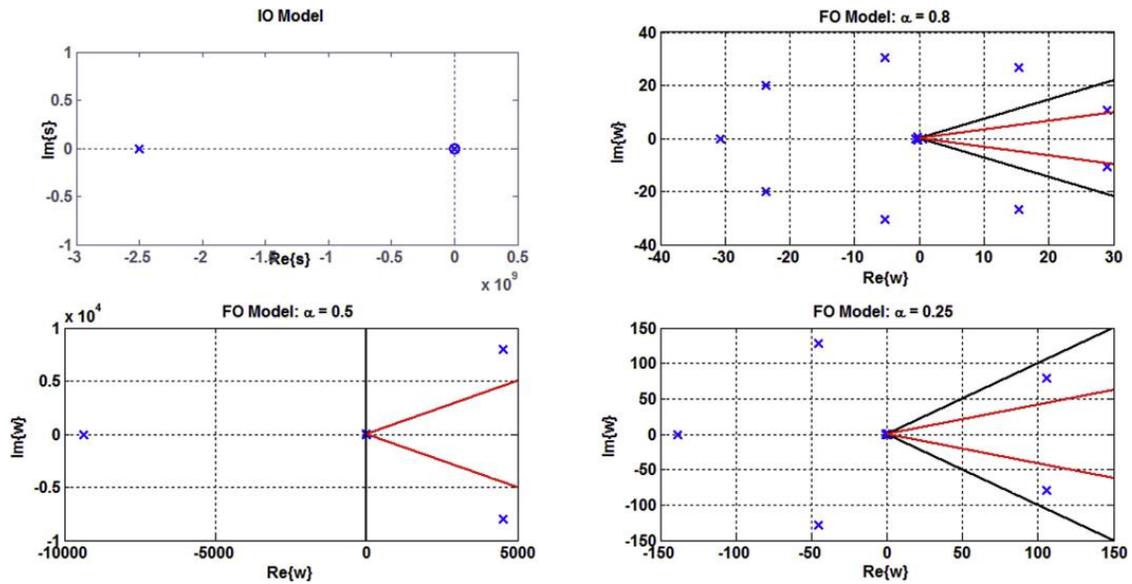


Fig. 11. Location of closed-loop poles in W – plane for $G_{C1}(W)$ for $\tau = \tau_2$.

Table 5
Poles of $G_{CL}(W)$ with $\alpha = 0.8$ for $\tau = \tau_1$ and $\tau = \tau_2$.

Pole number	$\tau = \tau_1$		$\tau = \tau_2$	
	mag(W)	arg(W) (deg)	mag(W)	arg(W) (deg)
1, 2	20.45	± 19.92	30.8	± 20.06
3, 4	20.47	± 60.06	30.82	± 59.95
5, 6	20.43	± 99.95	30.77	± 100.04
7	20.42	180	30.76	180
8, 9	20.48	± 140.02	30.85	± 139.98
10	0.61	180	0.61	180
11, 12	0.61	± 108	0.61	± 108
13, 14	0.61	± 36	0.61	± 36

Table 6
Poles of $G_{CL}(W)$ with $\alpha = 0.5$ for $\tau = \tau_1$ and $\tau = \tau_2$.

Pole number	$\tau = \tau_1$		$\tau = \tau_2$	
	mag(W)	arg(W) (deg)	mag(W)	arg(W) (deg)
1, 2	4284.83	± 60.08	9192.88	± 60.55
3	4305.98	180	9354.83	180
4, 5	0.28	± 90	0.28	± 90

Table 7
Poles of $G_{CL}(W)$ with $\alpha = 0.25$ for $\tau = \tau_1$ and $\tau = \tau_2$.

Pole number	$\tau = \tau_1$		$\tau = \tau_2$	
	mag(W)	arg(W) (deg)	mag(W)	arg(W) (deg)
1, 2	106.14	± 36.34	131.96	± 36.83
3	108.21	180	138.52	180
4, 5	107.39	± 108.57	135.75	± 109.47
6, 7	1.0	± 45.0	1.0	± 45.0
8, 9	1.0	± 135.0	1.0	± 135.0

are in the stable region of PRS. As compared with the $\alpha = 0.8$ case, these poles are away from the imaginary axis. The CL system is stable as the other three poles are in secondary sheets.

