UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo
Unidad Iztapalapa

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

UNIDAD IZTAPALAPA

División de Ciencias Básicas e Ingeniería

"Análisis de siniestros en seguros de responsabilidad civil de automóviles: Propuesta para definir un monto mínimo de cobertura para el seguro obligatorio de protección a víctimas en la industria aseguradora"

TESIS

Que presenta:

César Otilio Nava Fuerte

Matricula: **2163802599**

Para obtener el grado de

Maestro en Ciencias (Matemáticas Aplicadas e Industriales)

Director de tesis:

Dra. Blanca Rosa Pérez Salvador

Mtro. Carlos Omar Jiménez Palacios

Sinodales:

Dr. Jaime Eduardo Martinez Sánchez

Dr. Alberto Castillo Morales

Iztapalapa, Ciudad de México, diciembre 2019

Agradecimientos

A MIS PADRES

En las peores circunstancias que la vida me ha puesto en frente, sé que cuento con personas de gran valor, mis padres, ellos quienes me han apoyado en todo este tiempo. No sólo les debo la vida, sino lograr superar cualquier cosa a la que me enfrente.

Mis padres, cada uno con habilidades y capacidades que admiro y que con su ejemplo me han dado las mejores lecciones de la vida. Cada uno, a su manera, han sido los mejores maestros en la gran escuela de la vida.

Son ellos a quienes les dedico mi tesis y mi maestría, son mi fuerza en momentos de debilidad. No tengo palabras para agradecer todo lo que han hecho por mi.

LOS AMO

Doy un especial agradecimiento a una persona que, si bien no pudo apoyarme en este proyecto de mi vida, siempre estuvo ahí y siempre estará en mi corazón, ella es para mi una segunda madre y jamás olvidaré sus enseñanzas y su cariño, siempre en mi mente estarás mami, mi abuela Loreto Mendieta.

Agradezco también a mis asesores, Dra Blanca Rosa Pérez Salvador y Mtro Carlos Omar Jiménez Palacios, que con paciencia me apoyaron a terminar esta tesis. Sus enseñanzas me ayudaron a culminar los proyectos de esta maestría y llegar a donde me encuentro.

Índice general

Índice de figuras

Introducción

De acuerdo con la Organización Mundial para la Salud, en la región de las américas, las lesiones causadas por el tránsito vial son la primera causa de muerte de personas entre 5 y 14 años, y la segunda para grupos entre 15 y 44 años. De seguir así, la OMS estima que en 5 años estos traumatismos se convertirán en la quinta causa mundial de muerte. En México, los accidentes viales son la segunda causa de muerte para personas entre 5 y 34 años de edad, lo que representa un problema de salud pública.

Estas cifras van creciendo año con año por diversos factores, además de los impactos que genera en la vida de los involucrados y la economía de los países. Es por ello que es importante establecer políticas públicas que protejan a los peatones, ciclistas, conductores y a la sociedad en su conjunto, a través de la implementación de un seguro de responsabilidad civil de automóviles, así como garantizar la fiscalización del mismo y establecer una cobertura mínima que sea suficiente para cubrir, hasta cierto nivel, los riesgos y sus repercusiones directas.

México ha clasificado su programa de acciones desde la prevención de accidentes hasta las obligaciones de los responsables una vez ocurrido el hecho de tránsito. De acuerdo con la Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros (AMIS), 14 de los 32 Gobiernos de los Estados cuentan con una política pública que establece de un Seguro de protección a víctimas de accidentes viales; sin embargo, no se cuenta con un monto mínimo de referencia de la protección que éste debe tener.

Esta indefinición, puede ser estudiada desde muchos puntos de vista, en este trabajo se abordara el estudio utilizando una base de datos conteniendo información de algunos hechos de tránsito para buscar identificar un monto de protección mínima que puede utilizar como referencia los Gobiernos del país.

En un contexto muy general, se pretende determinar estadísticamente cual debe ser el monto mínimo de cobertura que debe tener un seguro para proteger a víctimas de accidentes viales.

Para esta investigación se utilizaron modelos colectivos de riesgo, particularmente Poisson. Aunado a esto también se utilizaron las regresiones Poisson, Gamma y multinomial. Esto para hacer uso de la información y lograr con estos modelos determinar de alguna manera el mínimo de cobertura, usando además intervalos de confianza para los parámetros de estas distribuciones.

La información disponible en las bases de datos sobre daños a terceros en los seguros es limitada, se cuentan con las indemnizaciones y su temporalidad de ocurrencia, así como algunos datos descriptivos como entidad de ocurrencia y la clasificación de los vehículos que generan el accidente sin embargo esta información no se encuentra directamente pues sólo se puede hacer uso de esta a manera de muestra, por lo que es básicamente una aproximación.

La investigación tiene como principio coadyuvar a disponer de literatura de referencia sobre algunos escenarios que podrían justificar el establecimiento de montos mínimos de la cobertura en referencia, así como un análisis de otras condiciones a las que puede pedirse en los distintos niveles de protección que este monto puede garantizar.
En el capítulo uno se realizo una revisión de la situación mundial en cuanto a los accidentes

automovilísticos y sus daños, así como las acciones a tomar por parte de los países, particularmente México y la puesta en marcha de los proyectos nacionales.
En el capítulo dos se presentan los diferentes modelos y herramientas matemáticas necesarias para estudiar el riesgo de ocurrencia de un siniestro, desde los modelos colectivos de riesgo hasta regresiones para estimar los parámetros de las distribuciones involucradas.
En el capítulo tercero se presenta un ejemplo práctico de la estimación de la prima mínima, así como de la estimación de la cobertura mínima para pagos de daños a terceros.

Capítulo 1

Contexto Global del Problema

1.1. Accidentes Viales

1.1.1. Problema Mundial

En septiembre del 2015, durante la Asamblea General de las Naciones Unidas, se adoptó la agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible[1]. Uno de los objetivos fijados fue la reducción a un 50 % del número mundial de muertes y traumatismos por accidentes viales para el año 2020. De acuerdo a [1] en el mundo los accidentes de transito son una de las causas de muerte más importantes en la población general pero entre jóvenes de los 19 a 29 años es la principal causa de muertes. El número de muertes por accidentes de transito, según datos del 2013 que se presentan en [1], se está estabilizando pese al aumento mundial de la población y el incremento del uso del vehículo; Sin embargo, las tasas de mortalidad por cada 100 mil habitantes, en los países de ingresos bajos ascienden a más del doble de las registradas en los países de ingresos altos, hay un número desproporcionado de muertes con relación a su nivel de motorización: el 90 % de las muertes por accidentes de tránsito se producen en países de bajos y medios ingresos, pese a que sólo concentran el 54 % de los vehículos del mundo.

Un dato importante para la salud publica es que la mitad de todas las muertes que acontecen en las carreteras del mundo se producen entre los usuarios menos protegidos de las vías de tránsito, de acuerdo al informe de la OMS, 2015[1]: motociclistas(23 %), peatones(22 %) y ciclistas(4 %). Y la probabilidad de que estas personas mueran varia de acuerdo a la región, ya que 43 % de estos mueren en la región de África, siendo el mayor porcentaje de muertes.

1.1.2. Acciones Mundiales

La legislación sobre seguridad vial contribuye a mejorar el comportamiento de los usuarios de las vías de tránsito lo que permiten reducir los accidentes de carretera, los traumatismos y muertes derivados de estos. En especial se debe poner énfasis las leyes relativas a los cinco factores de riesgo más importantes que afectan a la seguridad vial: La velocidad, la conducción bajo los efectos del alcohol, el uso del casco cuando se circula en motocicleta, el uso del cinturón de seguridad y el uso de sistemas de retención infantil. En los últimos tres años, varios países se han esforzado para modificar las leyes relativas a uno o más de estos factores de riesgo y se ha visto que los cambios más positivos en el comportamiento de los usuarios de las vías de tránsito se producen cuando la legislación sobre seguridad vial se acompaña de una aplicación firme y constante de la ley y de campañas de sensibilización pública.
Durante las últimas décadas los requisitos reglamentarios y las demandas del consumidor ha hecho que los automóviles sean cada vez más seguros en muchos países de ingresos altos. Sin embargo, la motorización se a incrementado a un ritmo acelerado y por lo mismo en los países de ingresos bajos y medios, donde el riesgo de accidentes de tránsito es mayor. Es importante que los gobiernos de estos países adopten medidas que garanticen que todos los vehículos fabricados dentro de sus fronteras cumplan una serie de normas básicas, ya estén destinados a la venta nacional o exportación.

1.1.2.1. Reducción de velocidad

A medida que la velocidad aumenta, también aumenta la probabilidad que ocurra un accidente y la gravedad de sus consecuencias, en especial para los peatones, ciclistas y motociclistas. El establecimiento de limites nacionales de velocidad es una medida importante para conseguir que se reduzca la velocidad. Los limites máximos de velocidad en vías urbanas deberían ser inferiores o iguales a $50km/h$, Además las autoridades locales deben tener competencias legislativas para reducir los limites de velocidad, donde se tengan en cuenta las circunstancias locales. Sin embargo sólo 47 países cumplen esos dos criterios legislativos. si bien es escencial aplicar la ley con firmeza para que los limites de velocidad de respeten, únicamente 27 países consideran que el grado de cumplimiento de las leyes sobre velocidad aplicables en su territorio es "bueno".

1.1.2.2. Reducir la conducción bajo los efectos del alcohol

Conducir bajo los efectos del alcohol aumenta la probabilidad de accidente y de que este termine en muerte o traumatismo grave. Por ello promulgar y hacer cumplir leyes que establezcan

el limite de concentración en sangre en 0,05g/dl puede contribuir a reducir considerablemente los accidentes relacionados. Si bien, en los últimos años, ocho países han mejorado su legislación en materia de conducción bajo los efectos del alcohol, sólo 34 países en todo el mundo cuentan con leyes nacionales sobre conducción bajo los efectos del alcohol que establecen el límite de concentración de alcohol en la sangre a un nivel igual o inferior a 0,05g/dl así como un límite más bajo igual o inferior a 0,02g/dl para conductores jóvenes y noveles.
Veintiuno de esos paises se encuentran en la región de Europa, lo que indica la necesidad de extender las buenas practicas a nivel mundial.

1.1.2.3. Mejorar el uso y la calidad de los cascos de motocicletas

El rápido aumento en muchos países del uso de vehículos de motor de dos ruedas se ha visto acompañado por un aumento de los traumatismos y la mortalidad entre los usuarios de motocicletas, pero llevar un casco puede reducir el riesgo de muerte en casi un 40 % y de sufrir traumatismos graves en aproximadamente 70 %.
Si bien las leyes relativas al uso del casco deben aplicarse a todos los motociclistas (incluyendo niños) y han de prever normas que regulen la calidad de los cascos, solamente 44 países tienen leyes que se apliquen a todos los conductores, pasajeros, carreteras y tipos de motos; además se debe exigir que el casco siempre vaya abrochado. Los países donde existen leyes que integran esas características son fundamentalmente países de ingresos altos de la región de Europa, lo que es especialmente preocupante, dado que en la región de Asia Sudoriental y la Región del Pacífico Occidental muere una proporción elevada de motociclistas, mientras que en la Región de las Americas, el porcentaje de motociclistas que mueren a consecuencia de un accidente de transito va en aumento del 15 % al 20 %, entre 2010 y 2013.

1.1.2.4. Aumento del uso del cinturón de Seguridad

En los últimos tres años, en muchos países se ha avanzado para modificar leyes relativas al uso del cinturón de seguridad, cinco países han adaptado sus leyes para que estén en consonancia con las mejores practicas. En 105 países se han promulgado leyes integrales sobre el uso del cinturón de seguridad que contemplan a todos los pasajeros del vehículo y abarcan el 67 % de la población mundial. Sin embargo, pese a haber mejorado la legislación, es necesario invertir muchos más esfuerzos para mejorar el cumplimiento de las leyes sobre el uso del cinturón de seguridad, dado que solamente 52 países consideran que el cumplimiento de la legislación aplicable en su territorio es "buena".

1.1.2.5. Mejorar los sistemas de retención infantil

Únicamente 53 países cuentan con leyes en materia de sistemas de retención infantil basadas en la edad, la altura y el peso del menor, y exigen que se cumplan una serie de requisitos en cuanto a la edad o peso para que el niño pueda viajar en el asiento delantero. El costo de los sistemas de retención infantil puede llegar a ser prohibitivo para muchas familias y puede mermar la eficacia de las leyes. Para aumentar el nivel de cumplimiento de la ley es preciso resolver los problemas que existen relacionados con el acceso a los sistemas de retención infantil y a su costo.

1.1.3. Problema en México

Los siguientes datos fueron obtenidos del INFORME SOBRE LA SITUACIÓN DE LA SEGURIDAD VIAL, MÉXICO 2015,[2]
En México las lesiones de tránsito siguen encontrándose entre las diez principales causas de muerte. Según datos de la Secretaría de Salud[2], en el 2014, se registraron 15 886 defunciones, cifra 0. 9 % menor que el año previo. Sin embargo segun el informe sobre la Situación de la Seguridad Vial en la Región de las Américas, México ocupa la posición número 20, de 32 países que conforman la región.
A nivel nacional varias entidades federativas aumentaron la tasa de mortalidad respecto al año 2013: Campeche, Baja California, Zacatecas, Sinaloa y Veracruz, esto porcentual-mente, sin embargo los estados con tasas de mortalidad más alta (en número de decesos por cada 100 mil habitantes) se registraron en Tabasco, Zacatecas, Sinaloa, Durango, Sonora y San Luis Potosí.
Por tipo de usuario, los peatones son quienes concentran el mayor porcentaje de fallecimientos, en 2014 se registraron 8214 atropellamientos fatales y 5031 ocupantes de vehículo, 2317 motociclistas y 324 ciclistas muertos. Lo que deja como a los usuarios más vulnerables de la vía, a los peatones, ciclistas y motociclistas que forman el 68. 3 % de los muertos en México.
Lo cual sugiere que se debe focalizar y priorizar las intervenciones en seguridad vial para resguardar la vida de los usuarios vulnerables. Particularmente en estados como: Tabasco, Sinaloa, Durango, Sonora, San Luis Potosí, Aguascalientes, Querétaro, Jalisco, Guanajuato, Tamaulipas, Colima, Chihuahua, Puebla, Nuevo León, Oaxaca, Morelos, Chiapas, Quintana Roo, Baja Californa, Estado de México y Ciudad de México la prioridad debe dirigirsé a los peatones, mientras que en Tabasco, Sinaloa, Campeche, Colima y Yucatán tienen problemas de mortalidad en el caso de motociclistas.
Entre los grupos poblacionales de prioridad, la principal causa de fallecimientos son los atropellamientos, la mayoría de ellos están dentro del grupo de 20-39 años de edad. También se

identifica un problema de inseguridad peatonal acentuado en niñas y niños menores a cinco años y en los adultos mayores a 60 años. En cuanto a las defunciones entre motociclistas, la mayor parte de ellos están entre 20-39 años de edad.
En México, el 50 % de los accidentes se registran en Nuevo León(21 %), Jalisco(13 %), Chihuahua(8 %), Guanajuato(4 %) y Baja California (4 %).
Según datos la situación de la seguridad vial en México ha mejorado. El Centro Nacional para la Prevención de Accidentes, ahora Secretariado Técnico del Consejo Nacional para la Prevención de Accidentes (STCONAPRA), ha realizado intervenciones destinadas a resguardar la vida de los ocupantes de vehículos. Sin embargo la mayoría de las defunciones siguen correspondiendo a peatones, y a usuarios de motocicletas.

1.1.4. Acciones en México

Con base en lo establecido en el Programa de Acción Específico: Seguridad Vial 2013-2018, Objetivo 4, sobre impulsar la colaboración multisectorial a nivel nacional para la prevención de lesiones causadas por accidentes viales. por lo que se han instalado los Consejos Estatales para la Prevención de Accidentes (COEPRA). Estos deberán funcionar y tener reuniones periódicas donde se identifiquen prioridades y se establezcan acciones a implementar.
Dentro de los COEPRA las instituciones que participan son diversas y varían entre estados, desde seguridad pública y transito municipal y estatal, Policía Federal, Fiscalías Generales de los Estados, Cruz Roja, Protección Civil, Bomberos, Centros de Control, Comando, Comunicaciones y Cómputo, Educación Pública, Juventud y los Servicios de Salud de los Estados.

1.1.4.1. Legislación integral en seguridad vial

Los beneficios de una legislación integral en temas de seguridad vial son señalados por la OMS [1], Para ser integral, una legislación en seguridad vial debe existir, ser adecuada y aplicarse rigurosamente. En México se ha hecho a través de las leyes y reglamentos de tránsito.
Una legislación se considera adecuada en tanto disponga, sobre cada factor de riesgo cuando menos la forma de prevención en términos descriptivos y acorde a las recomendaciones de la OMS. Esto es: Velocidad, alcoholemia en conductores, uso de cinturón de seguridad, uso de sistemas de retención infantil, distractores, cascos.

