

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
UNIDAD IZTAPALAPA

**RECONSTRUCCIÓN DE CAVIDADES CON
SECCIÓN TRANSVERSAL VARIABLE
MEDIANTE REFLECTOMETRÍA ACÚSTICA**
ERNESTO RODRIGO VÁZQUEZ CERÓN

JULIO, 2002

ASESORES:

M. en I. OSCAR YÁÑEZ SUÁREZ
Dr. RAMON GONZÁLEZ CAMARENA

SINODALES:

Dra. LUCÍA MEDINA GÓMEZ

M. en C. CAUPOLICÁN MUÑOZ GAMBOA

M en I. OSCAR YÁÑEZ SUÁREZ

AGRADECIMIENTOS

Muy en especial a mis asesores Oscar y Ramón por creer en mi y porque en todo momento me mostraron su incomparable amistad y apoyo incondicional

A Rogelio, Ezequiel, Rafael, Fernando y Lucila por brindarme su invaluable apoyo moral y profesional

A mi familia y todas aquellas personas cercanas que de alguna u otra manera contribuyeron a la realización de este trabajo

ÍNDICE

1.- INTRODUCCIÓN.....	3
2.- OBJETIVO.....	9
3.- REFLECTOMETRÍA ACÚSTICA.....	10
4.- PROBLEMAS DIRECTO E INVERSO EN REFLECTOMETRÍA ACÚSTICA.....	16
4.1.- PROBLEMA DIRECTO.....	16
4.2.- PROBLEMA INVERSO.....	19
4.2.1.- MÉTODO WARE-AKI.....	22
4.2.2.- MÉTODO DE CAPAS.....	23
4.2.3.- ANÁLISIS EN EL ESTADO ESTACIONARIO.....	25
5.- INSTRUMENTACIÓN.....	26
6.- IDENTIFICACIÓN DE LAS ONDS ACÚSTICAS.....	28
7.- SIMULACIÓN.....	31
8.- RESULTADOS.....	32
8.1.- RESULTADOS SIMULADOS.....	32
8.1.1.- MÉTODO DE SEPARACIÓN FÍSICA.....	35
i) MÉTODO DE WARE-AKI.....	35
ii) MÉTODO DE CAPAS.....	47
iii) MÉTODO DE ANALISIS EN EL ESTADO ESTACIONARIO.....	51
8.1.2.- MÉTODO DE SEPARACIÓN POR DIFERENCIAS.....	61
i) MÉTODO DE WARE-AKI.....	63
ii) MÉTODO DE CAPAS.....	65
iii) MÉTODO DE ANALISIS EN EL ESTADO STACIONARIO.....	66
8.2.- RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	67
i) MÉTODO DE WARE-AKI.....	69
ii) MÉTODO DE CAPAS.....	70
iii) MÉTODO DE ANALISIS EN EL ESTADO ESTACIONARIO.....	71
9. CONCLUSIONES.....	80
10.- BIBLIOGRAFÍA.....	84
APÉNDICE A.- MÉTODOS DE IDENTIFICACIÓN.....	86
APÉNDICE B.- DESCOMPOSICIÓN DE VALOR SINGULAR.....	88
APÉNDICE C.- CAVIDADES CON ÁREA TRANSVERSAL VARIABLE.....	91

1.- INTRODUCCIÓN:

A través de los últimos años, la medicina, la ciencia y la tecnología han estado actualizándose y trabajando juntas por el bien de la sociedad. Así actualmente los médicos cuentan con el apoyo de la ciencia y la tecnología que proporciona herramientas para tratar y diagnosticar algún padecimiento de manera cada vez más precisa. Hoy en día no se puede hablar de medicina sin relacionarla con la ciencia y tecnología, el desarrollo que se ha alcanzado es sorprendente, tanto, que hace unos pocos años realizar una cirugía a corazón abierto era casi imposible, ahora no sólo se pueden reparar lesiones en este órgano vital sino hasta realizar trasplantes con alto porcentaje de éxito en la cirugía, si se tienen las condiciones apropiadas en el paciente y la tecnología adecuada.

Con esto no se puede decir que dentro de poco tiempo todos los males pueden ser tratados de manera efectiva, pero cada día tanto la medicina como la ciencia avanzan paso a paso para buscar métodos y técnicas más efectivas.

En un procedimiento de diagnóstico médico, lo ideal sería introducir sustancias o instrumentos a un paciente lo menos posible, a esto se le conoce como técnicas no invasivas. De aquí que surgiera nuestro interés por este trabajo para indagar en una técnica que ya se ha probado, pero que todavía le falta por realizar algunas mejoras. Esta técnica consiste en la estimación del área transversal de la vía aérea superior (Faringe y laringe) en función de la distancia, mediante el análisis de una onda acústica reflejada respecto a una onda acústica incidente. A esta técnica se le conoce como reflectometría acústica. Con ella es posible simplificar técnicas que en la actualidad se emplean para valorar el calibre de las vías aéreas superiores como lo es una endoscopia. En este estudio, invasivo, se introduce una sonda por la boca del paciente siguiendo por la faringe, laringe hasta llegar a una cierta profundidad en la tráquea. La sonda cuenta con un visor en el extremo para que ayudándose por un monitor el médico evalúe el área y las paredes de la vía aérea superior. Otra manera de realizar una evaluación de la vía aérea superior, es mediante un costoso estudio de tomografía computarizada donde a través de cortes el médico puede evaluar la vía aérea superior. De aquí que las ventajas de la reflectometría acústica consistan en que es una técnica no invasiva, el registro dura menos de un segundo, su costo es muy bajo y no se necesita mucha cooperación del paciente.

La reflectometría acústica analiza la respuesta generada por una onda acústica que incide sobre una cavidad con área transversal variable. Una bocina se usa como transductor para generar, con ayuda de una tarjeta electrónica, una onda acústica incidente la cual se conduce a través de un conducto (6 m de largo) para hacerla interactuar con alguna cavidad, que en un caso más específico se refiere a la vía aérea superior, ocasionando que se genere a su vez una onda acústica reflejada. Un micrófono colocado al ras de la pared interna, a una distancia intermedia de la longitud del conducto por donde se conducen las ondas acústicas incidentes y reflejadas, es el que realiza el registro de dichas ondas generadas, ayudándose de la misma tarjeta electrónica para almacenar los datos.

Debido a que se está trabajando con un sistema cerrado, las ondas acústicas generadas tienden a encimarse pues el conducto por donde se propagan es muy corto en longitud o la onda acústica incidente muy larga en tiempo de duración. En otras palabras, la onda

acústica incidente aún se está generando cuando la onda acústica reflejada se está registrando en el micrófono. En esta investigación se consideraron dos posibles caminos para identificar o separar la onda acústica incidente de la reflejada. El método de separación física permite observar como la onda acústica incidente de corta duración (10 ms o menos) decae por naturaleza en amplitud antes de que se genere la onda acústica reflejada. Para ello se tiene que considerar un sistema donde el conducto por donde se propagan las ondas acústicas es largo. Para este método la longitud del conducto debe ser aproximadamente de 6 m de longitud y un diámetro interno no mayor a 2 cm. Cuando el sonido se propaga en un tubo de paredes rígidas con una longitud de onda mayor que el radio, el movimiento acústico es esencialmente planar [11]. Además un conducto con este diámetro ocasiona que cuando se acople con la vía aérea superior no exista un brusco cambio de impedancia acústica. Por otro lado como la velocidad de propagación y la distancia recorrida por la onda acústica son medibles, es posible estimar el tiempo de inicio de la onda acústica reflejada. La ventaja de este método es que no necesita de un tratamiento matemático para lograr la separación de las ondas acústicas. La contraparte consiste en que el sistema es de grandes dimensiones, por lo que las pérdidas de ambas ondas acústicas pueden ser significativas si no se cuenta con un transductor adecuado, llevando a una mala reconstrucción del área transversal de la cavidad.

Por otro lado se propone el método de separación por diferencias que considera un traslape de la onda acústica incidente con la reflejada. La propuesta en esta investigación para llevar a cabo la identificación de ambas ondas acústicas consiste primero en hacer incidir una onda acústica de larga duración (90 ms) a cierta frecuencia que genere dicho traslape, utilizando un conducto por donde se propagan las ondas acústicas de la misma longitud que el utilizado en el método de separación física. Después se realiza la diferencia del registro que tiene las ondas acústicas traslapadas con una onda acústica de referencia, esta última se obtiene de la onda acústica incidente (Ver apéndice A). La importancia de este método de separación radica en que las dimensiones del sistema se podrían reducir considerablemente, tomando en cuenta que la elección del material del conducto por donde se propagan las ondas acústicas debe ser tal que no genere resonancia o pérdidas considerables en el momento del registro.

Sin importar el método elegido para lograr la separación de las ondas acústicas, se establece entonces un problema inverso, ya que a partir de estas ondas acústicas registradas e identificadas, se debe realizar la deconvolución para obtener la respuesta al impulso del sistema, de la cual puede inferirse la variación del área transversal de la vía aérea en función de la distancia.

Schoeder [16] en 1967, fue el primero en obtener una forma deseable del tracto vocal a partir de mediciones acústicas. Schoeder reportó dos métodos para lograr su objetivo, en uno realizaba la medición de las eigenfrecuencias del tracto vocal y en el otro método medía la impedancia acústica en los labios. Ambos métodos permitieron realizar una aproximación del área transversal del tracto vocal en función de la distancia. El algoritmo para la reconstrucción del tracto vocal se basó en términos de la serie de Fourier. Por tanto el número de términos y la resolución de la aproximación del tracto vocal, se incrementaba con el número de eigenfrecuencias medidas del tracto vocal para el primer método; mientras que con el segundo método, conforme el número de singularidades medidas de la

función impedancia aumentaba, se obtenía una mejor reconstrucción del tracto vocal. Para ello usó un sistema electromecánico unido a un diafragma que generaba las ondas acústicas incidentes, las cuales se propagaban a lo largo de un conducto de 4 m de longitud. El otro extremo del tubo se acoplaba al tracto vocal de un sujeto, quien mediante una pronunciación silenciosa de ciertas vocales, se realizaba la interacción con las ondas acústicas generadas. Dos micrófonos colocados sobre la pared interna del tubo realizaron el registro de las ondas incidente y reflejada. El inconveniente de su método fue que para determinar el área de la vía respiratoria era necesario conocer la longitud de esta, además de que la reconstrucción no era del todo buena.

En 1969 Ware y Aki [22], dedujeron una solución para el problema inverso por medio de la determinación de los coeficientes de reflexión, a partir de la respuesta al impulso generada por el sistema, cuando se hace incidir un pulso acústico sobre la corteza terrestre. El pulso incidente generado mediante una explosión, ocasiona que éste interactue con las diversas capas que conforman la capa terrestre para generar la onda acústica reflejada. Con las ondas acústicas incidente y reflejada se dedujeron los coeficientes de reflexión que se compararon con un patrón para determinar la densidad de las diversas capas y poder encontrar yacimientos de petróleo o agua. Este método referido como método de Ware-Aki fue aplicado a la reconstrucción de la vía aérea superior pero con limitaciones, ya que sólo es aplicable a cavidades cilíndricas sin ramificaciones con área transversal variable. Por otro lado sólo se ha podido realizar la reconstrucción hasta una cierta profundidad de la cavidad en estudio. Esto debido a que el método no se encuentra implementado para considerar las pérdidas que sufre la onda acústica cuando se propaga por la cavidad con área transversal variable. Con el paso de los años se ha experimentado con diversos filtros para compensar las pérdidas debidas al sistema (resonancia debida al tubo de propagación, absorción del sonido en el material, entre otras), pero la reconstrucción de la cavidad falta por mejorar.

Sondhi y Gopinath [18] en 1971 fueron los primeros en reportar la manera de cómo hacer incidir una onda acústica a la vía respiratoria, usando una bocina como transductor y un tubo largo de conducción por donde se propagan las ondas acústicas. Este esquema es uno de los más usados en la actualidad por la sencillez de implementarlo. El desarrollo matemático para deducir la respuesta al impulso fue muy complejo, pero ya no requería conocer la longitud de la vía aérea respiratoria. En su análisis recurrieron al método de Ware-Aki y en 1983 con la colaboración de Resnick [19], compensaron las pérdidas suponiendo que éstas tenían formas simples. Esto no sucede en la realidad y sigue siendo un problema en la actualidad debido a las propiedades intrínsecas de la vía aérea respiratoria.

En 1977 Jackson y sus colaboradores [9, 10] reportaron la reconstrucción de áreas de tráquea en animales caninos. En esta investigación usaron una descarga eléctrica (spark) para generar la onda acústica incidente que fue conducida a través de un conducto y hacerla interactuar en la vía aérea del animal. Un micrófono colocado al ras de la pared de dicho conducto por donde se propagan las ondas realizó el registro tanto de la onda acústica incidente como la reflejada. La longitud de este tubo (6 m) permitió realizar la identificación por el método de separación física. La respuesta al impulso se obtuvo por deconvolución en el dominio de la frecuencia dividiendo la onda acústica reflejada por la

onda acústica incidente. Con la respuesta al impulso se recurrió al método de Ware-Aki [22] realizando la reconstrucción de la vía aérea. Las reconstrucciones fueron buenas debido a la corta longitud de las vías aéreas con lo que las pérdidas se hicieron insignificantes y fue hasta 1980 cuando reportaron la reconstrucción de una vía aérea humana.

Las primeras reconstrucciones "in vivo" fueron reportadas por Fredberg et al [5] en 1980. Una bocina generó la onda acústica en un material compuesto de 80% He con 20% O₂. En este medio de propagación, aumentó la velocidad de la onda acústica casi al doble comparado en material O₂. Al implementar esta técnica los pacientes mantuvieron un flujo constante durante 2 minutos antes de hacer incidir la onda acústica. Fredberg y sus colaboradores concluyeron que la no rigidez de la vía aérea podía ser despreciada (no ha sido demostrado del todo). Al realizar la comparación de sus resultados obtenidos no se encontró mucha diferencia de aquellos reportados donde el medio de propagación era sólo O₂. Fredberg en compañía de Brooks et. al. [4] y Hoffstein et. al. [6], ganaron popularidad en la mitad de los años 80's ya que llevaron este sistema a la aplicación en la práctica médica.

Investigadores de la Universidad de Surrey, Benade y Smith [3] en 1981, han usado la reflectometría acústica para caracterizar algunos instrumentos musicales de viento hechos de latón, basándose en la impedancia acústica que presentan. Esta impedancia se calculó mediante una expresión derivada por Jackson et. al. [9]. Los instrumentos musicales presentaron una cierta impedancia acústica cuando los conductos se encontraban cerrados para generar un tono en específico. Así la impedancia acústica calculada se comparó con una impedancia acústica patrón. Estos investigadores llegaron a la conclusión que era suficiente usar un transductor piezoeléctrico para generar una onda acústica obteniendo buenos resultados, estableciendo como restricción que se debía realizar un promedio de la respuesta al impulso con el fin de mejorar la relación señal a ruido.

Esta investigación siguió a finales de los 80's por Watson y Bowsher [20, 21], quienes reportaron también el área transversal en función de la longitud de instrumentos musicales hechos de latón usando una bocina como transductor. En estos resultados reportaron la presencia de un offset DC en la respuesta impulso, es decir, una componente directa que ocasiona un desplazamiento de la intensidad de la onda acústica por arriba del eje del tiempo. Estos investigadores relacionan este efecto con una mala reconstrucción del área transversal del instrumento musical, caracterizándose principalmente porque el área transversal reconstruida se expandía a valores muy grandes o que dicha área se contrajera abruptamente a valores muy pequeños. No se encontró una manera efectiva de eliminar este offset DC, pero se pudo reducir mediante una estimación del promedio de la respuesta al impulso.

En los inicios de los 90's con el desarrollo de la tecnología, Marshall et al [14, 15] diseñaron un reflectómetro donde no sólo se reducía el tiempo de duración de la onda acústica incidente, sino también las dimensiones del sistema. De manera que el conducto por donde se conducían las ondas acústicas incidente y reflejada quedó finalmente en unos cuantos centímetros (40 cm). El inconveniente fue que un complejo desarrollo matemático tuvo que ser establecido para poder identificar la onda acústica incidente de la reflejada.

Aunque el reflectómetro cumplió su misión de obtener la respuesta al impulso, al realizar la comparación de la reconstrucción de la vía aérea “in vivo”, no fue muy diferente al sistema desarrollado por Jackson [9, 10] donde el largo del conducto por donde se conducen las ondas acústicas fue 6 m.

En 1993 Louis et al [12, 13] reportaron un método novedoso donde la longitud del tubo por donde se conducen las ondas acústicas es 30 cm. Para lograr la identificación de las ondas acústicas se colocó un segundo micrófono también al ras de la pared interna del tubo. El primer micrófono separado de la boca del paciente 5 cm y el segundo micrófono a 10 cm separado del primero. Esto permitió determinar el tiempo de retraso de la onda acústica incidente de la reflejada, el cual fue usado en un desarrollo matemático para lograr la respectiva identificación. Aunque el sistema cumplió con su objetivo, no se observó mucha diferencia en la reconstrucción de la vía aérea, llevada a cabo con el sistema de un sólo micrófono y el conducto por donde se propagan las ondas acústicas de mucho mayor longitud. Sin embargo Louis reportó que era necesario pasar la respuesta impulso por un filtro pasa altas para eliminar los ruidos respiratorios, donde el corte de frecuencia dependía necesariamente de las características de la pared en la vía aérea.

En 1995 Amir et al [1, 2] sugirió el uso del método de capas (“layer-peeling”) el cual puede considerar las pérdidas ocasionadas en el sistema, siempre y cuando se elimine el offset DC generado por el sistema. Amir realizó la reconstrucción del área transversal en función de la distancia en instrumentos musicales de viento. De aquí que propusiese tres métodos para compensar las pérdidas, obteniendo buenos resultados, pero no probados aún en la reconstrucción de las vías aéreas.

En 1997 Sharp [17], reportó el diseño de un reflectómetro en espiral. Este diseño permitió seguir trabajando con un tubo largo (6 m de longitud) por donde se propagaba la onda acústica. La forma en espiral del reflectómetro redujo las dimensiones del sistema. Sharp mencionó que sólo era necesario generar una onda acústica con una intensidad adecuada usando una bocina para realizar una buena reconstrucción del área transversal de la cavidad en cuestión. Sharp comparó los métodos de Ware-Aki [22] y el método de capas [1] pero sólo se enfocó en la caracterización y reconstrucción de las áreas transversales en función de la distancia para instrumentos musicales de viento, obteniendo buenos resultados, debido a que consideró el caso del método de capas compensando las pérdidas.

En el 2000 investigadores japoneses, Huang, Itai y Hoshiba [8], reportaron que es posible extender el algoritmo de Ware-Aki para realizar la reconstrucción de cavidades cilíndricas con ramificaciones simples. A pesar de que toda la teoría en reflectometría acústica, se había basado sólo para cavidades cilíndricas sin ramificaciones, con área transversal variando en función de la distancia. Estos investigadores le dieron la aplicación de tal manera que el conducto por donde se conducen las ondas acústicas es adaptado a la cavidad nasal. La ramificación simple la denota el tabique nasal; de aquí que se haga interactuar la onda acústica incidente con dicha cavidad ramificada para poder reconstruir el área transversal de ambas fosas nasales y de esta manera evaluar el tabique nasal. Si el tabique nasal se encuentra desviado, este último ocasiona que las áreas de las fosas nasales difieran.

Diversos han sido los procedimientos para obtener mejores resultados en la reconstrucción del área en la vía aérea superior mediante la técnica no invasiva de reflectometría acústica. No sólo se ha logrado reducir las dimensiones del sistema quedando en unos cuantos centímetros; sino que con el desarrollo de la tecnología se han podido generar ondas acústicas incidentes de buena calidad y corta duración, tratando de simular un pulso acústico. También se han desarrollado diversos tratamientos matemáticos para separar la onda acústica incidente de la onda acústica reflejada, las cuales son usadas para obtener los coeficientes de reflexión del sistema con dos posibles métodos; el método de capas y el método de Ware-Aki.

Sin embargo, los resultados reportados no presentan una diferencia marcada a los reportados al inicio en el desarrollo de la reflectometría acústica. Es por eso que en este trabajo además de reproducir ambos métodos de reconstrucción ya mencionados, se reportan los resultados de una propuesta basada en el análisis de la respuesta al impulso en estado estacionario generada por una onda acústica incidente de larga duración. Haciendo la diferencia con las técnicas anteriores en considerar ahora tonos puros en la generación de dicha onda. Con este último método se pudo realizar un barrido en frecuencia igualmente espaciado para determinar una ganancia y una diferencia de fase de la onda acústica reflejada en estado estacionario respecto a la onda acústica incidente en estado estacionario a una frecuencia específica. Con ello fue posible expresar la respuesta en frecuencia del sistema en términos de la transformada discreta de Fourier (DFT). La respuesta al impulso puede ser estimada mediante la inversa de la transformada discreta de Fourier (IDFT) para relacionarla con los coeficientes de reflexión, que es la finalidad que tiene tanto el método de capas como el método de Ware-Aki. El hecho de realizar un barrido en frecuencia permite excitar al sistema para que respondiera a diversas frecuencias, que es lo que se pretende hacer cuando se incide un pulso acústico, debido a que éste contiene todas las frecuencias en amplitudes iguales y asegurando con ello que será una suficiente excitación en el rango de frecuencia de interés [7].

Experimentalmente se llevó a cabo la reconstrucción de una cavidad con área transversal variable haciendo incidir ondas acústicas de larga duración, realizando así una comparación con los tres métodos referidos. Por otro lado, la simulación permitió explorar las variables involucradas en la reflectometría acústica para cavidades sin ramificaciones como fueron: la complejidad (expansión y contracción del área transversal) y la longitud de la cavidad propuesta, el tiempo de duración de la onda incidente, así como el máximo barrido en frecuencia con un cierto espaciado. En lo que respecta a la identificación de las ondas incidente y reflejada, se consideraron los dos caminos referidos como separación física y separación por diferencia. Una vez identificadas las ondas acústicas se emplearon tres métodos de reconstrucción: Ware-Aki, el método de capas y método de análisis en estado estacionario. Realizando la respectiva comparación entre ellos.

2.- OBJETIVOS

Realizar la reconstrucción de las vías aéreas superiores mediante una técnica no invasiva, como lo es la reflectometría acústica, presenta ventajas ante los métodos tradicionales. A este campo de la investigación, que se ha dado durante más de 30 años, ha tenido énfasis en cuanto a la instrumentación para generar y registrar las ondas acústicas, logrando reducir las dimensiones de los reflectómetros. Por otro lado se ha indagado con diferentes desarrollos matemáticos la manera efectiva, aunque en algunos casos compleja, de realizar la deconvolución del sistema para obtener la respuesta al impulso. Con el desarrollo computacional en día se ha pretendido diseñar filtros adecuados para tratar de compensar las pérdidas generadas por el sistema. Sin embargo estas no han sido nada simples.

Los objetivos de este trabajo son:

- i) Resolver el problema inverso empleando a) el método de capas, b) el método de Ware-Aki y c) un nuevo método propuesto referido como análisis en el estado estacionario, haciendo incidir ondas acústicas de larga duración a cierta frecuencia para los tres métodos referidos.
- ii) Proponer un desarrollo matemático sencillo para realizar la identificación de las respectivas ondas acústicas cuando se genere el traslape.
- iii) Realizar una simulación para reconstruir el área transversal de una cavidad cilíndrica en función de la distancia, con los tres métodos referidos e involucrando los parámetros característicos de cada método.
- iv) Construir un reflectómetro para llevar a cabo, la reconstrucción del área transversal variable de una cavidad cilíndrica sólida de corta longitud.
- v) Comparar tanto teórica como experimentalmente los tres métodos de reconstrucción empleados en esta investigación.

3.-REFLECTOMETRÍA ACÚSTICA

Para entender los conceptos básicos usados en reflectometría acústica, se analiza en esta sección, el caso simple de una cavidad discontinua para después extenderlo al caso de una cavidad con múltiples discontinuidades. Sean dos cavidades cilíndricas semi-infinitas con área transversal S_0 y S_1 unidos en la posición $x=0$. Cuando una onda de presión acústica plana se propaga a lo largo de un cilindro lleno de aire y encuentra un cambio en el área transversal, existe un cambio de impedancia acústica asociado. Este cambio de impedancia acústica originado en el punto $x=0$, genera ondas acústicas de transmisión y reflexión.

L. Kinsler [11], demostró que la razón de la presión acústica reflejada sobre la presión acústica incidente (definido como coeficiente de reflexión) y la razón de la presión acústica transmitida sobre la presión acústica incidente (definido como coeficiente de transmisión), depende únicamente del cambio de impedancia acústico el cual a su vez depende del cambio del área transversal. Una onda acústica incidente puede ser expresada como:

$$\mathbf{P}_0^+ = P_0^+ e^{j(\omega t - kx)} \quad (3.1)$$

Que no es mas que la solución de la ecuación diferencial con ciertas condiciones de frontera de la ecuación de onda plana, donde el subíndice 0 (cero) indica que se trata de una onda acústica que se está propagando a lo largo del segmento cero S_0 . La expresión 3.1 describe entonces el comportamiento de la propagación de onda $\mathbf{P}_0$ partiendo de una amplitud de presión P_0 inicial, que está en función del tiempo t y de la posición x , dependiendo de una frecuencia angular ω y una constante de propagación k que está relacionada con la longitud de onda. El signo + (mas) en $\mathbf{P}_0$ y P_0 indica que se propaga en dirección positiva (de izquierda a derecha).

La onda acústica reflejada se genera cuando la onda acústica incidente encuentra un cambio de área transversal por donde se está propagando. La onda acústica reflejada viajará en dirección contraria a la incidente sobre el mismo segmento cero. De esta manera se representa por el signo – (menos).

$$\mathbf{P}_0^- = P_0^- e^{j(\omega t + kx)} \quad (3.2)$$

Cabe resaltar una vez mas que P_0 es la amplitud de presión inicial de la onda acústica reflejada. Para la onda acústica transmitida donde el subíndice 1 (uno), indica que se propaga en el segmento S_1 , tiene la misma dirección + (mas) que la onda incidente.

$$\mathbf{P}_1^+ = P_1^+ e^{j(\omega t - kx)} \quad (3.3)$$

La figura 3.1 muestra las respectivas ondas acústicas generadas.

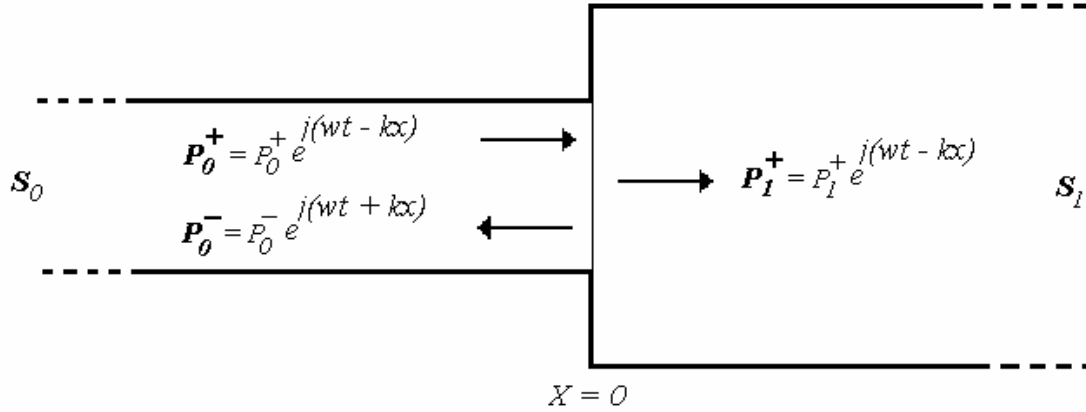


Figura 3.1.- Generación de las ondas acústicas de reflexión y transmisión a partir de una onda acústica incidente.

Para obtener los coeficientes de reflexión y transmisión se considera que la onda que incide es normal a X , por lo que en este punto se deben tomar condiciones de continuidad tanto en presión acústica como en velocidad de volumen. La velocidad de volumen se define como la velocidad de la partícula multiplicada por el área transversal y se representa por la letra U . El signo $\pm$ representa la dirección y el subíndice inferior representa el segmento sobre el cual está interactuando.

Debido a las condiciones de continuidad en el punto $x=0$ se tiene:

$$P_0^+ + P_0^- = P_1^+ \quad (3.4)$$

mientras que para la velocidad de volumen queda como:

$$U_0^+ + U_0^- = U_1^+ \quad (3.5)$$

por otro lado se define la impedancia acústica Z de un fluido que actúa sobre una superficie de área S como el cociente complejo de la presión acústica dividida por la velocidad de volumen en dicha superficie expresada como:

$$Z = \frac{P}{U} \quad (3.6)$$

dividiendo la ecuación 3.4 por la ecuación 3.5 se tiene:

$$\frac{P_0^+ + P_0^-}{U_0^+ + U_0^-} = \frac{P_1^+}{U_1^+} \quad (3.7)$$

en función de la impedancia puede ser expresada como:

$$Z_0 \frac{P_0^+ + P_0^-}{U_0^+ + U_0^-} = Z_1 \quad (3.8)$$

Donde Z_0 y Z_1 son las impedancias acústicas de cada uno de los segmentos (S_0 y S_1) de la cavidad cilíndrica propuesta inicialmente. La expresión 3.8 se puede acomodar como:

$$\begin{aligned} P_0^+ + P_0^- &= \frac{Z_1}{Z_0} (P_0^+ - P_0^-) \\ P_0^+ - \frac{Z_1}{Z_0} P_0^+ &= -P_0^- - \frac{Z_1}{Z_0} P_0^- \\ \frac{P_0^-}{P_0^+} &= \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} = r_{01} \end{aligned} \quad (3.9)$$

r_{01} es el coeficiente de reflexión entre el segmento 0 y el segmento 1. Por otro lado dividiendo la ecuación (3.4) por la presión incidente se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{P_0^+ + P_0^-}{P_0^+} &= \frac{P_1^+}{P_0^+} \\ 1 + \frac{P_0^-}{P_0^+} &= \frac{P_1^+}{P_0^+} \\ 1 + r_{01} &= \frac{P_1^+}{P_0^+} = t_{01} \end{aligned} \quad (3.10)$$

t_{01} se define como el coeficiente de transmisión que en términos de Z se expresa como:

$$\begin{aligned} t_{01} &= 1 + \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} \\ t_{01} &= \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_0} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Por otro lado la impedancia acústica Z , útil en la radiación por superficies vibrantes y la transmisión de esta misma radiación a través de elementos acústicos concentrados como en tubos y trompetas, se relaciona con la impedancia acústica específica z en la superficie por:

$$Z = \frac{z}{S} \quad (3.12)$$

La impedancia acústica específica z es una propiedad característica del medio y del tipo de onda que se propaga. Es útil en cálculos que implican la transmisión de ondas acústicas de un medio a otro. La impedancia acústica específica para ondas planas, se define como la velocidad de propagación de la onda multiplicada por la densidad del medio por el cual se propaga:

$$z = \pm \rho c \quad (3.13)$$

el signo $\pm$ define la dirección de la propagación, con esto la impedancia acústica, para cualquier sección transversal S en un cilindro esta definida por:

$$Z = \frac{\rho c}{S} \quad (3.14)$$

Esto permite definir una impedancia acústica Z_0 y Z_1 , para cada uno de los segmentos propuestos inicialmente. Ahora bien tomando en consideración que la onda acústica se propaga por un mismo medio y haciendo la sustitución respectiva de (3.14) en las ecuaciones (3.9) y (3.11) se tiene que para el caso del coeficiente de reflexión queda:

$$r_{01} = \frac{S_0 - S_1}{S_0 + S_1} \quad (3.15)$$

y para el caso del coeficiente de transmisión:

$$t_{01} = \frac{2S_0}{S_0 + S_1} \quad (3.16)$$

con lo que se demuestra que los coeficientes de reflexión y transmisión dependen únicamente del cambio en el área transversal del cilindro. Lo anterior se definió cuando la onda incidente va del segmento 0 al segmento 1. Cuando sucede lo contrario, es decir, del segmento 1 al segmento 0 los coeficientes de transmisión y reflexión están dados por:

$$\begin{aligned} r_{10} &= \frac{S_1 - S_0}{S_0 + S_1} = -r_{01} \\ t_{01} &= \frac{2S_1}{S_0 + S_1} = 1 + r_{10} = 1 - r_{01} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Debido a que la onda acústica se encuentra en un vaivén a lo largo de la cavidad; es decir, que en cada segmento de área transversal se están generando, ondas acústicas de transmisión de izquierda a derecha y viceversa hasta que decae por naturaleza, existe una pérdida de transmisión definida como:

$$t_{01}t_{10} = (1 + r_{01})(1 - r_{01}) = 1 - r_{01}^2 \quad (3.18)$$

Esto es suficiente entonces para tratar ahora el caso de una onda acústica que incide normalmente sobre una cavidad cilíndrica con múltiples discontinuidades, donde cada segmento tiene la misma longitud y un área transversal particular, como se muestra en la figura 3.2.

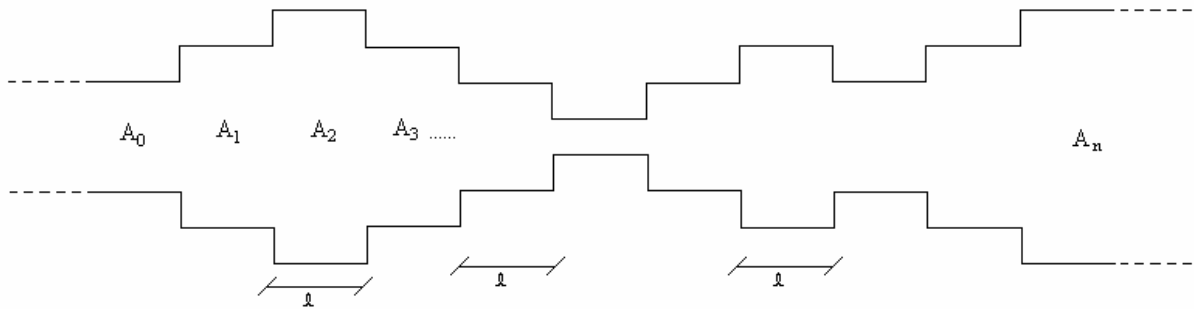


Figura 3.2.- Cavidad cilíndrica infinita con múltiples discontinuidades

Para este caso se considera un pulso acústico (de corta duración y gran amplitud) como excitación, el cual incide normalmente a la entrada de la cavidad con múltiples discontinuidades. En el desarrollo teórico, se propone un pulso acústico como una delta debido a que éste contiene todas las frecuencias en amplitudes iguales, asegurando con ello que será una suficiente excitación en el rango de frecuencia de interés. La onda acústica incidente puede representarse entonces como:

$$P_{0r}^+[nT] = \delta[nT] = \begin{cases} 1 \longrightarrow n = 0 \\ 0 \longrightarrow n \neq 0 \end{cases} \quad (3.19)$$

La señal que regresa desde el objeto, es la respuesta al impulso de entrada (iir) que se compone de una serie de impulsos espaciados un tiempo T

$$P_{0r}^-[nT] = iir[nT] \quad (3.20)$$

Para tener idea de la compleja trayectoria que recorre un pulso acústico a lo largo de una cavidad con múltiples discontinuidades recurrimos a un diagrama Espacio-Tiempo, en donde se esboza la serie de ondas acústicas de reflexión y transmisión en cada segmento a diferentes tiempos, como se muestra en la figura 3.3.