Next, the location of CL poles for $\alpha = 0.25$ for both the values of relaxation time constants is given in Table 7.

It is seen that there are total 9 poles out of which W_1 and W_2 are in the stable region of PRS. The CL system is stable owing to the fact that remaining poles are hyperdamped located in secondary sheets.

From Figs. 10 and 11 and Tables 5–7, it is seen that all the FO CL models are stable for both τ_1 and τ_2 . The FO models have complex poles in PRS whereas the IO CL model has all real poles. Further, for $\alpha = 0.8$, the poles in PRS are very close to the $j\omega$ axis. However, they move away from the imaginary axis and shift towards the boundary between sheet 1 and sheet 2 (branch cut), making the system more robust.

6.3. Closed-loop response for unit step in reference neutron concentration

The stability of the CL FO models has been established in the previous section for $K = 1$. This fact is further confirmed here by computing the step response of the CL system (both IO and FO) of Fig. 2. A unit step is applied in the reference neutron density (n^*). As the models are stable, it is expected that a bounded step perturbation in the input should result in a bounded output. Further, because of the closed-loop structure in Fig. 2, the neutron concentration (output) should reach and settle at the new reference value.

For the IO model, the CL TF (41) was used to compute the step response. The fractional-order CL TFs (40) or (41) can be used to obtain the unit step response. The general way to obtain the step response of an FO TF given in the literature is to use the transformed TF (40) and express the step response as a linear combination of Mittag-Leffler functions (MLFs) (Monje et al., 2010). However in this case, this approach did not work due to the numerical convergence issue of the computation of MLF. The probable reason behind this may be the inherent stiff nature of the FNPKE equations. Another possible reason might be the numerical instability of the MATLAB function residue. The issue was solved by using the numerical inverse Laplace transform with the procedure given in (Sheng et al., 2010). It advocates the use of MATLAB subroutine *invlap.m* (repository at Hollenbeck, 1998), using the algorithm given in (de Hoog et al., 1982). The step response of CL models is given in Figs. 12 and 13.

Following observations are noted:

1. The response of IO CL model is overdamped as the two poles are real and distinct.
2. The output ($n(t)$) reaches the set point for all models (zero steady-state error).
3. Settling time for IO model is 0.1568×10^{-8} s. The FO models with short relaxation time constant (τ_2) have faster dynamics as compared to those with long relaxation time constant (τ_1). The settling time of these models is compared in Table 8. For both the cases, the FO model with $\alpha = 0.8$ has largest settling time and it goes on decreasing gradually as the value of α reduces.
4. The response for FO model with $\alpha = 0.8$ is very oscillatory as compared to other two models. As the value of α reduces, the response becomes more damped. This is in line with the CL pole locations shown in Figs. 10 and 11. For each FO model (for both τ_1 and τ_2), there are two CL poles in the stable region of PRS. As seen in Table 4, for $\alpha = 0.8$, these poles are very close to the imaginary axis which results in highly oscillatory response. Also, from Tables 6 and 7, it is seen that these poles move away from the imaginary axis as the value of α decreases making the CL FO model more robust in stability.
5. The problem arising due to numerical convergence of *invlap* routine in MATLAB is seen in the step response of FO model with $\alpha = 0.8$ for $\tau = \tau_1$.

It can be concluded with the above analysis that the closed-loop FO models are stable when the proportional controller gain K is unity and the models become more stable with the increase in α .

The results presented in Section 5.1 and 5.2 are in coherence and confirm the closed-loop stability of the FO models represented by Fig. 2.

7. Conclusion

The idea of analyzing the closed-loop stability of the fractional-order linearized NPK model with unity feedback is discussed in this paper. The NPK model, integer-order (IO) or fractional-order (FO), is unstable in the open-loop configuration. The model becomes stable in the presence of a negative feedback. This fact was established in this paper for the fractional-order versions of the NPK model. The stability of FNPKE model with unity feedback is thoroughly investigated.