1.1.4.2. Acción estratégica de alcoholimetría

En lo que respecta a la acción estratégica de alcoholimetría, durante 2014 se reportó que en 9.3 % de todos los accidentes de tránsito el conductor tenía aliento alcohólico; en 2015, 9.95 % de las 2301 autopsias realizadas a personas fallecidas en el tránsito dieron positivo a alcohol. Bajo estas circunstancias es importante asegurar el cumplimiento de la legislación por parte de los usuarios de las vías mediante la aplicación de puntos de control de alcoholimetría.
Para fortalecer la acción y hacerla exitosa en el contexto nacional, durante 2015, en coordinación con los responsables estatales, se replanteó la lista de municipios prioritarios. Esto para focalizar las acciones en los municipios de altas tasas de mortalidad por lesiones causadas por el tránsito o donde el alcohol es un factor de riesgo.

1.1.4.3. Observatorios estatales de lesiones

Los observatorios de lesiones son un espacio intersectorial y multidisciplinario orientado al análisis de información necesaria, relevante y confiable sobre lesiones causadas por el tránsito. A través de las reuniones de los COEPRA se conforman los Observatorio Estatales de Lesiones (OEL).
El Observatorio Nacional de Lesiones puso en marcha una plataforma informática móvil y web, Registro de Accidentes Viales en México, utilizada para capturar datos, este permite georreferenciar los accidentes en tiempo real por tipo de usuario y vialidad.
La meta es fortalecer e impulsar el funcionamiento de aquellos observatorios ya instalados y gestionar la creación en entidades federativas donde aún carecen de ésta.

1.1.4.4. Mediciones de factores de riesgo

Realizar la medición tiene el objetivo de identificar la prevalencia de factores de riesgo para la ocurrencia de accidentes de tránsito o la gravedad de las lesiones. Esto permite establecer las intervenciones que se podrían realizar para mejorar la seguridad vial.
Como ejemplo, entre 2000 y 2012 se registró un aumento en el número de accidentes de tránsito en motociclistas, así durante 2014 y 2015 se enfoco la medición de factores de riesgo a los que estan expuestos los usuarios. Y según evidencia científica, el uso de casco, ropa protectora protege de las lesiones, mientras el uso de reflejantes y luces diurnas disminuye los accidentes.

1.1.4.5. Auditorías de Seguridad Vial

Con la premisa que salud y vida humana tienen prioridad sobre movilidad y cualquier otro objetivo del sistema vial, se han realizado adecuaciones a los temas de los cursos sobre auditorías de seguridad vial, como la inclusión del concepto de Visión Cero, esto es que las carreteras, las calles y los vehículos deben adaptarse en mayor medida a las condiciones del ser humano.
Actualmente la jerarquía en la movilidad se expresa de la siguiente manera

- Peatones, en especial personas con alguna discapacidad y otros sectores de la población con necesidades especiales.
- Ciclistas
- Usuarios y prestadores de servicios de transporte de carga
- Usuarios de transportes particulares automotores.

Esta nueva jerarquía considera la modificacion al diseño geométrico de las vialidades, quita espacios a los conductores y otorga mayores facilidades a peatones y ciclistas, banquetas mas amplias y mejor iluminadas, semáforos peatonales que incluyan cronómetro y sonido para personas con discapacidad visual.

1.1.4.6. Capacitación en Seguridad Vial

La capacitación para formadores y promotores en seguridad vial es uno de los componentes eje del Programa Nacional de Capacitación en Seguridad Vial, la coordinación y operación de este componente se encuentra bajo la responsabilidad del STCONAPRA, lo que permite un control de las actividades y resultados alcanzados por cada entidad.

1.1.4.7. Centros Reguladores de Urgencias Médicas

Las muertes y discapacidades por lesiones a causa del tránsito son un creciente problema de salud pública. las consecuencias físicas, emocionales y/o económicas pueden ser devastadoras para los individuos, familias y comunidades.
Durante mucho tiempo, para atender los accidentes se contaba con una diversidad de servicios de atención a la salud. Estos se estructuraron sin planeación, sin coordinación, con falta de distribución de acuerdo a las necesidades de la población.
En ese sentido, el STCONAPRA da pasos firmes en la integración del Modelo de Atención

Médica Prehospitalaria, con la actualización de la Norma Oficial Mexicana, cuyo eje rector es el Centro Regulador de Urgencias Médicas. Actualmente se cuenta con una cobertura del 50 %, es decir 16 Centros en el mismo número de entidades.
Lo que también se busca es que todo el personal que presta sus servicios a bordo de ambulancias que carecen de formación educativa formal.

1.1.4.8. Comunicación Social

Como un objetivo el STCONAPRA, estableció la implementación de campañas de comunicación sobre la prevención de lesiones causadas por el tránsito.
Después de analizar numerosas campañas de publicidad social y tras estudiar autores e investigadores especializados en el tema, el STCONAPRA y la Secretaría de Salud del Gobierno del Estado de Guanajuato, desarrollaron la Campaña Evita Comportamientos Riesgosos, donde evita transmitir mensajes intimidantes, que atemoricen al adoptante objetivo; evitar mensajes con imágenes crudas o patéticas; mostrar las causas de los problemas, pero sobre todo las posibles soluciones; destacar los beneficios que pueden derivarse de una determinada conducta o situación.

1.1.5. Trabajo Intersectorial en Seguridad Vial, México

1.1.5.1. Programa Mesoamericano

Es un espacio político de alto nivel que articula esfuerzos de cooperación, desarrollo e integración entre los 10 países integrantes. Su elaboración implicó un análisis de la situación de la seguridad vial en la región, y se trabajó en reuniones presenciales y virtuales.
Se eligió un municipio; Mérida en Yucatan, donde se han impulsado ya distintas acciones en favor de la seguridad vial. La primera de ellas fue la instalación del Comité Municipal de Prevención de Accidentes y Seguridad Vial.
El primer producto de este programa fue el desarrollo del Plan de Seguridad Vial del Municipio de Mérida 2015-2019. Incorpora distintas acciones directamente vinculadas a lo siguiente

- Fortalecimiento del liderazgo local para la seguridad vial.
- Legislación de factores de riesgo y protectores en la ciudad.
- Capacitación y sensibilización en seguridad vial
- Comunicación social
- Acción Estratégica de alcoholimetría

- Observatorio Municipal de lesiones
- Movilidad sostenible y promoción de infraestructura segura para peatones, ciclistas y motociclistas
- Atención prehospitalaria y hospitalaria de emergencias.

1.1.5.2. Instituto Mexicano del Transporte

El IMT es un órgano desconcentrado de la SCT que tiene como misión realizar trabajos de investigación e innovación tecnológica. Entre las acciones de este grupo destacan

- La revisión del formato que utiliza la Policía Federal para el reporte de lesiones causadas por el tránsito y del porturario que define los daños en la infraestructura ocasionados por ellos.
- El desarrollo de un procedimiento para que los desperfectos en la infraestructura de las carreteras federales libres de peaje, así como la formulación de un catálogo de aquellos que ponen en riesgo a sus usuarios y que detecta la Policía Federal, para que sean reparados eficazmente por la SCT.
- La coordinación del Subgrupo 4A, del Comité Técnico Especializado de Información Económica y Operativa del Sector Transporte, para la Revisión de las Estadísticas Disponibles y la Metodología para Obtener Indicadores de Accidentes Viales y sus Causas, presidido por la Subsecretaria de Transporte, con la Secretaria Técnica a cargo de INEGI.
- La continuación de la formación post-profesional en materia de seguridad vial, a través de los instrumentos:
    1. Diplomado virtual en línea sobre seguridad vial en carreteras.
    2. Curso de seguridad vial con temáticas relacionadas con el factor humano, investigacional y reconstructivo de accidentes viales.
    3. Curso en línea de formación de auditores viales.
- La implementación del Diplomado en Hechos de Tránsito y Seguridad Vial a mas de 160 elementos de la Policía Federal, en coordinación con el Sistema de Desarrollo Policial de la CNS, a través de la Policía Federal, se organizó e impartió conjuntamente con el STCONAPRA y la Guardia Civil Española,

- La selección del IMT como líder nacional de la Red Temática de Investigación de Accidentes Viales, auspiciada por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, para dirigir la investigación.

1.2. Consulta de Seguros de vehículos en la FIDES por parte de la AMIS

En México está establecido por ley que los vehículos deben tener un seguro de Responsabilidad Civil contra Daños a Terceros, pero en la realidad no hay un mecanismo que facilite la contratación de este tipo de seguros.
Con la finalidad de conocer la situación del Seguro Obligatorio en Latinoamerica para de esta manera mejorar la instrumentación de éste en México, la Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros (AMIS) realizó una consulta en países miembros de la Federación Interamericana de Empresas de Seguros para identificar los países que cuentan con el esquema de seguro obligatorio de vehículos, así como su funcionamiento, ventajas y problemas.[3]
Los países participantes fueron: Argentina, Honduras, Bolivia, México, Brasil, Nicaragua, Chile, Panamá, Colombia, Paraguay, Ecuador, Perú, El Salvador, Uruguay, España, Venezuela, Guatemala.
Según los resultados expresados en [3], 14 países cuentan con una legislación que contempla el Seguro Obligatorio de Automóviles, pero sólo en 12 esto es exigido por la ley.
En México la legislación se contempla estatal, en algunos casos municipal pero no hay mecanismos para fiscalizarlo.
De igual manera se menciona en [3], el porcentaje del parque vehicular total asegurado en cada país es: Argentina 77 %, Bolivia 77 %, Brasil 75 %, Chile 100 %, Colombia 80 %, España 97 %, Guatemala 15 %, México 26 %, Nicaragua 60 %, Panamá 70 %, Venezuela 65 %, Uruguay 80 %. En promedio un 68 %, y el porcentaje es mayor en los países que cuentan con un seguro obligatorio.
En cuestión de la operación del Seguro Obligatorio, en la mayoría de los países éste es administrado por las aseguradoras, excepto Nicaragua en donde es administrada por el Gobierno. Y para comprobar el seguro en la mayoría de países se usa la verificación vehicular, y sólo 3 usan un sistema de registro. Como dato importante no se menciona que los gobiernos otorguen subsidio para la adquisición del seguro.
Sin embargo hay estudios que registran evidencia de que la imposición de un seguro obligatorio genera un aumento en el número de accidentes; debido a que se presenta un cambio en la percepción del riesgo en los nuevos asegurados. En este sentido se recomienda tomar medidas

para evitar un cambio de comportamiento, a través de campañas de concientización sobre los efectos que este comportamiento podría tener sobre el precio del seguro. En consecuencia de esta situación, sólo tres países aplican el sistema de modificación de tarifas.
En cuestión a coberturas el seguro se enfoca a cubrir daños a personas victimas de un accidente. Aunque hay países que también cubren los daños a bienes. En algunos casos se plantea la existencia de un fondo de garantía para compensar a la víctima por los daños causados por un vehículos no identificados o no asegurado. De los países con Seguro Obligatorio de Autos sólo la mitad cuentan con un fondo de garantía para las víctimas.
En cuestión del desempeño del seguro, la consulta señala que en el 75 % de los países con este seguro las primas cobradas han sido suficientes para solventar los siniestros.
Como conclusión en [3], se indica que se debe contar con información actualizada sobre la experiencia internacional en materia de esfuerzos para el desarrollo y penetración del seguro. Tener la información adecuada es uno de los mecanismos más poderosos para impulsar iniciativas ante legisladores, autoridades y órganos gubernamentales de cada país.
En el caso particular del Seguro Obligatorio de Automóviles, el potencial de protección que puede brindar a las víctimas de accidentes de tránsito, hace que se ponga de manifiesto la importancia social del seguro y coadyuva a fortalecer la educación en materia de necesidades de protección y de aseguramiento en la población, elementos que son necesarios para fomentar aún más el desarrollo del mercado asegurador.

Capítulo 2

Elementos Matemáticos para el cálculo de primas

En este capítulo se presentan las herramientas matemáticas que se usaran en el cálculo de las primas. En primera instancia se hará una revisión de la teoría del riesgo. En segundo lugar se hace una revisión de los modelos lineales generalizados, poniendo énfasis en la regresión Poisson y la regresión Gamma.[4]

2.1. Modelo Colectivo de Riesgo

Considere que en una compañía aseguradora tiene en su haber un número determinado de vehículos asegurados, con un periodo de tiempo fijo, $[0,\ T]$. Generalmente al hablar de vehículos se toma un año como el periodo de tiempo que ampara el seguro.
N el número de reclamaciones ocurridas en el periodo de tiempo $[0, T]$. N es una variable aleatoria discreta cuyos valores son los del conjunto $\{1,\ 2,\ 3,\ \ldots\}$ y las variables positivas: $Y_1,\ Y_2, \ldots,\ Y_N$ los montos de cada reclamación.

Supondremos que el número de reclamaciones son variables aleatorias independientes. Además supondremos que los montos de las reclamaciones son variables aleatorias independientes idénticamente distribuidas.
De esta manera se tendría los eventos observados en la figura 2.1

Definición 2.1.1. *El monto acumulado de todas las reclamaciones efectuadas es lo que la*

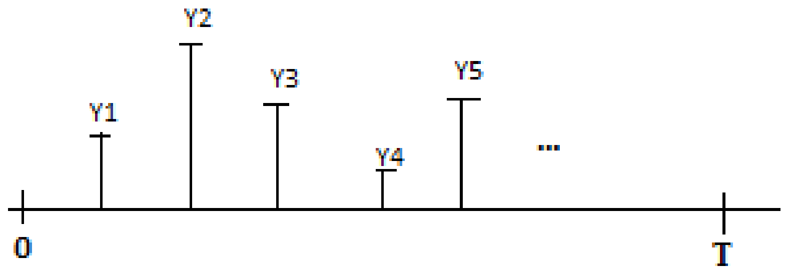

Figura 2.1: Eventos de reclamaciones en el periodo de tiempo $(0, T)$

compañía aseguradora tendrá que pagar en ese periodo de tiempo. A esta variable aleatoria S, se llama riesgo, y está dada por

$$S = \sum_{j=1}^{N} Y_j \tag{1}$$

donde $Y_1,\ Y_2,\ldots$ *son variables positivas idénticamente distribuidas e independientes entre si y* N *es una variable aleatoria de conteo. Cuando* $N = 0$ *se define* S *como* $S = 0$.

De ésta manera, cada uno de los sumandos es una variable aleatoria y también el número de sumandos es una variable aleatoria. Si los montos son continuos, S es continua y si son discretos S es discreta.
A la función de distribución de cada reclamación la denotaremos con la letra G. Se asume naturalmente que $G(0) = 0$, ello equivale a decir que la variable Y es positiva.
El problema central es encontrar la distribución de probabilidad de S, la cual depende de las distribuciones de Y y de N.

Definición 2.1.2. *Una convolución se define como*

$$G^{*n}(x) = P(Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n \leq x)$$

y si $n = 0$ *(no hay sumandos) esta convolución se define como*

$$G^{*0}(x) = \begin{cases} 1 & si \quad x \geq 0 \\ 0 & si \quad x < 0 \end{cases}$$

En estos casos n se toma como un número que podría tomar la variable N.

Proposición 2.1.1. *La función de distribución del riesgo S en el modelo colectivo es*

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} G^{*n}(x)P(N = n)$$

Demostración

$$\begin{aligned}
F(x) &= P(S \leq x) \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} P(S \leq x|N = n)P(N = n) \\
&= P(S \leq x|N = 0)P(N = 0) + \sum_{n=1}^{\infty} P(Y_1 + \cdots + Y_n \leq x)P(N = n) \\
&= G^{*0}(x)P(N = 0) + \sum_{n=1}^{\infty} G^{*n}(x)P(N = n) \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} G^{*n}P(N = n) \\
&\blacksquare
\end{aligned}$$

Proposición 2.1.2. *Suponiendo que las cantidades y funciones indicadas existen, el riesgo S en el modelo colectivo cumple las siguientes propiedades*

1. $E(S) = E(N)E(Y)$.

2. $V(S) = V(N)E^2(Y) + V(Y)E(N)$.

3. $M_s(t) = M_N(ln(M_y(t)))$.

Demostración

1. Condicionaremos sobre el valor de N y despues usaremos la hipótesis de independencia. Se sabe que por propiedad de la esperanza condicional

$$\begin{aligned}
E(S) &= E(E(S|N)) \\
.
\end{aligned}$$

De aquí tomamos la parte interior

$$\begin{aligned}
E(S|N) &= E(Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n|N = n) \\
&= E(Y_1|N = n) + \ldots + E(Y_n|N = n) \\
&= E(N)E(Y)
\end{aligned}$$

Entonces uniendo ambas igualdades

$$\begin{aligned} E(S) &= E(E(S|N)) \\ &= E(E(N)E(Y)) \\ &= E(N)E(Y) \end{aligned}$$

.