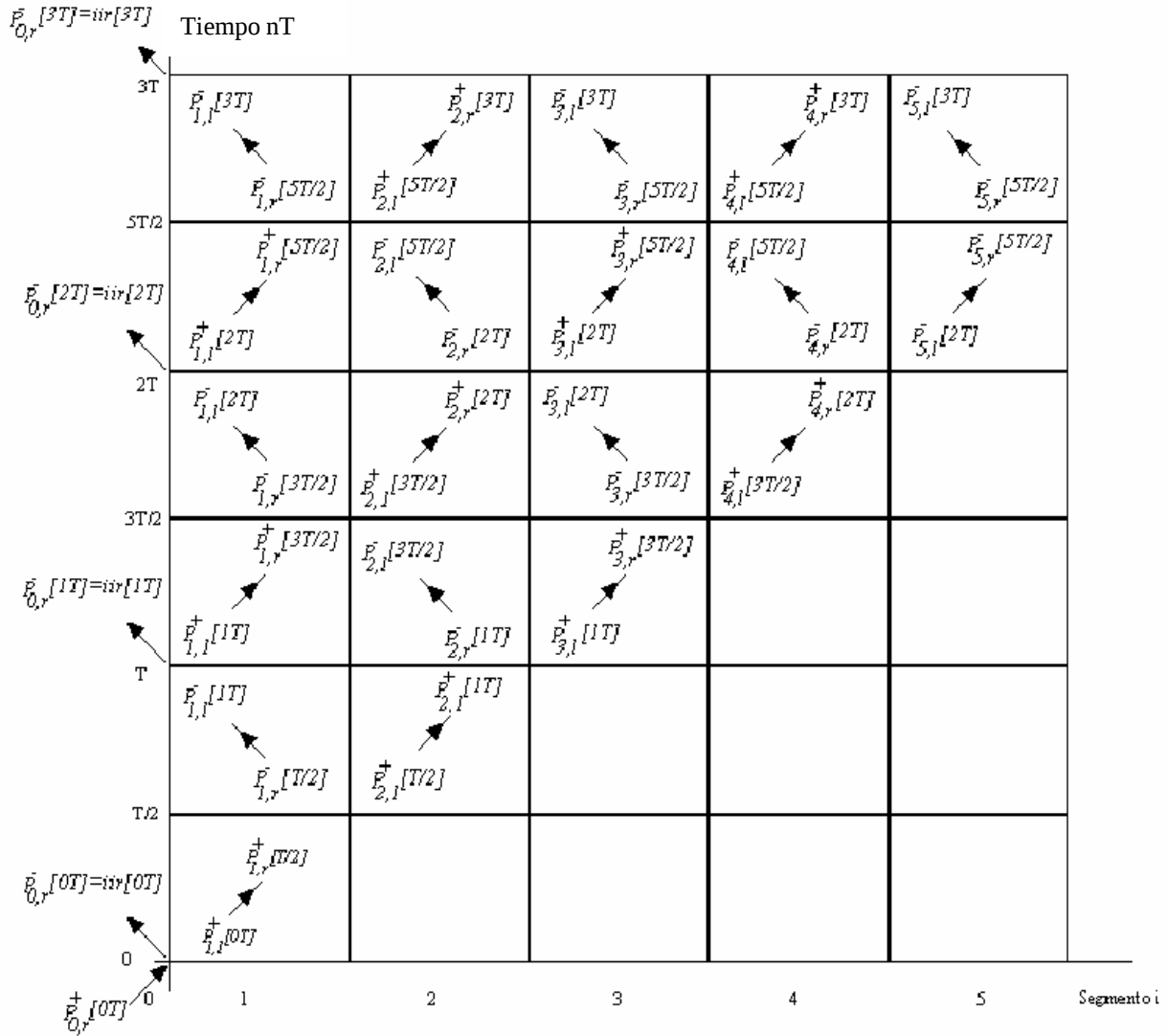


Figura 3.3.- El diagrama Espacio-Tiempo despliega la propagación de una onda acústica a través de una cavidad cilíndrica con múltiples discontinuidades (figura tomada de [17]).

En este diagrama se observa que la presión debajo de la diagonal principal es uniformemente cero ya que se trata de un sistema causal, es decir, una onda acústica reflejada en un segmento no puede ser generada a menos que la onda acústica incidente haya alcanzado dicho segmento.

Cada segmento (eje horizontal) es de igual longitud pero con diferente área. Cuando la onda acústica incidente encuentra el primer cambio de área transversal, se genera una onda acústica de reflexión, la razón de ambas ondas acústicas genera en este caso el primer coeficiente de reflexión para $n=0$ (eje vertical):

$$r_{01} = \frac{P_{0,r}^-}{P_{0,r}^+} = iir[0T] \quad (3.21)$$

Para $n=1$, la $iir[1T]$ se compone de una onda transmitida hacia adelante entre el segmento 0-1, una onda reflejada hacia atrás entre el segmento 1-2 y una onda transmitida hacia atrás del segmento 1-0. Usando la ecuación (3.18) puede ser expresada finalmente como:

(3.22)

$$iir[1T] = t_{01}^{\rightarrow} r_{12}^{\leftarrow} t_{10}^{\leftarrow} = r_{12} (1 - r_{01}^2)$$

Para $n=2$, la $iir[2T]$ se compone de dos trayectorias, una reflexión primaria y una de alto orden¹:

$$\begin{aligned} iir[2T] &= t_{01}^{\rightarrow} t_{12}^{\rightarrow} r_{23}^{\rightarrow} t_{21}^{\rightarrow} t_{10}^{\rightarrow} - t_{01}^{\rightarrow} r_{12}^{\rightarrow} r_{01}^{\rightarrow} r_{12}^{\rightarrow} t_{10}^{\rightarrow} \\ iir[2T] &= r_{23} (1 - r_{12}^2) (1 - r_{01}^2) - r_{12}^2 r_{01} (1 - r_{01}^2) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Y así sucesivamente para $n=3,4,5,\dots,m$. De esto se puede observar entonces que conforme la onda acústica se introduce cada vez más a la cavidad con múltiples discontinuidades, la complejidad de la respuesta al impulso aumenta. La notación deducida hasta aquí permite dejar todo en términos de los coeficientes de reflexión, pero también hay que darse cuenta que la teoría desarrollada sólo permite realizar la reconstrucción de cavidades cilíndricas sin ramificaciones y considerando ondas semejantes a un pulso acústico.

¹ Una Reflexión primaria se refiere a que el impulso reflejado tiene una reflexión simple antes de emerger del objeto, mientras una reflexión de alto orden tiene más de una reflexión antes de emerger del objeto.

donde $x[n]$ es la amplitud de la onda acústica para un cierto instante de tiempo, $2\pi f$ es la frecuencia angular dada en radianes/segundo y el periodo T es el inverso de la frecuencia de muestro ($T=1/F_s$). En el diagrama Espacio-Tiempo T representa el tiempo en el que una onda acústica va y regresa sobre un mismo segmento, en otras palabras, T es el tiempo (segundos) que transcurre cuando la onda recorre dos veces la distancia de un mismo segmento.

La velocidad de propagación c de una onda acústica en aire se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$c = 331.6 \sqrt{1 + \frac{\tau}{273}} \quad (4.1.2)$$

donde c está dada en m/s y τ es la temperatura del aire en grados Celsius. Relacionando la distancia recorrida, el tiempo y la velocidad de propagación, se obtiene que la longitud (metros) de cada segmento está dada como:

$$\begin{aligned} l &= \frac{cT}{2} \\ l &= \frac{c}{2F_s} \end{aligned} \quad (4.1.3)$$

y en donde es evidente que se obtiene mayor resolución en la reconstrucción de la cavidad entre más alta es F_s , debido a que se necesitan más segmentos de longitud pequeña para representar el área total de la cavidad con área transversal.

4.2.-PROBLEMA INVERSO

Para poder reconstruir una cavidad cilíndrica con área transversal variable, se tiene que resolver el problema inverso. Al igual que el problema directo, se considera a la cavidad en cuestión como la unión de varios segmentos cilíndricos y a diferencia del problema directo, esta cavidad se considera ahora *desconocida*.

Para determinar cómo varía el área transversal de la cavidad en función de la distancia, se parte de que se tiene una onda acústica incidente y una onda acústica reflejada (obtenidas del problema directo). Experimentalmente éstas se pueden obtener mediante un micrófono colocado al ras de la pared del tubo por donde se están propagando. La tarea entonces es determinar los coeficientes de reflexión en las fronteras de los distintos segmentos que conforman la cavidad a partir de las ondas incidente y reflejada. La expresión (3.15) indica que el coeficiente de reflexión en un determinado segmento depende exclusivamente del área de los segmentos contiguos. Esta expresión puede ser representada como una expresión recursiva para determinar la magnitud de las áreas transversales de dichos segmentos a partir de los coeficientes de reflexión obtenidos.

$$S_{i+1} = S_i \frac{1 - r_{i,i+1}}{1 + r_{i,i+1}} \quad (4.2.1)$$

S_{i+1} representa el área transversal del segmento $i+1$, por lo que deben ser conocidos el coeficiente de reflexión generado por dicho segmento ($i+1$) y el segmento anterior (i). Además de que en esta expresión tiene que darse como condición inicial el área transversal del primer segmento S_i que corresponde al área transversal del tubo por donde se propaga la onda acústica. Una vez determinada el área transversal del segmento S_{i+1} , este último se convierte ahora en el área transversal del segmento anterior, es decir, S_i . Este proceso es recursivo hasta completar la longitud de la cavidad en cuestión.

Para determinar los coeficientes de reflexión se consideran tres posibles caminos. El primero es usar el método Ware-Aki, donde se recurre a la deconvolución y se obtiene la respuesta al impulso del sistema, para después relacionar ésta con los coeficientes de reflexión. El segundo camino es el método de capas que deduce los coeficientes de reflexión usando una ecuación de dispersión. El tercer camino, que constituye la propuesta de la presente tesis, es realizar un barrido en frecuencia para analizar la respuesta de la onda acústica en estado estacionario al hacer incidir una onda acústica de larga duración a cierta frecuencia. Después se hace uso de la IDFT para obtener la respuesta al impulso y relacionarla con los coeficientes de reflexión. La figura 4.2.1 muestra el esquema para resolver el problema inverso por los dos primeros caminos y la figura 4.2.2 muestra el esquema considerando el tercer camino posible.

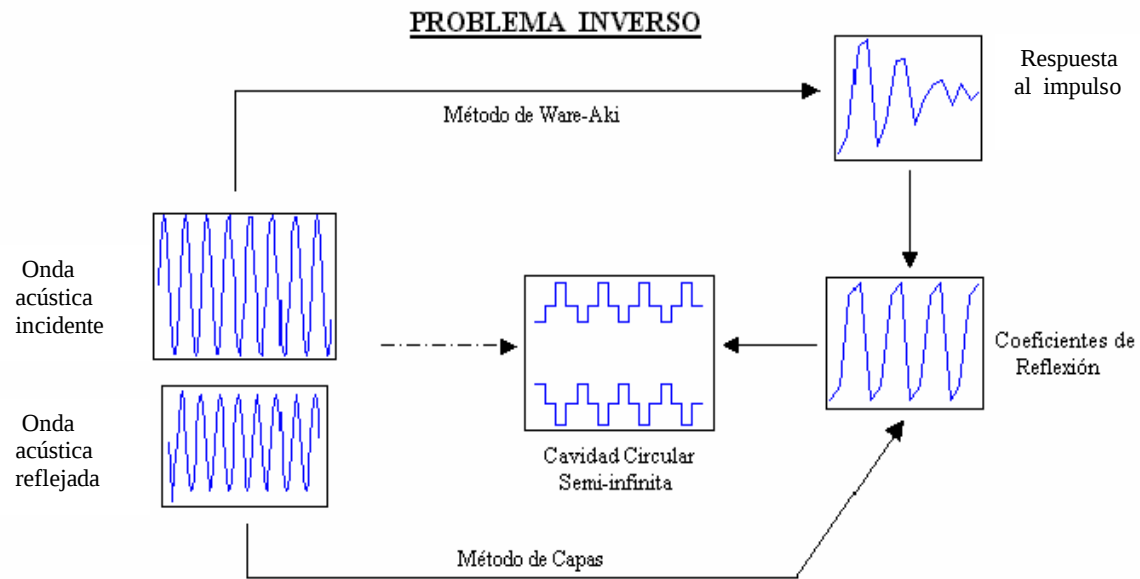


Figura 4.2.1.- A partir de una onda acústica incidente y una reflejada se obtiene por dos posibles caminos los coeficientes de reflexión, para lograr la reconstrucción del área transversal de la cavidad.

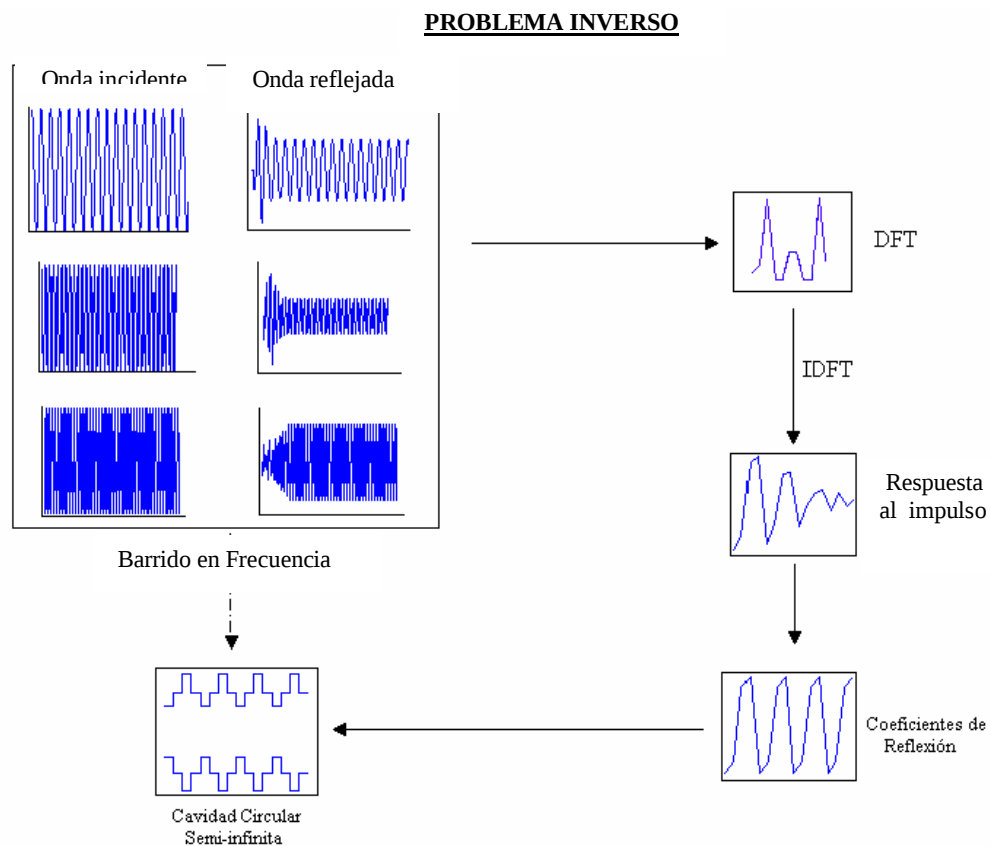


Figura 4.2.2.- Realizando un barrido en frecuencia es posible expresar la respuesta en frecuencia del sistema y deducir los coeficientes de reflexión.

Como se comentó anteriormente los n segmentos que conforman la cavidad propuesta tienen la misma longitud, ver figura 3.2. Por lo que si se multiplica el número de segmentos en los cuales se encuentra dividida la cavidad por la longitud constante de cada uno de ellos, se puede determinar la longitud total de la cavidad. Sin embargo, cabe recordar que al trabajar con el problema inverso no se conoce ni la longitud, ni mucho menos el área de cada segmento. Con esto sólo se remarca el hecho que se necesita un cierto número de las muestras que componen las ondas incidente y reflejada para lograr reconstruir el área de la cavidad total. Este número depende por supuesto de la longitud de la cavidad.

Debido a que las ondas incidente y reflejada se componen de m muestras, sólo las primeras muestras están relacionadas con un segmento particular que conforma la cavidad cilíndrica. De aquí que se tiene que tomar sólo, las muestras necesarias que portan la información para la reconstrucción del área transversal de la cavidad. De otra manera se considera sólo una cierta profundidad de longitud que va a ser reconstruida. De lo contrario, si se tomaran las m muestras que conforman las propagaciones de onda incidentes y reflejadas, al realizar la reconstrucción de la cavidad, no sólo sería mayor en longitud; sino que además el área transversal estaría sobrestimada a la cavidad real después del número de segmentos mínimos necesarios que corresponden a la cavidad propuesta.

En las siguientes secciones se revisa por separado y con mayor énfasis, el método de Ware-Aki, el método de capas y el método propuesto de análisis en el estado estacionario, los cuales deducen los coeficientes de reflexión a partir de las ondas incidentes y reflejadas a una frecuencia específica.

4.2.1.- MÉTODO WARE-AKI

Para este método fue necesario obtener la respuesta al impulso a partir de las ondas incidente y reflejada, mediante deconvolución, la cual se realiza mediante la descomposición de valor singular (ver apéndice B). Una vez conocida la respuesta al impulso $iir[nT]$, se recurre al diagrama Espacio-Tiempo que relaciona la respuesta al impulso con los coeficientes de reflexión. En 1969 Ware y Aki [22], dedujeron una ecuación recursiva que facilita el cálculo de los coeficientes de reflexión a partir de la respuesta al impulso y la cual está dada por:

$$r_{i,i+1} = \frac{\sum_{m=0}^{i-1} A_m iir[(i-m)T]}{\prod_{m=0}^{i-1} (1 - r_{m,m+1}^2)} \quad (4.2.1.1)$$

A_m es el coeficiente de un polinomio referido como Z_m que se obtiene de las siguientes ecuaciones recursivas:

$$\begin{aligned} A(i-1, z) &= A(i-2, z) + r_{i-1,i} z B(i-2, z) \\ B(i-1, z) &= r_{i-1,i} A(i-2, z) + z B(i-2, z) \end{aligned} \quad (4.2.1.2)$$

Donde:

$$\begin{aligned} A(0, z) &= 1 \\ B(0, z) &= r_{01} \end{aligned}$$

Así se tiene que para $i=0$

$$r_{01} = iir[0T] \quad (4.2.1.3)$$

para $i=1$

$$r_{12} = \frac{A_0 iir[1T]}{1 - r_{01}^2} \quad (4.2.1.4)$$

para $i=2$

$$r_{23} = \frac{A_0 iir[2T] + A_1 iir[1T]}{(1 - r_{01}^2)(1 - r_{12}^2)} \quad (4.2.1.5)$$

y así sucesivamente. Una vez conocidos los coeficientes de reflexión se realiza la reconstrucción usando la expresión recursiva (4.2.1).

4.2.2.-MÉTODO DE CAPAS

Sea una cavidad cilíndrica semi-infinita con áreas transversales que varían longitudinalmente. Cuando la onda acústica incidente ha cruzado la frontera que une los dos primeros segmentos, se genera una onda acústica reflejada hacia atrás y una onda acústica transmitida hacia adelante. La onda acústica transmitida hacia adelante al llegar a la frontera que une al segundo y tercer segmento genera una onda acústica reflejada hacia atrás y una onda acústica transmitida hacia adelante. Esta última onda acústica reflejada hacia atrás llegará a la frontera que une los dos primeros segmentos, esto genera a su vez una onda acústica reflejada hacia adelante y una onda acústica transmitida hacia atrás que se suma a la primera onda acústica reflejada hacia atrás. Este proceso se ilustra en la figura 4.2.2.1 y continua a lo largo de toda la cavidad hasta que la onda en general decaiga en amplitud.

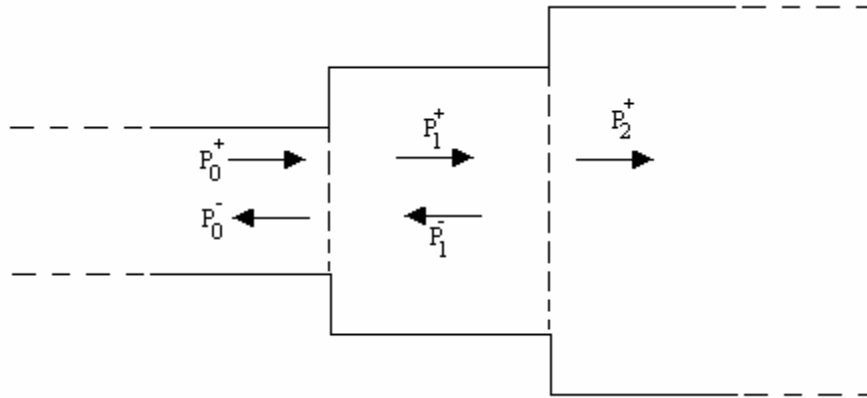


Figura 4.2.2.1.- Las ondas que se generan a través de cada segmento se van sumando conforme la onda se genera en la cavidad.

El tiempo en que la primera onda acústica transmitida hacia adelante no ha alcanzado aún la frontera que une al segundo y tercer segmento, entonces por causalidad, no se ha generado la onda acústica de reflexión hacia atrás en el segundo segmento, ni tampoco la onda acústica de transmisión hacia adelante en el tercer segmento. Esto sucede para un tiempo $t = iT/2$ como se muestra en la figura 4.2.2.2. En estas condiciones se puede conocer el coeficiente de reflexión del primer y segundo segmento expresado como r_{01}

$$r_{01} = \frac{P_{or}^{-}[0T]}{P_{or}^{+}[0T]} \quad (4.2.2.1)$$

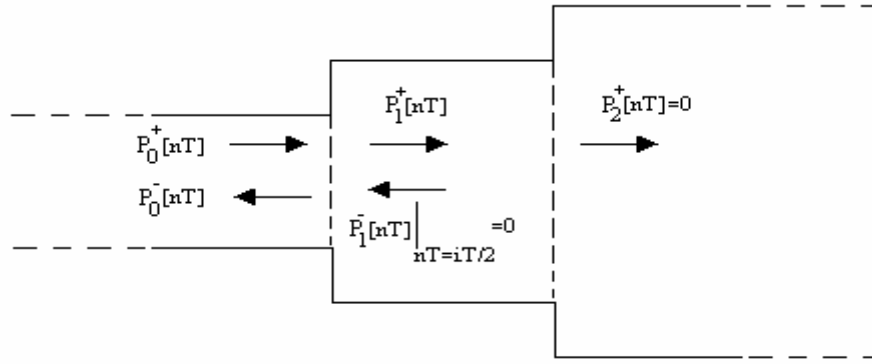


Figura 4.2.2.2.- Para un tiempo $t=iT/2$ la onda reflejada en el segundo segmento es cero y por causalidad no se pueden generar las demás ondas.

La razón de la onda acústica reflejada con la onda acústica incidente para obtener r_{01} en estas condiciones, es la que se genera en el lado derecho (r) del primer segmento. Lo siguiente fue indagar cómo es que se propagan tanto la onda acústica transmitida hacia adelante como la onda acústica reflejada hacia atrás en el segundo segmento, por lo que se recurre a una ecuación de dispersión y la cual proporciona las magnitudes de ambas presiones del lado izquierdo (l) del segundo segmento. Esta ecuación de dispersión está dada por:

$$\begin{bmatrix} P_{1,l}^+[nT] \\ P_{1,l}^-[nT] \end{bmatrix} = \frac{1}{1-r_{01}} \begin{bmatrix} 1 & -r_{01} \\ -r_{01} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{0,r}^+[nT] \\ P_{0,r}^-[nT] \end{bmatrix} \quad (4.2.2.2)$$

El cálculo se realiza para todo el vector de muestras que contiene tanto la onda acústica incidente como la onda acústica reflejada y que va modificando en cada paso la magnitud de ambas ondas. En otras palabras, la ecuación de dispersión evalúa en cada proceso la amplitud de las ondas que corresponde al proceso similar de obtener los coeficientes de reflexión del diagrama Espacio-Tiempo.

El siguiente paso es determinar las presiones de onda acústica incidente y reflejada pero del lado derecho del segundo segmento, para obtener el coeficiente de reflexión entre el segundo y tercer segmento. Para esto se añade un retraso de T a $P_{1l}^-[nT]$ y se deja intacta la amplitud de $P_{1l}^+[nT]$. Esto es equivalente a añadir un retraso de $T/2$ a la onda incidente y reflejada, expresado como:

$$r_{12} = \frac{P_{1,r}^- \left[\frac{T}{2} \right]}{P_{1,r}^+ \left[\frac{T}{2} \right]} \quad (4.2.2.3)$$

Esto es un proceso recursivo para cada segmento que conforma la cavidad y una vez obtenidos los coeficientes de reflexión se logra la reconstrucción con la ecuación recursiva (4.2.1).

4.2.3.- ANÁLISIS EN EL ESTADO ESTACIONARIO

Para este método se realiza un barrido en la frecuencia de la onda acústica incidente, mediante una serie de tonos puros de larga duración, lo cual lleva al registro de la onda acústica reflejada en el estado estacionario. Lo primero fue seleccionar una frecuencia de muestreo para realizar dicho barrido desde cero hasta la mitad de esa frecuencia de muestreo (por teorema de Nyquist [7]).

Teniendo plenamente identificadas las ondas acústicas incidente y reflejada, se toma una parte de ambas ondas acústicas en el estado estacionario, como se muestra en la figura 4.2.3.1.



Figura 4.2.3.1.- La respuesta al impulso del sistema se obtiene a partir del estado estacionario

Mediante un ajuste de mínimos cuadrados se obtiene tanto la amplitud (A_1 y A_2) como la fase (θ_1 y θ_2) de ambas ondas acústicas.

Con la ganancia y diferencia de fase obtenidas para cada frecuencia en particular

$$\begin{aligned} A(w) &= \frac{A_2}{A_1} \\ F(w) &= \theta_2 - \theta_1 \end{aligned} \quad (4.2.3.1)$$

se completa el espectro de Fourier (por conjugación), para expresar en términos de la DFT la respuesta al impulso en el dominio de la frecuencia (respuesta en frecuencia), dada como:

$$X(w) = A(w)e^{jF(w)} = f\{iir[n]\} \quad (4.2.3.2)$$

de esta manera se obtiene con la IDFT, la respuesta al impulso del sistema en el dominio del tiempo, la cual está relacionada con los coeficientes de reflexión y finalmente realizar la reconstrucción del área transversal de la cavidad cilíndrica auxiliándose de la expresión recursiva 4.2.1.

5.-INSTRUMENTACIÓN

Para el desarrollo experimental se usa una bocina de 5W (con una resistencia interna de 5 Ohm) como transductor para generar la onda acústica incidente. La señal eléctrica que se hace llegar a la bocina se produce con una tarjeta de adquisición de datos Biopac (MP100), a una cierta frecuencia (0-15000Hz) y con un tiempo de duración determinado (90 ms). En estas condiciones la tarjeta de adquisición Biopac registra a una frecuencia máxima de muestreo F_s de 30 000 Hz.

Para hacer incidir la onda acústica hasta la cavidad cilíndrica a estudiar, se usa un cople reductor cónico de PVC, donde el extremo de mayor diámetro se une a la bocina. El extremo de menor diámetro del cople reductor, se une al extremo de una manguera flexible (conducto por donde se propagan las ondas acústicas) enrollada de forma espiral con 6m de longitud y un diámetro interno de 1.27 cm. En el otro extremo de la manguera se coloca la cavidad cilíndrica sólida de la cual es estimada su área transversal en función de la distancia. El conducto de propagación es dividido en dos longitudes igualmente espaciadas, en ese punto se coloca un micrófono al ras de la pared interna. El micrófono usado es un electreto de baja impedancia, con una respuesta en frecuencia de 50-15000 Hz. La señal que registra el micrófono se hace llegar a un amplificador de instrumentación *INA102* (BURR-BROWN).

El *INA102* es un amplificador de instrumentación monolítico de gran exactitud, con alta impedancia de entrada ($10^{10} \Omega$), alto modo de rechazo común (90 dB) y cuenta con la característica de una ganancia de 1, 10, 100 y 1000, sin la necesidad de resistores externos, por lo que sólo hay que elegir los pines apropiados para la ganancia deseada.

Con ayuda de una PC es posible poner en sincronía la generación de la señal eléctrica con el registro de las ondas acústicas incidente y reflejada. La instrumentación del sistema completo queda como se muestra en la figura 5.1.

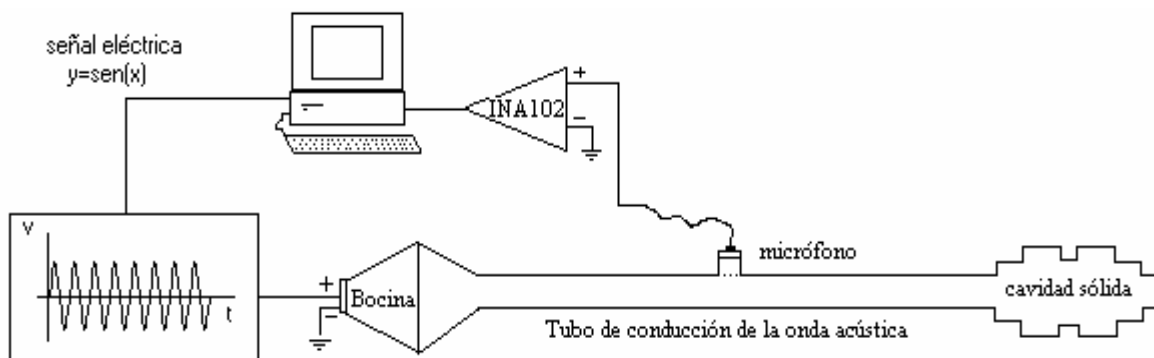


Figura 5.1.- Montaje experimental para reflectometría acústica.

Por último la parte del sistema que consiste del transductor, el conducto por donde se propagan las ondas acústicas y el objeto en estudio, es cubierto con hule espuma para amortiguar el ruido. Un punto desfavorable de este sistema, es que se tienen tres tipos de materiales, PVC del cople cónico, plástico de la manguera flexible y Nylamid de la cavidad cilíndrica sólida elaborada, con lo cual las pérdidas en el sistema fueron diversas. La ventaja de este sistema es el costo bajo (sin contar la tarjeta de adquisición) y de fácil implementación.

6.- IDENTIFICACIÓN DE LAS ONDAS ACÚSTICAS

El reflectómetro construido permite lograr la identificación de las ondas incidente y reflejada con dos posibles métodos. En el primer método referido como el método de separación física, se tiene una onda acústica incidente de corta duración (10 ms) generada por el transductor (bocina) que viaja a lo largo de la primera mitad del conducto de propagación. Como la segunda mitad de este conducto es de la misma longitud, permite que el micrófono registre la onda acústica incidente, sin que la onda acústica haya alcanzado la cavidad sólida en estudio y por tanto no se genere la onda acústica reflejada (esto porque se trata de un sistema causal).

Cuando la onda acústica incidente interactúa con el objeto, se genera entonces la onda acústica reflejada que viaja en dirección contraria a la onda incidente a través del mismo conducto de propagación y sucede lo mismo que en el caso anterior; es decir, la onda acústica reflejada viaja por la segunda mitad de la manguera. Como la primera mitad es de la misma longitud, le da tiempo al micrófono para que registre la onda acústica antes de que se reflejara en la bocina.

Por tanto la duración de la onda acústica incidente debe ser tal, que ésta decayera rápido por naturaleza, de lo contrario se origina un traslape con la onda acústica reflejada generada por la cavidad cilíndrica en estudio. La figura 6.1 muestra una onda acústica incidente generada a una frecuencia de 400 Hz y un tiempo de duración de 5 ms. En este registro se observa cómo la onda acústica incidente empieza aproximadamente a los 9.4 ms y va decayendo en amplitud por los 26.9 ms. Inmediatamente después se muestra el momento de inicio de la onda acústica reflejada donde también se observa cómo decae en amplitud por los 44.7 ms. Los demás registros corresponden a las diferentes reflexiones de la onda generadas debido a que la onda acústica está en un vaivén hasta que decae por completo en amplitud. Cuando se habla del vaivén se refiere a que la onda acústica primero se refleja en la cavidad cilíndrica en estudio, después la onda se refleja en la bocina, este proceso se repite una y otra vez hasta que decae por naturaleza.

Por otro lado como se conoce la velocidad de propagación en el medio y la distancia recorrida por la onda acústica, es posible estimar los tiempos de inicio de cada onda. La identificación de estos puntos de inicio que se emplean en el método de capas y el método de Ware-Aki es una desventaja, ya que sino se eligen adecuadamente puede llevar a una mala reconstrucción del área transversal de la cavidad en estudio.

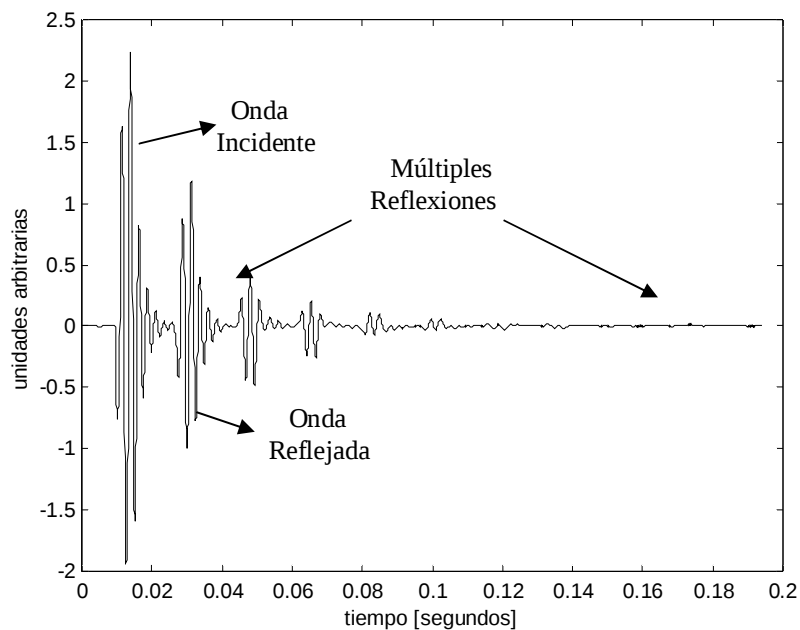


Figura 6.1.- La generación de las propagaciones de onda, con un pulso eléctrico senoidal de corta duración impide que se traslapen, para realizar la identificación por el método de separación física.

El segundo método de separación se basa en el hecho de que las ondas acústicas se encuentran traslapadas. Esto debido a que la onda acústica incidente es de muy larga duración, ocasionando que empezara el registro de la onda acústica reflejada aún cuando la onda acústica incidente no terminaba de pasar por el micrófono. Para realizar la respectiva identificación de las ondas acústicas se procede a realizar la diferencia del registro donde se encuentran traslapadas las ondas acústicas con una onda acústica de referencia. Ver Apéndice A.

La onda acústica de referencia se obtiene a partir de la onda acústica incidente, que en el caso teórico no se tiene ningún problema ya que se conocen los parámetros con los cuales se genera ésta. En el caso experimental, la onda acústica de referencia se obtiene tomando una región en el estado estable de la onda acústica incidente. Después mediante un programa de ajuste de mínimos cuadrados se obtiene tanto la amplitud como la fase con la que se propaga a través del conducto.

La figura 6.2 muestra un registro traslapado, ocasionado por hacer incidir una onda acústica a 500 Hz, con un tiempo de duración de 90 ms. En el intervalo de tiempo de los 9.4 a los 26.9 ms se tiene el registro de la onda incidente. En el intervalo de tiempo de los 26.9 a los 44.7 ms se obtiene el registro del traslape de las ondas acústicas incidente más reflejada. Después de este tiempo se realiza el registro de las múltiples reflexiones ocasionadas por la onda que sigue en un vaivén.