The established methods of root locus analysis, location of closed-loop poles and closed-loop step response of the classical linear systems analysis are utilized to study the stability of the FNPKE models. The fractional dynamics present in the reactor model is the result of considering neutron transport as anomalous diffusion, particularly, subdiffusion. Three values of $\alpha = 0.8, 0.5, 0.25$, are

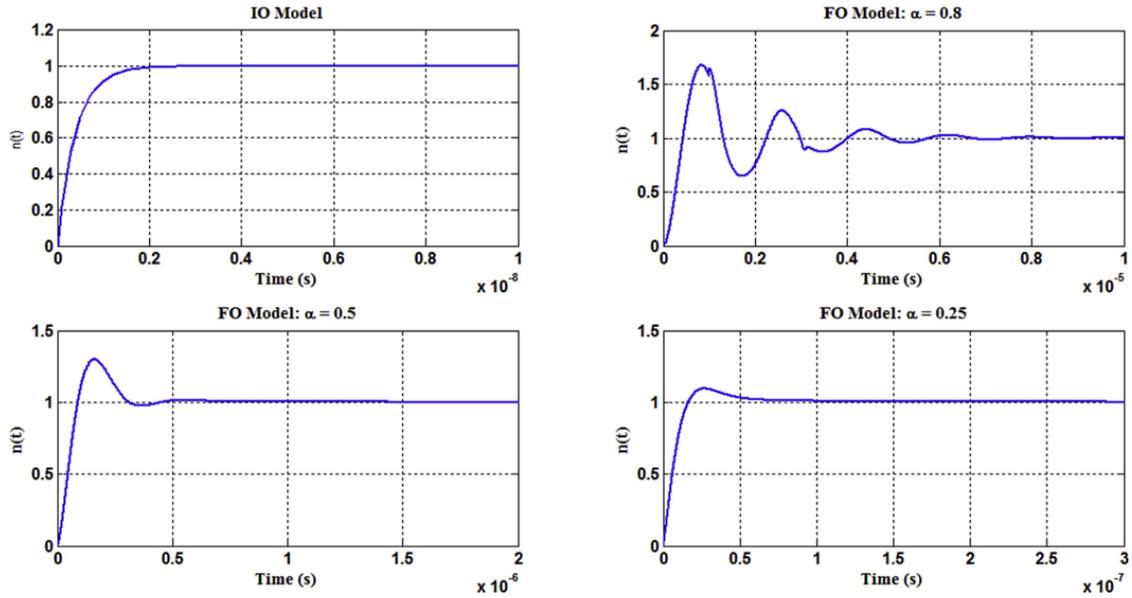


Fig. 12. Unit step response of closed-loop TF models for $K = 1$ ($\tau = \tau_1$).