2. Por las propiedades de la varianza se sabe que

$$V(S) = E(S^2) - E(S)^2$$

y ya vimos que la esperanza de S es

$$E(S) = E(N)E(Y)$$

y la esperanza de S al cuadrado es

$$\begin{aligned} E(S^2) &= E(\sum_{i=1}^{n} Y_i^2) + \sum_{i=1}^{n} E(N(N-1))E^2(Y_i) \\ &= E(N)E(Y^2) + E(N^2)E^2(Y) - E(N)E^2(Y) \end{aligned}$$

Entonces, al sustituir estos dos términos en $V(S)$

$$\begin{aligned} V(S) &= E(S^2) - E^2(S) \\ &= E(N)E(Y^2) + E(N^2)E^2(Y) - E(N)E^2(Y) - (E(N)E(Y))^2 \\ &= E(N)(E(Y^2) - E^2(Y)) + E^2(Y)(E(N^2) - E^2(N)) \\ &= E(N)V(Y) + E^2(Y)V(N) \end{aligned}$$

.

3. Primero veremos que por propiedad de la esperanza condicionada

$$\begin{aligned} M_S(t) &= E(e^{St}) \\ &= E(E(e^{St}|N)) \end{aligned}$$

Así la esperanza condicional dentro de los paréntesis es

$$\begin{aligned} E(e^{St}|N=n) &= E(e^{t(Y_1+Y_2+\ldots+Y_n)}|N=n) \\ &= (E(e^{tY}))^N \\ &= (M_Y(t))^N \end{aligned}$$

Por lo que

$$\begin{aligned} M_S(t) &= E(E(e^{St}|N)) \\ &= E(E(e^{tY})^N) \\ &= E((M_Y(t))^N) \\ & \quad \text{Aplicamos logaritmo para tener como base al número e} \\ &= E(e^{N\ln(M_Y(t))}) \\ &= M_N(\ln(M_Y(t))) \end{aligned}$$

■

2.1.1. Modelo Poisson Compuesto

El número de reclamaciones N, es el número de ocurrencia de eventos, por lo que se considera que N sigue una distribución Poisson entonces se dice que el riesgo S tiene una distribución Poisson compuesta, y se describe como $S \sim Poissoncomp(\lambda, G)$, en donde λ es el parámetro de la distribución Poisson y G es la función de distribución de cada sumando de S. Para este modelo se tienen los siguientes resultados.

Proposición 2.1.3. *Si N tiene distribución $Poisson(\lambda)$, entonces*

a) $E(S) = \lambda E(Y)$

b) $V(S) = \lambda E(Y^2)$

c) $M_S(t) = \exp\left[\lambda(M_Y(t) - 1)\right]$

Para la demostración tomaremos el hecho de que si N tiene distribución $Poisson(\lambda)$, entonces $E(N) = \lambda$, $Var(N) = \lambda$, y $M_N(t) = \exp(\lambda(e^t - 1))$.
Demostración

1. $E(S) = E(N)E(Y) = \lambda E(Y) = \lambda E(Y)$

2. $V(S) = E(N)V(Y) + V(N)E^2(Y)$
   $= \lambda V(Y) + \lambda E^2(Y)$
   $= \lambda(E(Y^2) - E^2(Y)) + \lambda E^2(Y)$
   $= \lambda E(Y^2) - \lambda E(Y)^2 - \lambda E(Y)^2$
   $= \lambda E(Y^2)$

3. $M_S(t) = M_N(\ln(M_Y(t))) = exp(\lambda(e^{\ln(M_Y(t))} - 1)) = exp\left[\lambda(M_Y(t) - 1)\right]$

2.1.2. Modelo Poisson compuesto con varios tipos de riesgos

Cuando se tienen riesgos independientes, S_1, S_2, que siguen el modelo Poisson compuesto, la suma de estos es también Poisson compuesto, esto se presenta por ejemplo cuando se tiene el riesgo S_1 correspondiente al robo de autos y el riesgo S_2 por daño en choque.

Proposición 2.1.4. *Sean S_1 y S_2 dos riesgos independientes con distribución Poisson compuesta con parámetros λ_1 y λ_2, y reclamaciones $Y^{(1)}$ y $Y^{(2)}$ con función de distribución $G_1(x)$ y $G_2(x)$ respectivamente. Entonces el riesgo $S = S_1 + S_2$ también sigue una distribución Poisson compuesta con parámetro $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$, y las reclamaciones tienen función de distribución*

$$G(x) = \frac{\lambda_1}{\lambda} G_1(x) + \frac{\lambda_2}{\lambda} G_2(x)$$

Demostración
Por independencia de S_1 y S_2 tenemos que

$$\begin{aligned} M_{S_1+S_2}(t) &= M_{S_1}(t) M_{S_2}(t) \\ &= exp\left[\lambda_1(M_{Y^{(1)}}(t) - 1)\right] exp\left[\lambda_2(M_{Y^{(2)}}(t) - 1)\right] \\ &= exp\left[\lambda\left(\frac{\lambda_1}{\lambda} M_{Y^{(1)}}(t) + \frac{\lambda_2}{\lambda} M_{Y^{(2)}}(t) - 1\right)\right] \end{aligned}$$

De donde se toma que $\frac{\lambda_1}{\lambda} M_{Y^{(1)}}(t) + \frac{\lambda_2}{\lambda} M_{Y^{(2)}}(t)$ es la función generadora de momentos de la función de distribución $G(x) = \frac{\lambda_1}{\lambda} G_1(x) + \frac{\lambda_2}{\lambda} G_2(x)$.■

2.1.3. Modelo Poisson Compuesto con reclamaciones clasificadas

Sea S un riesgo con distribución Poisson compuesta con parámetro λ. Suponga que los montos de las reclamaciones pueden ser clasificadas en m categorías excluyentes y exhaustivas denotadas por $A_1, \ldots, A_m$. Típicamente estas categorías pueden ser intervalos de valores para las reclamaciones. Sea $p_k = P(Y \in A_k) > 0$ tal que $p_1 + \cdots + p_m = 1$. Sea N_k el número de reclamaciones del tipo k. Entonces $N = N_1 + \cdots + N_m$ y debido a la independencia de los montos en las reclamaciones, el vector $(N_1. \cdots, N_m)$ tiene una distribución condicional multinomial $(p_1, \ldots, p_m; n)$, cuando $N = n$, es decir, para enteros no negativos $n_1, \ldots, n_m$ tales que $n_1 + \cdots + n_m = n$, la distribución multinomial establece que

$$P(N_1 = n_1, \ldots, N_m = n_m | N = n) = \binom{n}{n_1, \cdots, n_m} p_1^{n_1} \cdots p_m^{n_m}$$

Proposición 2.1.5. *Las variables aleatorias $N_1, \ldots, N_m$ son independientes y cada variable N_k tiene distribución Poisson(λp_k).*

Demostración Sean $n_1, \ldots, n_m$ enteros no negativos cualesquiera y sea n la suma de todos estos números, es decir, $n_1 + \cdots + n_m = n$. Entonces

$$\begin{aligned}
P(N_1 = n_1, \ldots, N_m = n_m) &= P(N_1 = n_1, \ldots, N_m = n_m, N = n) \\
&= P(N_1 = n_1, \ldots, N_m = n_m | N = n) P(N = n) \\
&= \frac{n!}{n_1! \cdots n_m!} p_1^{n_1} \cdots p_m^{n_m} \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} \\
&= \prod_{k=1}^{n} \frac{(\lambda p_k)^{n_k}}{n_k!} e^{-\lambda p_k}
\end{aligned}$$

De aquí que la variable N_k tiene distribución marginal $Poisson(\lambda p_k)$ y se verifica la independencia.

Se aclara que las variables aleatorias $N_1, \ldots, N_m$, condicionadas al evento $(N = n)$, no son independientes, mientras que si no se condiciona si lo son. Por otro lado los montos de las reclamaciones son independientes de N.

Definición 2.1.3. *El riesgo de tipo k está dado por la variable*

$$S_k = \sum_{j=1}^{N_k} Y_j^{(k)},$$

En donde $Y_j^{(k)}$ es una variable aleatoria con función de distribución

$$G_k(x) = P(Y_j \leq x | Y_j \in A_k) = \frac{P(Y_j \leq x, Y_j \in A_k)}{P(Y_j \in A_k)}$$

Por lo que el riesgo S_k tiene distribución Poisson compuesta con parámetros λp_k y $G_k(x)$. En particular, cuando $A_k = (x_{k-1}, x_k]$, con $0 \leq x_0 < x_1 < \cdots < x_m$, la función de distribución $G_k(x)$ tiene la siguiente forma:

$$G_k(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x < x_k, \\ \dfrac{G(x) - G(x_{k-1})}{G(x_k) - G(x_{k-1})} & \text{si} \quad x_{k-1} \leq x < x_k, \\ 1 & \text{si} \quad x \geq x_k \end{cases}$$

2.2. Regresión Gamma y Poisson

Si suponemos que el monto de las reclamaciones se distribuye como una variable gamma y además que el número de reclamaciones sigue una distribución poisson, entonces resulta de interés estimar los parámetros de éstas dos distribuciones y dado que en el caso de los autos se tienen diferentes modelos, marcas y años, estos se pueden considerar como variables explicativas, en este caso le llamamos variables pero con la premisa que estas no llevan una distribución asociada, es decir no son variables estocásticas; y utilizarlas para estimar los parámetros de las distribuciones considerando los modelos lineales generalizados en particular la regresión gamma y poisson.

Para estimar los parámetros asociados a la distribución Gamma, que se relaciona con el monto de las reclamaciones, la variable Y, y con la distribución Poisson que se relaciona con el número de reclamaciones se utilizaron modelos lineales generalizados, en particular la regresión gamma y la regresión poisson.

Los modelos lineales generalizados se utilizan cuando se tiene una variable de interés, Y, que se puede estudiar de mejor manera usando variables no estocásticas auxiliares, $X_1,\ X_2, \ldots X_k$, que se conocen como variables explicativas. El modelo más simple es el modelo de regresión lineal el cual afirma que Y está relacionado con $X_1,\ X_2, \ldots X_k$ mediante el modelo

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1,i} + \ldots + \beta_k x_{k,i} + \varepsilon$$

con ε variables aleatorias independientes tales que $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ o bien $y_i \sim N(\beta_0 + \beta_1 x_{1,i} + \ldots + \beta_k x_{k,i}, \sigma^2)$ que es equivalente a

$$E(Y_i) = \mu_i = X_i^T \beta; \quad Y_i \sim N(\mu_i, \sigma^2)$$

Así las variables aleatorias Y_i son independientes. Note que las variables están indexadas con el subindice i, esto refiere a que las medias μ_i pueden ser diferentes para cada observación i.

Este modelo tiene la limitante de considerar que Y es una v.a. normal cuando en diferentes ejemplos de la vida real resulta que la variable de interés no sigue una distribución normal. En estos casos se puede generalizar el modelo de regresión lineal, restringiendo que la distribución de probabilidad de Y pertenezca a una familia parámetrica de funciones de densidad mejor conocida como familia exponencial, familia a la que pertenece la distribución Poisson y la distribución gamma.

Una de las principales características de está generalización es que se utiliza una función conocida como función liga $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $g(E(Y)) = \beta_0 + \beta_1 x_{1,i} + \ldots + \beta_k x_{k,i}$

La función liga, en general se toma como una función simple, estrictamente monótona y diferenciable, por lo que existe la función inversa, es decir $g^{-1}(x)$.

Las funciones liga más comunes son:
La identidad
$E(Y) = \beta_0 + \beta_1 x_{1,i} + \ldots + \beta_k x_{k,i}$
Logaritmo
$\log(E(Y) = \beta X^T$.

2.2.1. Familia Exponencial

Consideramos las variables aleatorias Y con función de densidad $f(x,\theta)$ con θ un parámetro. Se dice que $f(y,\theta)$ pertenece a la familia exponencial si su función de densidad está dada por

$$f(y;\theta) = s(y)t(\theta)\exp(a(y)b(\theta))$$

donde a, b, s, t son funciones conocidas.
Haciendo el cambio de $s(y) = \exp(d(y))$ y $t(\theta) = \exp(c(\theta))$ se toma que

$$f(y,\theta) = \exp\left[a(y)b(\theta) + c(\theta) + d(y)\right]$$

En lo que sigue se supondrá $a(y) = I(y) = y$ es decir la función es la identidad, a este caso particular de funciones de densidad se le conoce como la forma canónica. $b(\theta)$ es llamado el parámetro natural de la distribución.
Algunas de las distribuciones que pertenecen a la familia exponencial son:

- Distribución Normal

$$f(y,\theta) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(y-\theta)^2\right]$$

  Con algunos cambios se puede reescribir la función como

$$f(y,\theta) = exp\left[-\frac{y^2}{2\sigma^2} + \frac{y\mu}{\sigma^2} - \frac{\mu^2}{2\sigma^2} - \frac{1}{2}\log(2\pi\sigma^2)\right]$$

  con $b(\theta) = \frac{\mu}{\sigma^2}$ $\quad c(\theta) = -\frac{\mu^2}{2\sigma^2} - \frac{1}{2}\log(2\pi\sigma^2)$ $\quad d(y) = -\frac{y^2}{2\sigma^2}$

- Distribución Poisson

$$f(y,\theta) = \frac{\theta^y e^{-\theta}}{y!} = \exp\left[y\log(\theta) - \theta - \log(y!)\right]$$

  Así tenemos que

$$b(\theta) = \log(\theta) \quad c(\theta) = -\theta \quad d(y) = -\log(y!)$$

- Distribución Binomial

$$f(y,\theta)=\binom{n}{y}\pi^{y}(1-\pi)^{n-y}$$

Podemos convertirla en

$$f(y,\theta)=\exp\left[y\log(\theta)-y\log(1-\theta)+n\log(1-\theta)+\log\left(\binom{n}{y}\right)\right]$$

Con $b(\theta)=\log(\theta)-\log(1-\theta)\quad c(\theta)=n\log(1-\theta)\quad d(y)=\log\left(\binom{n}{y}\right)$

- Distribución Gamma

$$f(y;\alpha,\beta)=\frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)}y^{\alpha-1}\exp\left[-y\beta\right]$$

la cual se puede convertir fácilmente en

$$f(y;\alpha,\beta)=\exp\left[-y\beta+\ln(y^{\alpha-1})+\ln\left(\frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)}\right)\right]$$

donde $b(\beta)=-\beta\quad d(y)=\ln(y^{\alpha-1})\quad c(\beta)=\ln\left(\frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)}\right)$

Proposición 2.2.1. *Sea Y una v.a. cuya función de distribución pertenece a la familia exponencial. Entonces*

$$E(Y)=-\frac{c'(\theta)}{b'(\theta)}$$

Demostración

Sabemos que

$$\int_{-\infty}^{\infty}f(y,\theta)dy=1$$

Por ser función de densidad y por ser uniformemente convergente se tiene que

$$\frac{d}{d\theta}\int_{-\infty}^{\infty}f(y,\theta)dy=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d}{d\theta}f(y,\theta)dy=0 \tag{2}$$

Ahora consideramos el caso particular

$$f(y,\theta)=\exp\left[yb(\theta)+c(\theta)+d(y)\right]$$

Aplicamos la derivada con respecto a θ

$$\frac{df(y,\theta)}{d\theta}=\left[yb'(\theta)+c'(\theta)\right]f(y,\theta)$$

Así por la relación 2, se transforma en

$$\int\left[yb'(\theta)+c'(\theta)\right]f(y,\theta)dy=0$$

Simplificando

$$b'(\theta)E[y] + c'(\theta) = 0$$

De donde

$$E[Y] = -\frac{c'(\theta)}{b'(\theta)}$$

$\blacksquare$

Proposición 2.2.2. *Sea Y v.a. con función de distribución perteneciente a la familia exponencial. Entonces*

$$var(Y) = \frac{b''(\theta)c'(\theta) - c''(\theta)b'(\theta)}{[b'(\theta)]^3}$$

Demostración

Tomando la segunda derivada con respecto a θ de la función

$$\frac{d^2 f(y;\theta)}{d\theta^2} = [yb''(\theta) + c''(\theta)]\, f(y;\theta) + [yb'(\theta) + c'(\theta)]^2\, f(y;\theta)$$

Se puede reescribir parte de lo anterior como

$$[b'(\theta)]^2\, [y - E(Y)]^2\, f(y;\theta) \tag{3}$$

Sabemos por la misma razón de 2, que se obtiene

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2 f(y;\theta)}{d\theta^2} = 0 \tag{4}$$

De esta manera usando 4 y 3 se tiene que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2 f(y;\theta)}{d\theta^2} dy = b''(\theta)E[Y] + c''(\theta) + [b'(\theta)]^2\, var(Y) = 0 \tag{5}$$

Esto debido a que por definición $\int_{-\infty}^{\infty} [y - E(Y)]^2\, f(y;\theta)dy = var(Y)$ Entonces despejando de 5 y sustituyendo por la proposición anterior

$$var(Y) = \frac{b''(\theta)c'(\theta) - c''(\theta)b'(\theta)}{[b'(\theta)]^3} \tag{6}$$

$\blacksquare$

Otro elemento importante para obtener la estimación del parámetro θ es el “estadistico score” el cual se define

Definición 2.2.1. *Sea Y v.a.i. con distribución perteneciente a la familia exponencial, entonces definimos el "estadistico score" como*

$$U(\theta; y) = \frac{dl(\theta; y)}{d\theta} \tag{7}$$

donde

$$l(\theta, y) = yb(\theta) + c(\theta) + d(\theta) \tag{8}$$

La cual es la función log-verosímil de la función de densidad. Entonces por 7 y 8

$$U(\theta, y) = yb'(\theta) + c'(\theta) \tag{9}$$

El cual depende de Y, por lo que es una variable aleatoria.