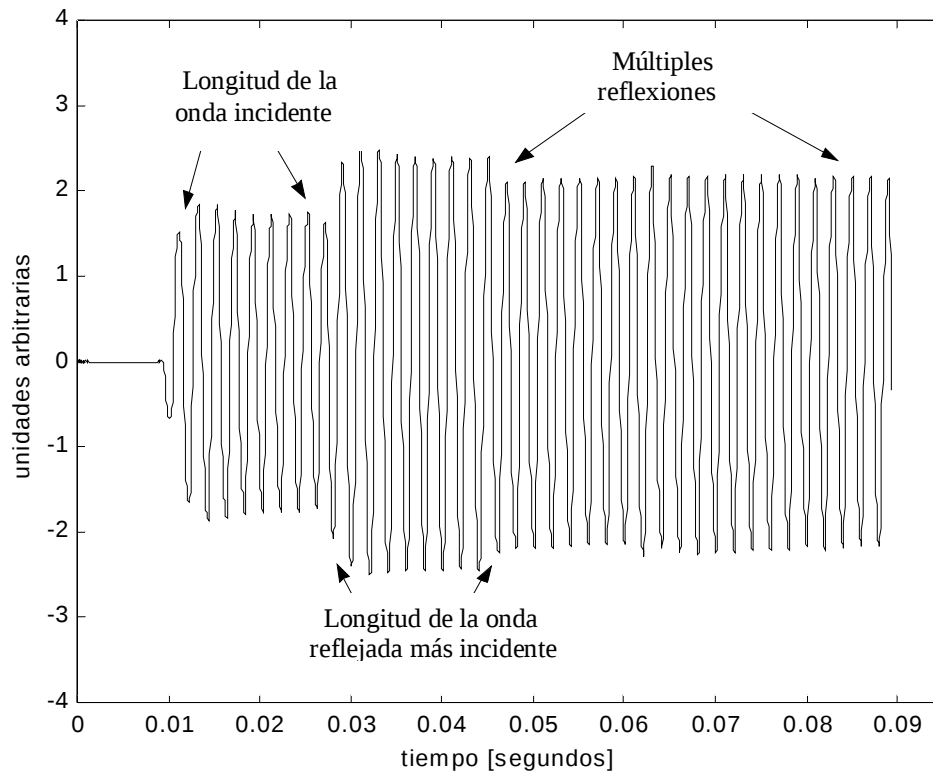


Figura 6.2.- Una onda acústica de larga duración ocasiona un traslape en el registro.

Aunque el hecho de trabajar en estas condiciones, parecería complicar más la técnica de la reflectometría acústica, es todo lo contrario ya que la identificación no sólo resultó sencilla empleando el camino mencionado en el Apéndice A; sino que el ocasionar un traslape en el registro, propone simplificar las dimensiones del sistema debido a que no se necesitaría de un conducto largo por donde se propaguen las ondas acústicas.

7.-SIMULACIÓN:

Una manera efectiva de indagar en los posibles resultados experimentales es a través de una simulación, en la que se pueden variar de manera controlada los parámetros involucrados, sin poner en riesgo material humano, costo de material y poder determinar así los comportamientos de cada parámetro en situaciones extremas, para considerar las posibilidades de realizar el proceso experimental si se toman las variables necesarias involucradas.

De aquí que se decidiera resolver el problema inverso mediante una simulación en la cual se propone una cavidad, con cierto número de segmentos cilíndricos de igual longitud unidos consecutivamente y con un área transversal específica cada uno de ellos. En esta simulación se considera una onda acústica incidente a cierta frecuencia y tiempo de duración, la cual se supone interactúa con la cavidad simulada propuesta obteniendo así la onda acústica reflejada. El medio de propagación es aire a una temperatura ambiente de 22 °C.

Por otro lado la simulación permitió evaluar el camino para realizar la identificación de las ondas acústicas cuando estas se encuentran traslapadas. Para realizar el registro de las ondas traslapadas se sumaron ambas ondas acústicas entregadas por la simulación y a partir de ahí evaluar lo planteado en el Apéndice A, para realizar la reconstrucción del área transversal de la cavidad propuesta.

La simulación elaborada en este trabajo se realizó en MATLAB versión 5.3. Esto permite comparar los resultados trabajando en condiciones ideales con la situación experimental. Para las condiciones ideales se considera que no existen pérdidas a lo largo del tubo de conducción y que se cuenta con un recinto donde el ruido es nulo.

Esta simulación permite considerar cavidades con áreas transversales complejas, es decir, donde el área transversal varíe con cada segmento que conforma dicha cavidad, de manera que sean cavidades con una longitud total grande (2 m). Otro parámetro posible a considerar es la frecuencia de muestreo, la cual se puede igualar a las condiciones que se tengan con la tarjeta de adquisición de datos.

Como consecuencia, las ondas acústicas incidentes simuladas, podrán ser generadas con cierta amplitud, frecuencia y tiempo de duración. Por último, cabe mencionar que ambas ondas acústicas deben tener el mismo número de muestras, por el hecho que para obtener los coeficientes de reflexión se hace una relación uno a uno respecto a las presiones de onda acústica.

8.-RESULTADOS:

Los resultados se encuentran divididos en dos partes. En la primera se muestran los resultados obtenidos en la simulación y en la segunda se muestran los obtenidos experimentalmente. En cada parte además, se comparan los resultados proporcionados por el método de reconstrucción de Ware-Aki, el método de capas y el de análisis en el estado estacionario. De aquí que se pueda hacer también una comparación entre los resultados experimentales con los resultados teóricos para un método de reconstrucción en particular.

8.1 RESULTADOS SIMULADOS:

Para proponer el número de segmentos que conforman la cavidad cilíndrica en el modelo de simulación, se hace referencia a la frecuencia de muestreo F_s y la velocidad de propagación c de la onda en el medio, como se refiere en la expresión 4.1.3.

La cavidad se propone como un vector de áreas transversales de un renglón por n columnas. Cada columna representa el área transversal de un segmento cilíndrico de igual longitud:

$$\text{Area transversal} = [A_1, A_2, A_3, \dots, A_n] \quad (8.1.1)$$

como se muestra en la figura 8.1.1.

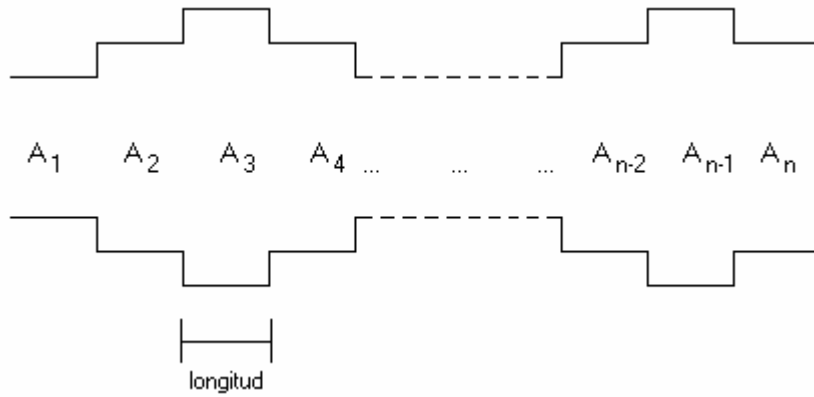


Figura 8.1.1.- Simulación de la cavidad cilíndrica con sección transversal variando longitudinalmente

Con esto se obtienen los coeficientes de reflexión ya que se conoce el área transversal de cada segmento y usando la expresión deducida por Ware-Aki (4.2.1.1), se determina la respuesta al impulso de la cavidad.

Por otro lado la intensidad de la onda acústica incidente X_c en el dominio del tiempo, se define como:

$$X_c(t) = A \sin(2\pi f t + \theta) \quad (8.1.2)$$

Donde el subíndice c indica que se trata de una onda continua. Para digitalizar el desplazamiento de la onda acústica se toma que $t=nT$, donde T es el tiempo de muestreo dado como $T=1/F_s$, por lo que sustituyendo en la expresión anterior queda:

$$\begin{aligned} X_c(nT) &= X[n] = A \text{sen}(2\pi f n T + \theta) \\ X[n] &= A \text{sen}\left(2\pi \frac{f}{F_s} n + \theta\right) \end{aligned} \quad (8.1.3)$$

Considerando una amplitud A igual a uno y un desfase de cero grados entonces:

$$X[n] = \text{sen}\left(2\pi \frac{f}{F_s} n\right) \quad (8.1.4)$$

Se realiza la convolución de la onda acústica incidente con la respuesta al impulso del sistema, para obtener así la onda acústica reflejada que es el resultado del problema directo, la convolución se lleva a cabo con la función `filter` de Matlab.

El primer resultado teórico es analizar, si la onda acústica reflejada (onda acústica teórica) que proporciona la simulación, es igual a la onda acústica reflejada que se registra experimentalmente. En otras palabras, corroborar que el modelo de simulación entrega una onda acústica apropiada. Para ello se toma una onda acústica incidente experimental de tiempo corto, a cierta frecuencia, registrada por el micrófono. Esta onda acústica incidente experimental se hace interactuar con una cavidad de área transversal simulada, es decir, se realiza la convolución de la onda acústica incidente con la respuesta al impulso del sistema. La respuesta al impulso se obtiene considerando las dimensiones de la cavidad real. De esta manera el resultado de la convolución es la onda acústica reflejada teórica.

Para comparar ambas ondas acústicas reflejadas (la teórica con la experimental), se tiene una cavidad con área transversal variando en función su longitud. La cavidad presenta una morfología escalonada y presenta las dimensiones mostradas en el Apéndice C.

Para simular esta cavidad se lleva a cabo con un total de 21 segmentos cilíndricos, con una longitud de 0.575cm cada uno. Aunque la longitud de la cavidad simulada es un poco más larga que la cavidad real, esto es una muy buena aproximación. La frecuencia de muestreo es de 30000 Hz y una velocidad de propagación de 34528 cm/s. La primer sección del objeto (7 primeros segmentos) tiene un área transversal de 12.56 cm², la segunda sección (7 segundos segmentos) tiene un área transversal de 7.06 cm² y la tercer sección (7 últimos segmentos) tiene una área transversal de 3.14 cm². La onda acústica incidente experimental se genera con una señal eléctrica senoidal a 1207 Hz de frecuencia, 9 Volts de amplitud y 10ms de duración.

El tiempo corto de duración de la onda acústica incidente permite la identificación de ésta con la onda acústica reflejada (método de separación física).

En la figura 8.1.2, se representa en el primer recuadro superior la cavidad con el área transversal simulada, donde se hace incidir la onda acústica experimental representada en el segundo recuadro superior, con las condiciones antes mencionadas. Los dos recuadros inferiores muestran la comparación de las ondas reflejadas teórica y experimental.

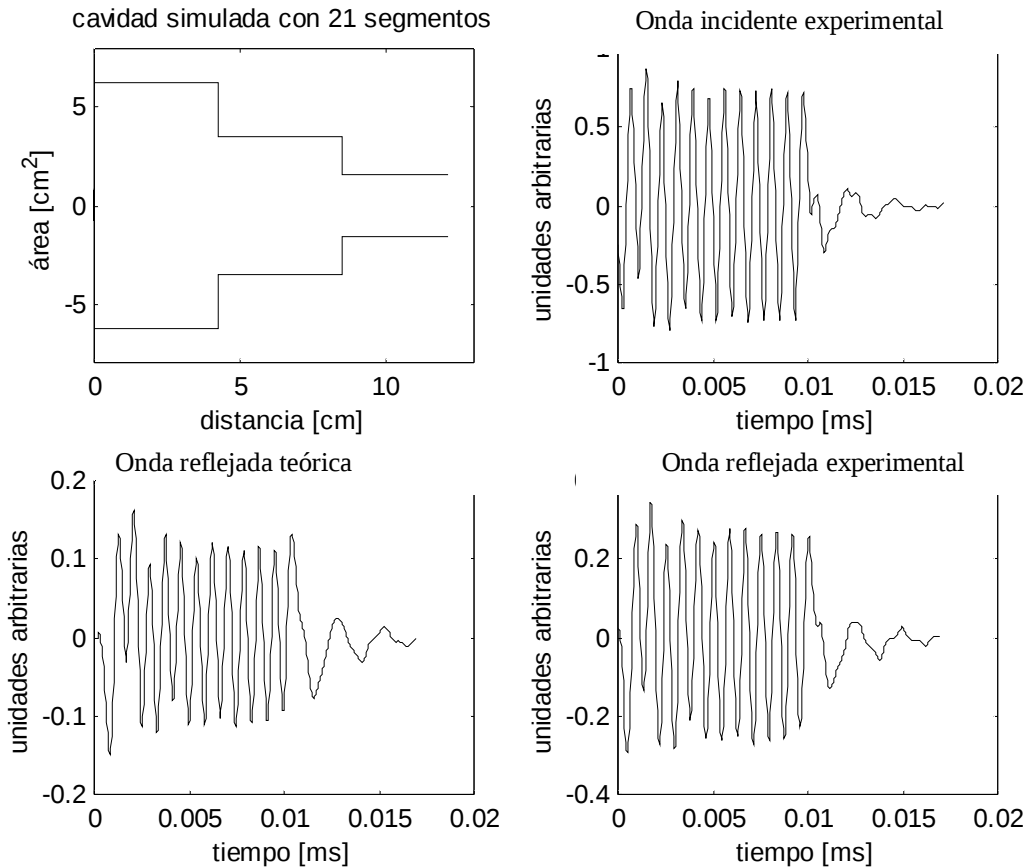


Figura 8.1.2.- Comparación de las ondas acústicas reflejadas teórica y experimental, considerando una onda acústica incidente a 1207 Hz.

La simulación muestra muy buenos resultados ya que analizando las ondas acústicas reflejadas (teórica y experimental), se observa una morfología similar; aunque la amplitud de ambas ondas no es igual. Esto ultimo, por no considerar en la simulación las propiedades internas tanto de la cavidad a estudiar como del conducto por donde se propagan las ondas acústicas, que representan las pérdidas ocasionadas en el reflectómetro.

Este resultado permite considerar un arreglo entre la onda acústica reflejada y la onda acústica incidente, ambas proporcionadas por el modelo de simulación, para formar el traslape mencionado con anterioridad.

8.1.1.- MÉTODO DE SEPARACIÓN FÍSICA

Con las ondas acústicas incidente y reflejada que proporciona el modelo de simulación, se puede considerar en algún momento que éstas, se identificaron por medio del método de separación física y a partir de esto llevar a cabo la reconstrucción de la cavidad cilíndrica propuesta en el modelo de simulación, eligiendo uno de los tres métodos de reconstrucción referidos en el capítulo 4.

i).- MÉTODO DE WARE-AKI

Para simular la cavidad, se proponen en general tres secciones transversales de diferente área, 12 cm^2 , 19 cm^2 y 27 cm^2 . Cada sección transversal a su vez se considera que esta conformada por 5 segmentos cilíndricos de igual longitud (0.57 cm) unidos consecutivamente, de tal manera que los conjuntos de áreas transversales son: $a=[12 \ 12 \ 12 \ 12 \ 12]$, $b=[19 \ 19 \ 19 \ 19 \ 19]$, $c=[27 \ 27 \ 27 \ 27 \ 27]$. El siguiente paso es considerar un arreglo determinado entre estas secciones transversales, para simular la cavidad mostrada en el primer recuadro de la figura 8.1.1.1. Expresada como:

$$\text{Area} = [a \ b \ c \ b \ a \ b \ c \ b \ a]$$

en el segundo y tercer recuadro se muestran los coeficientes de reflexión y la respuesta al impulso de dicha cavidad.

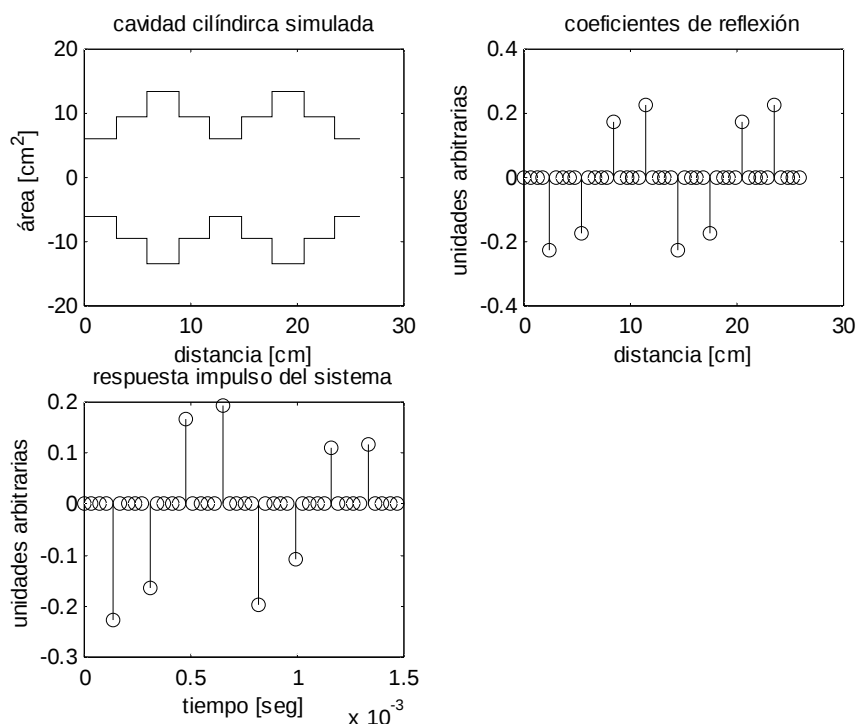
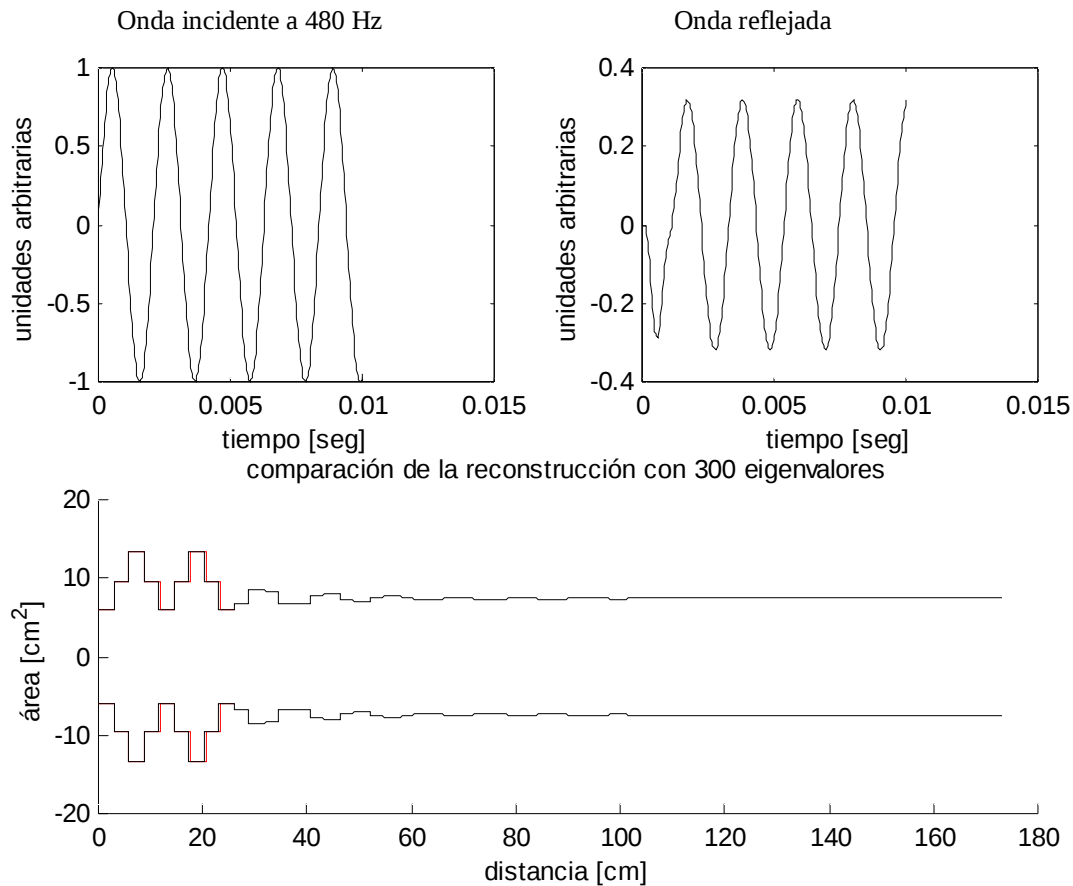


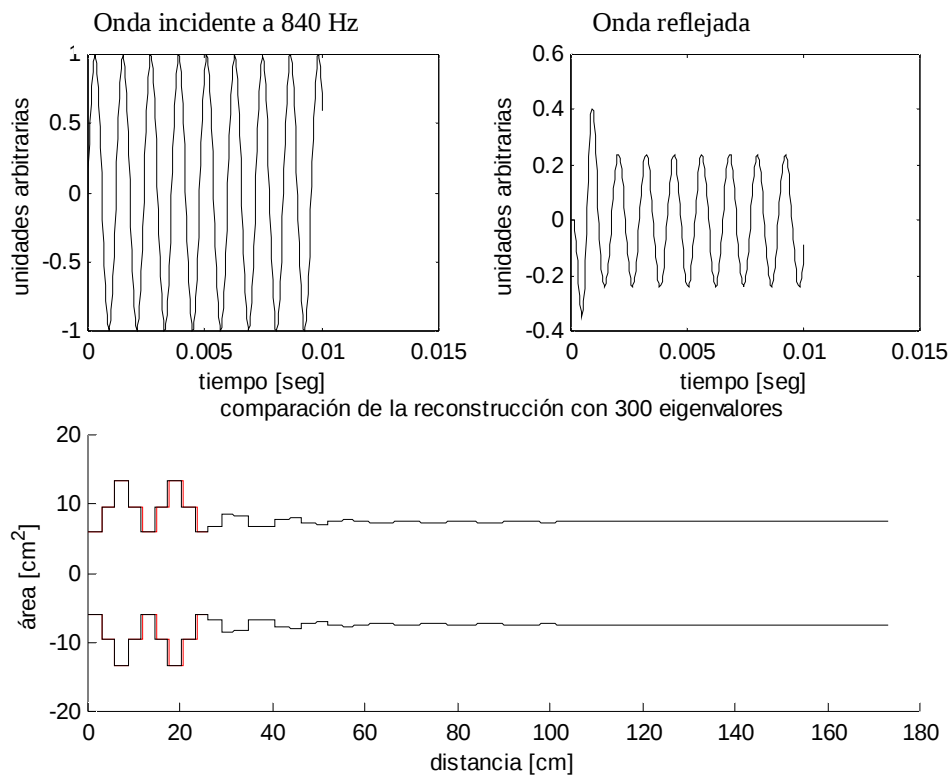
Figura 8.1.1.1.- La respuesta al impulso del sistema y los coeficientes de reflexión a partir de la cavidad simulada.

Con una frecuencia de muestreo de 30 000 Hz y con la respuesta al impulso de la cavidad propuesta, se analiza la influencia de la frecuencia que porta la onda acústica incidente, considerando en todo momento una onda senoidal con una duración de 10 ms. En el tercer recuadro de la figura 8.1.1.2, se muestra en gris la cavidad propuesta inicialmente y en negro la reconstrucción por el método de Ware-Aki para las frecuencias de 480, 840, 1000 2000, 2500, 3000 y 4000 Hz, respectivamente.

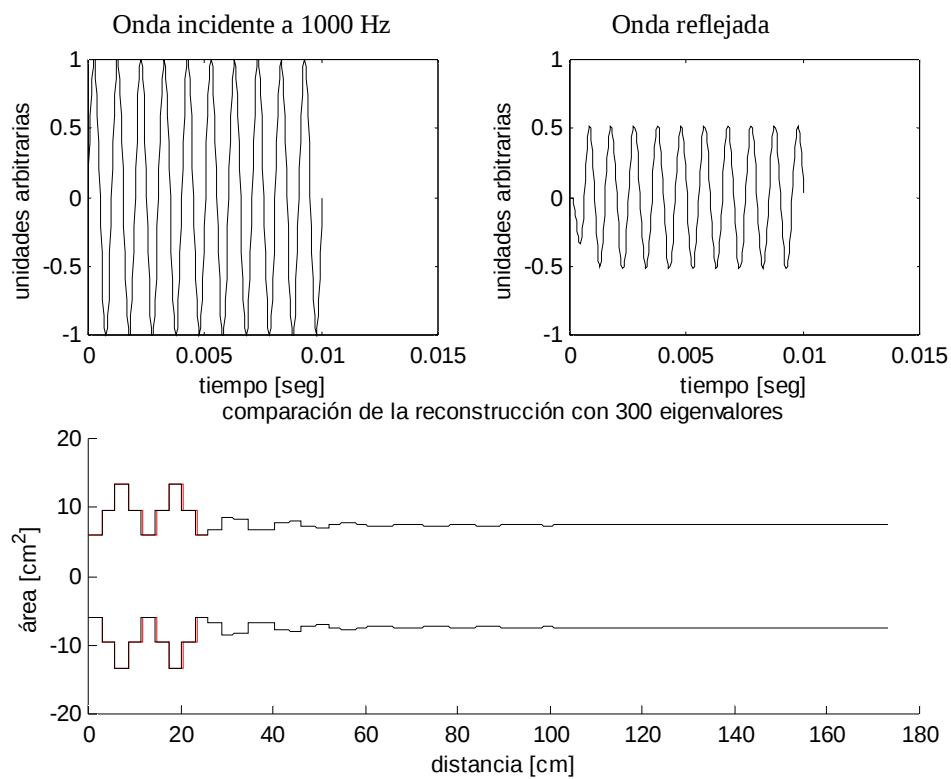


(1)

Figura 8.1.1.2.- Sin importar la frecuencia propuesta de la propagación incidente, se obtiene en todos los casos una reconstrucción exacta usando el método de Ware-Aki.

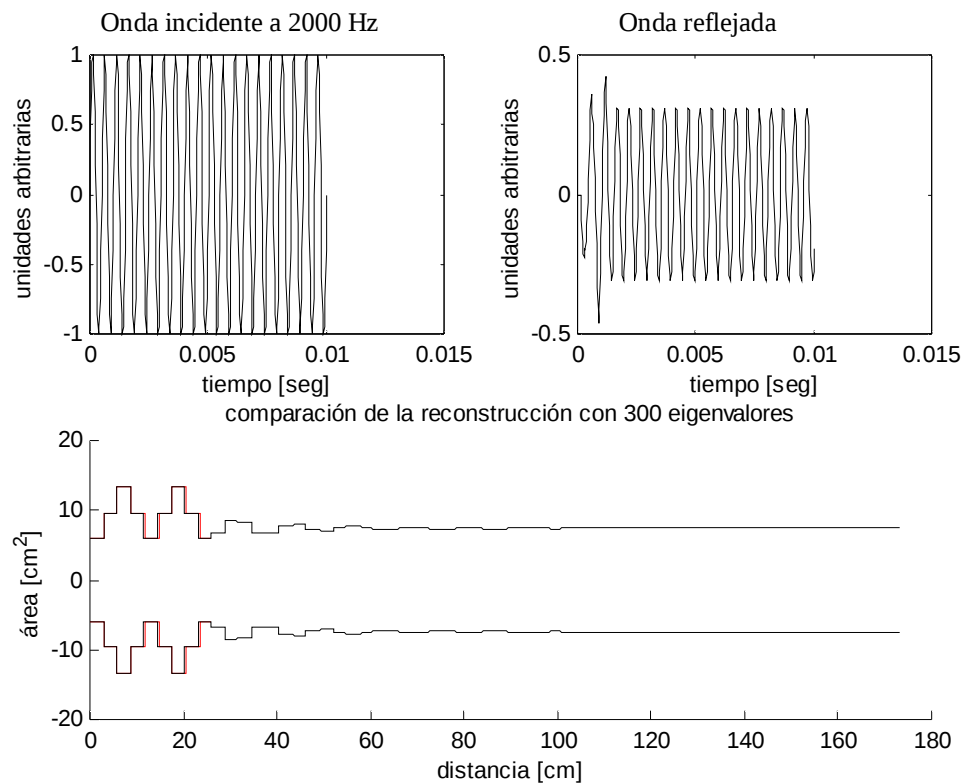


(2)

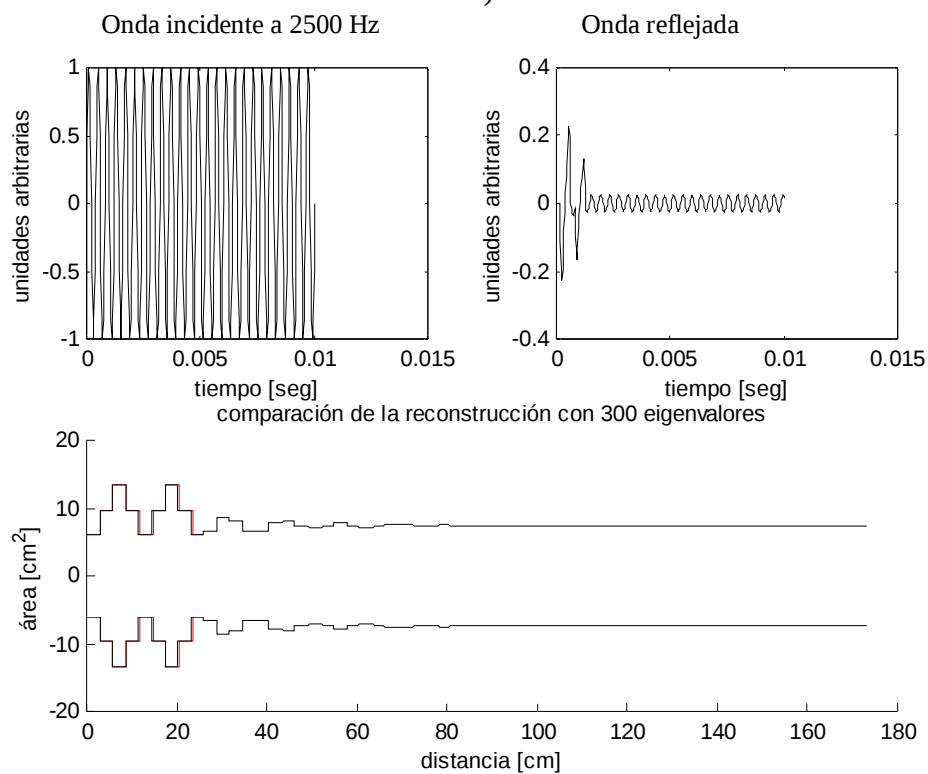


(3)

continuación de la figura 8.1.1.2

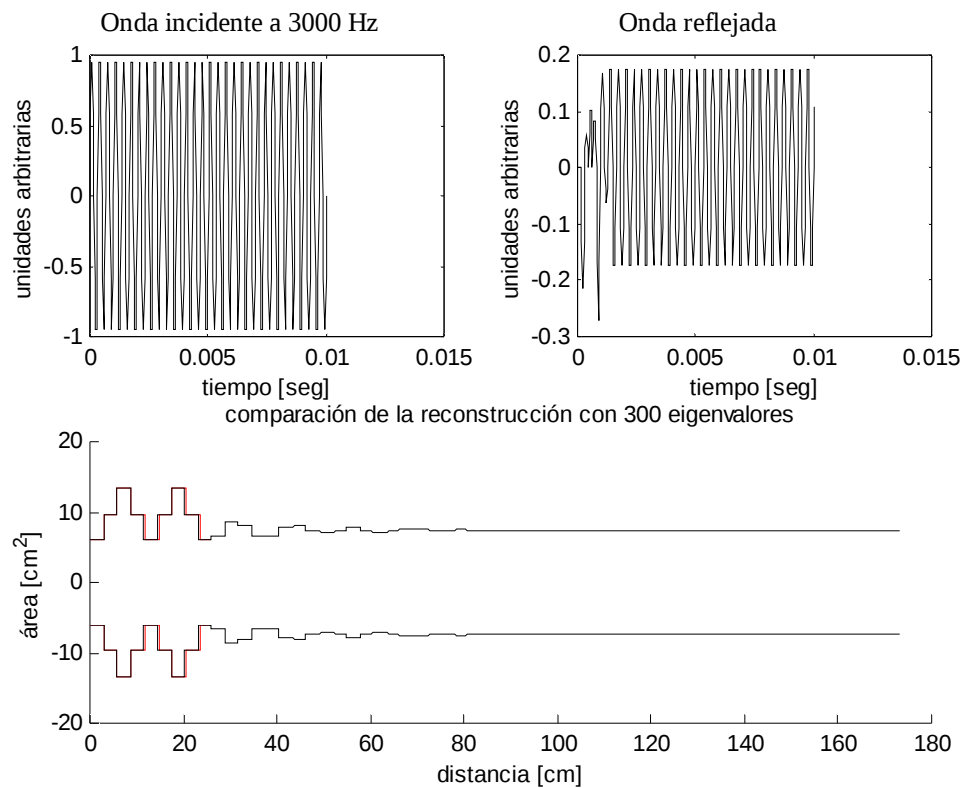


(4)

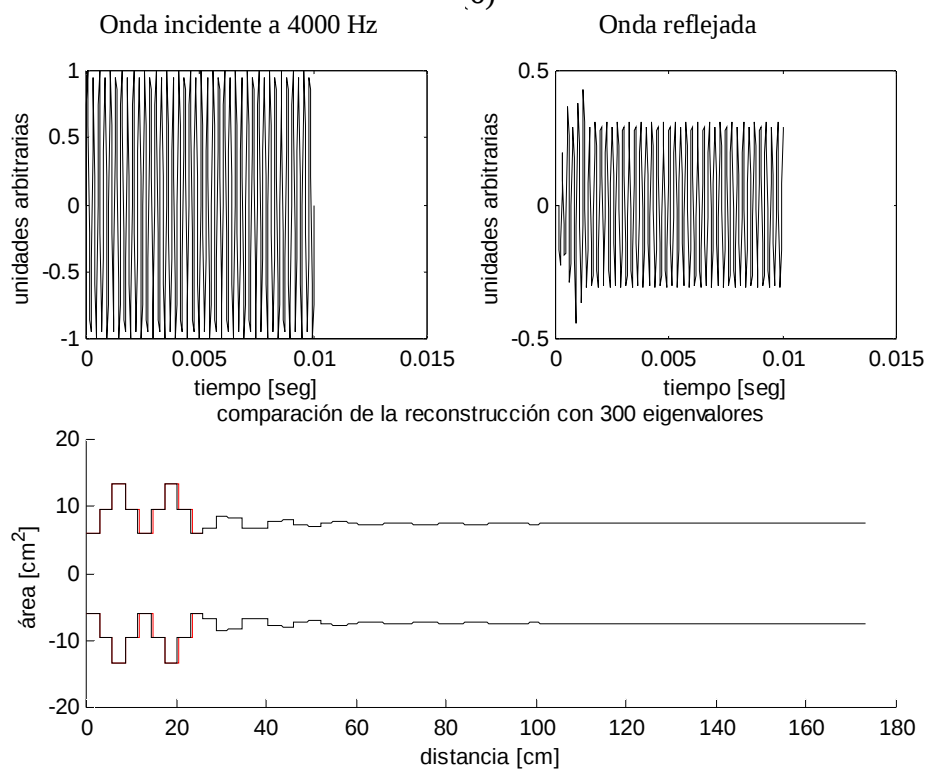


(5)

continuación de la figura 8.1.1.2



(6)



(7)

continuación de la figura 8.1.1.2

La reconstrucción de la cavidad (negro) resulta ser exacta a la cavidad propuesta inicialmente (gris), sin importar la frecuencia de la onda acústica incidente. El orden del filtro y el número de eigenvalores se tomaron igual al número de muestras que compone la onda acústica incidente, que en este caso es de 300.

El siguiente paso es indagar con una cavidad de mayor complejidad y longitud, para observar la capacidad de reconstrucción con el método de Ware-Aki. La cavidad se forma a partir de tres secciones transversales con unidades de área en cm^2 , donde cada sección transversal estuvo constituida por 15 segmentos cilíndricos unidos consecutivamente, dados como:

$$\begin{aligned} a &= [12 \ 12 \ 12 \ 12 \ 12 \ 12 \ 12 \ 12 \ 12 \ 12 \ 12 \ 12 \ 12 \ 12 \ 12] \\ b &= [19 \ 19 \ 19 \ 19 \ 19 \ 19 \ 19 \ 19 \ 19 \ 19 \ 19 \ 19 \ 19 \ 19 \ 19] \\ c &= [27 \ 27 \ 27 \ 27 \ 27 \ 27 \ 27 \ 27 \ 27 \ 27 \ 27 \ 27 \ 27 \ 27 \ 27] \end{aligned}$$

así la cavidad propuesta es la siguiente:

$$\text{Area} = [a \ b \ c \ b \ a \ b \ c \ b \ a \ b \ c \ b \ a \ b \ c \ b \ a]$$

la cual esta conformada por un total de 255 segmentos cilíndricos dando una longitud total de 146.7cm. Por otro lado las ondas incidente y reflejada se consideraron de 300 muestras. La simulación proporciona tanto los coeficientes de reflexión como la respuesta al impulso del sistema. Ver figura 8.1.1.3.