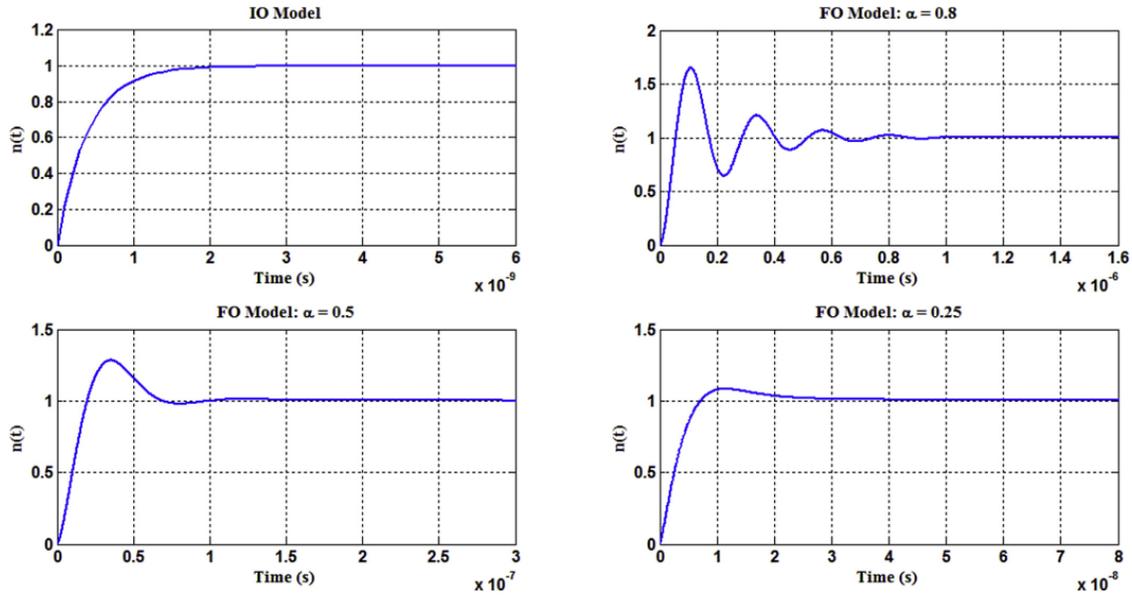


Fig. 13. Unit step response of closed-loop TF models for $K = 1$ ($\tau = \tau_2$).

Table 8
Settling time for CL FO models for $K = 1$.

FO model	Settling time (s)	
	$\tau = \tau_1$	$\tau = \tau_2$
$\alpha = 0.8$	640.9×10^{-8}	81.38×10^{-8}
$\alpha = 0.5$	39.65×10^{-8}	8.18×10^{-8}
$\alpha = 0.25$	5.984×10^{-8}	2.48×10^{-8}

considered to study the effect of subdiffusion on the reactor closed-loop stability. It is observed that increase in subdiffusivity of neutron transport makes the reactor more stable. It is also observed that all the FO models are unstable for the initial small values of proportional gain K and the closed-loop response is more oscillatory when the fractionally is low.

The analysis presented in this paper can be utilized to design

effective and robust control systems for nuclear reactor.