Proposición 2.2.3. *Sea $U(\theta; y)$ como se definió antes, entonces*

$$E(U) = 0$$

y

$$var(U) = \frac{b''(\theta)c'(\theta)}{b'(\theta)} - c''(\theta)$$

Demostración

Sabemos que

$$U(\theta; y) = yb'(\theta) + c'(\theta) \tag{10}$$

Obtenemos el valor esperado

$$E(U) = E\left[yb'(\theta) + c'(\theta)\right] \tag{11}$$

Tomando el resultado de la proposición 2.2.1 y sustituyendo

$$E(U) = b'(\theta)\left[-\frac{c'(\theta)}{b'(\theta)}\right] + c'(\theta) \tag{12}$$

Por lo que

$$E(U) = 0 \tag{13}$$

Ahora para la varianza

Tomamos la varianza de U

$$var(U) = var(Yb'(\theta) + c'(\theta)) \tag{14}$$

Por propiedades de la varianza

$$var(U) = \left[b'(\theta)\right]^2 var(Y) \tag{15}$$

Ahora tomando el resultado de la proposición 2.2.2

$$var(U) = [b'(\theta)] \left[\frac{b''(\theta)c'(\theta) - c''(\theta)b'(\theta)}{[b'(\theta)]^3} \right] \tag{16}$$

Simplificando obtenemos

$$var(U) = \frac{b''(\theta)c'(\theta)}{b'(\theta)} - c''(\theta) \tag{17}$$

$\blacksquare$

Como dato importante se debe agregar, que la varianza del estadistico score, tiene además otro significado. Este también es conocido como Información y denotado como

$$\Im = var(U)$$

Así, supondremos que el riesgo $S = \sum_{i=1}^{N} Y_i$ se distribuye como una variable aleatoria Poisson compuesta, donde Y se distribuye con una distribución Gamma, entonces revisaremos la regresión Poisson y la regresión Gamma para posteriormente aplicarla en los datos.

2.2.2. Regresión Poisson

La distribución Poisson $Poisson(\lambda)$ es a menudo utilizada para modelar el conteo de datos. Supondremos que la variable Z es el número de ocurrencias de un evento en un espacio de tiempo y que su distribución de probabilidad es:

$$f(z) = \frac{\lambda^z e^{-\lambda}}{z!}, \quad z = 0, 1, 2, \ldots,$$

Por lo que el modelo de regresión Poisson estaría dado como

$$Z = e^{(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots \beta_k x_k + \varepsilon)}$$

Entonces Z se distribuye poisson con parámetro λ.
Para esta distribución la esperanza y la varianza coinciden

$$\begin{aligned} E(Z) &= \lambda \\ var(Z) &= \lambda \end{aligned}$$

Sin embargo estos deben ser tratados con cuidado, generalmente este parámetro debe ser descrito como una tasa, es decir el promedio de los datos. Además el efecto de las variables explicativas en la variable respuesta Z se modela a través del parámetro λ.
Para establecer la regresión Poisson suponemos que se tiene una muestra aleatoria $Z_1, \ldots, Z_N$

de variables independientes, tal que Z_i denota el numero de eventos observados en el i. Sea n el número de unidades del intervalo de tiempo de interés y n_i el número de posibles ocurrencias. El valor esperado de Z_i se escribe

$$E(Z_i) = \mu_i = n_i\theta_i$$

Como ejemplo, supongamos que Z_i es el número de reclamos de seguro para una marca y modelo de automóvil Z_i entonces depende del número de vehículos de esta marca asegurados, n_i, además de otras variables, tales como la antigüedad del vehículo y la localidad donde se use. El subindice i se usa para denotar las combinaciones de marca y modelo, antigüedad, localidad y demás.
La dependencia de θ_i con las variables explicativas la tomamos como

$$\theta_i = e^{x_i^T\beta}$$

Esto garantiza que θ siempre sera mayor que cero. De aquí que el modelo quedaría como

$$E(Z_i) = \mu_i = n_i e^{x_i^T\beta}$$

Y la función liga sería la función logarítmica

$$\log(\mu_i) = \log(n_i) + x_i^T\beta.$$

Esta función se diferencia de la usual por el uso del componente llamado de compensación $\log(n_i)$.
Cuando se modelan datos del mundo real, no siempre se obtienen datos que sean exclusivamente numéricos, es decir, en el caso particular del modelo usado en esta tesis, los vehículos, si bien tienen parámetros numéricos, no podremos poner como número el modelo del auto, el lugar donde se maneja, o donde ocurrió el suceso. Cuando esto sucede se utilizan variables indicadoras, esto quiere decir que la variable sólo nos indicará si pertenece o no al factor propuesto, esto es $x_j = 0$ si el factor de interés está ausente y $x_j = 1$ si está presente. La tasa de relación, RR, para la presencia/ausencia es

$$RR = \frac{E\left(Y_i|presente\right)}{E\left(Y_i|ausente\right)} = e^{\beta_j}$$

Esto siempre que las demás variables explicativas se mantengan iguales.
De manera similar para variables explicativas continuas x_k, el incremento dará un efecto multiplicativo de e^{β_k} en μ. Esto se explica directamente de la definición del propio modelo.

Cuando se crea el modelo se proponen hipótesis que recaen sobre el vector β. Por lo general, la hipótesis nula es que el vector $\beta = (\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_m)$ es igual a $(\beta_0, 0, 0, \ldots, 0)$, lo que indicaría que la variable respuesta no depende de las variables explicativas. Estas se realizan usando diversos estadísticos que desarrollaremos. Cuando se calculan los estimadores para β_j se utiliza métodos de máxima verosimilitud, esto hace que el estimador tenga distribución asintóticamente normal con valor esperado β, además de ser in-sesgado, por lo que se puede obtener que se cumple lo siguiente.

$$\frac{b_j - \beta_j}{s.e.(b_j)} \sim N(0,1)$$

Donde $s.e.(b_j)$ es el error estándar de b_j, y b_j el estimador de β_j.
Los valores ajustados están dados por

$$\hat{Z}_i = \hat{\mu}_i = n_i e^{x_i^T b_i}$$

A menudo estos valores se denotan por e_i (el i-esimo valor esperado) puesto que son estimaciones de los valores $E(Z_i) = \mu_i$. Y como en la distribución Poisson $Var(Z_i) = E(Z_i)$, entonces el error estándar de Z_i se estima por $\sqrt{(e_i)}$, y los residuos Pearson son

$$r_i = \frac{o_i - e_i}{\sqrt{e_i}}$$

Donde o_i denota el valor observado de Z_i.
Para refinar el resultado necesitamos dar una definición, tomando el modelo ya propuesto sabemos que usualmente se puede escribir

$$Z = X\beta + \varepsilon$$

Donde e es el residuo que se define

$$\hat{e}_i = y_i - \exp x_i^T b = z_i - \hat{\mu}_i$$

donde $\hat{\mu}$ como ya dijimos el es valor ajustado.

Definición 2.2.2. *Matriz Hat*
Suponiendo un modelo lineal generalizado $Z = X\beta + e$. La matriz de varianza-covarianza del vector de residuos $\hat{e}$, se obtiene como sigue

$$\begin{aligned} E(\hat{e}\hat{e}^T) &= E\left[(z - Xb)(y - Xb)^T\right] \\ &= E(zz^T) - XE(bb^T)X^T \\ &= \sigma^2\left[I - X(X^TX)^{-1}X^T\right] \end{aligned}$$

Donde I, es la matriz unitaria diagonal.
Con este resultado entonces definimos la Matriz Hat como sigue

$$H = X(X^TX)^{-1}X^T$$

Con esta definición ahora si podemos refinar el residuo Pearson anterior como sigue

$$r_{pi} = \frac{o_i - e_i}{\sqrt{e_i}\sqrt{1-h_i}}$$

Donde h_i, es el i-esimo elemento de la diagonal de la matriz hat.
En el caso particular de la distribución Poisson los residuos se pueden relacionar con el ajuste de bondad chi-cuadrado de manera que, al elevar al cuadrado cada residuo podemos igualar.

$$X^2 = \sum r_i^2 = \sum \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$$

de aquí se puede utilizar el valor estadístico que existe en tablas, pues llegamos a la definición de la prueba de chi-cuadrado para establecer si deshechamos o no la hipótesis nula.

Definición 2.2.3. *Considerando que es el modelo lineal* $\hat{Z} = Xb$ *donde* $b = (X^TX)^{-1}XZ$, *entonces el residuo está dado por* $\varepsilon = Z - Xb$ *así que la suma de cuadrados estaría dada por*

$$\begin{array}{rcl} \varepsilon^T\varepsilon & = & (Z - Xb)^T(Z - Xb) \\ & = & Z^TZ - b^TXZ - Z^TX^Tb + b^TX^TXb \\ \textit{Al sustituit} & & b = (X^TX)^{-1}X^TZ \\ & = & Z^TZ - Z^TX(X^TX)^{-1}X^TZ - Z^TX(X^TX)^{-1}X^TZ + Z^TX(X^TX)^{-1}X^TX(X^TX)^{-1}X^TZ \\ & = & Z^TZ - Z^TX(X^TX)^{-1}X^TZ \\ & = & Z^TZ - b^TX^TZ \end{array}$$

Así definimos la devianza como

$$D = \frac{1}{\sigma^2}(z^tz - b^TX^Tz)$$

Que en el caso lineal, donde se considera que Z *es normal este termino se distribuye como una Ji-cuadrada.*
La constante σ^2 *es desconocida y no puede calcularse directamente por lo que se usa a veces la devianza escalada*

$$\sigma^2 D = z^tz - b^TX^Tz$$

La devianza para el modelo Poisson se puede escribir de la forma

$$D = 2\sum [o_i \log(o_i/e_i) - (o_i - e_i)]$$

Es fácil probar que $\sum o_i = \sum e_i$ entonces la devianza que como

$$D = 2\sum [o_i \log(o_i/e_i)]$$

Los residuos de desviación son las raíces cuadradas de los componentes de D

$$d_i = sign(o_i - e_i)\sqrt{2\left[o_i \log(o_i/e_i) - (o_i - e_i)\right]}$$

por lo que $D = \sum d_i^2$.

Podemos relacionar el ajuste chi-cuadrado y la devianza, basados en la expansión de Taylor así se llega a lo siguiente.

$$o \log\left(\frac{o}{e}\right) = (o - e) + \frac{1}{2}\frac{(o-e)^2}{e} + \dots$$

entonces

$$\begin{aligned} D &\approxeq 2\sum_{i=1}^{N}\left[(o_i - e_i) + \tfrac{1}{2}\frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} - (o_i - e_i)\right] \\ &= \sum_{i=1}^{N}\frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} \approxeq X^2. \end{aligned}$$

De esta manera, la devianza y el ajuste chi-cuadrado pueden ser utilizados como medidas de ajuste, ya que ambos pueden ser calculados a partir de los datos y el modelo; además se pueden comparar con la distribución centrada chi-cuadrada con $N - p$ grados de libertad, donde p es el número de parámetros a estimar.

Antes de la siguiente regresión debemos hacer algunas anotaciones

Definición 2.2.4. *Llámese severidad al monto total del costo que tiene un siniestro y por el que paga la aseguradora.*

2.2.3. Regresión Gamma

La variable aleatoria gamma toma valores puramente positivos, por lo que frecuentemente esta distribución se usa para modelar fenómenos cuyos resultados son positivos como el monto de las reclamaciones. Suponemos que la variable Y es el monto de la severidad ocurrida. En este caso la función gamma del error está dada por

$$f(\varepsilon, \tilde{\beta}, \tilde{\alpha}) = \frac{\tilde{\beta}^{\tilde{\alpha}}}{\Gamma(\tilde{\alpha})}\varepsilon^{\tilde{\alpha}-1}e^{-\varepsilon\tilde{\beta}}$$

Por lo que la regresión gamma sería

$$Y_i = (\beta_0 + \beta_1 x_i) + \varepsilon \tag{18}$$

Entonces Y se distribuye Gamma con parámetro $\tilde{\alpha}$ y $\tilde{\beta}$ como consecuencia de que el residuo ε tenga una distribución gamma. Se sabe que el parámetro $\tilde{\alpha}$ describe la forma, es decir nos describirá una cresta o una caída, mientras el parámetro $\tilde{\beta}$ es el parámetro escala.
En esta distribución la esperanza y la varianza están dadas por

$$\begin{aligned} E(Y) &= \frac{\tilde{\alpha}}{\tilde{\beta}} \\ var(Y) &= \frac{\tilde{\alpha}}{\tilde{\beta}^2} \end{aligned}$$

Se establece una regresión gamma, cuando existen variables relacionadas con la variable $Y \sim Gamma(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})$, así si, Y denota la severidad del evento en el tiempo i y se utiliza las características de los automóviles y la entidad como variables explicativas, esto es marca, modelo y estado de la república se podrá implementar una regresión gamma. Sabemos que el valor esperado de Y_i es

$$E(Y_i) = \mu_i$$

Ahora usando la función link, inversa, usual en el modelo gamma, se tiene

$$\begin{aligned} E(Y_i) &= \mu_i \\ \eta_i &= g(\mu_i) \\ \eta_i &= \mu_i^{-1} \\ \eta_i^{-1} &= \mu_i \\ (x_i^T \beta^1)^{-1} &= \mu_i \end{aligned}$$

donde β^1 denotamos el vector de betas del modelo, para diferenciar del parámetro de la distribución.
De nuevo como en el modelo anterior, el subindice i denotara las combinaciones de marca, modelo, antigüedad, localidad y demás.
De igual manera también el este modelo se tendrán variables indicadoras.
Para obtener la devianza, tomaremos algunos cambios en la formula de la distribución, así tomaremos que

$$\begin{aligned} \tilde{\beta} &= \frac{\nu}{\kappa} \\ \tilde{\alpha} &= \nu \end{aligned}$$

De esta manera tomando ν constante y o_u como un valor observado, el log verosimil se escribe

$$\sum_i \nu(-o_i/\kappa_i - \log \kappa_i)$$

Si ν no es constante pero si proporcional se puede reescribir como

$$\nu \sum w_i(-o_i/\kappa_i - \log \kappa_i)$$

En este caso el máximo ocurre cuando $y = \kappa$, obteniendo $-\nu \sum w_i(1 + \log o_i)$. Sabemos que la devianza es proporcional a la diferencia entre el log verisimil y el máximo obtenido, por lo que obtendríamos

$$D(Y, \kappa) = -2 \sum w_i\{\log(o_i/\hat{\kappa}_i) - (o_i - \hat{\kappa}_i)/\hat{\kappa}_i\}$$

2.2.4. Regresión Multinomial

En el termino lineal $\eta = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \ldots + \beta_m x_m$ las variables $x_1, x_2, \ldots, x_n$ requieren ser variables aleatorias numéricas, si en el problema que se tiene, las variables no son numéricas sino categóricas, y la función de distribución asociada es la multinomial, entonces se puede llegar al modelo poisson.
Consideremos una muestra aleatoria, en la que cada variable tiene J categorías, y considérese un experimento donde se selecciona un valor y este puede ser cualquiera de las J categorías de la variable y sea $\pi_j;\ j = 1, \ldots, J$ la probabilidad para cada categoría.