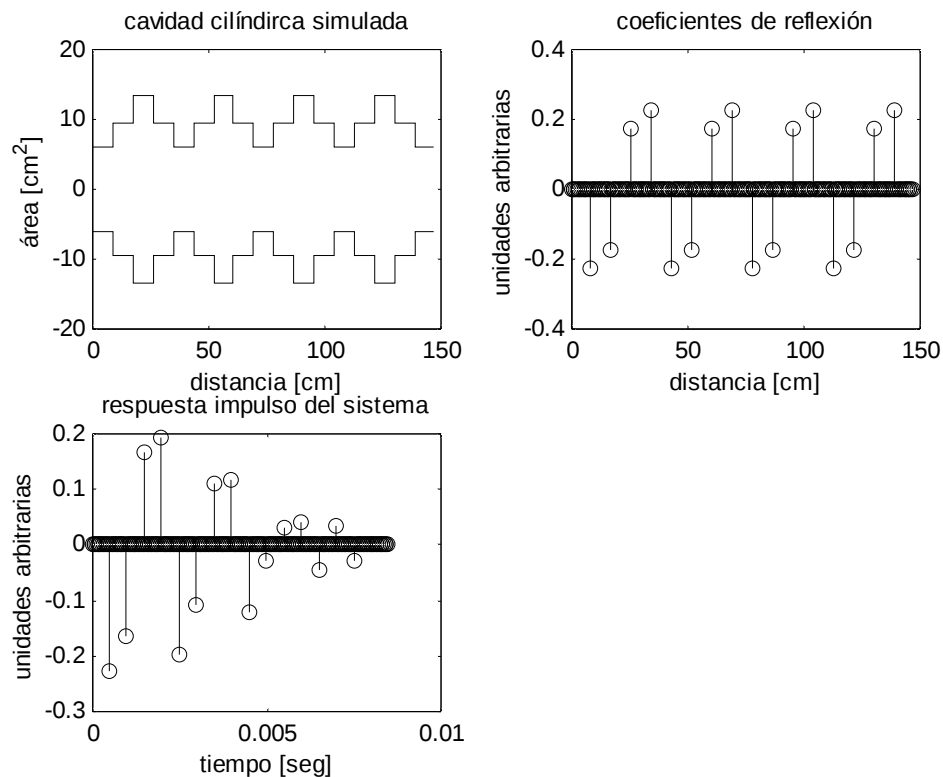
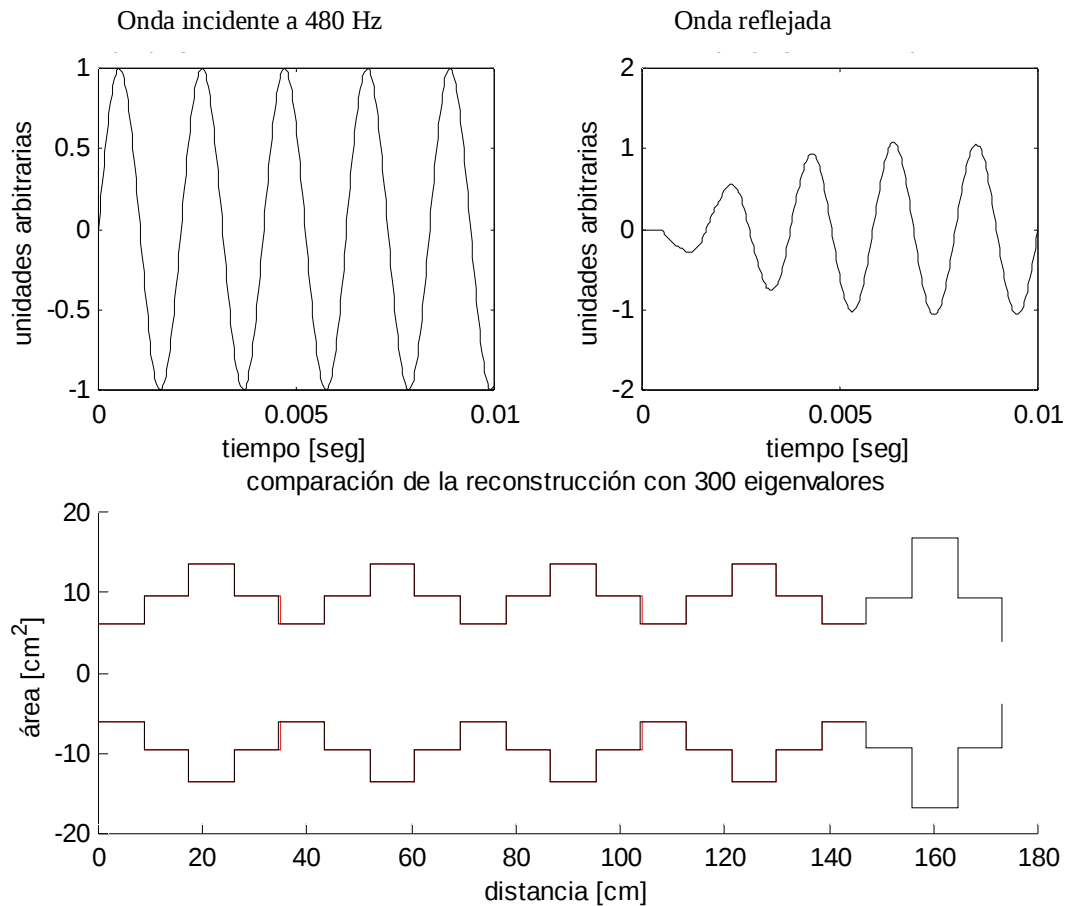


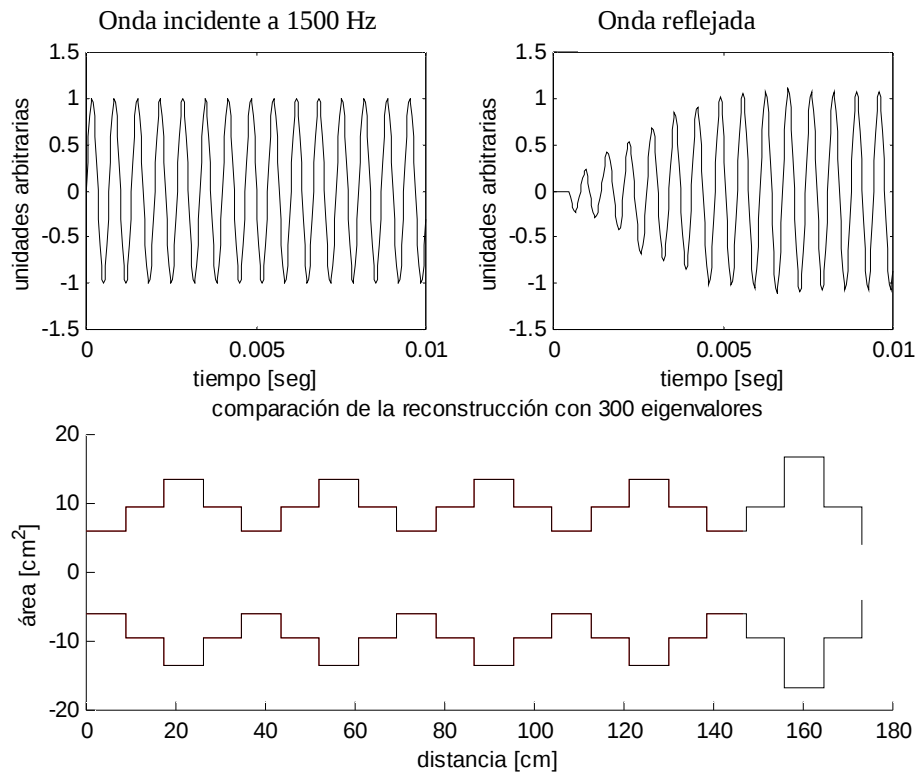
Figura 8.1.1.3.- Se aumenta el número de segmentos y la complejidad del área transversal de una cavidad para probar la eficiencia de método de Ware-Aki.

Al igual que en el caso anterior, se considera tanto un orden del filtro como un número de eigenvalores igual al número de muestras que componen las ondas acústicas (300). La frecuencia de muestreo es la misma que en el caso anterior. Las reconstrucciones obtenidas se muestran en la figura 8.1.1.4. El tercer recuadro de la figura, muestra la comparación de la reconstrucción obtenida por el método de Ware-Aki (negro) y la cavidad propuesta inicialmente (gris), considerando una frecuencia de onda incidente a 480, 1500, 4000 y 8000 Hz.

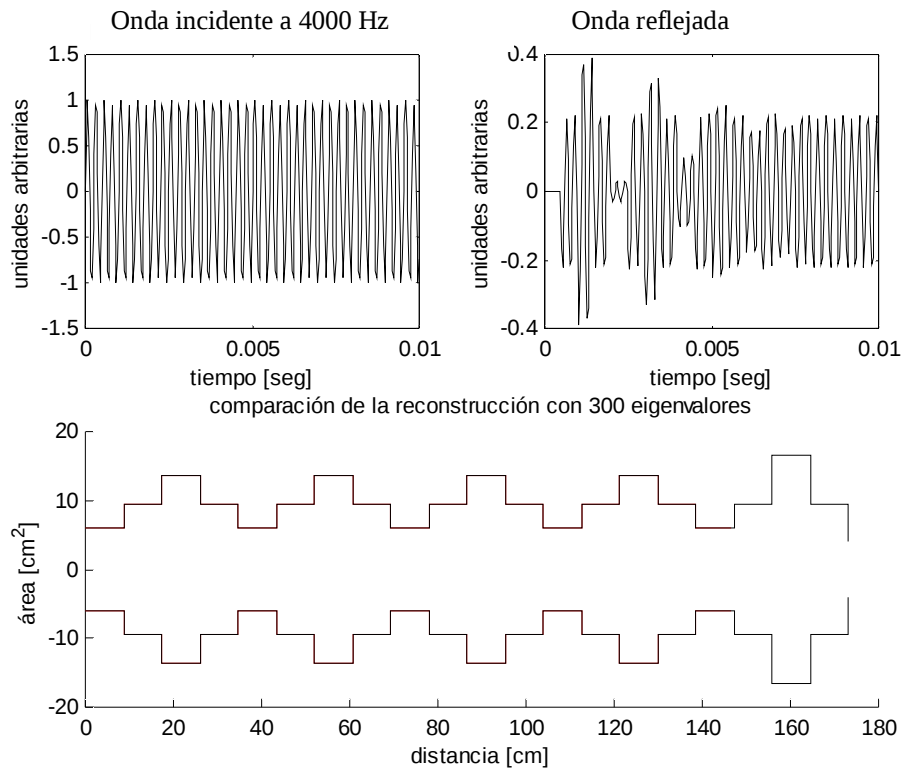


(1)

Figura 8.1.1.4.- La reconstrucción obtenida sigue siendo exacta al aumentar tanto la complejidad de la cavidad como su longitud.

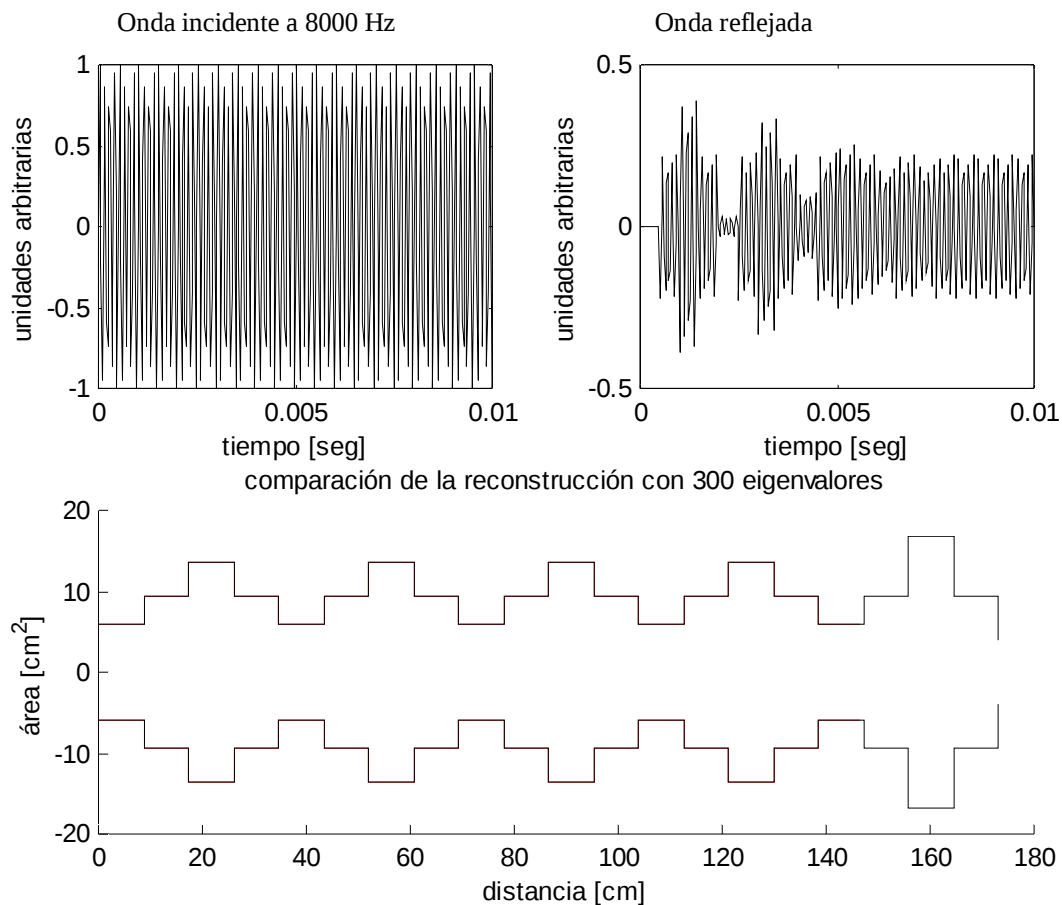


(2)



continuación de la figura 8.1.1.4

(3)



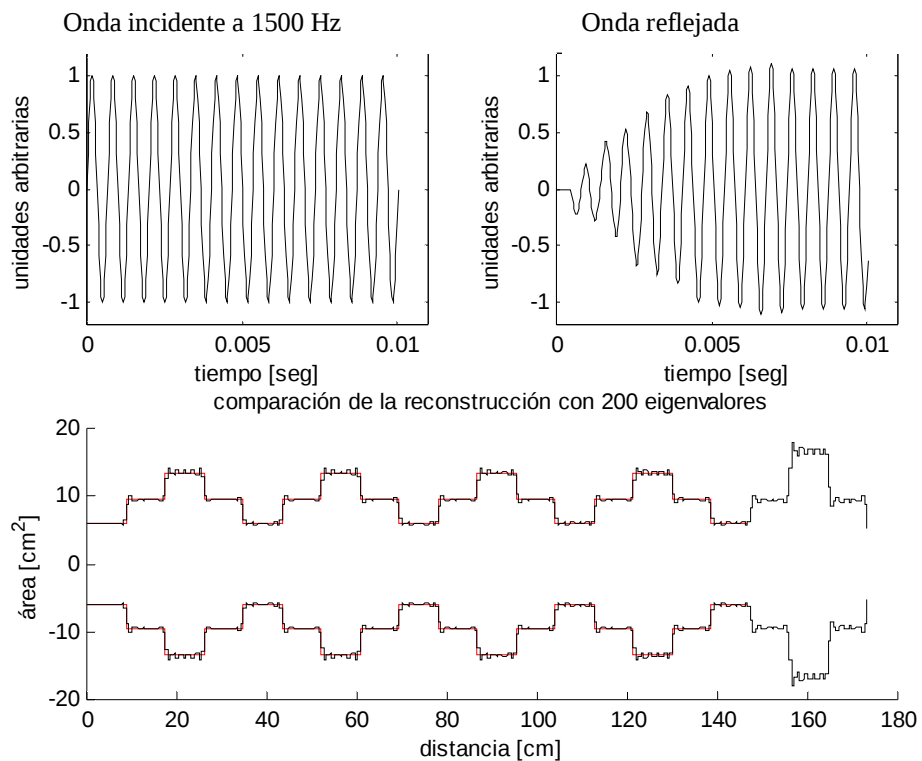
(4)

continuación de la figura 8.1.1.4

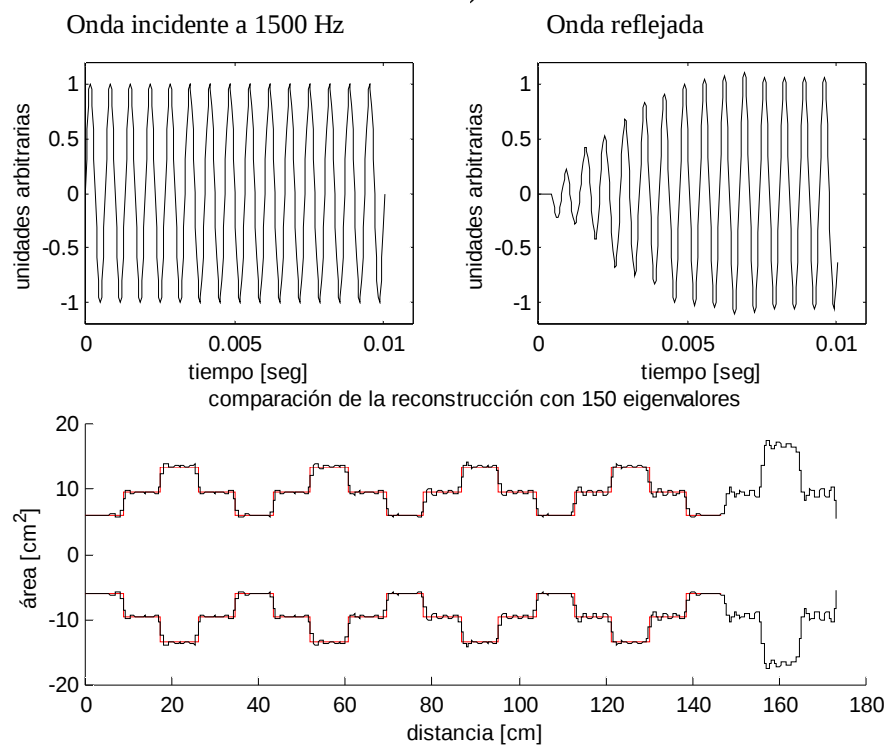
Las reconstrucciones obtenidas resultan ser exactas a la propuesta inicialmente. Analizando estos resultados se observa que una vez que la reconstrucción obtenida por el método de Ware-Aki (negro) ha igualado la longitud de la cavidad propuesta (gris), la primera sigue presentando la misma morfología de la cavidad propuesta pero con diferente amplitud.

El siguiente paso, para la misma cavidad simulada de 255 segmentos, es observar como influye la selección del número de eigenvalores tomados para la reconstrucción, tomando un orden del filtro igual al número de muestras que componen las ondas acústicas a una frecuencia determinada.

La figura 8.1.1.5 muestra tres simulaciones realizadas donde se toma un número de eigenvalores de 200, 150 y 50, para realizar la reconstrucción de la cavidad mediante el método de Ware-Aki (negro) y compararla con la cavidad propuesta inicialmente (gris). La frecuencia que porta la onda acústica incidente es de 1500 Hz.

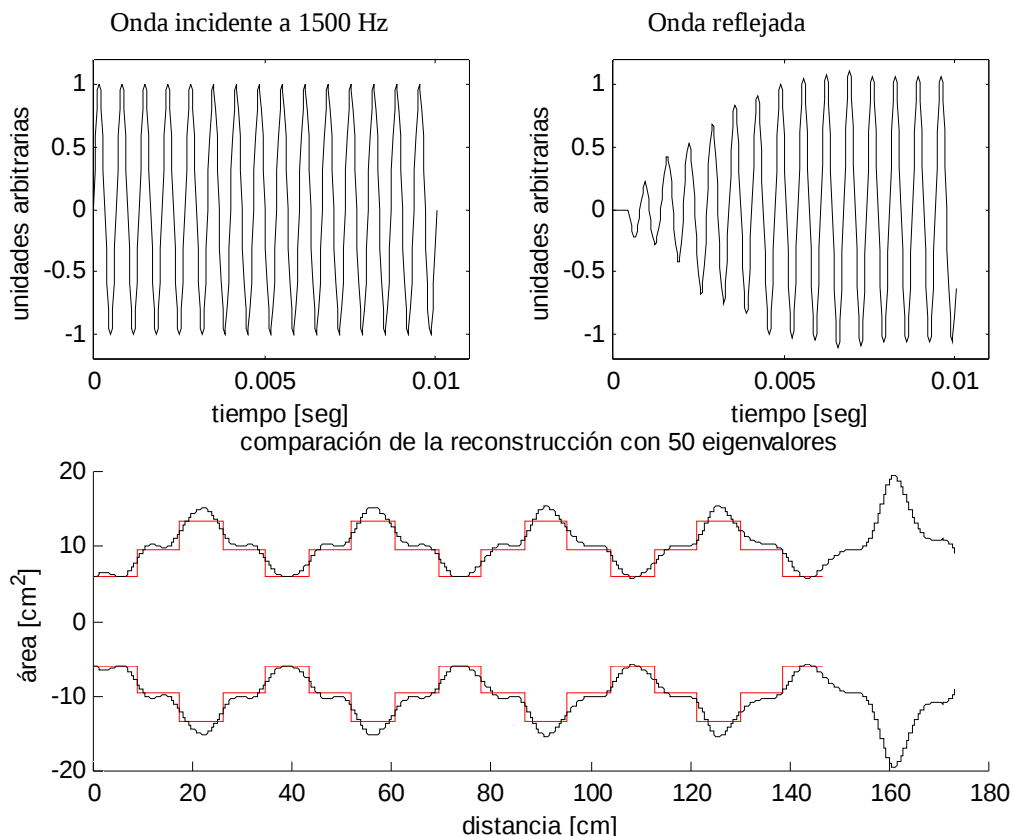


(1)



(2)

Figura 8.1.1.5.- La reconstrucción de la cavidad obtenida con el método Ware-Aki, se va deteriorando conforme el número de eigenvalores se hace menor.



(3)

Continuación de la figura 8.1.1.5

Estos resultados muestran que la reconstrucción llevada a cabo por el método de Ware-Aki, estima la forma de la cavidad cuando el número de los eigenvalores es menor al número de segmentos (255) que la componen. Por tal motivo es preferible seleccionar un número de eigenvalores igual al número de muestras que componen las ondas acústicas.

Por último, se analizan dos casos más tomando la misma cavidad propuesta de 255 segmentos. En el primero se fija tanto un orden del filtro como el número de eigenvalores igual a 150, siendo ambos menores que el número de muestras que componen las ondas acústicas (300). La frecuencia de la onda acústica incidente fue de 1500 Hz, con una frecuencia de muestreo de 30 000 Hz. En estas condiciones, deja ver que la reconstrucción no sólo se deformó respecto a su longitud sino que además es incompleta, por lo que nuevamente es recomendable tomar un orden del filtro igual al número de segmentos que se desea reconstruir o en todo caso tomar el orden del filtro igual al número de muestras que componen las ondas acústicas, con el inconveniente que el proceso se vuelve más tardado. Ver figura 8.1.1.6

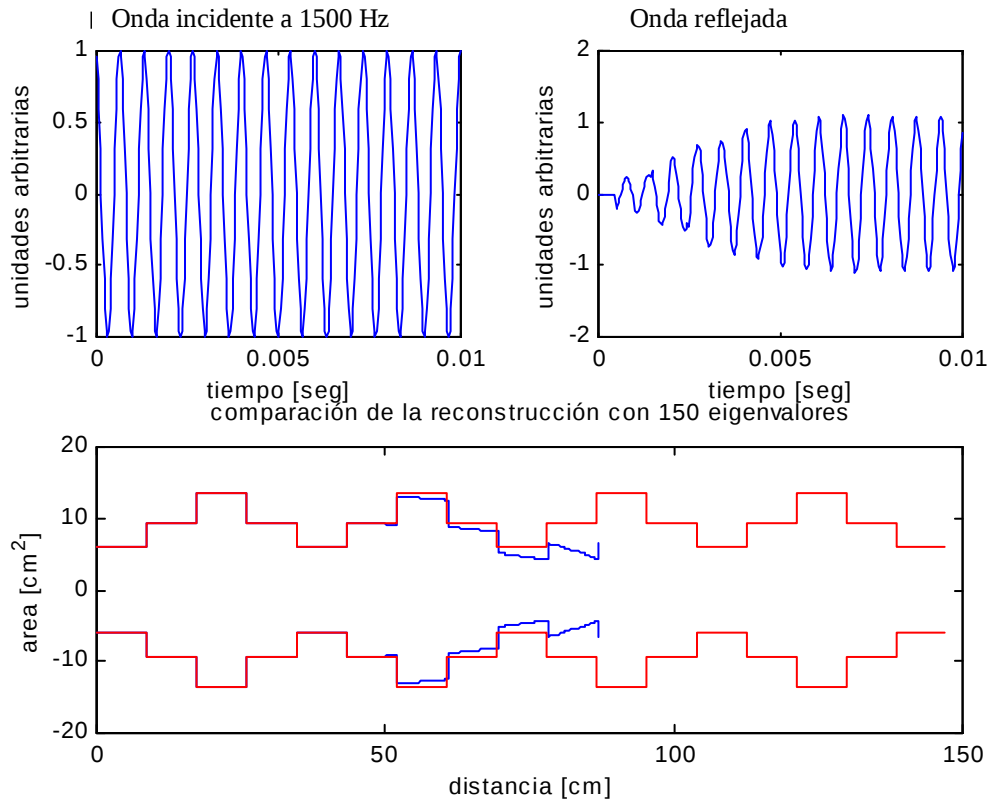


Figura 8.1.1.6.- La reconstrucción además de estar incompleta se deteriora cuando el orden del filtro es menor al número de segmentos que conforman la cavidad.

En el segundo caso, se aumenta el número de muestras que componen a la onda acústica incidente, como consecuencia también el de la onda acústica reflejada (350 muestras). El orden del filtro y el número de eigenvalores es igual al número de muestras; es decir, 350. Aquí la reconstrucción obtenida fue sobrestimada, ya que entregó un segmento (negro) más de lo que corresponde a la cavidad propuesta inicialmente (gris), hasta llegar a un punto que se deteriora la reconstrucción. Ver figura 8.1.1.7.

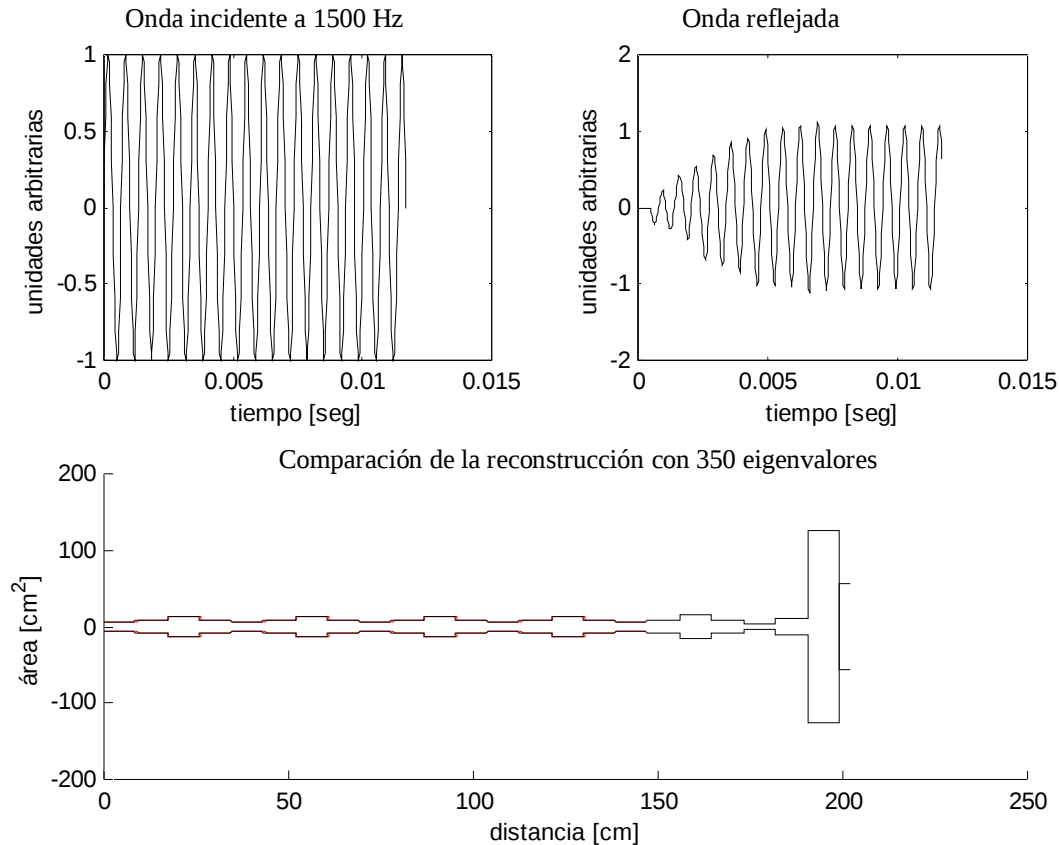
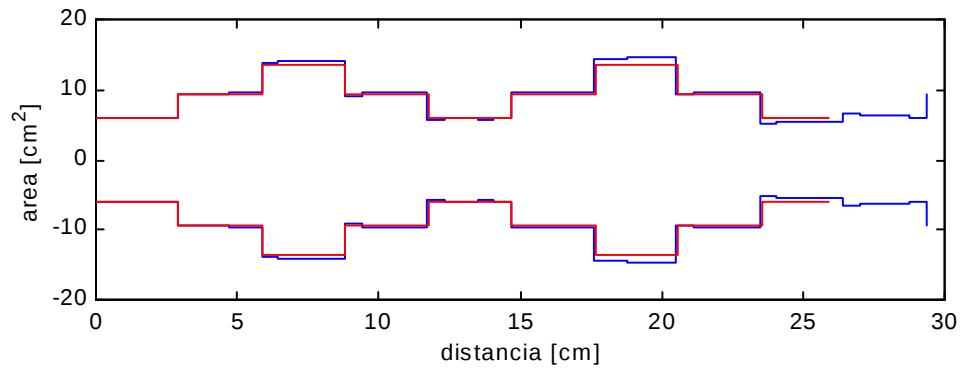
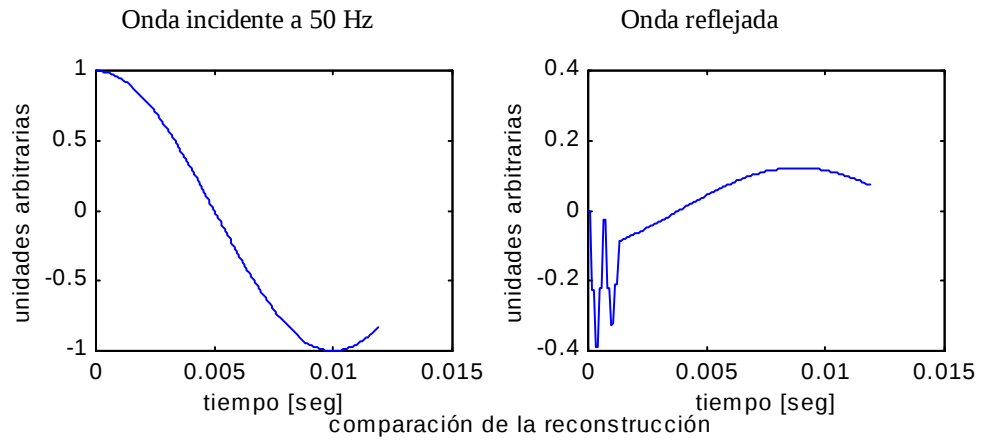


Figura 8.1.1.7.- Cuando el orden del filtro y el número de eigenvalores son igual al número de muestras de las propagaciones, se obtiene una reconstrucción exacta.

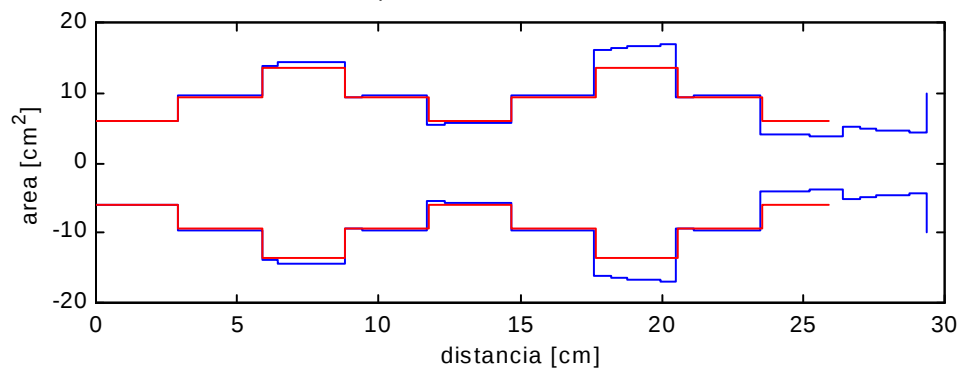
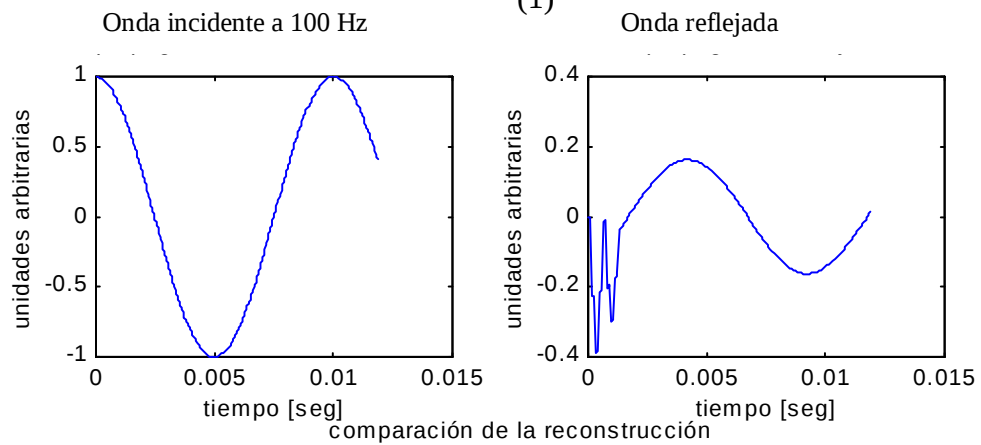
Con este método en general se puede obtener una reconstrucción exacta de la cavidad propuesta inicialmente, sin importar el tipo de forma y frecuencia de la onda acústica incidente, siempre y cuando se elija adecuadamente un orden del filtro y un número de eigenvalores.

ii).- MÉTODO DE CAPAS

Para este método se considera una cavidad simulada de corta longitud, igual a la figura 8.1.1.1, para indagar de la misma manera que en el método de Ware-Aki, la influencia de la frecuencia que porta la onda acústica incidente. Los dos recuadros superiores de la figura 8.1.1.8 muestran las ondas acústicas a una cierta frecuencia, el tercer recuadro muestra la comparación de la reconstrucción llevada a cabo por el método de capas (negro) y la cavidad propuesta (gris). Las frecuencias consideradas son 50, 100, 347, 1540, 2000 y 3400 Hz. No se usa el mismo rango de frecuencias que en el método de Ware-Aki, debido a que este método sólo proporciona buenos resultados cuando la onda acústica incidente porta una frecuencia baja. En este método no se pueden variar tantos parámetros como en el método de Ware-Aki, de aquí que se tuviese que restringir para obtener una adecuada reconstrucción del área transversal de la cavidad a estudiar. La frecuencia de muestreo fue de 30 000 Hz.