References

- Aboanber, A.E., Nahla, A.A., 2016. Comment on the paper: Espinosa-Paredes, et al., 2011. Fractional neutron point kinetics equations for nuclear reactor dynamics. *Ann. Nucl. Energy* 38, 307–330. *Annals of Nuclear Energy* 88, 301–302.
- Bhole, M.K., Patil, M.D., Vyawahare, V.A., 2012. Time and Frequency Domain Analysis of the Linear Fractional-order Systems. *IJACSA Special Issue on Selected Papers from International Conference & Workshop on Emerging Trends in Technology* 2012.
- Bhole, M., Patil, M.D., Vyawahare, V.A., 2014. A new and simple method to construct root locus of general fractional-order systems. *ISA Trans.* 53 (2), 380–390.
- Das, S., 2008. *Functional Fractional Calculus for System Identification and Controls*. Springer-Verlag, Berlin, 2008.
- Das, S., Mukherjee, S., Das, S., Pan, I., Gupta, A., 2013. Continuous order identification of PHWR models under step-back for the design of hyper-damped power tracking controller with enhanced reactor safety. *Nucl. Eng. Des.* 257, 109–127.
- de Hoog, F.R., Knight, J.H., Stokes, A.N., 1982. An improved method for numerical inversion of Laplace transforms. *SIAM J. Sci. Stat. Comput.* 3 (3), 357–366.
- Duderstadt, J.J., Hamilton, L.J., 1976. *Nuclear Reactor Analysis*. John Wiley & Sons, USA.
- Espinosa-Paredes, G., 2016. A note on “Comment on the paper: Espinosa-Paredes, et al., 2011. Fractional neutron point kinetics equations for nuclear reactor dynamics. *Ann. Nucl. Energy* 38, 307–330.” by AE Aboanber, AA Nahla. *Ann. Nucl. Energy* 91, 215–216.
- Espinosa-Paredes, G., Morales-Sandoval, J.B., Vázquez-Rodríguez, R., Espinosa-Martínez, E.-G., 2008. Constitutive laws for the neutron density current. *Ann. Nucl. Energy* 35, 1963–1967.
- Espinosa-Paredes, G., Vázquez-Rodríguez, R., del Valle Gallegos, E., Alonso, G., Moghaddam, N.M., 2013. Fractional-space law for the neutron current density. *Ann. Nucl. Energy* 55, 120–125.
- Glasstone, S., Sesonske, A., 1981. *Nuclear Reactor Engineering*, third ed. VNR Company, New York, USA.
- Hetrick, D.L., 1993. *Dynamics of Nuclear Reactors*. American Nuclear Society.
- Hilfer, R., 2000. *Applications of Fractional Calculus in Physics*. World Scientific, Singapore.
- Hollenbeck, K.J., 1998. *Invlap.m: A Matlab function for numerical inversion of Laplace transforms by the de Hoog algorithm*. <http://www.isva.dtu.dk/staff/karl/invlap.htm>.
- Khalil, H.K., 2002. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, USA.
- Kilbas, A.A., Srivastava, H.M., Trujillo, J.J., 2006. *Theory and Applications of Fractional Differential Equations*. Elsevier, Amsterdam.
- Lamarsh, J.R., Baratta, A.J., 2001. *Introduction to Nuclear Reactor Engineering*. Prentice Hall, New Jersey, USA.
- Machado, J.A.T., 2011. Root locus of fractional linear systems. *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* 16 (10), 3855–3862.
- Machado, J.T., Kiryakova, V., Mainardi, F., 2011. Recent history of fractional calculus. *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* 16 (3), 1140–1153.
- Mallamace, F., Stanley, H.E., 1997. *The Physics of Complex Systems*, vol. 134. IOS Press.
- Merrikh-Bayat, F., Afshar, M., Karimi-Ghartemani, M., 2009. Extension of the root-locus method to a certain class of fractional-order systems. *ISA Trans.* 48, 48–53.
- Metzler, R., Klafter, J., 2000. The random walk's guide to anomalous diffusion: a fractional dynamics approach. *Phys. Rep.* 339 (1), 1–77.
- Monje, C., Chen, Y.Q., Vinagre, B.M., Xue, D., Feliu, V., 2010. *Fractional-order Systems and Control: Fundamentals and Applications*. Springer-Verlag London Limited, UK.
- Nowak, T.K., Duzinkiewicz, K., Piotrowski, R., 2014a. Fractional neutron point kinetics equations for nuclear reactor dynamics—Numerical solution investigations. *Ann. Nucl. Energy* 73, 317–329.
- Nowak, T.K., Duzinkiewicz, K., Piotrowski, R., 2014b. Numerical solution of fractional neutron point kinetics model in nuclear reactor. *Arch. Control Sci.* 24 (2), 129–154.
- Nowak, T.K., Duzinkiewicz, K., Piotrowski, R., 2015. Numerical solution analysis of fractional point kinetics and heat exchange in nuclear reactor. *Nucl. Eng. Des.* 281, 121–130.
- Ogata, K., 1979. *Modern Control Engineering*. Prentice Hall, USA.
- Oldham, K.B., Spanier, J., 1974. *The Fractional Calculus*. Academic Press.
- Ortigueira, M.D., 2011. *Fractional Calculus for Scientists and Engineers*. Springer, Germany.
- Podlubny, I., 1999. *Fractional Differential Equations*. Academic Press, San Diego, USA.
- Ray, S.S., 2015. *Fractional Calculus with Applications for Nuclear Reactor Dynamics*. CRC Press.
- Ray, S.S., Patra, A., 2012. An explicit finite difference scheme for numerical solution of fractional neutron point kinetic equation. *Ann. Nucl. Energy* 41, 61–66.
- Ray, S.S., Patra, A., 2013. Numerical solution of fractional stochastic neutron point kinetic equation for nuclear reactor dynamics. *Ann. Nucl. Energy* 54, 154–161.
- Ray, S.S., Patra, A., 2015. On the solution of the nonlinear fractional neutron point-kinetics equation with Newtonian temperature feedback reactivity. *Nucl. Technol.* 189 (1), 103–109.
- Richardson, L.F., 1926. Atmospheric diffusion shown on a distance-neighbour graph. *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A, Contain. Pap. a Math. Phys. Character* 110 (756), 709–737.
- Scher, H., Montroll, E.W., 1975. Anomalous transit-time dispersion in amorphous solids. *Phys. Rev. B* 12 (6), 2455.
- Schramm, M., Petersen, C.Z., Vilhena, M.T., Bodmann, B.E.J., Alvim, A.C.M., 2013. On the fractional neutron point kinetics equations. In: *Integral Methods in Science and Engineering*. Springer, New York, pp. 229–243.
- Schramm, M., Bodmann, B.E.J., Alvim, A.C.M., Vilhena, M.T., 2016. The neutron point kinetics equation: suppression of fractional derivative effects by temperature feedback. *Ann. Nucl. Energy* 87, 479–485.
- Sheng, H., Li, Y., Chen, Y.Q., 2010. Application of numerical inverse Laplace transform algorithms in fractional calculus. In: *The Fourth IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, Badajoz, Spain.
- Sokolov, I.M., Klafter, J., Blumen, A., 2002. Fractional kinetics. *Phys. Today* 55 (11), 48–54.
- Stacey, W.M., 2004. *Nuclear Reactor Physics*. Wiley-VCH.
- Vyawahare, V.A., Nataraj, P.S.V., 2013a. Fractional-order modeling of neutron transport in a nuclear reactor. *Appl. Math. Model.* 37 (23), 9747–9767.
- Vyawahare, V.A., Nataraj, P.S.V., 2013b. Development and analysis of some versions of the fractional-order point reactor kinetics model for a nuclear reactor with slab geometry. *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* 18 (7), 1840–1856.
- Vyawahare, V.A., Nataraj, P.S.V., 2015. Analysis of fractional-order point reactor kinetics model with adiabatic temperature feedback for nuclear reactor with subdiffusive neutron transport. In: *Simulation and Modeling Methodologies, Technologies and Applications*. Springer International Publishing, pp. 153–172.