Entonces tenemos que $\mathring{Y}$ es un vector como sigue

$$\mathring{Y}^T = \left[\mathring{Y}1, \mathring{Y}2, \ldots, \mathring{Y}_J\right]$$

De esta manera la función de distribución multinomial está dada por

$$f(x|n) = \frac{n!}{\mathring{y}_1!\mathring{y}_2! \ldots \mathring{y}_j!} \pi_1^{\mathring{y}_1} \pi_2^{\mathring{y}_2} \ldots \pi_J^{\mathring{y}_J}$$

Se puede notar que esta distribución no pertenece a la familia exponencial, sin embargo existe una manera de llevar esta distribución a la regresión Poisson.
Se tiene $\mathring{Y}_1,\ \mathring{Y}_2,\ \ldots \mathring{Y}_J$ variables aleatorias independientes, cada una con distribución Poisson, $\mathring{Y}_j \sim Po(\lambda_j)$. Dado que son independientes la función de distribución conjunta, sería el producto de las distribuciones.

$$f(y) = \prod_{j=1}^{J} \frac{\lambda_j^{\mathring{y}_j} e^{-\lambda_j}}{\mathring{y}_j!}$$

Ahora tomamos la suma de las variables aleatorias, $\mathring{Y}_1 + \mathring{Y}_2 + \ldots \mathring{Y}_J = n$, de ésta manera n tiene distribución Poisson, $n \sim Po(\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_J)$. Por lo que la función de $\mathring{y}$, condicionada a n, con $\mathring{y}$ dada por

$$\mathring{y}^T = [\mathring{y}_1, \mathring{y}_2 \ldots, y_J]$$

Entonces tenemos que

$$f(\mathring{y}|n) = \frac{\left[\prod_{j=1}^{J} \frac{\lambda_j^{\mathring{y}_j} e^{-\lambda_j}}{\mathring{y}_j!}\right]}{\frac{(\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_J)^n e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_J)}}{n!}}$$

Esta puede simplificarse, de manera que el factor exponencial se elimina y queda de la siguiente manera

$$f(\mathring{y}|n) = \left(\frac{\lambda_1}{\sum \lambda_k}\right)^{\mathring{y}_1} \left(\frac{\lambda_2}{\sum \lambda_k}\right)^{\mathring{y}_2} \cdots \left(\frac{\lambda_J}{\sum \lambda_k}\right)^{\mathring{y}_J} \frac{n!}{\mathring{y}_1! \ldots \mathring{y}_J!}$$

Si $\pi_j = \frac{\lambda_j}{\sum_{k=1}^{K} \lambda_k}$, para toda j, entonces tenemos la distribución multinomial. Con esto se puede estimar los parámetros de una distribución multinomial con regresión Poisson condicionada a la suma, y de ésta manera usar un modelo lineal generalizado.

Si las categorías no tienen un orden natural se puede elegir, al azar, una categoría de referencia desde la cual se establece las probabilidades de las demás, definidas como sigue

$$logit(\pi_j) = \log\left(\frac{\pi_j}{\pi_1}\right) = x_j^T \beta_j$$

Una vez calculados los parámetros β, se obtiene el estimador lineal $x_j^T b_j$. Y la ecuación anterior se convierte en

$$\hat{\pi}_j = \hat{\pi}_1 \exp(x_j^T b_j)$$

Aunado a la condición $\hat{\pi}_1 + \hat{\pi}_2 + \ldots + \hat{\pi}_J = 1$, podemos expresar $\hat{\pi}_1$ de la siguiente manera

$$\hat{\pi}_1 = \frac{1}{1 + \sum_{j=2}^{J} \exp(x_j^T b_j)}$$

Con lo que se concluye que para obtener las probabilidades de cada categoría se tiene la siguiente formula

$$\hat{\pi}_j = \frac{\exp(x_j^T b_j)}{1 + \sum_{j=2}^{J} \exp(x_j^T b_j)}$$

Con esto para obtener un esperado de frecuencias, bastaría con multiplicar el total de observaciones por la probabilidad respectiva a la categoría que esperamos obtener.

Una vez obtenidos estos estimadores, podemos calcular diversos estadísticos necesarios para los ajustes del modelo. Como los residuos Pearson chi-cuadrado que se calculan como sigue

$$r_i = \frac{o_i - e_i}{\sqrt{e_i}}$$

Donde o_i son los datos que se tienen, y e_i son las frecuencias esperadas, $i = 1, \ldots, N$ aquí se considera que N es J veces el numero de patrones existentes.

Los estadísticos de bondad y ajuste son análogos a la regresión logistica Binomial.

- Estadistico Xi-Cuadrada

$$X^2 = \sum_{i=1}^{N} r_i^2$$

- Devianza

$$D = 2\left[l(b_{max}) - l(b)\right]$$

2.2.5. Métodos de selección de Modelo

En todos los casos, es mejor tener un modelo con menos variables explicativas, entonces, es útil contar con un criterio de selección de variables, esto es, para seleccionar el subconjunto de variables explicativas que nos den la mejor información de los datos.

2.2.5.1. Criterio de Información Akaike

Una de las expresiones usadas es medir el modelo mediante

$$Dc = D - \alpha q \varphi$$

Donde D es la desviación, q el número de parámetros en el modelo y φ es el parámetro de dispersión. Este es el criterio de información sugerido por Akaike, que se usa para la selección del modelo, el que posea valor más bajo de parámetro Dc sería el preferido. El problema con éste criterio es que la escala es arbitraria.

2.2.5.2. Intervalos de Confianza

Basados en los parámetros del modelo, β_i, se usan los estimadores de estos, que siguen, de manera asintótica, una distribución normal, $N(\beta_i, \hat{\sigma}^2(\hat{\beta}_i))$, entonces se tendría

$$P\left[-Z_{\alpha/2} \leq \frac{\hat{\beta}_i - \beta_i}{\hat{\sigma}(\hat{\beta}_i)} \leq Z_{\alpha/2}\right] = 1 - \alpha$$

Por lo que de lo anterior obtenemos que nuestro intervalo de confianza estaría dado por

$$\hat{\beta}_i \pm Z_{\alpha/2}\hat{\sigma}(\hat{\beta}_i)$$

Si en el intervalo se encuentra el cero, esto nos diría que con el α elegido la hipótesis nula, $H_0 : \beta_i = 0$, no se rechazaría.

2.2.5.3. Grafica de residuos contra esperados

Graficando los residuos contra los valores esperados se puede detectar fluctuaciones en la varianza a lo largo de los datos.

2.2.5.4. Diagrama de probabilidad normal

Generalmente en los modelos lineales generalizados los residuos se consideran asintóticamente normales. Por lo que se puede usar la gráfica para evaluar las propiedades de estos, aunque estas dependerán del modelo usado.

Capítulo 3

Calculo de prima y mínimo de cobertura

En este capítulo se realizó el análisis de los datos así como el desarrollo de las fórmulas para las primas y la propuesta del mínimo de cobertura para el seguro de pagos a terceros. Es importante señalar que la información con la que se cuenta es bastante escasa, y nos queda la idea que se podrían obtener mejores estimaciones de las primas y de la cobertura de los siniestros con una base mas completa.

3.1. Cálculo de primas

Las primas son pagos por adelantados que realiza un asegurado a una compañía aseguradora para obtener una cobertura parcial o completa de un riesgo determinado, en los términos y condiciones que establezca la póliza del seguro.
En lo siguiente se denotará por $p(S)$ a la prima para cubrir el riesgo S. De esta manera, a la formula para calcular una prima se le puede considerar como una función numérica de la variable aleatoria S o de su distribución.

3.1.1. Propiedades

La función $p(S)$ para el cálculo de las primas debe cumplir algunas propiedades generales, que son deseables para cualquier método de calculo de primas.

- Simplicidad.- La función debe ser fácil de calcular, así como lograr una comprensión total del calculo de la prima por parte del asegurado y de las personas involucradas.
  Por ejemplo
  $$p(S) = x \quad \text{tal que} \quad P(S \leq x) = 0 \cdot 95$$
  Esto es, la prima debe asegurar que alcanza a cubrir el riesgo asegurado con una probabilidad del 95 %
  En este caso se puede entender rápidamente la manera de calcular, y se puede explicar al asegurado de manera clara.

- Consistencia.- Si $c > 0$ es una constante entonces
  $$p(S + c) = p(S) + c$$
  Es decir, que si se requiere asegurar un vehículo por cierta cantidad, x, y se le agrega un valor fijo c, entonces el valor de la prima a pagar es la suma de este
  $$P(x + c) = p(x) + c$$
  .

- Aditividad.- La prima de un portafolio consistente en dos riesgos independientes debe ser la suma de las primas individuales.
  $$p(S_1 + S_2) = p(S_1) + p(S_2)$$
  con $S_1,\ S_2$ dos riesgos independientes.
  Cuando se requiere contratar seguro por riesgos independientes, es decir supongamos que se quiere asegurar un vehículo por robo y además por daños a terceros, estas dos variantes de riesgo son independientes, la prima que debe pagarse es la suma de ambas primas. Puesto que ninguno de los dos riesgos influye en el otro.

- Invarianza de escala.- Si $a > 0$ es una constante, entonces
  $$p(aS) = ap(S)$$
  Esto nos diría que si tenemos el seguro de robo por cierto vehículo, x, pero dependiendo el estado donde se asegure el riesgo es escalado, es decir, aumenta o disminuye en cierta razón a, la prima a pagar aumenta en la misma razón.
  $$p(aS) = ap(S)$$

- Cota inferior.- La prima siempre debe tener como cota inferior la prima pura de riesgo, es decir
$$p(S) \geq E(S)$$
Si esto no se hiciera, pudiera darse el caso que el pago, dado que ocurrió el siniestro, al asegurado sea mayor al valor esperado del riesgo, esto podría derivar en la perdida de capital y liquidez de la compañía aseguradora.

- Cota superior.- Si un riesgo está acotado superiormente, entonces la prima para cubrir este riesgo debe tener la misma cota superior.
$$\text{Si } S \leq M$$
$$p(S) \leq M$$
En este caso, se hablaría de un máximo de ganancias que podría tener la compañía, puesto que el cobro de cantidades mayores a la cota del riesgo supondría un cobro exagerado.

3.1.2. Principios Generales

Estos son los métodos más conocidos para el calculo de la prima.

1. Principio del valor esperado.- Establece que el calculo de la prima está dada por
$$p = (1 + \theta)E(S)$$
donde $\theta > 0$ es una constante llamada factor de recargo, en esta se incluyen los gastos de la compañía. Como desventaja se encuentra que si la variación del riesgo es demasiado grande la prima podría cobrarse de manera subestimada.

2. Principio de la varianza.- En este el cobro se hace mezclando la esperanza y la varianza de riesgo, con $\theta > 0$.
$$p = E(S) + \theta var(S)$$
Como desventaja se encuentra que las unidades que maneja se encuentran en diversas categorías, es decir $E(S)$ está en pesos y $var(S)$ en $(pesos)^2$ lo que podría causar inexactitudes en el cobro de la prima. Por otro lado, en diversos casos el calculo de la varianza numérica no coincide en los modelos establecidos. Es decir se podría subestimar o sobre estimar el valor de la prima dependiendo el valor de $var(S)$.

3. Principio de la desviación estándar.- Con $\theta > 0$, constante. Este principio calcula la prima de la siguiente manera
$$p = E(S) + \theta\sqrt{var(S)}$$
En este caso las unidades usadas son de la misma clase. Siempre teniendo cuidado de, como en el anterior, no subestimar o sobrestimar el riesgo.

4. Principio de la utilidad cero.- En este caso, se define una función $v(x)$ definida en $[0, \infty)$ o un subconjunto de este, con valores en $\mathbb{R}$. Debe cumplir con

   - Estrictamente creciente
   - Cóncava

   A esta función se le llama función de utilidad.
   Entonces el valor de la prima p debe satisfacer la relación
$$v(u) = E\left[v(u + p - S)\right]$$
   Sabemos que para el modelo de Poisson compuesto se tendría
$$v(u) = E\left[v(u + p - NE(Y))\right]$$
   donde u es el capital inicial de la aseguradora.
   Algunos ejemplos de funciones de utilidad son los siguientes

   - Función exponencial
$$v(x) = 1 - e^{-\alpha x}, \quad \alpha > 0$$
   - Función cuadrática
$$v(x) = x - \alpha x^2, \quad \alpha > 0, \quad \text{para } 0 \leq x \leq 1/(2\alpha)$$
   - Función logarítmica
$$v(x) = \alpha \ln(x), \quad \alpha > 0$$
   - Función de potencia fraccional
$$v(x) = x^{\alpha}, \quad 0 < \alpha \leq 1$$

5. Principio del valor medio.- Como en el anterior se define una función $v(x)$ que cumple con lo siguiente

- $v(0) = 0$
- Estrictamente creciente
- Estrictamente convexa

A esta función se le llama función de valor.
Entonce se requiere que la prima p satisfaga la relación

$$v(p) = E[v(S)]$$

Por ser estrictamente creciente se puede hallar su inversa por lo que

$$p = v^{-1}(E(v(S)))$$

6. Principio del porcentaje.- En este principio se define la prima como

$$p = \text{ínf}\{x > 0 : P(S > x) \leq \varepsilon\} \text{ con } \varepsilon > 0$$

Esto es, la probabilidad que el riesgo exceda a la prima sea menor o igual a ε. Así la idea de este principio es que la probabilidad de que el riesgo exceda el monto cobrado se mantiene controlada por el valor de ε que se escoge "pequeño".

Para finalizar el estudio de la prima, tomaremos en cuenta la utilidad, no sólo en cuestión de la aseguradora sino del asegurado. Bajo este criterio y suponiendo u_1 como el capital inicial de la compañía y $v_1(x)$ la función de utilidad de la misma.
Por el principio de utilidad cero la prima debe satisfacer

$$v_1(u_1) = E[v_1(u_1 + p - S)]$$

Sin embargo, para los fines de la aseguradora, esta prima en realidad sería la mínima a cobrar. Entonces la llamaremos p^-, es la prima mínima y la prima a cobrar deberá cumplir $p \geq p^-$.
Ahora por parte del asegurado, tomaremos como v_2 la función de utilidad del asegurado, y u_2 su capital. Para que el asegurado contrate el seguro la prima a pagar deberá ser menor a la que cumpla con lo siguiente

$$v_2(u_2 - p) = E[v_2(u_2 - S)]$$

De esta manera podemos definir la prima que cumple lo anterior como p^+.
Entonces la única manera de que haya un acuerdo entre ambas partes es que la prima real, esté entre estos valores

$$p^- \leq p \leq p^+$$

3.1.3. Cálculo de prima para la mínima cobertura

Vamos a considerar dos funciones de utilidad

- $v(x) = 1 - e^{-\alpha x} \quad \alpha > 0$
- $v(x) = x - \alpha x^2 \quad \alpha > 0$

Y aplicamos el principio de utilidad cero, esto es

$$v(u) = E\left[v(u + p - S)\right]$$

Sabemos que $S = \sum_{j=1}^{N} Y$, es un modelo compuesto Poisson, u es el capital inicial.
Con la primera suposición tenemos que

$$v(u) = E\left[v(u + p - S)\right]$$

Sustituyendo la función $v(x) = 1 - e^{-\alpha x}$

$$\begin{aligned} 1 - e^{-\alpha u} &= E\left[1 - e^{-\alpha(u+p-S)}\right] \\ &= 1 - e^{-\alpha(u+p)} E\left[e^{\alpha S}\right] \end{aligned}$$

De aquí se sigue que

$$e^{-\alpha u} = e^{-\alpha(u+p)} E\left[e^{\alpha S}\right]$$

Dividiendo entre $e^{\alpha u}$ obtenemos

$$\begin{aligned} 1 &= e^{-\alpha(p)} E\left[e^{\alpha S}\right] \\ &= e^{-\alpha(p)} M_S(\alpha) \\ &= \exp(N(M_Y(\alpha) - 1)) \end{aligned}$$

Despejamos de aquí a p quedando como

$$\begin{aligned} p &= \frac{\ln(E\left[e^{\alpha S}\right])}{-\alpha} \\ &= \frac{\ln(M_S(\alpha))}{\alpha} \\ &= \frac{\lambda(M_Y(\alpha) - 1)}{\alpha} \end{aligned}$$

Usando la segunda función de utilidad se aplica las propiedades del valor esperado

$$\begin{aligned} u - \alpha u^2 &= E(u + p + S - \alpha(u + p - S)^2) \\ &= u + p + E\left[S\right] - \alpha u^2 - 2\alpha up - \alpha p^2 - 2\alpha u E\left[S\right] - 2\alpha p E\left[S\right] - \alpha E\left[S^2\right] \end{aligned}$$

Eliminamos términos para obtener que la prima mínima es la que cumpla la siguiente ecuación

$$0 = p(1 - 2\alpha u - 2\alpha E[S]) - \alpha p^2 + E[S](1 - 2\alpha u) - \alpha E\left[S^2\right]$$

Obtenemos el valor de p dado que la ecuación anterior es de segundo grado

$$\begin{aligned} p &= \frac{(1 - 2\alpha u - 2\alpha E(S)) \pm \sqrt{(1 - 2\alpha u - 2\alpha E(S))^2 - 4(\alpha(E(S)(2\alpha u - 1) + \alpha E(S^2))}}{2\alpha} \\ &= \frac{1 - 2\alpha u - 2\alpha E(S) \pm \sqrt{1 - 4\alpha u + 4\alpha^2 u^2 - 4\alpha^2 V(S)}}{2\alpha} \end{aligned}$$

Sustituyendo los valores estadísticos de S

$$p = \frac{1 - 2\alpha u - 2\alpha N E(Y) \pm \sqrt{1 - 4\alpha u + 4\alpha^2 u^2 - 4\alpha^2 N E(Y^2)}}{2\alpha}$$

En donde N es el valor esperado para el modelo Poisson y $E(Y)$ es el valor esperado para el monto del siniestro.
Usando el principio del valor medio consideramos una sola función de utilidad, la cual está dada

por

$$v(x) = x + \alpha x^2$$

De manera que se debe cumplir que

$$v(p) = E[v(S)]$$

En este caso tenemos que podemos obtener la inversa de la función por lo que se tendrá que

$$p = v^{-1}(E\left[S + \alpha S^2\right])$$

Para esta ocasión la inversa es

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\alpha y}}{2\alpha}$$

Por lo tanto

$$p = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\alpha(E[S] + \alpha E[S^2])}}{2\alpha}$$

Sustituyendo los valores se obtiene

$$p = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\alpha\lambda E(Y) + 4\alpha^2\lambda E(Y^2) + 4\alpha^2\lambda^2 E^2(Y)}}{2\alpha}$$

3.2. Base de datos

Para estimar el mínimo de cobertura se va a utilizar una base de datos de las reclamaciones de pagos a terceros proporcionada por la Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros, AMIS por las siglas. En esta base de datos se tiene información de las siguientes variables:

1. Estado de la República Mexicana.- En que estado de la república ocurrió el siniestro.

2. Tipo de vehículo.- Autos, motos, comerciales, autobuses, camiones o tractocamiones.

3. Tipo de reclamación .- Siniestro por lesiones o por daños materiales.

4. Monto de reclamaciones.- Cuanto fue el pago por el siniestro.

La base usada es una muestra con los pesos de cada grupo en particular.