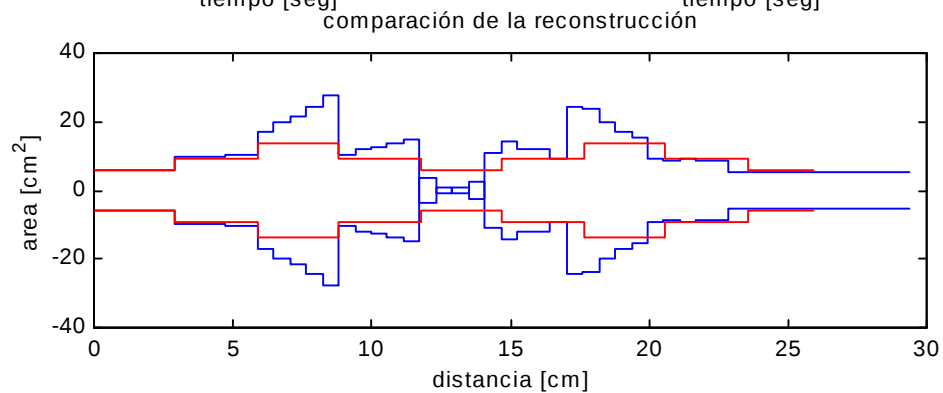
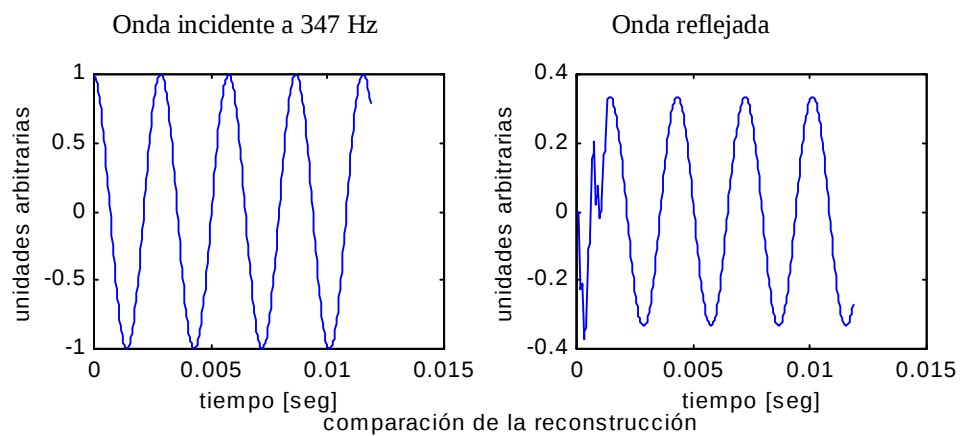


(1)

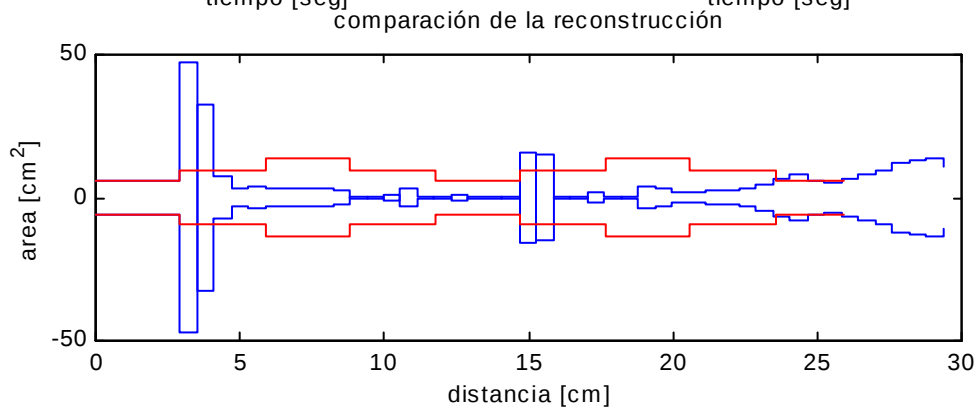
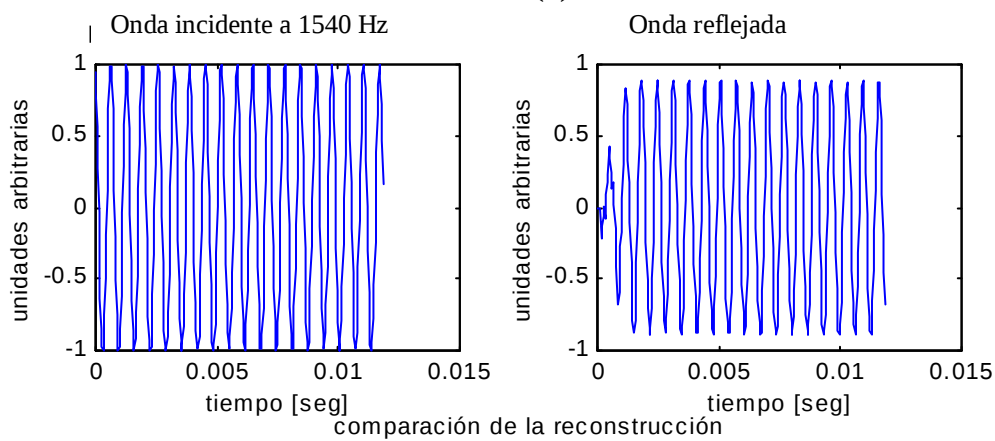


(2)

Figura 8.1.1.8.- El método de capas entrega buenos resultados sólo a bajas frecuencias.

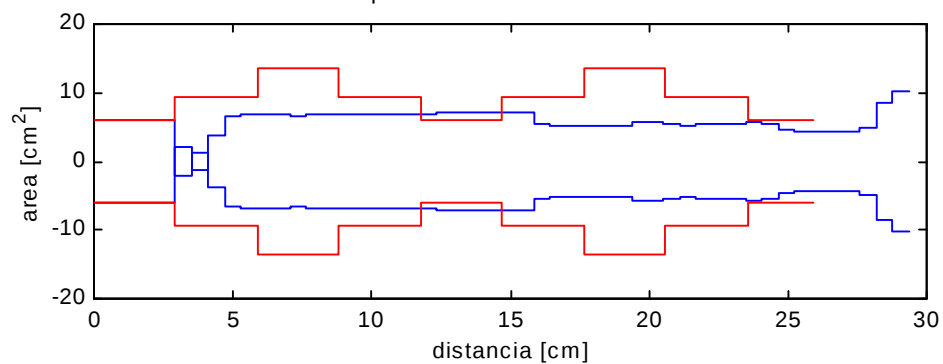
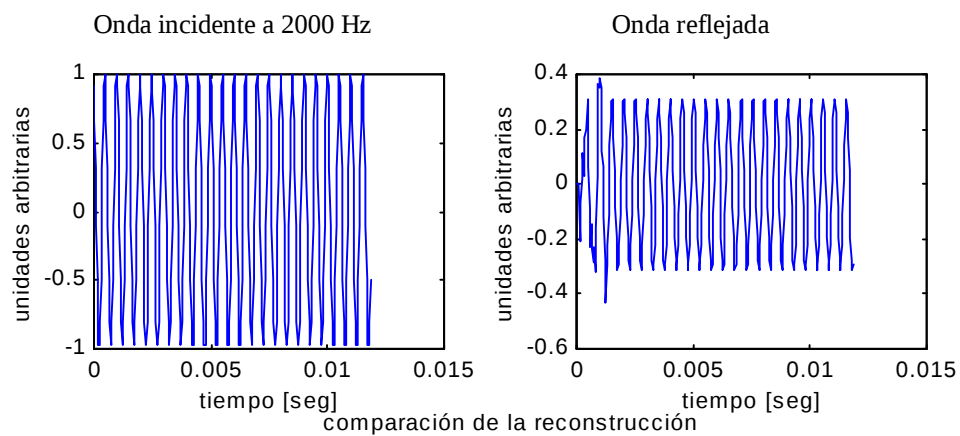


(3)

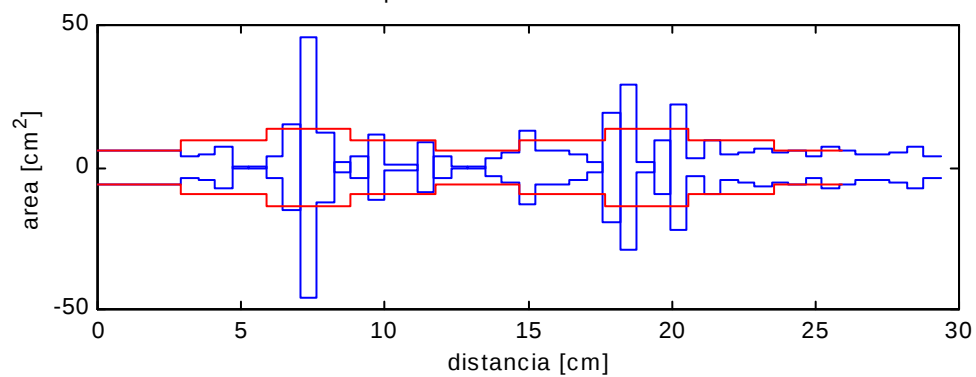
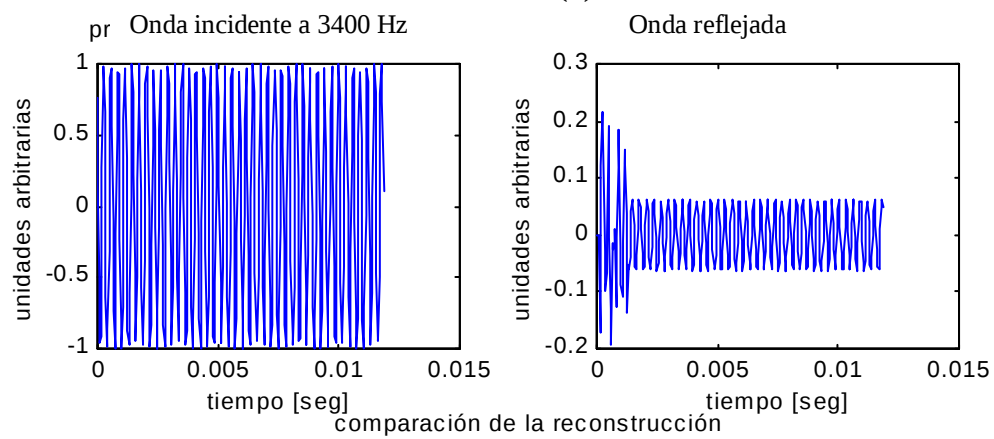


(4)

continuación de la figura 8.1.1.8



(5)



(6)

continuación de la figura 8.1.1.8

En la figura 8.1.1.8 se observa como la reconstrucción obtenida por el método de capas (negro) se aleja de la cavidad propuesta (gris), conforme la frecuencia de la onda acústica incidente aumenta. En este caso, la magnitud del área transversal se dispara a valores muy grandes y pequeños, alejándose por completo de la cavidad propuesta. Este método presenta serios problemas sino se elige una frecuencia de onda acústica incidente adecuada, a pesar de que se están considerando condiciones donde el factor de ruido y las pérdidas son nulos.

iii).- MÉTODO DE ANÁLISIS EN EL ESTADO ESTACIONARIO

Para generar el estado estacionario tanto para la onda acústica incidente como para la reflejada, se generan ondas acústicas incidentes de larga duración (90 ms). En lo referente a este método para resolver el problema inverso, es necesario realizar un barrido en frecuencia en las ondas acústicas incidentes igualmente espaciadas; es decir, primero se elige un ancho de banda que va desde cero hasta una frecuencia en específico, segundo se elige un intervalo con el cual se realizara ese barrido, por ejemplo, ir incrementando la frecuencia cada 50 Hz, desde cero hasta llegar a la frecuencia seleccionada. Este incremento es arbitrario y más adelante se observa como influye en la reconstrucción del área transversal de la cavidad propuesta. Para llevar a cabo este método, se tiene que cumplir con la frecuencia de Nyquist, que se define como:

$$F_s \geq 2 f_{max}$$

Donde la frecuencia de muestreo F_s debe ser mayor igual a 2 veces la frecuencia máxima f_{max} de la onda acústica incidente.

Uno de los objetivos en este trabajo es comparar la parte teórica con la experimental. En la parte experimental se cuenta con una tarjeta de adquisición de datos a una frecuencia de muestreo de 30 000 Hz. De aquí que la frecuencia máxima f_{max} que puede portar la onda acústica incidente deba ser de 15 000 Hz.

Debido a las propiedades de simetría de la ganancia y el complejo conjugado de la fase de la DFT, se puede expresar la respuesta al impulso en el dominio de la frecuencia de 0 a 30 000 Hz.

La simulación empleando el método de análisis en el estado estacionario, al igual que en los métodos anteriores parte de considerar una cavidad conocida para obtener su respuesta al impulso. Con el modelo de simulación se hace interactuar las ondas acústicas incidentes con la cavidad propuesta para obtener así las ondas acústicas reflejadas para un rango de frecuencia que va de 0 a 15 000 Hz con cierto intervalo entre frecuencias.

La cavidad inicialmente considerada, es un objeto con morfología escalonada con tres secciones transversales tomadas a partir de la figura 8.1.1.1, con la diferencia de que cada segmento estuvo compuesto por 12 elementos para dar finalmente una longitud de 20.71 cm. La figura 8.1.1.9 muestra la cavidad considerada así como los coeficientes de reflexión y la respuesta al impulso.

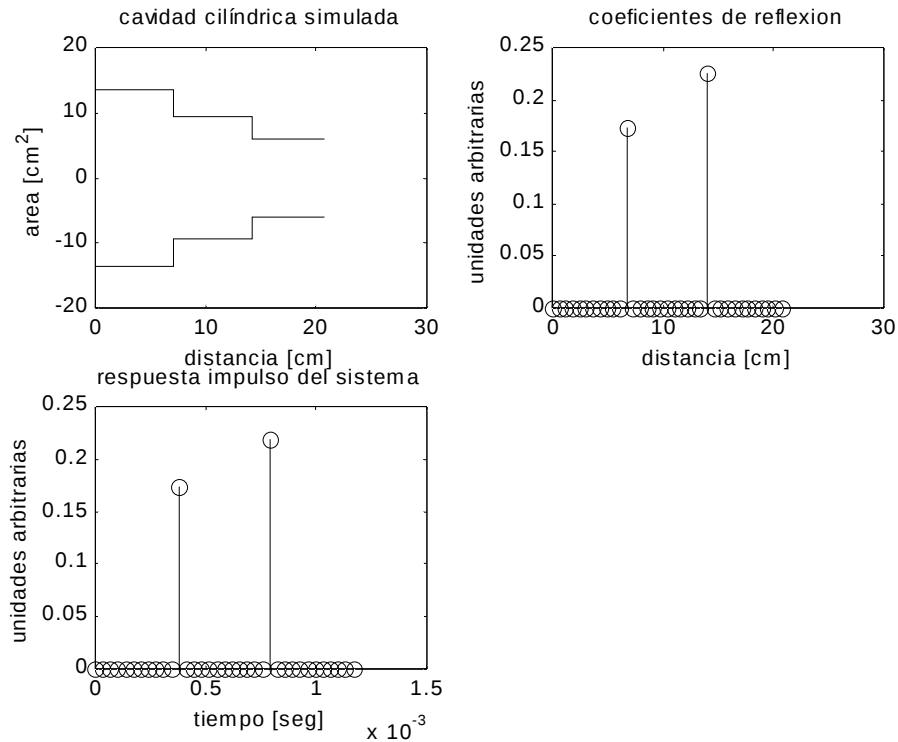


Figura 8.1.1.9.- Cavidad con morfología escalonada para obtener la reconstrucción de si misma.

En simulación se toman en cuenta algunas variables que se presentan en el caso experimental, como lo es la frecuencia de muestreo F_s . Otro parámetro a considerar es la respuesta en frecuencia (rango de frecuencia operativo) de la bocina que pudiera ser colocada en la parte de instrumentación. La cual se refiere a la buena respuesta a frecuencias bajas, altas o en el mejor de los casos para ambas, para generar la onda acústica incidente. Este rango de frecuencia operativo no debe ser mayor a $F_s/2$.

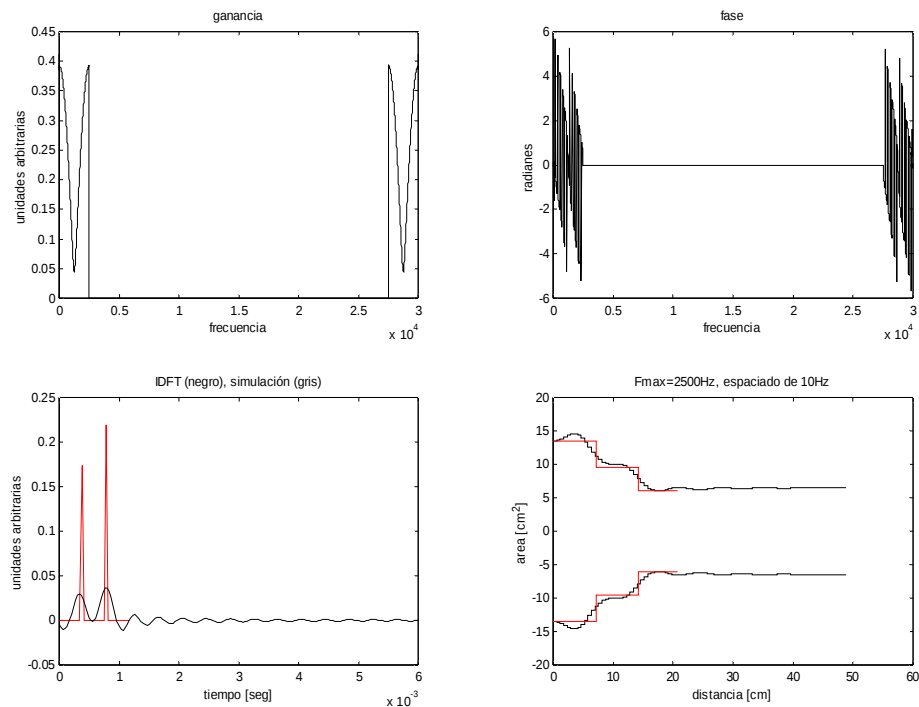
Otro parámetro fundamental por considerar, es la manera de cómo influye el número de intervalos entre cada frecuencia igualmente espaciado. Algo por remarcar es que sin importar cual sea el rango en frecuencia operativo de la bocina, se tiene que realizar el barrido desde 0 hasta la $F_s/2$. Por ejemplo, suponga que la F_s es de 40 000 Hz, que el rango operativo de la bocina es de 0 a 5000 Hz y un intervalo entre frecuencias de 50 Hz. Con estos parámetros, se tiene que hacer un barrido en frecuencia de 0 a 20 000 Hz, variando la frecuencia cada 50 Hz. Debido a que el rango de frecuencia operativo de la bocina es hasta los 5000 Hz, la respuesta en frecuencia es diferente de cero. En el intervalo de los 5000 a 20 000 Hz, la respuesta en frecuencia es cero. Por tal motivo tanto la ganancia como la fase de la DFT para expresar la respuesta al impulso en el dominio de la frecuencia en este rango específico debe ser cero.

Considerando estos parámetros, la simulación proporciona las ondas acústicas incidente y reflejada generando el estado estacionario en ambas. El siguiente paso es seleccionar una región del estado estacionario para cada una de las ondas acústicas y proceder como se explica en la sección 4.2.3.

El primer resultado en simulación, se propone primero tomar un rango de frecuencia operativo de 0 a 2500 Hz, suponiendo que la bocina usada en el sistema experimental tenga este rango de respuesta. La frecuencia de muestreo es de 30 000 Hz. El punto de inicio para el estado estacionario se toma en la muestra 1000, que corresponde al tiempo de 33ms para ambas propagaciones acústicas. La figura 8.1.1.10, muestra la importancia que tiene el intervalo o el espaciado entre cada frecuencia. Los dos recuadros superiores muestran la ganancia y la fase de la DFT, mientras el primer recuadro inferior compara la respuesta al impulso obtenida por el método directo (gris) con la respuesta al impulso obtenida por el método propuesto de análisis en el estado estable (negro).

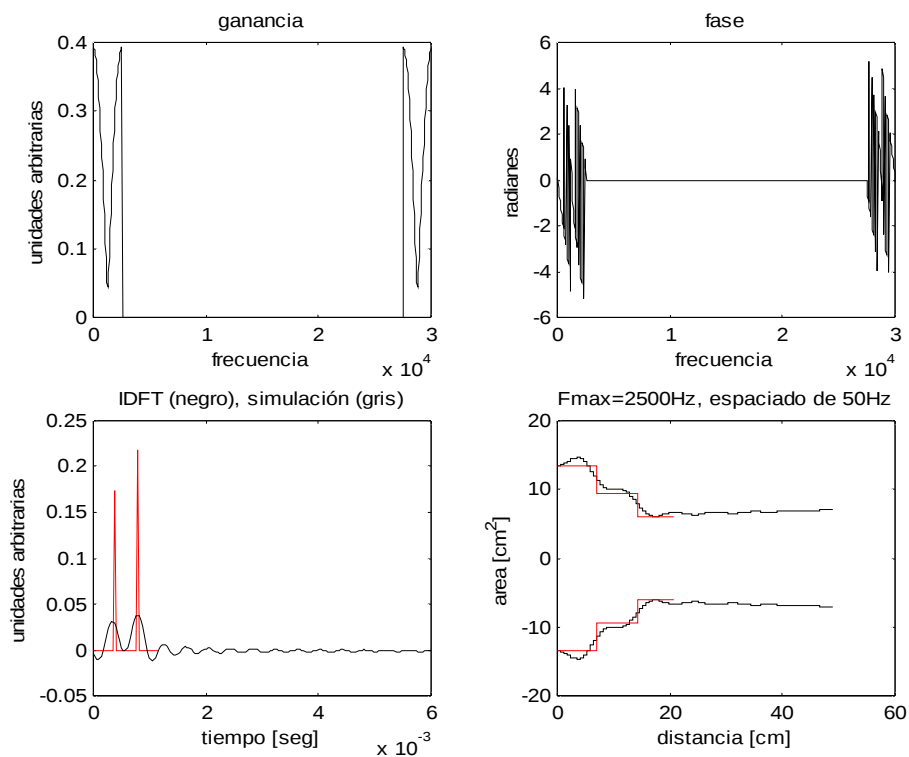
El segundo recuadro inferior muestra la reconstrucción de la cavidad (negro) obtenida por este método en particular y la cavidad propuesta inicialmente (gris).

Se observa en la figura 8.1.1.10 (1a) donde el espaciado de frecuencia es cada 10 Hz, en la figura (2a) donde el espaciado fue cada 50 Hz y la figura (3a) donde el espaciado es cada 100 Hz, que se obtiene un estimado adecuado de la reconstrucción de la cavidad respecto a la cavidad propuesta inicialmente. En la figura (4a), debido a que el espacio entre frecuencia es más grande (cada 500 Hz), la reconstrucción de la cavidad es peor respecto a las anteriores (1a, 2a y 3a).

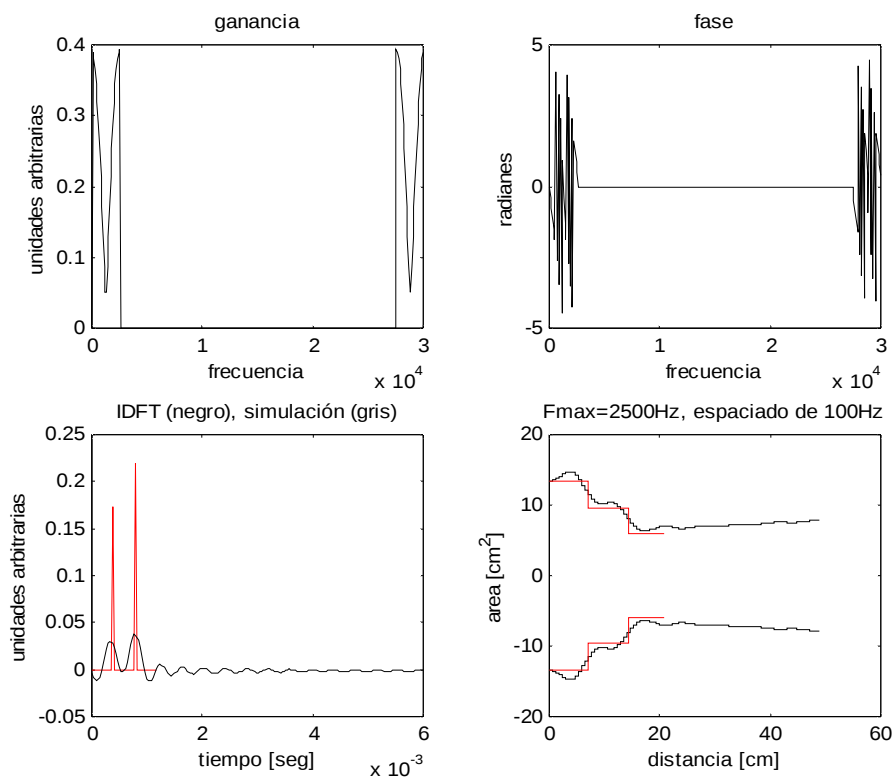


(1a)

8.1.1.10.- Para un rango de frecuencia operativo 2500 Hz, se obtiene un buen estimado respecto a la morfología de la cavidad propuesta para el espaciado entre frecuencias, 10, 50 y 100 Hz, a diferencia del espaciado cada 500 Hz.

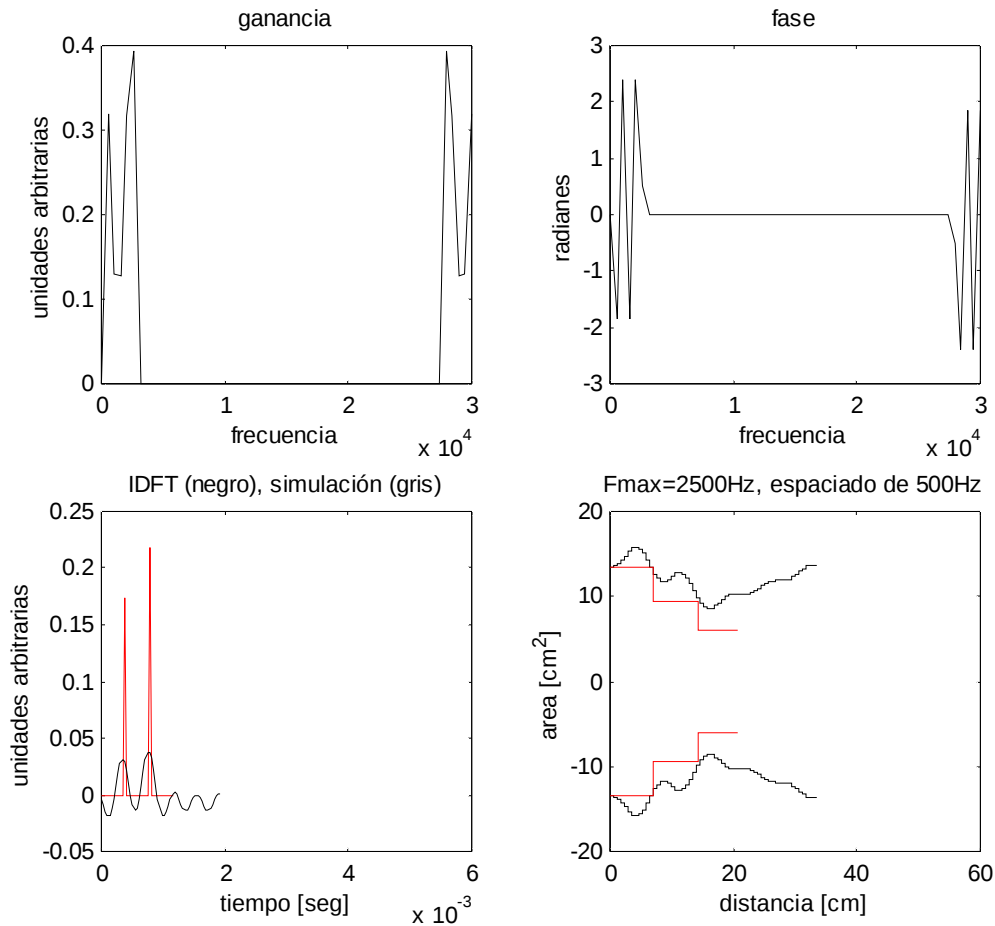


(2a)



(3a)

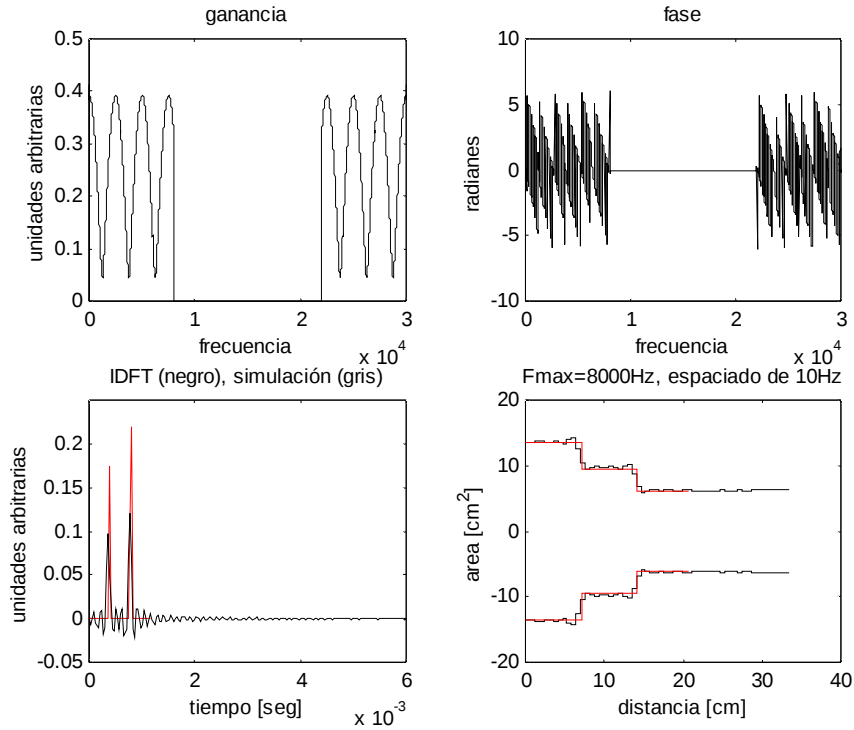
continuación de la figura 8.1.1.10



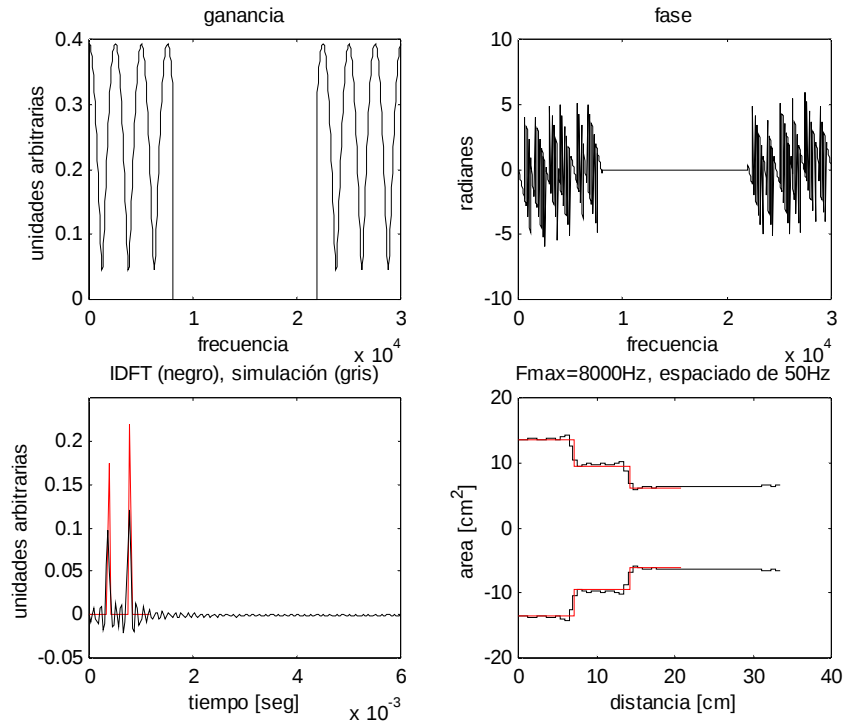
(4a)

continuación de la figura 8.1.1.10

Lo siguiente es llevar el rango de frecuencia operativo de la bocina hasta los 8000 Hz, haciendo la comparación con el experimento de contar con una bocina que respondiera adecuadamente hasta esta frecuencia, considerando la misma frecuencia de muestreo y los mismos espaciados entre frecuencia realizados en el caso anterior donde el rango de frecuencia operativo fue de 2500 Hz. El punto de inicio del estado estacionario se toma en la muestra 1000 tanto para la onda acústica incidente como la reflejada. La figura 8.1.1.11, muestra en la figura (1b) donde el espaciado de la frecuencia es cada 10 Hz, en la figura (2b) con un espaciado de frecuencia cada 50 Hz, y la figura (3b) con un espaciado cada 100 Hz que la reconstrucción de la cavidad se asemeja bastante a la propuesta. Por lo que respecta a la figura (4b) con un espaciado de frecuencia cada 500 Hz, la reconstrucción no es buena respecto a las anteriores (1b, 2b y 3b).

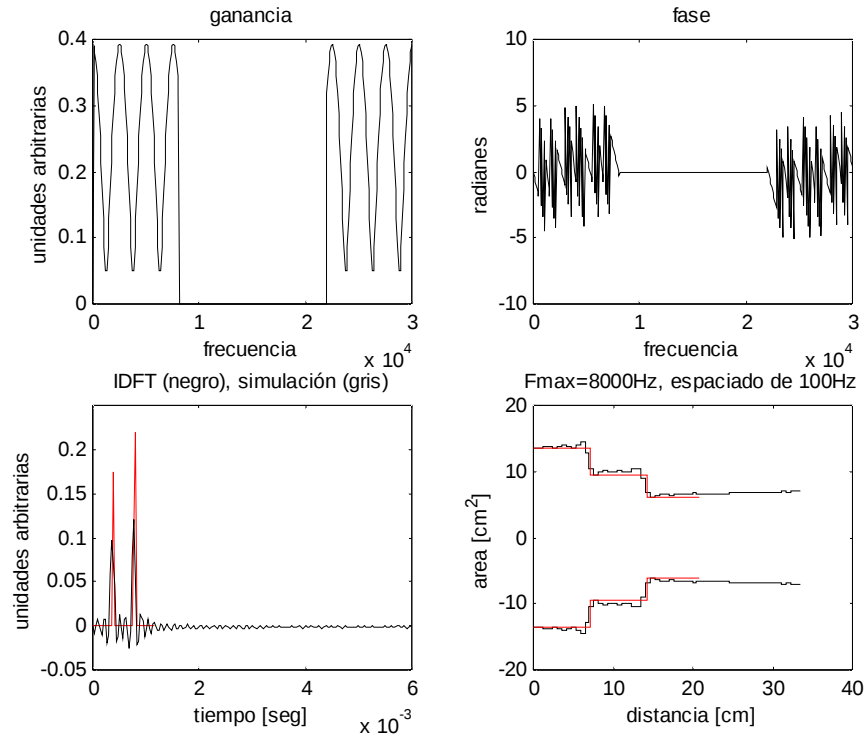


(1b)

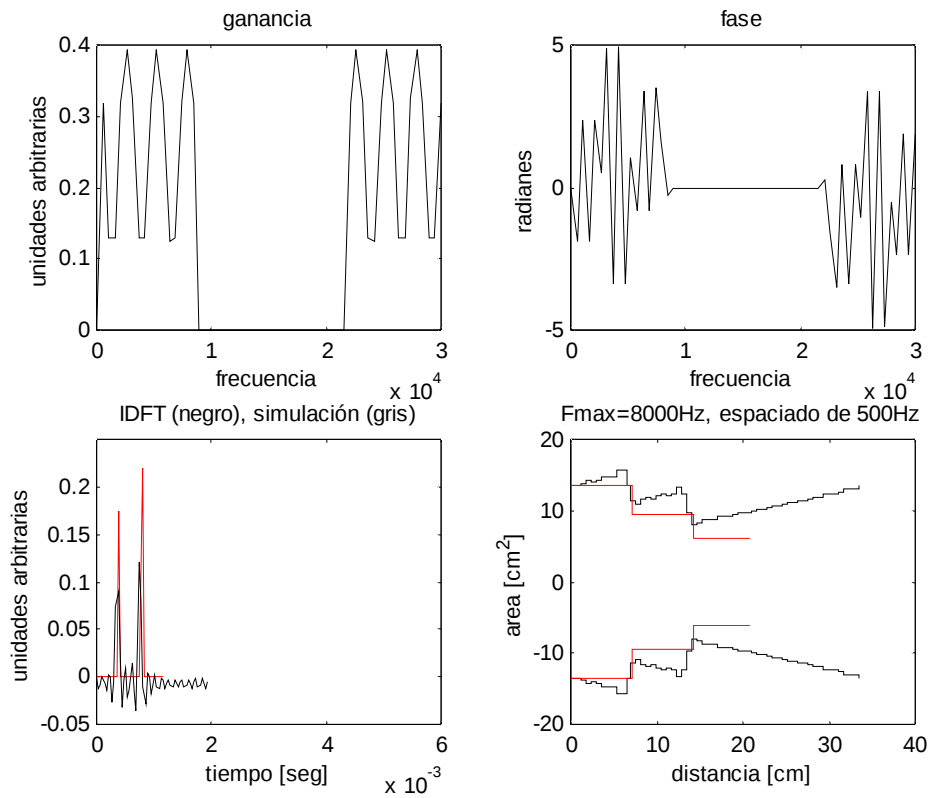


(2b)

Figura 8.1.1.11.- A mayor frecuencia operativa espaciada en intervalos pequeños se obtiene una mejor reconstrucción de la cavidad (1b), (2b) y (3b), pero cuando el espaciado se considera mayor se pierde resolución (4b), aunque se obtiene un mejor resultado que el caso donde la frecuencia máxima fue de 2500 Hz.