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

ACTA DE DISERTACIÓN PÚBLICA

No. 10002
Metódica 2141801114

Convección natural y enfriamiento con agua de mar en un escenario de accidente severo en una central nuclear BWR.

En la Ciudad de México, se presentaron a las 16:00 horas del día 11 del mes de diciembre del año 2018 en la Unidad Itapalapa de la Universidad Autónoma Metropolitana, los suscritos miembros del jurado:

DR. ALEJANDRO NUÑEZ CARRERA
DR. RODOLFO VAZQUEZ RODRIGUEZ
DR. SERGIO QUEZADA GARCIA
DR. JAVIER ORTIZ VILLAFUERTE
DR. HERNANDO ROMERO PAREDES RUBIO

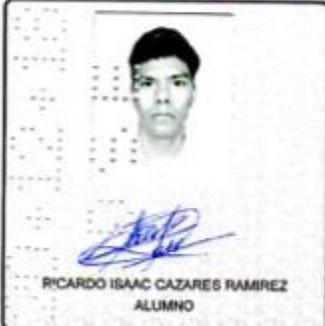
Bajo la Presidencia del primero y con carácter de Secretario el último, se reunieron a la presentación de la Disertación Pública cuya denominación aparece al margen, para la obtención del grado de:

DOCTOR EN CIENCIAS (ENERGIA Y MEDIO AMBIENTE)
DE: RICARDO ISAAC CAZARES RAMIREZ

y de acuerdo con el artículo 78 fracción IV del Reglamento de Estudios Superiores de la Universidad Autónoma Metropolitana, los miembros del jurado resolvieron:

Aprobar

Acto continuo, el presidente del jurado comunicó al interesado el resultado de la evaluación y, en caso aprobatorio, le fue tomada la protesta.



RICARDO ISAAC CAZARES RAMIREZ
ALUMNO

REVISÓ

DR. JOSE ANTONIO DE LOS REYES HEREDIA
SECRETARIO GENERAL

DIRECTOR DE LA DIVISIÓN DE CBI

DR. JESUS ALBERTO OCHOA TAPIA

PRESIDENTE

DR. ALEJANDRO NUÑEZ CARRERA

VOCAL

DR. RODOLFO VAZQUEZ RODRIGUEZ

VOCAL

DR. SERGIO QUEZADA GARCIA

VOCAL
CANCELADO
DR. JAVIER ORTIZ VILLAFUERTE

SECRETARIO

DR. HERNANDO ROMERO PAREDES RUBIO