3.2.1. Análisis de la base

Lo primero en notarse es que en los datos algunos registros tenían información faltante o valores negativos en el monto de reclamación. Se tomó la decisión de omitir estos registros.
Otro aspecto de la base es lo reducido de la información que presenta, no tenemos información de marca y modelo de los automotores, tres de las variables son nominales y una es numérica. La variable numérica es el monto de la reclamación, es la que determina la gravedad del riesgo, para determinar el mínimo de cobertura en la póliza.
Con estos datos se consideró estimar 3 diferentes modelos, esto debido a las características de los vehículos y la gravedad de los siniestros que pueden generar, en el primero se consideró los vehículos ligeros: automóviles, motos y comerciales; el segundo se consideraron los vehículos pesados: autobús, camión y tractocamión; en el tercero considera los datos de todos los vehículos.

3.3. Estimación de la prima para la mínima cobertura

Haciendo uso de los datos obtenidos en las regresiones, análisis que se mostrara en la siguiente sección, se realizará una propuesta académica para la prima, basada en las formulas generadas en la sección 3.1. De manera que se tienen las siguientes ecuaciones.

$$p_1 = \frac{N(M_y(\alpha)-1)}{\alpha} \tag{1}$$

$$p_2 = \frac{1-2\alpha u-2\alpha NE(Y) \pm \sqrt{1-4\alpha u+4\alpha^2u^2-4\alpha^2NE(Y)}}{2\alpha} \tag{2}$$

$$p_3 = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4\alpha NE(Y)+4\alpha^2NE(Y^2)+4\alpha^2N^2E^2(Y)}}{2\alpha} \tag{3}$$

Basados en los resultados de los análisis de regresiones podemos obtener distintos valores para los estadísticos necesarios, se debe aclarar que el valor esperado para el monto del siniestro, es decir $E(Y)$, se sustituye por el valor de la propuesta del mínimo de cobertura. Por lo que se tendrán los 3 valores de las propuestas

——	Autos	Pesados	Todos
	Cobertura	Cobertura	Cobertura
Propuesta1	50 000	100 000	75 000
Propuesta2	100 000	100 000	100 000
Propuesta3	60 810.42	106 583.7	61 164.42

En cuestión a los datos necesarios para la estimación como varianza y función de momentos se toman como sigue

$$V(Y) = \frac{\alpha}{\beta^2} \tag{4}$$

$$= \frac{6{,}35703}{1{,}365089} \tag{5}$$

$$= 4{,}656861 \tag{6}$$

$$M_Y(t) = \left(1-\frac{t}{\beta}\right)^{-\alpha} \tag{7}$$

$$= \left(1-\frac{t}{1{,}365089}\right)^{-1{,}365089} \tag{8}$$

Dado que la primera formula para la prima es idéntica en todos los casos, es decir, no utiliza el valor esperado del riesgo, presentaremos una sola vez la formula para esta prima y todas las propuestas.

$$p_1 = \frac{N(\left(1-\frac{t}{1{,}365089}\right)^{-1{,}365089}-1)}{t} \tag{9}$$

Para las siguientes propuestas serían para la propuesta de mínima cobertura 1

Formula de prima 2

$$\text{Autos} \tag{10}$$
$$p_2 = \frac{1 - 2\alpha u - 2\alpha N(50000) \pm \sqrt{(1+2\alpha u)^2 - 4\alpha^2 N(50000)}}{2\alpha} \tag{11}$$
$$\text{Pesados} \tag{12}$$
$$p_2 = \frac{1 - 2\alpha u - 2\alpha N(100000) \pm \sqrt{(1+2\alpha u)^2 - 4\alpha^2 N(100000)}}{2\alpha} \tag{13}$$
$$\text{Todos} \tag{14}$$
$$p_2 = \frac{1 - 2\alpha u - 2\alpha N(75000) \pm \sqrt{(1+2\alpha u)^2 - 4\alpha^2 N(75000)}}{2\alpha} \tag{15}$$
$$\tag{16}$$

Formula de prima 3

$$\text{Autos} \tag{17}$$
$$p_3 = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\alpha N(50000) + 18{,}6274\alpha^2 N + 4\alpha N(50000)^2(1+N)}}{2\alpha} \tag{18}$$
$$\text{Pesados} \tag{19}$$
$$p_3 = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\alpha N(100000) + 18{,}6274\alpha^2 N + 4\alpha N(100000)^2(1+N)}}{2\alpha} \tag{20}$$
$$\text{Todos} \tag{21}$$
$$p_3 = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\alpha N(75000) + 18{,}6274\alpha^2 N + 4\alpha N(75000)^2(1+N)}}{2\alpha} \tag{22}$$

Para la propuesta 2 serían

Formula de prima 2

$$\text{Todos} \tag{23}$$
$$p_2 = \frac{1 - 2\alpha u - 2\alpha N(100000) \pm \sqrt{(1+2\alpha u)^2 - 4\alpha^2 N(100000)}}{2\alpha} \tag{24}$$
$$\tag{25}$$

Formula de prima 3

$$\text{Todos} \tag{26}$$
$$p_3 = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\alpha N(100000) + 18{,}6274\alpha^2 N + 4\alpha N(100000)^2(1+N)}}{2\alpha} \tag{27}$$

Y para la última propuesta será

Formula de prima 2

$$\begin{aligned}
&\text{Autos} && (28)\\
p_2 &= \frac{1-2\alpha u-2\alpha N(60810{,}42)\pm\sqrt{(1+2\alpha u)^2-4\alpha^2N(60810{,}42)}}{2\alpha} && (29)\\
&\text{Pesados} && (30)\\
p_2 &= \frac{1-2\alpha u-2\alpha N(106583{,}7)\pm\sqrt{(1+2\alpha u)^2-4\alpha^2N(106583{,}7)}}{2\alpha} && (31)\\
&\text{Todos} && (32)\\
p_2 &= \frac{1-2\alpha u-2\alpha N(61164{,}42)\pm\sqrt{(1+2\alpha u)^2-4\alpha^2N(61164{,}42)}}{2\alpha} && (33)\\
& && (34)
\end{aligned}$$

Formula para la prima 3

$$\begin{aligned}
&\text{Autos} && (35)\\
p_3 &= \frac{-1\pm\sqrt{1+4\alpha N(60810{,}42)+18{,}6274\alpha^2N+4\alpha N(60810{,}42)^2(1+N)}}{2\alpha} && (36)\\
&\text{Pesados} && (37)\\
p_3 &= \frac{-1\pm\sqrt{1+4\alpha N(106583{,}7)+18{,}6274\alpha^2N+4\alpha N(106583{,}7)^2(1+N)}}{2\alpha} && (38)\\
&\text{Todos} && (39)\\
p_3 &= \frac{-1\pm\sqrt{1+4\alpha N(61164{,}42)+18{,}6274\alpha^2N+4\alpha N(61164{,}42)^2(1+N)}}{2\alpha} && (40)
\end{aligned}$$

3.4. Análisis de la dependencia entre las variables de la base de datos

Para realizar los análisis correspondientes a las dependencias, es decir las regresiones, no se contaba con suficientes datos para realizar aproximaciones certeras, puesto que las variables explicativas son escasas. Se realizo un análisis de independencia entre los montos de reclamaciones y los tipos de vehículos mediante tablas de contingencia, categorizando los montos de las reclamaciones.

Primero se tomará todos los tipos de vehículos, por lo que se creo una tabla de contingencia para establecer frecuencias entre los tipos de vehículos, además de crear categorías para los montos de los siniestros, esto se hizo de la siguiente manera, se crearon 5 espacios, que se ven ejemplificados en la siguiente tabla de contingencia.

	0-50000	50001-100000	100001-150000	150001-200000	200001-7.5M
Autos	$y_{1,1}$	$y_{2,1}$	$y_{3,1}$	$y_{4,1}$	$y_{5,1}$
Autobus	$y_{1,2}$	$y_{2,2}$	$y_{3,2}$	$y_{4,2}$	$y_{5,2}$
Camiones	$y_{1,3}$	$y_{2,3}$	$y_{3,3}$	$y_{4,3}$	$y_{5,3}$
Motos	$y_{1,4}$	$y_{2,4}$	$y_{3,4}$	$y_{4,4}$	$y_{5,4}$
Tracto	$y_{1,5}$	$y_{2,5}$	$y_{3,5}$	$y_{4,5}$	$y_{5,5}$
Comercial	$y_{1,6}$	$y_{2,6}$	$y_{3,6}$	$y_{4,6}$	$y_{5,6}$

El modelo elegido dado el tipo de datos, y las necesidades del proyecto, fue el multinomial. dando como formula general de este

$$\log\left(\frac{\pi_j}{\pi_1}\right) = x_j^T \beta_j$$

De esta manera, el modelo lineal, con el número observado en cada casilla como variable respuesta y los automotores y el monto de las reclamaciones como variables explicativas, queda como

$$\log\left(\frac{\pi_j}{\pi_1}\right) = \beta_{0,k} + \beta_{1,k}x_{1,k} + \beta_{2,k}x_{2,k} + \beta_{3,k}x_{3,k} + \beta_{4,k}x_{4,k} + \beta_{5,k}x_{5,k}$$

donde k, es la categoría de la respuesta. En este caso convertimos cada tipo de vehículo en una variable explicativa, de menera que cada variable se ve

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{para} \quad \text{tipo de vehiculo j} \\ 0 & \text{para} \quad \text{otro caso} \end{cases}$$

De esta manera se estima la probabilidad de cada casilla, es decir que tan probable es que la severidad pertenezca a cada tipo de categoría del monto a partir de cada tipo de vehículo. Como ya se menciono en el capitulo anterior estas probabilidades se calculan de la siguiente manera.

$$\hat{\pi}_j = \hat{\pi}_1 \exp(x_j^T b_j)$$

Para las probabilidades usuales, mientras para la probabilidad de referencia se tiene

$$\hat{\pi}_1 = \frac{1}{1 + \sum_{j=2}^{J} \exp(x_j^T b_j)}$$

Para lograr establecer estas probabilidades primero tenemos que obtener los coeficientes del estimador lineal, para esto hacemos uso del software R, que hace uso de métodos numéricos para obtenerlos, en lo posterior se tomo el código que utilizan las aseguradoras para clasificar los vehículos como sigue

Autos	1
Comerciales	2
Camiones	3
Tractocamiones	4
Motos	6
Autobuses	8

Se toma como referencia la clase de los autos y de los 50000 para realizar el calculo de los parámetros.

```
Call:
multinom(formula = q[, 1:5] ~ factor(q[, 6]))

Coefficients:
        (Intercept)    factor(q[, 6])2   factor(q[, 6])3
100000  −4.766905      0.11512703        0.9437532
150000  −6.212698      0.03933643        0.9380415
200000  −7.062737      0.17833206        0.9186412
7500000 −6.376206      0.32298829        1.5520480
        factor(q[, 6])4   factor(q[, 6])6   factor(q[, 6])8
100000       1.414818      −0.0656791        1.1968125
150000       1.645580      −1.1259469        1.5035482
200000       1.967581      −2.3781647        0.8385626
7500000      2.165022       0.7724681        2.2651990

Std. Errors:
        (Intercept)   factor(q[, 6])2   factor(q[, 6])3
100000  0.01230127     0.02983881        0.04503788
150000  0.02526360     0.06322676        0.09231071
200000  0.03862158     0.09123845        0.14227261
7500000 0.02741165     0.06108403        0.07609133
        factor(q[, 6])4   factor(q[, 6])6   factor(q[, 6])8
100000     0.03703596       0.1834410        0.04803766
150000     0.06821609       0.6389399        0.08513952
200000     0.09094541       1.8263866        0.17707813
7500000    0.05980364       0.2699591        0.06642767
```

```
Residual Deviance: 191819.4
AIC: 191867.4
```

Calculamos el valor p, con las pruebas Wald. Primero dividiendo los coeficientes entre el valor del error estándar, para posteriormente calcular la prueba z

```
z<-summary(x)$coefficients/summary(x)$standard.errors
p<-(1-pnorm(abs(z),0,1))*2
```

Dando como resultado lo siguiente, en este caso se toma como título de la columna el extremo más alto del intervalo.

	(Intercept)	factor(q[, 6])2	factor(q[, 6])3
100000	0	1.141794e-04	0.000000e+00
150000	0	5.338443e-01	0.000000e+00
200000	0	5.063368e-02	1.068634e-10
7500000	0	1.239274e-07	0.000000e+00

	factor(q[, 6])4	factor(q[, 6])6	factor(q[, 6])8
100000	0	0.720313890	0.000000e+00
150000	0	0.078033672	0.000000e+00
200000	0	0.192877220	2.184603e-06
7500000	0	0.004217391	0.000000e+00

Como podemos ver los valores son bastante bajos, los únicos que no comparten ésta tendencia son los del factor 6, este es el de las motos, dado que pareciera haber pocos datos sobre estos.

Ahora calcularemos los estadísticos que faltan a los mencionados en el capitulo anterior. Esto dado que ya se calculo en el modelo, la devianza y el Criterio de Información Akaike. Procedemos con los residuos Pearson xi-cuadrado

$$r_i = \frac{o_i - e_i}{\sqrt{e_i}}$$

Dando como resultado

	50000	100000	150000	200000	7500000
Autos	0.22110	-1.9682389	-1.234819	-0.231016	0.5171441
Autobus	0.56106	-1.8784874	-2.403930	4.390167	-2.1441492
Camiones	-0.43396	0.3665118	2.433553	3.904343	0.0643551
Motos	-0.21407	0.8859595	3.533807	3.100847	-1.3225445

```
Tractocs       0.08128  −0.3180718  0.020129  −1.184530  0.3546766
Comerciales   −0.20555   0.7832052  1.488070   0.536677  0.7971597
```

Ahora procedemos a calcular las probabilidades para cada una de las respuestas, es decir la probabilidad de caer en alguna categoría, dependiendo el factor que tenga.
Por lo que las probabilidades quedan de la siguiente manera

```
              50000    100000    150000      200000     7500000
Autos         0.9871   0.008396  0.0019779   0.0008453  0.001679
Autobus       0.9473   0.026671  0.0085382   0.0018767  0.015528
Camiones      0.9641   0.021075  0.0049362   0.0020692  0.007745
Motos         0.9877   0.007868  0.0006419   0.0000784  0.003639
Tractocs      0.9377   0.032832  0.0097414   0.0057451  0.013906
Comerciales   0.9852   0.009403  0.0020534   0.0010084  0.002315
```

En este caso podemos apreciar que las probabilidades de que el siniestro quedase debajo de los 50 mil pesos, es bastante amplia en cualquiera de los tipos de vehículo. Esto podría ayudar a establecer los mínimos de cobertura, aunque eso se seguirá en la siguiente sección.