(3b)



(4b)

continuación de la figura 8.1.1.11

La siguiente simulación, para la misma cavidad y la misma frecuencia de muestreo, se considera un rango de frecuencia operativo hasta los 15000 Hz. Esto es suponer que se cuenta en la parte experimental con una bocina que responde adecuadamente hasta esta frecuencia. En la figura 8.1.1.12, se muestra en la figura (1c) y (2c) que la reconstrucción se puede considerar perfecta, mientras en la figura (3c) se alcanza a observar un insignificante error, pero la reconstrucción que se obtiene fue mucho mejor que en los casos donde el rango de frecuencia operativa fue hasta 2500 Hz y 8000 Hz. La figura (4c) pierde exactitud en la reconstrucción respecto a (1c, 2c y 3c). Con lo que respecta al punto del estado estacionario se toma también en la muestra 1000. Cabe mencionar que la elección de éste punto es fundamental para lograr una buena reconstrucción y que para su elección, basta con observar y elegir una región en el estado estacionario de ambas ondas acústicas.

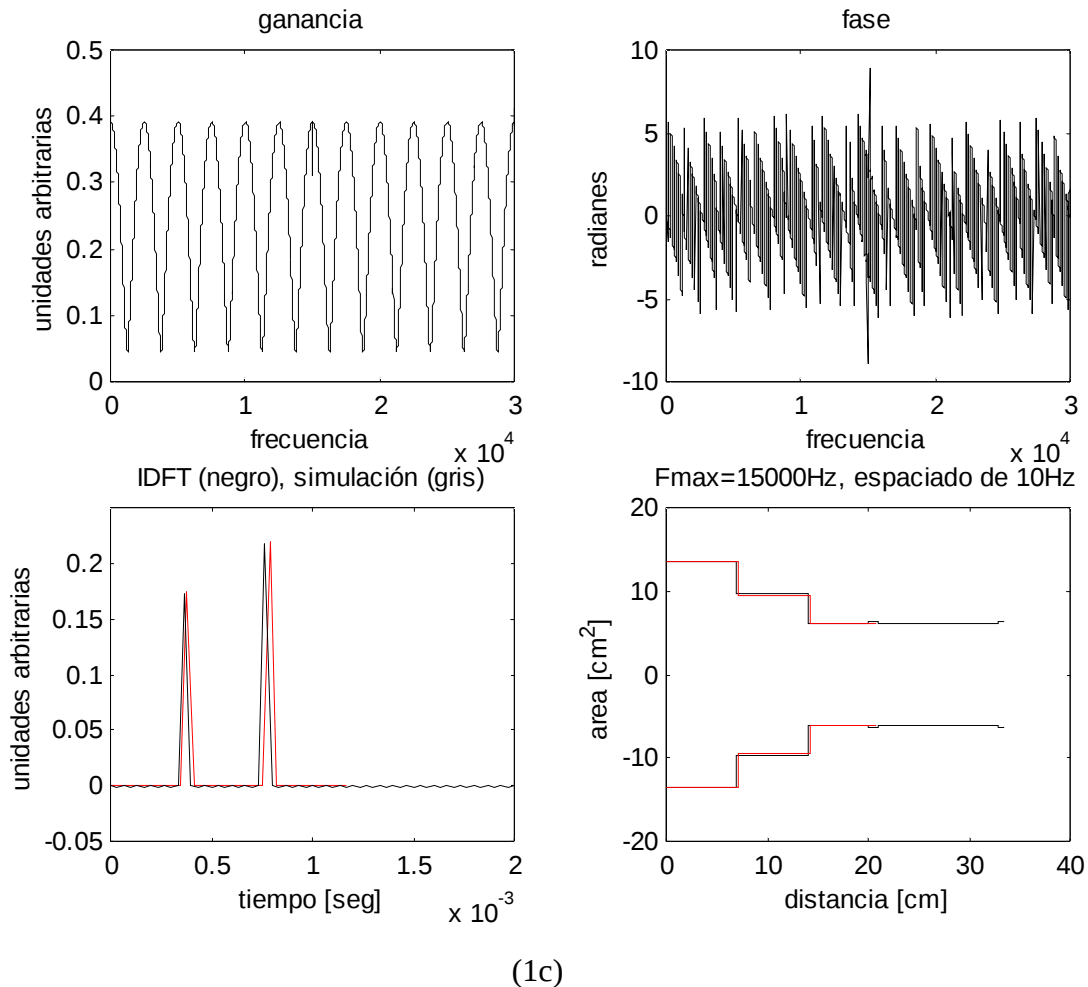
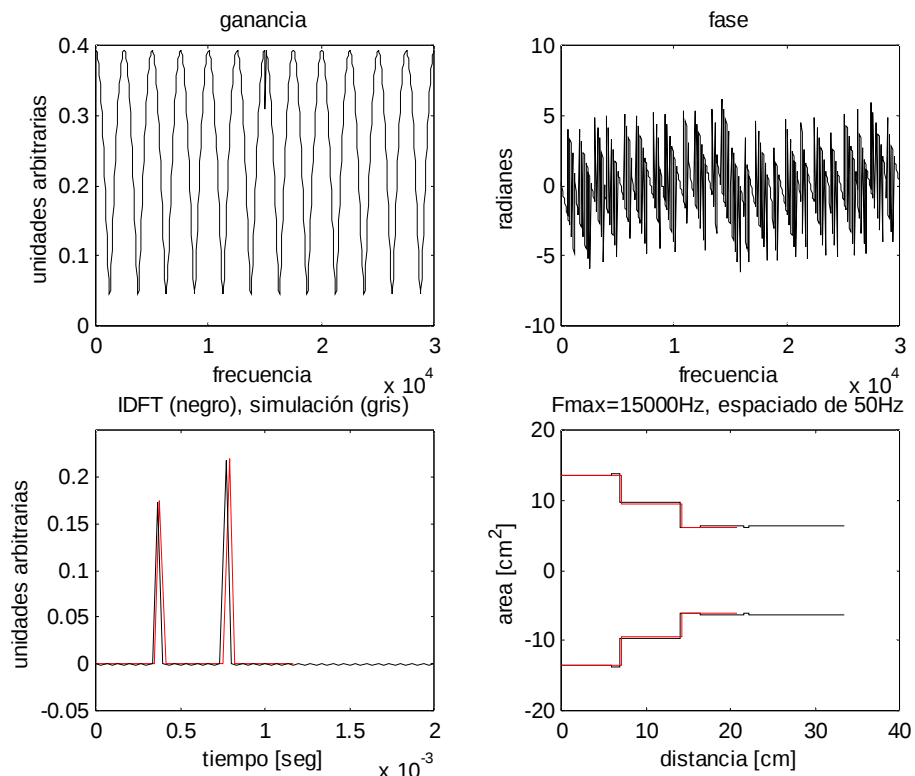
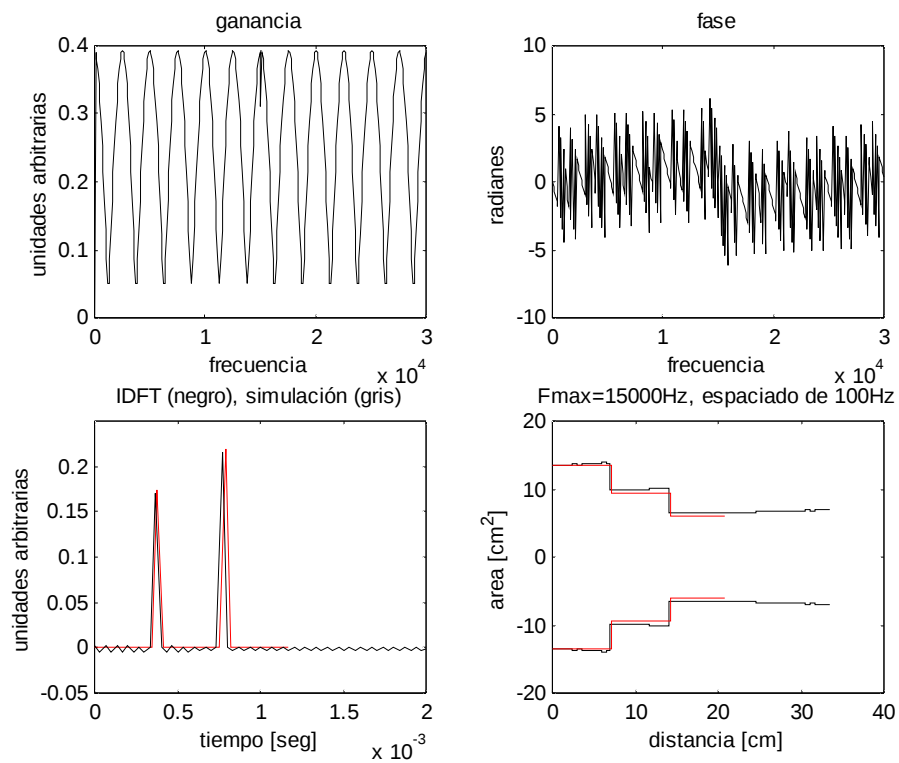


Figura 8.1.1.12.- Un barrido completo de la frecuencia máxima posible hace que las reconstrucciones sean exactas siempre y cuando se tenga un espaciado pequeño (1c) 10 Hz, (2c) 50 Hz y (3c) 100 Hz, a diferencia de un espaciado grande (4c) 500 Hz.

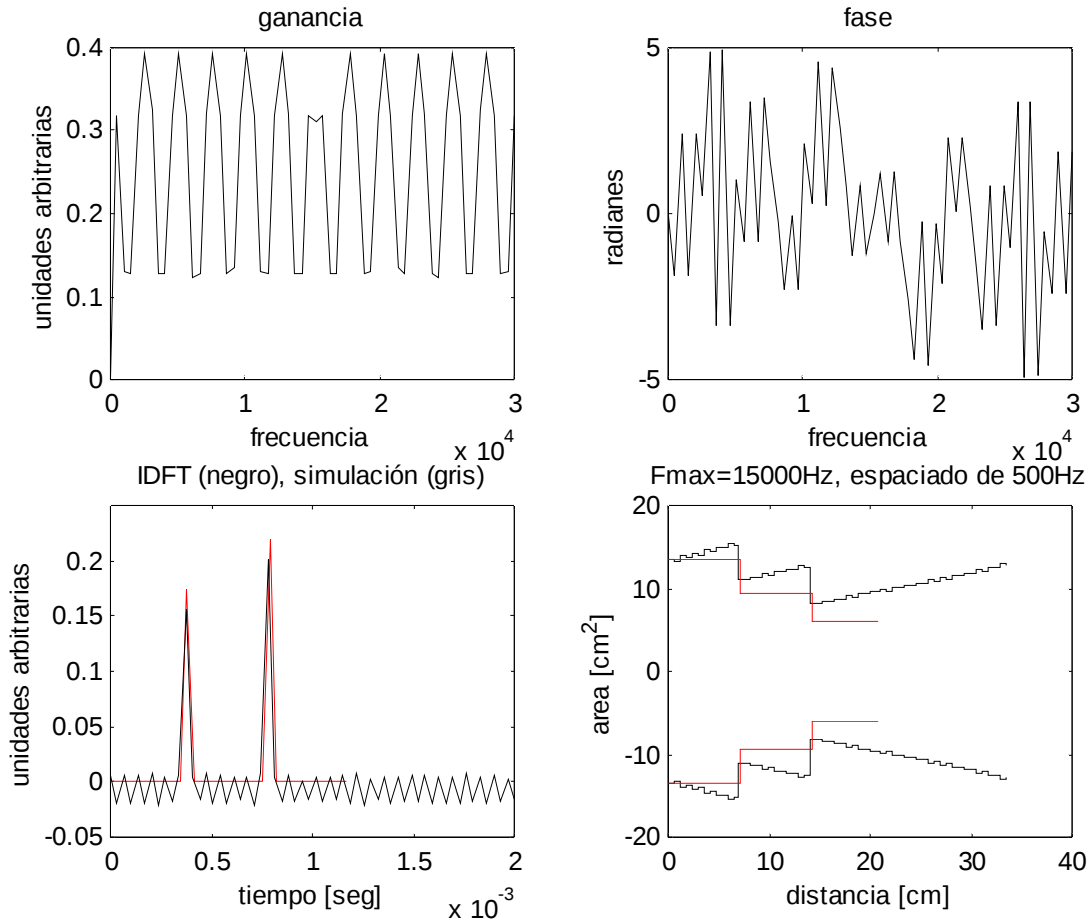


(2c)



(3c)

continuación de la figura 8.1.1.12



(4c)

continuación de la figura 8.1.1.12

Por tanto para obtener una buena reconstrucción con el método de análisis en estado estacionario, es claro, que el rango de frecuencia operativo de la bocina sea lo mas alto que se pueda y de la misma magnitud que $F_s/2$. Con un espaciado entre frecuencias relativamente pequeño.

La simulación con este método propuesto puede ser mejorada en el futuro, considerando las pérdidas ocasionadas a lo largo del sistema, es decir, las perdidas ocasionadas en la cavidad a estudiar y el conducto por donde se propagan las ondas acústicas incidente y reflejada. Además de que se podría analizar también la influencia del ruido generado para establecer límites al momento de realizar un experimento, siempre y cuando se tengan las condiciones óptimas para generar y registrar las ondas acústicas. Estas condiciones se refieren a una tarjeta con una frecuencia de muestreo alto y una bocina con un rango operativo grande.

8.1.2- MÉTODO DE SEPARACIÓN POR DIFERENCIA

Para considerar este caso en particular, se realiza primero un arreglo de las ondas acústicas traslapadas, similar al mostrado en la figura 6.2. Este arreglo sólo consiste en una onda acústica incidente seguido de una onda acústica reflejada más la misma onda acústica incidente.

Para generar dicho traslape primero se considera una onda acústica incidente con una cierta frecuencia (1950 Hz), una frecuencia de muestreo de 30 000 Hz y un tiempo de duración de 10 ms, que incide sobre una cavidad propuesta (figura 8.1.1.1) con área transversal variando en función de su longitud. La respectiva onda acústica reflejada se obtiene por convolución de la onda acústica incidente con la respuesta al impulso de la cavidad. Los dos recuadros superiores de la figura 8.1.2.1, muestran las ondas acústicas incidente y reflejada.

Después se genera una onda acústica incidente con la misma frecuencia (1950 Hz) pero con el doble tiempo de duración (20ms). Esta nueva onda acústica incidente se utiliza con dos propósitos, uno es tomarla como onda acústica de referencia para la diferencia (ver Apéndice A) y el segundo es para sumarle a la mitad del tiempo de duración (10 ms), la onda acústica reflejada obtenida por convolución y generar con ello el registro de las ondas acústicas traslapadas. Como se muestra en los dos recuadros inferiores de la figura 8.1.2.1.

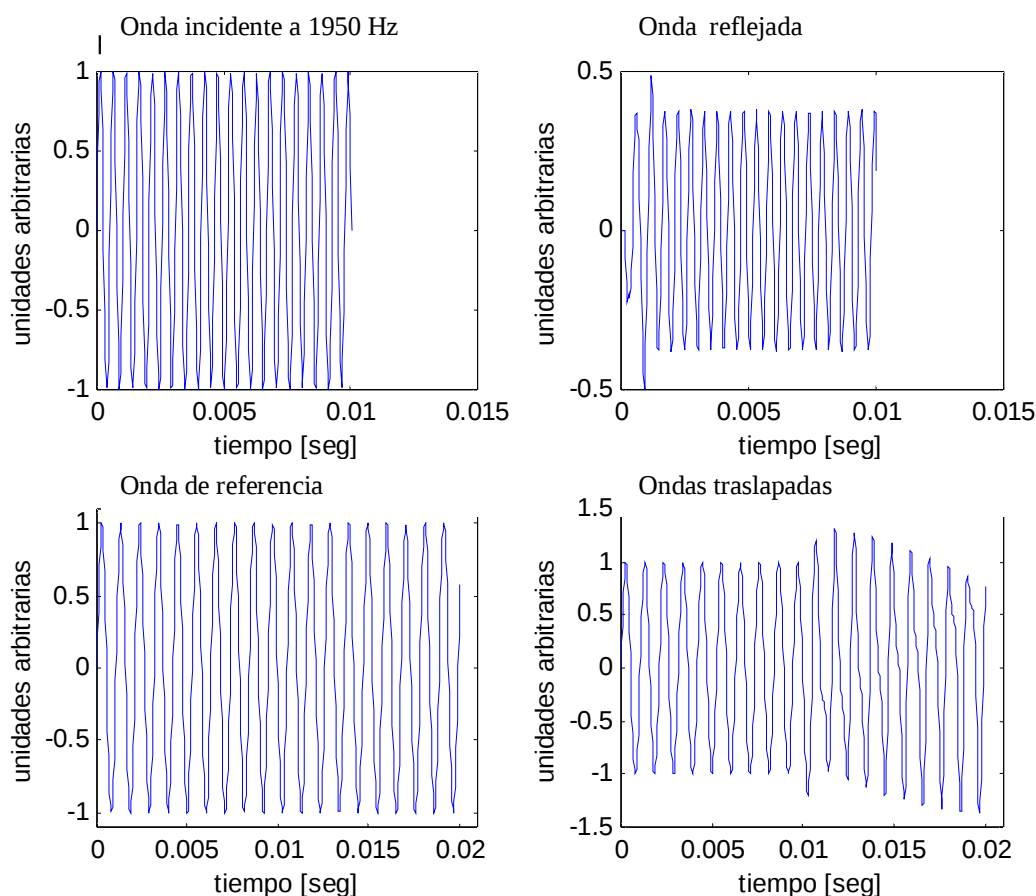


Figura 8.1.2.1.- El arreglo de las ondas acústicas traslapadas se realiza mediante la suma de ondas incidente y reflejada.

Con el arreglo de ondas acústicas traslapadas se realiza la diferencia con la onda acústica de referencia. De esta manera en el arreglo donde se tienen las ondas acústicas traslapadas se elimina la onda acústica incidente, quedando únicamente la onda acústica reflejada. La figura 8.1.2.2 muestra el resultado de la diferencia y donde se observa como la onda acústica incidente es cancelada.

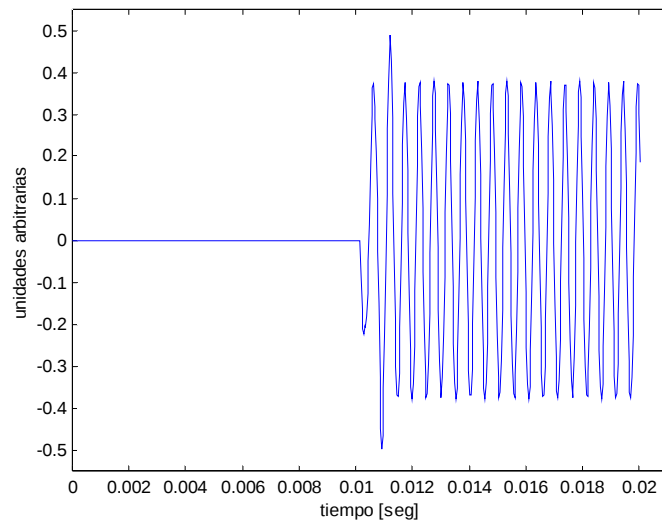


Figura 8.1.2.2.- Mediante una diferencia, la onda incidente es cancelada a lo largo del arreglo donde se encuentran las ondas acústicas traslapadas.

El método de separación por diferencias proporciona excelentes resultados sin importar la frecuencia que porta la onda acústica incidente. El siguiente paso es seleccionar el punto de inicio de la onda acústica reflejada, que en este caso, ocurre en el tiempo de los 10 ms.

Con las ondas acústicas incidente y la onda acústica reflejada, se procede a realizar la reconstrucción de la cavidad propuesta, empleando el método de Ware-Aki, método de capas y análisis en el estado estacionario.

i).- MÉTODO DE WARE-AKI

Se toma una onda acústica incidente con una frecuencia de 800 Hz. El arreglo de la cavidad considerada es igual a la mostrada en la figura 8.1.1.1. La figura 8.1.2.3 muestra las ondas acústicas requeridas.

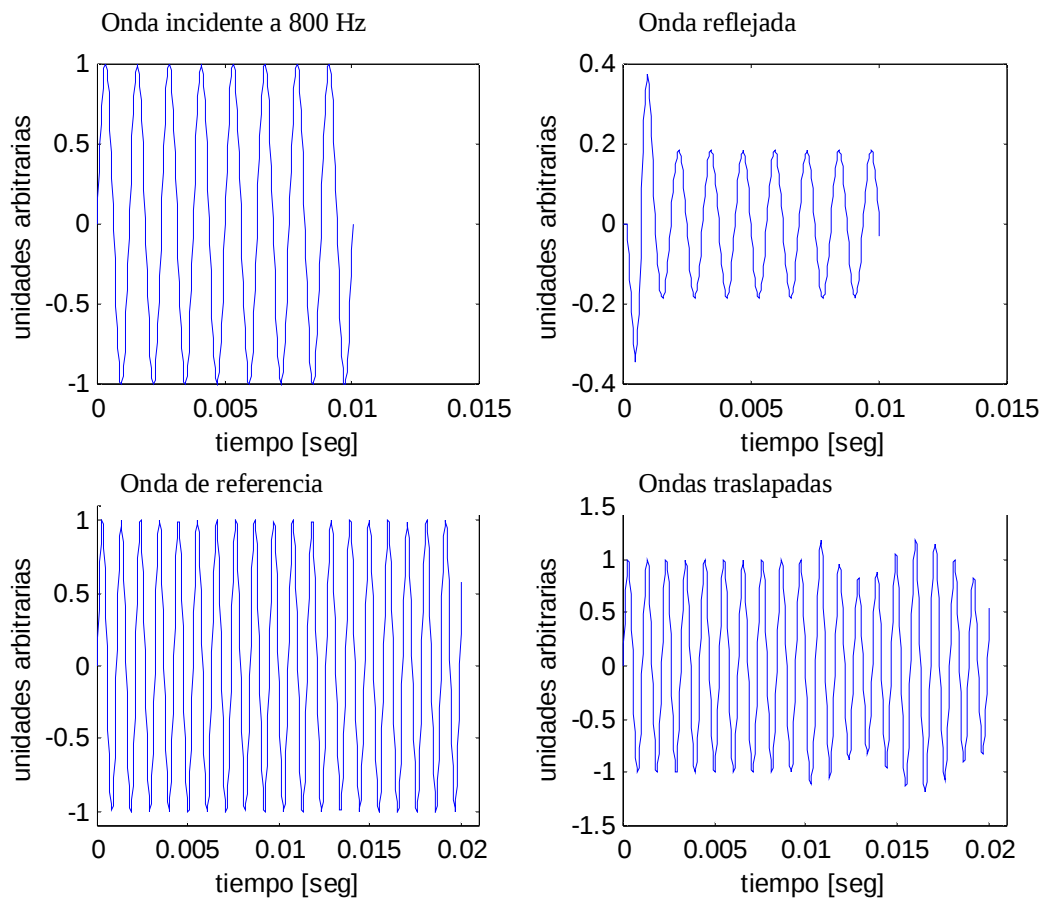
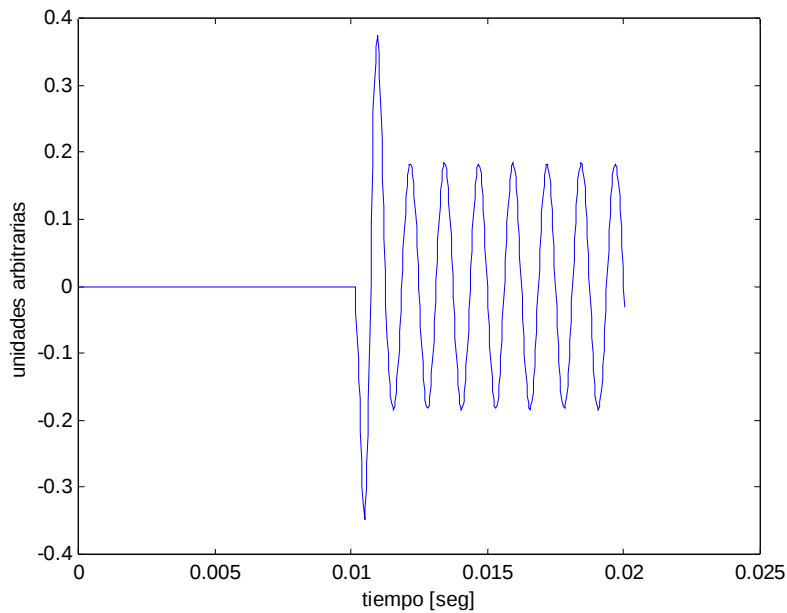


Figura 8.1.2.3.- Con las ondas acústicas incidente y reflejada proporcionadas por la simulación se guió el arreglo de la onda traslapada.

Con la diferencia realizada se obtiene la onda acústica reflejada, mostrada en la figura 8.1.2.4.



8.1.2.4.- La onda acústica reflejada es idéntica a la propagación de onda reflejada obtenida antes de realizar el traslape.

Con las ondas identificadas se procede a realizar finalmente la reconstrucción del área transversal (negro) para compararla con la cavidad propuesta (gris). Ver figura 8.1.2.5.

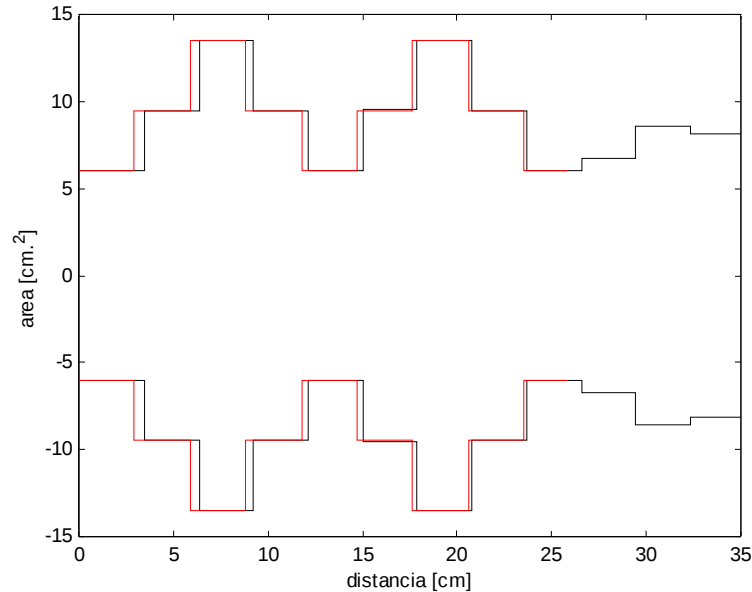


Figura 8.1.2.5.-La efectividad con el método de Ware-Aki, es una vez mostrada por su cercanía a la cavidad propuesta.

Una vez más, se obtiene una excelente reconstrucción usando el método de reconstrucción de Ware-Aki, sin importar la frecuencia que porta la onda acústica incidente o la complejidad de la cavidad propuesta.

ii).- MÉTODO DE CAPAS

Con las mismas ondas acústicas identificadas en el método de Ware-Aki, se procede a realizar la reconstrucción con el método de capas. Ver figura 8.1.2.6

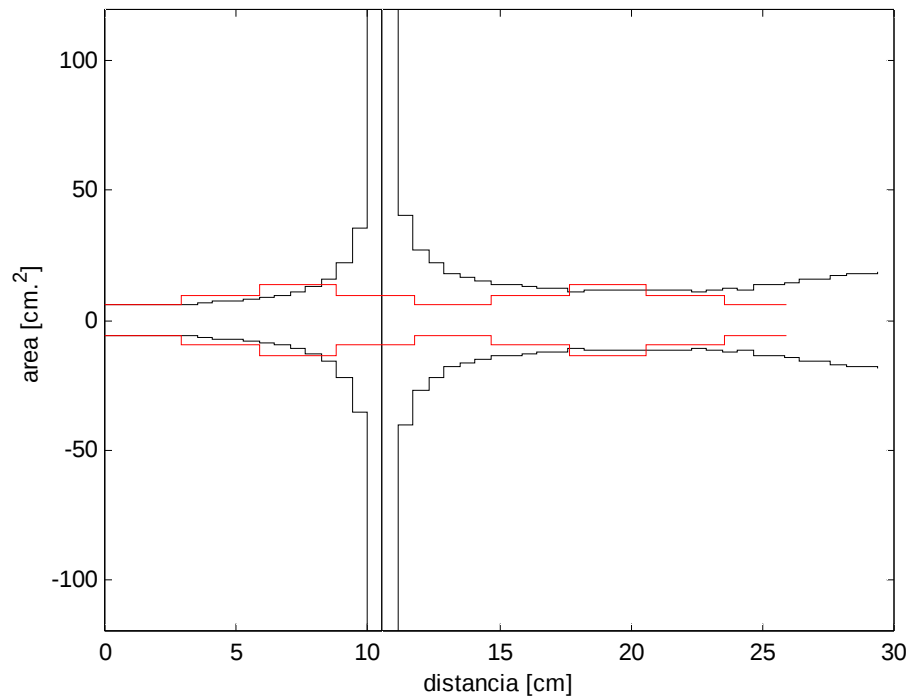


Figura 8.1.2.6.- La reconstrucción de la cavidad empleando el método de capas (negro) fue pésima debido a que se consideró una propagación de onda con frecuencia alta.

Como se observó en el capítulo anterior este método sólo proporciona buenos resultados cuando la frecuencia de la onda acústica incidente es baja y con cavidades cortas en longitud. Debido a que la frecuencia considerada en este ejemplo fue alta (800 Hz) y la cavidad relativamente larga (25.9 cm), la reconstrucción del área transversal (negro) sólo es exacta para el primer segmento, disparándose a valores muy por arriba del área transversal de la cavidad propuesta inicialmente (gris).

iii).- MÉTODO DE ANALISIS EN EL ESTADO ESTACIONARIO

Se obtiene un buen estimado del área transversal de la cavidad propuesta. A pesar de que se tiene que realizar un barrido en frecuencia hasta los 15 000 Hz, con un mismo rango operativo de frecuencia y un espaciado entre frecuencias cada 10 Hz. Sumándole a esto, que para cada frecuencia se tuvo que realizar el arreglo traslapado de las ondas acústicas, así como la diferencia con una onda de referencia.

La efectividad del método de separación por diferencia para lograr la separación de la onda acústica reflejada, se observa en la reconstrucción de la cavidad empleando el método de análisis en el estado estacionario (negro). La figura 8.1.2.7, muestra la comparación con la cavidad propuesta (gris).

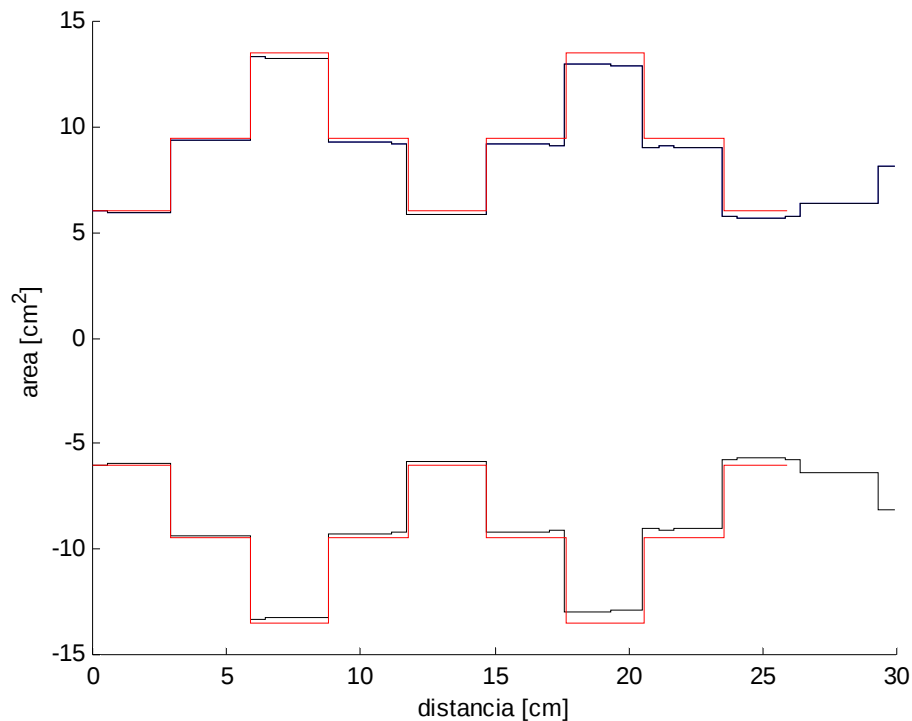


Figura 8.1.2.7.- Se obtiene una buena reconstrucción de la cavidad propuesta (gris) usando el método de análisis en el estado estacionario (negro).

Haciendo una comparación rápida entre el método de análisis en el estado estacionario y el método de capas, resalta el hecho que es preferible lograr un buen resultado a costa de un barrido en frecuencia.

8.2.- RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para los resultados experimentales primero se procede a elaborar una cavidad cilíndrica sólida con área transversal variando longitudinalmente y con medidas perfectamente conocidas (Apéndice C). El material seleccionado es Nylamid.

Con la cavidad acoplada en el sistema experimental, se generan las respectivas ondas acústicas para cada método de reconstrucción. Se considera un rango de frecuencia operativo de 0 a 2500 Hz, debido a la respuesta de la bocina hasta esta frecuencia. En los resultados experimentales se considera sólo el caso de trabajar con ondas acústicas de larga duración para generar el traslape de dichas acústicas. Esto porque uno de los objetivos fundamentales en este trabajo, es resolver de manera sencilla el problema inverso con las ondas acústicas traslapadas, por otro lado se podrían reducir las dimensiones del sistema (longitud del conducto por donde se conducen las ondas acústicas).

Cada registro experimental de la onda traslapada se pasa por el amplificador de instrumentación (INA102) con una ganancia de 100, es decir, cada amplitud de presión acústica que compone el registro traslapado se amplifica 100 veces. La señal eléctrica que sale de la tarjeta electrónica para generar cada onda acústica incidente se establece con una amplitud de 9 V y un tiempo de duración de 90 ms.