3.4.1. Modelo de regresión de lesiones

Tomando unicamente los siniestros de lesiones y accidentes mortales, se creo la misma tabla que se hizo para todos los tipos de siniestro, siguiendo la misma temática del anterior, de nuevo mantenemos las mismas variables respuesta y explicativas, salvo que en este caso la base se restringe a las reclamaciones por lesiones.

```
Call:
multinom(formula = q[, 1:5] ~ factor(q[, 6]))

Coefficients:
         (Intercept)     factor(q[, 6])2  factor(q[, 6])3
100000    -4.603618       0.13075174       0.7950304
150000    -5.587454       0.07814915       0.9700770
200000    -6.355945       0.37937084       1.1392776
7500000   -5.367584       0.52036679       1.7598632
          factor(q[, 6])4  factor(q[, 6])6   factor(q[, 6])8
100000       0.6803041        1.1514662         1.223304
```

```
150000     1.0988575   1.3077018   1.438657
200000     1.2130810   0.8244481   1.491611
7500000    1.8795927   0.9340740   2.122361

Std. Errors:
          (Intercept)   factor(q[, 6])2  factor(q[, 6])3
100000    0.02973916    0.07896889       0.1536201
150000    0.04848568    0.13163656       0.2296431
200000    0.07113027    0.17006422       0.3104795
7500000   0.04345787    0.09819745       0.1433855
          factor(q[, 6])4  factor(q[, 6])6  factor(q[, 6])8
100000        0.1551158        0.2556838        0.1074436
150000        0.2068784        0.3838514        0.1579007
200000        0.2871501        0.7120875        0.2255636
7500000       0.1305515        0.4130971        0.1060454

Residual Deviance: 38862.73
AIC: 38910.73
```

Podemos ver que la devianza es menor y el coeficiente de información de Akaike mantiene la misma tendencia. Calculamos ahora también el valor p, con las pruebas Wald.

```
z<-summary(x)$coefficients/summary(x)$standard.errors
p<-(1-pnorm(abs(z),0,1))*2
```

Da el resultado siguiente

```
         (Intercept)  factor(q[, 6])2  factor(q[, 6])3
100000        0       9.777503e-02     2.275427e-07
150000        0       5.527305e-01     2.397041e-05
200000        0       2.569767e-02     2.431073e-04
7500000       0       1.163187e-07     0.000000e+00
          factor(q[, 6])4  factor(q[, 6])6  factor(q[, 6])8
100000    1.155700e-05     6.685034e-06     0.000000e+00
150000    1.086603e-07     6.573118e-04     0.000000e+00
200000    2.394148e-05     2.469495e-01     3.770806e-11
7500000   0.000000e+00     2.375004e-02     0.000000e+00
```

Podemos ver que las probabilidades son bajas, salvo de nuevo el factor 6, tal vez por la cantidad de datos. De nuevo ahora procedemos a calcular los residuos Pearson. Que da como resultado

	50000	100000	150000	200000	7500000
Autos	−2.35920	5.28696337	12.9817049	10.050010	24.082449
Autobus	−2.16874	1.46989615	3.5285084	6.647977	8.938704
Camiones	−1.23735	−0.08689469	2.8531042	3.083889	9.344115
Motos	−1.31265	5.68260200	11.2770022	9.493721	2.867875
Tractocamiones	−0.12630	−3.85937275	0.3791078	−0.180603	6.070762
Comerciales	−1.38300	2.31526265	5.4382821	6.008383	14.456338

Ahora vamos a calcular las probabilidades de cada categoría.

	50000	100000	150000	200000	7500000
Autos	0.98023	0.0098175	0.0036705	0.0017020	0.004573186
Autobus	0.91199	0.0310413	0.0143943	0.0070378	0.035531223
Camiones	0.93932	0.0208336	0.0092792	0.0050961	0.025468395
Motos	0.94219	0.0298461	0.0130456	0.0037311	0.011186391
Tractocamiones	0.93684	0.0185264	0.0105267	0.0054720	0.028631984
Comerciales	0.97480	0.0111269	0.0039468	0.0024735	0.007652372

3.4.2. Modelo de regresión de daños

Tomando los datos de daños, la regresión, usando las mismas variables, queda de la siguiente manera

```
Call:
multinom(formula = q[, 1:5] ~ factor(q[, 6]))

Coefficients:
          (Intercept)     factor(q[, 6])2    factor(q[, 6])3
100000     -4.826923        0.1717210          1.019173
150000     -6.421666        0.2043616          1.286074
200000     -7.308084        0.1966247          1.487843
7500000    -7.001943        0.3267526          1.560699
          factor(q[, 6])4  factor(q[, 6])6    factor(q[, 6])8
100000      1.505863       -3.038988e-01       1.092831
```

```
150000       1.847230       -1.708605e+00       1.218694
200000       2.071187       -1.065269e+02       1.335888
7500000      2.563490        2.706555e-03       1.881823

Std. Errors:
           (Intercept)    factor(q[, 6])2    factor(q[, 6])3
100000      0.01370806     0.03204778         0.04697760
150000      0.03033124     0.06994245         0.09173777
200000      0.04722436     0.10923016         0.13058271
7500000     0.04052664     0.08897424         0.10863886
          factor(q[, 6])4  factor(q[, 6])6    factor(q[, 6])8
100000      0.03861924     2.287072e-01       0.05668334
150000      0.07329028     1.020461e+00       0.11758387
200000      0.10402578     4.139679e-15       0.17320699
7500000     0.07438880     5.810272e-01       0.11630916

Residual Deviance: 145809.7
AIC: 145857.7
```

Podemos ver que la devianza y el AIC es mayor que en el modelo de lesiones pero menor al total, ahora calculamos como en el anterior, el valor p, con las pruebas Wald.

```
            (Intercept)  factor(q[, 6])2      factor(q[, 6])3
100000               0    8.401756e-08                   0
150000               0    3.479549e-03                   0
200000               0    7.184560e-02                   0
7500000              0    2.402454e-04                   0
          factor(q[, 6])4    factor(q[, 6])6    factor(q[, 6])8
100000               0        0.18392450        0.000000e+00
150000               0        0.09406239        0.000000e+00
200000               0        0.00000000        1.221245e-14
7500000              0        0.99628329        0.000000e+00
```

Podemos ver que las probabilidades son casi todas cero, sin embargo en este caso las probabilidades del factor 6, son bastante altas.

Calculamos los residuos Pearson

```
                        50000        100000       150000        200000      7500000
```

Autos	0.0075428	−0.113426	−0.022555	6.120e−02	0.023614
Autobus	−0.0469542	−0.035417	0.005435	−1.864e−01	−0.074496
Camiones	−0.0390053	0.072982	−0.018074	1.607e−01	0.013637
Motos	−0.0999566	−0.076295	0.037508	−1.092e−23	0.008806
Tractocamiones	0.0005874	0.000503	0.000021	−3.394e−03	−0.252066
Comerciales	−0.0026244	−0.058743	0.045909	−1.643e−02	0.032344

Y para finalizar los valores de las probabilidades respectivas, quedando como sigue

	50000	100000	150000	200000	7500000
Autos	0.98890	0.0079222	0.00160790	6.6266e−04	0.00090001
Autobus	0.96346	0.0230218	0.00529925	2.4555e−03	0.00575700
Camiones	0.96582	0.0214394	0.00568250	2.8655e−03	0.00418597
Motos	0.99293	0.0058699	0.00029240	3.6225e−50	0.00090612
Tractocamiones	0.94024	0.0339563	0.00969586	4.9990e−03	0.01110819
Comerciales	0.98659	0.0093845	0.00196788	8.0477e−04	0.00124492

3.4.3. Modelo de regresión Gamma

En la aplicación de la regresión gamma, se siguieron los 3 modelos distintos para analizarse. Para la estimación de los parámetros debemos establecer como sería el GLM en cuestión de severidad en los siniestros

$$Y_i = (\beta_0 + \beta_1 x_i) + \varepsilon \tag{41}$$

En este caso se cuenta unicamente con el tipo de vehículo, por lo que es nuestra única variable independiente.

La estimación de los coeficientes se realiza por máxima verosimilitud, sin embargo al realizar esto con la base su complejidad aumenta, por lo que se utilizó un paquete estadístico R, para la estimación de estos bajo métodos numérico-computacionales.

3.4.3.1. Modelo Vehículos ligeros

Se procedió a la creación de la regresión gamma de vehículos ligeros, estos comprenden, como ya se dijo antes, automóviles, motos y comerciales. Este relaciona el tipo de vehículo con el costo del siniestro. Lo primero que se realizó fue una prueba de contingencia.

```
Pearson's Chi-squared test
```

```
data:  peq
X-squared = 11830000, df = 942790, p-value < 2.2e-16
```

Por lo que la hipótesis nula, la cual dice que ambas columnas son independientes se rechaza. El nivel de grados de libertad se calcula usando el número de filas y columnas, $\hat{n}M - p^*$, en este caso M es el número de filas y p^* las columnas, esto se cumple para las siguientes pruebas chi-cuadrado

Así que los resultados de la regresión gamma, usando como variable explicativa el tipo de vehículo y variable respuesta el monto del siniestro, para el grupo de automóviles pequeños en cuestión de severidad es el siguiente.

```
Call:
glm(formula = peq[, 1] ~ peq[, 2], family = Gamma(link = log))

Deviance Residuals:
Min       1Q   Median      3Q     Max
-4.050  -1.417  -0.606   0.545  32.226

Coefficients:
Estimate Std. Error  t value Pr(>|t|)
(Intercept) 9.106675   0.007333 1241.821   <2e-16 ***
peq[, 2]    0.051973   0.005790    8.977   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 *** 0.001 ** 0.01 * 0.05 . 0.1   1

(Dispersion parameter for Gamma family taken to be 7.113716)

Null deviance: 1674411  on 942794  degrees of freedom
Residual deviance: 1673843  on 942793  degrees of freedom
AIC: 19089667

Number of Fisher Scoring iterations: 6
```

Para el calculo de la severidad se utiliza la familia Gamma, con la función link de logaritmo, podemos observar que los coeficientes son significativos y se pueden obtener buenas estimaciones con estos para estimar la severidad, además podemos observar una baja devianza, comparada con otros modelos así también como el AIC.

3.4.3.2. Modelos vehículos pesados

En el caso de automotores pesados, se realizo el modelo respectivo a estos, se realizó una tabla relacionando este tipo de vehículos con sus severidades. Se procede a hacer una prueba de contingencia.

```
Pearson's Chi-squared test

data:  gr
X-squared = 2386600, df = 69538, p-value < 2.2e-16
```

Aquí vemos que la hipótesis de independencia se rechaza y por lo tanto se procede a realizar la regresión, usando tal cual en le modelo anterior el monto del siniestro como variable respuesta y el tipo de vehículo como variable explicativa, en cuestión a severidad.

```
Call:
glm(formula = gr[, 1] ~ gr[, 2], family = Gamma(link = log))

Deviance Residuals:
Min       1Q      Median     3Q       Max
-4.0171  -1.3734  -0.8565  -0.1424  28.9592

Coefficients:
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 9.707486   0.047431 204.666   <2e-16 ***
gr[, 2]     0.018064   0.009349   1.932   0.0533 .
---
Signif. codes:  0 *** 0.001 ** 0.01 * 0.05 . 0.1   1
```

```
(Dispersion parameter for Gamma family taken to be 24.63469)

Null deviance: 139861  on 69538  degrees of freedom
Residual deviance: 139771  on 69537  degrees of freedom
AIC: 1489354

Number of Fisher Scoring iterations: 7
```

Este modelo se realizo con la misma función link, y como podemos observar los coeficientes tienen una baja probabilidad de ser nulos, la devianza es más baja que el anterior.

3.4.3.3. Modelo Completo

En el último modelo se tomaron en cuenta todos los tipos de vehículos. Procediendo de la misma manera presentamos la prueba de contingencia.

```
Pearson's Chi-squared test

data:  Ultimo
X-squared = 15024000, df = 1012300, p-value < 2.2e-16
```

Podemos ver el pequeño tamaño, que mantiene en la mayoría de los modelos. Por lo que presentamos los resultados de la regresión gamma, de igual manera mantenemos las variables respuesta como el monto y la explicativa como el tipo de vehículo, correspondiente

```
Call:
glm(formula = Ultimo[, 1] ~ Ultimo[, 2], family = Gamma(link = log))

Deviance Residuals:
Min        1Q   Median      3Q      Max
-4.070   -1.417   -0.635    0.537   34.402

Coefficients:
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 9.029042    0.004794 1883.49    <2e-16 ***
Ultimo[, 2] 0.130809    0.002654   49.28    <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 *** 0.001 ** 0.01 * 0.05 . 0.1    1
```

```
(Dispersion parameter for Gamma family taken to be 9.013556)

Null deviance: 1844557  on 1012333  degrees of freedom
Residual deviance: 1820468  on 1012332  degrees of freedom
AIC: 20584336

Number of Fisher Scoring iterations: 7
```

3.4.3.4. Estimaciones e Intervalos de confianza

A continuación presentamos una tabla con los coeficientes

Parámetro	Autos	Pesados	Todos
	Severidad	Severidad	Severidad
β_0	9.106675	9.707486	9.029042
β_1	0.051973	0.018064	0.130809

Ahora se calcularán los intervalos de confianza así como las estimaciones de los parámetros.

Presentamos ahora para el modelo de autos la estimación del valor esperado con el modelo lineal generalizado, en la imagen 3.1 en color rojo. En este caso figura 3.1 las incidencias son tantas y tan variadas con respecto a la severidad que nuestra estimación queda en la parte media de los conjuntos donde se conglomeran.

Ahora veremos el caso de los vehículos pesados de nuevo se presenta el valor esperado en color rojo en la imagen 3.2. Para este caso, en la figura 3.2 podemos observar que la estimación es mucho mas cercana y las incidencias que quedan por encima son objetos aislados.
Por ultimo veremos el modelo completo es decir con todos los tipos de vehículos, vemos el valor esperado en color rojo.
En este caso, figura 3.3, podemos ver que las incidencias están bastante acumuladas por lo que la estimación queda en la parte baja de la gráfica.
Para finalizar esta parte veremos los intervalos de confianza al 95 %, en todos los casos los intervalos quedan bastante ajustados a la estimación. En las figuras 3.4, 3.6 y 3.5 podemos ver estos efectos en verde se encuentran los intervalos.

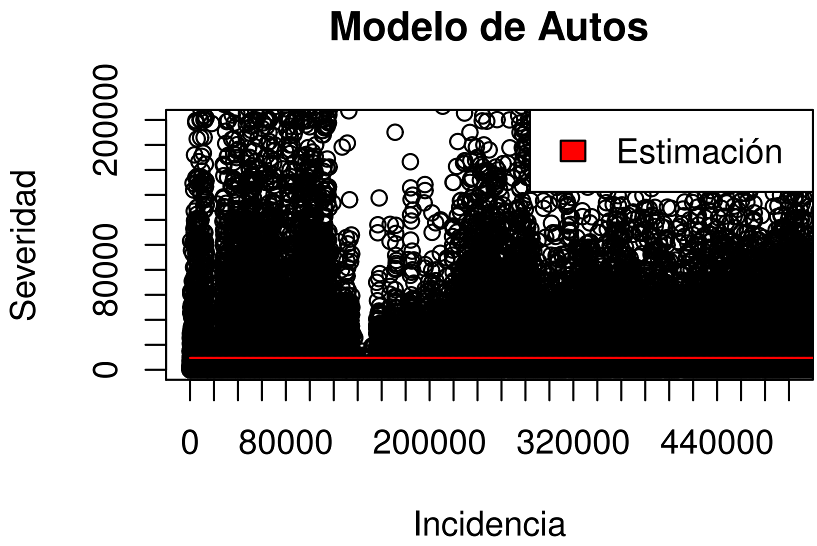

Figura 3.1: Estimación de severidad para modelos pequeños

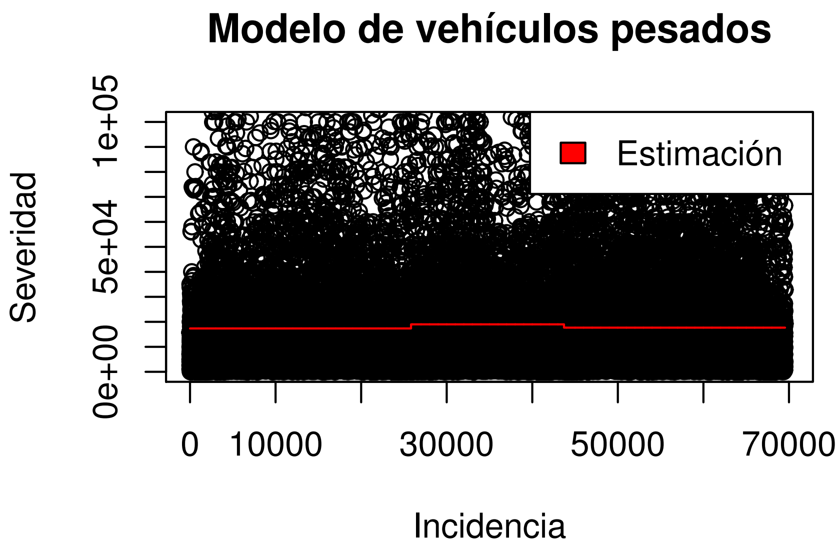

Figura 3.2: Estimación de severidad para modelo pesados

Intervalos	Autos	Pesados	Todos
	Severidad	Severidad	Severidad
Mínimo	107	500	112
Esperado	9585.7	17895.01	10172.19
Máximo	33099.45	92329.49	35905

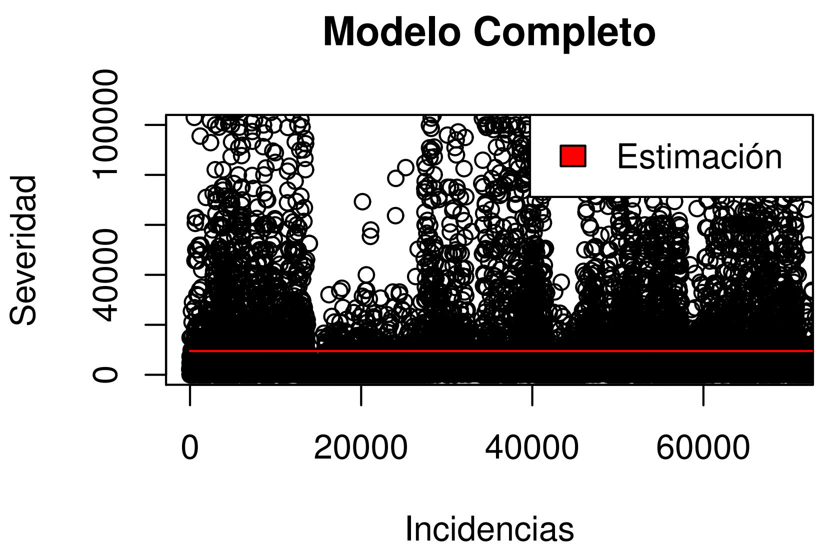

Figura 3.3: Estimación de severidad para modelo completo

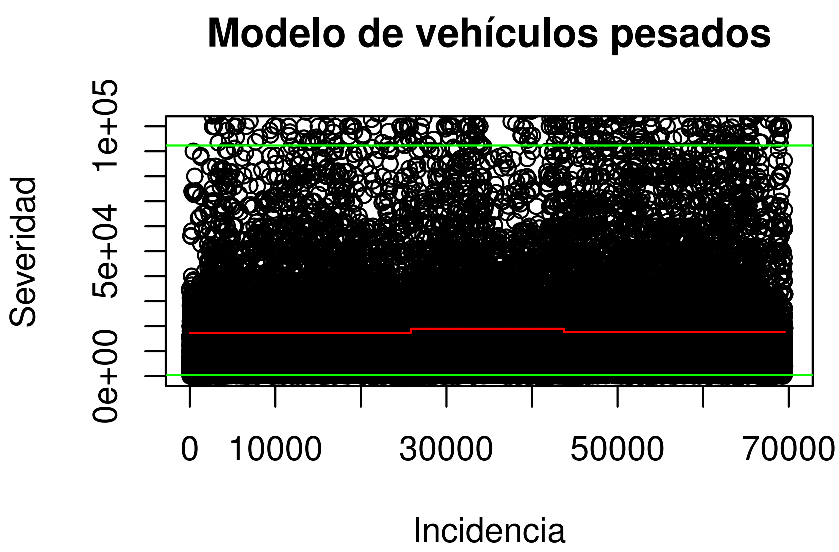

Figura 3.4: Intervalos de confianza vehículos pesados

Con estos valores se puede trabajar para dar un rango para la propuesta del mínimo de cobertura.

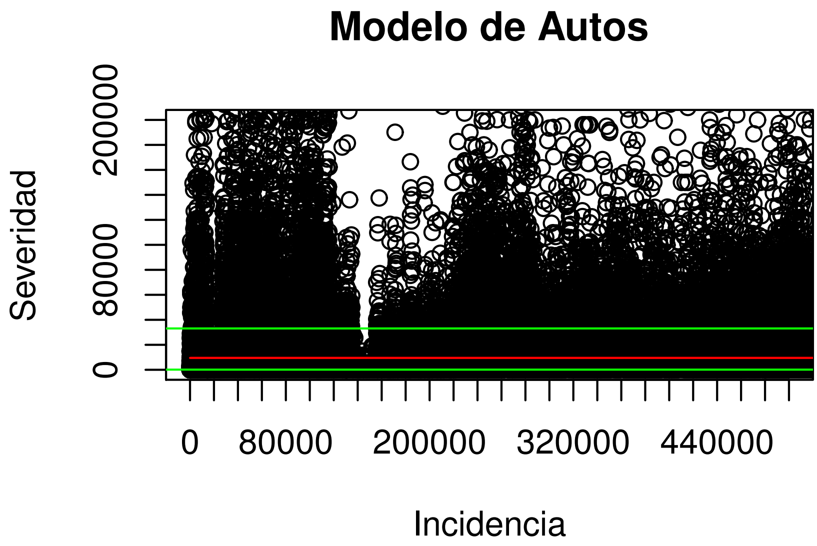

Figura 3.5: Intervalos de confianza autos pequeños

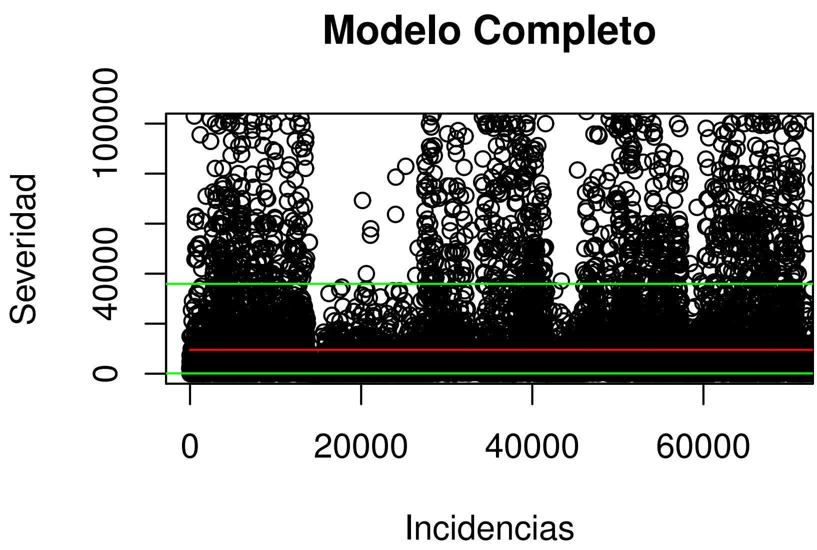

Figura 3.6: Intervalos modelo completo

3.5. Propuesta de mínimo de cobertura

Los seguros de responsabilidad civil, se encuentran en la difícil tarea de estandarizarse a nivel nacional. Esto conlleva el problema de la cobertura, que hasta este año, se hacia de

manera individual en cada estado. Intentado resolver este importante problema, se propondrá un mínimo de cobertura estimado a partir de los análisis realizados anteriormente a la base de datos otorgada por la AMIS, es decir la muestra de los incidentes en este tipo de seguros.
Usando los datos de la sección anterior, es decir la regresión multinomial, obtenemos que en todos los casos las probabilidades están totalmente cargadas en la primera columna, es decir que al menos el 90 % de los incidentes ocurren debajo de los $50000, esto, además, cobra mayor importancia cuando podemos visualizar el valor esperado de la severidad en cada modelo así como los intervalos de confianza. Sin embargo, debemos hacer inca pie en la diferencia entre estos, puesto que como podemos ver, el modelo de , es decir, donde agrupamos los vehículos de tamaño pequeño, su valor esperado así como sus intervalos quedan acordes al primer análisis, sin embargo al comparar los intervalos de confianza del modelo con vehículos pesados, podemos observar que estos salen del rango de los 50000. Usando estos datos daremos algunas propuestas para el mínimo de cobertura.

- La primer propuesta es el uso directo de la combinación de modelos, es decir tomando en cuenta que se tiene al menos 90 % de probabilidades que un siniestro tenga costo por debajo de los $50 000, y además que los intervalos de confianza arrojan que, en cuanto a vehículos ligeros, son inferiores a esta, por lo que podemos tomar como el mínimo propuesto los $50 000. Por otro lado los intervalos en vehículos pesados superan los $50 000, así que es adecuado el uso de un valor que sea acorde a estos, es decir que abarque ambos casos, el intervalo superior y los 50 000 del modelo multinomial. Entonces para vehículos pesados, se puede tomar como $100 000 el mínimo de cobertura y esto aseguraría cubrir ambas posibilidades.
  En lo que respecta al modelo total, aunque en la regresión logística podría verse que hay concordancia entre los datos, los intervalos de confianza difieren bastante entre autos y pesados, aún así se hará una metodología para el mismo con fin meramente académico, dando como propuesta de mínimo una cifra entre las dos anteriores.

——	Autos	Pesados	Todos
	Propuesta	Propuesta	Propuesta
Cobertura	50000	100000	75000

- La segunda propuesta de mínimo de cobertura, basada en los datos obtenidos en el análisis anterior, conforme al hecho que la regresión logística, arrojo que la probabilidad de superar el monto de los $50 000 es muy baja, y tomando los intervalos de confianza obtenidos en la regresión gamma; tomaremos el valor mayor que cubra todos los valores, de manera que necesitamos una cifra que sea superior a los 50 000, además mayor a 92329.49, por lo que usamos un sólo valor para todos los modelos de manera que se pueda cubrir una proporción grande de los siniestros con esta cifra, $100 000.

- La tercera propuesta es el uso de los datos obtenidos, es decir, el valor esperado y la desviación estándar de los datos. Incluirlos en una ecuación con un coeficiente dado por el usuario, que podría cambiar por cada modelo creado, esto con la finalidad de poder ser modificado, una vez que se tengan datos de distinto tiempo, es decir, que pueda ser modificado dependiendo las relaciones que surjan a través de las circunstancias que se vivan en el país, además de que pueda ser modificado dependiendo las necesidades, como pudiera ser los tipos de vehículos que puedan surgir y los daños que podrían ocasionar, las zonas donde circulan o incluso la clase de conductor que lo usa.

```
Mp<-function(a,b,x){
M<-a+b*x
return(M)
}
```

En donde a es el valor esperado obtenido de la regresión gamma; b es la desviación obtenida de los datos; Y x es el coeficiente modificable. De ésta manera podemos obtener para cada modelo la cobertura sólo ingresando los datos obtenidos de cada modelo.
Así obtenemos la siguiente tabla, con coeficientes de la siguiente manera

Coeficiente	Autos	Pesados	Todos
	Propuesta	Propuesta	Propuesta
1	35198.06	106583.7	44167.01
1.5	48004.24	150928	61164.42
2	60810.42	195272.3	78161.84
2.5	73616.59	239616.6	95159.25

En estos también debemos procurar cumplir con las probabilidades del primer modelo y los intervalos del segundo. De manera que se pueda usar un coeficiente distinto para cada uno.
Se hizo el análisis incluyendo el modelo total, sin embargo por los resultados de la regresión gamma podemos ver que existe una diferencia entre ambos, por lo que intentar dar un mínimo conjunto podría llevar a la subvaloración de los siniestros de vehículos pesados.
De la tabla anterior se puede obtener los coeficientes para cada modelo, siendo que estos cubran ambas posibilidades, es decir de las regresiones gamma y multinomial, para cada uno de los tipos de vehículos.

——	Autos	Pesados	Todos
	Propuesta	Propuesta	Propuesta
Coeficiente	2	1	1.5
Cobertura	60810.42	106583.7	61164.42

Finalmente podemos comparar las tres propuestas dadas en la siguiente tabla resume los montos sugeridos

——	Autos	Pesados	Todos
	Cobertura	Cobertura	Cobertura
Propuesta1	50 000	100 000	75 000
Propuesta2	100 000	100 000	100 000
Propuesta3	60 810.42	106 583.7	61 164.42

En conclusión, se pueden obtener de manera estadística propuestas para el mínimo de cobertura, sin embargo esto es meramente académico y con el objetivo que sirva de antecedente bibliográfico para el establecimiento del mismo.

3.6. Problemas a futuro

Para terminar, existen problemas que se pueden seguir a futuro en este tema, para este caso particular se usa unicamente una parte del modelo clásico de Cramer-Lundberg, para futuros proyectos se podría ampliar la información por parte de las aseguradoras para dar un panorama más amplio de como afectaría o cuales serían las circunstancias que daría lugar este tipo de seguro. Esto porque en este proyecto unicamente se manejo el enfoque de gasto, para dar de manera estadística cual sería un buen estimador del mínimo de cobertura, pero no se profundizo en las repercusiones que podría tener en las finanzas de cada empresa.
Por otro lado el enfoque que se manejó, está basado en la idea de una distribución con "colas ligeras", esto significa que al establecer las distribuciones se intuyo, y después se calculo, que seguían a la familia de las gamma, esto da lugar a futuros proyectos quitando esta suposición, u obteniendo datos que no sigan esta misma tendencia, lo que daría lugar a un manejo distinto, puesto que tendría mayor cantidad de reclamos de costos altos, lo que influiría en la distribución y los cálculos que se obtendrían diferirían.
Estas serían las lineas que podrían seguir investigaciones o proyectos a futuro con este mismo tema.

Bibliografía

[1] *GLOBAL STATUS REPORT ON ROAD SAFETY 2015*, World Health Organization, 2015.

[2] *INFORME SOBRE LA SITUACIÓN DE LA SEGURIDAD VIAL, MEXICO 2015*, Secretaría de Salud/STCONAPRA. México, Ciudad de México, 2016.

[3] *CONSULTA SOBRE EL SEGURO OBLIGATORIO DE AUTÓMOVILES EN LOS PAÍSES MIEMBROS DE LA FEDERACIÓN INTERAMERICANA DE EMPRESAS DE SEGUROS*, Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros.

[4] Annette J. Dobson, Adrian G. Barnett, *An Introduction to Generalized Linear Models*, Third Edition, Chapman & Hall, 2008.

[5] Luis Rincón, *INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DEL RIESGO*, Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias UNAM, Agosto 2012

[6] Ulf Olsson, *Generalized Linear Models, An Applied Approach*, Studentlitteratur, 2002.

[7] P. McCullagh, J. A. Nelder FRS,*Generalized Linear Models*, Segunda edición, Chapman and Hall.

[8] William G. Cochran, *Sampling Techniques*, John Wiley and Sons, Inc., 1977.

[9] Jordi Casal, Enric Mateu, *Tipos de Muestreo*, Rev. Epidem. Med. Prev. 1:3-7, 2003.

Casa abierta al tiempo
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

ACTA DE EXAMEN DE GRADO

No. 00195
Matrícula: 21[illegible]2589

Análisis de siniestros en seguros de responsabilidad civil de automóviles: Propuesta para definir un monto mínimo de cobertura para el seguro obligatorio de protección a victimas en la industria aseguradora.

En la Ciudad de México, se presentaron a las 10:30 horas del día 19 del mes de diciembre del año 2019 en la Unidad Iztapalapa de la Universidad Autónoma Metropolitana, los suscritos miembros del jurado:

DR. ALBERTO CASTILLO MORALES
MTRO. CARLOS OMAR JIMENEZ PALACIOS
DR. JAIME EDUARDO MARTINEZ SANCHEZ
DRA. BLANCA ROSA PEREZ SALVADOR

Bajo la Presidencia del primero y con carácter de Secretaria la última, se reunieron para proceder al Examen de Grado cuya denominación aparece al margen, para la obtención del grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS (MATEMÁTICAS APLICADAS E INDUSTRIALES)

DE: CESAR OTILIO NAVA FUERTE

CESAR OTILIO NAVA FUERTE
ALUMNO

y de acuerdo con el artículo 78 fracción III del Reglamento de Estudios Superiores de la Universidad Autónoma Metropolitana, los miembros del jurado resolvieron:

Aprobar

Acto continuo, el presidente del jurado comunicó al interesado el resultado de la evaluación y, en caso aprobatorio, le fue tomada la protesta.

REVISÓ

MTRA. ROSALIA SERRANO DE LA PAZ
DIRECTORA DE SISTEMAS ESCOLARES

DIRECTOR DE LA DIVISIÓN DE CBI

DR. JESUS ALBERTO OCHOA TAPIA

PRESIDENTE

DR. ALBERTO CASTILLO MORALES

VOCAL

MTRO. CARLOS OMAR JIMENEZ PALACIOS

VOCAL

DR. JAIME EDUARDO MARTINEZ SANCHEZ

SECRETARIA

DRA. BLANCA ROSA PEREZ SALVADOR