Algo por mencionar es que cada vez que se realiza un registro experimental, la bocina se coloca en ciertas condiciones de referencia. En otras palabras, se genera una onda acústica con una frecuencia de 150 Hz y una duración de 3.375 ms antes de cada registro experimental.

Para la respectiva identificación de las ondas acústicas se procede mediante el método de separación por diferencia. El desarrollo computacional es excelente en tiempo.

Para entender la manera de cómo proceder en la respectiva identificación trabajando con ondas acústicas experimentales, se considera el caso de un único registro con las ondas acústicas traslapadas.

Con un registro igual al mostrado en la figura 6.2, se selecciona una parte de la onda acústica incidente experimental en el estado estacionario, que es perfectamente identificable en dicho registro. Por medio de un ajuste de mínimos cuadrados se obtiene tanto su amplitud como su fase. Posteriormente se procede a generar una onda acústica incidente teórica, tomando como referencia la amplitud y fase deducidas, con un tiempo que va desde el punto de inicio seleccionado en la onda acústica experimental hasta el tiempo final de dicha onda. La figura 8.2.1, muestra en el primer recuadro la onda acústica completa registrada por el micrófono. La onda acústica incidente se genera con una señal eléctrica senoidal a 500 Hz. En el segundo recuadro se muestra la onda acústica incidente en el estado estacionario seleccionada de la cual se dedujo tanto la fase como su amplitud y en el tercer recuadro la onda acústica incidente teórica generada con los parámetros ya mencionados.

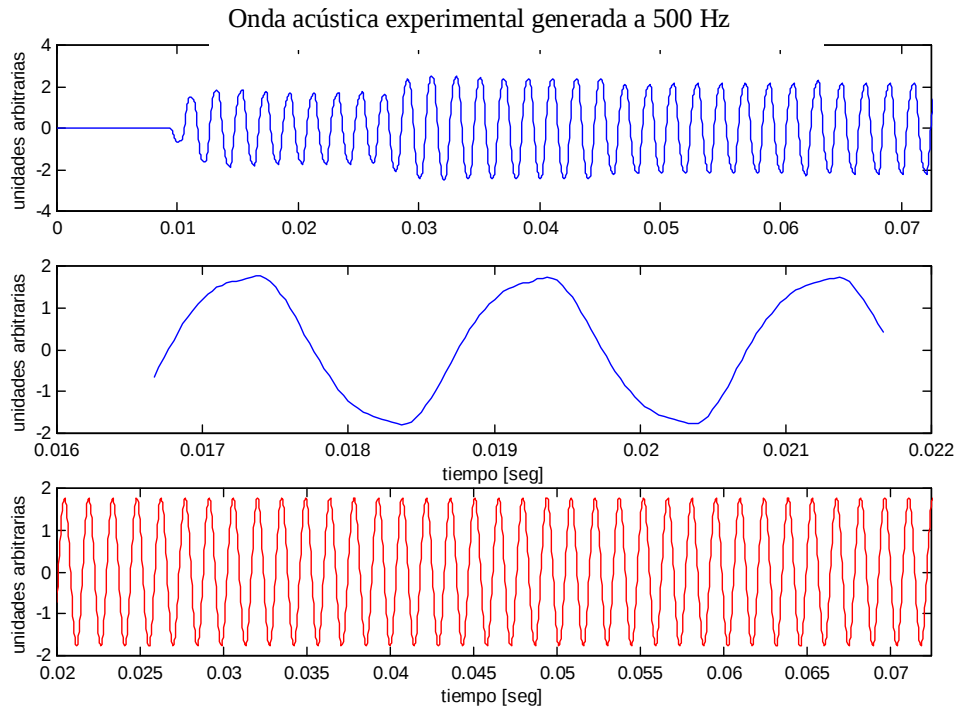


Figura 8.2.1.- Para lograr la separación de las propagaciones de onda se tiene que generar una onda acústica incidente teórica a partir de la onda acústica incidente experimental en el estado estacionario.

Para identificar la onda acústica reflejada se realiza la diferencia de la onda acústica registrada experimentalmente con la onda acústica incidente teórica. La figura 8.2.2, muestra la cancelación de la onda acústica incidente y donde se observa una onda reflejada constituida por un transitorio seguido de una parte en el estado estacionario.

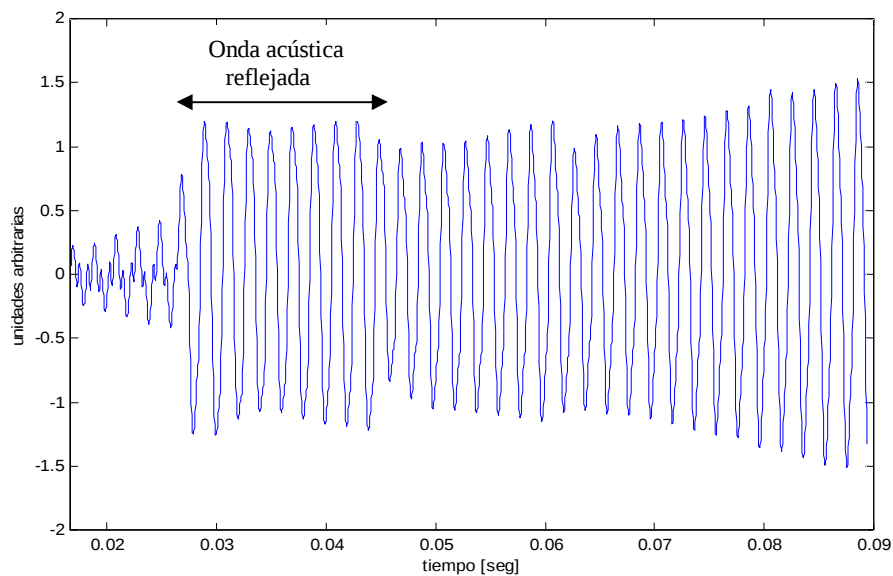


Figura 8.2.2.- La onda acústica incidente se cancela, dejando al descubierto la onda acústica reflejada.

i) MÉTODO DE WARE-AKI

Con las ondas acústicas identificadas, se procede a realizar la reconstrucción de la cavidad, como se muestra en la figura 8.2.3.

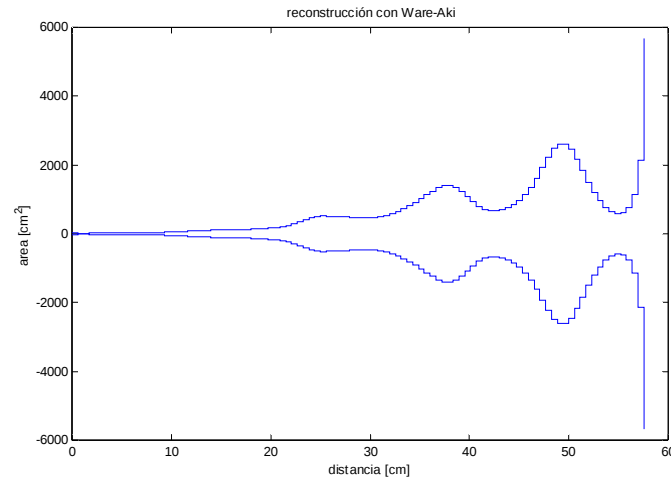


Figura 8.2.3.- La reconstrucción de la cavidad empleando el método de Ware-Aki no se acerca nada a la cavidad propuesta.

La sorpresa con este método de reconstrucción es que no proporciona un buen estimado de la cavidad cilíndrica sólida colocada en el sistema experimental. A pesar de que se toma un número de eigenvalores (500) igual al número de muestras que componen las ondas.

ii) MÉTODO DE CAPAS

Con este método de reconstrucción el estimado de la cavidad cilíndrica es también pésimo. Ver figura 8.2.4.

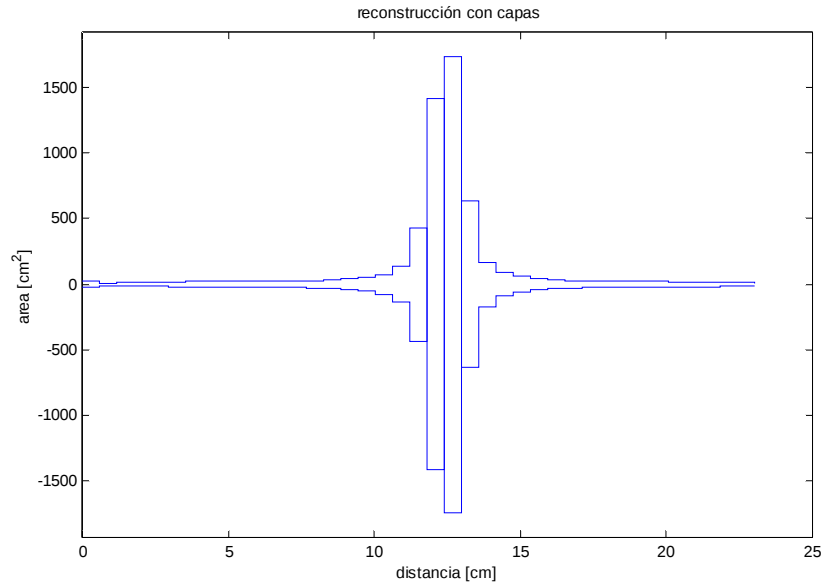


Figura 8.2.4.-Usando el método de capas como es de esperarse la cavidad no resulta nada cercana a la propuesta inicialmente

A pesar de que se hacen incidir ondas acústicas a diferentes frecuencias, las reconstrucciones experimentales mediante el método de Ware-Aki y el método de capas, se caracterizan por el hecho de que el área transversal en función de la distancia se contrajo y/o expandió abruptamente. La razón de este resultado es que ambos algoritmos presentaron ser muy sensibles al ruido.

iii) MÉTODO DE ANÁLISIS EN EL ESTADO ESTACIONARIO

Identificadas las ondas acústicas incidente y reflejada, se selecciona una parte de la onda acústica reflejada en el estado estacionario que correspondiera en el tiempo de la onda acústica incidente, para deducir las fases y amplitudes correspondientes a cada onda. El primer recuadro de la Figura 8.2.5 muestra en negro el registro de la diferencia de la onda acústica traslapada con la de referencia y en gris la onda acústica incidente, mientras en el segundo recuadro se muestra la parte seleccionada en el estado estacionario para cada una de ellas.

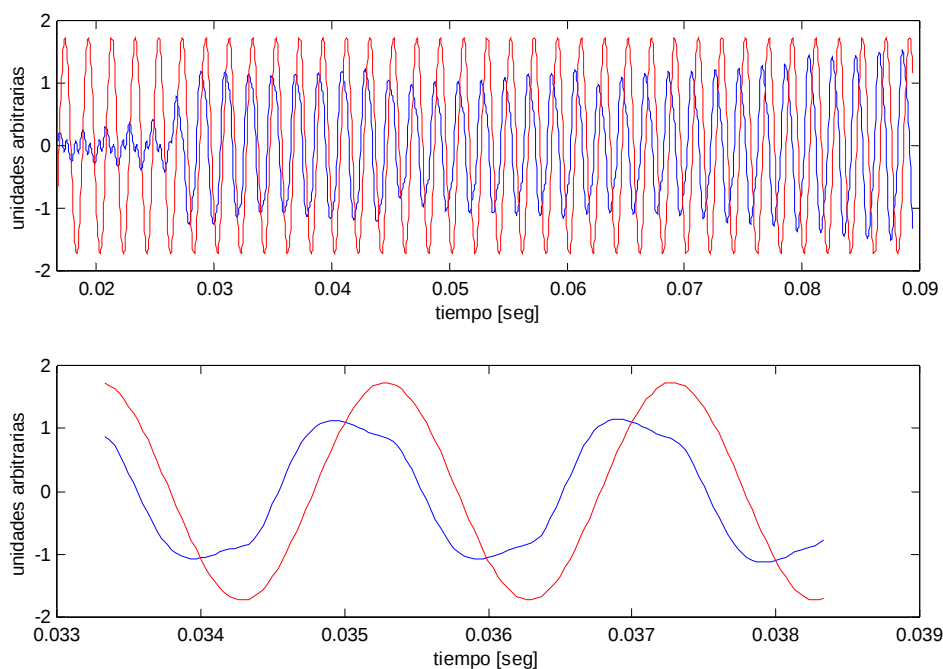


Figura 8.2.5.- Se toman las ondas acústicas incidente y reflejada en estado estacionario a un mismo tiempo para deducir sus fases y amplitudes respectivamente

El proceso se realiza para todo el barrido de la frecuencia máxima igualmente espaciada, obteniendo en cada caso la ganancia y la diferencia de fase, para finalmente proceder como se indicó en la sección 4.2.3. La figura 8.2.6 muestra el esquema de los pasos realizados.

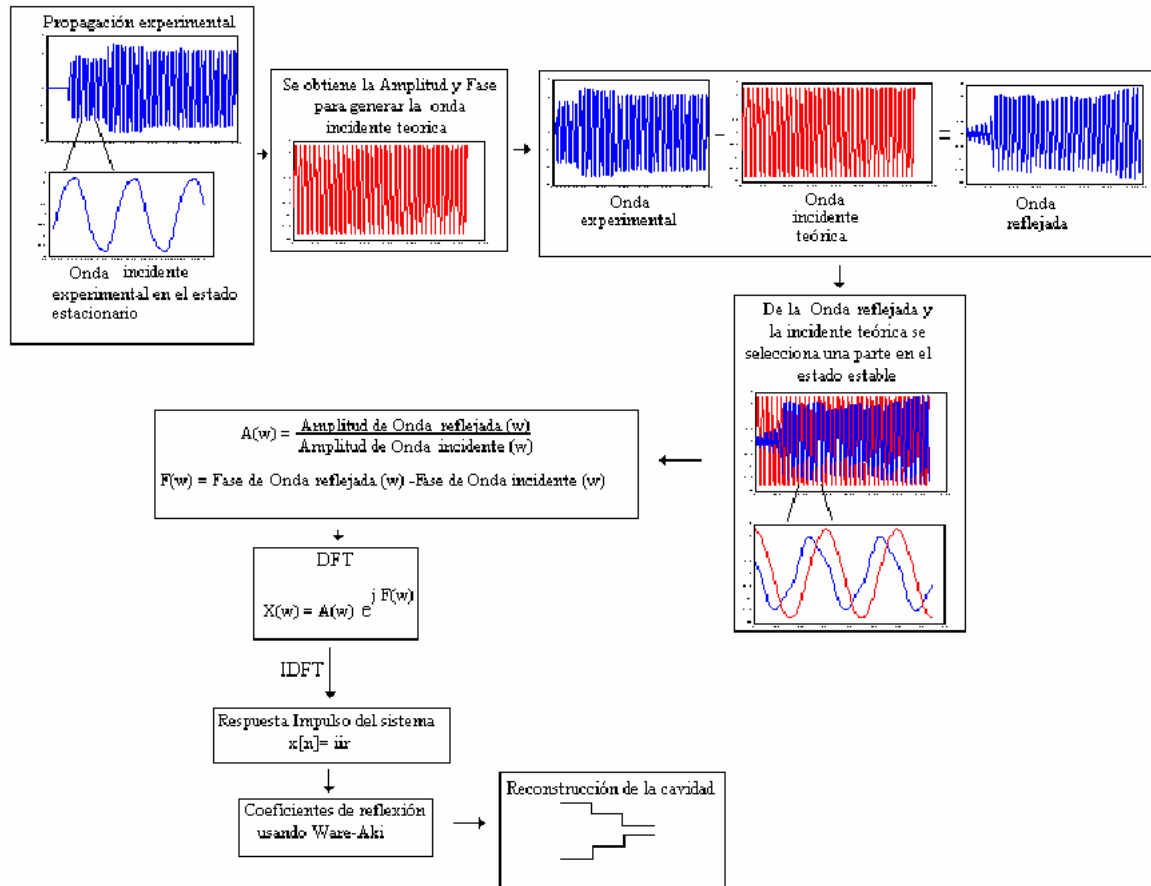


Figura 8.2.6.- En el estado estacionario se puede expresar en términos de la DFT la respuesta al impulso

A partir de que los resultados simulados entregan un estimado de la morfología de la cavidad propuesta, realizando un barrido desde 0 hasta los 15000 Hz, con un intervalo cada 500 Hz, a una frecuencia de muestreo de 30 000 Hz. Se parte de estas condiciones en el caso experimental, a pesar de la mala respuesta de la bocina para frecuencias mayores a los 2500 Hz. La cavidad a reconstruir corresponde a la primera mostrada en el Apéndice C, donde se observa un objeto con una morfología escalonada

La figura 8.2.7 muestra en los dos recuadros superiores la ganancia y fase respectivamente de la respuesta en frecuencia generada, mientras en los dos recuadros inferiores muestran la respuesta al impulso y la reconstrucción de la cavidad obtenida. Esta reconstrucción no fue nada cercana a lo esperado.

Por otro lado, se coloca ahora una botella de plástico con las dimensiones mostradas también en el Apéndice C. El barrido se realiza en las mismas condiciones establecidas con anterioridad. La figura 8.2.8 muestra también que la reconstrucción se aleja totalmente de la realidad.

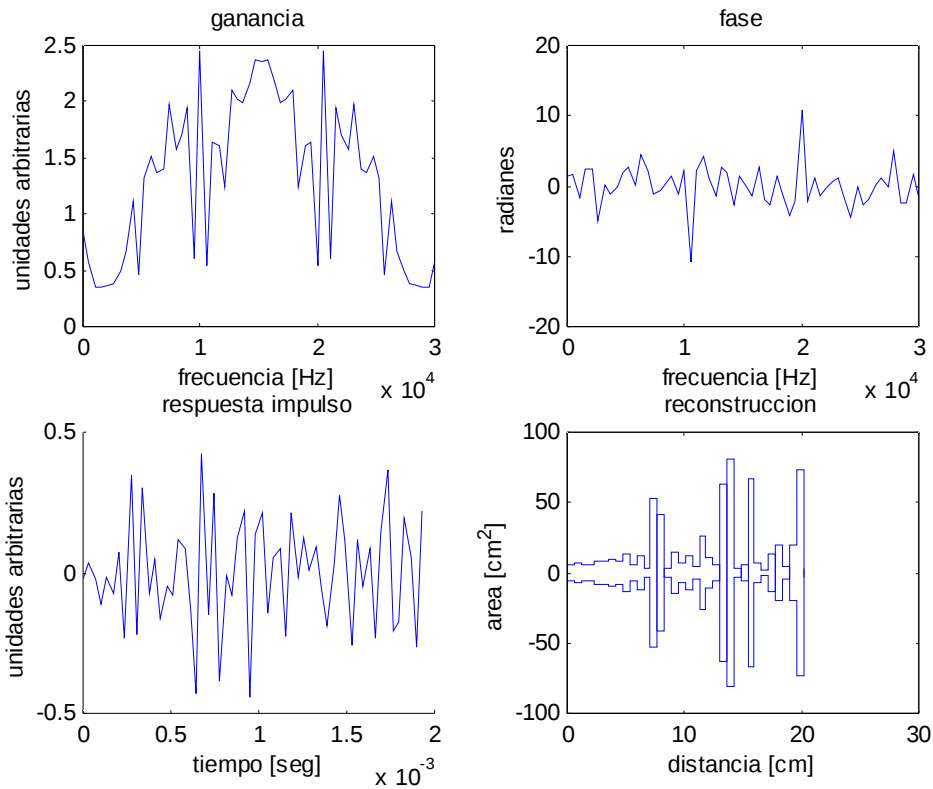


Figura 8.2.7.- Se obtuvo una mala reconstrucción de la cavidad con morfología escalonada llevando el barrido hasta los 15000 Hz, en intervalos de 500 Hz.

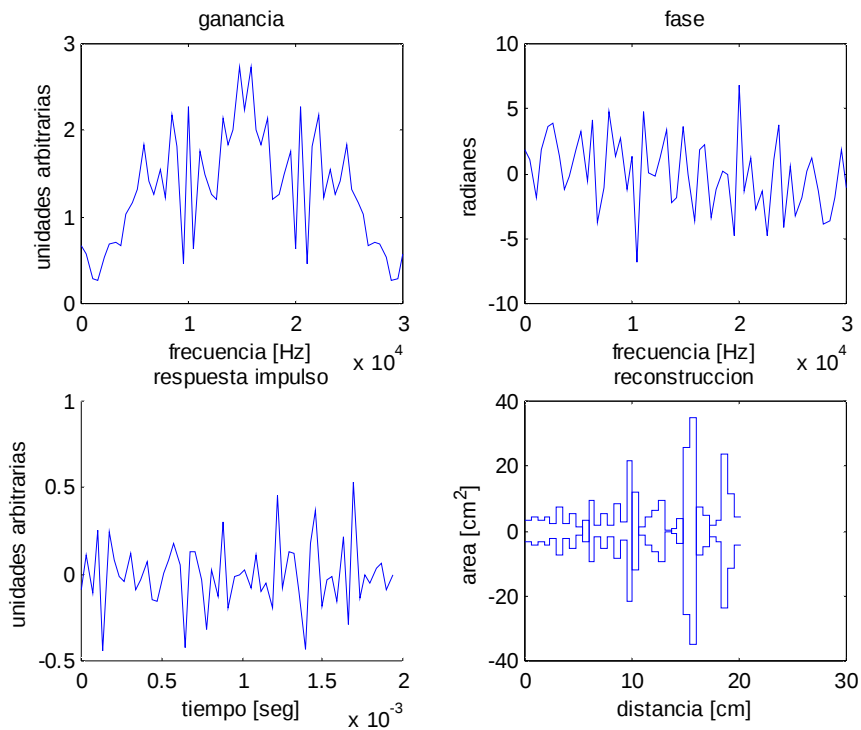


Figura 8.2.8.- La reconstrucción de la botella de plástico no se acercó a la esperada donde el diámetro debió permanecer constante durante una cierta longitud.

Con estos resultados entonces se plantea ahora trabajar con un rango operativo hasta los 2500 Hz para los dos objetos (Apéndice C) por separado, con intervalos de 50 Hz. El límite establecido es a la buena respuesta de la bocina hasta esta frecuencia. La figura 8.2.9 muestra que la reconstrucción para la cavidad escalonada se acerca a la cavidad propuesta; mientras que la figura 8.2.10, muestra el resultado de colocar la botella de plástico y donde se observa que la cavidad reconstruida se mantuvo constante hasta los 20 cm.

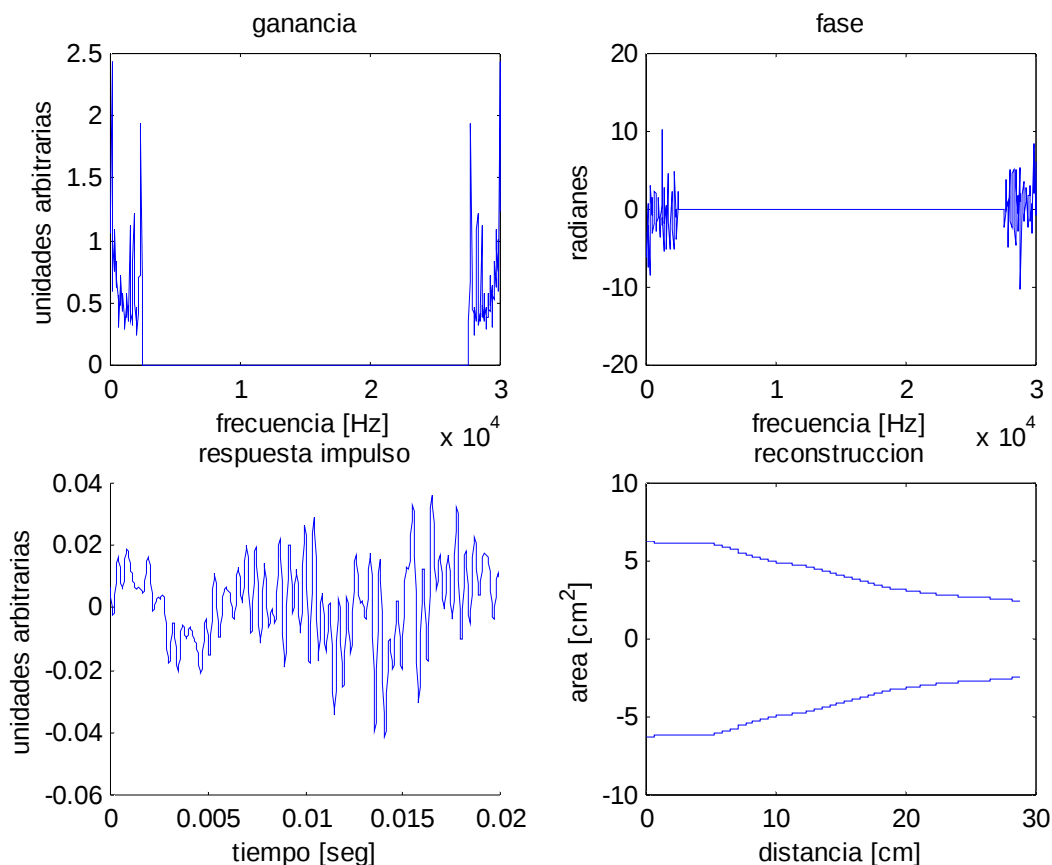


Figura 8.2.9.- Una morfología escalonada similar a la presentada por el objeto colocado en el sistema experimental, se puede obtener con un barrido de frecuencia máximo de 2500 Hz, espaciados cada 50 Hz.

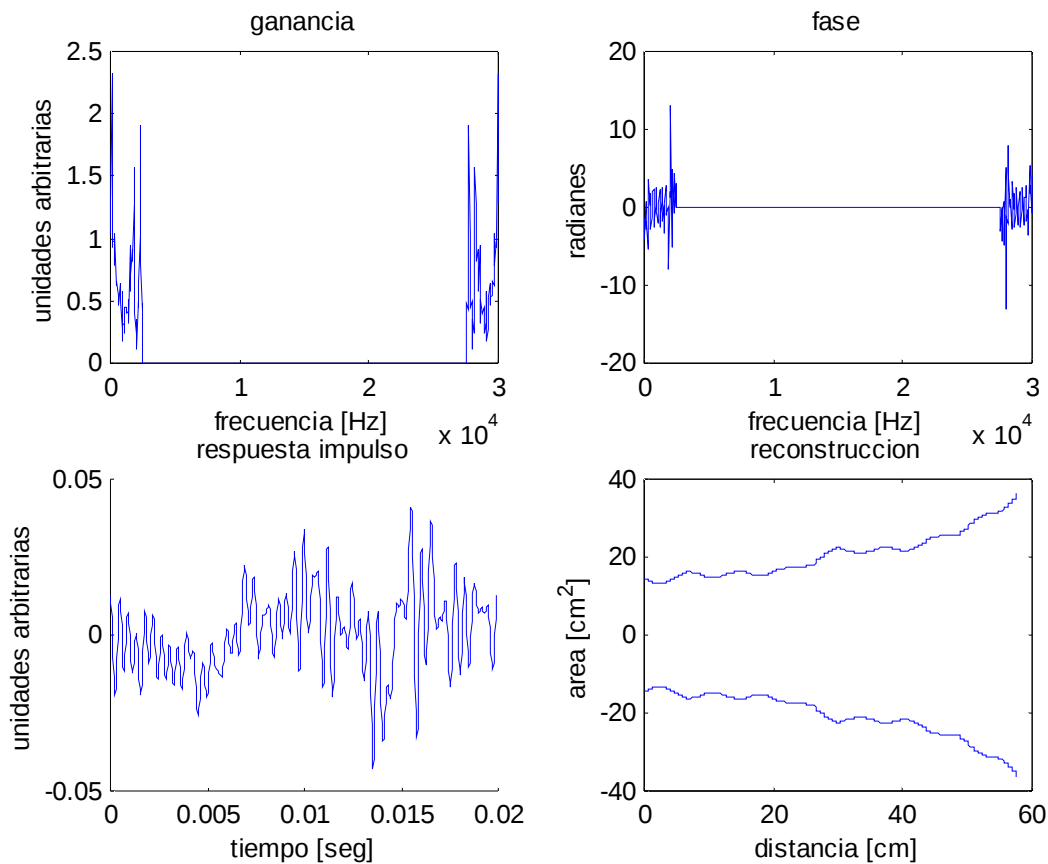
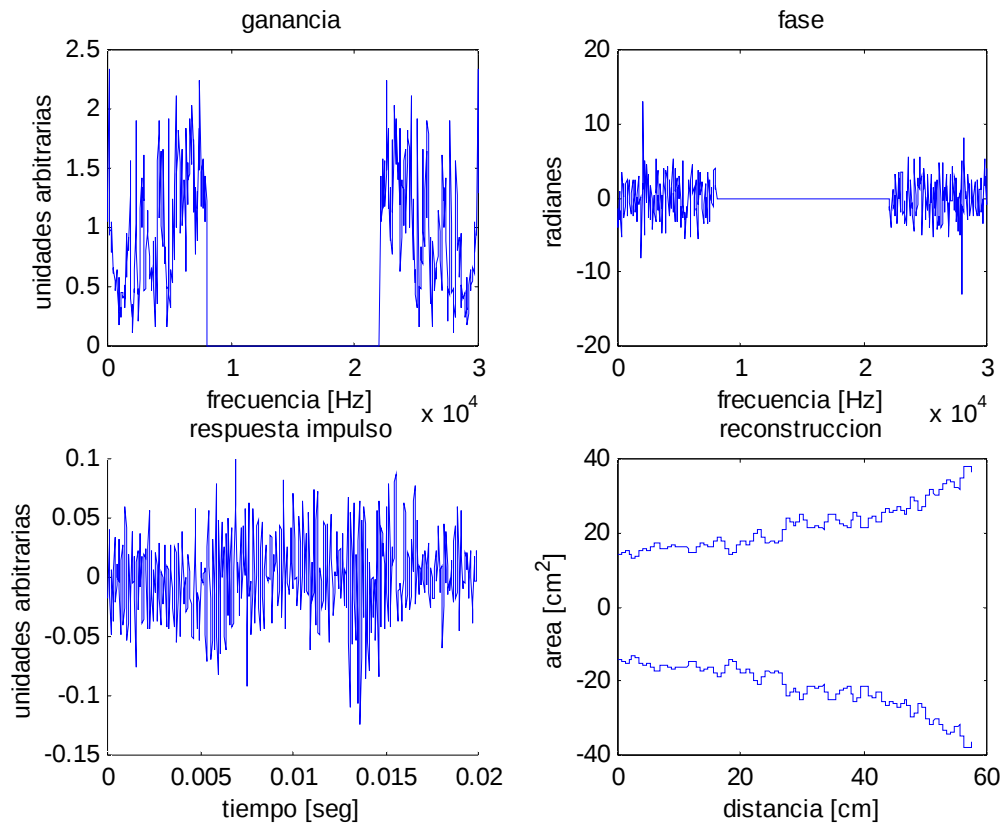
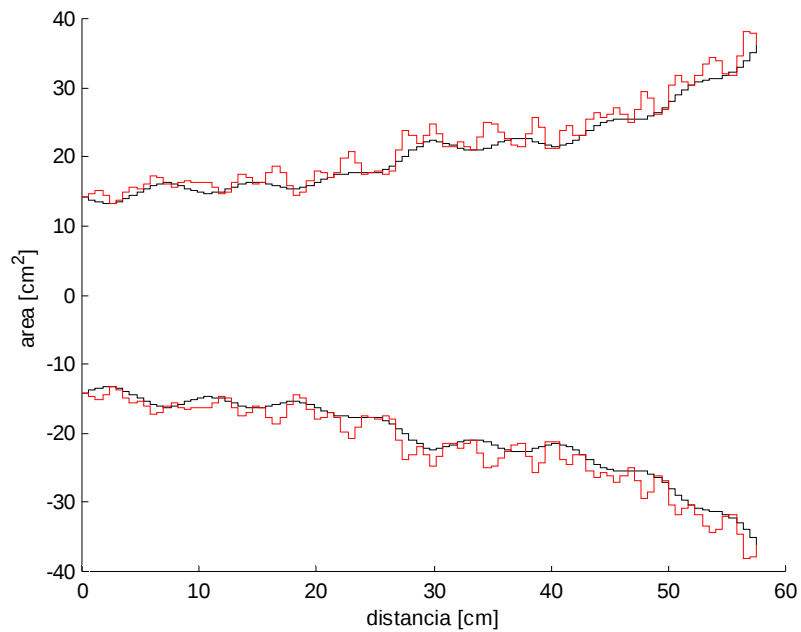


Figura 8.2.10.- Al colocar una botella de plástico se obtiene una reconstrucción donde el área permanece constante hasta los 20 cm de largo para después tender a una área al infinito después de los 80 cm de largo.

Estos dos resultados muestran que se obtienen respuestas diferentes para cada caso, de aquí que el siguiente paso sea aumentar el rango de frecuencia operativo de la bocina, hasta los 8000 Hz, espaciados cada 50Hz para observar la respuesta del sistema. Esto a pesar de la mala respuesta de la bocina hasta esta frecuencia. El primer objeto colocado fue la botella de plástico. La figura 8.2.11 (1a) muestra la reconstrucción con estos parámetros, donde se puede observar que aumenta la resolución a lo largo de la distancia. Mientras en la figura (2a) se muestra la comparación de la reconstrucción para este mismo objeto llevando el barrido hasta 2500 Hz y después a los 8000 Hz.



(1a)



(2a)

Figura 8.2.11.- Al llevar el rango de frecuencia operativo hasta los 8000 Hz (1a), aumenta la resolución del área respecto al barrido máximo de los 2500 Hz (2a).

Por último, se trabajó con el objeto con morfología escalonada y se llevando el rango de frecuencia operativo en secuencias de 2500 Hz, hasta los 15000 Hz. La figura 8.2.12, (1b, 2b, 3b, 4b y 5b) muestra la reconstrucción de la cavidad hasta 5000, 7500, 10000, 12500 y 15000 Hz respectivamente. Se observa que la reconstrucción mejora, respecto a la llevada hasta los 2500 Hz. Estos resultados obtenidos se deben a la mala respuesta de la bocina, además de las pérdidas ocasionadas en el sistema. Razón por la cual habrá que mejorar el sistema experimental para mejorar los resultados experimentales.

El hecho de trabajar con tonos puros facilita la separación de las ondas acústicas. Sin embargo experimentalmente, como se comenta fue imposible obtener una reconstrucción adecuada de la cavidad usando los métodos de Ware-Aki o el método de capas.

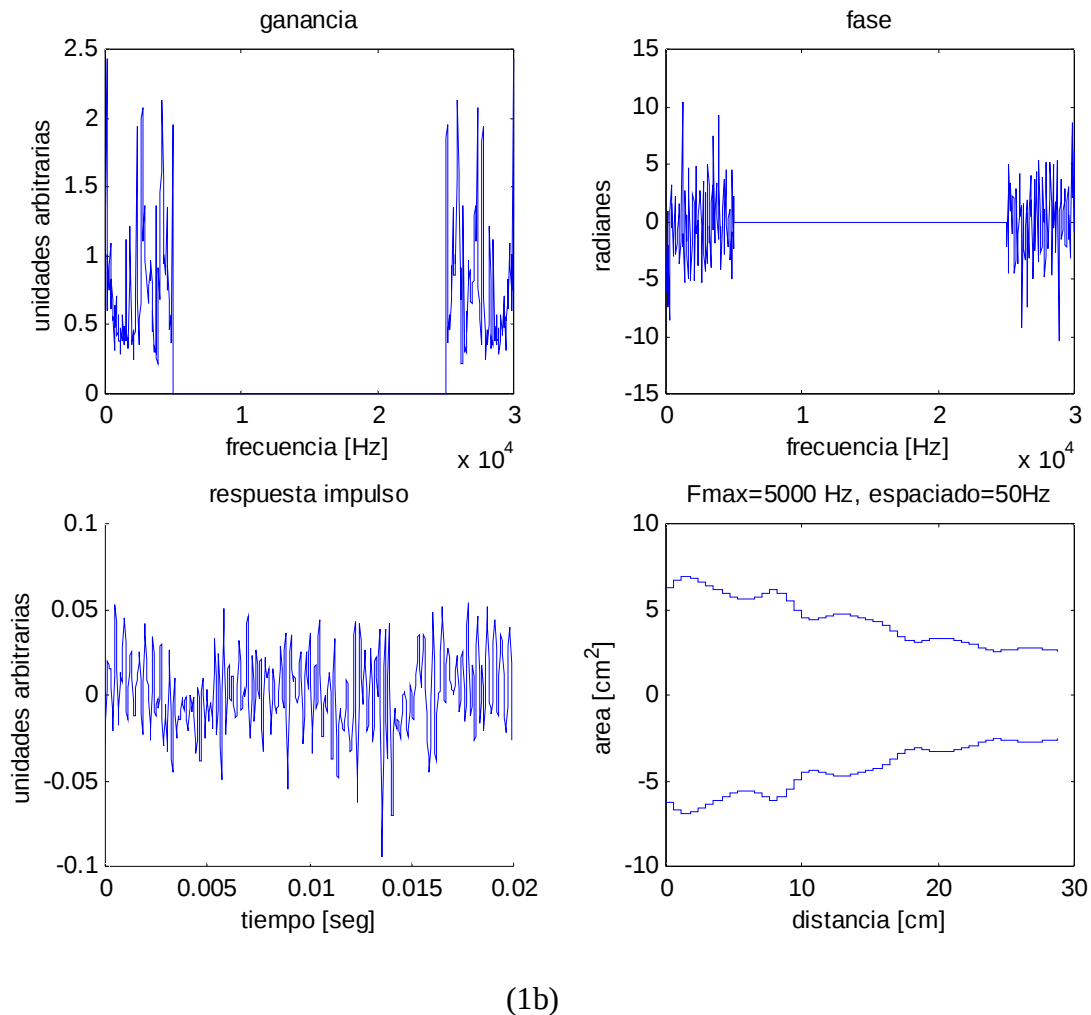
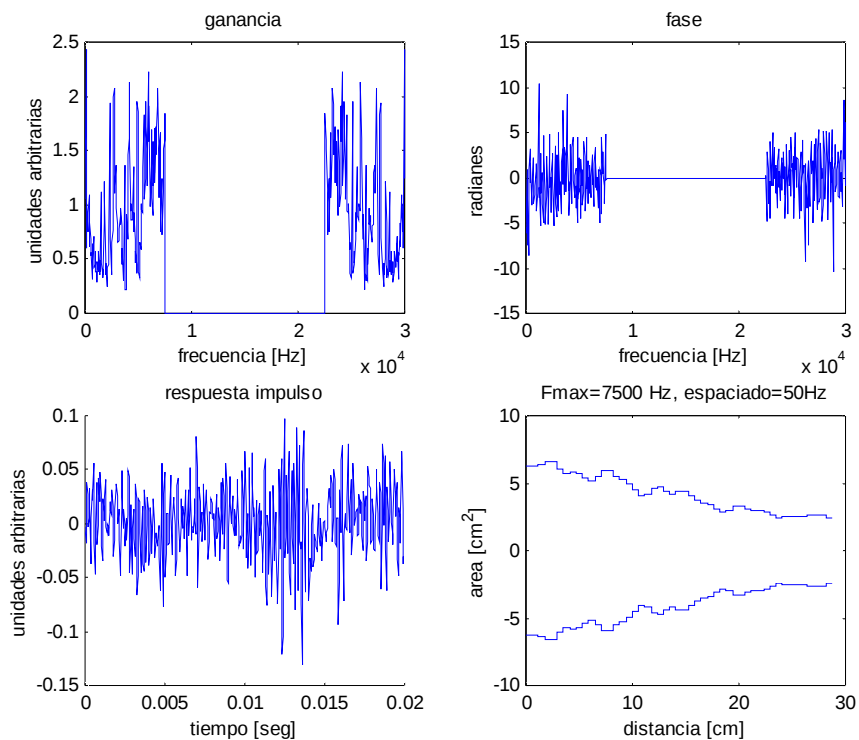
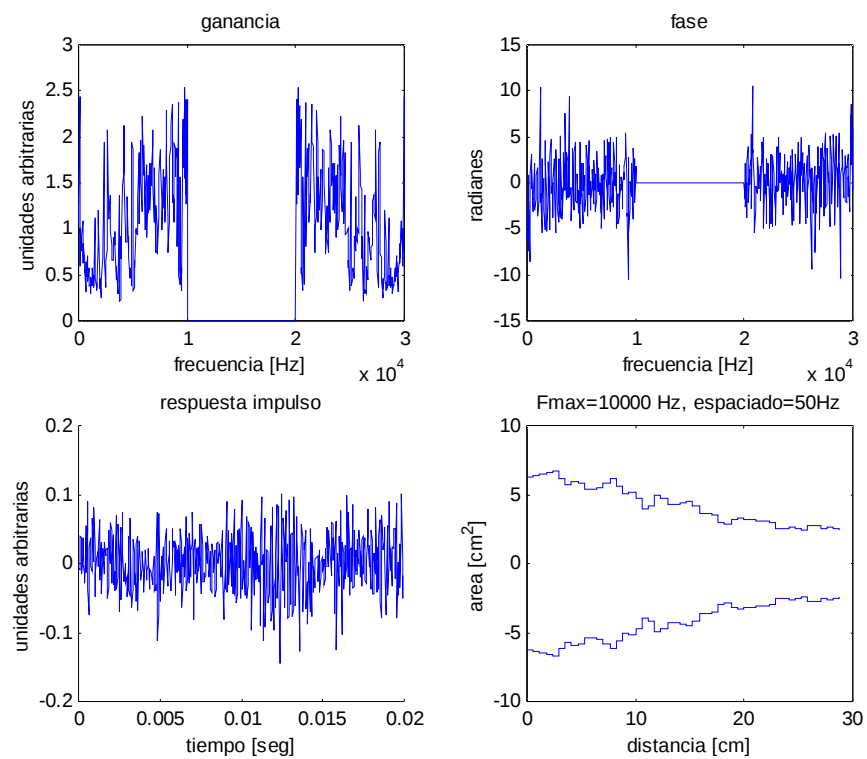


Figura 8.2.12.- La cavidad reconstruida mejora al aumentar el rango de frecuencia operativo.

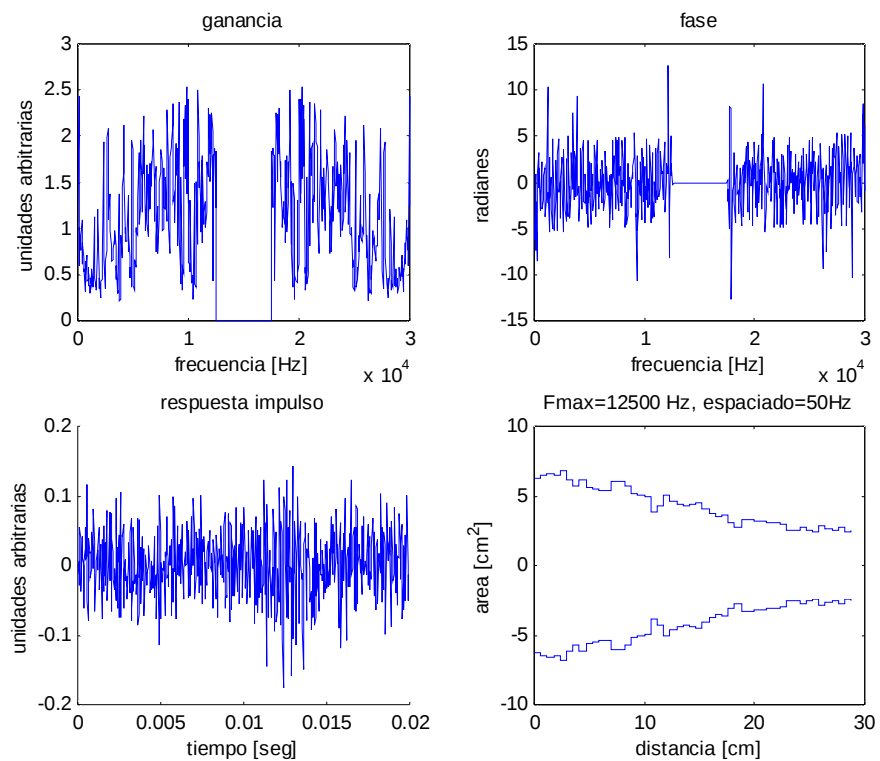


(2b)

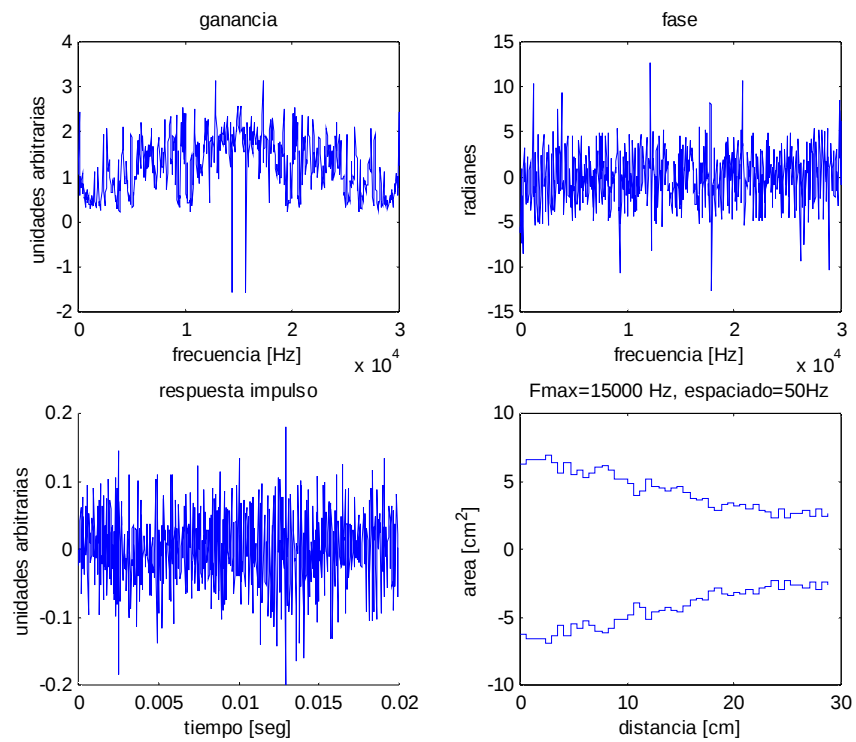


(3b)

continuación de la figura 8.2.12



(4b)



(5b)

continuación de la figura 8.2.12

9.- CONCLUSIONES

A pesar de las mejoras que se tendrán que realizar en el sistema experimental, los resultados en esta investigación marcaron la diferencia y la ventaja entre los métodos de reconstrucción como son el método de capas y el método de Ware-Aki con el método propuesto en este trabajo referido como análisis en estado estacionario. Esto en el caso particular sin considerar las pérdidas ocasionadas por el sistema para los tres métodos.

El principal problema en esta investigación, desde el punto de vista experimental, empleando el método de Ware-Aki y el método de capas, no es la identificación de las ondas acústicas, en el cual hay un sin fin de técnicas realizadas en la actualidad, sino en el hecho de que estos métodos empleados resultan ser muy sensibles al ruido. Lo cual determina la mala reconstrucción de la cavidad a estudiar y estableciendo con ello la necesidad de filtrar la respuesta al impulso con un corte de frecuencia que dependerá ciertamente de las propiedades físicas que presente la cavidad cilíndrica a reconstruir.

La elección del tiempo de inicio de las ondas acústicas experimentales fue otro problema, debido a que existe una correlación puntual entre las ondas acústicas incidente y reflejada para obtener los coeficientes de reflexión, que son los que finalmente se emplean para lograr la reconstrucción de la cavidad. Pero a pesar de que estos tiempos pueden ser aproximados de manera teórica mediante la relación de la velocidad de propagación y la distancia recorrida, se obtuvieron resultados muy distintos si estos tiempos no se eligen de manera correcta.

El hecho de realizar una simulación permite evaluar los parámetros que pueden conducir a una situación adecuada al trabajar experimentalmente. La simulación muestra que en el caso ideal, el método de Ware-Aki, obtiene excelentes resultados en la reconstrucción de una cavidad propuesta, excitando con una onda acústica senoidal, sin importar la longitud de la cavidad, así como la complejidad de la misma. Por lo que respecta al método de capas, sólo se obtienen buenas reconstrucciones a muy bajas frecuencias y con cavidades cortas en longitud.

Al realizar entonces una comparación con los resultados obtenidos de manera teórica entre estos dos métodos, se puede decir que el método de Ware-Aki, superó por mucho en efectividad al método de capas, con el inconveniente de que habrá que elegir un orden del filtro, así como un cierto número de eigenvalores adecuados para lograr una excelente reconstrucción. La ventaja de usar el método de capas, radica en que a partir de las ondas acústicas bien identificadas, se hace una correlación en tiempos para obtener los coeficientes de reflexión, auxiliándose de una ecuación de propagación de onda, sin recurrir a elegir un orden del filtro. Por otro lado, el método de capas puede superar al método de Ware-Aki, siempre y cuando se consideren las pérdidas llevadas a cabo por el sistema.

Una justificación de por qué no se consideraron desde un inicio estas pérdidas, implementando los filtros respectivos, es debido a que el método de Ware-Aki se desarrolló sin considerarlas y hasta la fecha no se ha encontrado un método para implementarlas. De aquí que ambos métodos se mantuvieran en condiciones iguales para realizar una comparación de resultados.

Esta investigación hace evidente la ventaja de emplear el método de análisis en estado estacionario, el cual muestra de manera experimental, no ser tan sensible al ruido como los métodos antes mencionados. Además de que se elimina el factor de la elección del punto de inicio de las ondas acústicas, obteniendo con ello una mejor reconstrucción experimental a comparación de los otros dos métodos. Esto último tomando en cuenta la mala calidad del reflectómetro construido y marcando la necesidad de generar un estado estacionario de tiempo muy corto en las ondas acústicas registradas. Cuando se habla de un tiempo corto para este método en particular, basta con un ciclo tanto de la onda acústica incidente como de la reflejada en el estado estacionario.

Desde el punto de vista teórico, el análisis en estado estacionario proporciona resultados excelentes siempre y cuando se realice el barrido máximo en frecuencia, con el máximo rango de frecuencia operativo y con un espaciado pequeño. Este método en particular también abre la posibilidad de reducir las dimensiones del sistema, debido a que no importa que surja el complicado traslape de las ondas acústicas, ya que se puede lograr la identificación de las ondas acústica incidente y de la reflejada de una manera más sencilla a los desarrollos tan complejos que han reportado otros investigadores.

Experimentalmente, llevando a cabo la diferencia entre el registro donde se tiene las ondas acústicas traslapadas y una onda acústica de referencia, para identificar las ondas acústicas proporciona resultados adecuados en el método de análisis en el estado estacionario. Un camino a evaluar en un trabajo futuro es emplear un filtro adaptivo, eligiendo previamente un orden del filtro, un tamaño de paso y una tolerancia de error para realizar la identificación de las ondas (ver Apéndice A). Aunque este método de identificación, hace tardado el tiempo de computo a comparación del simple hecho de restar la onda acústica registrada con una onda de referencia, este filtro adaptivo podría mejorar la identificación de las ondas acústicas en un registro experimental.

Con estos resultados se establece la necesidad de mejorar el sistema experimental, contando con una tarjeta de adquisición de datos que pueda hacer un muestreo a una razón mucho mayor de los 30 000 Hz, para lograr una mejor resolución en la reconstrucción de la cavidad. Además de contar con un recinto adecuado para aminorar lo más posible el ruido generado y montar una bocina adecuada en el sistema experimental que genere una onda acústica con buena amplitud y que responda a un gran ancho de banda; es decir, que se puedan generar ondas acústicas a bajas frecuencias y hasta la mitad de la frecuencia de muestreo seleccionada.

La selección de un conducto por donde se propagan las ondas acústicas de tal manera que reduzca las pérdidas en el sistema, así como los coples empleados para unir la bocina y la cavidad será parte fundamental, en la mejora de este sistema.

Una propuesta que se plantea en este documento para este último punto, es usar un mismo material a lo largo del sistema como aluminio, cobre o algún polímero, para que dichas pérdidas sean al menos uniformes a lo largo del sistema. Después se tendrá que calibrar la posición de la bocina para asegurar que la onda acústica que se esta generando en la bocina

incida de manera perpendicular sobre el tubo de conducción, de lo contrario se generará reverberancia que influirá de manera considerable en el desarrollo para obtener los adecuados coeficientes de reflexión. Con lo que respecta a la tarjeta de adquisición de datos, existe en el mercado tarjetas que pueden ya realizar un muestreo a 80 000 Hz, por lo que habrá de conseguirse el financiamiento para adquirirla. El micrófono empleado en el sistema experimental tiene una respuesta en frecuencia muy buena desde los 50 Hz hasta los 15 000 Hz, pero como se pretende llevar por arriba de esta frecuencia el barrido habrá que analizar otras propuestas.

En cuanto a la simulación, demuestra que no se limita a trabajar con pulsos acústicos. La simulación podrá ser aproximada a los favorables resultados experimentales, desde el punto de vista de simular las pérdidas debidas al sistema, generadas por el medio donde la onda acústica se propaga, así como de las propiedades de la cavidad a estudiar. Aunque este trabajo será complicado por el hecho de diseñar los filtros respectivos no será imposible y proporcionará resultados teóricos que ayuden a favorecer el estudio de la técnica de reflectometría acústica.

Los resultados teóricos demostraron que en el caso que se tuviera una bocina que respondiera en un amplio rango de frecuencias se podría obtener una perfecta reconstrucción del área transversal en función de la distancia, empleando el método de análisis en estado estacionario. El caso ideal no se tiene en los resultados experimentales, por el hecho de que no se cuenta con una bocina adecuada, la cual respondiera en el rango de frecuencias explorado. La bocina montada en el sistema tiene un rango operativo de frecuencia no mas allá de los 2500 Hz y aunque el barrido se llevó hasta los 15000 Hz, la reconstrucción obtenida no puede considerarse perfecta pero tampoco mala, por lo que habrá que montar o diseñar el sistema experimental de tal manera que se pueda realizar el barrido máximo de la frecuencia, con un intervalo pequeño y complementar este trabajo con una simulación más completa que corrobore los resultados experimentales. Para ello, se propone montar un sistema de manera que se puedan combinar bocinas que respondan a bajas frecuencias y tweeters que respondan a frecuencias altas, logrando el barrido necesario en frecuencia.

Otro camino por indagar, tratando de mejorar las condiciones experimentales es aumentar la velocidad de propagación de la onda acústica, con una mezcla de 80% He y 20% O₂, como lo planteó Fredberg [5]. Así se podrá realizar una comparación cuando el medio de propagación es aire y determinar finalmente si es posible obtener mejores reconstrucciones de cavidades a los resultados ya reportados.

Si bien es cierto que el método de análisis en el estado estacionario se vuelve más largo en tiempo de aplicación respecto a los otros métodos, resulta ser mejor experimentalmente a comparación del método de capas y el de Ware-Aki. Una posibilidad a considerar para resolver este inconveniente, es que una vez mejorado el sistema, se podrían realizar las reconstrucciones respectivas con intervalos entre frecuencias cada 100 ó 400 Hz, como se hizo en la simulación y la cual proporciona buenas estimaciones. De esta manera se realizarán menos registros para finalmente evaluar o analizar las cavidades obtenidas con una cavidad conocida.

El método de análisis en estado estacionario será posible validarlo con una cavidad que fuese una réplica del tracto vocal. Otra posibilidad para su validación es compararla con una serie de cortes tomográficos computarizados y mostrar los resultados al personal médico especializado quien dará la última palabra en cuanto la utilización con esta técnica.

Por tanto, el hecho de proponer un barrido con tonos puros como ondas acústicas incidentes, hizo que la cavidad respondiera a las diferentes frecuencias generadas con una sencilla identificación de las mismas. El trabajar con ondas acústicas de larga duración permite entonces llegar al estado estacionario para expresarlo en términos de Fourier; evitando el problema de identificar el punto de inicio de las respectivas propagaciones de onda incidente y reflejada, logrando reconstrucciones adecuadas tanto teórica como experimentalmente.

La importancia de poder aplicar el método de análisis en estado estacionario en términos médicos, ayudará a complementar los estudios realizados hasta la fecha, acerca del funcionamiento del tracto vocal, el cual sólo puede ser conocido de manera más exacta mediante técnicas radiológicas o endoscópicas. Por otro lado una radiografía o tomografía sólo proporciona una perspectiva en un plano. De aquí que la importancia de seguir indagando en esta técnica no invasiva, radique en que es posible obtener el área transversal en función de la distancia para la vía aérea respiratoria excitada por ondas acústicas de larga duración, con poca cooperación del paciente.

10.BIBLIOGRAFÍA

- [1] Amir N., Rosenhouse G. and Shimony U., "A discrete model for tubular acoustic systems with varying cross section - The direct and inverse problems. Parts 1 and 2: Theory and experiment". J.Acoust.Soc.Am., 81(5), 450-474, 1995.
- [2] Amir N., Rosenhouse G. and Shimony U., "Losses in tubular acoustic systems - Theory and experiment in the sampled time and frequency domains". J.Acoust.Soc.Am., 82(1), 1-8, 1996.
- [3] Benade A.H. and Smith J.H., "Brass wind instrument impulse response measurements". J. Acoust. Soc. Am., 70,S22, 1981.
- [4] Brooks L.J., Castile R.G., Glass G.M., Griscom N.T., Wohl MEB and Fredberg J.J., "Reproducibility and accuracy of airway area by acoustic reflection". J.Appl.Physiol., 57(3), 777-787, 1984.
- [5] Fredberg J.J., Wohl MEB, Glass G.M. and Dorkin H.L., "Airway area by acoustic reflections measured at the mouth". J.Appl.Physiol., 48(5), 749-758, 1980.
- [6] Hoffstein V., Castile R.G., O'Donnell C.R., Glass G.M., Strieder D.J., Wohl MEB and Fredberg J.J., "In vivo estimation of tracheal distensibility and hysteresis in normal adults". J.Appl.Physiol., 63(6), 2482-2489, 1987
- [7] Haykin S. "Adaptive Filter Theory". Third edition, Prentice-Hall, 1996.
- [8] Huang J., Itai N., Hoshiba T., Fukunaga T., Yamanouchi K., Toga H., Takahashi K., and Ohya N., "A new nasal acoustics reflection technique to estimate pharyngeal cross-sectional area during sleep". J.Appl.Physiol., 88, 1457-1466, 2000.
- [9] Jackson A.C., Butler J.P., Millet E.J., Hoppin F.G. and Dawson S.V., "Airway geometry by analysis of acoustic pulse response measurements". J.Appl.Physiol., 43(3), 523-536, 1977.
- [10] Jackson A.C. and Olsen D.E., "Comparison of direct and acoustical area measurements in physical models of human central airways". J.Appl.Physiol., 48(5), 896-902, 1980.
- [11] Kinsler L., "Fundamentals of Acoustics". Limusa, 1992
- [12] Louis B., Glass G., Kresen B., Fredberg J., "Airway area by acoustic reflection: The two microphone method". J.Biomech.Eng., 115, 278-285, 1993.
- [13] Louis B., Glass G., Fredberg J., "Pulmonary airway area by the two microphone acoustic reflection: method". J.Appl.Physiol., 2234-2240, 1994.

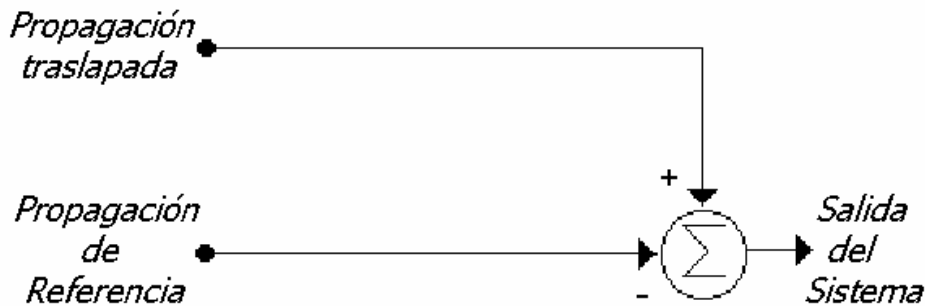
- [14] Marshall I., Rogers Mand., Drummond G., "Acoustic reflectometry for airway measurement. Principles, limitations and previous work". Clin. Phys. Physiol. Meas., 12(2), 131-141, 1991.
- [15] Marshall I., "Acoustic reflectometry with an arbitrarily short source tube". J.Acoust.Soc.Am., 91(6), 3558-3564, 1992.
- [16] Schroeder M.R., "Determination of the geometry of the human vocal tract by acoustic measurements". J.Acoust.Soc.Am., 41(4), 1002-1010, 1967.
- [17] Sharp D., "Acoustic pulse reflectometry for the measurement of musical wind instruments". Ph.D. Thesis. University of Edinburgh, 1997.
- [18] Sondhi M.M. and Gopinath B., "Determination of vocal tract shape from impulse response at the lips". J.Acoust.Soc.Am., 49(6), 1867-1873, 1971.
- [19] Sondhi M.M. and Resnick J.R., "The inverse problem for the vocal tract: numerical methods, acoustical experiments, and speech synthesis". J.Acoust.Soc.Am., 73(3), 985-1002, 1983.
- [20] Watson A.P. and Bowsher J.M., "Recent progress in time domain work on brass instruments". Proceedings of the IOA, 9, 103-109, 1987.
- [21] Watson A.P. and Bowsher J.M., "Impulse measurements on brass musical instruments. Acustica". Proceedings of the IOA , 66(3), 170-174, 1988.
- [22] Ware J.A. and Aki K., "Continuous and discrete inverse scattering problems in a stratified elastic medium. I: Planes at normal incidence". J.Acoust.Soc.Am., 45(4), 911-921, 1969.

APENDICE A.- MÉTODO DE IDENTIFICACIÓN

A.1.- MÉTODO POR DIFERENCIAS

Para la identificación de las ondas acústicas se recurre a la diferencia del registro donde se tiene a las ondas acústicas traslapadas con una onda acústica de referencia. Debido a que se trabaja con ondas acústicas de larga duración, se tiene en el registro de la onda acústica traslapada, un intervalo de tiempo de la onda incidente en el estado estacionario. Este intervalo de tiempo es tomado para estimar la onda acústica de referencia con una duración igual a la del registro de ondas acústicas traslapadas. Esto mediante un ajuste de mínimos cuadrados para deducir la amplitud y fase de la onda acústica incidente.

El siguiente paso fue realizar la diferencia del registro donde se tienen las ondas acústicas traslapadas con la onda de referencia estimada, ver figura A.1. Ambas ondas acústicas con el mismo tiempo de duración.



A.1.- La diferencia entre ondas identifica la onda acústica reflejada

La salida del sistema corresponde finalmente a la onda acústica reflejada. La identificación mediante éste camino no resulta complicada y es rápida en tiempo de computo.

A.2.- METODO POR FILTRADO ADAPTIVO

Otra posibilidad para lograr esta identificación, es haciendo referencia a un filtro adaptivo en un esquema de cancelación de interferencia, ver figura A.2. Aunque éste camino implica más tiempo de computo por cumplir con un criterio de paro, basado en un orden del filtro y un tamaño de paso.

Para éste filtro adaptivo se debe contar con una señal de referencia u (propagación de onda incidente) y una señal primaria d (registro de las propagaciones traslapadas). La señal de referencia puede ser generada de igual manera mediante un ajuste de mínimos cuadrados cómo se procede en A.1.

La señal de referencia u se hace pasar por un filtro adaptivo ponderado por un vector inicial de pesos w . De ésta manera la salida del filtro y , se resta con la señal primaria d ,

generando así un error e , el cual modifica al vector de pesos w , para después repetir un ciclo iterativo hasta que se cumpla un criterio de paro. El cual es minimizar el error cuadrático medio. Por otro lado el vector de pesos modificado esta en función de una constante μ (mu), que se conoce como tamaño de paso y que tiene como función de que la convergencia sea rápida o lenta. Si se elige una convergencia rápida (μ grande), éste criterio de paro puede caer en un ciclo iterativo y nunca llegar a converger. Por otro lado si se escoge una convergencia lenta (μ pequeña), la convergencia se logra a costa de un tiempo muy largo.

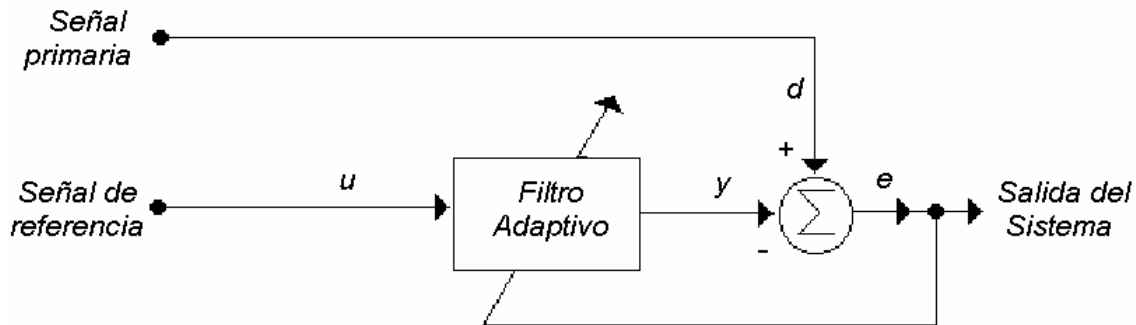


Figura A.2- Filtrado adaptivo en la modalidad de cancelación de interferencia.

El ciclo iterativo se muestra a continuación:

1.- salida del filtro:

$$y[n] = \hat{w}[n]u[n] \quad \text{A.2.1}$$

2.- Estimación del error:

$$e[n] = d[n] - y[n] \quad \text{A.2.2}$$

3.- Adaptación de pesos del filtro:

$$\hat{w}(n+1) = \hat{w} + \mu u[n]e^*[n] \quad \text{A.2.3}$$

donde $*$ indica al transpuesto de e . De esta manera la salida del sistema o el error obtenido corresponde finalmente a la onda acústica reflejada separada de la onda acústica incidente.

APENDICE B .- DESCOMPOSICIÓN DE VALOR SINGULAR:

Se recurre al método de descomposición de valor singular (SVD) para determinar la respuesta al impulso del sistema a partir de las ondas acústicas incidente y reflejada. La principal ventaja de este método es que se aplica a matrices rectangulares y/o cuadradas, reales o complejas.

Dada la salida de un sistema lineal invariante al corrimiento que se expresa como:

$$y[n] = \sum_{k=1}^M x[n-k]w[k] = x[n] * w[n] \quad (B.1)$$

donde * representa la convolución, y es la salida del sistema (señal reflejada), x es la entrada del sistema (señal incidente), y en donde w representa la respuesta al impulso del sistema. El objetivo ahora es determinar la respuesta del sistema por deconvolución, esta última denotada con el símbolo $\circ$, de aquí que w se puede expresar como:

$$w = x \circ y \quad (B.2)$$

En términos de matrices de datos la expresión (B.1) puede ser expresada como:

$$y = Aw \quad (B.3)$$

A es una matriz Toeplitz que se forma con el vector x de entrada del sistema (señal incidente), por lo que la matriz de datos A representa el tiempo de evolución de los vectores de entrada; la variable y es un vector de datos deseado representando el tiempo de evolución de la respuesta deseada (señal reflejada).

Multiplicando la expresión (B.3) por el Hermitiano de A en ambos lados de la expresión y despejando la respuesta del sistema w se tiene:

$$\begin{aligned} A^H y &= A^H A w \\ w &= A^H A A^H y \end{aligned} \quad (B.4)$$

El conjunto de términos de la matriz A que se tienen en la ecuación (B.4) puede expresarse como:

$$A^+ = (A^H A)^{-1} A^H \quad (B.5)$$

donde al termino A^+ se define como la pseudoinversa o la inversa generalizada de Moore-Penrose de la matriz A ; la respuesta al impulso entonces queda como:

$$w = A^+ y \quad (B.6)$$

La pseudoinversa puede ser interpretada en términos de la descomposición de valor singular (SVD).

SVD es uno de los métodos numéricos más importantes en álgebra numérica ya que proporciona información cuantitativa acerca de la estructura de un sistema de ecuaciones lineales. Otra ventaja de usar SVD para resolver un problema de mínimos cuadrados lineales, es que la solución definida en términos de la pseudoinversa de la matriz de datos de entrada, es numéricamente estable, por consiguiente no introduce mas perturbación de la que presenta el problema en estudio.

Dada la matriz A , hay un par de matrices U y V tales que se puede escribir:

$$U^H A V = \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (B.7)$$

donde Σ es una matriz diagonal, $\Sigma = \text{diagonal}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_w)$, los valores singulares σ 's son ordenados de forma tal que $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_w \geq 0$, las columnas de U son los eigenvectores de la matriz $A^H A$ y las columnas de V son los eigenvectores de la matriz $A A^H$.

en forma expandida se expresa como:

$$A = \sum_{i=1}^w \sigma_i U_i V_i^H \quad (B.8)$$

El interés entonces es llegar a una definición general de la pseudoinversa expresada como:

$$A^+ = V \begin{bmatrix} \Sigma^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} U^H \quad (B.9)$$

Donde:

$$\Sigma^{-1} = \text{diagonal}(\sigma_1^{-1}, \sigma_2^{-1}, \dots, \sigma_w^{-1}) \quad (B.10)$$

que en forma expandida la pseudoinversa queda como:

$$A^+ = \sum_{i=1}^w \frac{1}{\sigma_i} U_i V_i^H \quad (\text{B.11})$$

Ahora para realizar la deconvolución hay que elegir tanto un orden del filtro adecuado como un numero adecuado de eigenvalores y obtener así la respuesta impulso del sistema, de forma que ahora la deconvolución se expresa en términos de la pseudoinversa como:

$$w = A^+ y \quad (\text{B.12})$$

Una vez obtenida la respuesta al impulso, puede ser relacionada con la expresión deducida por Ware-Aki, para determinar los coeficientes de reflexión y usar así la expresión (4.2.1) para realizar la reconstrucción del objeto.

APENDICE C.- CAVIDADES CON ÁREA TRANSVERSAL VARIABLE

El objeto o la cavidad con área transversal variando longitudinalmente fue elaborado de Nylamid con tres reducciones de área, como se muestra en la Figura C.1. El extremo de mayor área se une con la manguera flexible por donde se propagando la onda acústica, mientras el otro extremo se encuentra cerrado.

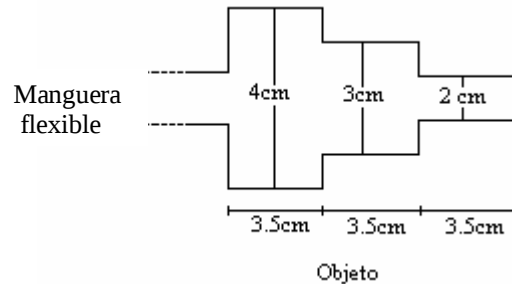


Figura C.1.- Cavidad rígida con sección transversal variable de la cual se desea estimar su área basándose en la reflexión de una propagación de onda.

La longitud del objeto fue de 10.5 cm, por lo que para la máxima frecuencia de muestreo de la tarjeta Biopac (30 000Hz), el área de la cavidad pudo ser reconstruida mediante 21 segmentos cilíndricos, los cuales tuvieron una longitud de .575 cm.

El segundo objeto considerado fue una botella de plástico, con una longitud de 20 cm y un diámetro interno de 6 cm, como se muestra en la figura C.2. Este objeto se eligió debido a que no sólo presentó una morfología diferente a la anterior, sino también diferentes propiedades y demostrar que se obtiene una respuesta al impulso diferente al objeto de elaborado de Nylamid.

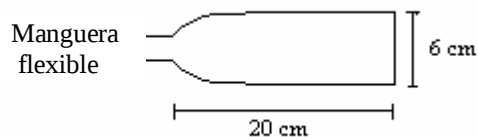


Figura C.2.- Se considera una cavidad flexible con diferente morfología presentada en la cavidad anterior